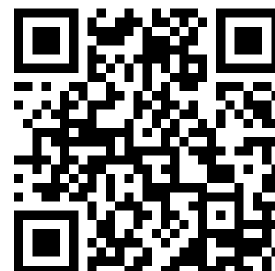
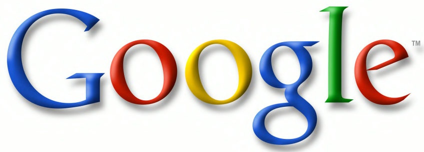
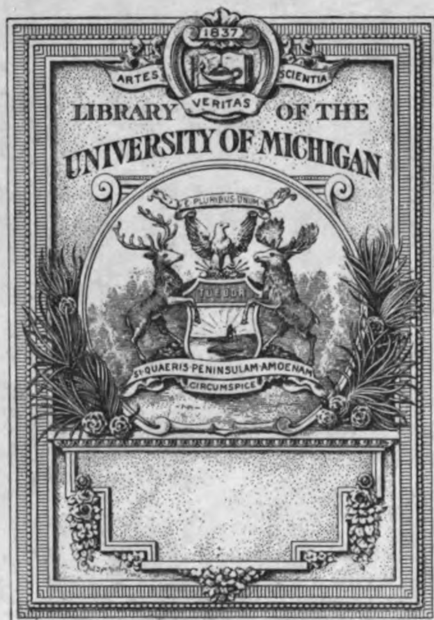



Google


1837
ARTES
SCIENTIA
VERITAS
LIBRARY
OF THE
UNIVERSITY OF MICHIGAN
E PLURIBUS UNUM
TUEBOR
SI QUAERIS PENINSULAM AMOENAM
CIRCUMSPICE

Physikalisc

Unter ständiger Mita

Professor Dr. **M. Abraham**, Professor Dr.
A. Coehn, Professor Dr. **Th. Des Coudres**,
Professor Dr. **H. Lorenz**, Professor Dr. **E. Me**
Professor Dr. **G. C. Schmidt**, Professor Dr.
D

Her

Dr. E. RIECKE
o. ö. Professor an der Universität Göttingen.

Redaktion: Professor Dr.

ZWÖLF

Mi

Verla

hysikalische Zeitschrift

Unter ständiger Mitarbeit für den referierenden Teil

von

sor Dr. **M. Abraham,** Professor Dr. **L. Ambronn,** Professor Dr. **H. Boruttau,** Professor Dr. **ehn,** Professor Dr. **Th. Des Coudres,** Professor Dr. **A. Johnsen,** Professor Dr. **W. Kaufmann,** sor Dr. **H. Lorenz,** Professor Dr. **E. Meyer,** Professor Dr. **L. Rhumbler,** Professor Dr. **K. Schaum,** sor Dr. **G. C. Schmidt,** Professor Dr. **K. Schwarzschild,** Professor Dr. **E. Wiechert,** Professor Dr. **E. Zermelo.**

Herausgegeben von

Dr. **E. RIECKE**
o. ö. Professor an der Universität Göttingen.

und

Dr. **H. TH. SIMON**
o. ö. Professor an der Universität Göttingen.

Redaktion: Professor Dr. **F. KRÜGER** in Danzig-Langfuhr.

ZWÖLFTER JAHRGANG.

1911.

Mit neunzehn Tafeln.

Leipzig,
Verlag von S. Hirzel.
1911.

Autoren-

... = Besprechung. N = 82 u. ...
... Ph.T. = Physikalische Technik. K. ...

A.

Autoren- und Sachregister.

ngen: (B.) = Besprechung, (N.) = 82. u. 83. Naturforscherversammlung, (Br. A.) = Britische Naturforscher-
nlung, (Ph. T.) = Physikalische Technik, (R.) = Referat, (V.) = Vortrag, (Z. B.) = Zusammenfassende Bearbeitung.

F.

G.

H.

I.

J.

L.

M.

Q.

R.

T.

U.

V.

Z.

Namensverzeichnis der „Personalien".

PHYSIKALISCHE ZEITSCHRIFT

No. 1. | 1. Januar 1911. | 12. Jahrgang.

Redaktionsschluß für No. 2 am 7. Januar 1911.

INHALT:

ORIGINALMITTEILUNGEN.

Über die Bestimmung der Zahl schwingender Teile in Dämpfen, Lösungen, leuchtenden Gasen[1].

Von Joh. Koenigsberger.

Die Dispersion und Absorption der elektromagnetischen Strahlung in einer Substanz bestimmt nach der Ketteler-Helmholtzschen Dispersionstheorie und den Formeln von Lorentz, Drude und Planck die Zahl der schwingenden und auch, wie wir annehmen müssen, der leuchtenden Teile. Die Messung der Absorption ist nach den im folgenden beschriebenen Methoden auch in Lichtquellen viel leichter als die der Dispersion, und braucht nur für zwei Wellenlängen, von denen eine willkürlich ist, zu ererfolgen. Die Formeln für die Berechnung der Größe $p\frac{e}{m}$ aus der Absorption[2]) gestalten sich besonders einfach, wenn die maximalen Absorptionsindizes klein ($<$ 0,01), und wenn die Linien oder die Gebiete der selektiven Absorption schmal sind. Letzteres trifft zu, wenn die zwei Wellenlängen, für welche der Absorptionsindex den halben Wert des maximalen besitzt, um weniger als 30 $\mu\mu$ verschieden sind. Ersteres trifft wohl meist von selbst zu, sowie schmale Absorptionsgebiete[3]) vorliegen. Soweit wir bisher unsere angenäherten Berechnungen ausgedehnt haben, mochten es feste, flüssige oder gasförmige Körper sein, die Absorptionsindizes und damit die Zahl der Moleküle, die schärfere Absorptionsgebiete geben, ist klein ($< 1 \cdot 10^{-4}$ der Gesamtzahl bei Atmosphärendruck) verglichen mit der bei kontinuierlicher selektiver Absorption. Bestimmte chemische Gleichgewichte, in denen eine Komponente in geringer Menge vorkommt, scheinen in festen, flüssigen Körpern und zum Teil in Dämpfen die Art Absorption, die wir kurzweg Absorptionsstreifen[1]) nennen wollen, zu bedingen. Da sich aus der Messung direkt der Wert des Absorptionsindex ergibt, kann man stets beurteilen, wann die im folgenden entwickelten einfachen Formeln, die für $\varkappa' < 0{,}01$ gelten, zur Berechnung von $p\frac{e}{m}$ anwendbar sind.

Es ist (vgl. loc. cit.):

$$(2\varkappa'_m{}^{12} + 1)^2 - 1 = \frac{g^2 \cdot \lambda_m{}^{12}}{g^{12}} = \frac{1}{\beta_m{}^{12}}$$

und dies wird für[2])

$$\varkappa'_m \leqq 1 \cdot 10^{-2} \text{ ist } 2\varkappa'_m = \frac{g \cdot \lambda'_m}{g'} = \frac{1}{\beta'_m} \qquad \text{(I)}$$

Wenn dies $\varkappa'_m$ für das bekannte λ'_m gemessen ist, kann von den beiden Größen a

1) Den Spektrograph, mit dem die Beobachtungen angestellt wurden, verdanken wir der Bewilligung des Board of trustees des Elizabeth-Thompson Science Fund in Boston.

2) K. Kilchling u. J. Koenigsberger, Ann. d. Phys. **32**, 843, 1910; $n\varkappa$ (in der Bezeichnung v. Voigt u. Drude) $= \varkappa'$.

3) Beispiele sind: alle Emissions- bezw. Absorptionslinien-, -banden und -streifen in Gasen und Dämpfen, die Absorptionsstreifen in den Didymverbindungen, Kaliumpermanganat, in Blutfarbstoffen usw.

1) Wir unterscheiden in Anlehnung an die üblichen Bezeichnungen: 1. Absorptionslinien (Beispiel D-Linien im Natriumdampf), 2. Absorptionsbanden (in Linien auflösbar z. B. in Brom), 3. selektive Eigenabsorption (Beispiel: Anilinfarbstoffe), 4. Absorptionsstreifen (Beispiel: Didymverbindungen).

2) Da es für viele Zwecke genügt, g und g' und die

und β, die in die weitere Rechnung eingehen, der Wert von β für jede Wellenlänge λ stets angegeben werden; denn es ist $\beta = \frac{g'}{g\lambda}$ und $\frac{g'}{g}$ ergibt sich aus I. λ'_m muß also für den Absorptionsstreifen bekannt sein. Im allgemeinen kann wie loc. cit. auseinandergesetzt, λ'_m von der Wellenlänge maximaler Absorption verschieden sein, und dann ist die Rechnung wesentlich schwieriger und die Beobachtungen müssen vollständiger sein. Wenn aber wie hier $\varkappa'_m$ klein, so ist β'_m stets groß (> 100). Es ist (vgl. loc. cit.) $\lambda'_m = \frac{\lambda_m}{\sqrt{1-g}}$ gesetzt worden, wobei λ_m die Wellenlänge der ungedämpften Eigenschwingung ist. Da für Absorptionsindizes ($< 0{,}01$) wie aus dem Folgenden hervorgeht, auch notwendig g und somit erst recht g_0 klein ist ($< 0{,}001$), so sind schon jedenfalls λ_m und λ'_m sehr nahe (auf weniger als 0,0002 ihres Wertes) gleich. Noch viel näher rückt aber λ'_m an das Maximum der Absorption λ_k, das bei stärkerer Dämpfung von λ_m noch merklich verschieden ist; denn es gilt (wie loc. cit. gezeigt) die Reihenfolge $\lambda_m < \lambda_k < \lambda'_m$. Die Unterschiede werden um so kleiner, je schwächer die Dämpfungen, so daß für Spektrallinien die Unterschiede zwischen λ_k und $\lambda'_m < 0{,}001$ Å. sind. Man braucht also erstens nur die maximale Absorption zu messen und deren Wellenlänge genau festzustellen. Da β groß ist, so kann man in dem von M. Planck gegebenen Ausdruck

$$\varkappa'^2 = \frac{\sqrt{(\alpha^2+\beta^2-\alpha)^2+\beta^2}-(\alpha^2+\beta^2-\alpha)}{2(\alpha^2+\beta^2)}$$

α gegen β^2 und α^2 vernachlässigen[1]) und erhält dann

$$\varkappa' = \frac{\beta}{2(\alpha^2+\beta^2)}. \qquad \text{(II)}$$

Hieraus ergibt sich:

$$\alpha = +\sqrt{\frac{\beta - 2\varkappa'\beta^2}{2\varkappa'}}.$$

Da aber β, wie vorher erwähnt, aus der Messung von $\varkappa'$ für maximale Absorption für jedes λ zu berechnen ist, genügt es, für dies beliebige λ noch $\varkappa'$ experimentell zu bestimmen.

Dann ist

$$g = \frac{1}{\alpha}\left[\left(\frac{\lambda'_m}{\lambda}\right)^2 - 1\right] \qquad \text{(III)}$$

und

$$p\frac{e}{m} = \frac{\pi}{9660}\frac{M}{d}\cdot\frac{g}{\lambda'^2_m}, \qquad \text{(a)}$$

wobei

$$\lambda'_m = \lambda_k$$

ist.

Also muß noch das Molekulargewicht des betreffenden Dampfes und die Dichte auf $H_2O = 1$ bezogen bekannt sein.

1. Aus der Regel von Avogadro (p' in Atm. gemessen) folgt aus (a)

$$p\frac{e}{m} = \frac{g}{\lambda_m^{12}}\cdot\frac{T}{p'}\cdot 0{,}000889 \qquad \text{(b)}$$

pro Molekül des Dampfes.

2. In vielen Fällen ist es leichter, die Dichte des Dampfes oder Konzentration der Lösung gesondert zu bestimmen. Dann braucht man im Grunde nur das chemische Molekül und nicht das Molekulargewicht zu kennen; denn aus der Formel ergibt sich z. B., daß wenn n Elektronen auf das einfache Molekül schwingen, auf das Doppelmolekül $2n$ schwingen usw. Man hat dann $p\frac{e}{m}$ pro Molekül der chemischen Formel.

3. In leuchtenden Gasen, in denen man die in Betracht kommende Dichte nicht immer leicht angeben kann, ist es vor allem wichtig, $p\frac{e}{m}$ pro ccm zu kennen; dann lautet die Formel:

$$N = \frac{g}{\lambda_m^{12}}\, 6{,}40\cdot 10^9. \qquad \text{(c)}$$

Wenn $\varkappa'$ nicht für 1 cm Schichtdicke, sondern für beliebige Dicke bestimmt ist, so gilt auch N hierfür.

$p\frac{e}{m}$ kann man also leicht aus der Absorption ermitteln, aber man muß, um die Zahl der eine bestimmte Absorption oder Emission verursachenden Teile zu ermitteln, $\frac{e}{m}$ kennen. Hierüber geben uns vor allem die magnetooptischen Beobachtungen Aufschluß. Wir wissen aus dem Studium des Zeeman-Phänomens, daß die Serienlinien der Emissionsspektra ein $\frac{e}{m}$ entsprechend den Werten für das negative Elektron besitzen oder ein kleinzahliges Vielfaches eines kleinzahligen aliquoten Teils desselben (Regel von Runge) aufweisen.

Durch die Untersuchungen von J. Becquerel[1]) sowie von H. du Bois[2]) und G. J. Elias an den Absorptionsstreifen fester Körper im sichtbaren Gebiet an festen Körpern ist festgestellt, daß $\frac{e}{m}$ die Größenordnung des Wertes für negative Elektronen besitzt. Du Bois und Elias, welche eine große Zahl der verschiedenartigsten Substanzen untersuchten, haben meist eine Ver-

Zahl der schwingenden Teile auf 5—10 Proz. genau zu kennen, sind die obigen Formeln noch anwendbar, wenn $\varkappa'_m$ größer als 0,01, aber kleiner als 0,1 ist.

1) Man kann im allgemeinen nachher aus dem Wert für α ersehen, ob diese Vernachlässigung berechtigt war. In allen von uns berechneten Fällen traf das zu.

1) J. Becquerel, diese Zeitschr. **9**, 94, 1908 und **8**, 632 u. 929, 1907.

2) H. du Bois u. G. J. Elias, Ann. d. Phys. **27**, 233, 1908.

schiebung der Absorptionsstreifen durch das Magnetfeld einem negativen Elementarquantum entsprechend gefunden. Nur einzelne Streifen zeigen eine Verschiebung, die entweder durch ein starkes inneres Feld, den paramagnetischen Eigenschaften der Substanzen entsprechend, oder durch ein positives Elektron verursacht ist. Doch ist auch dann die absolute Größe von $\frac{e}{m}$ für Absorptionsstreifen im ultravioletten und sichtbaren Gebiet von derselben Größenordnung wie für das negative Elektron. Wenn wir das beachten, folgt, daß p für Absorptionsstreifen fester und flüssiger Körper eine sehr kleine Größe ist und daß auf weniger als 10000 Moleküle eine derartig scharfe Absorption bewirkende Molekülkombination kommt. Das gilt nicht nur für die Absorptionsstreifen in Kristallen der seltenen Erden, sondern auch in Kaliumpermanganat, in vielen Chromverbindungen. Man kann überhaupt sagen, daß alle paramagnetischen Verbindungen ihre Farben im sichtbaren Gebiet Schwingungskomplexen verdanken, die nur in sehr geringer Zahl vorhanden sind. $p\frac{e}{m}$ ist für alle diese Substanzen, wie sich aus Messung der Absorption ergibt, sehr klein, von der Größenordnung 10^2 und weniger. Wenn man annimmt, daß $\frac{e}{m}$ da von der Größenordnung des negativen Elektrons ist, so ergibt sich ein sehr kleiner Wert ($< \cdot 10^{-3}$) von p. Auch für die ultravioletten Absorptionsstreifen der organischen Substanzen in Lösungen und als Dampf, sowie für die Phosphoreszenzbanden scheint bisweilen dasselbe zu gelten; die Zahl der im Absorptionsstreifen schwingenden Teile ist in einzelnen Fällen jedenfalls weniger als 0,001 der gelösten Teile. Doch ist das von uns gesammelte Material zu gering, um Schlüsse daraus ziehen zu können.

In vielen Fällen ist die direkte Beobachtung des Zeeman-Phänomens schwierig; doch läßt sich dann aus der magnetischen Drehung der Polarisationsebene der Wert von $\frac{e}{m}$ nach dem Vorgang von J. J. Hallo, Geest, J. Becquerel bestimmen. Die Formeln für scharfe Absorptionsstreifen und für Absorptionslinien sind von W. Voigt[1]) entwickelt. Für die breiteren Absorptionsstreifen in festen und flüssigen Körpern, deren Maximum weniger scharf ist, sind die Drehungen, die von diesen Streifen herrühren, entsprechend der geringeren Zahl schwingender Systeme allerdings sehr schwach und unsicher zu messen.

1) W. Voigt, Magneto- und Elektrooptik. Leipzig 1908, S. 125 ff.

Wenn in festen, flüssigen oder gasförmigen Körpern ein ausgedehntes Gebiet selektiver Eigenabsorption vorliegt, erübrigt sich eine besondere Messung von $\frac{e}{m}$, weil dann der Wert von $p\frac{e}{m}$, ein kleinzahliges Vielfache oder kleinzahliger Teil (1 ... 6) von $\frac{e}{m}$ ist, und das $\frac{e}{m}$ von Ionen mindestens 1000 mal kleiner ist. Ein Zweifel ist da kaum möglich.

Eine genaue Bestimmung von $\frac{e}{m}$ aus magnetooptischen Erscheinungen ist, wie a. a. O.[1]) dargelegt, unnötig; denn sie ist nur der Größenordnung nach, nicht aber exakt für $p\frac{e}{m}$ der Dispersionstheorien verwertbar. $\frac{e}{m}$ der Dispersionstheorie wird für Temperaturen über 0^0 abs. kleiner als $\frac{e}{m}$ für langsame Kathodenstrahlen und nähert sich vielleicht dem Wert $^1/_3\,\frac{e}{m}$ für sehr hohe Temperaturen.

Hier sei nur ein Beispiel einer Berechnung von $p\frac{e}{m}$ nach den vorhergehenden Formeln und nach gemeinsamen Beobachtungen von Hrn. K. Küpferer und dem Verf. gegeben. Indigodampf ($C_{16}H_{10}O_2N_2$) hat sein Absorptionsmaximum bei $\lambda = 546\ \mu\mu$; $\varkappa'$ ist dort gemessen $= 1{,}76 \cdot 10^{-6}$ für $\lambda = 592$ ist $\varkappa' = 0{,}129 \cdot 10^{-6}$, daraus berechnet sich $g = 1{,}5 \cdot 10^{-7}$; für $\lambda = 563$ berechnet sich $g = 1{,}8 \cdot 10^{-7}$; für $\lambda = 554$ $g = 1{,}5 \cdot 10^{-7}$; im Mittel aus Messungen bei vielen Wellenlängen $g = 1{,}5 \cdot 10^{-7}$. Die Dichte wurde mit der Mikrowage zu 0,000001 52 (+ 1 Proz.) festgestellt; das Molekulargewicht ist 262. Daraus ergibt sich nach Formel (a) $p\frac{e}{m} = 0{,}29 \cdot 10^7$ bei 300^0.

Für Indigoblau als fester Körper, dessen Absorptionsmaximum verglichen mit dem des Dampfes nach Gelb verschoben ist, ergab sich nach noch nicht publizierten Messungen von Herrn Küpferer $p\frac{e}{m} = 0{,}28 \cdot 10^7$ bei 100^0, eine auffallende Übereinstimmung. Daraus geht wohl auch hervor, daß das Gesetz von Beer, solange man es auf die kontinuierliche selektive Eigenabsorption bezieht, in den weitesten Grenzen gültig ist. Wenn es nicht gilt, wie in einigen von E. v. Bahr untersuchten Fällen, so dürfte das darauf hinweisen, daß die betr. Absorptionsbanden nicht durch das Molekül der chemischen Verbindung bedingt sind (so z. B.

1) Ann. d. Phys. **32**, 845, 1910.

einige Kohlensäureabsorptionsbanden im Ultrarot). Dagegen sind die Dämpfungskonstanten der Schwingung verschieden, g' im festen Zustand $= 2{,}0 \cdot 10^{-5}$, im Dampf $0{,}24 \cdot 10^{-5}$. Die Dämpfung kann aber danach nicht durch Molekülstöße bedingt sein, sie müßte sonst mehr als 1000mal kleiner sein als im festen Zustand — sie ist auf innermolekulare kinetische Vorgänge zurückzuführen. Es ist nun wahrscheinlich, daß der gasförmige Zustand doch eine geringe Lockerung des innermolekularen Verbandes herbeiführt und damit die Dämpfung etwas schwächt. Die quasielastische Kraft dagegen, die das Elektron an den positiven Kern bindet, ist im Indigodampf schwächer, in andern Dämpfen stärker als im festen Zustand. Daß $\frac{e}{m}$ einem negativen Elektron entspricht, ist wohl unzweifelhaft. Ob dagegen $p = 1/6$ oder $1/4$ oder gar 1 gesetzt werden muß, kann, wie anderwärts dargelegt, nur durch weitere Annahmen und größeres Material, nicht durch magnetooptische Messungen entschieden werden.

Wie gering andererseits die Elektronenzahl in den schärferen Absorptionsstreifen ist, zeigt u. a. folgende von Herrn N. Burger mit Gitterspektrograph angestellte Messung an dem mittleren Absorptionsstreifen im Grün von einer Kaliumpermanganatlösung[1]) (Konzentration $= 0{,}000166$) bei 16^0. Für $\lambda_m = 524{,}5\ \mu\mu$ ist $\varkappa'_m = 1{,}59 \cdot 10^{-5}$[2]); für $\lambda = 521{,}0\ \mu\mu$, $\varkappa' = 1{,}00 \cdot 10^{-5}$, für $\lambda = 528$; $\varkappa' = 0{,}95 \cdot 10^{-5}$. Aus den ersten beiden Zahlen ergibt sich $g = 6{,}65 \cdot 10^{-7}$;

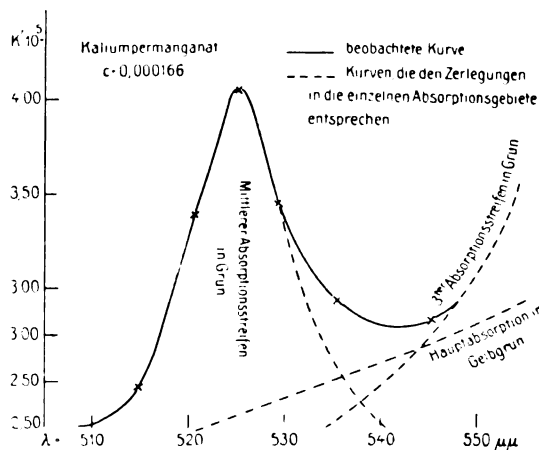


Fig. 1.

1) Die Absorptionsstreifen des Kaliumpermanganats im Grün gehören zu den intensivsten Streifen, die es gibt; sie bedingen die grüne metallische Oberflächenfarbe der Kristalle. Die meisten andern Absorptionsstreifen, z. B. in Didymverbindungen, in Chromverbindung etc., sind viel schwächer und daher ohne Wirkung auf das Reflexionsvermögen im festen Zustand, sie entsprechen einer viel geringeren Elektronenzahl.

2) Hierbei ist die sich darüberlagernde gleichmäßige Absorption im Grün abgezogen.

aus der ersten und letzten $g = 6{,}73 \cdot 10^{-7}$ aus den anderen Zahlen (vgl. Kurve) ebenfalls Werte für g zwischen 6 und $7 \cdot 10^{-7}$, woraus $p\,\frac{e}{m} = 7{,}4 \cdot 10^3$; also kommt auf etwa 500 Moleküle Kaliumpermanganat (bei dieser Konzentration) ein diese Absorption bewirkendes Elektron. Daß ein Elektron und kein Ion in Betracht kommt, wird durch die Untersuchungen von Du Bois und Elias (loc. cit.) wahrscheinlich gemacht, und ist hier außerdem dadurch gefordert, daß der Wert von $7{,}4 \cdot 10^3$ für ein in $KMnO_4$ enthaltenes Ion (geladenes Atom) viel zu groß ist; man müßte sonst annehmen, daß 20 Sauerstoffatome zusammen als ein System mit einer freien negativen Ladung (Quantum) schwingen, das ist aber ausgeschlossen. Hier spielen vermutlich chemische Vorgänge mit, von denen wir noch nichts wissen und über die man Hypothesen erst aufstellen könnte, wenn ein größeres Material vorläge.

Um in Lichtquellen spez. Flammen die Absorption leicht zu bestimmen, wurde folgendes Verfahren eingeschlagen. Hinter der Lichtquelle Fl wird ein Platinspiegel Sp angebracht. Dieser Spiegel wird mit einer Linse L auf den

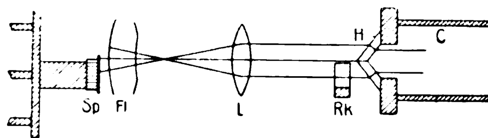


Fig. 2.

Spalt des Kollimators C eines Spektralapparates projiziert. Auf diesem Spalt ist eine Doppelplatte H nach Helmholtz angebracht, vor deren einer Hälfte ein geeichter Rauchglaskeil Rk verschoben wird. Dann hat man im Spektralapparat zwei ohne Trennungslinie aneinanderstoßende Felder, von denen das eine nur direktes Licht von der Flamme oder dem Geißlerschen Rohr, das andere direktes, sowie gespiegeltes und durch die Flamme hindurchgegangenes Licht erhält. Da das Reflexionsvermögen dieses Platinspiegels früher vom Verf. genau bestimmt worden war — es ist nur ganz wenig höher als das von E. Hagen und H. Rubens für einen Platinspiegel gemessene Reflexionsvermögen —, so läßt sich leicht exakt die Menge des absorbierten Lichtes messen[1]). Die Anordnung ist auch eine bequeme Demonstrationsmethode der Absorption einer Natriumflamme. Je nach der Lage der Natriumkar-

1) Die Inkonstanz von $\frac{E\lambda}{A\lambda}$, die R. Ladenburg (Verh. d. Dtsch. phys. Ges. **12**, 553, 1910) an Spektrallinien des Wasserstoffs fand, scheint uns auf Inhomogenität, sei es gröberer, sei es feinerer Art, zurückführbar. In einem ionisierten, im elektrischen Felde befindlichen Gas sind Teile mit sehr verschiedener Geschwindigkeit und Temperatur möglich.

bonatperle in der Flamme erscheint der Spiegel durch die Flamme gesehen viel heller oder fast gerade so hell wie die Flamme ohne Spiegel dahinter. Um die oben angegebene Rechnung von $p\frac{e}{m}$ durchzuführen, muß $\varkappa'$ im Maximum und an einer Stelle außerhalb des Maximums gemessen werden. Hierzu ist sehr starke Dispersion (Rowland-Gitter in der dritten Ordnung) und ziemlich breite Linien, wie sie in Flammen oder elektrischem Lichtbogen in Luft oder Wasserstoffröhre auftreten, erforderlich. Dagegen lassen sich an sehr homogenen Linien, z. B. Quecksilberlinien der Aronsschen Quecksilberlampe, derartige Messungen an zwei Stellen kaum ausführen.

Einige breitere Fraunhofersche Linien auf der Sonne gestatten eine angenäherte Berechnung der Zahl N der betr. absorbierenden Teile in der Sonnenatmosphäre, die nach einer vorläufigen Schätzung erstaunlich gering ausfiel. Allerdings ist hierzu notwendig anzunehmen, daß die Sonne aus einem nur emittierenden Kern und einem nur selektiv absorbierenden Mantel besteht, was jedenfalls nicht streng richtig ist. Die quantitativen bolometrischen Messungen von P. Langley konnte ich vorläufig nicht verwerten, da ich nicht übersehen kann, inwieweit namentlich in den Maxima der Verlauf der Kurven durch die Dispersion des Apparats oder durch die Absorption bedingt ist.

In Ergänzung zu einer früheren Mitteilung[1]) sei folgendes bemerkt. Weitere Versuche haben unsere Annahme bestätigt, daß die kontinuierliche selektive Eigenabsorption über einen größeren Spektralbereich dem normalen Verhalten der Dämpfe und Gase bei gewöhnlicher Temperatur entspricht. Die scharfen Absorptionsstreifen (oder kontinuierlichen Banden) sind wohl auf Elektronen von Molekülen anderer Art zurückzuführen, die in geringer Zahl vorhanden, vielleicht durch ein chemisches Gleichgewicht bedingt sind. Die in Linien auflösbaren Banden scheinen mit chemischer Dissoziation verbunden, wie wir das schon hypothetisch geäußert haben; jedoch bedingt die chemische Dissoziation keineswegs immer ein Bandenspektrum im sichtbaren Gebiet. Ein quantitativer Zusammenhang zwischen chemischer Dissoziation und Intensität des Bandenspektrums, den wir vermuteten, hat sich dagegen nicht auffinden lassen, schon deshalb, weil wir für die letztere bis jetzt kein einheitliches Maß aufstellen konnten.

1) J. Koenigsberger u. K. Küpferer, diese Zeitschr. 11, 568, 1910.

Freiburg i. B., Mathem.-physik. Institut.

(Eingegangen 14. Dezember 1910.)

Über das Verhältnis von Emissions- und Absorptionsvermögen des leuchtenden Wasserstoffs.

Von Rudolf Ladenburg.

1. Bei Fortsetzung meiner Untersuchung[1]) über die Eigenschaften des leuchtenden absorbierenden Wasserstoffs beobachtete ich[2]) an den stark verbreiterten „Spektralstreifen" Umkehrungserscheinungen, aus denen ich schloß, daß innerhalb der untersuchten Streifen der Quotient E/A, Emissions- durch Absorptionsvermögen, nicht konstant sei. Herr Pflüger[3]) dagegen glaubte die beobachteten Erscheinungen auch bei konstantem E/A dadurch erklären zu können, daß das Spektrum meiner „Lichtquelle" — einer mit Wasserstoff höheren Drucks gefüllten Kapillare — an der Stelle der Wasserstoffstreifen diffuse Maxima besäße, so daß jene Erscheinungen mit der häufig beobachteten mehrfachen Umkehrung von Spektrallinien identisch seien; dieser Ansicht schließt sich nun auch Herr Konen[4]) in einer in dieser Zeitschrift erschienenen Notiz an und erläutert seinen Standpunkt durch einige allgemeine Berechnungen zur Darstellung der an Spektrallinien beobachteten Umkehrungserscheinungen.

Bereits in der ursprünglichen Abhandlung[2]) habe ich (auf S. 65) darauf hingewiesen, daß meine Lichtquelle Maxima, die zu einer derartigen Erklärung berechtigten, nicht besäße. In einer weiteren Untersuchung[5]), die gleichzeitig mit der des Herrn Konen erschien, habe ich dann auf photometrischem Wege meine ursprünglichen Schlüsse bezüglich der Variation von E/A quantitativ bestätigt und zugleich bewiesen, daß die Erklärung meiner Versuche durch Herrn Pflüger — und damit auch diejenige des Herrn Konen — nicht zutrifft. Es sei mir hier eine kurze Wiederholung der Resultate gestattet[6]):

2. Untersucht wurde die Emission und Absorption einer 250 mm langen Wasserstoffschicht A unter 1,7 mm Druck, die von einem Induktorium mit parallel geschalteten Leidener Flaschen erregt wurde (vgl. Fig. 1). In diesem

1) Verh. d. D. phys. Ges. 10, 550, 1908; diese Zeitschr. 10, 497, 787, 1909.
2) Verh. d. D. phys. Ges. 12, 54, 1910.
3) A. Pflüger, Verh. d. D. phys. Ges. 12, 208, 1910.
4) H. Konen, diese Zeitschr. 11, 663, 1910; s. a. Astrophys. J. 32, 249, 1910.
5) Verh. d. D. phys. Ges. 12, 553, 1910. Aus Mangel an einem geeigneten Gitter großer Dispersion und Lichtstärke habe ich diese Versuche mehrere Monate aufschieben müssen und sie schließlich nur dank der großen Liebenswürdigkeit des Herrn Geh. Rat Rubens ausführen können, der mir ein geeignetes Gitter zur Verfügung stellte.
6) Details der Versuchsanordnung u. der Messungen s. Verh. d. D. phys. G. 12, 556 ff., 1910.

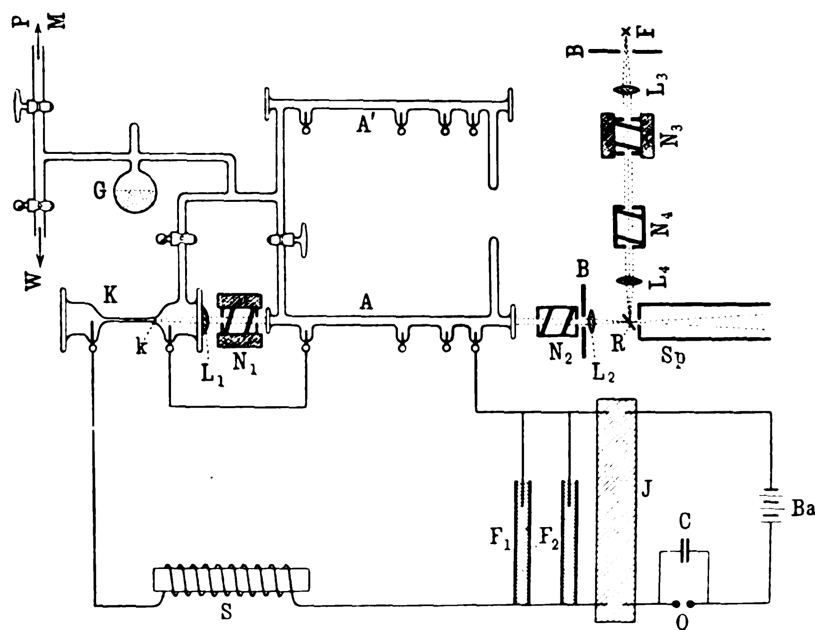


Fig. 1. *A* Absorptionsrohr, *A'* Ersatzrohr, *B* Blenden, *Ba* Batterie, *C* Kondensator, *F* Nernstfaden, F_1 F_2 Leidener Flaschen, *G* Trockengefäß, *J* Induktor, *K* Kapillare Lichtquelle, $L_1 \dots L_4$ Linsen, *M* Manometer, $N_1 \dots N_4$ Nicols, *P* Quecksilberpumpe, *Q* Quecksilberstrahlunterbrecher, *R* Planspiegel, *S* Selbstinduktionsspule, *Sp* Spektrometer, *W* Wasserstoff-Entwickelungsapparat.

Schwingungskreis befand sich außerdem statt einer Luftfunkenstrecke die zugleich als Lichtquelle dienende Quarzkapillare *K* von 66 mm Länge und 1,5 mm innerem Durchmesser, mit Wasserstoff von etwa 15 mm Quecksilberdruck gefüllt, die ich bereits bei früheren Versuchen[1]) benutzt habe. Das Entladungspotential der Leidener Flaschen betrug etwa 20000 Volt, die Kapazität der Leidener Flaschen[2]) 0,01 Mikrofarad, die Selbstinduktion des Schwingungskreises[2]) $1{,}5 \cdot 10^{-5}$ Henry.

Das von den Wasserstoffröhren ausgehende Licht wurde mit einem Rowlandschen Plangitter spektral zerlegt, unmittelbar unterhalb dieses Spektrums dasjenige eines Nernststiftes entworfen, und mittelst einer vertikalen Okularblende aus diesen Spektren möglichst schmale Bezirke, von 1—2 Å., ausgeblendet und gegeneinander photometriert. So ergaben sich für die Abhängigkeit der Helligkeit der Wasserstoffröhren von der Wellenlänge in der Umgebung der roten Wasserstofflinie im Vergleich zu der des Nernststiftes die in Fig. 3 (S. 7) enthaltenen Kurven; und zwar stellt Kurve III die Helligkeitsverteilung $(e(\lambda) = E_3(\lambda))$ des von der Kapillare allein[3]) ausgesandten Lichtes dar, Kurve II diejenige $(E(\lambda) = E_2(\lambda))$ der untersuchten Wasserstoffschicht bei abgeblendeter Kapillare und Kurve I die Helligkeitsverteilung $(E(\lambda) + e(\lambda)[1 - A(\lambda)] = E_1(\lambda))$, die man beobachtet, wenn das Licht der Kapillare die leuchtende Wasserstoffschicht durchsetzt. Im letzteren Fall erblickte man bei geöffnetem Okularspalt die in Fig. 2 dargestellte Erscheinung[1]).

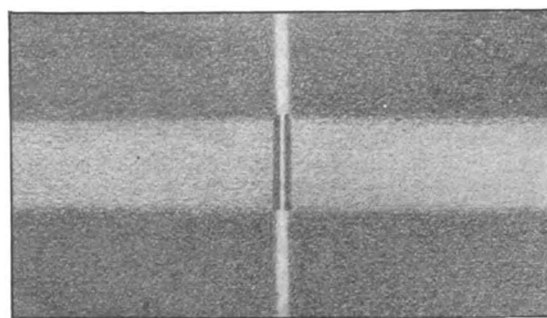


Fig. 2.

Was zunächst das Spektrum $E_3(\lambda)$ der „Lichtquelle" betrifft, so zeigt es das von den Herren Pflüger und Konen angenommene Maximum nicht, sondern ist für die vorliegende Untersuchung in der Tat als ein

1) Diese Zeitschr. **10**, 497, 1909.
2) Gemessen nach der Bjerknes-Drudeschen Resonanzmethode mit variablem Luftkondensator und Thermoelement, während statt der Kapillare eine Luftfunkenstrecke im Schwingungskreise lag.
3) Zur Konstanz der elektrischen Erregungsbedingungen befand dabei sich im Stromkreis die der stromlosen Röhre *A* äquivalente Röhre *A'*.

1) Die Figur ist nach einer Zeichnung angefertigt.

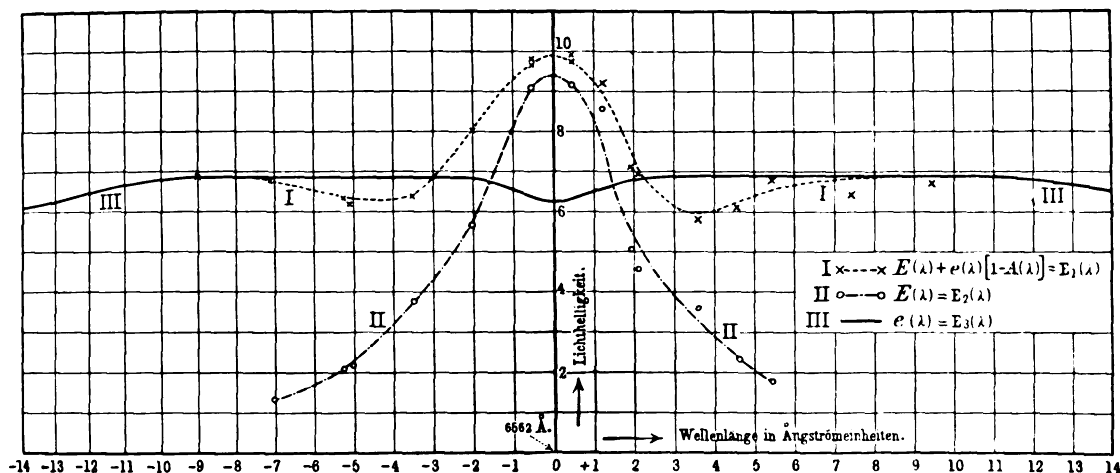


Fig. 3.

kontinuierliches Spektrum zu betrachten, — die schwache, etwa 2 Å. breite „Selbstumkehr" ist ohne Einfluß auf die Versuchsresultate.

Trotzdem weist die Kurve $E_1(\lambda)$ 2 Minima auf. Daraus folgt notwendig eine Variation des Quotienten $\frac{E(\lambda)}{A(\lambda)}$ innerhalb des untersuchten Spektralstreifens. Denn einerseits ist $E(\lambda)$ in Kurve $E_2(\lambda)$ gegeben, und andererseits berechnet sich $A(\lambda)$ entsprechend seiner Definition aus der Gleichung

$$A(\lambda)=\frac{E_2(\lambda)+E_3(\lambda)-E_1(\lambda)}{E_3(\lambda)}.$$

So ergeben sich die in Fig. 4 gezeichneten Kurven.

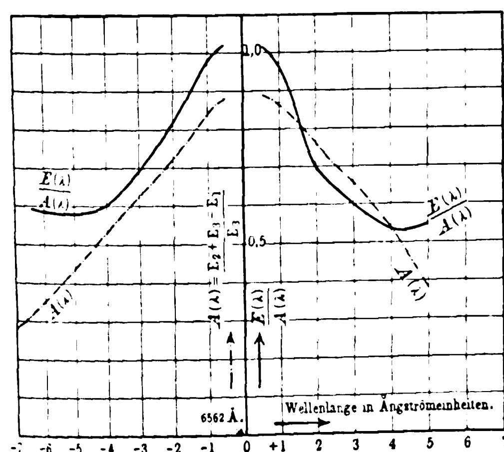


Fig. 4

Hierzu muß ich freilich bemerken, daß wegen der Schwierigkeit der Messung die Versuchsfehler der einzelnen Beobachtung etwa 10 Proz. betrugen[1]) und daß deshalb der Verlauf der Kurve $\frac{E(\lambda)}{A(\lambda)}$ im einzelnen nicht zu garantieren ist; eine Konstanz wie $\frac{E(\lambda)}{A(\lambda)}$ erscheint jedoch im untersuchten Falle mit den Versuchsergebnissen unvereinbar. Diese Messungen bestätigen also durchaus die früher aufgestellte Behauptung, daß unter den verwendeten Erregungsbedingungen der Quotient $\frac{E(\lambda)}{A(\lambda)}$ der homogen leuchtenden Wasserstoffschicht innerhalb des Spektralstreifens H_α variiert.

3. Aus der oben erhaltenen Absorptionskurve läßt sich offenbar ohne weiteres die in der Dispersionstheorie auftretende Dämpfungskonstante berechnen[2]). Im Falle eines isolierten schwachen Absorptionsstreifens ergibt sich nämlich für die Abhängigkeit des Extinktionskoeffizienten $n \cdot \varkappa$ von der Schwingungszahl ν die Gleichung[3])

$$n \cdot \varkappa = 2\pi\mathfrak{N}\frac{e^2}{m\,\nu_0}\frac{\nu'}{(4\mu^2+\nu'^2)},$$

in der $\mathfrak{N}$ die Zahl der „Dispersionselektronen", der Eigenfrequenz ν_0 pro Volumeneinheit, e ihre Ladung, m ihre Masse bezeichnet, ν' die „Dämpfungskonstante", definiert durch die Bewegungsgleichung des Elektrons

$$x'' + \nu' x' + \nu_0^2 x = \frac{e}{m} X,$$

1) Die einzelnen Punkte der reproduzierten Kurven sind Mittelwerte verschiedener Messungen.

2) Vgl. die kürzlich erschienenen höchst interessanten Bestimmungen der Dämpfung der Eigenschwingungen im Natriumdampf von L. Mandelstam (diese Zeitschr. 11, 752, 1910) und von G. v. Ubisch (diese Zeitschr. 11, 753, 1910).

3) Vgl. z. B. W. Voigt, Magneto- und Elektrooptik, Leipzig 1908, S. 103 ff.

und μ den Abstand der betreffenden Frequenz ν von ν_0; dabei ist μ so klein vorausgesetzt, daß

$$\nu_0^2 - \nu^2 = 2\nu_0\mu$$

gesetzt werden kann. Bezeichnet ferner I_0 die auf eine absorbierende Schicht der Länge l auffallende Intensität, so ist die hindurchdringende Intensität $I = I_0 e^{-kl}$,

und bei Vernachlässigung der Reflexion ist das Absorptionsvermögen der Schicht definiert durch die Gleichung

$$A = \frac{I_0 - I}{I_0} = 1 - e^{-kl};$$

hierin hängen k und $n \cdot \varkappa$ durch die Gleichung

$$k = 4\pi \frac{n \cdot \varkappa}{\lambda}$$

zusammen, in der λ die Wellenlänge des betreffenden Lichtes in der absorbierenden Substanz bedeutet. Bezeichnen wir mit B den Briggschen Logarithmus der Größe $\frac{1}{1 - A(\lambda)}$, so ergibt sich aus den Werten von B für 2 verschiedene Frequenzen μ_1 und μ_2

$$\nu'^2 = 4 \frac{\mu_1^2 B_1 - \mu_2^2 B_2}{B_2 - B_1}.$$

Aus den in den Fig. 2 und 3 reproduzierten Kurven folgt im Mittel[1])

$$\nu' = 2{,}5 \cdot 10^{12}.$$

Diese Zahl stimmt der Größenordnung nach mit den früher aus Dispersions- und Absorptionsversuchen berechneten überein; sie ist jedoch absolut genommen größer als der Wert, den ich im Falle des hier untersuchten niedrigen Drucks bei der früheren Berechnung[2]) des Quotienten E/A aus elektronentheoretischen Ansätzen auf Grund von Schätzungen aus der Dispersion und der Linienbreite benutzt hatte ($^1/_8 \cdot 10^{12}$). Infolgedessen liefert die mit diesem Wert durchgeführte Berechnung einen Verlauf von E/A, der dem früher für höheren Druck berechneten ähnlich, mit dem jetzt beobachteten nicht übereinstimmt (vgl. Fig. 6, Kurve I, l. c.). Jene Ansätze aber so abzuändern, daß eine bessere Übereinstimmung mit den Versuchsresultaten erzielt wird, scheint mir, wenn auch nicht undurchführbar, so doch verfrüht.

Man kann sich nämlich zur Erklärung der Versuchsresultate vorstellen, daß verschiedene Gattungen von Emissionszentren („Dispersionselektronen"[3])) an dem Aufbau der Spektralstreifen beteiligt sind[1]), obwohl dies in den beschriebenen Beobachtungen und den hier erhaltenen Kurven unmittelbar nicht zum Ausdruck gekommen ist[2]); andrerseits habe ich bei höheren Drucken bisweilen in den stark verbreiterten Spektralstreifen einen helleren Kern unterscheiden können[3]), so daß man an ein Zusammenfließen eines „kontinuierlichen Grundes" und einer „eigentlichen Spektrallinie" denken kann. Erkennt man jeder dieser beiden Emissionen einen von der Wellenlänge unabhängigen Wert von $\frac{E(\lambda)}{A(\lambda)}$ zu, dem kontinuierlichen Grunde jedoch einen kleineren als der „Spektrallinie", so könnte man wohl die beobachtete Variation von E/A durch Superposition der zwei verschiedenen Werte von E/A erklären[4]).

Wollte man schließlich versuchsweise die „Temperatur" des untersuchten leuchtenden Wasserstoffs durch die Temperatur desjenigen schwarzen Körpers definieren, dessen Emissionsvermögen $e(\lambda)$ gleich dem Quotienten $\frac{E(\lambda)}{A(\lambda)}$ des Wasserstoffs für dieselbe Wellenlänge λ ist — unbekümmert darum, daß natürlich von einem thermodynamischen Gleichgewichtszustand des untersuchten Wasserstoffs nicht die Rede sein kann —, so erhielte man jedenfalls bereits für die verschiedenen Wellenlängen des **einen** Emissionsstreifens H_α verschiedene „Temperaturen".

4. Die interessanten Berechnungen, die Herr Konen (l. c.) gelegentlich der Kritik meiner Versuche angestellt hat, verlieren durch die hier angestellten Betrachtungen natürlich nichts von ihrer Bedeutung an sich; für meine Versuche kommt freilich höchstens der relativ einfache Fall (§ 4) in Anwendung, daß bei konstantem E/A und einer „einfachen" Spektrallinie gegen ein kontinuierliches Spektrum nur eine einfache Umkehrung möglich ist; denn die beschriebenen Messungen haben ergeben, daß die benutzte Lichtquelle praktisch ein kontinuierliches Spektrum

1) Die aus verschiedenen zusammengehörigen Wertepaaren nach obiger Gleichung berechneten Werte von ν' stimmen untereinander befriedigend überein.

2) Verh. d. D. phys. Ges. **12**, 79 (Fig. 6), 1910.

3) Die von Michelson (Phil. Mag. [5] **24**, 463, 1887) entdeckte Duplizität der roten Wasserstofflinie (Abstand der Komponenten 0,14 Å.) könnte eventuell eine Unsymmetrie des Quotienten E/A bezüglich des Schwerpunktes des Spektralstreifens, aber niemals die beobachtete Variation von E/A hervorrufen.

1) Vgl. meinen Hinweis, Verh. d. D. phys. Ges. **12**, 564, 1910. Der untersuchte Spektralstreifen wäre dann also nicht als eine „einfache Linie" zu bezeichnen, vgl. H. Konen, l. c., S. 664.

2) Die wechselnde Größe der Stromstärke der den Wasserstoff erregenden Schwingungen als Ursache für die Variation von E/A anzunehmen, scheint mir nicht möglich (vgl. Verh. d. D. phys. Ges. **12**, 564, Anm. 1, 1910).

3) Eine derartige Intensitätsverteilung wäre übrigens auch bei **einem** homogenen Spektralstreifen, d. h. nur einer Gattung von Emissionszentren, aber variablem E/A erklärbar.

4) Bei hohen Drucken, bei denen in der Mitte des Spektralstreifens ein kleiner Wert von E/A, an den Rändern ein großer Wert dieses Quotienten aus den Beobachtungen erschlossen wurde (vgl. Verh. d. D. phys. Ges. **12**, 64 u. f.), müßte dann der kontinuierliche Grund einen großen Wert von E/A besitzen, die „Spektrallinie" einen kleinen, — was freilich höchst unwahrscheinlich ist.

emittiert. Die beobachtete doppelte Umkehr wäre dann auch nach den Berechnungen des Herrn Konen ein Beweis für die Inkonstanz von $\frac{E(\lambda)}{A(\lambda)}$ im Bereiche des untersuchten Spektralstreifens.

Breslau, Physikalisches Institut der Universität, November 1910.

(Eingegangen 6. Dezember 1910.)

Astrophysikalische Bemerkungen im Anschluß an Versuche über Absorption und anomale Dispersion in leuchtendem Wasserstoff.

Von Rudolf Ladenburg.

1. Bei der Messung des Absorptionsvermögens leuchtender Wasserstoffschichten[1]) zeigte sich, daß die Absorption an den Wasserstofflinien H_α, H_β und H_γ mit abnehmender Wellenlänge kleiner wird, wenn als „Lichtquelle" eine der absorbierenden Wasserstoffschicht gleiche verwendet wird. Dies ist eine Bestätigung der Erklärung, die Wood[2]) für die verschiedene Farbe verschieden langer Wasserstoffschichten gegeben hat. Vergleicht man an derartigen Wasserstoffschichten quantitativ die Helligkeit entsprechender Wasserstofflinien, so findet man bei gleicher Helligkeit der Linien H_α, daß die blaugrüne Linie H_β der langen Wasserstoffschicht die der kurzen überwiegt, und unter geeigneten Bedingungen erscheint, wenn H_β in beiden Spektren gleich hell ist, H_α der kurzen und H_γ der langen Wasserstoffschicht heller als die entsprechende Linie der andern Schicht. Diese Resultate erinnern an diejenigen, die Campbell[3]) beim Vergleich der Helligkeit des Wasserstoffspektrums des Orionnebels mit dem einer Geißlerröhre erhielt: war H_β in beiden Spektren gleich hell, so erschien H_γ im Nebel heller als in der Geißlerröhre, und H_α der Röhre war sichtbar, H_α des Nebels nicht. Campbell bestätigt hierdurch seine früheren Versuche über die Spektren verschiedener Stellen desselben Nebels, aus denen er geschlossen hatte, daß die Intensitäten der Spektrallinien der verschiedenen Spektren in wesentlich verschiedenen Verhältnissen zueinander stünden. Hieraus aber nun weitere Konsequenzen über die Temperaturverhältnisse der an den Spektren beteiligten Gase zu ziehen, scheint — selbst wenn man annähme, daß es sich hier um Temperaturstrahlung handelte — wegen der verschiedenen Größe der Absorption für die verschiedenen Wasserstofflinien jedenfalls nicht einwandfrei, solange nicht die betreffenden Gasschichten für alle in Betracht kommenden Linien „unendlich dick" sind, d. h. solange sie nicht für die betreffenden Spektrallinien als „vollkommen schwarz" angesehen werden dürfen[1]). Da diese Bedingung für die von Campbell benutze Geißlerröhre sicher nicht der Fall war, so folgt aus diesen Versuchen nichts über das Verhältnis der Temperatur des Nebels zu der des Rohres. Auf Grund der nun bekannten Bedingungen der Absorption des leuchtenden Wasserstoffs ließen sich aber wohl unschwer Wasserstoffschichten im Laboratorium herstellen, die wenigstens bez. der sichtbaren Wasserstofflinien als „vollkommen schwarz" anzusehen wären, und bei den Nebelspektren wird man es wohl meist mit genügend großen Schichten zu tun haben, so daß sie als „schwarz" betrachtet werden können.

2. Die bei der Umkehr verbreiterter Wasserstofflinien von mir beobachteten Erscheinungen[2]), (vgl. speziell die Fig. 2 meiner vorhergehenden Abhandlung: Über das Verhältnis von Emissions- und Absorptionsvermögen des leuchtenden Wasserstoffs) zeigen dieselbe Struktur, die man in einigen stark verbreiterten Fraunhoferschen Linien der Sonne wahrgenommen hat. Besonders in den breiten, dunklen „Kalziumstreifen", den Fraunhoferschen Linien H und K, sowie in den Absorptionslinien des Wasserstoffs (C, F etc.) sieht man meist eine helle Linie, die ihrerseits bei genügender Dispersion durch eine feine schwarze Linie in zwei Teile geteilt ist[3]). Hale und Deslandres, die mit den einzelnen Teilen dieser Linien spektroheliographische Aufnahmen gemacht haben, erklären diese Erscheinungen meist durch die Wirkung verschieden dichter und verschieden heißer, übereinandergelagerter Schichten des betreffenden Gases. Trotz der auf diesen Schlüssen basierenden großartigen Fortschritten unserer Kenntnis von der Konstitution der Sonne ist nach meiner Ansicht bei solchen Konsequenzen in Betracht zu ziehen, daß man

1) R. Ladenburg, Verh. d. D. Phys. Ges., **10**, 550, 1908.
2) R. W. Wood, diese Zeitschr. **7**, 926, 1906.
3) W. W. Campbell, Astrophys. J. **9**, 249, 1899, vgl. hierzu H. Kayser, Handb. d. Spektr. **2**, 332, 1902.

1) Dies ist, soweit mir bekannt, bisher nicht berücksicht worden, da die Absorption des leuchtenden Wasserstoffs nicht näher untersucht war (vergl. speziell die in Anm. 3 der vorherg. Sp. zitierten Arbeiten).
2) Verh. d. D. phys. Ges. **12**, 54, 549, 1910; diese Zeitschr. **12**, 5, 1911.
3) Bezüglich der zahlreichen Literatur hierüber vgl. E. Pringsheim, Physik der Sonne, 1910, S. 346 u. f., besonders Fig. 192—196, ferner die neuesten Arbeiten von H. Deslandres und L. d'Azambuja, C. R. **148**, 1011, 1235; **149**, 119, 513, 1909; G. E. Hale, C. R. **148**, 1025, 1909 u. W. H. Julius, diese Zeitschr. **11**, 56, 1910.

die betreffenden Erscheinungen, wie meine Versuche zeigen, auch bei vollkommen gleichmäßig geschichtetem und gleichmäßig erregtem Wasserstoff beobachten kann, falls die „Lichtquelle", deren Licht das leuchtende Gas durchsetzt, die geeignete Helligkeit besitzt. Vielleicht ist eine derartige Erklärung auch für das Zustandekommen jener Inhomogenitäten einiger Fraunhoferschen Linien dort von Nutzen, wo die übliche Erklärung aus andern Gründen versagt.

3. Meine dritte Bemerkung betrifft die anomale Dispersion des leuchtenden Wasserstoffs in der Umgebung seiner Emissionslinien, die bekanntlich von Julius zur Erklärung einer Reihe spektroskopischer Erscheinungen auf der Sonne angenommen worden ist[1]), speziell die verschiedene Größe der anomalen Dispersion an den verschiedenen Wasserstofflinien, die Herr Julius voraussetzt[2]).

Bei Auffindung der anomalen Dispersion an der roten Wasserstofflinie wiesen Herr St. Loria und ich[3]) darauf hin, daß wir dieselbe Erscheinung an der blaugrünen Linie H_β nicht erkennen konnten, und schlossen hieraus und aus Absorptionsversuchen, daß die anomale Dispersion an H_β bedeutend kleiner als an H_α sein müsse. Ebenso konnte ich[4]) zwar die anomale magnetische Drehung der Polarisationsebene (Macaluso-Corbinoeffekt) in der Nähe von H_α mit Sicherheit nachweisen, an H_β gelang mir jedoch dieser Nachweis nicht. Bei geeigneten Erregungsbedingungen des Wasserstoffs war es möglich, diesen Effekt an H_α relativ genau quantitativ zu verfolgen und aus dem Mißerfolg an H_β zu berechnen, daß dieser Effekt an H_β viel kleiner als an H_α sein müsse. Dadurch wurde es wahrscheinlich gemacht, daß die aus jenem Effekt nach der gewöhnlichen Dispersionstheorie zu berechnende Zahl $\mathfrak{N}$ der „Dispersionselektronen" an H_α merklich größer als an H_β sein müsse, — soweit negative Resultate Schlüsse zulassen.

1) Zusammenfassend dargestellt z. B. von Julius, diese Zeitschr. 11, 56, 1910 oder in dem oben zitierten Buch von Pringsheim, S. 270 ff.

2) W. H. Julius, Proc. R. Ac. Amst. XI, 253, 1908 u. a. O.; vgl. hierzu Anm. 3.

3) R. Ladenburg u. St. Loria, diese Zeitschr. 9, 875, 1908. Wenn wir am Schluß in einer Fußnote bemerkten, daß die Juliussche Sonnentheorie für die an den verschiedenen Wasserstofflinien stattfindende anomale Dispersion die gleiche Größe voraussetzt, so möchte ich, einer brieflichen Mitteilung des Herrn Professor Julius entnehmend, hervorheben, daß Herr Julius eine derartige Ansicht niemals geäußert hat und daß dieselbe auf einer irrtümlichen Auffassung unsererseits beruht. Im Gegenteil hat Herr Julius in Fig. 3 der in Anm. 2 zitierten Abhandlung die von ihm angenommene verschiedene Größe der anomalen Dispersion von $H\alpha$ und $H\delta$ graphisch dargestellt.

4) Diese Zeitschr. 10, 497, 1909; Jahresber. d. Schles. Ges. f. vaterl. Kultur, Naturw. S., 1909, S. 112 ff.

Dieser Schluß scheint mir aber durch die folgenden quantitativen Untersuchungen über die anomale Dispersion des Wasserstoffs sichergestellt.

Theoretisch hat übrigens Cl. Schaefer[1]) aus seiner „Dispersionstheorie der Serienspektren"[2]) allgemein eine Abnahme jener experimentell bestimmbaren Größe $\mathfrak{N}$ mit abnehmender Wellenlänge für die zu einer Serie gehörenden Linien gefolgert und hat dabei dieser Größe $\mathfrak{N}$ eine etwas andere Bedeutung als in der gewöhnlichen Dispersionstheorie zugesprochen.

Fig. 1.

K Quarzkapillare, $A_1 A_2$ Absorptionsrohre, $P_1 P_2$ Jaminsche Spiegel, $L_1 L_2$ Linsen, Sp Spektralapparat, $V_1 V_2$ halbdurchlässig versilberte Flächen.

Als Untersuchungsmethode bei meinen Dispersionsversuchen diente wieder die zuerst von Puccianti[3]) angegebene Methode der „horizontalen Interferenzstreifen". Die Versuchsanordnung (vgl. Fig. 1) unterschied sich von der früher benutzten nur dadurch, daß sich statt eines Rohres zwei miteinander und mit dem Wasserstoffapparat, Pumpe usw. verblasene Rohre im Strahlengang befanden, so daß jeder der beiden Strahlen zwischen den Jaminschen Spiegeln je ein Rohr durchsetzte. Zugleich war je eine Hälfte der Vorderseite jedes der Jaminschen Spiegel (V_1 von P_1 und V_2 von P_2, vgl. Fig. 1) halbdurchlässig versilbert; dadurch beträgt, von andern kleinen Vorteilen ab-

1) Cl. Schaefer, Ann. d. Phys. (4) 32, 883, 1910.

2) Cl. Schaefer, Ann. d. Phys. (4) 28, 421; 29, 715, 1909.

3) L. Puccianti, Il Nuovo Cimento 2, 257, 1901.

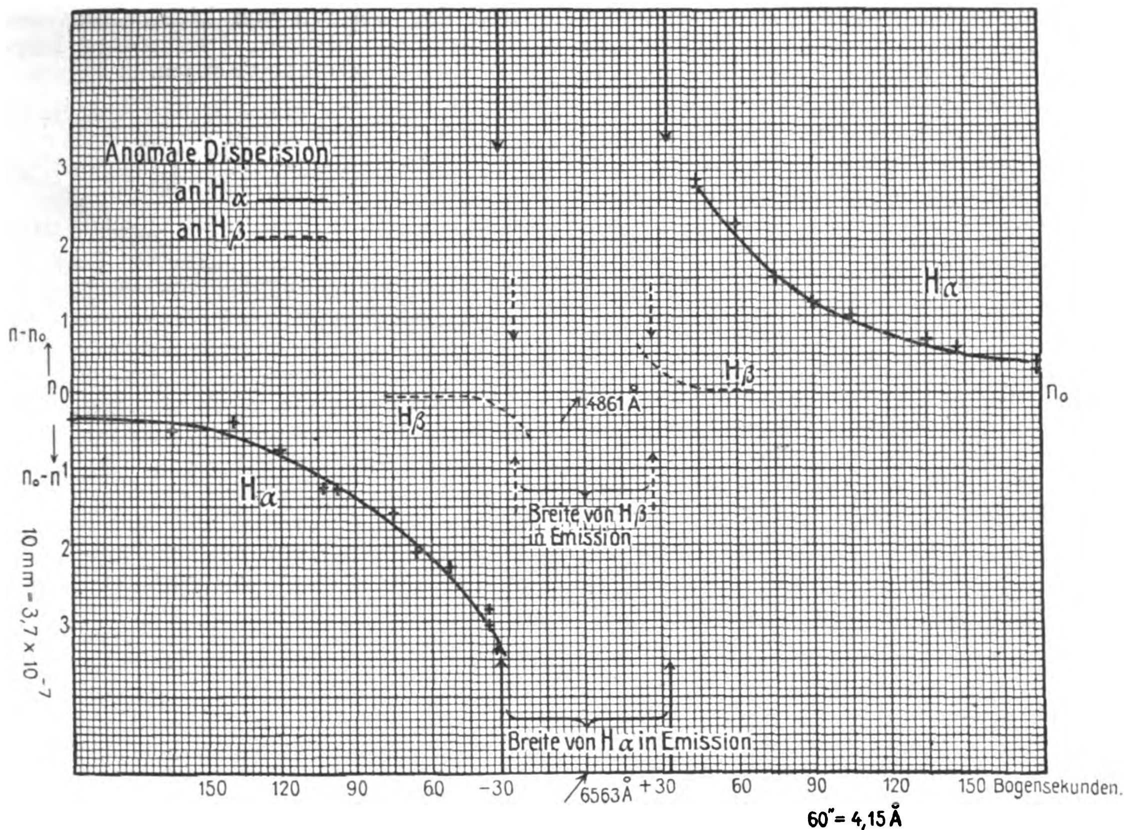


Fig. 2.

gesehen, die Intensität des den 2. Spiegel verlassenden Lichtes etwa viermal soviel als ohne Versilberung. So konnte ich mit großer Dispersion (Rowlandsches Plangitter, das mir Herr Geh.-Rat Rubens liebenswürdigerweise zur Benutzung überlassen hat) und engem Spalt arbeiten. Die Erregungsbedingungen des Wasserstoffs waren gegen die früheren Dispersionsversuche wesentlich verändert, da ich die in der vorherhergehenden Abhandlung (S. 6) erwähnte Quarzkapillare benutzte und dadurch sehr hohe Stromamplituden erzielen konnte. Beobachtet wurde wie früher die Ablenkung, die die horizontalen Interferenzstreifen in der Nachbarschaft der Absorptionslinien erfuhren. Diese Ablenkungen konnten mittels Okularmikrometer gemessen, die zugehörigen Wellenlängen in Bogensekunden am Spektrometerteilkreis abgelesen werden[1]). Die obige Fig. 2 enthält die graphische Darstellung einer Dispersionsmessung, wobei die an H_α und H_β unter gleichen Bedingungen erhaltenen Resultate der Übersichtlichkeit wegen auf denselben Koordinatenanfangspunkt bezogen sind.

Da die sichtbaren Wasserstofflinien weit voneinander entfernt liegen, läßt sich die in der unmittelbaren Umgebung einer dieser Linien stattfindende anomale Dispersion bekanntlich sehr einfach[1]) darstellen durch die Gleichung

$$n - n_0 = \frac{D}{\lambda - \lambda_0}, \text{ wobei}$$

$$D = \mathfrak{N} \cdot \frac{e^2}{m} \cdot \frac{\lambda_0^3}{4\pi^2 c n_0};$$

hier bedeutet n den beobachteten Brechungsquotienten, n_0 denjenigen, der in dem betrachteten Bereich um die Wellenlänge λ_0 herrschen würde, wenn die entsprechende Elektronengattung nicht vorhanden wäre; e und m die Ladung und Masse dieser Elektronen und $\mathfrak{N}$ die Zahl der Elektronen der Gattung λ_0 in der Volumeneinheit. Die Änderung des Brechungsexponenten ist durch die Verschiebung der

1) Einzelheiten dieser Messungen werden zusammen mit Einzelheiten über die Untersuchung der Magnetorotation demnächst an andrer Stelle veröffentlicht werden.

1) Vgl. z. B. W. Voigt, Magneto- und Elektrooptik, 1908, S. 112; auch für die anomale Dispersion des leuchtenden Wasserstoffs kann man die Dämpfung in erste Annäherung vernachlässigen.

Interferenzstreifen gegeben, so daß das Produkt P aus Streifenverschiebung und Wellenlängenabstand vom Schwerpunkt der Spektrallinie ein Maß für die Größe D ist.

Es zeigte sich nun (vgl. Fig. 2), daß diese Größe P bei H_β nur etwa $^1/_{10}$ des bei H_α gefundenen Wertes ist. Da aber die anomale Dispersion bereits bei H_α sehr klein ist — etwa entsprechend einer Änderung des Brechungsexponenten um 5 Einheiten der 7. Dezimale im Abstand von 5 Å-Einheiten vom Schwerpunkte der Linie —, so konnte die Größe P bei H nur angenähert gemessen werden.

Die bei veränderten Erregungsbedingungen beobachtbaren Änderungen der anomalen Dispersion scheinen bei H_α und bei H_β ganz parallel zu gehen, so daß bis jetzt wenigstens eine außerhalb der Beobachtungsfehler liegende Variation von $\frac{P_{H\alpha}}{P_{H\beta}}$ nicht beobachtet wurde. Berücksichtigt man, daß D der dritten Potenz von λ_0 proportional ist, so erhält man für die sogenannte Zahl der Dispersionselektronen bei H_β im Verhältnis zu H_α etwa den Wert $^1/_4$; bei H_γ scheint nun nach meinen bisherigen Versuchen die anomale Dispersion jedenfalls wieder kleiner als bei H_β zu sein, so daß wir aus diesen Versuchen schließen, daß unter den benutzten Erregungsbedingungen an den Linien der 2. Nebenserie des Wasserstoffs jene experimentell bestimmbare Größe $\mathfrak{N}$ mit wachsender Ordnungszahl für die einzelnen Glieder der Serie abnimmt[1]).

Ob dies auch unter den Leuchtbedingungen des Wasserstoffs auf der Sonne der Fall ist, darüber können irdische Versuche wenig aussagen; jedoch legalisieren die beschriebenen Versuche die erwähnte Annahme von Julius, daß die anomale Dispersion an den Linien der Wasserstoffserie H_α, H_β ... verschieden große Werte besitzt.

1) Vor mehreren Jahren hat R. W. Wood bei seinen bekannten Versuchen (Phil. Mag. (6) **8**, 293, 1904) über die anomale Dispersion in nichtleuchtendem Natriumdampf beobachtet, daß die Größe dieser anomalen Dispersion an der Linie 5890 diejenige an den folgenden Linien der Hauptserie (3303 u. 2852) weit überwiegt. In einer kürzlich in den Proc. Roy. Soc. erschienenen Arbeit (Proc. Roy. Soc. (A) **84**, 209, 1910) erhält ferner Bevan durch quantitative Messungen an den Linien der Hauptserie des Kaliums eine noch viel raschere Abnahme der Größe D, als ich sie am Wasserstoff beobachtet. Bevan konnte diese Größe bis zur 4. Linie messen und die Erscheinung an weiteren 3 Linien beobachten.

Breslau, Physikalisches Institut der Universität, November 1910.

(Eingegangen 6. Dezember 1910.)

Zahl der Zentren von Lichtemission und Intensitätsverhältnis verschiedener Interferenzordnungen.

Bemerkung zu einer Arbeit von Herrn Stark[1]).

Von Peter Paul Koch.

Unter der an der Spitze stehenden Überschrift hat Stark eine Reihe von Resultaten veröffentlicht, die er bei Beobachtungen an einem Beugungsgitter gefunden hat, und die, falls sie sich bewahrheiten sollten, geeignet wären, unsere derzeitigen Anschauungen von den Grundlagen der Optik umzustürzen. Im folgenden soll jedoch gezeigt werden, daß die genannten Resultate mit einiger Wahrscheinlichkeit nicht bedingt sind durch die Eigenschaften des benutzten Gitters und der damit untersuchten Strahlung, sondern durch das von Stark angewandte photographisch-photometrische Meßverfahren.

Es handelt sich bei den Messungen Starks darum, für zwei Lichtquellen sehr verschiedener Intensität, den Lichtbogen (Intensität 10^5) und den Glimmstrom (Intensität 1) durch Quecksilberdampf, die Art festzustellen, wie sich die auf ein Beugungsgitter auffallende Energie bestimmter Spektrallinien auf die Spektren verschiedener Ordnung verteilt. Bezeichnet man die Intensität dieser Spektren verschiedener Ordnung für den Fall der Beleuchtung des Gitters mit Licht vom Bogen mit J_{bk}; $k = 1, 2, 3 \ldots$, entsprechend für den Fall der Beleuchtung mit Licht vom Glimmstrom mit J_{gk}; $k = 1, 2, 3 \ldots$, so kommt es an auf die Messung der Verhältnisse:

$$V_k = \frac{J_{bk}}{J_{gk}}; \quad k = 1, 2, 3 \ldots$$

Stark findet dabei das am Beginn dieser Notiz in bezug auf seine grundlegende Wichtigkeit charakterisierte Resultat, daß V_k für wachsende k von $k = 1$ bis $k = 14$ ganz beträchtlich zunimmt und zwar im stärksten Fall um rund 70 Proz.

Die Meßmethode Starks ist, wie bemerkt, eine photographisch-photometrische. Sie beruht darin, daß er die Lichtbogen- und die Glimmstromspektren durch geeignete Wahl der Expositionszeiten derart auf eine photographische Trockenplatte exponiert, daß beide Arten von Spektralaufnahmen, Ordnung für Ordnung genommen, nach der Entwicklung ungefähr die gleiche Schwärzung besitzen. Die Berechnung des gesuchten Intensitätsverhältnisses erfolgt dann mit Hilfe der aus einer kleinen Erweiterung

1) Sitzungsber. d. k. Akadem. d. Wissensch. in Wien **119**, 779, 1910.

des Schwarzschildschen Gesetzes[1]) folgenden Gleichungen:

$$V_k = \frac{J_{bk}}{J_{gk}} = \left(\frac{t_g}{t_b}\right)^{\frac{n}{m}} \cdot \left(1 + \frac{S_{bk} - S_{gk}}{m}\right); k = 1, 2 \ldots$$

Dabei sind die t und t_b die Expositionszeiten, die nötig waren, um die resp. Schwärzungen S_{bk} und S_{gk} für Bogen und Glimmstrom hervorzurufen. n und m sind „Plattenkonstanten".

Gegen die Benutzung dieser Gleichung und zwar speziell gegen das durch keinerlei mitgeteilte Beobachtungsdaten berechtigte Konstantsetzen von $\frac{n}{m}$ über den ganzen in Betracht kommenden Schwärzungsbereich hin besteht nun meiner Ansicht nach ein schwerwiegendes Bedenken.

Denn eine einfache Überschlagsrechnung zeigt zunächst, wie gering die Änderung von $\frac{n}{m}$ mit der Schwärzung nur zu sein braucht, um eine enorme Änderung im berechneten Werte von

$$\frac{J_{bk}}{J_{gk}} = V_k$$

hervorzubringen, eben weil $\frac{t_g}{t_b}$ von der Größenordnung 10^5 ist. Es genügt eine Änderung von $\frac{n}{m}$, von rund 0,95 mit 1,00 d. h. von 5—6 Proz. um V_k um rund 100 Proz. zu ändern, das ist ein Betrag, der mehr als hinreicht, um die von Stark gefundene Änderung von V_k mit der Ordnung der Gitterspektren, die sich ja gerade durch ihre sehr verschiedenen Schwärzungen voneinander unterscheiden, zu erklären. Damit vollends die beanspruchte Genauigkeit von 10 Proz. für V_k garantiert werden könnte, müßte erst der Nachweis erbracht werden, daß $\frac{n}{m}$ sich im ganzen Schwärzungsbereich um nicht mehr als um rund 0,8 Proz. geändert hätte.

Sehen wir demgegenüber zu, was über das Verhalten von $\frac{n}{m}$ experimentell festgestellt worden ist. Soweit dem Verfasser bekannt, ist in der Literatur nirgends ein Anhalt dafür zu finden, daß $\frac{n}{m}$ auch nur in einem Spezialfall über die von Stark benutzten Schwärzungsgebiete hin bis auf 0,8 Proz. von der Schwärzung unabhängig gefunden worden wäre. Sogar die erwähnten Arbeiten von Schwarzschild[1]) lassen die Möglichkeit einer Inkonstanz von $\frac{n}{m}$ in dem zur natürlichen Erklärung von Starks Beobachtungen notwendigen Betrag durchaus zu und alle anderen neueren Veröffentlichungen, die zugunsten einer in Spezialfällen gefundenen Konstanz herangezogen werden könnten, sind mit recht großen Fehlergrenzen behaftet. Beispielsweise gibt Leimbach[2]), der die Gültigkeit des Schwarzschildschen Gesetzes neuerdings bestätigt fand, seine Meßfehler mit 5 bis 10 Proz. an.

1) Astrophys. Journ. **11**, 89, 1900. Beiträge zur photographischen Photometrie der Gestirne. Wien 1900.

Demgegenüber häufen sich in der letzten Zeit mit der Steigerung der Meßgenauigkeit die Hinweise auf die experimentelle Feststellung systematischer Veränderlichkeit von $\frac{n}{m}$ mit der Schwärzung.

So fand Parkhurst[3]) bei seinen Versuchen mit käuflichen Trockenplatten, daß $\frac{n}{m}$ mit wachsender Schwärzung ganz beträchtlich und zwar bis zu 30 Proz. zunahm innerhalb von Schwärzungsgebieten, die bei photographisch-photometrischen Anwendungen leicht in Betracht kommen. Bemerkungen über Inkonstanz von $\frac{n}{m}$ findet man weiter bei Ives[4]) und schließlich beim Verfasser, der seinerzeit in einer Reihe nicht veröffentlicher Versuche, auf die er jedoch kurz hingewiesen hat[5]), eine systematische Abhängigkeit von $\frac{n}{m}$ von der Schwärzung im selben Sinn und von derselben Größenordnung wie bei Parkhurst feststellte.

Es scheint dabei von besonderem Interesse, daß eine Veränderlichkeit von $\frac{n}{m}$ mit der Schwärzung gerade in diesem Sinn und obendrein von bedeutend geringerem Betrag, als sie bei den verschiedensten käuflichen Plattensorten eher die Regel zu sein scheint, erforderlich wäre, um die von Stark erhaltenen Werte von V_k für die Spektren höherer Ordnung und somit geringerer Schwärzung mit den entsprechenden Werten für die Spektren niederer Ordnung in Einklang zu bringen.

Leider sind die Zahlenangaben Starks nicht so ausführlich mitgeteilt, daß sie zu einer diesbezüglichen Diskussion seiner Resultate herangezogen werden könnten. Es hat deswegen

1) Beiträge. Wien.
2) Zeitschr. f. wissensch. Photogr. **7**, 157, 1909.
3) Astrophys. Journ. **30**, 33, 1909.
4) Astrophys. Journ. **31**, 157, 1910.
5) Ann. d. Phys. (IV) **30**, 841, 1909.

auch keinen Sinn, an dieser Stelle auf nähere Einzelheiten einzugehen. Nur das eine scheint bemerkenswert, daß man in der ganzen Arbeit keine Stelle findet, die darauf hinweist, daß die Wichtigkeit des Nachweises der Konstanz von $\frac{n}{m}$ im benutzten Schwärzungsbereich erkannt und dementsprechend der Nachweis zahlenmäßig durchgeführt worden wäre. Die weitere Tatsache, daß n und m nur auf zwei Dezimalstellen, d. h. auf ± 2 Proz. genau angegeben werden, scheint dafür zu sprechen, daß Stark selbst seinen Wert $\frac{n}{m}$ für nicht genauer als auf ± 4 Proz. verbürgt hält.

Faßt man alles zusammen, so wird ein Zweifel darüber kaum bestehen bleiben können, daß die Starkschen Beobachtungen noch nicht experimentell so weit gestützt sind, daß sich die daraus gezogenen Schlußfolgerungen[1]) rechtfertigen lassen.

Man wird somit, meiner Ansicht nach, mit einer Revision der Anschauungen, die man zurzeit von den Grundlagen der Optik und der Natur des Lichtes besitzt, so lange warten dürfen, bis Stark den experimentellen Nachweis erbracht hat, daß $\frac{n}{m}$ innerhalb der von ihm benutzten Werte von Lichtintensität, Belichtungsdauer und daraus erzielter Schwärzung für seine Trockenplatten bis auf rund 1 Proz. konstant gewesen ist.

1) Siehe diesbezüglich auch die neueste Veröffentlichung Starks: Folgerungen über die Natur des Lichtes aus Beobachtungen über die Interferenz. Jahrb. d. Radioakt. **7**, 386, 1910.

München, Physikalisches Institut der Universität, 15. Dezember 1910.

(Eingegangen 17. Dezember 1910.)

Versuche mit Funkeninduktoren und Röntgenröhren.

Von Friedrich Dessauer.

I.

Vor einiger Zeit berichtete ich an dieser Stelle (diese Zeitschr. **10**, 859, 1909) über die Art und Weise, wie es mir gelang, ein für die Medizin wichtiges Problem zu lösen, nämlich die Entladung eines Funkeninduktors so zu steigern, daß mit einem einzigen, durch die Röntgenröhre geleiteten Induktionsschlage das Radiogramm des menschlichen Rumpfes dargestellt werden konnte. An diese Arbeiten schlossen sich weitere, gleichfalls den medizinischen Zwecken dienende. Soweit sie physikalisch interessante Details enthalten, will ich im nachfolgenden kurz berichten.

Zunächst gelang es dem bekannten holländischen Arzt und Naturforscher P. H. Eijkman und mir, mit dem Einzelschlagverfahren eine Bewegungsaufnahme des schlagenden menschlichen Herzens zu machen und zwar in folgender Weise:

Ein Sphygmograph (Pulsschreiber) wurde in der bekannten Weise am Handgelenk befestigt. Der mit dem Herzschlag auf- und niedersteigende Blutdruck der Armschlagader bewegt dabei einen Hebel auf und nieder, dessen Ende auf berußtes Papier schreibt. Der jeweilige Ausschlag des Hebels entspricht der verursachenden Tätigkeit des Herzmuskels mit einer kleinen Phasenverschiebung t_1, deren Bedeutung die Zeit ist, welche das Blut braucht, um vom Herzen zur Auflagestelle des Apparates zu fließen. Leider muß man sich hinsichtlich dieser Zeit mit sehr ungenauen in der medizinischen Literatur gemachten Angaben begnügen, da die Strömungsgeschwindigkeit des Blutes nicht nur individuell, sondern auch im Verlaufe jeder Herzperiode auf und nieder schwankt. Der hierdurch entstehende Fehler mußte bei der Untersuchung in den Kauf genommen werden. Er ist indessen nicht allzu groß.

Die Periode der Herztätigkeit dauert ungefähr 0,8″. In dieser Zeit erweitert sich das Herz, um das zurückströmende (venöse) Blut einzusaugen. Diese Phase, in der Medizin „Diastole“ genannt, bringt im arteriellen System ein Sinken des Blutdruckes hervor, der Hebel des Sphygmographen geht also langsam nach abwärts. Nach Erreichung der Amplitude nach unten kontrahiert sich sehr plötzlich der Herzmuskel, um mit Heftigkeit das Blut in das Arteriennetz hinauszupressen. Der Sphygmographenhebel schnellt plötzlich in die Höhe.

Um von der Tätigkeit des Herzens ein hinreichendes Bild zu bekommen, schien es notwendig, wenigstens 10, besser aber 12 Phasen der Herzperiode aufzunehmen, die in möglichst gleichen Abständen liegen sollten. Gleiche Abstände der Phasen der eigentlichen Herztätigkeit konnten aber wegen der schon angeführten Inkordanz der Zeit t_1 nicht sicher gewählt werden. Deshalb zogen wir es vor, die vom Sphygmographen angegebene Pulstätigkeit in 12 gleiche Teile zu zerlegen und sie aufzunehmen.

Nun hatte sich schon vorher herausgestellt, daß es nicht möglich ist, mit dem in obenzitierter Arbeit angeführten Verfahren eine so große Anzahl Schläge in 0,8″ mit ungeschwächter Wucht zum Ablauf zu bringen. Denn die erforderliche Kraft des Einzelschlages, mit dem

eine hinreichende photographische Wirkung durch den Rumpf hindurch erzielt werden soll, muß sehr groß sein. Die dazu notwendige elektromagnetische Masse des Induktors ist zu träge. Wiegt doch der sorgsam unterteilte Eisenkern des verwendeten Rieseninduktors nahezu 200 kg und diese, wie das Oszillogramm zeigt, schwingt nicht ganz plötzlich, sondern in einer immerhin nicht unbeträchtlichen Zeit aus. Auch die Magnetisierung braucht Zeit —, so daß es nicht gelang, mehr als 4 kräftige Einzelschläge mit einem solchen Induktorium pro Sekunde zu erzielen.

Es mußte deshalb die Bewegungsaufnahme so gemacht werden, daß von 12 Herzperioden, die unter Kontrolle des Sphygmographen als untereinander gleich betrachtet werden konnten, je eine, immer um $^1/_{12}''$ spätere Phase dargestellt wurde. Diese, nacheinander im Kinematographen betrachtet, ergeben ein hinreichendes Bild des Herzschlages.

Ich will nur noch kurz erwähnen, daß die Methodik der Aufnahmen folgende war: Jedesmal im höchsten Punkte des Sphygmographenausschlages, also in einer Zeit, die der tiefsten Kontraktion des Herzens $+ t_1$ entsprach, schloß der Zeiger einen sehr feinen Kontakt, der seinerseits ein Relais in Tätigkeit setzte, das den Induktorstromkreis einschaltete. Darauf erfolgt die automatische Unterbrechung des Stromkreises durch die Patrone, wie dies in der zitierten Arbeit beschrieben ist.

Das Relais besaß eine Verspätungseinrichtung, die gestattete, die Zeit, welche zwischen dem Sphygmographenkontakt und der primären Stromeinschaltung verfloß, jeweils um $^1/_{12}''$ zu vergrößern.

Wird die Amplitude der Kontraktion des Herzens, von der wir ausgingen, als Anfangspunkt genommen, so erreicht der erste Schlag eine Herzphase, die gegeben ist durch

$$\tau_1 = 0 + t_1 + t_k + t_0,$$

wo t_k die konstante Verspätung des Systemes, also die Zeit ist, die vom Sphygmographkontakt bis zum Aufleuchten der Röhre verstreicht. Diese setzt sich eigentlich auch aus 2 Konstanten zusammen, der konstanten Relaisverspätung und der Verspätung im Induktorium. Die Größe t_0 ist die oben erwähnte künstliche Verspätung, die also im ersten Falle $= 0$ war.

Die zweite Aufnahme erfolgte sodann an der Stelle der Herzkurve

$$\tau_2 = 0 + t_1 + t_k + {}^1/_{12}'',$$

die folgende

$$\tau_3 = 0 + t_1 + t_k + {}^2/_{12}''.$$

Da nun die Summe $\tau_1 + \tau_2 + \cdots \tau_n = 0{,}8''$, der Dauer eines ganzen Herzschlages sein sollte, so mußten wir bereits von vornherein erwarten, daß etwa beim 10. Schlage die Aufnahme zu Ende sein werde, was dann auch eintraf. Physikalisch interessant war an der Versuchsreihe[1]), außer der nicht ausgeführten Bestimmung von t_1, die Messung der Verspätung von Relais und Induktionsspule und die Messung der vom Induktorium sekundär gelieferten Stromstärke.

Die Verspätung wurde auf Eijkmans Vorschlag in folgender Weise bestimmt:

Auf einer Trommel, die um eine Vertikalachse rotierte, waren übereinander zwei Messungsstreifen aufgezogen. Unten ein Film, in schwarzes Papier gehüllt, darüber das übliche berußte Papier. Durch eingesteckte feine Metallnadeln wurden das sichere Aufeinanderlagern und die spätere Möglichkeit, korrespondierende Punkte zu finden, gesichert.

Auf dem berußten Papier schrieb erstens eine elektrisch angetriebene Stimmgabel von bekannter Schwingungsdauer, zweitens ein mit dem Vorkontakt des Relais fest verbundener Zeiger. Vor der Trommel stand endlich eine Bleiwand mit Spalt, durch den hindurch die X-Strahlung der Röhre auf den Film fiel.

Dadurch wurde bekannt: A. der Augenblick, in welchem der Vorkontakt des Relais (durch den Sphygmographenhebel) geschlossen wurde. Dieser Augenblick war ablesbar aus der Zeigerbewegung. B. Der Augenblick des Aufleuchtens der Röhre. C. Die Anzahl der Schwingungen, welche die Stimmgabel zwischen A und B vollendet hatte und damit die Zeit. Die Streifen wurden in der üblichen Weise unter dem Vergrößerungsglas ausgemessen und die Verspätung als $^1/_{10}''$ gefunden.

Bei dieser verhältnismässig so geringen Verspätung t_k konnte die Schwankung t_1 als geringfügig angenommen werden. Denn offenbar ist die Variable t_1 Funktion der Konstanten t_k und der Blutgeschwindigkeit, und zwar wächst ihre Größe mit t_k, während sie mit der Blutgeschwindigkeit abnimmt. Da nun t_k nur $^1/_{10}''$, die Variation der Blutgeschwindigkeit in dem elastischen Arteriensystem kaum größer als 10 Proz., so dürfte die Fehlergröße in t_1 bei $^1/_{100}''$ liegen.

Schwierig erscheint auf den ersten Blick die Messung der Stromstärke, die der verwendete große Induktor liefert. Denn der ca. $^1/_{100}''$ dauernde Stromstoß ergibt einen ballistischen Ausschlag, der natürlich sehr von der Trägheit des Meßsystemes und dessen Dämpfung abhängt. So ergaben verschiedene Instrumente für gleiche Schläge um mehrere 100 Proz. diffe-

1) Das Herzkinematogramm, das Eijkman und ich so gewonnen, führte ich auf dem Salzburger Naturforscherkongresse 1909 in der medizin. Sektion vor. (Siehe Verhandl.)

rierende Angaben. Von den Wegen, die zur Messung führen, schienen mir folgende beiden gangbar. Entweder die empirische Eichung einer Gehrckeschen Oszillographenröhre oder der folgende, den ich mit guten Erfolge benutzte:

Ein Milliamperemeter mit einer durch Torsionsfedern hergestellten Nulleinstellung wurde mit konstantem Strom empirisch bis 250 Milliampere geeicht. An diesem Milliamperemeter wurde eine Vorrichtung angebracht, durch die der Zeiger von der Nullstellung aus vorgeschoben werden konnte. Da bei einem solchen Instrument die Einstellung des Zeigers dann erfolgt, wenn das magnetische Drehmoment und das Rückdrehmoment der Feder gleich sind, so schlägt der beispielsweise auf 100 Milliampere geschobene Zeiger nur dann aus, wenn der Strom 100 Milliampere übersteigt. Auf diese Weise fand ich für die Einzelfunken des Induktoriums sekundäre Stromstärken von $>$ 200 Milliampere, also 0,2 Ampere bei 35 bis 45 cm frei durchschlagener Luft, gewiß eine Leistung, die bisher wohl kaum ein Induktorium gegeben hat. —

II.

Ein anderes medizinisches Problem führte mich zu Untersuchungen über die Entladungspausen, die zweckmäßigerweise beim Betriebe von Röntgenröhren zwischen zwei Entladungsschlägen eingehalten werden sollen. Das medizinische Problem ist die Frage, wie unter größter Schonung der Röhre die höchstmögliche Belastung, d. h. also Röntgenstrahlenerzeugung auf die Dauer erzielt werden könnte. Diese Frage ist insbesondere bei der therapeutischen Benutzung der X-Strahlen bei Hautkrankheiten und Geschwüren von Wichtigkeit.

Beim Durchgang eines Stromstoßes durch die X-Strahlenröhre entsteht wahrscheinlich keine einheitliche Strahlung, sondern ein Strahlengemisch, das härtere und weichere Strahlen enthält. Nach den Untersuchungen von Klingelfuß und eigenen diesbezüglichen Versuchen geht der Induktionsstoß so durch die Röhre, daß zunächst die Spannung an den Röhrenelektroden rasch ansteigt, bis der Durchbruch erfolgt und daß diesem Spannungsvorstoße sodann bei sinkender Spannung ein Intensitätsnachschub folgt, bis die Spannung so tief gesunken ist, daß der Abbruch der Entladung erfolgt. — Dem Spannungsvorstoß entspricht eine schnellere Kathoden- und härtere X-Strahlung, dem Intensitätsnachschub bei sinkender Spannung eine allmählich weicher werdende Strahlung. Für diese Auffassung des Vorganges spricht besonders folgender Versuch: Schaltet man dem Entladungsrohre eine Funkenstrecke vor, so erfolgt der Abbruch der Entladung natürlich viel früher. Es geht also nur der erste höhergespannte Entladungsteil durch die Röhre. Tatsächlich sendet die Röhre bei Vorschaltung einer Funkenstrecke eine Strahlung von wesentlich härterem Gesamtcharakter aus, als ohne diese.

Sehr verschieden ist nun nach meinen Beobachtungen der Zustand einer Röhre unmittelbar vor und unmittelbar nach einer Entladung. Unmittelbar nach der Entladung ist der Gasinhalt der Röhre wesentlich leitungsfähiger als vorher und es dauert eine zur Dauer des Stromdurchganges verhältnismäßig sehr lange Zeit, bis die Röhre zum Stadium des Anfanges zurückkehrt. Man kann sagen, daß die Röhre bei Betrieb mit Unterbrechern und Funkeninduktoren nach jedem Durchgang eines Induktionsschlages einer gewissen Erholungspause bedarf, um zu ihrem ursprünglichen Widerstand zurückzukehren. Es war mir nun ferner leicht, die Abhängigkeit dieser Pause von der Intensität des vorangegangenen Induktionsschlages nachzuweisen.

Zu diesem Zwecke wurde der in dieser Zeitschr. **10**, 674—678, 1909, an letzter Stelle beschriebene Unterbrecher mit verschieden breiten Kontakten versehen und bei gleichbleibender Tourenzahl und sonst gleichen Verhältnissen mit einem Induktorium und einer mittelweichen gegen den Eintritt verkehrter Impulse nicht besonders geschützten Röhre zusammen betrieben. Im sekundären Kreise war der Röntgenröhre eine Gehrckesche Oszillographenröhre vorgeschaltet. Bei der durch die Bauart des Induktoriums und der üblichen Einschaltung eines Kondensators über die Unterbrecherpole vorhandenen Differenz in der Spannung der sekundären Schließungs- und Öffnungsinduktion war zunächst Schließungsinduktion nicht bemerkbar. Sie trat aber sofort und zwar deutlich auf, wenn die Kontakte so angeordnet waren, daß bei erfolgter Unterbrechung nach sehr kurzer Zeit wieder Stromschluß erfolgte. Offenbar war dann, wie oben gesagt, die Röhre von der voraufgegangenen Öffnungsinduktion noch erweicht, als schon die nächste Schließungsspannung einsetzte, die „Erholungspause" war zu gering.

Sehr leicht ist dann durch Veränderung der zugeführten Stromstärke zu zeigen, daß die Pausen vergrößert werden müssen, wenn der vorhergehende Öffnungsschlag verstärkt wird.

Dieselbe Versuchsreihe ließ sich auch mit Wehneltunterbrechern durchführen, indem man einerseits die Eintauchtiefe bei möglichster Wahrung der sonstigen Verhältnisse im Stromkreis, andererseits die Unterbrechungszahl bei gegebener

Eintauchtiefe der Anode durch regelbare Selbstinduktionswiderstände im Primärkreis veränderte.

Das Verhältnis der Stromdurchgangszeit und der notwendigen Pause ließ sich aus meinen Versuchen nicht eindeutig bestimmen. Es scheint, abgesehen von der soeben genannten Beziehung, sehr von der Röhre selbst abzuhängen. Einige Male fand ich Werte von 1:10, das heißt also, es ging die Röhre schließungsfrei (bei ziemlich kräftigen Entladungsschlägen), solange die Pause zwischen zwei Schlägen 10 mal so lange war, als die Dauer des Durchganges selbst.

Jedenfalls ergab sich als ökonomischste Methode des Betriebes an Röntgenröhren, um bei möglichster Konstanz des Strahlungscharakters und geringster Erwärmung große Strahlenmengen aus ihr zu entnehmen, der Betrieb mit kräftigen durch verhältnismäßig lange Pausen getrennten Einzelschlägen. Die Schlagzahl pro Sekunde hängt natürlich ganz von den Umständen ab, — bei harten Röhren und geringen Intensitäten ist sie größer als bei weichen Röhren und großen Intensitäten. 2 bis 40 in der Sekunde stellen die Grenzen meiner Beobachtungen dar.

Anschließend daran machte ich Versuche über die Abhängigkeit der bei der Entwicklung einer gewissen X-Strahlung auf der Antikathode abgegebenen Wärme bei rascher und langsamer Schlagfolge. Hierbei wurden Müllersche Röhren benutzt, bei denen die Antikathode ein Wassergefäß mit Platinboden bildet und die sich deshalb sehr gut zu solchen Bestimmungen eignen. Zur Messung der von der Röhre abgegebenen Strahlung bediente ich mich des bekannten Verfahrens von Kienboeck, der Belichtung von unempfindlichem Chlorbromsilberpapier. Das Ergebnis war, daß zur Erzeugung einer bestimmten Verfärbung des Kienboeckschen Meßpapieres in kuzer Zeit wesentlich weniger Wärme auf der Antikathode abgegeben wurde, wenn der Betrieb mit langsamen, kräftigen Einzelschlägen erfolgte, wie, wenn die sekundäre Schlagzahl größer, die Intensität der einzelnen im Verhältnis geringer war. —

Diese Versuche, die auch eines gewissen physikalischen Interesses nicht entbehren, führten zu medizinisch wichtigen Ergebnissen, nämlich zur Konstruktion von therapeutischen Röntgeninstrumentarien, bei denen sich die Schlagzahl pro Sekunde aufs feinste abstufen läßt und bei denen die Röhre bei völlig konstanter Strahlungsqualität unter relativ hoher Belastung sehr lange eingeschaltet werden kann.

(Eingegangen 25. November 1910.)

VORTRÄGE UND REDEN.

Über die geometrischen Grundlagen der Lorentzgruppe[1]).

Von F. Klein.

Sie haben alle in mehr oder minder bestimmter Form davon gehört, daß sich die Theorie der Lorentzgruppe oder, was dasselbe ist, das moderne Relativitätsprinzip der Physiker in die allgemeine Lehre von der projektiven Maßbestimmung einordnet, wie sich diese im Anschluß an Cayleys grundlegende Arbeit von 1859 entwickelt hat. Es entsprach noch einer Verabredung mit unserem verstorbenen Freunde Minkowski, daß ich diese Sachlage im verflossenen Wintersemester in meiner Vorlesung über projektive Geometrie des näheren ausführte, bezw. als das abschließende Ergebnis meiner Vorlesung hervortreten ließ. Die Lehre von der projektiven Maßbestimmung, die schon nach so manchen Seiten hin grundlegend geworden ist, gewinnt hier eine neue und überraschende Anwendung, während sich andererseits die modernen Entwickelungen der Physiker, die dem Neuling so leicht den Eindruck des Paradoxen machen, sozusagen als Korollare eines allgemeinen seit lange wohlgeordneten Gedankenganges erweisen. Es kann nicht fehlen, daß dieses Zusammentreffen zweier nach ihrer historischen Entstehung gänzlich getrennter Gedankenkreise nach beiden Seiten hin in hohem Maße anregend wirken muß; ich hoffe um so mehr auf einiges Interesse hierfür gerade auch seitens der Physiker, als die Geometer schon mancherlei Einzelresultate herausgearbeitet haben, die sich in der Werkstätte der theoretischen Physik nunmehr als willkommene Hilfsmittel bewähren möchten.

Wenn ich nun heute unternehme, Ihnen das Gesagte nach seinen wesentlichen Grundlinien näher auszuführen, so stehe ich allerdings vor einer großen Schwierigkeit: ich werde nicht umhin können, den Gruppenbegriff sowie gewisse fundamentale Begriffsbildungen der projektiven Geometrie, wie homogene Punkt- und Ebenenkoordinaten, die den linearen

[1]) Vortrag, gehalten in der Göttinger Mathematischen Gesellschaft vom 10. Mai 1910; siehe auch Jahresbericht der Deutschen Mathematiker-Vereinigung, Sept. Okt. 1910.

Substitutionen dieser Koordinaten entsprechenden Kollineationen, endlich für jede aus Kollineationen gebildete Gruppe das Vorhandensein einer zugehörigen Invariantentheorie, dies alles wohlverstanden für Gebiete von beliebig viel Dimensionen — als geläufig vorauszusetzen, während ich doch recht gut weiß, daß nicht nur die zahlreich anwesenden Physiker, die ich hier als Gäste besonders willkommen heiße, sondern auch die Mehrzahl der jüngeren Fachmathematiker, die unserer Gesellschaft angehören, sich mit diesen Dingen sozusagen nur par distance beschäftigt haben. Viele von Ihnen sind bisher zweifellos der Meinung gewesen, daß die projektive Geometrie, nachdem sie solange im Vordergrunde der mathematischen Produktion stand, heute doch nur die Bedeutung einer mathematischen Spezialdisziplin beanspruchen könne. Da ist es ja an sich sehr nützlich, daß mein heutiger Vortrag der entgegengesetzten Auffassung Ausdruck geben muß, daß nämlich die projektive Geometrie im Rahmen der von uns allen anzustrebenden mathematischen Gesamtbildung als gleichwertig anzusehen sei mit anderen grundlegenden Fächern, wie etwa Algebra oder Funktionentheorie. Aber dieses ideale Moment kann doch die Schwierigkeit, die sich aus dem tatsächlichen Fehlen ausreichender Vorkenntnisse ergibt, nicht aus der Welt schaffen. Ich greife also zu der Methode, die unter derartigen Umständen noch am ehesten einen Erfolg verspricht, daß ich Ihnen die Dinge nach ihrem historischen Werdegang vorführe, und muß Sie übrigens bitten, daß Sie dabei die Lebhaftigkeit, mit der ich von der Wichtigkeit des projektiven Denkens spreche, als ein Äquivalent für die fehlende Ausführlichkeit in den Einzelangaben hinnehmen.

Ich beginne, dem Gesagten entsprechend, damit, daß ich Ihnen Cayleys Originalarbeit von 1859 vorlege, die sechste einer Reihe von Abhandlungen, in denen Cayley damals seine Auffassungen und Kenntnisse auf dem Gebiete der Invariantentheorie linearer Substitutionen zusammengefaßt hat (a sixth memoir upon Quantics, Bd. 149 der Philosoph. Transactions d. R. Society, — Bd. II der Werke, S. 561 ff.). Beim Durchblättern werden Sie zunächst keinen besonderen Eindruck haben, weil vor allen Dingen Einzelheiten über quadratische Formen entwickelt werden; es ist aber doch einfach, die Fragestellung und ihre glänzende Beantwortung herauszuheben. Die Entwicklung der Geometrie in der ersten Hälfte des vorigen Jahrhunderts hatte dahin geführt, den Gesamtinhalt der Raumlehre in zwei verschiedene Gebiete zu sondern: die Geometrie der Lage (deskriptive Geometrie), die von solchen Eigenschaften der Figuren handelt, welche bei beliebigem Projizieren ungeändert erhalten bleiben, und die Geometrie des Maßes, deren Grundbegriffe (Abstand, Winkel usw.) diese Invarianz keineswegs besitzen. Diese Trennung hatte sich im Bewußtsein der damaligen Mathematiker festgesetzt, trotzdem bereits Poncelet die entscheidende Bemerkung gemacht hatte, daß, für eine allgemeine Auffassung, die Kreise der Ebene und die Kugeln des Raumes — also die Hauptobjekte der metrischen Betrachtung — als Kegelschnitte, bzw. Flächen zweiten Grades angesehen werden können, die mit dem Unendlich-Weiten der Ebene, bzw. des Raumes ein bestimmtes durch eine Gleichung zweiten Grades gegebenes, imaginäres Gebilde gemein haben, — die sogenannten Kreispunkte der Ebene, bzw. den Kugelkreis des Raumes. Nun ist Cayleys Leistung, erkannt zu haben, daß in diesen Ponceletschen Aussagen das Mittel gegeben ist, die genannte Trennung der Geometrie in zweierlei einander fremde Disziplinen wieder rückgängig zu machen, oder vielmehr sie durch eine prinzipiell andere Auffassung zu ersetzen. Sein Resultat ist — wie alle grundlegenden Gedanken der mathematischen Wissenschaft — äußerst einfach: alle Maßbeziehungen geometrischer Figuren können ohne weiteres als projektive Beziehungen aufgefaßt werden, sofern man den Figuren — je nachdem sie eben oder räumlich sind — die Kreispunkte bzw. den Kugelkreis hinzufügt; die Maßgeometrie erscheint so als dasjenige Stück der projektiven Geometrie, das von Figuren handelt, bei denen das Paar der Kreispunkte, bzw. der Kugelkreis beteiligt ist.

Diese Aussage wird sehr viel deutlicher werden, wenn ich einige einfachste Formeln schreibe.

Zunächst nur in der Ebene. Seien x, y gewöhnliche rechtwinkelige Punktkoordinaten. Wir setzen, homogen machend,

$$x = \frac{x_1}{x_3}, \quad y = \frac{x_2}{x_3};$$

wir nennen ferner u_1, u_2, u_3 die homogenen Koordinaten der durch die Gleichung $u_1 x_1 + u_2 x_2 + u_3 x_3 = 0$ dargestellten geraden Linie. Das Kreispunktepaar ist dann in Punktkoordinaten durch die Nebeneinanderstellung der beiden Gleichungen

$$x_3 = 0, \quad x_1^2 + x_2^2 = 0 \qquad (1)$$

gegeben, in Linienkoordinaten aber als Umhüllungsgebilde aller Geraden, welche die eine Gleichung

$$u_1^2 + u_2^2 = 0 \qquad (2)$$

erfüllen. — Man beachte nun, um bei dem Einfachsten zu bleiben, die Formel für die Entfernung zweier Punkte

$$r = \sqrt{(x-\bar{x})^2 + (y-\bar{y})^2}.$$

Wir schreiben, homogen machend:

$$x = \frac{x_1}{x_3},\quad y = \frac{x_2}{x_3};\quad \bar{x} = \frac{y_1}{y_3},\quad \bar{y} = \frac{y_2}{y_3}$$

und erhalten:

$$r = \frac{\sqrt{(x_1 y_3 - y_1 x_3)^2 + (x_2 y_3 - y_2 x_3)^2}}{x_3 y_3}. \quad (3)$$

Hier verschwindet der Zähler, wenn die beiden gegebenen Punkte mit einem der Kreispunkte auf gerader Linie liegen, der Nenner, wenn einer der gegebenen Punkte auf der Verbindungslinie der beiden Kreispunkte liegt. Beides sind projektive Eigenschaften der von den gegebenen zwei Punkten und den Kreispunkten gebildeten Gesamtfigur! Algebraisch aber folgt hieraus (wie ich unmöglich näher ausführen kann), daß der Ausdruck r sich nur um einen konstanten Faktor ändert, wenn man unsere vier Punkte gleichzeitig einer beliebigen Kollineation unterwirft. Deshalb nennt man r eine Invariante unserer vier Punkte gegenüber der Gesamtheit aller Kollineationen, oder auch eine „simultane Invariante" der zwei zunächst gegebenen Punkte und der in (1) bzw. (2) linker Hand stehenden algebraischen Formen. Der Inhalt der projektiven Geometrie der Ebene ist aber, algebraisch zu reden, nichts anderes, als die Lehre von den Invarianten, welche irgendwelche ebene Figuren gegenüber der Gesamtheit der ebenen Kollineationen besitzen, insbesondere auch von den Relationen, welche solche Invarianten untereinander aufweisen mögen; es ordnen sich also alle Sätze, die zwischen den Entfernungen irgendwelcher Punkte der Ebene bestehen mögen, in die projektive Geometrie ein. —

Im Raume ist die Sache nur durch die vermehrte Zahl der Koordinaten komplizierter. Seien x, y, z gewöhnliche rechtwinklige Koordinaten, so setzen wir, homogen machend,

$$x = \frac{x_1}{x_4},\quad y = \frac{x_2}{x_4},\quad z = \frac{x_3}{x_4}.$$

Der „Kugelkreis" ist dann in Punktkoordinaten durch das Gleichungspaar

$$x_4 = 0,\quad x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = 0 \quad (4)$$

gegeben, in zugehörigen Ebenenkoordinaten (u_1, u_2, u_3, u_4) aber durch die eine Gleichung

$$u_1^2 + u_2^2 + u_3^2 = 0. \quad (5)$$

Man betrachte wieder den Ausdruck für die Entfernung zweier Punkte. Indem wir letzteren die homogenen Koordinaten $x_1 : x_2 : x_3 : x_4$ und $y_1 : y_2 : y_3 : y_4$ erteilen, erhalten wir

$$r = \frac{\sqrt{(x_1 y_4 - y_1 x_4)^2 + (x_2 y_4 - y_2 x_4)^2 + (x_3 y_4 - y_3 x_4)^2}}{x_4 y_4} \quad (6)$$

und knüpfen an diese Formel Erörterungen, die den soeben an (3) angeschlossenen ganz ähnlich sind. —

Die vorstehenden Andeutungen werden genügen, um den Sinn von Cayleys grundlegender Arbeit einigermaßen verständlich zu machen. Ich darf nun einen Augenblick von den Überlegungen reden, die ich in meinem Erlanger Antrittsprogramm 1872 entwickelt habe[1]). Bei Cayley ist immer nur von Invarianten gegenüber der Gesamtheit der Kollineationen des gerade in Betracht kommenden Gebietes die Rede. Demgegenüber betonte ich damals, daß man ebensowohl von Invarianten gegenüber einer Untergruppe von Kollineationen reden könne. Von hier aus ergab sich eine neue Beleuchtung des Wesens der metrischen Geometrie und der hierauf bezüglichen Cayleyschen Auffassung. Es ist eine triviale Bemerkung, daß alle Aussagen der metrischen Geometrie unabhängig von der Lage und von der absoluten Größe der Figuren bestehen und eben hierdurch gegenüber den Aussagen individuellen Inhaltes, wie man sie in der Topographie aufstellt, charakterisiert werden können. Man wird dies modern-mathematisch in der Weise ausdrücken, daß man zunächst zwei nahe miteinander verwandte Gruppen kollinearer Umformungen einführt: die Gruppe der Bewegungen und die umfassendere Gruppe der Ähnlichkeitstransformationen (die Gruppe der „kongruenten" und die Gruppe der „äquiformen" Transformationen nach der von Heffter und Koehler in ihrem Lehrbuch eingeführten Ausdrucksweise[1])), und nun sagt: die metrischen Eigenschaften sind dadurch charakterisiert, daß sie relativ zu diesen Gruppen invariant sind. Wir haben danach: Metrische Geometrie und projektive Geometrie kommen beide auf das Studium einer Invariantentheorie heraus, und ihre gegenseitige Beziehung liegt darin, daß die Gruppe der metrischen Geometrie eine Untergruppe der zur projektiven Geometrie gehörigen Gruppe ist.

1) „Vergleichende Betrachtungen über neuere geometrische Forschungen", abgedruckt in Band 43 der Mathematischen Annalen und anderswo.

1) Lehrbuch der analytischen Geometrie, Bd. I Leipzig 1905.

Ein paar einfache Formeln werden diesen Sachverhalt verdeutlichen und noch weiter gliedern. Wir mögen in der Ebene bleiben und der Einfachheit halber gewöhnliche (nicht homogene) rechtwinklige Koordinaten x, y gebrauchen. Schreiben wir dann

$$\left. \begin{aligned} x' &= \alpha_{11}x + \alpha_{12}y + \alpha_{13}, \\ y' &= \alpha_{21}x + \alpha_{22}y + \alpha_{23}, \end{aligned} \right\} \qquad (7)$$

und betrachten hier die $\alpha_{11} \ldots \alpha_{23}$ als beliebig veränderliche Größen, so haben wir die sechsparametrige Gruppe der sogenannten affinen Transformation vor uns. Aus ihr entsteht die vierparametrige Gruppe der äquiformen Transformationen, wenn man verlangt, daß $dx'^2 + dy'^2$ bis auf einen Faktor mit $dx^2 + dy^2$ übereinstimme. Es ist dies dann und nur dann der Fall, wenn die Bedingungen erfüllt sind:

$$\alpha_{11}^2 + \alpha_{21}^2 = \alpha_{12}^2 + \alpha_{22}^2,$$
$$\alpha_{11}\alpha_{12} + \alpha_{21}\alpha_{22} = 0,$$

wenn also die Matrix

$$\begin{Vmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} \end{Vmatrix},$$

wie man sagt, orthogonal ist. Die dreiparametrige Gruppe der kongruenten Transformationen aber entsteht, wenn man die Matrix überdies unimodular nimmt, d. h. die Determinante

$$\begin{vmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} \end{vmatrix}$$

gleich **1** setzt. Es wird dann

$$dx'^2 + dy'^2 = dx^2 + dy^2.$$

Wir schreiben endlich die allgemeinsten Kollineationen an der Ebene:

$$\left. \begin{aligned} x' &= \frac{\alpha_{11}x + \alpha_{12}y + \alpha_{13}}{\alpha_{31}x + \alpha_{32}y + \alpha_{33}}, \\ y' &= \frac{\alpha_{21}x + \alpha_{22}y + \alpha_{23}}{\alpha_{31}x + \alpha_{32}y + \alpha_{33}}. \end{aligned} \right\} \qquad (8)$$

Man erkennt nun ohne Mühe:

Die Gruppe der affinen Transformationen (7) besteht aus denjenigen Kollineationen, welche eine bestimmte gerade Linie, nämlich die unendlich ferne Gerade, in sich transformieren.

Die Gruppe der äquiformen Transformationen aber besteht aus den Kollineationen, welche ein bestimmtes auf dieser geraden Linie liegendes Punktepaar, eben das Kreispunktepaar, ungeändert lassen.

Geometrisch nicht ganz so einfach ist die Definition der Gruppe der kongruenten Transformationen. Wir begnügen uns hier mit der algebraischen Charakterisierung: es sind die äquiformen Transformationen, deren vorbezeichnete Determinante gleich **1** ist. Die äquiformen Transformationen sind natürlich eo ipso affin.

Soll ich einfügen, daß man nun — als Mittelglied zwischen projektiver Geometrie und metrischer Geometrie — eine affine Geometrie definieren kann, welche alle diejenigen Eigenschaften ebener Figuren behandelt, die bei der Gruppe (7) invariant sind? Wir hätten dann dreierlei Geometrien zu vergleichen, von denen projektive und metrische Geometrie die beiden extremen Fälle sind. Die Systematik würde dadurch gewinnen, die Darstellung aber unnötig schleppend werden, weil mehreremal im Grunde dasselbe zu sagen wäre. So soll also weiterhin in der Hauptsache doch nur von projektiver und metrischer Geometrie die Rede sein und der affinen Geometrie, die allerdings zum Schluß besonders hervortreten wird, nur beiläufig gedacht werden. —

In diesem Sinne unterscheide ich also nur zwischen der elementaren (direkten) Behandlung der metrischen Beziehungen und der durch Cayley angebahnten projektiven. Und dieser Unterschied formuliert sich (im Sinne des Erlanger Programms) dahin: „Die projektive (höhere) Behandlung sucht die invarianten Beziehungen, welche die vorzugebenden Figuren nach Hinzufügung der Kreispunkte gegenüber der Gesamtheit der Kollineationen besitzen; die elementare Behandlung die invarianten Beziehungen, welche die Figuren als solche gegenüber der engeren Gruppe derjenigen (äquiformen oder kongruenten) Kollineationen besitzen, welche die Kreispunkte in sich überführen."

Nun bin ich mit diesen allgemeinen Vorbetrachtungen zu Ende und ich bitte Sie nur, insbesondere folgenden Gedanken festzuhalten: Invariantentheorie ist ein relativer Begriff; man kann gegenüber jeder Gruppe von Transformationen von einer zugehörigen Invariantentheorie sprechen. Dieser Gedanke ist so natürlich, daß er in den verschiedensten Anwendungsgebieten und so auch in der theoretischen Physik überall spontan hervortritt. Die Terminologie, durch die er zum Ausdruck gebracht wird, ist natürlich je nach den Gebieten eine sehr verschiedene. Denn die Forscher verschiedener Art, und so auch die Physiker, haben bei ihren Arbeiten nicht die Zeit und vielfach auch nicht die Gelegenheit, nachzusehen, ob irgendwelche begriffliche Ansätze, deren sie bedürfen, sich in den Vorratskammern der reinen Mathematik bereits fertig ausgebildet vorfinden, sie verfahren daher so — und es bringt dies eine gewisse Frische ihrer Gedankengänge mit sich —, daß sie sich die mathematischen Instrumente, deren sie bedürfen, von Fall zu Fall selbst anfertigen. Die spätere Verständigung mit den zünftigen Mathema-

tikern, die mir allerdings eine wichtige Sache zu sein scheint, weil sie die Gedanken präzisiert und allerlei Zusammenhänge aufdeckt, verlangt dann vor allen Dingen eine Übersetzung der hier und dort gebrauchten Ausdrucksweisen in die Sprache des anderen. So will ich hier vorgreifend den Satz aussprechen:

„Was die modernen Physiker Relativitätstheorie nennen, ist die Invariantentheorie des vierdimensionalen Raum-Zeit-Gebietes x, y, z, t (der Minkowskischen „Welt") gegenüber einer bestimmten Gruppe von Kollineationen, eben der „Lorentzgruppe"; — oder allgemeiner, und nach der anderen Seite gewandt:

„Man könnte, wenn man Wert darauf legen will, den Namen „Invariantentheorie relativ zu einer Gruppe von Transformationen" sehr wohl durch das Wort Relativitätstheorie bezüglich einer Gruppe ersetzen".

Ich bemerke nunmehr einiges betreffend die rein mathematischen Untersuchungen, die sich s. Z. an Cayleys Abhandlung anschlossen. Das ist in der Tat die historische Stellung dieser hervorragenden Arbeit, daß sie nicht nur das alte Problem von der Beziehung zwischen metrischer Geometrie und projektiver Geometrie entscheidend beantwortete, sondern damit zugleich eine neue Fragestellung, die nach den verschiedensten Richtungen folgenreich werden sollte, in den Vordergrund brachte. Die metrische Geometrie erwächst aus der projektiven, wenn man die Kreispunkte, gegeben durch die Gleichung $u_1^2 + u_2^2 = 0$ (oder, im Raume, den Kugelkreis, gegeben durch die Gleichung $u_1^2 + u_2^2 + u_3^2 = 0$) hinzunimmt. Was wird geschehen, wenn man statt dessen irgendeine Gleichung zweiten Grades $\Sigma\Sigma a_{ik} u_i u_k = 0$ in sinngemäßer Weise zugrunde legt?

Bleiben wir bei der Ebene, wo unsere neue Gleichung irgendeine Kurve zweiter Klasse vorstellt. Für den projektiven Geometer zerfallen diese Kurven in fünf verschiedene Arten, die ich hier aufzähle, indem ich mir statt des seither benutzten rechtwinkligen Parallelkoordinatensystems jeweils ein geeignetes Dreieckkoordinatensystem (dessen „Linienkoordinaten" ebenfalls $u_1 : u_2 : u_3$ genannt werden) zugrunde gelegt denke. Die Liste ist folgende:

A. Eigentliche Kegelschnitte.

1. $u_1^2 + u_2^2 + u_2^2 = 0$, imaginärer Kegelschnitt,
2. $u_1^2 + u_2^2 - u_3^2 = 0$, reeller Kegelschnitt.

B. Punktepaare.

3. $u_1^2 + u_2^2 = 0$, imaginäres Punktepaar (übereinstimmend mit der Gleichung (2) der Kreispunkte),
4. $u_1^2 - u_2^2 = 0$, reelles Punktepaar.

C. Einzelner Punkt, doppeltzählend.

5. $u_1^2 = 0$.

— Das Prinzip dieser Aufzählung ist so einfach, daß jedermann die entsprechende Tabelle nach Analogie gleich für n Veränderliche $u_1 \ldots u_n$ hinschreiben wird: zuerst Gleichungen mit n Quadraten, die wechselnd mit $+$ oder $-$ aneinandergefügt werden, dann solche mit $(n-1)$ Quadraten usw. Die Fälle der ersten Kategorie sollen die allgemeinen heißen, die nachfolgenden einfach spezialisiert, die der dritten Kategorie doppelt spezialisiert, usw.

Für jeden dieser Fälle konstruieren wir nun ein Analogon zur Formel (3) für die Entfernung zweier Punkte und erhalten, was Cayley die zugehörige Quasientfernung nannte. Für den Fall des imaginären Punktepaares werden wir einfach die Formel (3) beibehalten (nur daß jetzt $x_1 : x_2 : x_3$ und $y_1 : y_2 : y_3$ nicht notwendig rechtwinklige Parallelkoordinaten, sondern allgemein zu reden zugehörige Dreieckskoordinaten sein werden). In den folgenden beiden Fällen (des reellen Punktepaares und des Doppelpunktes) werden kleine Änderungen anzubringen sein, auf die wir sogleich noch zurückkommen. Schwieriger ergibt sich der geeignete Ansatz für die Quasientfernung in den vorangehenden beiden Fällen (der eigentlichen Kegelschnitte); wir wollen hier darauf nicht näher eingehen, weil es zu viel Raum beanspruchen würde und nach seinen Einzelheiten für den heutigen Vortrag doch nicht in Betracht kommt. Das Resultat ist jedenfalls dieses, daß wir fünf Arten (und nur fünf Arten) Maßgeometrie in der Ebene erhalten, von denen uns nur die eine, die dem imaginären Punktepaar entspricht, von dem Beispiel der elementaren Metrik her bekannt ist. Den Inbegriff aber der so entstehenden Theorien nennen wir die allgemeine Lehre von der projektiven Maßbestimmung (zunächst für die Ebene, dann für den Raum, überhaupt für beliebig ausgedehnte Mannigfaltigkeiten.)

Nun kann ja heute keineswegs meine Absicht sein, in die Einzelheiten dieser Theorien einzugehen; nur ihre allgemeine Bedeutung soll hervorgehoben werden. Ich habe da zunächst ein Vorurteil, das mancher hegen mag, zurückzuweisen: der Laie wird von vornherein sehr wenig geneigt sein, der Beschäftigung mit Fragestellungen, die zunächst nur aus dem subjektiven, sozusagen ästhetischen Erkenntnistrieb des Mathematikers hervorgehen, irgendwelchen Wert beizulegen. Die Geschichte der Wissenschaft aber zeigt, daß die Sache ganz anders

liegt; es ist ein großes Geheimnis und schwer in bestimmte Worte zu fassen; ich werde sagen, daß alles, was mathematisch gesund ist, früher oder später über sein engeres Gebiet hinaus eine weiterreichende Bedeutung gewinnt. So ging es mit der Theorie der Kegelschnitte, die von den Geometern des Altertums um ihrer selbst willen entwickelt war und mit der Entdeckung der Keplerschen Gesetze plötzlich die größte Wichtigkeit für unser Naturverständnis gewann. Und genau so ging es mit der an die Theorie der Kegelschnitte sich unmittelbar anlehnenden Lehre von der projektiven Maßbestimmung. Das erste war, daß sie hohe erkenntnistheoretische Bedeutung erhielt, indem sie sich als die einfachste Grundlage für die Nicht-Euklidischen Geometrien erwies, die aus den Untersuchungen über die Unabhängigkeit des Parallelenaxioms von den anderen Axiomen entstanden waren und zunächst als etwas besonders schwer Zugängliches galten[1]); ich werde sogleich noch einige hierauf bezügliche Einzelheiten anführen. Das zweite war, daß sie sich in anderen Gebieten der reinen Mathematik als eine brauchbare Methode zur Klarstellung komplizierter Verhältnisse bewährte, so in der Theorie der automorphen Funktionen oder auch in der Zahlentheorie[2]). Und nun, in den letzten Jahren, kommt hervor, daß sie ebensowohl eine rationelle Grundlage für die modernsten Spekulationen der Physik abgibt, insbesondere den Gegensatz zwischen klassischer und neuer Mechanik einfach begreifen läßt.

Die Beziehung zwischen projektiver Maßbestimmung und Parallelentheorie, auf die ich Bezug nahm, läßt sich, wenn wir uns wieder auf die Ebene beschränken, ihrem äußeren Ergebnisse nach dahin fassen, daß wir im Falle 1 der auf S. 21 aufgestellten Tabelle (also bei Zugrundelegung eines imaginären Kegelschnitts) die Nicht-Euklidische Geometrie von Riemann erhalten, im Falle 2 aber (d. h. bei Zugrundelegung eines reellen Kegelschnitts) die Nicht-Euklidische Geometrie von Bolyai-Lobatscheffsky-Gauß. Ich möchte einen besonderen Punkt erwähnen, der infolge der projektiven Auffassung ohne weiteres klar ist, während er sonst leicht von dem Schimmer des Mystischen umgeben scheint: Die Zahl der Kollineationen, durch welche ein nicht zerfallender Kegelschnitt in sich transformiert wird, ist ∞^3, sie steigt auf ∞^4, sobald der Kegelschnitt in ein Punktepaar ausartet. Hierin liegt, daß die aus den Elementen uns so geläufigen äquiformen Transformationen (Ähnlichkeitstransformationen) der Euklidischen Metrik in den Nicht-Euklidischen Geometrien als besondere Kategorie in Wegfall kommen; es bleiben nur die ∞^3 kongruenten Transformationen (Bewegungen). Die Folge ist, daß es in den Nicht-Euklidischen Geometrien ein absolutes Längenmaß gibt, nicht nur, wie bei Euklid, ein absolutes Winkelmaß. Übrigens haben die beiden Gruppen, die G_3 der einen oder anderen Nicht-Euklidischen Geometrie und die G_4 der Euklidischen Geometrie, ihrer inneren Struktur nach wenig miteinander zu tun. Eben darum ist es so schwer, vom Standpunkte der Euklidischen Geometrie aus die Nicht-Euklidische zu verstehen: eine Figur, die sich Nicht-Euklidisch bewegt, erleidet, Euklidisch betrachtet, seltsame Verzerrungen. Alle Schwierigkeit verschwindet aber, sobald ich mich an das allgemeine projektive Denken gewöhnt habe. In der Tat schließt die G_8 der projektiven Geometrie (d. h. die Gesamtheit aller Kollineationen der Ebene) ebensowohl die G_3 der einen oder anderen Nicht-Euklidischen Geometrie wie die G_4 der Euklidischen Geometrie ein. Verfüge ich über die projektive Auffassung, so habe ich denselben Vorteil, wie ein Wanderer, der auf einem Berge stehend in verschiedene Täler gleichzeitig hinabblickt, während er vorher, im einzelnen Tale stehend, sich von dem Verlauf der anderen Täler nur schwer eine Vorstellung machen konnte. Noch ein letzter, nicht unwichtiger Punkt! Bei aller prinzipiellen Verschiedenheit der Fälle 1, 2, und 3 ist es für den Projektiviker doch so gut wie selbstverständlich, daß man zwischen den drei Fällen einen kontinuierlichen Übergang herstellen kann. Man wähle einfach als fundamentale Gleichung der projektiven Maßbestimmung:

$$u_1^2 + u_2^2 + \varepsilon u_3^2 = 0 \qquad (9)$$

und lasse hier den Parameter ε von positiven Werten beginnend durch Null hindurch zu negativen Werten übergehen! Es wird sich dann die Riemannsche Geometrie durch die Euklidische Geometrie hindurch in die Geometrie von Bolyai, Lobatscheffsky, Gauß verwandeln. Des näheren stellt sich die Sache so, daß ich um den Punkt $u_3 = 0$ herum ein Gebiet beliebiger Ausdehnung abgrenzen kann (so groß, wenn es Vergnügen macht, daß es unser ganzes Sonnensystem oder auch die gesamte Fixsternwelt umschließt) und dann das ε, positiv oder negativ, so klein annehmen kann, daß innerhalb dieses Gebietes irgendwelche Abstände, Nicht-Euklidisch gemessen, von ihren Euklidischen Beträgen um weniger

1) Vgl. meine Arbeiten „Über die sogenannte Nicht-Euklidische Geometrie" in den Bänden 4 und 6 der Mathematischen Annalen (1871 und 1873).

2) Vgl. die allgemeine Darstellung bei Fricke-Klein, Vorlesungen über die Theorie der automorphen Funktionen (Teil I, Leipzig 1897), ferner meine autographierten Vorlesungen über ausgewählte Kapitel der Zahlentheorie (Leipzig 1897).

abweichen, als eine noch so kleine vorgegebene Größe beträgt. —

Man möge gestatten, daß ich mit diesen Einzelbetrachtungen über die projektive Maßbestimmung in der Ebene noch ein weniges weiter fortfahre; es geschieht dies natürlich, um gewisse Überlegungen, die ich beim Vergleich der neuen und der klassischen Mechanik späterhin gebrauche, zweckmäßig vorzubereiten. Ich wende das obengenannte Kontinuitätsprinzip nunmehr auf die Fälle 3, 4 und 5 unserer Tabelle von S. 21 an. Das fundamentale Gebilde sei, bezogen auf ein gewöhnliches rechtwinkliges Koordinatensystem:

$$u_1^2 + \varepsilon u_2^2 = 0 \qquad (10)$$

und hier gebe ich ε das einemal einen sehr kleinen positiven, das anderemal einen sehr kleinen negativen Wert, das drittemal den Wert o. Mit x, y seien die zugehörigen (gewöhnlichen, nicht homogenen) Koordinaten eines Punktes bezeichnet. Als Entfernung dieses Punktes vom Koordinatenanfangspunkte erhält man dann durch sinngemäße Abänderung der Formel (3):

$$r = \sqrt{\varepsilon x^2 + y^2}, \qquad (11)$$

und hier wolle man nun überlegen, wie das System der um O als Zentrum herumgelegten Kreise (d. h. der Kurven $r = \text{const}$) gestaltet ist. Offenbar bekommen wir bei positivem ε langgestreckte Ellipsen (deren große Achse in die Richtung der X-Achse fällt), bei negativem ε Hyperbeln, deren Asymptoten $\frac{y}{x} = \pm\sqrt{-\varepsilon}$ einen sehr kleinen Winkel mit der X-Achse machen, bei verschwindendem Paare gerader Linien $y = \pm\sqrt{\text{const}}$, die parallel zur X-Achse verlaufen. Es ist amüsant, sich zu überlegen, wieso diese Parallellinienpaare Übergangsformen zwischen den Ellipsen und Hyperbeln der Fälle mit positivem bzw. negativem ε sind!

Wir mögen ferner die zu unserer Maßbestimmung gehörigen äquiformen und kongruenten Transformationen zunächst in den Fällen mit nicht verschwindendem ε betrachten. Da die beiden durch (10) dargestellten Punkte für $\varepsilon \lesseqgtr 0$ voneinander verschieden sind, bestimmen sie ihre Verbindungslinie, die unendlich ferne Gerade, eindeutig. Unsere Transformationen werden also affine Transformationen sein und können in der Form angesetzt werden:

$$\left.\begin{aligned} x' &= \alpha_{11}x + \alpha_{12}y + \alpha_{13} \\ y' &= \alpha_{21}x + \alpha_{22}y + \alpha_{23} \end{aligned}\right\}. \qquad (12)$$

Hier sind die Koeffizienten rechter Hand im äquiformen Falle so zu bemessen, daß $\varepsilon(\alpha_{11}x + \alpha_{12}y)^2 + (\alpha_{21}x + \alpha_{12}y)^2$ bis auf einen willkürlich bleibenden Faktor mit $\varepsilon x^2 + y^2$ übereinstimmt. Dies gibt für die Koeffizienten α_{ik} zwei Bedingungen, deren Zahl auf drei steigt, wenn wir zu den kongruenten Transformationen gehend, die Determinante

$$\begin{vmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} \end{vmatrix}$$

gleich 1 setzen. Wir haben hiernach ∞^4 äquiforme und ∞^3 kongruente Transformationen, in genauer Übereinstimmung selbstverständlich mit dem, was wir im Falle $\varepsilon = 1$ von der Euklidischen Metrik her wissen.

Wir wenden uns nun zum doppelt spezialisierten Falle $\varepsilon = 0$, indem wir als Bedingung festhalten wollen, daß auch hier nur affine Transformationen (12) in Betracht gezogen werden sollen (— dies ist hier eine freie Verabredung, weil die unendlich ferne Gerade nur eine von den geraden Linien ist, die den Punkt $u_1^2 = 0$, d. h. den unendlich fernen Punkt der X-Achse enthalten, von Hause aus also keine Notwendigkeit vorliegt, daß sie bei den von uns zu betrachtenden Transformationen in sich übergeht —). Wir erhalten dann für die äquiformen Transformationen einfach $\alpha_{21} = 0$; jede Transformation

$$\left.\begin{aligned} x' &= \alpha_{11}x + \alpha_{12}y + \alpha_{13} \\ y' &= \qquad\quad\; \alpha_{22}y + \alpha_{23} \end{aligned}\right\} \qquad (13)$$

wird als äquiform anzusprechen sein. Die äquiforme Gruppe enthält trotz unserer einschränkenden Verabredung hier noch fünf Parameter. Als „Bewegungen", d. h. kongruente Transformationen möge man dann unter den (13) diejenigen bezeichnen, welche erstlich unimodular sind, zweitens die Entfernung zweier Punkte x, y und $\bar{x}$, $\bar{y}$, d. h. im vorliegenden Falle $(y - \bar{y})$, unverändert lassen. Dies gibt $\alpha_{11} = 1$, $\alpha_{22} = 1$ und die nach wie vor dreigliedrige Bewegungsgruppe ist durch die Formel gegeben:

$$\left.\begin{aligned} x' &= x + \alpha_{12}y + \alpha_{13} \\ y' &= \qquad\; y + \alpha_{23} \end{aligned}\right\}. \qquad (14)$$

Die äquiformen Transformationen enthalten sonach zwei Parameter mehr als die kongruenten. Wir werden sagen, daß wir jetzt die Einheiten für den Maßstab auf der X-Achse und der Y-Achse unabhängig wählen können. Insbesondere werden wir in $y - \bar{y}$ bei beliebig gegebenen zwei Punkten eine Bewegungsinvariante haben; ist aber insbesondere $y - \bar{y} = 0$, so ist auch $x - \bar{x}$ eine Bewegungsinvariante.

Es gilt jetzt, alle diese gewiß sehr einfachen Ansätze auf größere Variablenzahlen zu übertragen. Oder vielmehr, wir wollen gleich zu

4 Variablen x, y, z, t übergehen (wobei wir den Inbegriff aller Wertsysteme dieser Variablen mit Minkowski als Welt, x, y, z als Raumkoordinaten, t als Zeit bezeichnen). Wir verzichten darauf, die zugehörigen möglichen Arten der projektiven Maßbestimmung systematisch aufzuzählen, so einfach dies schließlich sein würde. Vielmehr beschränken wir uns darauf zu zeigen, daß hier, in der vierdimensionalen Welt, das System der Mechanik sich unter den Begriff der projektiven Maßbestimmung einordnet, und zwar sowohl das System der klassischen Mechanik, wie das der neuen Mechanik von Lorentz, Einstein, Poincaré und Minkowski, womit das Wesen dieser beiden Systeme, wie insbesondere ihre gegenseitige Stellung zur vollsten Klarheit gebracht sein dürfte.

Wolle man vorab vorübergehend $x=\frac{x_1}{x_5}$ $y=\frac{x_2}{x_5}$, $z=\frac{x_3}{x_5}$, $t=\frac{x_4}{x_5}$ setzen. Die allgemeine lineare Gleichung zwischen x, y, z, t werde dementsprechend so geschrieben: $u_1x_1+u_2x_2+u_3x_3+u_4x_4+u_5x_5=0$; speziell ist $x_5=0$ dasjenige, was wir das „unendlich Ferne" der Welt nennen wollen. Unser alter Bekannter, der Kugelkreis, erhält wie früher die Gleichung:

$$u_1^2+u_2^2+u_3^2=0; \tag{15}$$

er ist jetzt aber, da wir fünf homogene Koordinaten haben, als zweifach spezialisiertes Gebilde zu bezeichnen. Neben ihn stellen wir als einfach spezialisiertes Gebilde:

$$u_1^2+u_2^2+u_3^2-\frac{u_4^2}{c^2}=0, \tag{16}$$

wo c die „Lichtgeschwindigkeit" bezeichnen soll, $1/c^2$ also (bei Zugrundelegung der Einheiten, deren man sich in der Mechanik allgemein zu bedienen pflegt) eine sehr kleine Größe ist. In Punktkoordinaten ist dieses Gebilde durch das Gleichungspaar gegeben:

$$x_5=0,\quad x_1^2+x_2^2+x_3^2-c^2x_4^2=0, \tag{17}$$

bestimmt also eindeutig das „unendlich Ferne" der Welt. Läßt man hier, um zum Kugelkreise zu gelangen, c unendlich werden, so wird man für diesen drei Gleichungen in Punktkoordinaten erhalten:

$$x_5=0,\ x_4=0,\ x_1^2+x_2^2+x_3^2=0. \tag{18}$$

Wir haben hier $\frac{x_4}{x_5}=t=\frac{0}{0}$; der Kugelkreis ist, könnte man sagen, zeitlos zu denken. Das unendlich Ferne der Welt ist nur eine der linearen Mannigfaltigkeiten, welche den Kugelkreis enthalten, es erscheint erst dann vor anderen linearen Mannigfaltigkeiten derselben Art bevorzugt, wenn wir den Kugelkreis aus (16) bzw. (17) durch Grenzübergang entstehen lassen. — Auf diese Gebilde (16, 17) bzw. (15, 18) wollen wir nun alle Betrachtungen, die wir vorhin an die Gleichung (10), d. h. $u_1^2+\varepsilon u_2^2=0$ knüpften, sinngemäß übertragen.

Ich will gleich mit dem Kugelkreise beginnen, indem ich das Prinzip herübernehme, daß wir entsprechend der begrifflichen Auszeichnung der linearen Mannigfaltigkeit $x_5=0$ die zugehörigen äquiformen und kongruenten Transformationen der Welt nur unter den affinen Welttransformationen suchen sollen. Es hat demsprechend jetzt keinen Zweck mehr, die homogene Schreibweise festzuhalten; vielmehr werden wir das allgemeine Schema der in Betracht kommenden Transformationen entsprechend den Gleichungen (13) gleich in folgender Gestalt anschreiben:

$$\left.\begin{aligned} x' &= \alpha_{11}x+\alpha_{12}y+\alpha_{13}z+\alpha_{14}t+\alpha_{15}\\ y' &= \alpha_{21}x+\alpha_{22}y+\alpha_{23}z+\alpha_{24}t+\alpha_{25}\\ z' &= \alpha_{31}x+\alpha_{32}y+\alpha_{33}z+\alpha_{34}t+\alpha_{35}\\ t' &= \alpha_{44}t+\alpha_{55} \end{aligned}\right\}\cdot \tag{19}$$

Äquiform werden wir diese Transformationen nennen, wenn sie das Gleichungssystem (18) in sich überführen. Hierfür ergibt sich als einzige Bedingung, daß die Matrix

$$\begin{vmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} & \alpha_{13}\\ \alpha_{21} & \alpha_{22} & \alpha_{23}\\ \alpha_{31} & \alpha_{32} & \alpha_{33} \end{vmatrix} \tag{20}$$

orthogonal sei. Dies liefert für die neun Koeffizienten $\alpha_{11}, \ldots \alpha_{33}$ in bekannter Weise fünf Gleichungen; im ganzen bleiben von den 17 in (19) auftretenden Koeffizienten also 12 willkürlich. — Unter den so bestimmten äquiformen Transformationen werden wir dann gemäß (14) diejenigen als kongruente Transformationen bezeichnen, für die die Matrix (20) unimodular und überdies $\alpha_{44}=1$ ist. Die Gruppe der so bestimmten kongruenten Transformationen enthält noch zehn Parameter. Sind x, y, z, t und $\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}, \bar{t}$ die Koordinaten zweier Weltpunkte, so bleibt bei der Gruppe der kongruenten Transformationen allgemein zu reden nur die Differenz $t-\bar{t}$ unverändert; nur wenn $t-\bar{t}$ insbesondere gleich 0 ist, so ist auch $(x-\bar{x})^2+(y-\bar{y})^2+(z-\bar{z})^2$ eine Invariante. Zwei Weltpunkte haben also nur dann eine „rein geometrische" Invariante, wenn ihre Zeitdifferenz verschwindet.

Daß wir mit diesen Angaben über die zum Kugelkreis gehörigen äquiformen und kongruenten Welttransformationen in der Tat die Grundlagen der klassischen Mechanik treffen, bedarf nach dem, was neuerdings von anderen Autoren vielfach hervorgehoben ist, kaum der

Ausführung. Die Grundgleichungen der klassischen Mechanik bleiben in der Tat ungeändert, wenn wir

1. das beliebig gewählte rechtwinklige Raumkoordinatensystem x, y, z durch irgendein anderes gleich orientiertes ersetzen,
2. dem rechtwinkligem System irgendeine gleichförmige Translation erteilt denken,
3. den Anfangspunkt, von dem aus wir die Zeit t zählen, beliebig ändern.

Genau dieses findet in der Gruppe unserer kongruenten Transformationen seinen Ausdruck. Speziell den gleichförmigen Translationen (2) entsprechen in unseren Formeln die Glieder mit $\alpha_{14}t, \alpha_{24}t, \alpha_{34}t$. Dem Umstande aber, daß unsere äquiformen Transformationen zwei Parameter mehr enthalten, als die kongruenten, korrespondiert die Tatsache, daß in der klassischen Mechanik die Zeiteinheit und die Längeneinheit unabhängig voneinander willkürlich gewählt werden können (worauf sich die Lehre von der „Ähnlichkeit" in der klassischen Mechanik stützt). —

Wir betrachten zweitens den Fall des nur einfach spezialisierten Grundgebildes (17) (das noch keinen besonderen Namen trägt, aber gewiß einen solchen verdiente):

$$x_5 = 0, \quad x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 - c^2 x_4^2 = 0.$$

Die äquiformen Transformationen sind hier notwendig affin, um so mehr gehen wir wieder zur nichthomogenen Schreibweise zurück. Das allgemeine Schema einer affinen Transformation ist dann:

$$\left.\begin{aligned} x' &= \alpha_{11}x + \alpha_{12}y + \alpha_{13}z + \alpha_{14}t + \alpha_{15} \\ y' &= \alpha_{21}x + \;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\; + \alpha_{25} \\ z' &= \alpha_{31}x + \;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\; + \alpha_{35} \\ t' &= \alpha_{41}x + \;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\; + \alpha_{45} \end{aligned}\right\} . \quad (21)$$

Wir haben eine äquiforme Transformation, sobald die durch die Matrix

$$\begin{vmatrix} \alpha_{11} & \cdots & \alpha_{14} \\ \cdot & \cdots & \cdot \\ \cdot & \cdots & \cdot \\ \alpha_{41} & \cdots & \alpha_{44} \end{vmatrix}$$

gegebene homogene Substitution der x, y, z, t die quadratische Form $x^2 + y^2 + z^2 - c^2t^2$ in ein Multiplum ihrer selbst überführt. Dies legt den 20 Koeffizienten α_{ik} 9 Bedingungen auf; die Gruppe der äquiformen Transformationen enthält also jetzt 11 Parameter. Aus ihr entsteht die Gruppe der kongruenten Transformationen (wie wir sie seither definierten), indem wir verlangen, daß die Determinante

$$\begin{vmatrix} \alpha_{11} & \cdots & \alpha_{14} \\ \cdot & \cdots & \cdot \\ \cdot & \cdots & \cdot \\ \alpha_{41} & \cdots & \alpha_{44} \end{vmatrix}$$

den festen Wert 1 haben soll. Wir haben so eine Gruppe mit 10 Parametern. Sind x, y, z, t und $\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}, \bar{t}$ die Koordinaten irgend zweier Weltpunkte, so erweist sich ihr gegenüber das Quadrat der Quasientfernung:

$$(x - \bar{x})^2 + (y - \bar{y})^2 + (z - \bar{z})^2 - c^2(t - \bar{t})^2$$

als unveränderlich.

Wir haben nun noch einen feineren Punkt herauszuarbeiten, der schon oben, bei den Erörterungen über das Punktepaar $u_1^2 + \varepsilon u_2^2 = 0$ als Fundamentalgebilde einer ebenen Maßbestimmung, hätte herangebracht werden können. Um aus der Gesamtheit der äquiformen Transformationen die kongruenten herauszuheben, haben wir uns damals darauf beschränkt, in den Substitutionen (12) die Determinante

$$\begin{vmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} \end{vmatrix} = 1$$

zu setzen. So macht man es ja in der Tat bei Euklidischer Maßbestimmung, wo als Fundamentalgebilde ein imaginäres Punktepaar zugrunde liegt. Aber dies ist doch nur für den Fall des imaginären Punktepaars (für den Fall eines positiven ε) konklusiv. Ist das Punktepaar reell (ε negativ), so ergibt die nähere geometrische Überlegung, daß die unimodularen äquiformen Transformationen für sich kein Kontinuum mehr bilden, wie man dies doch billigerweise von dem Inbegriff der kongruenten Transformationen verlangen sollte. Ihre Gesamtheit zerfällt vielmehr in vier Kontinua. Nur diejenigen Transformationen, welche das Vorzeichen des Differentialausdrucks $\varepsilon dx^2 + dy^2$ ungeändert lassen und überdies positives α_{22} aufweisen, werden im engeren Sinne als Bewegungen zu bezeichnen sein, weil sie allein sich an die „identische" Transformation $x' = x, y' = y$ kontinuierlich anschließen. Der früher gegebenen Definition der kongruenten Transformationen sind also bei negativem ε die genannten Forderungen noch ausdrücklich zuzusetzen. Auf die damals gegebene Abzählung der Parameter hat dies keinen Einfluß. Auch haben wir im Grenzfalle $\varepsilon = 0$, indem wir $\alpha_{22} = 1$ setzten, bereits der neuen Verabredung entsprechend gehandelt. — Etwas Ähnliches ist es nun auch mit dem jetzt zu behandelnden Falle des Gebildes (17) (das wegen des negativen Vorzeichens, mit dem der Term $c^2x_4^2$ in seine Gleichung eingeht, bis zu einem gewissen Grade dem Falle des reellen Punktepaares der Ebene zu vergleichen ist). Jetzt zeigt die genauere geometrische Überlegung, — die nicht etwa schwer ist, die aber mehr Platz beanspruchen würde, als wir ihr hier geben können — daß die Gruppe der kongruenten Trans-

formationen, wie wir sie zunächst definierten, noch zwei Kontinua umfaßt, und daß wir als Gruppe der Bewegungen von diesen beiden Kontinuen nur dasjenige brauchen können, welches durch positives α_{44} charakterisiert ist.

Mögen wir die Forderung eines positiven α_{44} also der Definition unserer zehngliedrigen Gruppe noch ausdrücklich hinzufügen. Wir haben dann genau die Lorentzgruppe der „neuen" Mechanik vor uns. Allerdings sagt man von der Lorentzgruppe zumeist, sie habe sechs (nicht zehn) Parameter. Das ist aber nur eine Folge davon, daß man in der mathematischen Physik gewöhnlich nicht die Transformationen (21) der Koordinaten x, y, z, t, sondern nur die entsprechenden Transformationen der Differentiale dx, dy, dz, dt betrachtet, bei denen die additiven Konstanten α_{15}, α_{25}, α_{35}, α_{45} der Formeln (21) selbstverständlich fortfallen. Der Umstand aber, daß die Gruppe der äquiformen Transformationen jetzt nur einen Parameter mehr enthält als die der kongruenten, findet sein Gegenstück in dem Umstande, daß durch Vorgabe der Konstanten c (der Lichtgeschwindigkeit) in der neuen Mechanik Raumeinheit und Zeiteinheit aneinander geknüpft sind (so daß nur eine der beiden willkürlich angenommen werden kann).

So sind denn alte Mechanik und neue Mechanik gleichmäßig in das Schema der projektiven Maßbestimmung bei vier Variablen x, y, z, t eingeordnet, — der Zielpunkt, den ich zu Anfang dieses Vortrags in Aussicht nahm, ist erreicht. Alles, was ich zu Eingang über das Verhältnis der metrischen Geometrie zur projektiven gesagt habe, würde sich sinngemäß übertragen lassen. Ich beschränke mich aber darauf, noch zwei kurze Bemerkungen zuzufügen.

Zunächst: Gemäß der Terminologie, die ich oben bei Gelegenheit berührte, dürfen wir sagen, daß die klassische Mechanik ebenso wie die neue Mechanik eine „Relativitätstheorie" bezüglich einer Gruppe von zehn Parametern ist. Man möchte fragen, warum denn in der physikalischen Literatur das Wort „Relativitätstheorie" ausschließlich als ein Attribut der neuen Mechanik gebraucht wird? Hierauf scheint zu antworten: weil die neue Mechanik historisch auf dem Umwege über die Elektrodynamik entstanden ist. Es genügt, um die Sachlage klar zu machen, die Maxwellschen Gleichungen für den reinen Äther etwa in der Hertzschen Bezeichnung herzusetzen:

$$\frac{1}{c}\cdot\frac{\partial L}{\partial t}=\frac{\partial Z}{\partial y}-\frac{\partial Y}{\partial z}, \qquad \frac{1}{c}\cdot\frac{\partial X}{\partial t}=\frac{\partial M}{\partial z}-\frac{\partial N}{\partial y},$$

$$\frac{1}{c}\cdot\frac{\partial M}{\partial t}=\frac{\partial X}{\partial z}-\frac{\partial Z}{\partial x}, \qquad \frac{1}{c}\cdot\frac{\partial Y}{\partial t}=\frac{\partial N}{\partial x}-\frac{\partial L}{\partial z},$$

$$\frac{1}{c}\cdot\frac{\partial N}{\partial t}=\frac{\partial Y}{\partial x}-\frac{\partial X}{\partial y}, \qquad \frac{1}{c}\cdot\frac{\partial Z}{\partial t}=\frac{\partial L}{\partial y}-\frac{\partial M}{\partial x},$$

$$\frac{\partial L}{\partial x}+\frac{\partial M}{\partial y}+\frac{\partial N}{\partial z}=0, \qquad \frac{\partial X}{\partial x}+\frac{\partial Y}{\partial y}+\frac{\partial Z}{\partial z}=0.$$

Diese Gleichungen bleiben selbstversändlich ungeändert, wenn man das x, y, z System durch irgendein anderes (gleich orientiertes) rechtwinkliges Koordinatensystem ersetzt, oder wenn man den Anfangspunkt der Zeit beliebig verschiebt; — das macht zusammen eine Gruppe von sieben Parametern. Sie bleiben aber keineswegs mehr ungeändert, wenn man das Koordinatensystem einer gleichförmigen Translation unterwirft, also setzt:

$$x' = x + \alpha_{14}t, \quad y' = y + \alpha_{24}t, \quad z' = z + \alpha_{34}t.$$

Hierin lag der Anlaß, daß man unter der Herrschaft der Maxwellschen Gleichungen den elektrodynamischen Äther zunächst als im Raume ruhend ansah, daß die Auffassung des absoluten Raumes wieder zu Ehren kam. Es blieb die siebengliedrige Gruppe der Änderungen, welche dem rein äußerlichen Übergang von einem Koordinatensystem x, y, z, t zu einem gleichberechtigten anderen entspricht. — Da kam die Entdeckung, daß diese siebengliedrige Gruppe in einer anderen zehngliedrigen enthalten sei, welche die Maxwellschen Gleichungen ihrerseits unverändert läßt, eben der Lorentzgruppe. Wieder entschwand der absolute Raum (oder vielleicht besser: die absolute Welt), — die Welt ward wieder, was sie früher war, ein relativer Begriff —, und man bildete sich, ohne daran zu denken, daß man nur das frühere Sachverhältnis mutatis mutandis wiederherstellte, das Wort „Relativitätstheorie" als einen neuen, auf die Lorentzgruppe ausschließlich bezüglichen Term.

Als Schlußbemerkung aber möchte ich diese wählen: es wurde oben darauf hingewiesen, daß die Schwierigkeiten, die jedermann empfindet, der, von der Gewöhnung der Euklidischen Geometrie beginnend, versucht, in die Nicht-Euklidischen Doktrinen einzudringen, ohne weiteres wegfallen, wenn man den übergeordneten Standpunkt des projektiven Denkens als Ausgangspunkt nimmt. Analoges möchte für das Studium der neuen Verhältnisse gelten, die innerhalb der Mechanik bei Zugrundelegung der Lorentzgruppe hervortreten. Es scheint unzweckmäßig, bei diesem Studium immer von den in der klassischen Mechanik geltenden Auffassungen auszugehen und dann zu überlegen, wie diese künstlich deformiert werden müssen, um auf die neue Mechanik zu passen. Vielmehr scheint es richtiger, sich vom Standpunkte

der alten Mechanik zunächst zu einem umfassenderen zu erheben, der dann die alte und die neue Mechanik nebeneinander als spezielle Fälle umschließt. Nach dem, was oben angeführt wurde, ist hierfür nicht einmal nötig, sich in die projektive Auffassung der Welt hineinzudenken, denn es genügt die affine Auffassung. Es wird darauf ankommen, eine systematische Invariantentheorie der affinen „Welt" zu schreiben, wozu übrigens alle Elemente in den mehrdimensionalen Untersuchungen der Mathematiker bereits vorliegen, und von ihr aus die beiden Arten der Mechanik, die alte und die neue, nebeneinander zu behandeln. Wieso die alte Mechanik ein Grenzfall der neuen ist, inwieweit sie also als eine Annäherung an letztere angesehen werden darf, kommt dann von selbst hervor. Wer bringt dieses Programm zur Ausführung?

Minkowski hatte die hier geforderten Dinge für sich zweifellos sehr genau überlegt. Aber da er für den weiten Kreis der physikalisch interessierten Leser schrieb, hielt er es im Interesse der Verständlichkeit seiner Entwickelungen für zweckmäßiger, nicht seine bezüglichen inneren Überlegungen vorzutragen, sondern nur die auskristallisierte Form des Algorithmus, zu dem sie im Falle der Lorentzgruppe hinführen. Das ist Minkowskis vierdimensionale Vektorrechnung, die er ohne nähere Begründung als ein bestimmtes System fest verabredeter algebraischer Prozesse an die Spitze seiner elektrodynamischen Entwickelungen stellt[1]).

1) Ich hatte in meinem Vortrage vom 10. Mai insbesondere auch von der eleganten Darstellung der Koeffizienten der Lorentzgruppe durch zehn unabhängige Parameter gesprochen, die sich auf Grund einer wieder zuerst von Cayley aufgestellten berühmten Quaternionenformel ergibt.

Die Schlußformel ist die folgende. Ich verstehe unter i die gewöhnliche imaginäre Einheit, unter i_1, i_2, i_3 die spezifischen Einheiten des Quaternionenkalküls. $A A'$, ... D, D' seien acht Parameter, welche an die bilineare Gleichung

$$AA' + BB' + CC' + DD' = 0$$

und übrigens die Ungleichung

$$A^2 + B^2 + C^2 + D^2 > A'^2 + B'^2 + C'^2 + D'^2$$

gebunden sein sollen. Ebenso seien x_0, y_0, z_0, t_0 vier Parameter. Die Substitutionen der Lorentzgruppe sind dann durch folgende Formel gegeben:

$$(i_1 x' + i_2 y' + i_3 z' + ict') - (i_1 x_0 + i_2 y_0 + i_3 z_0 + ict_0)$$
$$= \frac{\left[\begin{array}{c}(i_1(A+iA') + i_2(B+iB') + i_3(C+iC') + (D+iD'))\\ \cdot(i_1 x + i_2 y + i_3 z + ict)\\ \cdot(i_1(A-iA') + i_2(B-iB') + i_3(C-iC') - (D-iD'))\end{array}\right]}{(A'^2 + B'^2 + C'^2 + D'^2) - (A^2 + B^2 + C^2 + D^2)}.$$

Da die Multiplikation der A, A', ... D, D' mit einem beliebigen gemeinsamen Faktor die Formel nicht ändert, die A, A', ... aber andererseits der obigen Bilinearrelation unterworfen sind, haben wir in der Tat zehnfach unendlich viele Substitutionen vor uns.

Wegen der näheren Einzelheiten und der literarischen Nachweise vergleiche man etwa die „Zusätze und Ergänzungen", welche Herr Fritz Nöther dem eben erscheinenden Schlußhefte von Sommerfelds und meiner „Theorie des Kreisels" (Leipzig, Teubner, 1910) hinzugefügt hat. August 1910. Klein.

(Eingegangen 22. November 1910.)

ZUSAMMENFASSENDE BERICHTE.

Vierte Konferenz der "International Union for Cooperation in Solar Research".

Die vierte Konferenz der "Solar Union" (erste St. Louis 1904, zweite Oxford 1905, dritte Paris 1907) fand in der Zeit vom 28. August bis 4. September unter lebhafter Beteiligung in Pasadena (Kalifornien) statt. Eine größere Anzahl von Astronomen und Physikern vereinigten sich bereits am 17. August in Boston und nahmen an der elften Versammlung der „Astronomical and Astrophysical Society of America" teil, welche ihre Sitzungen diesmal in den Räumen des Harvard Observatoriums (Direktor E. C. Pickering) abhielt. Von den 37 Vorträgen, welche gehalten wurden, seien die folgenden als von speziellem physikalischem Interesse genannt:

F. W. Very, Über die Korrektionen, die an den Daten der irdischen Meteorologie und der Solarkonstante anzubringen sind und über den „besten" Wert der Solarkonstante.

Derselbe, Eine unabhängige Methode zur Bestimmung der Sonnenstrahlung außerhalb der Erdatmosphäre.

Derselbe, Die äußere strahlende Schicht der Erdatmosphäre.

Derselbe, Verbesserungen bei der Messung der Intensität von Spektrallinien.

E. E. Barnard, Über die Bewegung der Teilchen in dem Schweife des Halleyschen Kometen am 6. Juni 1910.

D. P. Todd, Über die Stabilität eines Ballonkorbes und den Gebrauch von astronomischen Instrumenten in demselben.

J. Stebbins, Resultate mit einem Selen-Photometer.

F. Schlesinger, Die Rotation der Sonne

für verschiedene Bestandteile der umkehrenden Schicht.

W. S. Adams und H. G. Gale, Das Spektrum der Chromosphäre und die Anwendung neuer Laboratoriumsergebnisse auf dasselbe.

W. S. Adams, Einige Resultate einer Untersuchung der Spektren des Sirius, Procyon und Arcturus bei Anwendung hoher Dispersion (wie in Rowlands Sonnenatlas).

W. S. Adams und H. C. Gale, Über das Spektrum des elektrischen Funkens unter hohem Druck.

S. A. Mitchell, Wellenlängenmessungen bei Sonnenfinsternissen.

Von Boston fuhren die Teilnehmer der Konferenz gemeinsam über Buffalo nach Chicago und mit der Santa-Fé-Route über Williams (Grand Canyon) nach Pasadena, wo sie bereits eine Reihe weiterer Mitglieder der Union vorfanden, die allein, teils auf nördlicheren Routen, teils auf demselben Wege, angelangt waren. Aus den Vereinigten Staaten waren u. a. anwesend: J. S. Ames, Ch. G. Abbot, W. S. Adams, W. W. Campbell, W. W. Coblentz, F. Ellerman, E. A. Fath, Mrs. W. Fleming, Ph. Fox, E. B. Frost, H. G. Gale, G. E. Hale, W. J. Humphreys, A. S. King, A. O. Leuschner, H. C. Lord, A. G. Mc. Adie, S. A. Mitchell, E. C. Pickering, W. G. Ritchey, H. N. Russell, Ch. St.-John, F. Sanford, F. Schlesinger, F. H. Seares, V. M. Slipher, F. Slocum, S. W. Stratton, F. R. Watson, H. C. Wilson, aus Kanada: J. S. Plaskett; aus Deutschland: P. Eversheim, J. Hartmann, K. Haußmann, H. Kayser, H. Konen, F. Küstner, E. Pringsheim, K. Schwarzschild, H. Struve; aus England: A. L. Cortie, F. W. Dyson, A. Fowler, E. H. Hills, Sir J. Larmor, H. F. Newall, A. Schuster, H. H. Turner; aus Frankreich: A. Bosler, M. Chretien, A. Cotton, H. Deslandres, Ch. Fabry, M. Hamy, A. de la Baume Pluvinel, P. Puiseux; aus Holland: J. C. Kapteyn; aus Italien: A. Ricco; aus Österreich: J. von Hepperger; aus Rußland: J. O. Bäcklund, N. Donitch, A. Belopolsky; aus Schweden: J. Rydberg; aus der Schweiz: A. Wolfer.

Neben den Werkstätten in Pasadena, in denen bekanntlich die größten Reflektoren der Gegenwart gebaut werden, und den „Offices" konnten die Teilnehmer des Kongresses zunächst das vortrefflich eingerichtete spektroskopische Laboratorium des Sonnen-Observatoriums der „Carnegie-Institution of Washington" in Augenschein nehmen. Alsdann begab sich die ganze Versammlung zu Fuß, auf Maultieren oder in Wagen auf den Gipfel des Mount Wilson, wo die Observatoriumsgebäude nebst ihren Nebengebäuden gelegen sind. Während fünf Tagen, von denen der erste freilich fast ganz durch den Aufstieg in Anspruch genommen wurde, fanden alsdann die Sitzungen der Solar-Union unter wohl einzigartigen äußeren Umständen statt. Das intime Zusammenleben einer verhältnismäßig kleinen Zahl von Kongreßteilnehmern auf dem abgeschlossenen und wenig ausgedehnten Gipfel des Mount Wilson förderte den Gedankenaustausch und das Sichkennenlernen der Mitglieder in glücklichster Weise.

Vorträge über spezielle Themata waren diesmal ausgeschlossen. Die Hauptzeit der offiziellen Sitzung war den Komite-Berichten und Beschlußsitzungen gewidmet. Eröffnet wurde der Kongreß durch einen Vortrag G. E. Hales über seine neuesten Resultate bei der Untersuchung des Zeeman-Effektes an Sonnenflecken und über das Programm der weiteren Arbeiten des Observatoriums.

Aus den Komite-Berichten und -Beschlüssen sei das folgende erwähnt: auf Antrag des Wellenlängenkomitees wurde einstimmig beschlossen, daß im Bereiche $\lambda\,4282 - \lambda\,6494$ die arithmetischen Mittel der drei Messungen von Fabry-Buisson, Eversheim und Pfund bis auf weiteres im Internationalen Wellenlängensystem als Normalen zweiter Ordnung gelten sollen (die betr. Zahlen sind inzwischen im Astrophysical Journal **32**, 215—216, 1910 veröffentlicht worden). Wellenlängen, die auf die neuen Normalen bezogen sind (was wünschenswert ist), sollen durch den Zusatz „I. A." als im System der internationalen Einheiten gemessen bezeichnet werden. Weiter sollen im Bereiche $\lambda\,5800$ bis 6000, wo wenige geeignete Eisenlinien sind, Bariumlinien als Zusatznormalen benutzt werden. Normalen dritter Ordnung (zwischen diejenigen zweiter interpoliert) sollen von verschiedenen Seiten gemessen und dann vom Komite publiziert werden. Ebenso sind in dem Bereiche unterhalb $\lambda\,4284$ noch weitere Messungen der Normalen zweiter Ordnung auszuführen. Vorläufig sind die Normalen dritter Ordnung zu benutzen, die Kayser dem Kongreß für den Bereich der festgelegten Normalen zweiter Ordnung überreichte und die durchweg wahrscheinliche Fehler nicht größer als 1—2 Tausendstel A. E. haben (auch diese Zahlen sind inzwischen Astrophys. J. **32**, 217—226, 1910, gedruckt worden).

Von weiteren Berichten sei hervorgehoben: Der Bericht des Komites (C. Abbot) für die Messung der Sonnenstrahlung, von Humphreys über einen neuen Typus des Pyrheliometers, der Bericht des Komites für Sonnenrotation, der

Bericht des Komites über Untersuchungen mit dem Spektroheliographen, Vorträge von Abbot über die Solarkonstante und von Kapteyn über Sternströme, ferner der Beschluß, auch die Stellar-Astrophysik in den Bereich der Arbeiten der Solar-Union einzubeziehen und endlich der Beschluß, die nächste Tagung im Jahre 1913 in Bonn abzuhalten.

Am 3. September begab sich die Vereinigung wieder hinunter nach Pasadena, um sich am Tage darauf zu zerstreuen. Die Mehrzahl der auswärtigen Mitglieder wählte den Weg durch den Norden der Vereinigten Staaten als Rückweg und begegnete sich noch häufiger. Auf die Fülle des ihnen von den amerikanischen Physikern und Astronomen in den verschiedensten Städten gezeigten kann an dieser Stelle nicht eingegangen werden. Es sei erwähnt, daß die meisten Teilnehmer der Versammlung die bedeutenderen Observatorien sowie die physikalischen Institute der größeren Universitäten besuchten, ferner die Institute der Carnegie-Stiftung in Washington, das Bureau of Standards usw. und daß sie überall von Behörden und Privatleuten in gleicher Weise gefördert und mit außerordentlichem Entgegenkommen aufgenommen wurden. H. Konen.

(Eingegangen 14. November 1910.)

PHYSIKALISCHE TECHNIK.

Ein einfacher Vorlesungsapparat.

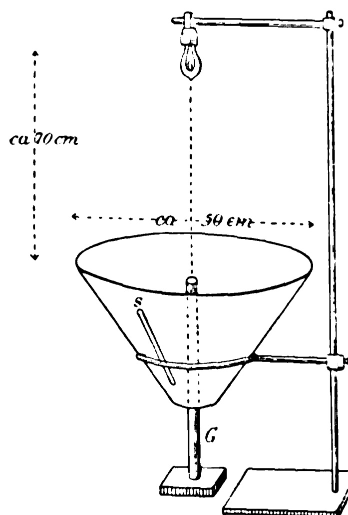
Von W. Kaufmann.

Unsichtbarkeit durchsichtiger Objekte bei gleichförmiger Beleuchtung.

Ein völlig durchsichtiger, also keinerlei Strahlung absorbierender Körper kann im Innern eines gleichförmig temperierten, also auch nach allen Seiten gleichförmig strahlenden Hohlraumes die Strahlenverteilung auch dann nicht ändern, wenn er selbst sich auf beliebiger anderer Temperatur befindet. Ein an irgendeinem Punkt der Oberfläche des Hohlraumes befindliches Auge empfängt also von allen Punkten des Körpers ebensoviel Licht, als wenn der Körper nicht da wäre, der Körper ist völlig unsichtbar.

Da es sich hier nur um eine Kompensation der durch Brechung und Reflexion an dem Körper erzeugten Veränderungen der einzelnen Strahlenbündel handelt, so muß dasselbe Resultat auch gelten, wenn die Hülle nicht selbst leuchtet, sondern allseitig gleichartig beleuchtet ist, und infolge gleichartiger Beschaffenheit von allen ihren Punkten gleichviel reflektiert. Diese Bedingung ist durch die in nebenstehender Figur abgebildete Versuchsanordnung genügend erfüllt.

Ein Trichter aus mattem weißen Karton (besser noch aus Blech und mit Gips bestrichen) ist auf einen Bunsenstativring gesetzt und von oben her durch eine 25 kerzige Glühlampe beleuchtet. Die Lampe muß genau in der Achse stehen und im übrigen das Zimmer verdunkelt sein. Von unten ragt in den Trichter genau axial ein Glasstab G von 0,5 bis 1 cm Dicke, der sorgfältig gereinigt und bezüglich Freiheit von Knötchen und eingebrannten Staubkörnern ausgesucht sein muß. Blickt man durch den etwa 1 cm breiten Spalt S in den Trichter hinein, so ist der Stab völlig unsichtbar. Er wird sichtbar, wenn man entweder den Stab,



oder die Lampe aus der Achse verschiebt, oder den Trichter neigt.

(Eine vollkommenere, aber weniger bequeme Anordnung, aus einer phosphoreszierenden Hohlkugel bestehend, hat R. W. Wood[1]) beschrieben.)

1) Nature 66, 102, 1902.

(Eingegangen 2. Dezember 1910.)

Demonstrationsversuch über die Energieaufnahme in Wechselstromkreisen.

Von Br. Glatzel.

Seit einiger Zeit benutze ich zur Veranschaulichung der Energieverhältnisse in Wechselstromkreisen eine Versuchsanordnung, welche wohl das Verständnis der betreffenden Vorgänge wesentlich zu erleichtern vermag. Da eine solche Anordnung meines Wissens in weiteren Kreisen nicht bekannt ist, so möchte ich im folgenden kurz die von mir angewendete beschreiben.

Es handelt sich um die experimentelle Darstellung des Verlaufs der momentanen Leistungswerte $e_t \cdot i_t$ während einer Periode des Wechselstromes bei den verschiedenen Phasenverschiebungen zwischen Strom und Spannung, wie ihn Fig. 1 zeigt.

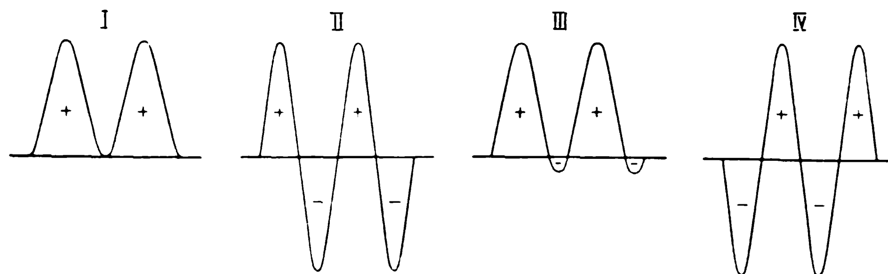


Fig. 1.

In ihr bedeutet das +-Zeichen Energieaufnahme des Wechselstromkreises, also Lieferung von Energie durch die Maschine, das —-Zeichen Zurücklieferung von Energie aus dem Kreise an die Maschine. Die benutzte Schaltung ist in Fig. 2 wiedergegeben.

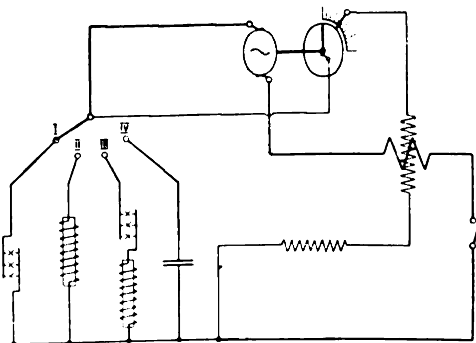


Fig. 2.

Die Stromspule des Wattmeters W, für welches ein Demonstrationsinstrument mit beiderseitigem Ausschlag Verwendung findet, ist dauernd in den Stromkreis eingeschaltet, während die Spannungsspule durch den Kontakt einer Joubertschen Scheibe, welche auf der Achse der Wechselstrommaschine angebracht ist, nur in den einzelnen Zeitmomenten der Periode angeschlossen wird, so daß der jeweilige Ausschlag am Wattmeter stets der Momentanleistung in dem betreffenden Zeitpunkt der Periode entspricht. Beim Durchlaufen der verschiedenen Kontaktstellungen erhält man die aufeinanderfolgenden Werte $e_t i_t$, nach welchen man dann die Leistungskurve aufzeichnen kann. Bei passender Wahl der Kreiskonstanten lassen sich so leicht die oben angegebenen Kurven darstellen.

Für das Verständnis derselben erscheint es mir hierbei von Wichtigkeit, daß man mit der beschriebenen Versuchsanordnung direkt experimentell zeigen kann, daß in den Fällen II, III, IV tatsächlich eine Energierückgabe aus dem Wechselstromkreise an die Maschine erfolgt, Kreis und Maschine also zu bestimmten Zeiten gleichsam ihre Rollen tauschen. Will man die Versuche nicht nur als reine Demonstrationsversuche vorführen, sondern sie auch gleichzeitig zahlenmäßig verwerten, so ist eine Eichung des Wattmeters in Verbindung mit der Joubertschen Scheibe erforderlich, wobei es genügt, lediglich die Spannungsspule des Wattmeters auf Volt zu eichen.

Charlottenburg, Technische Hochschule, September 1910.

(Eingegangen 3. Oktober 1910.)

Die Leistungsgrenze der Spiegelablesung.

Von Wilhelm Volkmann.

Für alle Instrumente, deren Wirksamkeit auf der Anwesenheit eines schwingenden Teiles beruht, gilt die gemeinsame Regel, daß eine Steigerung der Empfindlichkeit erreicht wird, wenn man das Verhältnis des Trägheitsmomentes zum wirksamen Drehungsmoment verkleinert[1]). Diese Regel führt durchweg zu einer Verkleinerung der Instrumente und bei denen mit Spiegelablesung auch zur Verwendung kleiner Spiegel.

1) Heinrich Weber, Pogg. Ann. **137**, 121—136, 1869.

Wie weit man mit Vorteil gehen kann, wird durch Nebenumstände bestimmt, z. B. durch die Möglichkeit der Anfertigung sehr kleiner Stücke, durch die Eigenschaften des Aufhängefadens, vor allem aber durch Erschütterungen. Seit der Erfindung der Quarzfäden und der Ausarbeitung der Methoden zur schütterfreien Aufhängung kann man aber in günstig gelegenen Gebäuden vielfach zu einer solchen Zartheit der Instrumente übergehen, daß die optische Leistungsfähigkeit des Spiegels die Brauchbarkeit des Instrumentes begrenzt. Wie sich auf Grund der Beugung die Leistung des Spiegels stellt, ist schon mehrfach, zuerst wohl von Lord Rayleigh[1]) berechnet worden. Es schien mir nützlich, dieser Rechnung einmal photographische Aufnahmen gegenüberzustellen. Der Rechnung müssen nämlich notwendigerweise einige Voraussetzungen untergelegt werden über das Maß der Deutlichkeit, das zum Erkennen der Skale nötig ist. Wenn man sich hierbei auch auf die Erfahrungen stützen kann, die die Astronomen beim Auflösen von Doppelsternen gesammelt haben, so fehlt es doch an Unterlagen dafür, unter welchen Bedingungen noch Zehntelschätzung möglich ist und dies um so mehr, als auch um den Okularfaden sich Beugungserscheinungen gruppieren.

In der Wahl des Objektivdurchmessers vom Ablesefernrohr ist man nicht beschränkt, unter allen Umständen ist also die kleinste unvermeidliche Einengung des Lichtbündels durch den Spiegelrand gegeben. Dieser stellt daher die Aperturblende dar; wie weit er zugleich für die Begrenzung des Gesichtsfeldes bestimmend ist, hängt vom Abstand zwischen Fernrohr und Spiegel ab. Die Verhältnisse sind also in allen wesentlichen Stücken dieselben, wie wenn man ein astronomisches Fernrohr durch eine vor das Objektiv gestellte Blende stark abblendet.

Unter dem Auflösungsvermögen eines Fernrohres versteht man das Reziproke des Winkels, den, von der Mitte der Aperturblende aus gesehen, zwei Lichtpunkte mindestens einschließen müssen, damit sie im Fernrohr eben noch sicher getrennt gesehen werden können. Vorausgesetzt ist dabei eine so starke Okularvergrößerung, daß nicht etwa die Struktur der Netzhaut dem Erkennen der beiden Punkte hinderlich wird. Für ein optisch vollkommenes Fernrohr nimmt man an[2]), daß die Bilder der beiden Lichtpunkte dann noch gerade getrennt werden können, wenn die Mitte des einen Bildes auf das erste Minimum der das andere umgebenden Beugungssäume fällt. In diesem Falle sinkt zwischen den beiden Bildmittelpunkten die Helligkeit um 15 Proz. und dies genügt bei mittleren Lichtverhältnissen zur Unterscheidung[1]).

1) Phil. Mag. (5) **20**, 360—361, 1885.
2) P. Drude, Lehrbuch der Optik, 2. Aufl., S. 220.

Bei einem Fernrohr, dessen Objektiv den Halbmesser h hat, tritt das erste Minimum ein für den Winkel:

$$(\sin \varphi) = \varphi = 0{,}61 \frac{\lambda}{h}$$

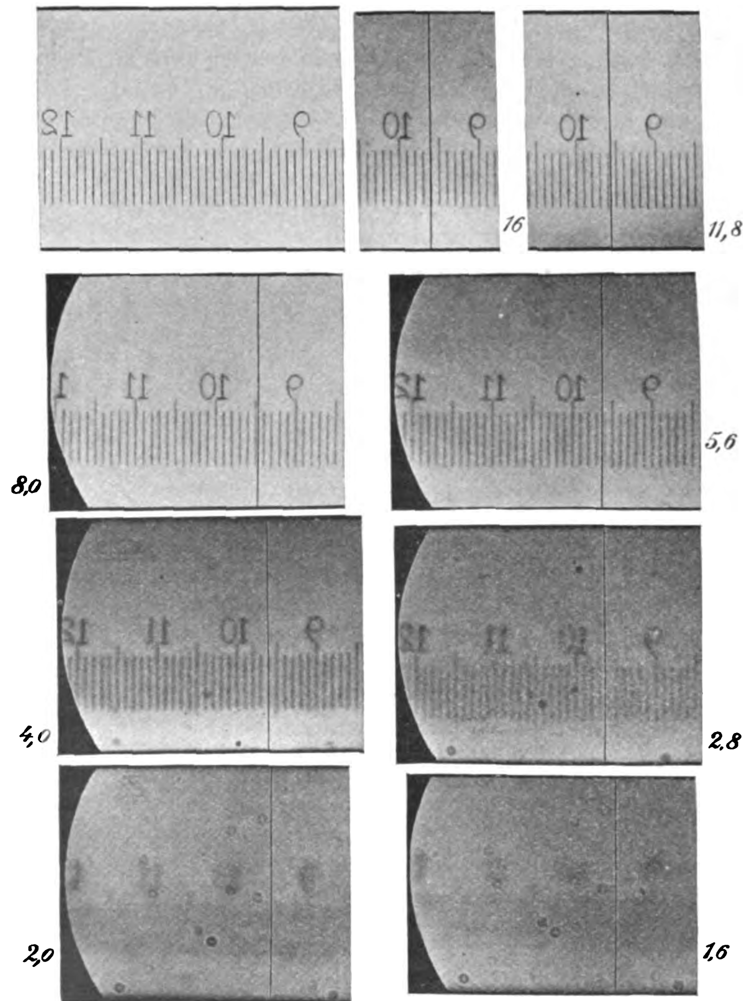
und wenn man als mittlere Wellenlänge $\lambda = 0{,}00056$ mm setzt, ergibt sich das Auflösungsvermögen (h in mm):

$$A = \frac{h}{1{,}17}.$$

Bei der Ablesung mit Spiegel und Skala handelt es sich nicht um die Auflösung von Punkten, sondern von parallelen Linien. Die Verhältnisse liegen hier ein wenig günstiger. Eingehend behandelt hat diesen Fall F. L. O. Wadsworth[2]). Weiter ist in Betracht zu ziehen, daß man bei der Auflösung von Linien mit einem geringeren Lichtabfall auskommt[3]) und daß die regelmäßige Wiederkehr der Helligkeitsunterschiede auch die Auflösung erleichtert. Diese Vorteile sind aber sämtlich nur gering und im ganzen wird man im Einklang mit der obigen Formel sagen können, daß die Striche einer Millimeterskale aufhören unterscheidbar zu sein, wenn man um mehr als das Viertausendfache des Spiegelhalbmessers sich mit der Skale von dem Spiegel entfernt. Die Fernrohrvergrößerung soll dabei, je nach dem Abstand zwischen Fernrohr und Spiegel, drei bis sechs Einheiten für jeden mm Spiegelhalbmesser betragen, sonst wird die Erkennbarkeit der Skala durch das Auflösungsvermögen des Auges beschränkt.

Auf der Figur ist zunächst die Skala abgebildet, die zu den Versuchen diente. Sie stammte aus der Werkstatt von C. Bube, Hannover-Bothfeld und war mit der Teilmaschine in eine auf hartes Holz nach besonderem Verfahren aufgetragene Zelluloidschicht geschnitten. Die folgenden Bilder sind photographische Aufnahmen durch Blenden von 16, 11,8, 8,0, 5,6, 4,0, 2,8, 2,0, 1,6 mm Durchmesser. Die Blende war 5 m von der mit Sonnenlicht beleuchteten Skale entfernt, hinter ihr stand ein gutes Ablesefernrohr von 35 cm Objektivbrennweite und etwa 2 cm Okularbrennweite. Darauf folgte ein photographischer Apparat, der mit einer Linse von 38 cm Brennweite aus dem Aristoplansatz von Meyer in Görlitz ausgerüstet war. Die Belichtungszeiten

1) Czapski, Theorie der optischen Instrumente (Winkelmanns Handbuch IV.). 2 Aufl. 1904, S. 402.
2) Phil. Mag. **44**, 83—97, 1897, daselbst auch weitere Quellennachweise.
3) Czapski, Theorie d. o. I., S. 402.



betrugen 15 Sekunden bis 30 Minuten, entwickelt wurde mit Rodinal 1 : 10 mit reichlichem Bromkalizusatz. Der Quarzfaden im Okular hatte 4 μ Durchmesser.

Schon bei der größten Blende bemerkt man eine geringe Verbreiterung der Striche und, besonders im Negativ, leichte Beugungssäume am Okularfaden. Die Verbreiterung der Striche nimmt mit kleiner werdender Blende zu und zwischen 2,8 und 2 mm hört die Erkennbarkeit auf. Es ist das im Einklang mit obiger Formel, die bei 2,5 mm Blendendurchmesser ein Verschwinden der Striche erwarten läßt. Die Grenze für die Möglichkeit der Zehntelschätzung dürfte bei 5 mm liegen, man wird aber nur im Notfall unter 10 mm bei 5 m Skalenabstand gehen, denn bei den geringeren Durchmessern ist die Beugung am Okularfaden doch schon sehr störend. Im allgemeinen dürfte es also ratsam sein, für jeden mm Spiegelhalbmesser nicht mehr als einen Meter mit der Skale abzurücken und dafür 3 bis 6 Vergrößerungseinheiten anzuwenden.

Die Ringe in den Abbildungen stammen von der Beugung an Stäubchen auf den Linsen und Bläschen in den Linsen, die beiden hellen Flecke sind Spiegelflecke, reelle Bilder der Blende, erzeugt durch Spiegelungen und Brechungen an den Linsenflächen. Die Beugungen am Faden betrachte man mit der Lupe[1])!

1) In der gegen mein Original etwas verkleinerten Reproduktion sind sie nicht mehr erkennbar, ich gebe aber gern Fachgenossen, die sich an mich wenden (Charlottenburg bei Berlin, Knesebeckstr. 76), Originalabzüge der mit 2 bis 5,6 mm Blendenweite gemachten Aufnahmen ab.

(Eingegangen 28. November 1910.)

Über einige neuere physikalische Projektions-Demonstrationen.

Von W. Biegon v. Czudnochowski.

Die durch die wachsende Zahl von Zuhörern bedingte steigende Größe der Auditorien einerseits, wie die zunehmende Wertschätzung be-

sonderer Vorlesungsversuche andrerseits, dazu noch die stetige Zunahme der Zahl wichtiger Forschungsergebnisse im Gebiet der Experimentalphysik, stellen den Dozenten oftmals vor recht schwierige Aufgaben: wenn auch im Laufe der Zeit viele Apparate veraltet sind, die mit ihnen anzustellenden Versuche an Wichtigkeit eingebüßt oder sie fast verloren haben, so ist wesentlich Umfangreicheres, und was die zu verwendenden Hilfsmittel anbelangt, erheblich Anspruchsvolleres an ihre Stelle getreten.

Der Erkenntnis dessen und dem Wunsche, da vereinfachend einzugreifen, verdankt eine Reihe von „Universalapparaten" ihre Entstehung, d. h. von Apparaten, welche mit mehr oder weniger zahlreichen Nebenteilchen ausgestattet, zur Vorführung je meist ziemlich umfangreicher „Versuchsreihen" dienen[1]). Zu solchen Universalapparaten im weiteren Sinne gehört auch der Projektionsapparat in der wohl zuerst von weiland Prof. Paalzow benutzten engen Verbindung mit einer optischen Bank[2]). Die allgemeine Einrichtung einer solchen muß als bekannt vorausgesetzt werden, dagegen seien einige neuere Versuchsanordnungen im nachstehenden näher beschrieben, wobei die Verwendung von elektrischem Bogenlicht als Lichtquelle vorausgesetzt ist[3]).

Von Wichtigkeit ist der Fortfall einer Beschränkung auf Projektionen mit durchfallendem Lichte: die Möglichkeit auch völlig undurchsichtige und in der Silhouette kompakte Schatten gebende Gegenstände — z. B. Inneres von Kristalldrusen, polierte Metallanschliffe u. dergl. — gut projizieren zu können. Dem dient das sogen. „Episkop", in Fig. 1 in Ansicht mit der die Lichtquelle enthaltenden (Stahlblech-)Kamera, in Fig. 2 für sich im Schnitt dargestellt. Während hierbei die abbildenden Strahlen ihre ursprüngliche Richtung, nur in anderer Höhenlage, beibehalten, wird bei der in Fig. 3 dargestellten Form die Strahlrichtung völlig geändert, doch ist gerade diese Anordnung zur Projektion von Zeichnungen, Drucken u. dergl. sehr bequem, da diese nur bei *W* herangehalten zu werden brauchen. Die Abbildung geschieht hier durch die vom Objekte selbst reflektierten Strahlen, deshalb muß mit Rücksicht auf die beträchtliche Absorption zwecks Erreichung genügender Lichtstärke des Bildes eine sehr intensive Lichtquelle verwendet werden.

Von physikalischen Versuchen eignet sich eine große Anzahl von vornherein für die Projektion, andere lassen sich durch — in vielen Fällen nur geringe — Umformung dafür geeignet machen, viele dagegen verlangen eine völlige Umgestaltung.

Besonders eindrucksvoll sind verschiedene Versuche aus der Optik. So ist z. B. in Fig. 4 eine Vorrichtung zur Vorführung der Spiegelungs- und Brechungsphänomene dargestellt, unter Benutzung eines in etwas anderer Form auch von Kolbe, Hartl, Mach, Neu, Rosenberg, Sczymanski u. a., angewandten Prinzips. Die Strahlen, vermittelst geeigneter Blenden in einzelne Bündel geteilt, laufen hierbei unter streifender Inzidenz längs einer mattweißen Platte und zeigen so bei Anwendung geeigneter Diaphragmen den Strahlengang unmittelbar.

Ein anderer sehr wichtiger Versuch aus der Optik, welcher, in der ursprünglichen Form ausgeführt, sorgsamer Vorbereitung bedarf: der Spiegelversuch von Fresnel, läßt sich bei Vorhandensein eines Projektionsapparates sehr bequem und einfach gestalten, indem man die nötigen Teile so miteinander fest verbindet, wie dies Fig. 5 zeigt, so daß zwecks Vorführung nur die betreffende Vorrichtung an der Objektivfassung angefügt zu werden braucht.

Ebenso hat sich auch für den fundamentalen Beugungsversuch eine recht bequeme Form finden lassen, welche auch die Möglichkeit bietet, die Bestimmung der Wellenlänge des Lichtes als Vorlesungsversuch auszuführen. Die bezügliche Versuchsanordnung zeigt Fig. 6 (schematisch). Die Lichtquelle befindet sich in *L*, *C* ist der Kondensor, *S* der Spaltschirm, *O*

1) Solche Apparate sind z. B. Bunsens Universalstativ, die übliche Ausführung der Apparate für Wärmestrahlung nach Nobili & Melloni, optische Bank nach Zwick, Loosers Thermoskop mit Zubehör, Volkmanns physikalischer Baukasten, B. v. Czudnochowskis Vakuumuniversalapparate u. a. m.

2) vgl. Frick-Lehmann, Phys. Technik Bd. **2**.

3) Ausführliches über Projektionsbogenlampen siehe B. v. Czudnochowski, Das elektr. Bogenlicht, Leipzig, Hirzel, S. 577—590 und Fig. 325—326. Weitere einschlägige Veröffentlichungen des Verfassers: „Das Bremerlicht", Zeitschr. f. d. phys. u. chem. Unterr. **15**, 111, 1902; „Fortschr. d. Bogenlichttechnik", ebenda **16**, 365, 1903; „Spektrum des Bremerlichts", ebenda **17**, 222, 1904; „Flammen- oder Effektbogenlicht", Verh. d. Dtsch. Phys. Ges. **5**, 157—176, 1903; „Über einige besondere Eigenschaften des eingeschlossenen Bogens", ebenda **7**, 465—467, 1905; „Zwei Beobachtungen eigenartiger Bewegungserscheinungen am freien Kohlelichtbogen", diese Zeitschr. **4**, 845—848, 1903; „Über den elektrischen Lichtbogen zwischen Leitern zweiter Klasse", ebenda **5**, 99—103, 1904; „Das Verh. bewegl. zylindr. Eisenkerne in Doppelspulen, ein Beitrag zur Theorie der Differentialbogenlampe", ebenda **5**, 205—210, 1905. — Einen Projektionsapparat mit Flammenbogenlampe vom Bremer-Typus zeigt neuerdings die Firma Leybold in Köln an; die eigenartige Elektrodenanordnung zwingt dabei zu einer vom Bisherigen ganz abweichenden Bauart, wodurch die Verwendung in vielen Fällen sich etwas unbequem gestalten dürfte, während der Lichteffekt, von der Färbung abgesehen, wie bekannt, ein höherer ist, als der gewöhnlicher „Reinkohlenlampen" gleichen Energieverbrauches

das Objektiv, G das Gitter, M der Auffangsschirm. In den Lichtbogen wird metallisches Na gebracht, der Abstand der Na-Linie vom direkten Spaltbilde, $\frac{\delta}{2}$, mittelst einfachen Maßstabes bestimmt — ein Zollstock (!) genügt —, ebenso die Entfernung E = Abstand: Gitter — Schirm; die Konstante des zu benutzenden Gitters $c = 0{,}01$ ist bekannt, und damit sind dann alle zur Berechnung nötigen Werte gegeben.

Colladonschen Brunnens, Fig. 8, des Vorbildes der 1900 in Paris in besonders großem Maßstabe, seither aber auch anderwärts, sogar zu öffentlichen Schmuckzwecken (Berlin), ausgeführten „leuchtenden Brunnen", bedienen kann, oder gekrümmter Glasstäbe. Zu erstgenanntem Versuche bedarf man eines hohen, nahe seinem Boden mit einem Spiegelglasfenster und diesem gegenüber mit einer Ausströmungsöffnung versehenen Gefäßes, um ein kräftiges Lichtstrahlenbündel genau in den parabolisch austretenden Wasser-

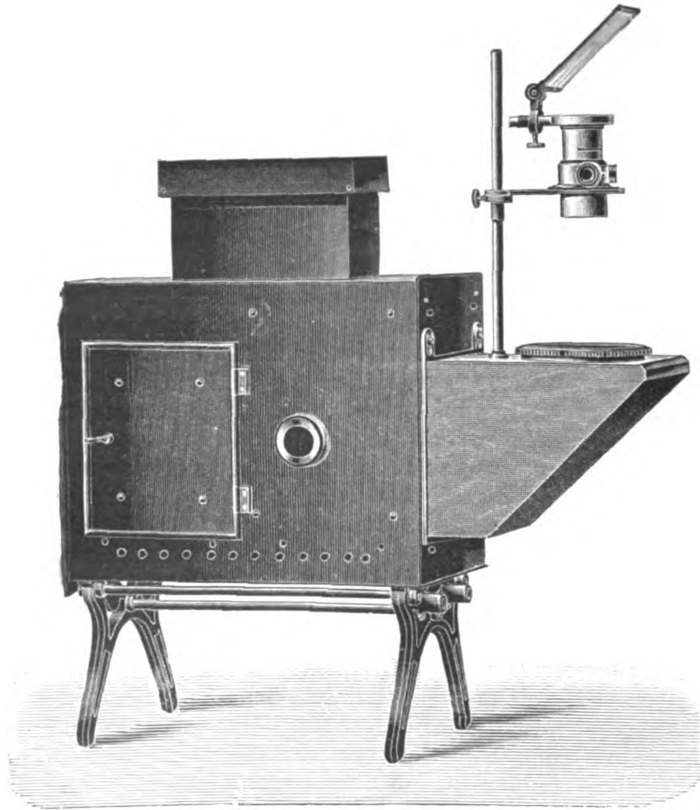


Fig. 1.

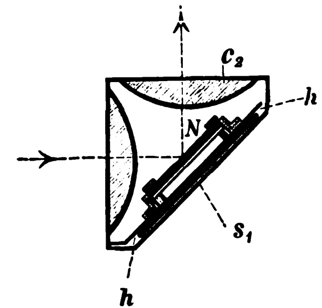


Fig. 2.

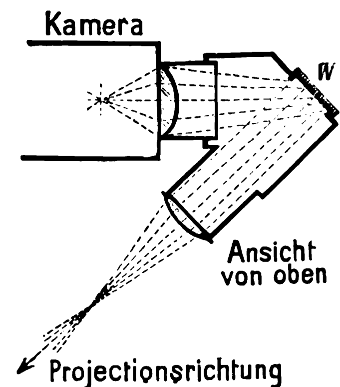


Fig. 3.

Für die Bestimmung des Verhältnisses der Fortpflanzungsgeschwindigkeiten des Lichtes in Luft und Wasser bezw. dessen Demonstration dient die Anordnung Fig. 7. Das Licht der Lampe L fällt durch den Kondensor C auf den Spalt S, und gelangt dann durch ein Spezialobjektiv O in den halb mit Wasser gefüllten Trog T, in welchem sich an der Objektivseite das Gitter, am anderen Ende eine verschiebbare Mattglasplatte befindet, auf welcher sich dann zwei Systeme von Beugungsstreifen mit merklich verschiedenem Streifenabstand zeigen.

Sehr hübsch läßt sich die Totalreflexion zeigen, wozu man sich entweder des sogen.

strahl gelangen lassen zu können. Die Glasstäbe werden in Öffnungen einer passenden Vorsatzblende eingesetzt, ihre Wirkung ist genau die gleiche, wie die vorbeschriebene kohärenter Wasserstrahlen.

Die Fluoreszenzphänomene verlangen im allgemeinen Licht, das reich an kurzwelligen Strahlen ist, eine Forderung, der die Strahlung des Bogenlichtes sehr gut entspricht; deshalb lassen sich mit dem in Rede stehenden Apparat auch Fluoreszenzversuche sehr gut ausführen. Von sehr überraschender Wirkung ist z. B. der folgende: Man läßt das Strahlenbündel des Apparates durch ein Blauglas auf eine Gelb in Gelb auf weißem Grunde ausgeführte

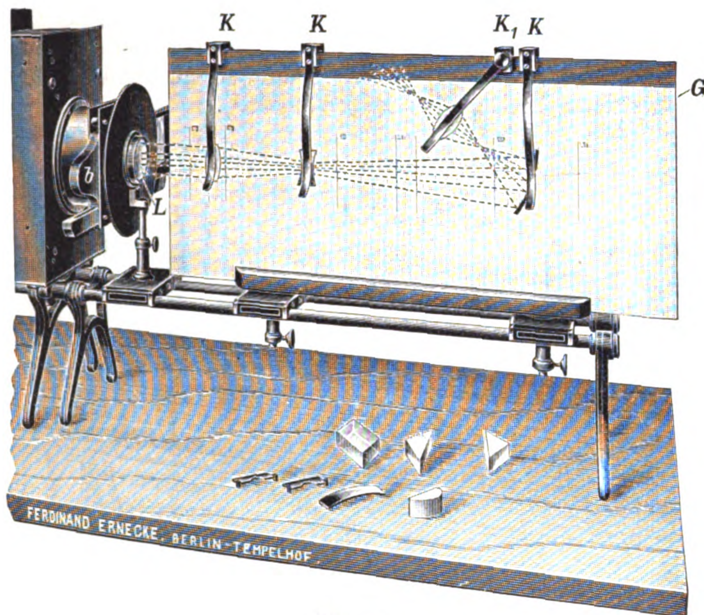


Fig. 4.

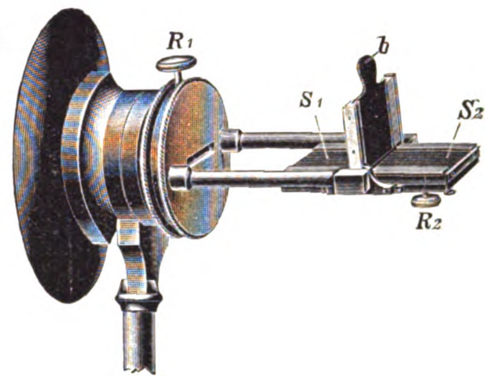


Fig. 5.

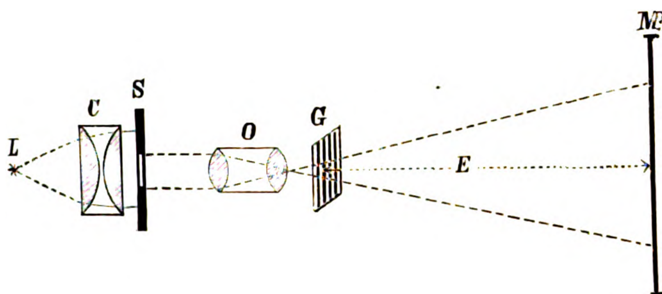


Fig. 6.

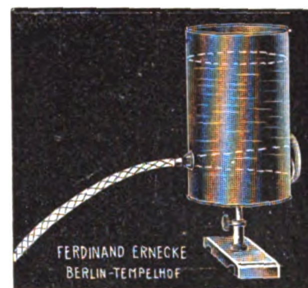


Fig. 8.

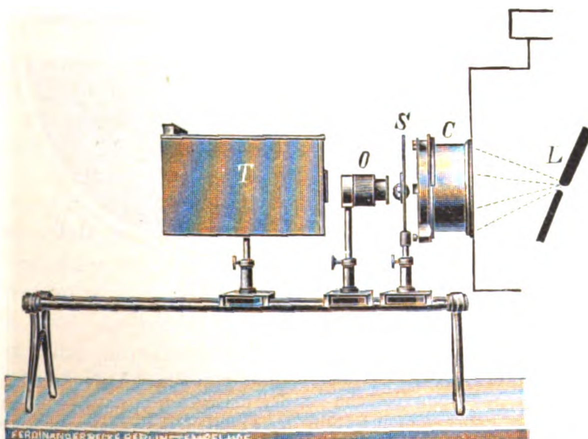


Fig. 7.

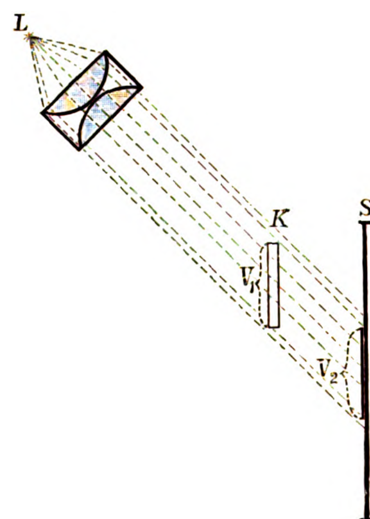


Fig. 9.

Zeichnung, z. B. einer Blume geeigneter Form, fallen, bei welcher nur die Blüte mit Fluoreszenzfarbe gemalt ist, dann erscheint der Grund blau, die Pflanze schwarz, die Blüte leuchtend das gelbgrün (sehr hell) leuchtet —, bei *S* befindet sich der Schirm, so daß sich die beiden Farben für das Auditorium gut sichtbar nebeneinander zeigen lassen[1]).

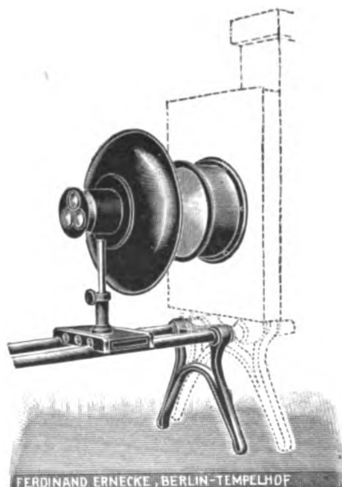


Fig. 10.

Fig. 11.

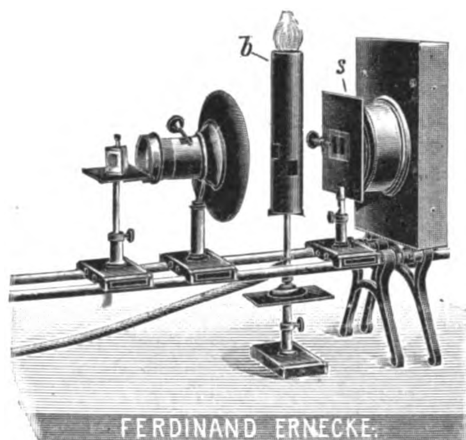


Fig. 12.

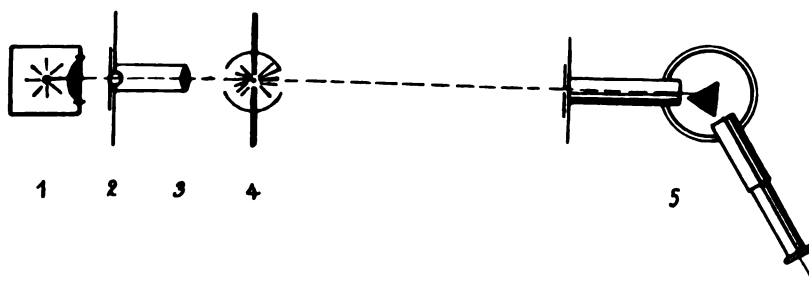


Fig. 13.

Fig. 14.

Fig. 15.

gelb. Eine Anordnung, bei welcher sich Fluoreszenz- und Durchgangsfarbe nebeneinander zeigen lassen, ist in Fig. 9 angedeutet. Hier ist *V* eine Glasküvette mit fluoreszierender Lösung — z. B. Äskulin, das blau, oder Fluoreszein,

1) Eine andere sehr brauchbare Lichtquelle für Fluoreszenzversuche ist der bekannte Apparat nach De la Rise zur Demonstration der Rotation des Vakuumlichtbogens um einen Magnetpol, cf. Zeitschr. f. d. phys. u. chem. Unterr. **17**, 96, 1904.

Viel Aufmerksamkeit und Interesse hat in neuerer Zeit vermöge ihrer Erfolge die Farbenphotographie erregt; man kann sich dabei bekanntlich verschiedener Verfahren bedienen, aber die physikalischen Grundlagen sind, soweit es sich dabei um Anwendung des Dreifarbenprinzipes handelt, im wesentlichen bei allen dieselben. Wie nun hierbei aus nur drei Grundfarben die verschiedensten Tönungen und Farbenabstufungen zustande kommen, läßt sich sehr hübsch mittelst des Apparates Fig. 10 erläutern; dieser besteht aus drei kleinen identischen Objektiven mit schwach derart gegeneinander geneigten Achsen, daß auf dem Auffangschirm sich die drei monochromatischen Lichtkreise teilweise decken. Dabei entstehen dann 7 verschiedene Tönungen; außer den 3 Grundfarben treten noch 3 binäre Mischfarben und in der Mitte weiß auf — Summe aller 3 Farben. Naturfarbenaufnahmen dieser Art (nach Maxwell-Mietheschem Prinzip) erfordern zur Projektion ja eine besondere Einrichtung: den „Dreifachprojektionsapparat"; durch Anwendung eines Projektionschromoskopes nach Ives, in welchem ein Lichtbündel in drei nahezu gleich starke parallele zerlegt wird, als Vorsatz werden aber auch diese schönen Demonstrationen dem gewöhnlichen Projektionsapparat zugänglich. Noch bequemer sind nach dem von Sanger-Shephard angegebenen Verfahren hergestellte Dreifarbenbilder, welche vollkommen transparent, hintereinandergestellt wie gewöhnliche Photogramme mittelst eines einzigen Objektives projiziert werden. Die Projektion von Bildern nach dem vielgenannten Lumière-Verfahren unterscheidet sich demgegenüber in nichts von der gewöhnlicher Transparentbilder.

Von Interesse und Wichtigkeit sind die verschiedenen Versuche zur Spektralanalyse, ganz allgemein: die mannigfachen Dispersionsphänomene.

In erster Linie handelt es sich dabei um die Demonstration der verschiedenen Emissions- und Absorptionsspektra. Als Prismen verwendet man zweckmäßig mit Schwefelkohlenstoff, Zimtäthyl oder Benzol gefüllte Hohlprismen; um bequem eine Anzahl verschiedener Emissionsspektren hintereinander zeigen zu können, bedient man sich zweckmäßig einer Revolverscheibe für die untere Elektrode, um diese bequem auswechselbar zu machen: Fig. 11, so daß man, da jeder Kohlenstift mit einem anderen Salze präpariert ist, schnell und bequem die Spektra zu wechseln in der Lage ist. (Mittelst eines Bariumplatincyanürschirmes — wie er zur Beobachtung mittelst Röntgenstrahlen dient — kann man auch sehr schön Linien im ultravioletten Bogenspektrum zeigen). Bringt man in den Strahlengang *Na*-Dampf mittelst der in Fig. 12 dargestellten Anordnung, so erscheint in dem durch das vorgesetzte Prisma entworfenen Spektrum die entsprechende Absorptionslinie. Ersetzt man nach Lummer und Pringsheim die *Na*-Dampf haltende Flamme durch ein *Na*-Dampf enthaltendes Prisma, als welches sich sehr schön der Lichtbogen zwischen zwei gegeneinander geneigten Kohlen eignet, wie ihn die nach dem Vorbilde der Bremer-Lampe gebauten Flammenbogenlampen zeigen, so kann man sehr gut die schönen Erscheinungen der anomalen Dispersion beobachten. Die Versuchsanordnung (nach Lummer und Pringsheim) zeigt Fig. 13[1]); 1 ist die Kamera mit Lampe und Kondensor, 2 der Schirm mit wagerechtem Spalt, 3 der Kollimator, 4 die Flammenbogenlampe: das **erste** — Dampf- — Prisma, 5 der Spektralapparat mit dem **zweiten** Prisma. Die an den *Na*-Linien zu beobachtende Erscheinung zeigt Fig. 14[1]); man erkennt deutlich die sonderbare Veränderung des Spektrums. Bei Anwendung eines Flammenbogens kann die Erscheinung noch eine Abänderung erleiden, wie Fig. 15[1]) darstellt, insofern hier noch Selbstumkehr hinzutritt — eine dunkle Linie, wo eine helle zu erwarten wäre. —

Die Wiedervereinigung von Spektralfarben läßt sich in verschiedener Weise ausführen. Besser als die meist übliche Reihe mehrerer kleiner runder Spiegel nebeneinander ist der Spiegelapparat nach Oosting, Fig. 16, bei welchem das Spektrum von einer in schmale vertikale und so einzeln drehbare Streifen zerlegten spiegelnden Fläche aufgefangen wird, so daß die Möglichkeit geboten ist, durch Mischung relativ sehr engbegrenzter Spektralgebiete relativ reine Mischfarben zu erhalten. Der gleiche Apparat kann auch zu Versuchen über Komplementärfarben dienen.

Eine interessante neuere Anordnung für Polarisationsversuche ist die von Grimsehl angegebene Fig. 17. Bei dieser ist der polarisierende Körper in Gestalt geeigneter Gebilde aus schwarzem Glase, bei *a* einer 4 seitigen Pyramide, in *b* einer Kugel, auf einem weißen Schirm befestigt, auf welchem dann durch Reflexion gebildete Lichtflächen eigenartiger Form die Polarisationsverhältnisse veranschaulichen.

Daß sich unter Anwendung eines mikroskopischen Ansatzes auch mikroskopische Präparate projizieren lassen, bedarf keines besonderen Hinweises; besonders interessant sind die Erscheinungen der Lehmannschen „flüssigen

---

1) B. v. Czudnochowski, Das elektr. Bogenlicht, Leipzig, Hirzel.

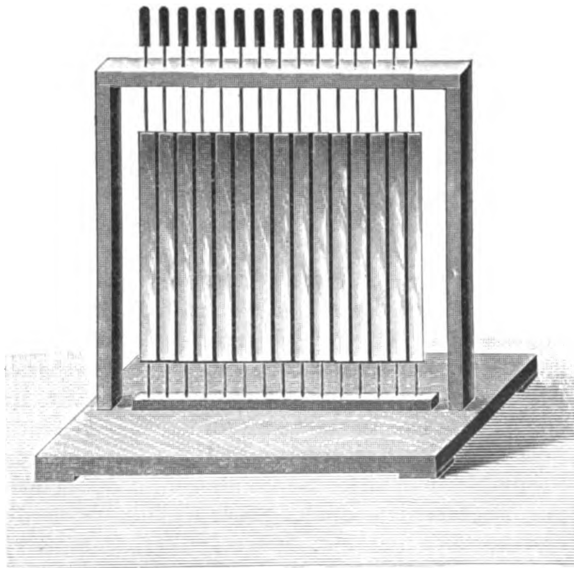


Fig. 16.

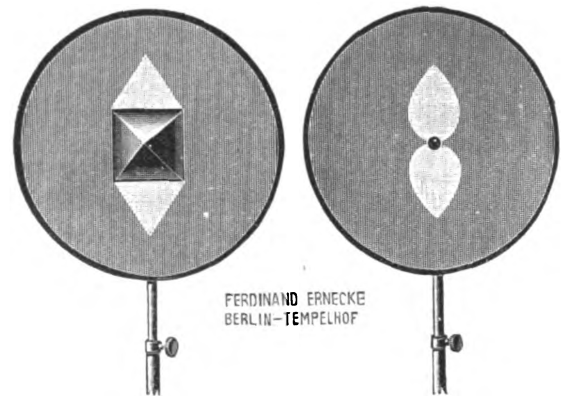


Fig. 17.

Kristalle", die sich im Horizontalprojektionsansatz gut beobachtbar darstellen lassen[1]).

Von neueren akustischen Demonstrationen sei die Vorführung der Schwingungsformen schwingender Saiten, die Untersuchung von Tonwellenformen nach der Methode von F. F. Martens, Fig. 18, erwähnt. Hier

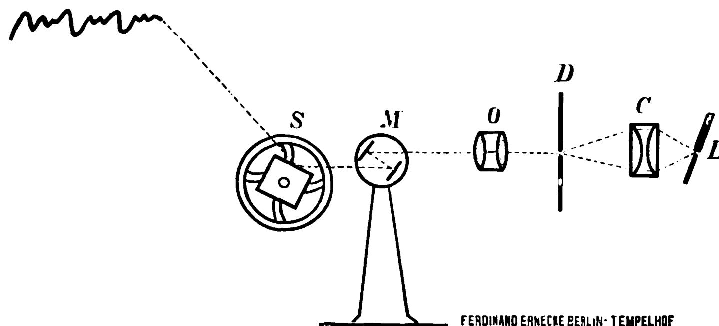


Fig. 18.

ist L die Lampe, C der Kondensor, D ein Diaphragma, O das Objektiv, M eine Membrankapsel mit Schalltrichter und zwei Spiegeln, S ein rotierender Spiegel, der auf einem Schirme dann Schallkurven, wie die Figur eine zeigt, zum Vorschein bringt. Es ist hier zu bemerken, daß es sich hier nicht um etwas der Erzeugung der Lissajousschen Figuren Ähnliches handelt: die beiden Spiegel stehen einander parallel in gleicher Entfernung vom Kapselrande und schwingen genau synchron, indem sie sich abwechselnd gleichzeitig gegen- bezw. voneinander neigen; die resultierende geradlinige Bewegung des Lichtpunktes wird dann durch den rotierenden Spiegel zur Schwingungskurve ausgezogen.

Versuche, die sich nur für Horizontalprojektion eignen, sind die zur Demonstration elektrischer und magnetischer Kraftfelder, mittelst trockenem oder in Alkohol aufgeschwemmtem Eisenpulver (letzteres nach F. Hoffmann), bezw. Chininsulfat in Terpentinöl oder pulverisiertem Rutil (Mie) u. a. m.

Daß eine ganze Anzahl elektrischer Versuche sich sehr gut zur Projektion eignen, wie elektrolytische Vorgänge, bedarf als bekannt keines näheren Eingehens, wenn auch in der Ausführung der speziell für derartigen Gebrauch bestimmten Spezialapparate unleugbar Verbesserungen getroffen sind; als solche seien hier nur transparente Meßinstrumente nach dem Deprez-d'Arsonval-Prinzip genannt.

1) Näheres hierüber in: O. Lehmann, „Die scheinbar lebenden Kristalle", Eßlingen, J. F. Schreiber, 1907, mit 109 farbigen Abbildungen im Text und zahlreichen Literaturangaben.

Die vorstehenden Ausführungen zeigen einerseits, daß die altbekannte Laterna magica aus einem Spielzeug zu einem wissenschaftlichen Instrument ersten Ranges geworden ist, und lassen andrerseits erkennen, daß man auch zunächst nur subjektiv beobachtbar scheinende Vorgänge in eine für objektive Darstellung geeignete Form zu bringen vermag.

Verfasser möchte am Schlusse nicht verfehlen, der Firma F. Ernecke zu Berlin-Tempelhof für gütige Überlassung einer größeren Anzahl von Klischees zu vorliegendem Aufsatze seinen verbindlichsten Dank auszusprechen; dieselben stellen mit Ausnahme von Fig. 13, 14, 15 für den in Rede stehenden Zweck besonders bewährte Spezialausführungen des Universal-Projektions-Apparates *NOR* der genannten Firma dar.

Wilmersdorf, 3. November 1910.

(Eingegangen 9. November 1910.)

MITTEILUNG ÜBER MASSEINHEITEN.

Internationaler Wert der EMK. des Weston-Normalelements.

(Mitteilung aus der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt.)

Nach den Beschlüssen der Internationalen Konferenz zu London im Jahre 1908 ist die EMK. des Westonelements zurückzuführen auf das durch die Quecksilbereinheit definierte Internationale Ohm und das durch die Niederschlagsmenge im Silbervoltameter definierte Internationale Ampere.

Im Auftrag des in London gewählten Internationalen Komitees wurden im Frühjahr 1910 zu Washington von Vertretern der in Amerika, Deutschland, England und Frankreich bestehenden Staatslaboratorien silbervoltametrische Messungen ausgeführt. Auf Grund dieser Messungen wird von dem Internationalen Komitee für die EMK. des mit normalem Merkurosulfat beschickten, nach den in London gegebenen Vorschriften zusammengesetzten Weston-Normalelements[1]) der Wert 1,0183 Int. Volt bei 20°C vom 1. Januar 1911 ab zur Annahme empfohlen.

Von diesem Zeitpunkt an wird der genannte Wert den Messungen in der Reichsanstalt zugrunde gelegt werden[2]).

1) Enthaltend einen Bodenkörper von festem Kadmiumsulfat, 8/3 H_2O.

2) Bisher wurde in Deutschland als Wert für das Weston-Normalelement die Zahl 1,0186 Volt bei 20° C benutzt. Die durch die Neufestsetzung herbeigeführte Änderung der Spannungseinheit beträgt aber nicht, wie man glauben könnte, 0,0003 Volt, sondern weniger. Dies rührt z. T. daher, daß das Merkurosulfat der neuen Elemente eine etwas geringere elektromotorische Kraft ergibt als dasjenige der bisherigen Spannungsnormale der Reichsanstalt. Für wissenschaftliche Messungen von hoher Genauigkeit dürfte es sich empfehlen, die dabei benutzten Normalelemente durch eine Nachprüfung bei der Reichsanstalt auf die neue Spannungseinheit beziehen zu lassen.

E. Warburg.

(Eingegangeu 15. Dezember 1910.)

BESPRECHUNGEN.

Richard Hennig, Die älteste Entwickelung der Telegraphie und Telephonie. „Wissen und Können", Bd. 2. Mit 61 Abbildungen. 8. VIII u. 199 S. Leipzig, J. A. Barth. 1908. Geb. M. 4.—

H. Brick, Die Telegraphen- und Fernsprechtechnik in ihrer Entwicklung. „Aus Natur und Geisteswelt", Bd. 235. Mit 58 Abbildungen. kl. 8. II u. 107 S. Leipzig, B. G. Teubner. 1908. M. 1.—, geb. M. 1.25

Diese beiden Bücher ergänzen einander in bester Weise, da das zweite gleichsam historisch dort anknüpft, wo das erste endet. Der Umfang bringt es mit sich, daß das Hennigsche Werk weit breiter angelegt ist als das Bricksche. Während dieses mehr die technische Seite des Gegenstandes betont, hebt jenes mehr die historische hervor. Beide Bücher bieten eine Fülle des Interessanten, und verdienen, eifrig gelesen zu werden.

Max Iklé.

Hans Lorenz, Lehrbuch der technischen Physik. III. Bd. Technische Hydromechanik. 8. 552 S. mit 205 Abbildungen. München, R. Oldenbourg. 1910. M. 14.—

Die große Wichtigkeit, welche die Bewegungen der Flüssigkeiten heute in der Technik gewonnen haben, macht es einerseits zum dringenden Bedürfnis der praktischen Hydromechanik, sichere theoretische Fundamente zu gewinnen und zwingt anderseits die theoretische Hydrodynamik, näheren Anschluß, wie früher, an die wirklichen, in Natur und Technik vorkommenden Flüssigkeitsbewegungen zu suchen. Es

ist ein großes Verdienst von Lorenz, daß er eine solche Versöhnung der beiden, einander lange genug fremd gebliebenen Wissenszweige mit Entschiedenheit anstrebt, und das macht sein Buch auch für den Physiker wichtig und anregend. Daß ihm diese gegenseitige Anpassung der hydrodynamischen Grundlagen und der technischen Probleme meist nur durch mehr oder minder empirische Ansätze gelingen kann, liegt durchaus im Wesen der Sache. Allerdings kann eben deshalb die Hydrodynamik selbst (wie etwa bei dem, für Ref. speziell interessanten, Turbulenzproblem) durch diese Behandlung keine wesentliche Förderung erfahren; aber eine gewisse Anregung kann unter allen Umständen davon ausgehen.

Im ersten Kapitel wird die Statik der Flüssigkeiten behandelt, Anwendungen auf schwimmende Körper gemacht, besonders auf Schwingungen von Schiffen, und den Problemen der Oberflächenspannung eine eingehende Besprechung gewidmet. Weiterhin führt der einfache Ansatz einer stationären Parallelströmung zur Behandlung vieler Strömungsprobleme, des hydraulischen Stoßes, der Strahlapparate usw., insbesondere auch der Turbinen, Kreiselpumpen und Propeller. Sehr interessant ist im dritten Kapitel ausgeführt, wie der Ansatz einer zeitlich veränderlichen Parallelströmung gleichzeitig Erscheinungen in technischen Anordnungen und die scheinbar ganz entfernt liegenden Vorgänge der Ebbe und Flut überschauen läßt. Die weiteren Kapitel verwenden noch eingehender hydrodynamische Ansätze, und zwar für mehrdimensionale Flüssigkeitsbewegung (die Anwendung auf den Schiffskreisel ist wohl durch die neuere Behandlung in Klein und Sommerfelds Kreiselbuch überholt), für Wirbelbewegungen mit interessanten Anwendungen auf die Oberflächengestalt rotierender Flüssigkeiten und die erweiterte Theorie der Kreiselräder, und für die Bewegung zäher Flüssigkeiten, deren Theorie bei der Grundwasserbewegung ihre befriedigendste Anwendung findet. Die Theorie des Schiffswiderstandes wird gesondert und rein empirisch behandelt. Den Schluß bildet ein interessantes historisches Kapitel.

In der Darstellung ist durchweg Wert auf Anschaulichkeit und tunlichste Vereinfachung der mathematischen Ableitungen gelegt. Ludwig Hopf.

Tagesereignisse.

Zum Studium der radioaktiven Erscheinungen ist der Académie des Sciences ein Legat von Antoine Becquerel im Betrage von 100000 Fr. zugefallen.

Wegen Überlassung von einem Gramm Radium, das Sir Ernest Cassel dem Radiuminstitut in London schenken will, unterhandelte der Direktor dieses Instituts, Alton, in Wien mit der österreichischen Regierung. Diese willigte in den Verkauf zum Preise von 360000 Kronen ein.

Über die Entdeckung eines neuen radioaktiven Minerals wird aus Pilbarra in Westaustralien berichtet. Die hauptsächlichen Bestandteile sind Thorium und Uran, letzteres enthält Radium. Dem Mineral ist der Name Pilbarrit gegeben worden.

Der **Verband Deutscher Elektrotechniker** hält in der Zeit vom 29. Mai bis 1. Juni 1911 in München seine XIX. Jahresversammlung ab. Der Gewohnheit der letzten Jahre entsprechend wird auf jeder Versammlung ein besonderes Thema behandelt und zwar diesmal „Die Elektrizität im Hause".

Wie verlautet, soll es den **Wiener** Professoren **Ulzer** und **Sommer** durch ein neues Verfahren gelungen sein, binnen sechs Wochen aus Uranpechblende Radium zu erhalten. Das bisherige Verfahren erforderte achtzehn Monate. Die gewonnene Menge Radium ist die zweitgrößte der Welt, beinahe so groß, als die des Wiener Radiuminstituts und ungefähr eine Million Mark wert.

Personalien.

(Die Herausgeber bitten die Herren Fachgenossen, der Redaktion von eintretenden Änderungen möglichst bald Mitteilung zu machen.)

Ernannt: Der Privatdozent der Mathematik an der Universität München Dr. Friedrich Hartogs und der Privatdozent für Theoretische Chemie an der Technischen Hochschule Berlin Dr.-Ing. Aug. Hilpert zum a. o. Professor, Dr. Otto Schönrock und Privatdozent Dr. Ernst Gehrcke zu Kaiserlichen Professoren und Mitgliedern der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt in Berlin, Dr. Erich Giebe und Dr. Harald Schering zu ständigen Mitarbeitern derselben.

Verliehen: Dem Privatdozent an der Technischen Hochschule Aachen, Dr. Peter Polis, dem Privatdozent der Chemie an der Universität Straßburg Dr. Fritz Straus, dem Observator vom Aeronautischen Observatorium in Lindenberg bei Berlin Dr. Otto Tetens, dem Vorsteher der chemischen Abteilung der Medizinschule in Kairo Dr. W. A. Schmidt der Titel Professor, dem Physiker im Reichsmarineamt in Berlin Professor Dr. Hans Maurer der Titel Admiralitätsrat.

Berufen: Der ord. Professor der Chemie an der deutschen Universität Prag Dr. Guido Goldschmiedt in gleicher Eigenschaft an die Universität Wien.

In den Ruhestand: Der ord. Professor der Mathematik an der Universität Gießen Geh. Hofrat Dr. Moritz Pasch zum 1. April 1911.

Gestorben: Der frühere ord. Professor der Geodäsie an der Technischen Hochschule Braunschweig Geh. Hofrat Dr. Karl Koppe, der frühere Privatdozent der Astronomie in Zürich und Genf und nachmalige Direktor der Urania in Berlin Professor Dr. Wilhelm Meyer, der frühere ord. Professor für technische Mechanik an der Technischen Hochschule Stuttgart Oberbaurat Edmund von Autenrieth, der Professor der Physik an der Universität Basel Dr. Eduard Hagenbach-Bischoff.

Gesuche.

Für die Redaktion verantwortlich Professor Dr. Friedrich Krüger in Danzig-Langfuhr. — Verlag von S. Hirzel in Leipzig.
Druck von August Pries in Leipzig.

PHYSIKALISCHE ZEITSCHRIFT

No. 2. 15. Januar 1911. 12. Jahrgang.
Redaktionsschluß für No. 3 am 21. Januar 1911.

INHALT:

ORIGINALMITTEILUNGEN.

Beobachtungen an metallischen Leitern von sehr hohem Widerstand und elektronentheoretische Folgerungen.

Von Hilda v. Martin geb. Landschütz.

Gültigkeit des Gesetzes von Ohm.

Das Gesetz von Ohm ist an Leitern mit sehr hohem spez. Widerstand nicht häufig geprüft worden. Die Untersuchungen von M. Le Blanc[1]) und F. Kerschbaum haben gezeigt, daß Glas, aus welchem die die Ionenleitung bewirkenden Alkalien durch Elektrolyse entfernt worden sind, nicht dem Gesetz von Ohm, sondern einem Parabelgesetz folgt.

Die hier untersuchten kristallisierten Körper zeigen keinerlei sichere Merkmale elektrolytischer Leitung, doch haben einige ihrer Dissoziationswärmen bereits eine Größe, die nach den Untersuchungen von J. Koenigsberger[2]), O. Reichenheim und K. Schilling die Grenze zwischen metallischer und elektrolytischer Leitfähigkeit angibt.

Daher schien es nützlich, die Gültigkeit des Gesetzes von Ohm zu prüfen. Die Versuchsanordnung bietet einige technische Schwierigkeiten, weil die Widerstände für Galvanometer mit der üblichen Empfindlichkeit zu groß, für Verwendung elektrostatischer Anordnungen aber zu klein sind. Daher wurde ein hochempfindliches Galvanometer mit Panzerschutz nach Du Bois-Rubens verwandt und für gute Isolation aller Drähte Sorge getragen. Hierbei müssen selbstverständlich Isolationsmaterialien wie Hartgummi, Porzellan, Siegellack benutzt werden, deren Widerstand nach den Untersuchungen von W. Dietrich[1]) erheblich größer ist als derjenige der untersuchten Materialien. Gleichwohl sind kleine Isolationsfehler, 0,5—1 mm Ausschlag am Galvanometer entsprechend, kaum zu vermeiden. Der hierdurch entstehende Ausschlag wird stets im Vorversuch bestimmt, wobei der Stromkreis direkt an der zu untersuchenden Substanz unterbrochen wird.

Sehr wichtig sind ferner die Kontakte. Um ein gutes gleichmäßiges Anliegen zu erzielen, wird Kupferamalgam (Zahnplombe) verwandt. Verkupfern der Stäbe ist wegen der großen Widerstände nicht möglich. Auf das Kupferamalgam wird amalgamiertes Kupferblech auf-

1) M. Le Blanc und F. Kerschbaum, Zeitschr. phys. Chem. **72**, 468, 1910.
2) J. Koenigsberger und K. Schilling, Ann. d. Phys. **32**, 179, 1910.

1) W. Dietrich, Über die elektrische Leitfähigkeit von Isolatoren. Diss. Göttingen 1909.

gelegt, an das ein Kupferdraht angelötet ist. Nach dem Erstarren haftet das Ganze fest am Untersuchungsobjekt und kann nicht losgelöst werden.

Im folgenden sind stets Mittelwerte der (ballistischen und statischen) Ausschläge aus mehreren Messungen gegeben. Die Spannung in Volt ist mit V, der Quotient von Spannung und Ausschlag in willkürlichen Einheiten mit W bezeichnet. Der Widerstand ist unabhängig von der Zeit des Stromdurchgangs, zeigt weder Polarisation noch Verbesserung durch den Strom.

Niobsaures Eisenoxydul (Columbit).

V	W
24	6,7
42	7,0
72	6,9

Spaltfläche, Leitfähigheit ∥ c Achse. Der spezifische Widerstand ist von der Größenordnung $10^7\,\Omega$. Er variiert je nach der chemischen Zusammensetzung der Kristalle bei 16^0 in den Grenzen $10^7 - 10^8\,\Omega$.

Schwefelantimon (Antimonglanz).

Spaltfläche, Leitfähigkeit ∥ c Achse, bei $17,2^0$. Der spezifische Widerstand ist bei den einzelnen Stücken ziemlich verschieden.

V	W	V	W
21,6	$3,50 \cdot 10^7$	72,0	3,65
36,0	3,75	221	3,60

Die Werte sind Mittelwerte von Messungsreihen mit statischen und ballistischen Ausschlägen, wobei in derselben Versuchsreihe der Stromdurchgang gleiche Zeit dauerte. Das Gesetz von Ohm ist also innerhalb der Fehlergrenzen dieser Messungen erfüllt. Das ist namentlich mit Hinblick auf die Untersuchungen von J. Luterbacher (Ann. d. Phys. **33**, 1392, 1910) an Selen von Interesse.

Substanzen mit derartig hohem Widerstand wie Antimonglanz zeigen häufig die von F. Braun entdeckte unipolare Leitung. Diese Erscheinung ist bekanntlich die Grundlage der sogenannten Thermodetektoren oder Gleichrichter, die von F. Pierce in die Praxis eingeführt wurden. Versuche an Antimonglanz zeigten uns, daß diese Erscheinungen komplexer Natur sind. Bei verschiedener Größe der Kontakte sind sehr hohe Peltier-Thermoeffekte[1]) und außerdem manchmal wohl überwiegend ein spezifischer Elektroneneffekt, der mit den Passivitätserscheinungen der Metalle verwandt sein dürfte, die Ursache. Mitunter aber ist die unipolare Leitung durch die innere Beschaffenheit der Substanz bedingt. So blieb ein Stück Antimonglanz auch nach Abreißen der alten Kontakte und Anbringen neuer genau gleich großer Kupferstücke in derselben Richtung und von derselben Größe unipolar, wie vorher. Man muß unter vielen Stücken auswählen, bis man eines trifft, dessen Leitfähigkeit von der Richtung ziemlich unabhängig ist. Die innere unipolare Wirkung ist durch Inhomogenitäten, vermutlich Durchwachsungen etwas besser leitender metallischer oder elektrolytischer Leiter bedingt und dürfte also prinzipiell dieselben Ursachen wie die „äußere“ Unipolarität haben. Für die folgenden Versuche ist Material mit verschwindend geringer Unipolarität ausgesucht worden, was ziemlich zeitraubend war. Doch auch dann tritt in sekundären Effekten (z. B. innerer photoelektrischer Effekt) noch Unipolarität in wechselnder Stärke (je nach dem Stück) auf. Columbit zeigt diese Eigenschaft nicht, und man wird von Mineralien geringeren Widerstandes stets leicht solche ausfindig machen können, bei denen die Durchwachsungen[1]) und damit die Unipolarität etc. fortfallen. Antimonglanz kommt in größeren Kristallen nur von einem Fundort in Japan, und diese Kristalle haben Durchwachsungen. Daß ich gleichwohl im folgenden über dies Material eingehender berichte, liegt nur daran, daß der dem Antimonglanz eigene photoelektrische Effekt bei den vielen anderen Mineralien und Substanzen, von denen man homogenes Material erhält, nicht in meßbarer Stärke auftrat.

Temperaturänderung des Widerstandes.

An folgenden Substanzen mit sehr geringer metallischer Leitfähigkeit wurde geprüft, inwieweit das Widerstandsgesetz von J. Koenigsberger gilt; die angegebenen Werte sind Mittelwerte aus vielen Messungen.

Niobsaures Eisenoxydul (Columbit):

t in ^{0}C	$W \cdot 10^{-8}$	t in ^{0}C	$W \cdot 10^{-8}$
32	1,0	26	1,345
31	1,06	25	1,39
30,1	1,12	24	1,52
28	1,24	22	1,55
27	1,31	16	1,95

Hieraus ergibt sich $q = 4400$ oder Q. p. 1 gr Molekül $= 2200$ gr cal. q nimmt, wie bei vielen andern Substanzen, auch hier wahrscheinlich mit steigender Temperatur etwas zu.

Schwefelantimon (vgl. oben).

t in ^{0}C	$\Omega \cdot 10^{-7}$	t in ^{0}C	$\Omega \cdot 10^{-7}$
37	0,228	27	1,28
33	0,335	24	2,45
30	0,56	17	3,6

1) Vielleicht genügen für geringe unipolare Wirkungen schon Zwillingsdurchwachsungen, da die Leitfähigkeit wie die Thermokraft des Antimonglanzes von der Richtung abhängt.

1) Gewöhnlich verhalten sich in dieser Hinsicht die

Die Messungen waren wegen verschiedener Erscheinungen, die später besprochen werden müssen, sehr schwierig, und geben nur einen angenäherten Wert von q, etwa $= 10000$. Es ist möglich, daß die merkwürdigen Effekte im Antimonglanz auf einem Zusammenwirken von metallischer und elektrolytischer Leitung beruhen; der niedrigen Temperatur halber wäre die Ionenbeweglichkeit sehr klein und könnte innere Polarisationen veranlassen.

Vergleichen wir damit die Werte von q, die sich aus den neuesten Untersuchungen von C. Doelter[1]), an Substanzen, die sicher nur metallische Leitung zeigen, berechnen lassen, so finden wir dort als höchste Werte für q: Chrysoberyll: 4800, Wolframit: 4400. Quarz mit q etwa $= 10000$ steht schon an der Grenze der metallischen Leitfähigkeit. Hingegen leiten Substanzen wie Baryt mit $q = 12200$, Korund $= 10700$, oder Diopsid $= 14000$, Chlorsilber, Kalihydrat mit $q > 15000$ schon weit unter ihrem Schmelzpunkt elektrolytisch, so daß $q = 10000$ etwa die Grenze für die Elektronenbindung bezeichnen könnte, bei der diese sich im Kristallgitter eher löst als die Ionenbindung. J. Koenigsberger[2]) hatte seinerzeit darauf hingewiesen, daß, abgesehen von der Polarisation, die Größe von q einen Anhaltspunkt gibt, ob Ionen- oder Elektronenleitung vorliegt, und hatte vorläufig als Grenze etwa $q = 20000$ angenommen. Bei der exakten Berechnung von q müssen auch, wie bei der chemischen Dissoziation die Differenz und die Änderungen der spezifischen Wärmen nach dem Theorem von Nernst berücksichtigt werden, wie das Koenigsberger und Schilling für einige Substanzen gezeigt haben. Die wahren Werte von q werden daher etwas andere, vermutlich noch etwas niedriger sein als oben angegeben.

Aus den Daten von E. Madelung[3]) ließe sich die Bindungsenergie der Ionen in Steinsalz unter gewissen Annahmen angenähert berechnen. Machen wir vorläufig keinen Unterschied zwischen gebundener und freier Energie, so würde diese dem aus der Leitfähigkeit sich ergebenden q der Ionen entsprechen. Selbstverständlich wird je nach der Kristallstruktur die Bindung der Ionen, bei welcher Ionen- statt Elektronenleitung eintritt, verschieden stark sein können; hier sollten nur die Größenordnungen dieser Grenzwerte etwas näher bestimmt werden.

Mineralien eines Fundortes gleich; die der pneumatolytischen und hydratogenen Erzgänge sind meist weniger homogen.

1) C. Doelter, Sitzungsber. K. u. K. Ak. d. Wiss. Wien **119**, 49, 1910.

2) J. Koenigsberger, Zeitschr. f. Elektrochem. **15**, 103, 1909.

3) E. Madelung, diese Zeitschr. **11**, 898, 1910. Andersartig aber doch damit verwandt sind frühere Betrachtungen von P. Glan (Ann. d. Phys. **63**, 230), denen offenbar auch ein richtiger Kern zugrunde liegt und neuere Ansichten von Lindemann, Sutherland und Einstein.

Der innere photoelektrische Effekt in Elektronenleitern hohen Widerstandes.

Untersuchungen von Koenigsberger[1]) hatten gezeigt, daß in metallischen Leitern mit hohem spezifischen Widerstand neben der selektiven Absorption eine kontinuierliche vom Ultrarot bis in das sichtbare Gebiet reichende Absorption auftritt, weit größer, als sie sich nach der Formel von Maxwell aus der elektrischen Leitfähigkeit ergibt. Beachtenswert ist, daß nur Substanzen, die bei höherer Temperatur nachweisbar metallische Leitfähigkeit haben, diese kontinuierliche Absorption aufweisen, dagegen nicht die mit Ionenleitung, wie die eigentlichen Salze. Ferner haben dieselben Substanzen auch eine bessere Wärmeleitfähigkeit als nach dem Gesetz von Wiedemann und Franz zu erwarten ist. J. Koenigsberger und J. Weiß haben diesbezüglich die Ansicht geäußert, daß die Elektronen, die bei höherer Temperatur abdissoziieren und elektrische Leitfähigkeit bedingen, bei tieferer Temperatur halb frei sind und die kontinuierliche Absorption sowie verbesserte Wärmeleitung bewirken.

F. M. Jaeger[2]) hatte gefunden, daß Antimonglanz ähnlich wie Selen durch Belichtung eine erhebliche Leitfähigkeitsvergrößerung erfährt.

Man kann mit Rücksicht auf die obige Hypothese für den von Jaeger gefundenen inneren photoelektrischen Effekt vorläufig drei spezielle Erklärungen geben, und die folgenden Versuche sollten zwischen diesen drei entscheiden.

1. Die stärkere kontinuierliche Absorption ist durch eine geringere, der Maxwellschen Beziehung folgende Absorption bedingt, indem die absorbierenden Schichten bei schlechter Wärmeleitung der Substanzen durch das Licht stark erwärmt werden. Das würde aber, wie vorher gezeigt, die elektrische Leitfähigkeit und damit die kontinuierliche Absorption steigern. Da die Wärmeleitfähigkeit gerade dieser Substanzen trotz ihrer geringen elektrischen Leitfähigkeit verhältnismäßig hoch ist, so war die Annahme nicht sehr wahrscheinlich, aber doch nicht ausgeschlossen. Für eine bestimmte Lichtintensität läßt sich die maximale mögliche Erwärmung und aus dem früher bestimmten Temperaturkoeffizienten die Leitfähigkeitsverbesserung berechnen. Diese müßte dann gleich oder größer als die beobachtete sein. Wie festgestellt, nehmen ferner bei

1) J. Koenigsberger, diese Ztschr. **4**, 495, 1903.

2) F. M. Jaeger, Zeitschr. f. Kristallographie **44**, 45, 1907.

allen festen Substanzen spezif. Wärme, Wärmeleitung und Dichte für eine Temperaturerhöhung um etwa 10^0 C nur äußerst wenig ab oder zu, während die elektrische Leitfähigkeit auf das Doppelte und mehr zunimmt. Die Erwärmung durch die gleiche Lichtintensität bleibt praktisch gleich; daher müßte ferner die durch Belichtung erzielte Gesamtleitfähigkeit bei niedrigerer Anfangs- und somit Gesamttemperatur auch erheblich geringer sein als bei höherer. Auch dies konnte durch einen Versuch entschieden werden.

2. Die elektromagnetische Strahlung macht die Elektronen, die sonst erst bei höherer Temperatur abdissoziieren, vollkommen frei, ähnlich wie beim äußeren photoelektrischen Effekt und verbessert dadurch die elektrische Leitfähigkeit und die Absorption. Diese Annahme müßte für alle derartigen Substanzen zutreffen. Der innere photoelektrische Effekt könnte abhängig von der Temperatur sein, da diese den Energieinhalt der Elektronen steigert und dadurch das Abdissoziieren erleichtert. Er müßte mit der Intensität des Lichtes variieren.

3. Die elektromagnetische Strahlung erfährt durch die noch nicht abdissoziierten Elektronen, die sehr locker gebunden sind, eine stark gedämpfte selektive Absorption, und dieselben Elektronen bedingen eine verbesserte Wärmeleitung. Der innere photoelektrische Effekt wäre aber davon unabhängig. Entweder werden dann a) je nach der Substanz und der Lichtintensität einige Elektronen frei, wodurch die elektrische Leitfähigkeit etwas verbessert wird. Der innere photoelektrische Effekt wäre danach etwas rein Zufälliges. Die Temperaturabhängigkeit wäre wie bei 2.; b) wie neuerdings M. Sperling für Selen[1]) annimmt, könnte durch das Licht eine Umwandlung in eine besser leitende Modifikation eintreten, c) oder schließlich könnte, wie Scholl[2]) an Silberjodür, Baedeker[3]) und Rudert[4]) an Kupferjodür nachgewiesen haben, das Licht einen momentan oder allmählich ablaufenden chemischen Vorgang auslösen.

Zur Versuchsanordnung ist folgendes zu bemerken: Ein Antimonglanzspaltstück wurde sofort nach der Herstellung mit Kanadabalsam auf eine dünne Glasplatte aufgekittet. Hierdurch wurde erreicht, daß keine Verschlechterung der Oberfläche durch Oxydation in feuchter Luft eintrat. Letztere ist bekanntlich durch optische Messungen von Drude[5]) und E. C. Müller[6]) festgestellt worden. Daß eine ganz reine Oberfläche wesentlich ist, zeigen spätere Versuche. Dann wurde die andere Fläche des Präparats abgeschliffen, bis die erwünschte Dicke (0,3 mm) erreicht war. Kupferbleche als Kontakte wurden mit Kupferamalgam auf der geschliffenen Fläche befestigt; sie saßen sehr fest (vgl. S. 41). Der Strom ging ‖ c Achse hindurch. Die Kontakte und die Rückseite des Präparates wurden mit Siegellack auf Hartgummi befestigt. Das Präparat mit den Zuleitungen wurde in eine dicht zugelötete Blechkiste gesteckt, die oben eine Röhre trug, durch die Licht auf das Präparat fallen konnte. Ein Thermometer, welches nahe am Präparat anlag, und die Zuleitungen waren lichtdicht zugeführt.

Eine schwierige Frage bei diesen Messungen liegt im Anbringen der Kontaktstellen. Man kann im Zweifel sein, ob diese besser auf der belichteten oder der unbelichteten Fläche angebracht werden. Wir haben die unbelichtete Fläche genommen und die Endkanten keilförmig abgeschliffen, so daß der Kontakt die belichtete Fläche längs einer Linie berührte.

1. Über die Annahme 1 wurde durch folgendes Experiment — ich gebe nur den Mittelwert aus vielen Versuchen — entschieden. Wenn die Leitfähigkeitserhöhung durch Belichtung größer ist als die Leitfähigkeitszunahme infolge maximaler Erwärmung durch die Gesamtenergie der auffallenden Strahlung, so kann letztere nicht die wesentliche Ursache sein.

Der Widerstand des Antimonglanz-Präparats bei 17^0 nahm durch Belichtung mit Glühlampe in 40 cm Abstand im Mittel vieler Messungen von $3{,}6 \cdot 10^7\ \Omega$ in 10 sec (wir haben einen langen Zeitraum genommen, um den für die Wärmewirkung günstigsten Fall zu berechnen) auf $1{,}58 \cdot 10^7\ \Omega$ ab. Nach der Tabelle der Widerstandsänderungen (S. 42) und direkten Messungen käme dies einer Temperaturerhöhung des ganzen Präparats um 9^0 gleich, oder der Erwärmung einer oberen Schicht von 100 μ Dicke um 15^0, von 10 μ Dicke um 22^0. Die Gesamtstrahlung der Glühlampe unter gleichen Bedingungen verhält sich zu derjenigen der Hefnerkerze mittels Thermosäule verglichen, wie 13,3 : 1. Da nach der Untersuchung von K. Ångström[1]) die Gesamtenergie der Hefnerkerze in 1 m auf 1 qcm in 1 sec $= 21{,}5 \cdot 10^{-6}$ gr/cal ist, so fällt auf 1 qcm des Antimonglanzes in 10 sec $= 1{,}75 \cdot 10^{-2}\ \frac{\text{gr/cal}}{\text{cm}^2}$.

Hiervon werden an Glas und Antimonglanz

1) Vgl. insbesondere M. Sperling, Dissertation, Göttingen 1908.
2) H. Scholl, Ann. d. Phys. **16**, 193 u. 417, 1905.
3) K. Baedeker, Ann. d. Phys. **29**, 556, 1909.
4) G. Rudert, Ann. d. Phys. **31**, 559, 1910.
5) P. Drude, Wied. Ann. **34**, 489, 1888.
6) E. C. Müller, N. Jahrb. f. Min., Beiblatt **17**, 187, 1903.

1) K. Ångström, diese Zeitschr. **5**, 456, 1904.

etwa 30 Proz. reflektiert. Aus dem spezifischen Gewicht und der spezifischen Wärme der Substanz berechnet sich für das ganze Präparat eine maximale Temperaturerhöhung von $0,60^0$, für $100\,\mu$ Schicht $1,8^0$, und für $10\,\mu$ Schicht von 18^0.

Die wahren Werte müssen infolge Strahlung und Leitung der Wärme, wie sich zeigen läßt, um mehr als die Hälfte kleiner, und für die kleineren Teilschichten im Präparat noch ganz erheblich geringer sein. Letzteres erfolgt auch daraus, daß bei kurzer Belichtung der Effekt in 3 sec fast vollkommen zurückgeht. Das könnte in diesem Fall nur geschehen, wenn die Wärmeleitung im Innern gut wäre. Wie sich aus den früher bestimmten Absorptionskoeffizienten ergibt, kann ferner eine Schicht von 10 μ kaum 10 Proz. der gesamten auffallenden Strahlung zwischen 0,5 und 1,0 μ absorbieren, vielmehr muß man man, um etwa 80 Proz. bei diesen Wellenlängen zu absorbieren, mit einer Schicht von mindestens 50 μ rechnen. Daher sind, mit den oben berechneten Zahlen verglichen, wie man sieht, die Temperatur-Erhöhungen zu klein, um einen erheblichen Teil der Leitfähigkeitsvergrößerung zu verursachen. Annahme 1 ist zu verwerfen. Nur ein Teil der Leitfähigkeitsverbesserung, etwa 5 bis 15 Proz., ist auf Rechnung der Temperaturzunahme zu setzen. Diese zeigt sich wohl darin, daß bei längerer Belichtung, abgesehen von der starken momentanen Zunahme, eine geringe allmähliche Leitfähigkeitszunahme infolge der Erwärmung des ganzen Präparats statthat, die nur langsam wieder verschwindet (vgl. Beobachtungen S. 46).

2. Die zweite Annahme würde verlangen, daß der innere photoelektrische Effekt bei allen Substanzen mit geringer metallischer Leitfähigkeit auftritt. Folgende Kristalle wurden in Platten und Stücken untersucht: Columbit: spez. W ca. $1 \cdot 10^8\,\Omega$, Manganit: spez. W ca. $10^7\,\Omega$. Chromeisenoxyd: spez. W ca. $10^9\,\Omega$, ferner Kupferantimonfahlerz, Magnetkies, Substanzen von kleinem, und Titanit, Bournonit, Substanzen von sehr hohem ($> 10^8\,\Omega$) Widerstand. Bei keinem bewirkte Belichtung eine merkliche Leitfähigkeitsänderung. Also wird auch die Annahme 2 nicht zutreffen: daß die Verminderung des Widerstandes durch Belichtung eine aus einfachen elektronentheoretischen Vorstellungen sich ergebende, allgemeine Erscheinung ist. Man müßte, um die Annahme zu halten, schon annehmen, daß der Belichtungseffekt nur bei Dissoziationswärmen etwa unter 10000 auftritt, und andererseits stets von derselben Größe ist, so daß er sich nur bemerklich macht, wenn die Eigenleitfähigkeit der Substanz sehr gering ist, also nur für q zwischen 8000 und 10000. Das ist nicht sehr wahrscheinlich. Außerdem ist der Zusammenhang zwischen anomaler kontinuierlicher Absorption, welche Manganit, Markasit, Columbit, Bournonit zeigen, und dem innern photoelektrischen Effekt jedenfalls nicht vorhanden, und das genügt schon, um die Annahme 2 fallen zu lassen.

3. Also bleibt nur die dritte Annahme; der photoelektrische Effekt hängt nicht mit der anomalen kontinuierlichen Absorption zusammen.

Es könnte ähnlich wie bei Selen auch bei Antimonglanz eine Art Umwandlung in eine andere besser leitende Modifikation[1]) eintreten. Dann wäre aber analog dem Selen eine lichtelektrische Trägheit zu erwarten. Die Existenz einer zweiten Modifikation scheint von J. Koenigsberger[2]) und K. Schilling beobachtet worden zu sein.

Die Versuche ergaben folgendes:

Sofort nach Aufhebung der Belichtung sinkt der Widerstand, und nur etwa $^1/_3$ bis $^1/_{10}$ (je nach der Dauer der Belichtung) der durch das Licht bewirkten Leitfähigkeit bleibt zurück; dieser Rest ist nach der oben durchgeführten Rechnung z. T. wohl der Wärmewirkung der Strahlung zuzuschreiben, da er mit der Zeitdauer der Belichtung wächst und der Größenordnung der berechneten Temperaturerhöhungen entspricht. Nach etwa 2 Minuten ist der ursprüngliche Zustand schon wieder erreicht, wie folgendes Beispiel zeigt.

	Ausschlag
dunkel	27,0
1 min belichtet, Zuwachs um	35,0
nach 25 min dunkel . . .	28,0
1 min belichtet, Zuwachs um	35,0
nach 2 min dunkel . . .	27,5
1 min belichtet, Zuwachs um	36,0
nach 5 min dunkel . . .	28,5
1 min belichtet, Zuwachs um	38,0
nach 4 Stunden dunkel . .	29,0

Die Ausschläge waren den Widerständen proportional.

Daß die Erwärmung durch Belichtung den Widerstand allmählich wesentlich verringert, war aus der Bestimmung des Temperaturkoeffizienten zu erwarten. Folgende Versuchsreihe zeigt, daß auch der Stromdurchgang ohne Belichtung

1) Die Umwandlung in eine völlig andere Modifikation müßte eine vollkommene sein, da zwei feste Phasen derselben Substanzen nicht gleichzeitig stabil sein können. Man muß daher die Annahme wohl so fassen, daß je nach der Lichtintensität eine variable Schichtdicke oder Menge vollkommen umgewandelt wird. Ohne Belichtung existiert die eine Phase nicht. Eine wesentliche Änderung in den Folgerungen von M. Sperling wird dadurch nicht notwendig.

2) J. Koenigsberger und K. Schilling, Ann. d. Phys. **32**, 212, 1910.

vielleicht durch Joulesche Wärme die Leitung verbessert.

Spannung 72 Volt.

Dauer des Stromdurchgangs	Ausschlag
1 min	30
4 min	32
10 min	34
15 min	37
20 min	40
60 min	55

Eine elektrolytische Polarisation müßte in entgegengesetztem Sinne wirken. Diese Frage ist im letzten Abschnitt noch eingehender erörtert.

Als Beispiel für die zeitliche Wirkung der Belichtung sei folgende Meßreihe angeführt: Ausschlag in mm, durch Belichtung mit Glühlampe in 40 cm Abstand bewirkt,

3 sec	50 ballistisch gemessen, auf stat. Ausschlg. reduziert
1 min	60 statisch
2 min	85 „
3 min	102 „

Der Dunkelausschlag ist abgezogen.

Nach Aufheben der Belichtung ist der Dunkelausschlag vergrößert und geht erst nach einigen Minuten auf den ursprünglichen Wert zurück. Das spricht sehr für Wärmewirkung bei länger dauernder Belichtung, obgleich diese auch da nicht hinreicht, die später zu beschreibenden merkwürdigen Erscheinungen zu erklären.

Sehr zu beachten ist, daß bei ballistischer Messung stets momentan ein bestimmter Ausschlag eintritt. Das Verhalten des Antimonglanzes ist also nicht das des Kupferjodürs, wie es G. Rudert feststellte. Es fragt sich daher, ob die Umwandlung in eine besser leitende Modifikation, dem Selen entsprechend, oder ob eine momentane chemische Veränderung mit Freiwerden von Elektronen, dem Silberjodid entsprechend, auftritt. Bei Umwandlung in eine metallische Modifikation müßte die von Sperling wahrgenommene und theoretisch begründete Schattenwirkung auftreten: die Leitfähigkeit des Selens erreicht nach einigen Sekunden Belichtung ein Maximum und nimmt dann ab. Bei Antimonglanz ist aber, wie wir feststellten, der Verlauf umgekehrt.

Ferner scheinen noch folgende Tatsachen darauf zu deuten, daß eine Umwandlung in eine andere Modifikation nicht stattfindet. Die Absorption des Antimonglanzes ist nicht merklich von der Lichtintensität abhängig, ebensowenig scheinen die optischen Konstanten, die P. Drude und E. C. Müller aus Reflexionsbeobachtungen (Haupteinfallswinkel und Hauptazimut) bestimmten, mit der Intensität variabel zu sein. Eine durch das Licht hervorgerufene metallische Modifikation müßte aber andere Werte ergeben, als der unbelichtete oder ganz schwach belichtete Antimonglanz. Also dürfte der photoelektrische Effekt des Antimonglanzes kaum auf Umwandlung beruhen, sondern dem des Silberjodids am nächsten stehen. Sehr wohl möglich ist, daß bei beiden dieser Vorgang der von P. Lenard[1]) und S. Saeland an Phosphoren entdeckten aktinodielektrischen Wirkung gleicht.

Wir haben dann den photoelektrischen Effekt des Antimonglanzes in seiner Abhängigkeit von der Lichtintensität, von der Wellenlänge und von der Temperatur genauer studiert.

1. Abhängigkeit von der Lichtintensität. Für $\lambda = 680\,\mu\mu$ bei 17°.

Die Intensitäten wurden durch die Thermosäule nach Rubens mit derjenigen einer Hefnerkerze verglichen und können daher in absolutem Maß pro qcm in 1 Sekunde ausgedrückt werden. Es wurde rotes Licht gewählt, weil dieses von der Projektions-Nernstlampe mit 300 k besonders stark emittiert wird; denn es wird große Helligkeit erfordert, um nach der spektralen Zerlegung selbst mit Flüssigkeitsprisma von 80×80 mm Öffnung noch genügend die Intensität variieren zu können.

Lichtintensität $10^6 \frac{\text{gr/cal cm}^2}{\text{sec}}$	Leitfähigkeitszunahme K Ω^{-1}
7,0	$5{,}7 \cdot 10^{-8}$
13,5	$11 \cdot 10^{-8}$
25,5	$20{,}5 \cdot 10^{-8}$
55,5	$26 \cdot 10^{-8}$
222,0	$31 \cdot 10^{-8}$
888	$50 \cdot 10^{-8}$

Die Leitfähigkeit ist in reziproken Werten von 1 Ω gemessen; die Widerstandsabnahme gäbe ein falsches Bild. Der ballistische Ausschlag, der etwa 2 Sekunden braucht, ist zugrunde gelegt.

Der Anstieg ist, wie wiederholte Messungen ergaben, nicht gleichmäßig. Vermutlich setzt er sich aus einer ein Maximum erreichenden Lichtwirkung (vielleicht $25 \cdot 10^{-8}\,\Omega^{-1}$ entsprechend) und einer Wärmewirkung zusammen.

Jedenfalls steigt schließlich die Lichtwirkung viel weniger an als die Lichtintensität. Dies Verhalten ist bei den meisten lichtempfindlichen Substanzen beobachtet worden.

Abhängigkeit des Effektes von der Farbe.

Um die Abhängigkeit von der Wellenlänge

1) P. Lenard und S. Saeland, Ann. d. Phys. **28**, 494, 1909.

zu finden, war es wesentlich, mit ähnlichen absoluten Intensitäten für die verschiedenen Farben zu arbeiten, was durch Veränderung der Spaltbreite erreicht wurde. Da die Unterschiede gering waren, durfte auf gleiche Intensität umgerechnet werden. Besonders interessant ist, daß eine später zu besprechende, unserer Ansicht nach sekundäre Erscheinung, die Unipolarität, eine ausgesprochene Abhängigkeit von der Farbe zeigt.

Die Intensität ist mit der Thermosäule in willkürlichen Einheiten gemessen, die Leitfähigkeitszunahme K in denselben Einheiten wie früher. K_1 ist die Leitfähigkeitszunahme für Stromdurchgang in einem, K_2 im entgegengesetzten Sinn.

λ	K_1	K_2
700	$6{,}0 \cdot 10^{-8}$	$3{,}5 \cdot 10^{-8}$
600	5,5	3,0
570	4,5	3,5
500	4,5	4,5
430	4,5	3,2

Eine sehr starke Einwirkung hatte auch noch das Ultrarot, wie es durch eine Hartgummiplatte von 2 mm hindurchgeht. Die Verbesserung der Leitfähigkeit war bei gleicher Intensität etwas größer wie für $\lambda = 700$. Genauere Messungen, die J. Weiß ausführen wollte, scheiterten daran, daß es notwendig war, das Glas und den Kanadabalsam, die ultrarot stark absorbieren, zu entfernen. Dann überzog sich aber die freie Oberfläche des Antimonglanzes sehr rasch mit einer Schicht, welche die Lichtempfindlichkeit im Ultrarot völlig aufhob. Jedoch ist durch die früheren Messungen sichergestellt, daß nicht die in unserm Fall äußerst geringe Wärmewirkung des Ultrarot, sondern die ultrarote Strahlung als solche die Leitfähigkeit verbesserte. Die größere Wirkung der langen Wellen beruht vermutlich auf dem tieferen Eindringen derselben. Die kontinuierliche Absorption des Antimonglanzes wird für kurze Wellen durch selektive Absorption verstärkt[1]); diese dringen daher nicht so tief ein. Eine genauere Untersuchung hätte erst dann Wert, wenn man ein homogenes Präparat erhielte, welches von den sekundären Störungen wie Unipolarität etc. frei wäre, wie es die Kupferjodür-, Silberjodid-, Selenschichten sind.

Abhängigkeit des Effektes von der Temperatur.

Hier sei zunächst eine Meßreihe als Beispiel angeführt.

1) Vgl. E. C. Müller, loc. cit.

	Ausschlag			
	ballistisch		statisch	
	rechts	links	links	rechts
unbelichtet bei 1,5°	21	23	9	10
Zuwachs durch Belichtung 3 sec	41	33	—	—
Zuwachs durch Belichtung 1 min	—	—	45	50
unbelichtet bei 3°	27	31	—	—
Zuwachs durch Belichtung 3 sec	42	32	—	—
Zuwachs durch Belichtung 1 min	—	—	10 (?)	35
unbelichtet bei 3°	26	30	—	—
nach 1 sec Stromdurchgang	39	32	—	—
nach 1 min Stromdurchgang	—	—	50	30

Im Mittel aus drei Messungsreihen ergibt sich bei etwa 2° C der Zuwachs durch Belichtung in 3 Sekunden ballistisch gemessen
links = 45, rechts = 35. In 1 min statisch gemessen:
links = 50, rechts = 50. Bei 17° im Mittel in 3 sec:
links = 110, rechts = 90. Für 1 min: links = 80, rechts = 100.

Bei diesen Zahlen sind absichtlich die letzten Stellen nur mit 5 oder 0 angegeben. Wer mit photoelektrischen Substanzen wie Selen etc. gearbeitet hat, weiß, daß kaum irgendein Wert auf 5 Proz. stets reproduzierbar ist. Aus den Messungen geht jedenfalls deutlich hervor, daß der photoelektrische Effekt bei höherer Temperatur bedeutend größer ist, und zwar, wie hier zu erwarten, sowohl für kurze wie lange Belichtung.

Anomalien der elektrischen Leitung im Antimonglanz.

Während homogene Substanzen mit kleinerer Dissoziationswärme (< 6000) Elektronen-Leitfähigkeit ohne Anomalien, genau wie die Metalle zeigen, lassen sich bei größeren Dissoziationswärmen verschiedene merkwürdige Effekte beobachten, von denen man noch nicht angeben kann, ob sie zufällig auf Durchwachsungen oder Beimengungen[1]) beruhen oder in der Art der Leitung begründet sind.

Ein Effekt, der an allen Antimonglanzstücken nahezu gleich stark auftrat, ist die Verbesserung der Leitfähigkeit bei längerem Stromdurchgang in einer Richtung, die gleichzeitig eine Verschlech-

1) Beimengungen werden, wie bekannt, in gutleitenden Substanzen meist eine Verschlechterung des Leitvermögens, in sehr schlechtleitenden Substanzen aber, worauf K. Baedeker und J. Koenigsberger aufmerksam gemacht haben, eine Verbesserung der Leitfähigkeit bedingen können.

terung der Leitfähigkeit in der entgegengesetzten bedingt, daher wohl nicht auf Joulesche Wärme allein zurückgeführt werden kann. Erst nach längerer Stromlosigkeit kehrt der ursprüngliche Zustand zurück. Der Versuch kann in beiden Richtungen beliebig oft mit gleichem Resultat wiederholt werden; er ist exakt reproduzierbar. Die Erscheinung ist also das Gegenteil einer Polarisation und kann demnach auch kaum auf Elektrolyse beruhen. Die Annahme, daß Metallfäden entstehen, wie sie Le Blanc und Kerschbaum am Chlorsilber beobachteten, ist mit der Verringerung der Leitfähigkeit in der entgegengesetzten Richtung nicht vereinbar. Auch ist die Änderung des Widerstandes viel kleiner. Es seien hier nur einige Zahlen in willkürlichen Einheiten angeführt. Rechts und links bedeutet Stromumkehr im Präparat, das vor Licht geschützt war. Spannung 72 Volt, Temperatur 17°. Die Zeit ist fortlaufend gerechnet; etwa 30 Sekunden sind zur Einstellung des statischen Ausschlags nötig.

Zeit	Ausschlag statisch rechts	links
30 sec	—	32
1 min	34	—
Strom rechts bis 5 min	41	—
5 min 30 sec Umkehr	—	27
6 min	38	—
6 min 30 sec	—	29
Strom links bis 12 min	—	36
Strom weiter bis 22 min	—	40
Strom weiter bis 32 min	—	48
Strom weiter bis 42 min	—	57
Stromumkehr 42 min 30 sec	30	—
43 min	—	50
6 Stunden stromlos	32	35

Wenn das Präparat auf + 1° gehalten wird, so ist dieser Effekt deutlich kleiner, aber noch vorhanden. Er bedingt, wie man sieht, eine Unipolarität. Außer dieser, bei jedem Stück künstlich herstellbaren, nicht primär vorhandenen Unipolarität, die bei kurzem Stromdurchgang nicht stört, ist eine mit dem Material variable offenbar zufällige primäre Unipolarität vorhanden, die bewirkt, daß zuweilen die Leitfähigkeit in einer Richtung das Vierfache der entgegengesetzt gerichteten ist. Da kristallographisch für eine derartige Unsymmetrie bei Antimonglanz kein Grund vorliegt, und die Erscheinung, wie gesagt, sehr wechselt, so ist Inhomogenität des Kristalls wohl die Ursache.

Florenz, Dezember 1910.

(Eingegangen 14. Dezember 1910.)

Eine neue Methode für Untersuchungen über die magnetische Permeabilität der Gase.

Von W. P. Roop.

Historisches.

Zu den Erscheinungen, die auf Grund der Elektronentheorie etwas näher erklärt werden können, als vorher möglich war, gehört der Magnetismus. Er ist zweifellos irgendwie mit den Bewegungen der Elektronen innerhalb des Atoms verbunden.

Der Magnetismus der Moleküle ist schon theoretisch vom Standpunkt der Elektronentheorie aus behandelt worden, und namentlich zuerst von W. Voigt[1]) und J. J. Thomson[2]). Die beiden ziehen Schlüsse, die insoweit ähnlich sind, als sie eine einfache Erklärung durch kreisbahnförmige Bewegungen der Elektronen für ungenügend halten. Langevin[3]) stellt sich aber entschieden dagegen, und findet die Elektronentheorie genügend, wenn nur die elektrostatischen Kräfte, die vom variierenden Magnetfelde herrühren, richtig in Betracht gezogen sind. Auch Schott[4]) findet die Hypothese von in Kreisbahnen bewegten Elektronen hinreichend, wenn die Elektronen in Ringen gruppiert werden.

P. Curie[5]) und Schott (l. c.) haben uns schon darauf aufmerksam gemacht, daß die magnetischen Eigenschaften der Gase ein besonderes Interesse bieten, weil die Umstände, unter denen die Gasmoleküle sich befinden, verhältnismäßig einfach sind. Auf der einen Seite ist der gasförmige Zustand überhaupt der einfachste aller Zustände, der Gasmagnetismus also eine reinere, durch intermolekulare Verhältnisse weniger gestörte Eigenschaft als der Magnetismus fester und flüssiger Substanzen. Ferner ist bei den Gasen der Magnetismus eine Eigenschaft, die in dem gewöhnlichen, verhältnismäßig ruhigen Zustand der Moleküle schon vorhanden ist, während dagegen elektrische Leitfähigkeit und Strahlung der Gase sich nur unter besonderen äußeren Einflüssen beobachten lassen. In einem kalten, nicht ionisierten Gas liegt die Sache schon verwickelt genug, aber viel schlimmer ist es, wenn das Gas zur Leitung und Strahlung gebracht werden muß.

Die Bestimmung der magnetischen Permeabilität hat bei den Gasen besondere Schwierigkeiten deswegen, weil die zu messende Quantität

1) W. Voigt, Ann. d. Phys. **9**, 115, 1902.
2) J. J. Thomson, Phil. Mag. **6**, 673, 1903.
3) P. Langevin, Ann. Chim. Phys. **5**, 70, 1905.
4) G. A. Schott, Phil. Mag. **15**, 172, 1908.
5) P. Curie, Comptes Rendus, 1292, 1892.

außerordentlich klein ist. Bis jetzt sind für solche Messungen nur zwei Methoden in Betracht gekommen. I. Ein Glasballon wird mit dem Gas gefüllt, und in ein magnetisches Feld gebracht. Die dabei entstehenden Kräfte werden durch Torsionsmessungen oder Wägen bestimmt. II. Die auf dem Gas wirkenden Kräfte werden durch hydrostatische Ausgleichung gemessen.

Alle untersuchten Gase haben Spuren von Para- oder Diamagnetismus gezeigt. Aber das einzige Gas, welches eine wirklich meßbare Permeabilität hat, ist der Sauerstoff. Einige von seinen gasförmigen Verbindungen und die Luft verhalten sich auch paramagnetisch. Werte für andere Gase stimmen miteinander gar nicht überein, selbst dem Zeichen nach. Für den Sauerstoff sind folgende Werte[1]) der Suszeptibilität gefunden worden.

Bisherige Bestimmungen der Suszeptibilität von Sauerstoff.

Nach der ersten Methode:

Beobachter	Suszeptibilität $\times 10^6$
Faraday	0,175
E. Becquerel	0,181
P. Curie	0,167
Efimoff	0,154
Nach der zweiten Methode:	
Quincke	0,157
Töpler u. Hennig	0,161
Du Bois	0,117
Hennig	0,121

Von diesen Zahlen ist wohl die Hennigsche die zuverlässigste, sowohl wegen der Sorgfalt, die dabei zur Geltung gekommen ist, wie auch wegen der Freiheit seiner Methode von systematischen Fehlern.

Unabhängige Bestimmungen der Suszeptibilität der Luft sind seltener gemacht worden. In der folgenden Tabelle werden auch die von den Forschern angegebenen Werte von dem Verhältnis der beiden Suszeptibilitäten von Sauerstoff und Luft beigegeben.

Bisherige Bestimmungen der Suszeptibilität von Luft; und des Verhältnisses der Suszeptibilitäten von Sauerstoff und Luft.

Beobachter	$\varkappa$ (Luft) $\times 10^6$	$\frac{\varkappa \text{ (Sauerstoff)}}{\varkappa \text{ (Luft)}}$
Faraday	0,038	4,76
E. Becquerel	0,034	5,15
Quincke	0,032	4,91
Efimoff		4,83

Die Bestimmung von Efimoff war keine absolute. Der in der ersten Tabelle angegebene Wert wurde aus dem akzeptierten Quinckeschen Wert für Luft berechnet. Auch die Hennigsche Zahl bedarf einiger Erklärungen. Hennig beobachtete nur den Suszeptibilitätsunterschied zwischen Sauerstoff und Luft. Unter der scheinbar gestatteten Annahme, daß die Suszeptibilität eine additive Eigenschaft ist, also, daß das Verhältnis der Suszeptibilitäten gleich 4,8 ist, berechnet man leicht den angegebenen Wert für Sauerstoff. Dem entspricht eine Suszeptibilität der Luft von $0,025 \times 10^{-6}$.

1) Winkelmanns Handbuch, 2. Aufl., Bd. V, S. 272.

Allgemeines und Theoretisches über die jetzigen Versuche.

Nun habe ich den Versuch gemacht, eine Methode zu ergründen, die wegen experimenteller Einfachheit und Freiheit von konstanten Fehlern die systematische Untersuchung der magnetischen Eigenschaften des Sauerstoffs überhaupt lohnend machen soll.

Alle Methoden für schwach magnetische Stoffe sind in der ersten Linie Messungen der Kräfte, die auf den Stoff in einem starken magnetischen Felde wirken. Aber anstatt diese Kräfte durch irgendein Kompensationsverfahren zu messen, werden sie jetzt kinematisch beobachtet, also durch die resultierende Bewegung des Gases selbst. Ein Gas strömt strahlförmig in ein anderes Gas hinein. Die Bahn des Strahles ist für gewöhnlich geradlinig, aber wenn sie in einem ungleichförmigen Magnetfeld liegt, dann wirkt eine ablenkende Kraft, und der Strahl wird dadurch gekrümmt. Wir betrachten nur den einfachsten, praktisch allein gebrauchten Fall, wo die ablenkende Kraft senkrecht zur Richtung des unabgelenkten Strahles steht, und wo diese Kraft an allen Punkten des Strahles dieselbe Richtung hat, die Bahn also in einer Ebene liegt.

Die auf einem Differentialelement $d\tau$ eines schwach magnetischen Stoffes wirkende Kraft hat die Richtung des Gradienten von H^2 und eine Größe, die durch den Ausdruck

$$K_1 = \frac{\mu - \mu_0}{8\pi} d\tau \frac{dH^2}{dl} \qquad (1)$$

gegeben wird[1]). Dabei bedeutet l die Linie, längs deren man die Kraft berechnen will, und μ und μ_0 die Permeabilitäten des Stoffes und des Mediums, worin er sich befindet. Es wird dabei angenommen, daß der schwach magnetische Stoff keinen Einfluß auf das Feld hat, daß auch keine Sättigungserscheinungen eintreten. Wir lassen jetzt die Y-Richtung mit der Richtung des unabgelenkten Strahles, die X-Richtung mit der im jetzigen Falle dazu senkrechten ablenkenden Kraft zusammenfallen. Der Ur-

1) Vgl. z. B. Drude, Physik d. Äthers, S. 151 u. f.

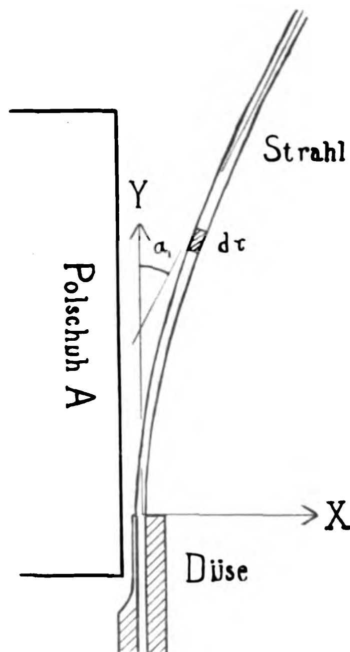


Fig. 1.

sprung soll der Austrittspunkt des Strahles sein. Als Differentialelement nehmen wir eine Differentiallänge des Strahles. Die Ausströmungsgeschwindigkeit im Strahle sei v_{y0}. Im magnetischen Felde wird nun der ursprünglich gradlinige Strahl in einen krummlinigen verwandelt, den wir mit s bezeichnen wollen. Der Winkel zwischen s und der Y-Achse bei einem gegebenen y heiße α_y. Dann haben wir

$$\tan \alpha_y = v_x/v_y. \tag{2}$$

Nun läßt sich v_x als Funktion der magnetischen Kräfte bestimmen. Es ist namentlich dv_x/dt gleich der seitlichen Kraft, wie sie in (1) bestimmt ist, dividiert durch die Masse des Differentialelements. Wenn ϱ die Dichte des Gases im Strahle ist, so haben wir

$$\frac{dv_x}{dt} = \frac{\mu - \mu_0}{8\pi\varrho} \cdot \frac{dH^2}{dx}. \tag{3}$$

Um nun v_x zu erhalten, muß man nach t integrieren. Das tut man am besten dadurch, daß man das unbekannte Zeitelement auf die Y-Geschwindigkeit bezieht. Wenn wir nämlich nach

$$dt = \frac{dy}{v_y} \tag{4}$$

transformieren, bekommen wir, nach der Integration,

$$v_x = \frac{\mu - \mu_0}{8\pi\varrho} \int \frac{dH^2}{dx} \cdot \frac{1}{v_y}\, dy. \tag{5}$$

Nun machen wir die vorläufige Annahme, daß v_y nicht mit y variiert. Setzen wir nun den obigen Wert von v_x in (2) ein, so bekommen wir endlich

$$\mu - \mu_0 = \frac{8\pi\varrho \cdot \tan \alpha_y \cdot v_{y0}^2}{\int \frac{dH^2}{dx} \cdot dy}. \tag{6}$$

Wenn dagegen v_y mit y variiert, so kann das hauptsächlich durch die Reibung verursacht werden. Wir nehmen in diesem Falle zuerst an, daß der Strahl seinen Querschnitt bei wachsendem y nicht verändert und daß die Reibung proportional mit der Geschwindigkeit des Gases im Strahle ist. η bezeichne den Reibungskoeffizient, d den Durchmesser des Strahles. Es besteht dann eine verzögernde Kraft längs des Strahles, die für die Differentiallänge durch den Ausdruck

$$K_s = -\eta \cdot \pi \cdot d \cdot v_s \cdot ds \tag{7}$$

gegeben wird. Für v_y gelten dann die Gleichungen

$$\frac{dv_y}{dt} = -\frac{\eta \cdot \pi \cdot d \cdot v_y \cdot dy}{\left(\frac{\pi d^2}{4}\right) \cdot \varrho \cdot dy} = -\frac{4\eta}{\varrho \cdot d} v_y \tag{8}$$

und $$v_y = v_{y_0} - \frac{4\eta}{\varrho \cdot d} \int_0^t v_y \cdot dt = v_{y_0} - k \cdot y, \tag{9}$$

wo $$k = \frac{4\eta}{\varrho \cdot d} \tag{10}$$

die Abnahme der vertikalen Geschwindigkeit in cm/sec pro cm gibt. Für v_x dagegen haben wir

$$\frac{dv_x}{dt} = \frac{\mu - \mu_0}{8\pi\varrho} \cdot \frac{dH^2}{dx} - k \cdot v_x. \tag{11}$$

Wenn wir nun wieder $dt = \frac{dy}{v_y}$ einsetzen, und den obigen Wert (9) von v_y gleich mit einholen, bekommen wir, nach der Integration

$$v_x = \frac{\mu - \mu_0}{8\pi\varrho} \int_0^y \frac{dH^2}{dx} \cdot \frac{1}{v_{y0} - ky} \cdot dy - k \int_0^y \frac{v_x}{v}\, dy. \tag{12}$$

Nun gilt immer noch (2), woher wir aus (9) und (12)

$$\left.\begin{aligned} \mu - \mu_0 &= 8\pi\varrho \frac{k \int_0^y \tan \alpha_y dy + v_y \tan \alpha_y}{\int_0^y \frac{dH^2}{dx} \frac{1}{v_{y_0} - ky} dy} \\ &= 8\pi\varrho v_{y_0}^2 \frac{\frac{k}{v_{y_0}} \int_0^y \tan \alpha_y dy + \frac{v_y}{v_{y_0}} \tan \alpha_y}{\int_0^y \frac{dH^2}{dx} \frac{v_{y_0}}{v_{y_0} - ky} dy} \end{aligned}\right\} \tag{13}$$

erhalten.

Die experimentellen Anordnungen waren folgende: ein einfacher Elektromagnet von der [ ] Form wurde gebraucht, um das Feld zu erzeugen. Die Polschuhe waren unsymmetrisch und zwar auf solche Weise, daß das Feld hauptsächlich parallel der gemeinsamen Achse der beiden Spulen variierte. Auf der einen Seite endigte der Eisenkern in einer Ebene, auf der anderen in einem Keil. Die Schneide des Keils

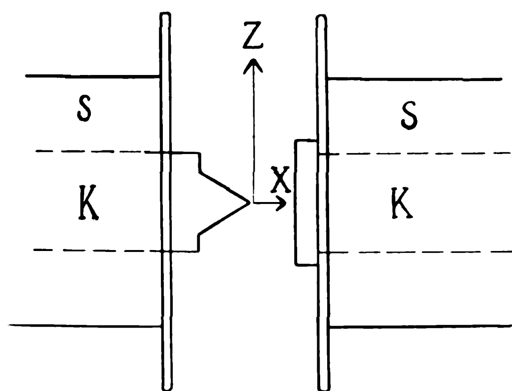


Fig. 2.

war vertikal gestellt. In der Figur sieht man einen horizontalen Durchschnitt des Magneten. A ist der keilförmige Polschuh, S sind die Spulen, K die Eisenkerne. Nun soll die X-Achse parallel der Kern-Achse, die Y-Achse parallel der Keilschneide, also vertikal laufen. Das Feld wird dann dadurch charakterisiert, daß in der X-Y-Ebene innerhalb gewisser Grenzen, die nahe an den Enden des Keils sind, $\frac{dH}{dy}$ beinahe ganz Null, $\frac{dH}{dz}$ überall Null, und $\frac{dH}{dx}$ sehr groß ist. Den Strahl läßt man parallel der Keilspitze ausströmen, er wird aber durch das Feld zu einer Bahn gekrümmt, die ganz in der X-Y-Ebene liegt.

Der Strahl wurde nach der Schlierenmethode beobachtet.

Das Feld wurde mit einer Wismutspirale ausgemessen.

Die Ausströmungsgeschwindigkeit des Gases wurde mit einer Gasuhr bestimmt.

Methodische Einzelheiten.

Der gebrauchte Magnet war aus zwei Spulen und einem einfachen Eisenjoch zusammengesetzt. Die Spulen waren 25 × 25 cm groß und trugen jeder 1540 Windungen von 2 mm starkem Draht. Der Strom wurde beim Einschalten jedesmal auf 7 Ampere eingestellt. Der Strom wurde auch jedesmal einen Augenblick in der entgegengesetzten Richtung durch die Spulen geschickt, damit die Hysteresis der Kerne keinen störenden Einfluß habe. Der magnetische Kreis war kein vollkommener. Mit einem besseren könnte ohne Zweifel die Methode bedeutend empfindlicher gemacht werden.

Der Keil hatte eine Schneidenlänge von 5 cm, und einen Winkel von 55°. Der ebene Polschuh hatte eine Größe von 9 × 9 cm. Die beiden standen in einer Entfernung von 14 mm voneinander. Die Kerne hatten einen Durchmesser von 8 cm.

Die gebrauchte Wismutspirale[1]) war eine ganz neue, weshalb keine Eichung für nötig gehalten wurde. Die Eichungskurve war mit dem Instrument von den Fabrikanten geliefert. Die Spirale wurde in folgender Weise gebraucht: Sie war in einem hölzernen Stativ festgehalten, wobei sie aber leicht horizontal verschoben werden konnte. Eine vertikale Einstellung wurde mittelst einer langen Messingschraube gemacht. Die Spirale wurde auf diese Weise nur angenähert eingestellt. Die genaue Ablesung ihrer Stellung geschah mit Hilfe eines kleinen Kathetometers aus Messing. Bei jeder Ausmessung des Feldes wurde die Feldintensität an ungefähr 30 verschiedenen Punkten bestimmt. Zuerst wurde versucht, größere Genauigkeit durch eine größere Zahl von Bestimmungen zu erhalten. Die dadurch eingeführten Störungen, und namentlich die Stromwärme des Magneten machten es aber überhaupt unlohnend. Das Feld wurde an Punkten bestimmt, die in mehreren horizontalen Reihen geordnet waren. Die Beobachtungen wurden in eine Reihe von Kurven eingetragen, wobei jede Kurve das Verhältnis zwischen X und H für ein bestimmtes Y zeigte. Daraus wurde eine zweite Reihe von Kurven berechnet, namentlich die X-H^2-Kurven. Die Werte von $\frac{dH^2}{dx}$ wurden dann graphisch auf diesen Kurven abgelesen. Da dieses ein ziemlich ungenaues Verfahren ist, wurde es jedesmal von neuem gemacht. Die hier entspringenden Fehler werden in dem mittleren Fehler des Endresultates stecken.

Beim Gebrauch der Wismutspirale waren zwei Hauptfehler vorhanden. Erstens machten Temperaturänderungen sehr viel aus. Zweitens muß man für die endliche Größe der Spirale korrigieren.

Der Temperaturkoeffizient des Widerstandes von Wismut ist ungefähr der gleiche wie bei den anderen Metallen. Die kleinen Temperaturschwankungen, die hier vorkommen, kommen auf diese Weise nicht in Betracht. Die Eigenschaft des Wismuts, seinen Widerstand im ma-

1) Hartmann & Braun. No. 465.

gnetischen Felde zu verändern, ist aber gegen Temperaturänderungen sehr empfindlich.

Der Widerstand der gebrauchten Spirale ist bei der Eichungstemperatur ($17{,}7^0$) oberhalb 6000 Gauß eine lineare Funktion der Feldintensität, und zwar wird er durch den Ausdruck

$$H = a\frac{\Delta_0 R}{R} + b \tag{14}$$

mit ihr gebunden, wo $a = 18000$ und $b = 1840$ sind. R ist der Widerstand der Spirale bei $t = 17{,}7^0$ und $H = 0$. $\Delta_0 R$ ist die Widerstandszunahme, die vom magnetischen Felde herrührt.

Wenn nun bei konstantem H die Temperatur sich um Δt verändert, nimmt ΔR einen anderen Wert $\Delta_t R$ an. Wenn wir die durch die Temperaturänderung eingeführte Widerstandsänderung mit $\Delta' R$ bezeichnen, so haben wir

$$\Delta_t R = \Delta_0 R + \Delta' R. \tag{15}$$

Nun ist erfahrungsgemäß für die kleinen Temperaturänderungen, die hier in Betracht kommen, $\Delta' R$ mit H und $-\Delta t$ direkt proportional. Der Einfluß des Feldes sinkt nämlich mit steigender Temperatur. Daher haben wir

$$\frac{\Delta' R}{H(-\Delta t)} = -\frac{\Delta' R}{H \cdot \Delta t} = \text{konstant}, \tag{16}$$

wo die Einsetzung des Minuszeichens eine positive Konstante liefert. $\Delta_t R$ ist jetzt natürlich die beobachtete Widerstandsänderung. Wenn man nun den Wert von $\Delta_0 R$ aus (15) unter Berücksichtigung von (16) in (14) einsetzt, so hat man endlich

$$\left.\begin{aligned} H &= \left(a\frac{\Delta_t R}{R} + b\right)\frac{1}{1 - \frac{ak}{R}\Delta t} \\ &= a'\frac{\Delta R}{R} + b'. \end{aligned}\right\} \tag{17}$$

Wo a' und b' Funktionen von Δt allein sind. Bei einem bestimmten Wert von Δt haben wir also eine H, $\frac{\Delta_t R}{R}$-Kurve, die sich nur dadurch von der $H \cdot \frac{\Delta_0 R}{R}$-Kurve unterscheidet, daß sie durch einen kleinen Winkel verschoben ist[1]).

Bei jedem Schließen des Stromkreises des Magneten wurde die Temperatur um $0{,}2^0$ gesteigert. Sie wurde mittelst eines nahe an die Spirale gebrachten Thermometers beobachtet. H wurde nach (17) berechnet, wobei $\frac{ak}{R}$ nach Zahlen von Henderson zu $1{,}17 \times 10^{-2}$ bestimmt wurde.

1) Vgl. Henderson, Wied. Ann. **53**, 912, 1894. S. auch Fig. 4.

Außerdem kommt noch die endliche Größe der Spirale als Fehler in Betracht. Die Spirale hatte einen Durchmesser von nur 4 mm, was aber längst nicht als punktförmig angesehen werden darf. Die Dicke der Spirale war dagegen höchstens ein paar Zehntelmillimeter. Die Spirale war immer symmetrisch zur X-Y-Ebene aufgestellt. Ihre eigene Ebene war immer parallel der Y-Z-Ebene gehalten. Beim Gebrauch der Spirale wird vorausgesetzt erstens, daß die Feldintensität über der ganzen Spirale denselben Wert hat und zweitens, daß die Kraftlinien die Stromfäden in der Spirale überall senkrecht schneiden. Beide Bedingungen sind nicht genau erfüllt.

Die Kraftlinien laufen nicht ganz parallel der X-Achse, sondern etwas auseinander von der Keilspitze nach der Ebene. Sie stehen also nur in der X-Y-Ebene senkrecht zu der Ebene der Spirale. Außerdem aber schneiden sie die Stromfäden auch auf dem horizontalen Durchmesser senkrecht. In den zwischen den vertikalen und horizontalen Durchmessern liegenden Teilen der Spirale wird der Winkel zwischen Stromfaden und Kraftlinie nicht genau 90^0 sein, und zwar wird die Abweichung ihr Maximum erreichen bei den äußeren Fäden auf der Halbierungslinie zwischen den Y- und Z-Achsen. Im alleräußersten und überhaupt nicht vorkommenden Fall, wo der Spirale Schutzdecke mit der Keilspitze in Berührung steht, und unter der Annahme, daß die Kraftlinien einfach von der Keilspitze divergieren, würde der Fehler bei diesem Stückchen des Randes höchstens 12 Proz. betragen. Der auf diese Weise eingeführte Fehler für die ganze Spirale kann aber nur einen kleinen Bruchteil von 12 Proz. betragen, erstens weil man den Mittelwert für die ganze Spirale bilden muß, und zweitens weil die Kraftlinien auf keine Weise einfach von der Keilspitze divergieren, sondern vielmehr parallel der X-Achse zu laufen streben. Deshalb wird dieser Fehler vernachlässigt. Der Endwert von $\mu - \mu_0$ wird dadurch etwas zu hoch erscheinen.

Dagegen läßt sich der andere Fehler nicht vernachlässigen, namentlich der, der dadurch eingeführt wird, daß die Flächen gleicher Intensität nicht parallel der Ebene der Spirale laufen. Die Intensität, die gleich dem Mittelwert für die ganze Spirale ist, findet man nicht in der Mitte der Spirale, sondern an einem entsprechenden Punkt in der X-Y-Ebene mit demselben Y, aber etwas größerem X. Dieser Punkt wurde auf folgende Weise bestimmt. Die Flächen gleicher Intensität wurden nach der Quinckeschen Methode des magnetischen Manometers innerhalb der Grenzen vom gebrauchten Teile des Feldes zu angenähert kreisförmige

Zylinder gefunden, deren Durchmesser mit wachsendem X wuchsen. Es wurde dann als erste Annäherung angenommen, daß der Zylinder, der in einem bestimmten Falle die Spirale auf solche Weise schneidet, daß gleiche Flächen von Wismut innerhalb und außerhalb des Zylinders bleiben, den fraglichen Punkt enthält. Z. B., in der Fig. 3 sollen BB die Hälfte der Spiralenfläche einschließen. Ihr

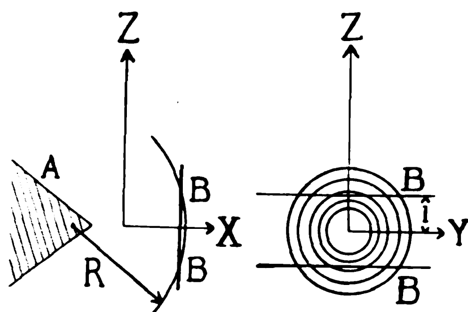


Fig. 3.

halber Abstand sei l. R sei der experimentell bestimmte Radius des Zylinders, der die Spirale in BB schneidet. Dann ist die nötige Korrektur d, die man zu dem mit dem Kathetometer bestimmten X addieren muß, offenbar

$$d = R - \sqrt{R^2 - l^2}. \tag{18}$$

l wurde nach den ausgemessenen Dimensionen der Spirale graphisch bestimmt. Beim Gebrauch des magnetischen Manometers wurde ein 0,5 mm breites Kapillarrohr mit einer starken Lösung von $FeCl_3$ gebraucht. Da es sich nur um eine relative Bestimmung handelte, war keine Bestimmung der Permeabilität der gebrauchten Lösung nötig.

Die Korrektur ist auffallend groß. Ihr Maximalwert war bei $X = 1$ mm erreicht und betrug 0,72 mm. Man darf nicht behaupten, daß dieser Wert genau ist. Die Korrektur wird aber mit wachsendem X auch an absoluter Größe kleiner. Es wäre aber doch eine genauere Bestimmung oder die Ausschließung dieses Fehlers sehr wünschenswert.

H wurde zu einer gleichmäßig laufenden Funktion von X gefunden. Ihr Wert bei $X = 1{,}6$ mm (von der Keilspitze) betrug nur 13000 Gauß, bei $X = 3{,}6$ aber noch 10000 Gauß. Mit einer anderen Anordnung der Polschuhen könnte man wohl günstigere Verhältnisse bekommen.

Die gebrauchte Düse war ein 4 cm langes Stück Kapillarrohr mit innerem Durchmesser von 1 mm. Das Rohr war auf einer Seite weggeschliffen, damit der Strahl ganz nahe an die Keilspitze gebracht werden konnte. Bei den meisten Messungen trat der Strahl in einer Entfernung von 1,5 mm von der Keilspitze in das Feld hinein.

Die Ausströmungsgeschwindigkeit wurde auf folgende Weise gemessen. Eine Gasuhr war wie in der Fig. 4 eingeschaltet. F ist die CO_2-Flasche, U die Gasuhr, D die Düse und M das Manometer, das den Überdruck des Gases

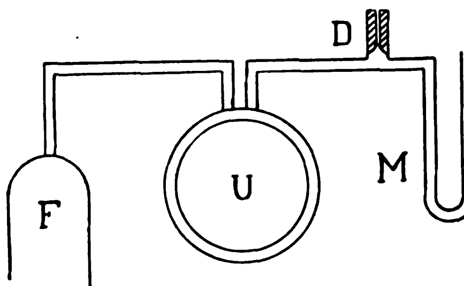


Fig. 4.

hinter der Düse maß. Für dieses wurde als Flüssigkeit destilliertes Wasser gebraucht. Dabei wurde das Manometer öfters sorgfältig gereinigt. Die Manometerhöhen wurden mit dem Kathetometer gemessen. Das in einer Sekunde bei konstantem Druck ausströmende Volumen wurde gemessen. Daraus nach genauer Bestimmung des Düsendurchmessers konnte man leicht die lineare Ausströmungsgeschwindigkeit berechnen. Die Kurve Geschwindigkeit-Überdruck stimmte nicht mit der berechneten[1]) überein. Die experimentelle Kurve ist aber ohne Zweifel die zuverlässigere. Der Strahl wurde nachher photographiert, wobei ein kleines Manometer vor die Platte gebracht wurde, derart, daß der Überdruck im Augenblick der Aufnahme automatisch registriert wurde. Mit Hilfe der Kurve konnte man die entsprechende Ausströmungsgeschwindigkeit leicht bestimmen.

Die Düse war sorgfältig in die X-Y-Ebene eingestellt, und zwar dadurch, daß die Kapillaröffnung mit dem Auge nach der Keilspitze gerichtet wurde.

Bei jeder Serie von Aufnahmen wurde das Feld gleich nachher ausgemessen, damit keine zeitlichen Veränderungen eintreten könnten.

Die Schlierenbilder wurden mit einer 595 cm entfernten Bogenlampe entworfen. Die Platte stand 85 cm hinter dem Strahl. Die Vergrößerung im Bilde ist also $^8/_7$.

Die Ausmessung der Photogramme geschah mit Hilfe eines Kathetometers, das Ablesungen bis zu einer Genauigkeit von $^1/_{50}$ mm gestattete. Das zweite Beugungsmaximum im Schatten des Polschuhs diente dabei als Basis. Nachher wurden die nötigen Reduktionen auf wirkliche Abstände von der Keilspitze ge-

1) Winkelmanns Hdbch., II. Aufl. Bd. I, S. 1345.

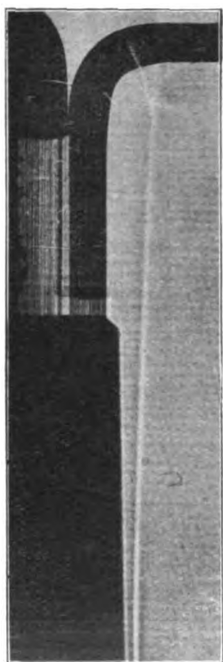


Fig. 5.

macht. Der X-Wert des Strahles wurde in Intervallen von $Y = 5$ mm gemessen. Bei jedem Y wurde der Mittelwert von drei unabhängigen Beobachtungen genommen. Das Schlierenbild des Strahles formte sich ganz symmetrisch um seine Achse, weshalb verschiedene Beobachtungen miteinander meistens innerhalb 0,05 mm übereinstimmten. Die so gewonnenen Zahlen wurden auf Kurven eingetragen. Die Werte von

$$\int \frac{dH^2}{dx} dy$$

wurden graphisch bestimmt. Endlich erreicht der Strahl einen Teil des Feldes, wo er nicht weiter abgelenkt wird. Der Winkel zwischen der darauf folgenden Strecke und der Y-Achse läßt sich mit dem Kathetometer gut messen. Er heiße α_1. Aufnahmen vom unabgelenkten Strahle wurden auch gemacht. Die kleine Abweichung von der Y-Richtung heiße α_0. Es soll gleich bemerkt werden, daß die unabgelenkten Strahlen nicht ganz gradlinig waren. Das könnte in einem kleinen remanenten Felde seine Ursache finden. Es war deshalb der kleinste Wert von α_0 als der wahre genommen. Daß dieses ein sicheres Verfahren ist, scheint desto wahrscheinlicher, weil die kleinsten Werte bei verschiedenen Beobachtungen miteinander gut übereinstimmten. Endlich wurde der Wert von $\tan \alpha$, wie er in (11) eingesetzt werden muß, aus der Gleichung

$$\tan \alpha = \tan \alpha_1 - \tan \alpha_0 \qquad (19)$$

bestimmt. Daß die Tangenten addiert werden müssen und nicht die Winkel, überzeugt man sich leicht durch die Betrachtung, daß es sich hauptsächlich um eine Bestimmung der durch das Feld eingeführten horizontalen Geschwindigkeit handelt.

Vom Geschwindigkeitsverlust im Strahle ist die Rede schon gewesen. Es sind zwei Gründe vorhanden, warum diese Geschwindigkeit abnehmen soll. Erstens, da der Strahl vertikal läuft, verzögert ihn die Schwerkraft. Zweitens hat in jeder Stellung die Reibung dieselbe Wirkung. Der Einfluß der Schwerkraft ist leicht berechnet. Die Beschleunigung der Schwerkraft wird sein

$$g_0 = 981\left(1 - \frac{\varrho_1}{\varrho_2}\right), \qquad (20)$$

wo ϱ_1 und ϱ_2 die Dichten der beiden in Frage kommenden Gase sind. Im Falle von einem Strahl von Kohlensäure in Luft wird g_0 zu 340 berechnet. Die Geschwindigkeitsabnahme bei der Zurücklegung von y cm wird sein

$$v_0 - v = \int_0^y g_0\, dt = \int_0^y \frac{g_0}{v} dy. \qquad (21)$$

Wenn wir nun eine hohe Anfangsgeschwindigkeit haben, dürfen wir für v unter dem Integralzeichen v_0 einsetzen. Daraus schließen wir

$$v_0 - v = \frac{g_0 y}{v_0}. \qquad (22)$$

Wenn nun v_0 den kleinsten Wert bei den jetzigen Versuchen hat, namentlich 400 cm/sec wird bei $y = 4$ cm, $v_0 - v$ 3,4 cm/sec betragen. Der Fehler ist also etwas weniger wie 1 Proz., und wird vernachlässigt.

Der Einfluß der Reibung ist etwas fraglicher. Bei den Vorversuchen wurden sehr kleine Ausströmungsgeschwindigkeiten gebraucht, hinunter bis zu 135 cm/sec. Die Werte von $\mu - \mu_0$ nach (11) berechnet zeigen dabei eine systematische Zunahme mit abnehmendem v_0. Dann wurde $\mu - \mu_0$ aus verschiedenen Teilen desselben Strahles berechnet. Es zeigte sich auch hier eine Zunahme von $\mu - \mu_0$ mit zunehmendem y, also mit abnehmendem v. Dieses Resultat läßt sich dadurch erklären, daß bei den niederen Geschwindigkeiten die vertikale Geschwindigkeit mit wachsendem y stark abnimmt, der Strahl daher leichter abgelenkt wird als sonst.

Es wurde versucht, Messungen über die Reibung auf folgende Weise auszuführen. Der Strahl wurde horizontal gestellt. Die Bahn krümmte sich dann unter dem Einfluß der Schwerkraft. Mit Kenntnis der Anfangsgeschwindigkeit war es möglich, die Horizontalgeschwindigkeit in jeder Entfernung von der Düse angenähert zu berechnen. Es wurde ge-

funden, daß der Verzögerungskoeffizient k, bis $v_0 = 200$ cm/sec ungefähr konstant bei dem Wert $k = 40$ blieb, dann aber bis $v_0 = 220$ cm/sec fiel. Für größere Werte von v_0 war die Methode nicht empfindlich genug. Diese Tatsachen finden ihre Erklärung darin, daß bei kleinerem v_0 das Gas aus dem Strahle sehr stark diffundiert. Bei $v_0 = 200$ cm/sec fängt der Strahl an bei $y < 4$ cm, scharfe Grenzen zu haben. Infolgedessen nimmt die Reibung oberhalb $v_0 = 200$ cm/sec ab. Es wurde tatsächlich gefunden, daß die berechneten Werte von $\mu - \mu_0$ mit wachsendem v_0 bis $v_0 = 400$ cm/sec fielen. Danach war keine systematische Änderung mit v_0 bis zu $v_0 = 900$ cm/sec zu bemerken.

Die Reibung läßt sich aus früheren Bestimmungen über die Reibung der Gase leicht berechnen, wenn wir nur annehmen, daß der Strahl innerhalb des Meßfeldes einen gleichmäßigen Durchmesser besitzt. Daß diese Annahme über den ersten 4 cm eines 30 bis 50 cm langen Strahles berechtigt ist, wird auch durch die obigen Betrachtungen wahrscheinlich gemacht.

Die spezifische Reibung η ist im Mittelwert[1]) für Luft $1{,}4 \times 10^{-4}$, für CO_2 $1{,}7 \times 10^{-4}$. Man darf wohl als erste Annäherung für CO_2 gegen Luft den Wert $1{,}55 \times 10^{-4}$ gebrauchen. Nun wird die Abnahme in einer Strecke von $y = 4$ cm nach (9) zu 12,8 cm/sec berechnet, also bei $v_{y0} = 400$ cm/sec 3 Proz., bei $v_{y0} = 900$ cm/sec 1,3 Proz. Der dadurch verursachte Fehler im Endresultat wurde in drei typischen Fällen aus (13) bestimmt. Dabei wurde die Annahme gemacht, daß tan α eine lineare Funktion von y ist. Der Wert vom Nenner wurde graphisch bestimmt. Es zeigte sich dann, daß der Fehler bei

$v_{y0} = 400$ cm/sec,	3,3 Proz.,
600 cm/sec,	1,7 Proz.,
880 cm/sec,	1,4 Proz.

betrug. Da das mittlere v_{y0} bei der definitiven Reihe von Aufnahmen ungefähr 600 cm/sec war, dürfen wir den Fehler des Mittelwertes zu 2 Proz. schätzen. Er liegt, wie wir sehen werden, innerhalb des Beobachtungsfehlers.

Resultate.

Es waren vier Reihen von Bestimmungen für CO_2 gegen Luft gemacht. Davon werden die ersten zwei als Vorversuche angesehen werden müssen. Bei jeder Reihe wurde das Feld von neuem ausgemessen.

Alle Beobachtungen werden hier mitgeteilt, außer denjenigen, die aus irgend welchem Grunde vor den Rechnungen ausgeschlossen wurden.

1) Winkelmanns Hdbch., 2. Aufl., Bd. I, S. 1409.

Permeabilitätsunterschied zwischen Kohlensäure und Luft.

Erste Reihe.

	v_{y0}	$\mu - \mu_0$
1.	590 cm/sec	$0{,}0265 \times 10^{-5}$
2.	599	285
3.	460	378
4.	668	335
5.	688	296
6.	614	324
7.	762	342
8.	758	342
9.	720	299
10.	411	318
11.	392	337
12.	878	401
13.	473	292
14.	456	233
15.	593	288
	Mittelwert	$0{,}0315 \times 10^{-5}$
	Mittlerer Fehler	$0{,}00107 \times 10^{-5}$

Zweite Reihe zur Kontrolle der Feldmessungen.

	v_{y0}	$\mu - \mu_0$
1.	540 cm/sec	$0{,}0344 \times 10^{-5}$
2.	520	400
3.	624	328
4.	740	324
	Mittelwert	$0{,}0365 \times 10^{-5}$
	Mittlerer Fehler	$0{,}0020 \times 10^{-5}$
	Mittelwert von beiden Reihen	$0{,}0335 \times 10^{-5}$
	Mittlerer Fehler	$0{,}0016 \times 10^{-5}$.

Daraus wird berechnet

$$\varkappa - \varkappa_0 = 0{,}0266 \times 10^{-6} \pm 0{,}0013 \times 10^{-6}.$$

Wenn wir nun für den Geschwindigkeitsverlust wegen der Reibung korrigieren, bekommen wir endlich

$$\varkappa - \varkappa_0 = 0{,}0260 \times 10^{-6} \pm 0{,}0013 \times 10^{-6}.$$

Nun hat die Suszeptibilität von Kohlensäure einen Wert, der nach der folgenden Tabelle zu schätzen ist.

Suszeptibilität von Kohlensäure nach

Faraday	0
Becquerel . . .	0
Quincke	$+0{,}0029 \times 10^{-6}$
Töpler u. Hennig	$-0{,}002 \times 10^{-6}$
Efimoff	$-0{,}0001 \times 10^{-6}$.

Da nicht nur der Mittelwert von dieser Reihe von Zahlen sehr klein ist, sondern auch alle

Werte die methodischen und experimentellen Fehler kaum überschreiten, sind wir wohl berechtigt, für Kohlensäure $\varkappa = 0$ zu setzen.

Der mittlere Fehler ist etwas höher als bei Quincke oder Hennig. Das Endresultat stimmt aber mit der Hennigschen Zahl innerhalb des mittleren Fehlers überein.

Es wurde dazu eine einzige Reihe von Aufnahmen von einem CO_2-Strahl in Sauerstoff gemacht. Leider fehlte es dabei an Zeit, eine genügend genaue Bestimmung zu machen.

Eine von den photographischen Aufnahmen wird hiermit reproduziert (Fig. 5). Oben sieht man die beiden Schenkel des kleinen Manometers mit den beiden Flüssigkeitskuppen. Unter dem Manometer liegt der Schatten des Polschuhs A. Der Strahl zeigt in diesem Falle eine mittlere Ablenkung.

Weitere Untersuchungen über die magnetischen Eigenschaften der Luft und des Sauerstoffs bei verschiedenen molekularen Zuständen werden folgen.

Physikalisches Institut, Göttingen, Juli 1910.

(Eingegangen 21. Dezember 1910.)

Die magnetischen Eigenschaften der Flammen.

Von W. P. Roop.

Bei den Messungen über die magnetische Permeabilität der Gase ist niemals ein gut bestätigter Fall des Diamagnetismus vorgekommen. Dagegen ist die Beobachtung schon von Faraday gemacht worden, daß Flammen aller Art stark diamagnetisch sind, auch wenn sie mit Eisen gelb gefärbt sind.

Nun habe ich meine Methode[1]) zur Untersuchung der magnetischen Eigenschaften der Gase auf diese Frage angewandt. Es wurde eine schlanke strahlförmige Leuchtgasflamme in ein ungleichförmiges Magnetfeld gebracht, ganz wie der Kohlensäurestrahl bei meinen früheren Versuchen. Die Flamme, wie der Strahl, wird aus den stärksten Stellen des Feldes abgestoßen. Es wurden dann zwei entsprechende Fälle miteinander verglichen, namentlich der einer Flamme und der eines Kohlensäurestrahles, der in demselben Felde dieselbe Ablenkung zeigte.

Eine angenäherte Messung der vertikalen Geschwindigkeit der Gase in der Flamme war auf folgende Weise gemacht. Der Brenner wurde mit der Hand periodisch hin und her durch eine Strecke von 60 cm bewegt. Die Periode wurde mit einer Taschenuhr zu 1 sec bestimmt. Der Ablenkungswinkel der Flamme war dabei zu 25^0 geschätzt. Daraus berechnet man die vertikale Geschwindigkeit an der Spitze der Flamme zu 120 cm/sec. Obwohl diese Zahl nur eine rohe Annäherung ist, zeigt sie doch etwas mehr als die bloße Größenordnung.

Nun war bei dem Kohlensäurestrahl die Anfangsgeschwindigkeit 300 cm/sec, in einer Entfernung von 4 cm von der Düse aber nur 100 cm/sec. Man sieht also, daß auch die vertikalen Geschwindigkeiten in den beiden entsprechenden Fällen von derselben Größenordnung sind. Da Kohlensäure nur im Vergleich mit der Luft diamagnetisch ist und eine absolute Suszeptibilität Null hat, so liegt die Hypothese nahe, daß dies auch bei der Flamme der Fall ist.

Um diese Hypothese zu prüfen, ist folgendes gemacht worden. Wenn es wahr ist, daß die Flammengase eine Suszeptibilität Null haben, so muß eine umgekehrte Flamme von Luft in Leuchtgas sich paramagnetisch verhalten. Die umgekehrte Flamme ist tatsächlich in dieselbe Stellung gebracht worden, wie die Leuchtgasflamme in Luft. Unter sonst gleichen Umständen hat sie gar keine Spur von Diamagnetismus gezeigt. Daß sie sich auch nicht merklich paramagnetisch zeigt, läßt sich dadurch erklären, daß der Sauerstoff bei der Flammentemperatur seinen Paramagnetismus so gut wie ganz verloren hat.

Wenn wir nun fragen, wie es kam, daß selbst Faraday die Flammen für diamagnetisch hielt, so sehen wir ein, daß man ohne quantitativen Versuch die Empfindlichkeit der Untersuchungsmethode weit unterschätzte.

Die intensiv gelb gefärbte Natriumflamme zeigte dieselbe Ablenkung wie die farblose. Dabei gestattete die Genauigkeit der Beobachtungen eine Abweichung von 25 Proz. sicherlich wahrzunehmen. Es ist aber keine solche vorgekommen. Die durch das Metallsalz eingeführte Ionisation bleibt also ohne Einfluß auf die magnetischen Eigenschaften der Flamme.

Physikalisches Institut Göttingen, August 1910.

(Eingegangen 21. Dezember 1910.)

Über eine Verallgemeinerung der zweiten Maxwellschen Theorie der Gase.

Von D. Enskog.

Maxwells zweite kinetische Gastheorie geht unter anderem von der Voraussetzung aus, daß die Wechselwirkung zweier Moleküle irgendeine rasch abnehmende Funktion ihres gegen-

1) W. Roop, diese Zeitschr. 12, 48, 1911.

seitigen Abstandes ist. Aus dieser Voraussetzung folgen allgemeine Grundgleichungen verschiedener Vorgänge. Um in speziellen Fällen die in diesen Gleichungen vorkommenden Integrale berechnen zu können, nahm Maxwell als Grundlage der folgenden Entwickelungen sein Gesetz einer der fünften Potenz der Entfernung umgekehrt proportionalen Abstoßung an. Dieser Fall ist bekanntlich der einzige, wo eine strenge Theorie durchgeführt ist.

Die Theorie ist von einigen Forschern erweitert worden. Es sei hier nur an Boltzmanns Bestimmung der Geschwindigkeitsverteilung[1]) auf Grund des Maxwellschen Kraftgesetzes und an die Behandlung des Diffusionsproblems von P. Langevin[2]) erinnert. Langevin setzt Maxwells Geschwindigkeitsverteilung, aber kein spezielles Kraftgesetz voraus.

Vom Verfasser dieses Aufsatzes ist ein Versuch gemacht, die Geschwindigkeitsverteilung zu ermitteln und die Theorie im übrigen durchzuführen, ohne irgendein spezielles Kraftgesetz vorauszusetzen. Die Untersuchungen sind noch nicht abgeschlossen, aber Umstände haben mich veranlaßt, gleichwohl einige Resultate zu veröffentlichen. Im folgenden handelt es sich um ein einfaches Gas. Ich hoffe, bald den allgemeineren Fall zweier diffundierenden Gase nach denselben Prinzipien ausführlicher behandeln zu können.

Wir bedienen uns, wo nicht anders gesagt wird, der Bezeichnungen in Boltzmann, Vorlesungen über Gastheorie I. Es bedeuten mithin ξ, η, ζ die Geschwindigkeitskomponenten eines Moleküls, u, v, w die Mittelwerte dieser Komponenten; $\mathfrak{x} = \xi - u$; $\mathfrak{y} = \eta - w$; $\mathfrak{z} = \zeta - w$; $\mathfrak{c} = \sqrt{\mathfrak{x}^2 + \mathfrak{y}^2 + \mathfrak{z}^2}$ usw. Bisweilen wird es geeignet sein, die sogenannte Boltzmann-Drudesche Konstante α einzuführen.

Der Gang der Rechnung ist in Kürze folgender. Man setzt

$$f = f \quad \cdot \Pi(x, y, z, t, \xi, \eta, \zeta),$$

wo

$$f^0 = n\left(\frac{k}{\pi}\right)^{\frac{3}{2}} e^{-k\mathfrak{c}^2} = n\left(\frac{3m}{4\pi\alpha T}\right)^{\frac{3}{2}} e^{-\frac{3m}{4\alpha T}\left\{(\xi-u)^2+(\eta-v)^2+(\zeta-w)^2\right\}} \qquad (1)$$

und

$$k = \frac{3m}{4\alpha T} = hm$$

ist. Die Funktion Π denkt man sich in eine Potenzreihe nach $\mathfrak{x}$, $\mathfrak{y}$ und $\mathfrak{z}$ entwickelt. Die Koeffizienten dieser Reihe sind Funktionen von x, y, z, t und werden durch Einsetzung in folgende Gleichungen bestimmt:

$$\left.\begin{aligned} &\frac{\partial f}{\partial t} + \xi\frac{\partial f}{\partial x} + \eta\frac{\partial f}{\partial y} + \zeta\frac{\partial f}{\partial z} + \\ &\quad + X\frac{\partial f}{\partial \xi} + Y\frac{\partial f}{\partial \eta} + Z\frac{\partial f}{\partial \zeta} = \\ &= \int\int_0^\infty\int_0^{2\pi}(f'f_1' - ff_1)\,gb\,d\omega_1\,db\,d\varepsilon \;^{3)} \end{aligned}\right| \qquad (2)$$

$$\int f\,d\omega = n \qquad (3)$$

$$\int \mathfrak{x} f\,d\omega = \int \mathfrak{y} f\,d\omega = \int \mathfrak{z} f\,d\omega = 0 \qquad (4)$$

$$\int \frac{1}{2} m\mathfrak{c}^2 f\,d\omega = n\alpha T. \qquad (5)$$

Die erste dieser Gleichungen liefert alle Koeffizienten bis auf die der Glieder der nullten und ersten Grade. (3) bis (5) ergeben, daß das von $\mathfrak{x}$, $\mathfrak{y}$ und $\mathfrak{z}$ freie Glied gleich der Einheit ist, bestimmen die Koeffizienten der Glieder der ersten Grade und liefern zwischen drei der anderen Koeffizienten eine gleich zu erwähnende Abhängigkeit.

Die Ausführung der Operationen (3) bis (5) bietet keine Schwierigkeiten. Der Einsetzung in (2) halber wird angenommen, daß alle Glieder von Π mit Ausnahme des ersten klein sind gegen die Einheit, so daß man bei der Berechnung der linken Seite ihre Differentialquotienten nach x, y, z, t und bei derjenigen der rechten ihre Produkte vernachlässigen kann.

Dividiert man die Gleichung durch $f^{(0)}$, ergibt die linke Seite einen Ausdruck, der in bezug auf $\mathfrak{x}$, $\mathfrak{y}$, $\mathfrak{z}$ vom dritten Grade ist, und den man nach Potenzen dieser Größen ordnet. Die Koeffizienten enthalten nur die Veränderlichen n bezw. ρ, T, u, v, w und deren Differentialquotienten nach x, y, z und t.

Bemerkt man, daß wegen des Momentensatzes und des Prinzips der lebendigen Kraft

$$f'f_1' = ff_1$$

ist, so wird man erkennen, daß die Berechnung der rechten Seite auf die Ermittelung von Integralen auskommt, die etwa die Form haben:

$$\int\int_0^\infty\int_0^{2\pi} f_1^{(0)}\left(\mathfrak{x}'^2 + \mathfrak{x}_1'^2 - \mathfrak{x}^2 - \mathfrak{x}_1^2\right) g\,b\,d\omega_1\,d\,b\,d\,\varepsilon\,.$$

Die Integration nach ε ist von Maxwell und Boltzmann ausgeführt[1]). Sie ergibt einen

1) Siehe Boltzmann, Vorlesungen über Gastheorie I, S. 184 ff.

2) P. Langevin, Ann. Chim. Phys. (8) **5**, 245, 1905.

3) Boltzmann, Gastheorie I, S. 114.

1) Boltzmann, Gastheorie I, S. 159 ff., 170 ff.

Ausdruck, wo in diesem Falle $f_1^{(0)}$, b, g nebst dessen x-Komponente und $\cos^2\vartheta\ \sin^2\vartheta$ eingehen. $\pi - 2\vartheta$ ist die Richtungsveränderung der Relativgeschwindigkeit durch den Stoß und ϑ ist eine Funktion von b und g. Man schreibt ferner

$$\int_0^\infty \cos^2\vartheta\,\sin^2\vartheta\, b\, d b = \Theta_2(g) \tag{6}$$

und transformiert $\mathfrak{x}$, $\mathfrak{y}$ und $\mathfrak{z}$ auf die Polarkoordinaten g, γ und β[1]). γ ist der Winkel zwischen den Vektoren $\mathfrak{c}$ und g, β ist ein Azimut. Man kann dann ohne weiteres nach γ und β integrieren. Die Integration nach β kann auch mit Hilfe des Maxwellschen Integralsatzes über Kugelfunktionen[1]) ausgeführt werden. Führt man ferner die neue Veränderliche

$$z = g\sqrt{k} = g\sqrt{\frac{3m}{4\alpha T}}$$

ein, und setzt

$$\int_0^\infty \Theta_2\left(z\sqrt{\frac{4\alpha T}{3m}}\right) e^{-z^2}\cdot z^n dz = \varphi_{2n}(T), \tag{7}$$

so erhält man als Wert des obigen Integrals

$$\frac{32n}{15}\sqrt{\frac{\pi}{k}}\,(\mathfrak{c}^2 - 3\mathfrak{x}^2)\,e^{-k\mathfrak{c}^2}\sum_{n=0}^{\infty}\frac{15\,(4k\mathfrak{c}^2)^n\cdot\varphi_{2,\,2n+7}}{(2n+1)!\,(2n+3))\,(2n+5)}.$$

Durch Koordinatentransformation[2]) erhält man aus diesem Wert denjenigen des Integrals, wo $\mathfrak{x}'^3 +$ etc. eingeht anstatt $\mathfrak{x}'^2 + \ldots$ Die übrigen Integrale können in analoger Weise berechnet werden. Schließlich ordnet man auch diese Seite nach Potenzen von $\mathfrak{x}$, $\mathfrak{y}$ und $\mathfrak{z}$ und setzt dann die entsprechenden Koeffizienten beider Seiten einander gleich.

Es ergibt sich, daß die Verteilungsfunktion in der folgenden Gestalt dargestellt werden kann:

$$\left.\begin{aligned} f = f^{(0)}\{1 + (b_1\mathfrak{x} + b_2\mathfrak{y} + b_3\mathfrak{z})\}\sum_{n=0}^{\infty}\beta_n k^n \mathfrak{c}^{2n} + \\ + (c_{11}\mathfrak{x}^2 + c_{22}\mathfrak{y}^2 + c_{33}\mathfrak{z}^2 + c_{12}\mathfrak{x}\mathfrak{y} + c_{13}\mathfrak{x}\mathfrak{z} + c_{23}\mathfrak{y}\mathfrak{z})\sum_0^\infty \gamma_n k^n \mathfrak{c}^{2n}. \end{aligned}\right\} \tag{8}$$

Dabei wird

$$c_{11} + c_{22} + c_{33} = 0 \tag{9}$$

$$\sum_0^\infty 1\cdot 3\cdot 5 \ldots (2n+3)\cdot 2^{-n}\cdot\beta_n = 0 \tag{10}$$

$$\left.\begin{aligned}
b_1 &= -\frac{5}{96n\left(\varphi_{27} - \frac{2}{9}\varphi_{29}\right)}\sqrt{\frac{k}{\pi}}\cdot\frac{1}{T}\cdot\frac{\partial T}{\partial x} & b_2 &= -\frac{5}{96n\left(\varphi_{27} - \frac{2}{9}\varphi_{29}\right)}\sqrt{\frac{k}{\pi}}\cdot\frac{1}{T}\cdot\frac{\partial T}{\partial y} \\
b_3 &= -\frac{5}{96n\left(\varphi_{27} - \frac{2}{9}\varphi_{29}\right)}\sqrt{\frac{k}{\pi}}\cdot\frac{1}{T}\cdot\frac{\partial T}{\partial z} & c_{11} &= -\frac{5}{48n}\sqrt{\frac{k^3}{\pi}}\cdot\frac{1}{\varphi_{27}}\left[2\frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial v}{\partial y} - \frac{\partial w}{\partial z}\right] \\
c_{22} &= -\frac{5}{48n}\sqrt{\frac{k^3}{\pi}}\cdot\frac{1}{\varphi_{27}}\left[2\frac{\partial v}{\partial y} - \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial w}{\partial z}\right] & c_{33} &= -\frac{5}{48n}\sqrt{\frac{k^3}{\pi}}\cdot\frac{1}{\varphi_{27}}\left[2\frac{\partial w}{\partial z} - \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial v}{\partial y}\right] \\
c_{12} &= -\frac{5}{16n}\sqrt{\frac{k^3}{\pi}}\cdot\frac{1}{\varphi_{27}}\left[\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}\right] & c_{13} &= -\frac{5}{16n}\sqrt{\frac{k^3}{\pi}}\cdot\frac{1}{\varphi_{27}}\left[\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x}\right] \\
& & c_{23} &= -\frac{5}{16n}\sqrt{\frac{k^3}{\pi}}\cdot\frac{1}{\varphi_{27}}\left[\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y}\right]
\end{aligned}\right\} \tag{11}$$

Die Ermittelung der allgemeinen Ausdrücke von β_n und γ_n bietet keine prinzipiellen Schwierigkeiten, aber ist noch nicht durchgeführt. Die β_n und γ_n sind ursprünglich auf einen willkürlichen Faktor unbestimmt; die Willkür ist aber durch die Festsetzung obiger Werte von b_1 etc. gehoben. Sie werden dimensionslose Funktionen

1) Siehe P. Langevin, l. c.
2) Ebenda S. 164.

1) Boltzmann, Gastheorie I, S. 171.

der φ_{2n} und mithin der Temperatur. Im Falle des Maxwellschen Kraftgesetzes verschwinden alle bis auf β_0, β_1 und γ_0, deren Werte sind:

$$\beta_0 = -\frac{5}{2}; \ \beta_1 = \gamma_0 = 1. \tag{12}$$

Im Falle elastischer Kugeln werden sie konstante Zahlen.

Es bietet jetzt keine Schwierigkeiten, die Werte des Normaldruckes in der Abszissenrichtung:

$$p_{xx}\,\varrho\overline{\xi^2} = \frac{\varrho}{n}\int \xi^2 f\, d\omega\,,$$

des Tangentialdruckes:

$$p_{xy} = \varrho\overline{\xi\eta}$$

und der x-Komponente des Wärmeflusses:

$$q_x = \frac{1}{2}\varrho\overline{\xi c^2}$$

zu berechnen. Man erhält:

$$p_{xx} = p - \frac{2\eta}{3}\left[2\frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial v}{\partial y} - \frac{\partial w}{\partial z}\right] \tag{13}$$

$$p_{xy} = -\eta\left[\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}\right] \tag{14}$$

$$q_x = -\lambda\frac{\partial T}{\partial x} = -\varepsilon\cdot c_v\cdot\eta\cdot\frac{\partial T}{\partial x}, \tag{15}$$

wo

$$p = \frac{2}{3}n\alpha T = \varrho\cdot\frac{RT}{M} \tag{16}$$

$$\eta = \frac{5m}{64\sqrt{\pi k}}\cdot\frac{1}{\varphi_{27}}\cdot\sum_0^\infty \frac{1\cdot 3\ldots(2n+5)}{15\cdot 2^n}\cdot\gamma_n \tag{17}$$

$$c_v = \frac{\alpha}{m}$$

und

$$\varepsilon = \frac{5\sum\limits_{n=1}^\infty \frac{1\cdot 3\ldots(2n+3)\cdot 2n}{15\cdot 2^n}\cdot\beta_n}{9\left(1-\frac{2}{9}\cdot\frac{\varphi_{29}}{\varphi_{27}}\right)\sum\limits_0^\infty \frac{1\cdot 3\ldots(2n+5)}{15\cdot 2^n}\cdot\gamma_n} \tag{18}$$

ist. η ist die Reibungskonstante, λ die Wärmeleitungsfähigkeit und ε ein bekannter Zahlenfaktor. Der Einfachheit halber kann man in vielen Rechnungen alle β_n und γ_n bis auf β_0, β_1 und γ_0 gleich null setzen. Den letzteren hat man dann die Werte (12) zu geben. In den Formeln (17) und (18) bewirkt diese Vernachlässigung, daß die Summenzeichen durch den Faktor 1 ersetzt werden. Man erhält hier Resultate, die im Falle des Maxwellschen Kraftgesetzes exakt sind, im Falle elastischer Kugeln sich von dem richtigen durch einen konstanten Faktor scheiden, und im allgemeinen Falle durch einen Faktor, der Temperaturfunktion ist.

Um die abgeleiteten Formeln auf die beiden genannten speziellen Fälle anzuwenden, bemerke man, daß das Maxwellsche Kraftgesetz

$$\Theta_2 = \frac{A_2}{2\pi}\sqrt{\frac{K_1}{2m}}\cdot\frac{1}{g}$$

$$\varphi_{27} = \frac{15A_2}{32}\sqrt{\frac{k\cdot K_1}{2\pi m}}$$

und

$$\varphi_{29} = \frac{7}{2}\varphi_{27}$$

liefert. Man findet leicht Werte, die mit den von Maxwell und Boltzmann abgeleiteten identisch sind. Bei elastischen Kugeln wird

$$\sin\vartheta = \frac{b}{\sigma}; \quad \Theta_2 = \frac{\sigma^2}{12};$$

$$\varphi_{27} = \frac{\sigma^2}{4}; \quad \varphi_{29} = 4\varphi_{27} = \sigma^2;$$

und man erhält:

$$\eta = \frac{5m}{16\sigma^2\sqrt{\pi k}} = \frac{5mc}{32\sigma^2} \tag{19}$$

$$\varepsilon = 5. \tag{20}$$

Der Zahlenfaktor in (19) ist 1,983 mal größer als der von Boltzmann und 2,242 = nahe $\frac{9}{4}$ mal des von O. E. Meyer durch die Methode der mittleren Weglänge abgeleiteten. Die hier gemachten Vernachlässigungen wirken eben auf diesen Faktor ein, aber es ist jedoch nicht ohne Interesse, die Formel (19) auf die Berechnung molekularer Dimensionen bezw. der Loschmidtschen Zahl anzuwenden. Die hierunter gegebenen Werte des Durchmessers des Heliumatoms sind nach einigen entsprechenden Werten von G. Rudorf[1]) berechnet. Sie sind erstens aus η und van der Waals Konstante b und zweitens aus η und dem Werte $n_0 = 2{,}75\cdot 10^{19}$ der Loschmidtschen Zahl ermittelt. Die unter S gegebenen Werte sind mit Rücksicht auf die bekannte von Sutherland abgeleitete Temperaturkorrektion erhalten, die unter R auf diejenige von Reinganum. Schließlich ist auch der Wert gegeben, den Rudorf aus b und n_0 berechnet.

	S	R
Aus η und b	$2{,}5\cdot 10^{-8}$	$2{,}35\cdot 10^{-8}$ cm
„ η „ n_0	$2{,}24\cdot 10^{-8}$	$2{,}30\cdot 10^{-8}$
„ b „ n_0	$2{,}3\cdot 10^{-8}$	

Die Übereinstimmung ist eine sehr gute. Für Argon wird sie etwas schlechter, aber diese Verschiedenheit darf, wenn beide Stoffe

1) G. Rudorf, Phil. Mag., July 1909.

korrespondieren, nur darin ihren Grund haben, daß die genannten Temperaturkorrektionen nicht richtig sind. Die zuverlässigeren Werte wird man dann bei Helium erhalten, dessen kritische Temperatur die kleinere ist.

Nach allem wird es mithin wahrscheinlich, daß die oben besprochenen Vernachlässigungen nur einen unwesentlichen Fehler bewirken. Immerhin wird es von Interesse sein, die Werte von β_n und γ_n zu erhalten.

(Eingegangen 20. Dezember 1910.)

Mitteilungen aus dem physikalischen Institut der National-Universität La Plata (Argentinien). (Direktor: E. Bose.)

Nr. 1: E. Bose, Experimentalbeitrag zur Schwarmtheorie der anisotropen Flüssigkeiten.

In meiner Abhandlung „Zur Theorie der anisotropen Flüssigkeiten II"[1]) habe ich einen Versuch über die magnetische Klärung von Anisaldazin mitgeteilt, der an jener Stelle der Aufmerksamkeit mancher an dem Gegenstande sonst sehr interessierten Forscher entgangen zu sein scheint. (Vergleiche die Art, in der Herr G. Tammann in der Diskussion zu einem Vortrage des Herrn W. Nernst die Existenz derartiger Beobachtungen anzweifelte[2]).)

Da ich nun seit meiner Übersiedelung nach La Plata (Argentinien) durch die mit der Schöpfung eines modernen Physikinstituts verbundenen Arbeiten stark in Anspruch genommen bin, habe ich mich dem weiteren Ausbau meiner früheren Arbeiten über anisotrope Flüssigkeiten nur sehr wenig widmen können, und daher sind auch die Mitteilungen in dieser Notiz nur als ein vorläufiger Bericht zu betrachten. Die mitgeteilten Erscheinungen befinden sich im Stadium weiteren quantitativen Studiums.

Zunächst möchte ich die früheren rein qualitativen Angaben über die magnetische Klärung anisotroper Flüssigkeiten vervollständigen.

Die Klärung des Anisaldazins durch magnetische Kräfte parallel zur Sehrichtung habe ich in Schichten von 0,5 bis 4,0 mm Dicke in planparallelen Trögen sowie in horizontaler Schicht mit freier Flüssigkeitsoberfläche beobachtet und zwar sind die zur Herbeiführung des Effektes erforderlichen Kräfte relativ gering. Es wurden sehr deutliche Effekte schon mit Feldern von nur 600 Gauß beobachtet. Da die Orientierung der Schwärme entgegen der auf ungeordnete Lagerung derselben hinwirkenden Wärmebewegungen erfolgt, so wird eine kleine, aber eben zureichende Kraft merklich länger wirken müssen als eine den notwendigen Wert mehrmals übersteigende Kraft. In der Tat konnte ich bei etwa 600 Einheiten beobachten, daß das Eintreten der Klärung merkliche Zeit gebrauchte, während Kräfte von einigen Tausend Einheiten praktisch momentane Wirkung hervorbrachten. In jedem Fall aber ließ sich beobachten, daß die Zerstörung der einmal hervorgebrachten Ordnung, das heißt, die Wiederherbeiführung einer regellosen Lagerung der Schwärme, merklich Zeit gebrauchte. Erst nach Verlauf mehrerer Sekunden nach Abschalten des Magnetfeldes hat die Trübung wieder ihren alten Wert angenommen. Das quantitative Studium dieser Erscheinungen wird in dem neuen physikalischen Institut der National-Universität La Plata in Angriff genommen.

Das Phänomen magnetischer Klärung anisotroper Flüssigkeiten ist übrigens keineswegs auf das Anisaldazin beschränkt, sondern findet sich in derselben Weise beim Paraazoxyanisol, bei welchem schon Lehmann magnetische Richtkräfte an der Orientierung einzelner „Kristalltröpfchen" beobachtet hat[1]), ferner beim Paraazoxyanisolphenetol und, was besonders hervorgehoben zu werden verdient, bei den anisotrop-flüssigen Gemischen von Anisalpropionsäure mit Anissäure. (Letztere beiden Substanzen verdanke ich der Güte des Herrn Vorländer, der mir dieselben vor ca. 3 Jahren zu überlassen die Liebenswürdigkeit hatte.) Dagegen wurde bei dem sehr viel zähflüssigeren Cholesterylbenzoat (in 0,7 mm dicker horizontaler Schicht mit freier Flüssigkeitsoberfläche) keinerlei Anzeichen magnetischer Klärung beobachtet, obgleich Feldstärken bis zu 9000 Einheiten verwendet wurden, die bei den anderen untersuchten Substanzen in unmeßbar kurzer Zeit den Effekt hervorbrachten.

Weitere Substanzen mit anisotrop-flüssiger Phase standen mir leider nicht zur Verfügung, doch hoffe ich, demnächst meine Beobachtungen auch an anderen noch vervollständigen zu können.

Von besonderem Interesse ist die Untersuchung der anisotrop-flüssigen Substanzen im transversalen Magnetfelde, weil sich hierdurch eine Entscheidung darüber fällen läßt, ob die Schwarmachse (mittlere Längsrichtung der Moleküle) eine Richtung größerer oder kleinerer magnetischer Permeabilität ist als die Richtungen

1) Diese Zeitschr. 10, 230, 1909.
2) Zeitschr. für Elektrochem. 16, 702, 1910.

1) Siehe Lehmann-Frick, 7. Aufl., Bd. 2, S. 364, wo auch der Apparat Lehmanns abgebildet ist. Dagegen ist Ann. d. Phys. 2, 675 und 676, wo vom magnetischen Verhalten der Kristalltropfen die Rede, keinerlei Substanzangabe gemacht.

senkrecht zu dieser Achse[1]). Im Falle die Achsenrichtung die Richtung größter Permeabilität ist oder ein Paramagnetismus der Einzelmoleküle besteht, werden nämlich im Felde alle Moleküle Mittellagen ihrer Achsen parallel zur Kraftlinienrichtung annehmen, womit die Schwarmgrenzen nach allen Richtungen hin zum Fortfall gebracht werden. In diesem Falle ist auch eine Klärung in der Richtung senkrecht zu den Kraftlinien zu erwarten, wobei allerdings ein starker Dichroismus bestehen bleiben könnte. (Um ein recht grobsinnliches Beispiel zu nennen, sei auf die Durchlässigkeit eines Bündels paralleler Nähnadeln oder Drahtstückchen für in der Achsenrichtung auffallendes paralleles Licht und die Undurchlässigkeit in den Richtungen senkrecht dazu hingewiesen.) Im Falle, daß die Schwarmachsen Richtungen kleinster Permeabilität sind oder Diamagnetismus der Einzelmoleküle vorliegt, ist vorauszusehen, daß die Klärung parallel und senkrecht zu den Kraftlinien stark verschieden ausfällt, beziehungsweise in letzterer Richtung überhaupt ausbleiben könnte.

In Richtung der Kraftlinien passierendes Licht wird alsdann nämlich wesentlich nur an Schwarm-Grenzflächen Diffusion erleiden, die einer Kreuzung zweier Schwärme entsprechen, nicht mehr an solchen, die der Berührung zwischen polaren und seitlichen Schwarmgrenzen entsprechen. Da aber im letzteren Falle der Sprung in den Brechungsindizes an der Schwarmgrenze viel größer sein wird, als im Falle seitlichen Kontakts gekreuzter Schwärme, wird die diffuse Zerstreuung von in Richtung der Kraftlinien eintretendem Licht viel geringer sein und daher eine wenigstens teilweise Aufhellung in longitudinaler Richtung zu beobachten sein. In der senkrechten Richtung wird unter Umständen, falls nicht durch die magnetischen Richtkräfte eine erhebliche Zunahme der mittleren Schwarmgröße erfolgt, möglicherweise durch das Feld sogar eine merkliche Erhöhung der Undurchsichtigkeit (Zunahme der diffusen Zerstreuung) eintreten können. Photometrische Versuche dazu sind in Vorbereitung.

Wir haben bislang nur mit Anisaldazin und einem Gemisch von gleichen Teilen Anissäure und Anisalpropionsäure Versuche im transversalen Magnetfelde anstellen können und diese haben ergeben, daß in einer Schichtdicke von 4,0 mm, bei der für Anisaldazin schon mit 600 Einheiten eine Klärung für die Longitudinalbeobachtung leicht möglich war, auch mit Feldstärken bis zu 4000 Einheiten keinerlei Anzeichen einer Klärung in der Richtung transversal zum Felde zu beobachten war.

1) Nach **Lehmann** scheint beim Paraazoxyanisol das erstere der **Fall** zu sein.

Ob in diesen beiden Fällen paramagnetische Schwärme (Einstellung der Schwarmachse parallel zu den Kraftlinien) mit starkem Dichroismus vorliegen oder aber diamagnetische Schwärme (Einstellung der Schwarmachsen senkrecht zur Feldrichtung) hoffen wir in Bälde durch genauere Versuche mit verbesserter Versuchsanordnung und größerer Materialmenge entscheiden zu können.

Auch das von Herrn W. Nernst gewünschte „experimentum crucis", den optischen Nachweis der Doppelbrechung magnetisch geklärter anisotroper Flüssigkeiten, hoffe ich in nächster Zeit in Angriff nehmen zu können, da im Augenblick meine Hilfsmittel zu einer einwandfreien Entscheidung nicht ausreichen; dagegen möchte ich noch kurz hinweisen auf mikroskopische Versuche, die ich in letzter Zeit zusammen mit Margrete Bose gemacht habe und die geeignet sind, den Nernstschen Befund der gleichzeitigen Aufhellung des gesamten Spektrums beim Klärungspunkt anisotroper Flüssigkeiten zu erklären. Die kritische Minimalgröße, in der Einzelschwärme gerade noch stabil sind in Kontakt mit der klaren Phase, ist der Größenordnung nach bei den Substanzen Anisaldazin, Paraazoxyanisol, Paraazoxyanisolphenetol sowie bei den Gemischen von Anisalpropionsäure und Anissäure sehr nahe gleich und beträgt nahezu $^1/_{300}$ mm, d. h. auf jeden Fall ein Vielfaches der sichtbaren Lichtwellenlängen, woraus die Nernstschen Beobachtungen sogleich verständlich werden[1]). Daneben sind, namentlich bei Temperaturen merklich unter dem Klärungspunkt, die mittleren Schwarmgrößen erheblich größer im Einklang mit den von F. Krüger auf Grund von Reibungsversuchen des Herrn Neufeld gezogenen Schlüssen[2]), und es läßt sich auch in einwandfreier Weise die Vergrößerung des Mittelwerts mit abnehmender Temperatur beobachten, die von mir aus der Schwarmtheorie vorhergesagt und auf Grund älterer Schenckscher Versuche wahrscheinlich gemacht, von W. Nernst[3]) außerordentlich deutlich nachgewiesen wurde und nunmehr auch ihre direkt sichtbare Bestätigung findet. Auch über diese Dinge werden wir erst in einiger

1) Diese Größe würde demnach etwa der von Herrn Nernst [l. c.] skizzierten Überschneidung der beiden Dampfdruckkurven entsprechen. Ohne Kontakt mit der klaren Phase sind natürlich auch sehr viel kleinere Einzelschwärme existenzfähig, wie solche sich leicht unter geeigneten Bedingungen durch Sublimation vom Objektträger an die Unterfläche eines mikroskopischen Deckglases bilden und für viele Zwecke sehr geeignete Beobachtungsobjekte bilden.

2) Siehe Diskussion zum Vortrage von W. Nernst, l. c. S. 706.

3) l. c.

Zeit im Detail berichten können, wenn die Einrichtungsarbeiten des neuen Instituts einigermaßen zum Abschluß gelangt sind und uns Zeit zu systematischer Arbeit bleibt.

La Plata (Argentinien), Physikalisches Institut der National-Universität, November 1910.

(Eingegangen 27. Dezember 1910.)

Ladungsbestimmungen an Nebelteilchen.

Von Karl Przibram.

An anderer Stelle[1]) sind die Ergebnisse von Ladungsmessungen angegeben, die nach der Methode von F. Ehrenhaft[2]) an einzelnen Nebeltröpfchen angestellt worden sind. Über eine derartige Versuchsreihe mit dem Nebel, der sich in feuchter Luft über Phosphor bildet, ist auch in dieser Zeitschrift[3]) berichtet worden. Die Versuchsanordnung ist dieselbe geblieben, nur wurde der Kondensator durch einen kleineren von 0,5 cm Plattenabstand, bei den neuesten Versuchen 0,4 cm Abstand, ersetzt.

Die Resultate einer großen Zahl von Messungen werden am übersichtlichsten dargestellt durch eine Verteilungskurve, die man erhält, wenn man die gemessenen Ladungswerte als Abszissen, und als Ordinaten die Anzahl der Werte in einem bestimmten Intervall, etwa $1{,}10^{-10}$ elektrostat. Einh. einträgt. Die für 1000 Messungen im Phosphornebel erhaltene Verteilungskurve ist auch in dieser Zeitschrift im Vortrage von F. Ehrenhaft von der Naturforscherversammlung zu Königsberg wiedergegeben[4]).

Es sind noch weitere 210 Ladungen in diesem Nebel gemessen worden[5]). Durch Hinzufügung dieser neuen Werte werden die Maxima der Verteilungskurve noch ausgeprägter. Das erste rückt dabei etwas nach rechts bis $7{,}6 \cdot 10^{-10}$; die Lage der anderen wird wenig geändert: 12, 16,6, $22 \cdot 10^{-10}$.

Die Ladungen sind bisher aus den Fallzeiten und den Steigzeiten im elektrischen Feld nach der Stokesschen Formel berechnet worden. Nun hat bereits F. Ehrenhaft[6]) auf die Arbeit von E. Cunningham[7]) hingewiesen, nach welcher für Teilchen mit Radien von der Größenordnung der mittleren Weglänge der Gasmolekeln an der Stokesschen Formel eine Korrektur anzubringen ist. Die in dieser Zeitschrift erschienene Arbeit von R. A. Millikan[1]) hat nun die Berechtigung dieser Korrektur ergeben, und zwar spricht sie zugunsten des kleinsten nach der Theorie von Cunningham zulässigen Wertes von $A = 0{,}815$ (vgl. Millikan, S. 1108). Es war daher von Interesse, diese Korrektur auch an den Ladungsmessungen im Phosphornebel anzubringen. Die Figur, deren Bedeutung im übrigen dieselbe ist, wie die der früher besprochenen, gibt die Verteilungskurve für die korrigierten Werte. Sie ist wieder zuerst für die ersten 100 Werte konstruiert (erster, niedrigster Linienzug), dann für 200 Werte usf. Die letzte höchste Kurve gilt für alle 1210 Werte.

Diese letzte Kurve hat Maxima bei:

5,6, 9,8, 13,2,

mit einer kleineren Erhebung bei:

15,0, bei 19,0, 23,6 bis $25{,}6 \cdot 10^{-10}$ elektrostat. Einh. Diese Lagen weichen von dem Millikanschen Wert des Elementarquantums und seinen Vielfachen (in der Figur durch punktierte Vertikale angedeutet):

4,9, 9,8, 14,7,
19,6, $24{,}5 \cdot 10^{-10}$ elektrostat. Einh.,
nur um 12,5, 0, 10,2,
3,1, 4,3 Proz. ab.

Die Figur lehrt aber ferner, daß in den ersten Beobachtungsreihen eine ausgesprochene Gruppe zwischen 2 und $3 \cdot 10^{-10}$ besteht, die sich erst später verwischt. Die bei den einzelnen Beobachtungsreihen auftretenden Gruppierungen sind eben, wie schon mehrfach besprochen (vgl. z. B. Fig. 3 des zitierten Vortrages von Ehrenhaft) noch unaufgeklärten Schwankungen unterworfen, und die Korrektur ändert hierin nichts, als daß alle Werte nach abwärts rücken. Neuere 33 Messungen im Qualm brennenden Kampfers geben, korrigiert, Gruppen im Abstand $3{,}7 \cdot 10^{-10}$; 200 Messungen im Qualm brennenden Schwefels einen starken, breiten und zerteilten Gipfel zwischen 5 und $7 \cdot 10^{-10}$ mit der höchsten Erhebung bei 5,8; dann Maxima bei 9,6, 13,8, 17,5, 21 und $24{,}5 \cdot 10^{-10}$, entsprechend einem mittleren Abstand von etwa 3,4 bis $3{,}5 \cdot 10^{-10}$ elektrostat. Einh., doch ist eine gewisse Übereinstimmung der Lage der drei ersten Maxima mit denen der großen Phosphorserie nicht zu verkennen.

Bei genügender Häufung der Beobachtungen scheinen sich also die Maxima der Verteilungskurven dem Werte des Elementarquantums und seinen Vielfachen zu nähern; unaufgeklärt bleiben aber außer den kleinsten, das Elektron unterschreitenden Ladungswerten die Schwan-

1) Wiener Ber. **119**, 870—935, 1910.
2) Wiener Ber. **119**, 815—866, 1910.
3) Diese Zeitschr. **11**, 630—632, 1910.
4) Diese Zeitschr. **11**, 947, 1910.
5) Eine ausführliche Mitteilung über die neuen Messungen wird in den Wiener Berichten erscheinen.
6) Wiener Ber. **119**, 860, 1910.
7) Proc. Roy. Soc. **83**, 563, 1910.

1) Diese Zeitschr. **11**, 1097—1109, 1910.

kungen der Gruppen bei verschiedenen Beobachtungsreihen, die sich bisher auf keinerlei Weise auf Fehler der Beobachtung oder der Methode zurückführen ließen.

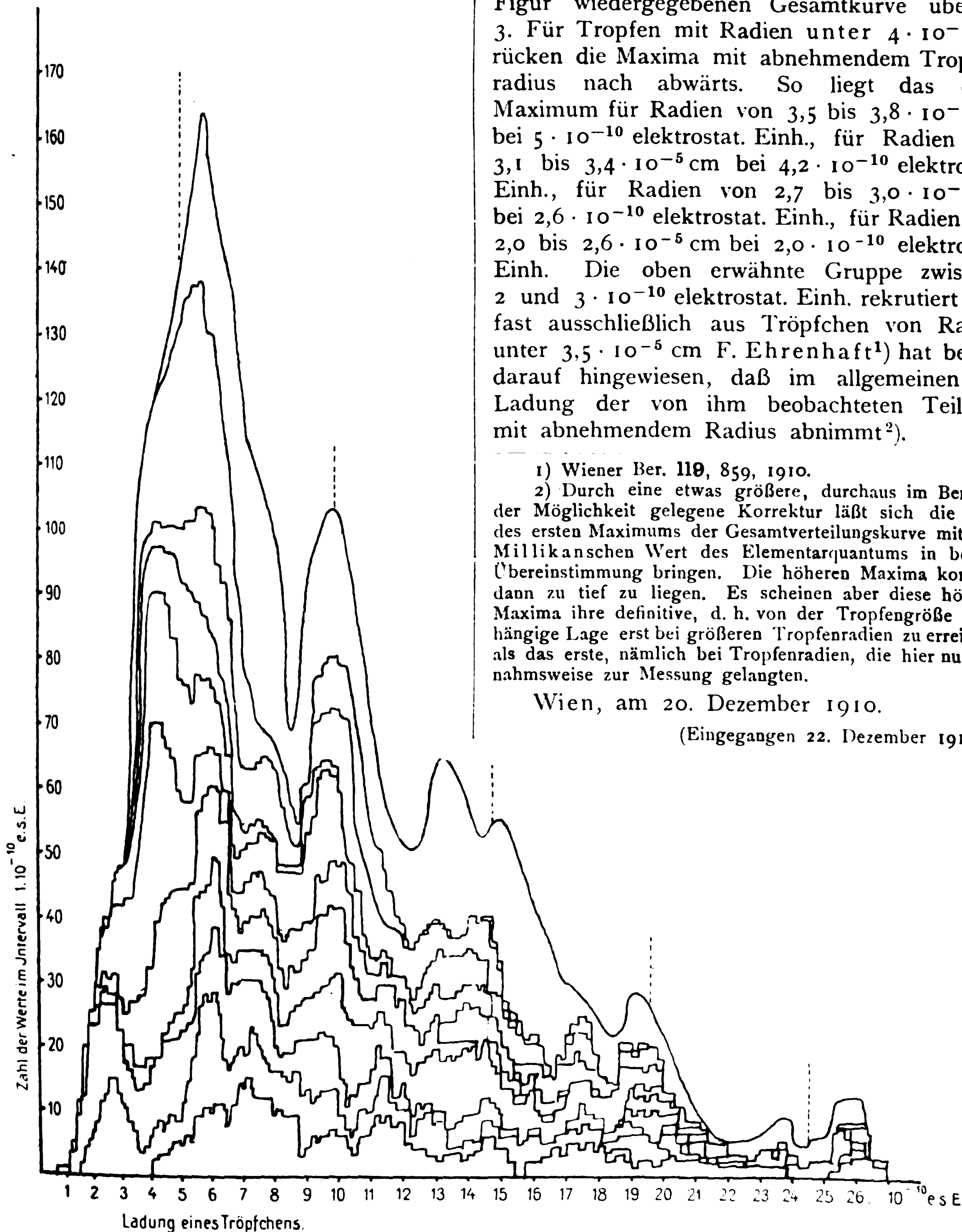
Die folgenden Bemerkungen sind vielleicht geeignet, für die Deutung dieser Erscheinungen einen Fingerzeig zu geben. Bestimmt man die Verteilungskurve der Ladungen des Phosphornebels nicht für alle überhaupt gemessenen Werte, sondern immer nur für solche Ladungen, die von Tröpfchen von gleichen oder nahezu gleichen Radien getragen werden, so findet man folgendes: 1. Auch wenn nur die Ladungen von Tröpfchen ein und derselben Größe in Betracht gezogen werden, weist ihre Verteilungskurve für Tröpfchenradien über $3,5 \cdot 10^{-5}$ cm mehrere deutliche Maxima auf. 2. Für Tropfen mit Radien über $4 \cdot 10^{-5}$ cm ist die Lage dieser Maxima, namentlich des ersten, nicht wesentlich von der Tropfengröße abhängig, und stimmt mit der Lage der Maxima der in der Figur wiedergegebenen Gesamtkurve überein. 3. Für Tropfen mit Radien unter $4 \cdot 10^{-5}$ cm rücken die Maxima mit abnehmendem Tropfenradius nach abwärts. So liegt das erste Maximum für Radien von 3,5 bis $3,8 \cdot 10^{-5}$ cm bei $5 \cdot 10^{-10}$ elektrostat. Einh., für Radien von 3,1 bis $3,4 \cdot 10^{-5}$ cm bei $4,2 \cdot 10^{-10}$ elektrostat. Einh., für Radien von 2,7 bis $3,0 \cdot 10^{-5}$ cm bei $2,6 \cdot 10^{-10}$ elektrostat. Einh., für Radien von 2,0 bis $2,6 \cdot 10^{-5}$ cm bei $2,0 \cdot 10^{-10}$ elektrostat. Einh. Die oben erwähnte Gruppe zwischen 2 und $3 \cdot 10^{-10}$ elektrostat. Einh. rekrutiert sich fast ausschließlich aus Tröpfchen von Radien unter $3,5 \cdot 10^{-5}$ cm F. Ehrenhaft[1]) hat bereits darauf hingewiesen, daß im allgemeinen die Ladung der von ihm beobachteten Teilchen mit abnehmendem Radius abnimmt[2]).

1) Wiener Ber. **119**, 859, 1910.

2) Durch eine etwas größere, durchaus im Bereiche der Möglichkeit gelegene Korrektur läßt sich die Lage des ersten Maximums der Gesamtverteilungskurve mit dem Millikanschen Wert des Elementarquantums in bessere Übereinstimmung bringen. Die höheren Maxima kommen dann zu tief zu liegen. Es scheinen aber diese höheren Maxima ihre definitive, d. h. von der Tropfengröße unabhängige Lage erst bei größeren Tropfenradien zu erreichen, als das erste, nämlich bei Tropfenradien, die hier nur ausnahmsweise zur Messung gelangten.

Wien, am 20. Dezember 1910.

(Eingegangen 22. Dezember 1910.)



Untersuchungen über den elektrischen Zustand der Luft in Höhlen und Kellern[1].

Von J. Schünemann.

Nach Herrn Ebert soll die Aufrechterhaltung des luftelektrischen Feldes dadurch erfolgen, daß die Luft beim Ausströmen aus den Erdkapillaren infolge von Barometerschwankungen etc. durch stärkere Adsorption der negativen Ionen eine positive Raumladung erhält. Hiernach müßte man erwarten, daß auch in großen unterirdischen Hohlräumen die Luft positiv geladen ist. Dies ließe sich leicht durch Potentialmessungen feststellen, und man könnte auch aus dem erhaltenen Resultate die Größenordnung der Raumladung berechnen.

Ebert und Kurz[2]) erheben gegen derartige Messungen zwar den prinzipiellen Einwand, daß in abgeschlossenen unterirdischen Hohlräumen eine positive Raumladung überhaupt nicht auftreten könne, da das Emanations- und damit Ionenkonzentrationsgefälle normal zur Grenzfläche fehle, das für die Ionenscheidung unerläßlich sei. Der Ionengehalt der großen Hohlräume wäre derselbe wie in den Erdkapillaren. Das ist aber aus zwei Gründen nicht anzunehmen. Erstens zerfällt die Emanation beständig, wird aber nur in den Erdkapillaren durch den Gehalt des umgebenden Gesteins an radioaktiven Stoffen ständig neu gebildet. Daher ist es unwahrscheinlich, daß sich ein Gleichgewichtszustand des Emanationsgehalts in den Erdkapillaren und den Hohlräumen einstellt. Zweitens sind derartige Hohlräume niemals luftdicht abgeschlossen. Durch Temperaturunterschiede und Barometerschwankungen wird immer ein Luftaustausch mit der freien Atmosphäre stattfinden. Ein Beweis für die Richtigkeit dieser Annahme liegt in den bedeutenden Schwankungen der Ionenzahlen und Zerstreuungskoeffizienten, die man in derartigen Räumen erhält.

Diese Überlegungen ließen eine Prüfung der Ebertschen Theorie durch Potentialmessungen doch als wünschenswert erscheinen. Ich habe deshalb derartige Versuche in der Baumanns- und Bielshöhle zu Rübeland im Harz und in Kellern zu Wolfenbüttel angestellt, deren Resultat hier kurz mitgeteilt werden soll.

Als Meßinstrument benutzte ich das Elster-Geitelsche Einfadenelektrometer in Verbindung mit einer Poloniumelektrode. Das Elektrometer wurde so eingestellt, daß ein Volt etwa 30 Skalenteile Ausschlag gab. Es zeigte sich nun in der Tat eine positive Aufladung des Elektrometers von ca. 0,25 Volt, die aber durch den Voltaeffekt hervorgerufen wurde; denn dieselbe war vollkommen unabhängig von der Höhe, in der die Poloniumelektrode angebracht wurde, auch erhielt man dieselbe Aufladung, wenn von dem Elektrometer einfach ein Kupferdraht isoliert ausgespannt wurde. Ersetzte man diesen durch Magnesiumdraht, so erhielt man mit und ohne Poloniumelektrode eine negative Aufladung von etwa — 0,8 Volt.

Dasselbe Resultat ergaben Messungen in zwei Kellern. In einem derselben waren, um die Wirkung noch zu verstärken, Abfälle von einer Radiumfabrik, die eine noch ziemlich hohe Aktivität besaßen, mit einer Sandschicht von 25 cm Dicke bedeckt. Aber auch in diesem Raume ließ sich keine positive Ladung der Luft nachweisen.

Auf Anregung von Herrn Professor Ebert wurde noch folgender Versuch gemacht. Der letztgenannte Keller besaß eine Luftklappe von 1,5 m^2, die längere Zeit geschlossen gehalten wurde. Wurde die Klappe geöffnet, so fand eine rasche Erneuerung der Luft statt und damit kam ein großes Ionenkonzentrationsgefälle an der Oberfläche jener Sandschicht zustande. Dies bestätigen die erhaltenen Werte für die Leitfähigkeit der Luft. Ein Potentialgefälle in dem Keller aber war auch dann nicht wahrzunehmen, ebenso nicht nach Schließen des Kellers, wo wieder ein starker Anstieg der Leitfähigkeit stattfand.

Gleichzeitig mit den Potentialmessungen wurde in den Höhlen und Kellern die Ionenzahl mit dem Ebertschen Ionenzähler und der Zerstreuungskoeffizient mit dem Elster-Geitelschen Apparate bestimmt. Die Genauigkeit der Messungen war infolge des hohen Feuchtigkeitsgehalts der Luft nur gering. Der Ionenzähler ergab ständig einen großen Überschuß an positiven Ionen, ohne daß ein entsprechendes Potentialgefälle nachgewiesen werden konnte. Ein wirkliches Überwiegen der positiven Ionen ist demnach nicht anzunehmen, vielmehr muß die Angabe des Ionenzählers auf die größere Beweglichkeit der positiven Ionen gegenüber den stärker molisierten negativen zurückgeführt werden.

(Eingegangen 24. Dezember 1910.)

1) Auszug aus der gleichnamigen Dissertation, Göttingen 1910.

2) H. Ebert u. K. Kurz, Abh. d. Bayr. Ak. d. Wiss., math.-phys. Klasse **25**, 2 Abh., S. 32, diese Zeitschr. **11**, 389, 1910.

Luftelektrische Messungen auf der Adria und dem Mittelmeere.

Von Albert Gockel.

Gelegentlich einer Reise von Triest nach Konstantinopel und zurück stellte ich im August 1910 eine größere Anzahl Messungen der Zerstreuung und des Gehaltes der Seeluft an radioaktiven Emanationen an, über die im nachfolgenden kurz berichtet werden soll.

Fast während der ganzen Fahrt herrschte windstilles Wetter und heiterer Himmel, die Temperatur schwankte zwischen 23 und 27° C, die relative Feuchtigkeit am Tage zwischen 75 und 85 Proz., höhere Werte wurden in der Nacht erreicht; in den frühesten Morgenstunden lagerte an einigen Tagen über der See ein leichter Nebel.

Die Messungen wurden auf der mit einem Sonnensegel bedeckten Kommandobrücke der beiden Lloyddampfer „Karinthia" und „Leopolis" ausgeführt. Der Zerstreuungsapparat bestand aus einem Wulfschen Elektrometer, auf das als Zerstreuungskörper ein 38 cm langer geschwärzter Messingstab von 5 mm Durchmesser aufgesetzt war. Zum Schutz des Bernsteinstopfens gegen Benetzung mit Wasserstaub diente die dem Instrumente beigegebene Kappe. Die Isolation war stets zufriedenstellend. Die Kapazität des Ganzen war 9,17 cm. Das Verhältnis n der Kapazität von Elektrometer + Zerstreuungskörper zu der des Elektrometers allein betrug 0,46. Spezielle Versuche zeigten, daß unter den geschilderten Verhältnissen der freie Strom den Sättigungsstrom so weit überwog, daß für die Berechnung des Zerstreuungskoeffizienten a mit genügender Genauigkeit die Formel

$$a = \frac{100}{1-n}\left(\frac{1}{t}\log\frac{V_1}{V_2}\right)$$

angewandt werden konnte, wo V_1 und V_2 die am Anfang und Ende der Zeit t abgelesenen Potentiale bedeuten.

Die Korrektur für den Verlust infolge mangelhafter Isolation wurde, wenn es nötig war, in der üblichen Weise angebracht. Sie betrug im Maximum 2 Proz. des Gesamtverlustes. Das Resultat der ganzen Untersuchung war, übereinstimmend mit dem auch schon von anderen Forschern gefundenen, daß die Zerstreuung auf der See nicht wesentlich geringer ist als am Lande. Die von mir auf der See gefundenen Zerstreuungskoeffizienten schwankten zwischen 4,4 und 8,5 Proz. in der Minute. Höhere Werte, nämlich 10,9—14,5 Proz., wurden in der Bucht von Smyrna, im Kanal zwischen Mytilene und dem Festlande und unmittelbar nach dem Verlassen der Dardanellen beobachtet, jedesmal während bezw. nach starkem Wetterleuchten. Unmittelbar nach der Rückkehr von der Reise, ebenfalls bei warmem gewitterhaftem Sommerwetter, erhielt ich auf einer Höhe am Züricher See Zerstreuungskoeffizienten, die je nach der Tageszeit zwischen 3,5 und 14,7 Proz. schwankten. Einige Tage später bei schon mehr herbstlicher Witterung hier in einem Garten Werte zwischen 6,0 und 8,5 Proz. Die kleinsten auf See nur in den Morgen- und Abendstunden beobachteten Werte sind solche, wie sie auch hier beim Beginn des abendlichen Taufalles gefunden werden.

Von einer Diskussion der Abhängigkeit der Zerstreuungsgeschwindigkeit von der Wetterlage will ich angesichts der kurzen Dauer der Reise absehen, zumal gerade die Ionisation der Atmosphäre oder besser gesagt das Verhältnis der für die Leitfähigkeit fast ausschließlich in Betracht kommenden leicht beweglichen Ionen zu den schweren von allerlei schwer bestimmbaren lokalen Einflüssen abhängt. Bemerkenswert erscheint, daß am 18. August auf der Fahrt längs der istrischen Küste, und nur wenige Kilometer von dieser entfernt, die niederen Zerstreuungswerte von etwa 4—5 Proz. beobachtet wurden. Vielleicht erklärt sich diese Erscheinung durch den Umstand, daß nach Ausweis der Wetterkarte an diesem Tage beiderseits der Adria fast vollständige Windstille herrschte.

Mazelle[1]) fand im Mittel für Triest $a-$ zu 0,50, $a+$ zu 0,55 Proz., doch sind diese Werte wegen der Anwendung des Schutzzylinders und der ganz verschiedenen Aufstellung mit den meinigen nicht ohne weiteres vergleichbar.

Im Gegensatz zu dem, was auf dem Land beobachtet wird, ging auf freier See die Zerstreuung einer positiven Ladung rascher vor sich als die einer negativen, das Verhältnis q der beiden Zerstreuungskoeffizienten schwankte zwischen 0,82 und 1,0. Nur bei sehr hohen Feuchtigkeitsgraden und, besonders wenn ein feiner Dunst über dem Meere lagerte, stieg, wie dieses unter solchen Verhältnissen auch am Lande der Fall ist, der Wert von q bis auf 1,5. In der nächsten Nähe des Landes dagegen stieg q stets an, so z. B. bei der Einfahrt in die Dardanellen von 0,94 auf 1,20, um schließlich in der Nähe von Gallipoli offenbar wegen des von dort kommenden Rauches und Staubes auf 1,45 zu steigen. Die kleinen Werte von q erklären sich offenbar durch den Umstand, daß das Meer in der Regel spiegelglatt war; denn wie Pacini[2]) beobachtete, nimmt die Unipolarität, d. h. der Überschuß positiver Ionen mit der Stärke des Seeganges zu. Dementsprechend beobachtete ich

1) E. Mazelle, Wien. Ber. 114, 399, 1905.
2) D. Pacini, Nuov. Cimento 15, 5, 1908.

auch in den wenigen Stunden, in denen die See unruhig war, z. B. am Morgen des 14. August im griechischen Archipel und ebenso am 8. August bei der Ausfahrt aus der Bucht von Smyrna, höhere Werte von a— und von q, doch stieg letzterer Wert auch bei ziemlich heftigem Wind nicht über 1,32, während Pacini Werte bis zu 2,14 fand. Dabei dürfte der Umstand eine Rolle gespielt haben, daß der Apparat dieses Forschers in geringer Höhe über dem Wasserspiegel, meiner dagegen etwa 15 m über demselben stand.

Eine weitere Untersuchung erstreckte sich auf die Ermittelung des absoluten Gehaltes der Atmosphäre an radioaktiven Induktionen. Es wurde hierzu das von K. W. F. Kohlrausch und H. Kurz ausgebildete Verfahren benutzt. Der verwendete Kondensator hatte eine Länge von 40 cm, die Weite des äußeren Rohres betrug 4 cm, der Durchmesser des inneren Kondensators 0,5 cm. Über diesen letzteren wurden die zu aktivierenden Röhrchen aus Nickelpapier geschoben, die nach 1—2 stündiger Aspiration in die Ionisierungskammer eines Wulfschen Elektrometers eingesetzt wurden.

Auf die weiteren Details des Apparates soll in einer späteren Arbeit, die sich mit den hier in Freiburg vorhandenen Induktionen beschäftigt, näher eingegangen werden. Bemerkt sei hier nur, daß mir die Firma Günther & Tegetmeyer für die Reise einen eigenen Aspirator von den oben angegebenen Dimensionen zur Verfügung gestellt hatte, der mit zwei Turbinen, von der Art der im Ebertschen Apparat verwendeten, ausgestattet war. Die Fördermenge stieg so auf 2,7 Liter pro Sekunde. Während ich aber hier in Freiburg schon bei der Verwendung des Ebertschen Aspirators und bei einer Versuchsdauer von einer Stunde gut meßbare Induktionsmengen erhielt, lieferte mir auf der See trotz fast doppelter sekundlicher Aspirationsmenge und längerer Ausdehnung von den allerdings nicht sehr zahlreichen Versuchen nur ein einziger, der am 14. August und unmittelbar nach der Abfahrt von Brindisi angestellt wurde, eine gut meßbare Menge von Induktionen, und zwar vom Charakter der Radiuminduktion. Auf die etwas umständliche Berechnung dieses einen Versuches will ich erst in der oben erwähnten Arbeit eingehen. Das allgemeine Resultat meiner Versuche, daß nämlich der Gehalt der Seeluft an leicht beweglichen Induktionen bedeutend geringer ist als der der Atmosphäre über dem Lande, steht in guter Übereinstimmung mit den Befunden von Elster und Geitel, Lüdeling, Sieveking, Dike Rachlew (Expedition der Belgica), im Gegensatz aber zu den Resultaten von H. Stade[1]), der auf dem Atlantischen Ozean, allerdings auch nur an einigen Tagen, auffallend hohe Werte der von Elster und Geitel mit A bezeichneten Größe erhalten hat.

1) H. Stade, Meteor. Zt. **27**, 469, 1910.

Zum Schlusse möchte ich nicht verfehlen, der Direktion des Österreichischen Lloyd für das gewährte Entgegenkommen und den Herren Kommandanten und Offizieren der beiden Dampfer „Karinthia“ und „Leopolis“ für ihre freundliche Unterstützung meinen besten Dank auszusprechen.

Freiburg (Schweiz), Dezember 1910.

(Eingegangen 24. Dezember 1910.)

Steigerung der Empfindlichkeit bei der Gauß-Poggendorffschen Spiegelmethode.

(Vorläufige Mitteilung.)

Von Ludwig Geiger.

Bekanntlich beruht die Empfindlichkeit der Gauß-Poggendorffschen Spiegelmethode zur Messung kleiner Winkel einerseits darauf, daß sich der an einem drehbaren Spiegel einmal reflektierte Lichtstrahl um den Winkel 2α dreht, wenn der Spiegel den Winkel α beschreibt, andererseits darauf, daß der Lichtzeiger wegen seiner Gewichtslosigkeit mehrere Meter lang sein darf. Wie weit man auf diese Weise gehen kann, hängt von der Größe des verfügbaren Raumes und hauptsächlich von der Lichtstärke ab. Diese wiederum ist der Helligkeit der Lichtquelle und dem Flächeninhalt des Spiegels proportional. Bei vielen Instrumenten sind elektrische Lichtquellen zulässig (z. B. bei der terrestrischen Bestimmung der Lichtgeschwindigkeit), bei andern ist man jedoch auf Petroleumlicht beschränkt, weil die elektrischen Lichtquellen durch Induktion die Instrumente störend beeinflussen würden (z. B. bei den erdmagnetischen Instrumenten). Mit der Größe des Spiegels wächst natürlich auch dessen Trägheitsmoment, also auch das Trägheitsmoment des drehbaren Teiles, wodurch die Empfindlichkeit des Instrumentes leidet.

Man hat darum schon öfters das Prinzip der Autokollimation angewandt: das einmal am drehbaren Spiegel reflektierte Strahlenbündel wird durch eine Sammellinse parallel gemacht, fällt dann senkrecht auf einen Planspiegel und wird von diesem in sich selbst reflektiert: dadurch fällt der Strahl zum zweitenmal durch die Linse auf den drehbaren Spiegel, wird von diesem zum zweitenmal reflektiert und erst dann beobachtet. So erleidet der Strahl eine Drehung von $2 \cdot 2\alpha$, wenn der drehbare

Spiegel um den Winkel α gedreht wird. Diese Anordnung benützte z. B. Michelson bei seiner Bestimmung der Lichtgeschwindigkeit.

Es liegt nun sehr nahe, das Wesentliche der eben besprochenen Methode, nämlich die mehrfache Reflexion am drehbaren Spiegel, zu verallgemeinern, d. h. den Strahl n mal am drehbaren Spiegel zu reflektieren, wodurch der Strahl den Winkel $2n \cdot \alpha$ beschreibt, die Empfindlichkeit gegenüber der ursprünglichen Methode also auf das n-fache wächst. Meines Wissens ist jedoch dieses Prinzip der Multireflexion noch nie verwendet worden, weshalb ich je zwei Anordnungen für objektive und subjektive Messung beschreiben will.

Die transversale Anordnung für objektive Messung

zeigt Fig. 1:

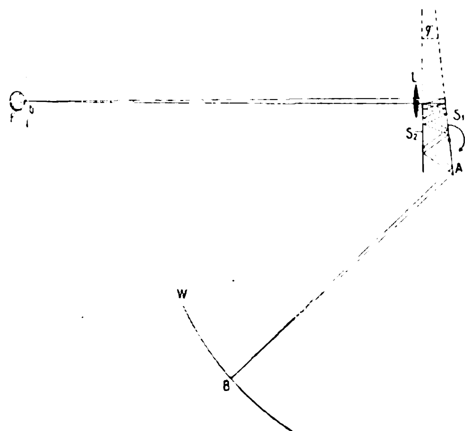


Fig. 1.

b ist eine enge Blende; sie wird entweder durch die dahinter gestellte Flamme F erleuchtet, oder dadurch, daß eine (in Fig. 1 nicht gezeichnete) Beleuchtungslinse in b eine Lichtquelle abbildet. L ist eine Sammellinse. S_1 ist der drehbare, S_2 ein fester Spiegel, der mit S_1 den Winkel φ einschließt. Man sieht, daß das Licht im Zickzack zwischen den beiden Spiegeln hin und her geht und schließlich in B auf dem Schirme W ein Bild des Lichtpunktes b erzeugt. Ist die Brennweite der Linse gleich dem halben Abstand der Linse vom Lichtpunkt b, so ist der Weg $LS_1S_2 \ldots B = Lb$, d. h. b wird in B in natürlicher Größe abgebildet. Dreht sich jetzt der Spiegel S_1 um den kleinen Winkel α, so dreht sich der Strahl AB um den Winkel $2n \cdot \alpha$, worin n die Anzahl der Reflexionen am drehbaren Spiegel S_1 bedeutet. n soll fernerhin die Ordnungszahl heißen. Der Drehungssinn des Strahles AB ist derselbe, wie derjenige von α, wenn die letzte Reflexion am gedrehten Spiegel S_1, der entgegengesetzte, wenn sie am festen Spiegel S_2 stattfindet (Fig. 2a und b).

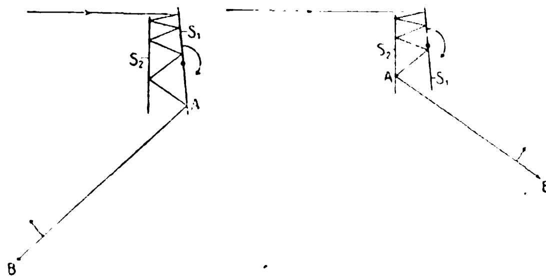


Fig. 2a und b.

Wächst α immer weiter, so verhindert schließlich derjenige Spiegel, an dem die vorletzte Reflexion stattgefunden hat, den Austritt des Strahles. Der Strahl erleidet eine weitere Reflexion, wodurch der Fall (a) in (b) und umgekehrt übergeht. Dabei geht die Ordnungszahl n beim Übergang von (b) in (a) von n in $(n+1)$ über, während sie sich beim Übergang von (a) in (b) nicht ändert. Bei beiden Übergängen springt das Bild des Lichtpunktes auf dem Schirme W momentan.

Ist der Winkel α zeitlich variabel, und ist der Schirm W photographisches Papier, das durch ein Uhrwerk langsam vorbei gezogen wird, so erhält man ein Diagramm vom Typus der Fig. 3a:

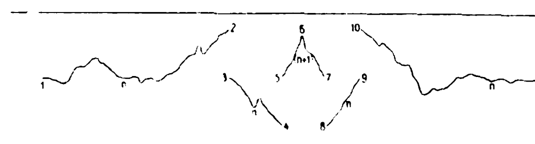


Fig. 3a.

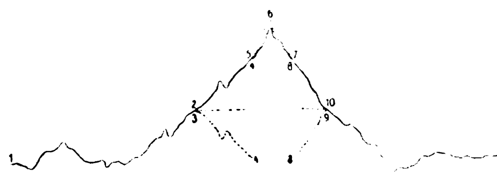


Fig. 3b.

Der Abschnitt 1—2 ist die direkte Registrierung der Variation von α in n-ter Ordnung; bei 2 wird die Variation zu groß, sodaß der Fall (a) in (b) ohne Ordnungswechsel überspringt; 3—4 ist aber spiegelbildlich zu 1—2; bei 4 ist die Variation von α so groß geworden, daß der Fall (b) in (a) der $(n+1)$ten Ordnung überspringt; bei (6) passiert die Variation ein Maximum, bei 7 findet ein Rücksprung von Fall (a) in (b) der n-ten Ordnung statt, 8—9 ist

also wieder wie 3—4 spiegelbildlich registriert; bei 9 findet schließlich der zweite Rücksprung von Fall (b) in (a) der n-ten Ordnung statt. Fig. 3b zeigt den aus Fig. 3a konstruierten Verlauf der Variation von α, wobei 5—6—7 bereits auf die n-te Ordnung reduziert gezeichnet ist. Über das Vorzeichen der $(n+1)$-ten Ordnung gilt das bei Fig. 2 Gesagte. Das Prinzip der Multireflexion gestattet also, auch extreme Variationen von α mit hoher Empfindlichkeit zu registrieren.

Es fragt sich weiter, wie man die Ordnungszahl n für einen gegebenen Fall experimentell bestimmt. Wenn in Fig. 1 AB sehr groß im Vergleich zum Zickzackweg zwischen den Spiegeln S_1 und S_2 ist, so genügt es, den drehbaren Spiegel S_1 um einen genau gemessenen kleinen Winkel α zu drehen, und auf dem Schirm W den Ausschlag BB' zu messen. Dann ist der Winkel ψ, den AB beschrieben hat, angenähert gleich $\frac{BB'}{AB}$, und die Ordnungszahl ist $n = \frac{\psi}{2\alpha}$. n ist natürlich immer streng eine ganze Zahl. Ist n erheblich groß, so kann diese Art der Bestimmung zu ungenau werden. n kann aber in jedem Falle dadurch genau ermittelt werden, daß man den drehbaren Spiegel S_1 langsam so dreht, daß der Winkel α wächst, und indem man gleichzeitig auf dem Schirm W okulariter die Ordnungswechsel bis zur ersten Ordnung zählt.

Es sei mir noch eine Bemerkung über die spezifische Helligkeit des Bildes gestattet. Ist die Lichtquelle, die Linsenstärke und der Querschnitt des Lichtbündels zwischen den beiden Spiegeln S_1 und S_2 gegeben, so hängt die spezifische Helligkeit des Bildes nur vom Reflexionsvermögen der beiden Spiegel ab. Nun gelingt es, Glasspiegel mit Oberflächenversilberung herzustellen, die 96 Proz. des auffallenden Lichtes reflektieren. Nach p-facher Reflexion ist also die Lichtstärke auf $0{,}96^p$ gesunken, was für $p = 50$ den Wert $^1/_8$ ergibt. $p = 50$ entspricht aber die Ordnung $n = 25$. Geht man von der n-ten zur $(n+1)$-ten Ordnung über, so ändert sich der Weg $LS_1S_2 \ldots B$ nur um den minimalen Betrag, um den sich der Zickzackweg geändert hat, und die spezifische Helligkeit des Bildes ändert sich nur um 4 Proz., so daß wir auf dem gleichen Schirm W ein hinreichend scharfes und fast gleich helles Bild der $(n+1)$-ten Ordnung erhalten. Bei kleinem n ist das eine nicht zu unterschätzende Eigenschaft dieser Anordnung. In der eben beschriebenen Anordnung steht die Drehachse des Spiegels S_1 senkrecht auf der Ebene des eintretenden und einmal reflektierten Strahles, weshalb diese Anordnung „transversal" heißen soll.

Die longitudinale Anordnung für objektive Messung

unterscheidet sich prinzipiell nur sehr wenig von der transversalen (siehe die perspektivische Fig. 4):

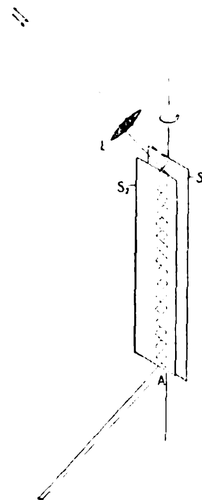


Fig. 4.

Das vom Lichtpunkt kommende Bündel fällt durch die Linse L auf den drehbaren Spiegel S_1, geht dann im Zickzack zwischen diesem und dem festen Spiegel S_2 und tritt dann bei A aus. Die Drehachse des Spiegels S_1 liegt jetzt also in der Ebene des eintretenden und einmal reflektierten Strahles, weshalb diese Anordnung „longitudinal" heißen möge. Es empfiehlt sich, die Achse von S_1 parallel der Ebene von S_2 zu legen, weil dann der Zickzackweg bei gegebenem Spiegelabstand ein Minimum wird. Das eintretende und auch das austretende Strahlenbündel kann natürlich durch je einen Planspiegel beliebig orientiert, also auch parallel gemacht werden. Naturgemäß vermag diese longitudinale Anordnung nur in einer einmal gewählten Ordnung n zu registrieren. Die Eichung erfolgt in der oben geschilderten Weise; die Bemerkung über die spezifische Helligkeit des Bildes gilt auch hier.

Die transversalen Anordnungen für subjektive Messung mit Skala

ergeben sich von selbst aus den beiden objektiven Anordnungen (siehe Fig. 5):
Bei der transversalen Anordnung Fig. 5 sieht man im Fernrohr nicht nur die Skala n-ter Ordnung, sondern diejenigen der benachbarten Ordnungen erscheinen darübergelagert; es ge-

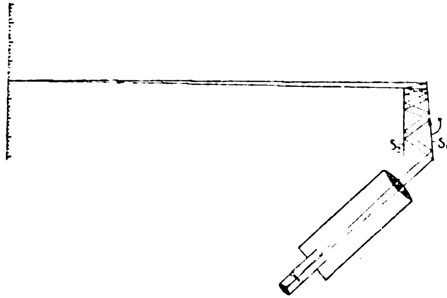


Fig. 5.

nügt, einen der beiden Spiegel etwas zu kippen, um die Bilder zu trennen. Bei der longitudinalen Anordnung erscheint nur *eine* Skala.

Bei diesen subjektiven Anordnungen müssen die Spiegel sehr eben sein, weil sonst die Skalenstriche zu undeutlich erscheinen. Bei den objektiven Anordnungen ist eine mangelhafte Planität nicht so schlimm, weil die Bilder trotz des Astigmatismus noch hinreichend klein sind.

Zahlenbeispiel.

Um die Leistungsfähigkeit der Multireflexionsmethode mit der alten Methode vergleichen zu können, will ich ein beliebig gewähltes Beispiel mitteilen, und zwar diene dazu die longitudinale objektive Anordnung (Fig. 4):

Das unter dem Winkel χ einfallende Bündel habe den Querschnitt $a \cdot c$, worin c die Spiegelbreite ist. Dann muß die Länge des Spiegels $S_1 = n \cdot \frac{a}{\cos\chi}$ und der Spiegelabstand $d = \frac{a}{2\sin\chi}$ sein. Für $\chi = 45^0$, $a = 3$ Millimeter, $n = 10$ ist der Spiegel S_1 43 Millimeter lang und $d = 2{,}1$ Millimeter. Durch den kleinen einseitigen Ausschlag α des Spiegels S_1 erleidet das Lichtbündel nach der h-ten Reflexion an S_1 eine seitliche Versetzung

$$\delta = \frac{2ah \cdot \operatorname{tg}\alpha}{\sin\chi}.$$

Die resultierende Versetzung $\Sigma\delta$ ist also

$$\Sigma\delta = \frac{2a \operatorname{tg}\alpha}{\sin\chi} \cdot \Sigma h.$$

Nun ist aber $\Sigma h = 1 + 2 + 3 \ldots (n-1)$

$$= n \cdot \frac{(n-1)}{2}, \text{ also}$$

$$\Sigma\delta = n(n-1) \cdot \frac{a \operatorname{tg}\alpha}{\sin\chi}.$$

Für $\alpha = 0{,}5^0$ wird also

$$\Sigma\delta = 10 \cdot 9 \cdot \frac{3 \cdot 0{,}00873}{0{,}707} = 3{,}3 \text{ mm}.$$

Ist die Spiegelbreite $c = 10$ Millimeter, so ist die geometrische austretende Energie

$$\frac{(10 - 3{,}3)}{10} = 67 \text{ Proz.};$$

der Verlust bei den 20 Reflexionen ist $0{,}96^{20} = 44$ Proz., sodaß die effektiv austretende Energie $= 67 \cdot (100 - 44)$ Proz. $= 38$ Proz. der einfallenden Energie beträgt.

Würde man dagegen den gleichen Spiegel S_1 von $10 \cdot 43$ Millimeter Flächeninhalt nach der alten Methode voll ausnützen, so würde er die $\frac{n}{\cos\chi}$-fache Energie auffangen; man müßte dann, um ebenfalls 10-fache Ausschläge zu erhalten, die Abstände des Lichtpunktes und des Schirmes verzehnfachen, wodurch die effektive Energie auf $\frac{10}{0{,}707} \cdot \frac{1}{10^2} \cdot 0{,}96 = 13{,}6$ Proz. sinken würde. Die Multireflexionsmethode liefert also im vorliegenden Falle bei gleicher Empfindlichkeit fast dreimal so helle Bilder als die alte Methode und beansprucht nur einen zehnmal kleineren Raum.

Ich habe an einem in einer Stunde improvisierten Modellapparate die oben beschriebenen Methoden experimentell geprüft. Obgleich ich Spiegel benützte, die gar keinen Anspruch auf Ebenheit erheben, konnte ich bei objektiver Beobachtung bis $n = 9$ sehr scharfe Bilder erhalten, während die gleichen Spiegel bei subjektiver Beobachtung einer Skala für $n = 4$ an der Grenze der Brauchbarkeit waren.

Anwendungen.

Es ist klar, daß das Multireflexionsprinzip überall angewendet werden kann, wo es sich um die Messung sehr kleiner Winkel handelt, also bei *Variations- und Nullinstrumenten*. Jedoch darf der drehbare Spiegel S_1 das Trägheitsmoment Θ des drehbaren Teiles nicht bedeutend vergrößern, weil sonst die Empfindlichkeit des Instrumentes abnimmt. Außerdem gibt es Fälle, wo der verfügbare Raum im Instrument den Gebrauch der beiden Spiegel verbietet. Bei den folgenden Instrumenten scheint jedoch der Anwendung der Methode nichts im Wege zu stehen:

1. *Gewöhnliche und Torsionswage.*

2. *Alle Pendelarten*, also Schwerependel, Seismometer etc.

Bei Nr. 1 und 2 wird Θ durch S_1 unmerklich verändert.

3. *Rotierende Spiegel*; will man z. B. diskontinuierliche elektrische Entladungsvorgänge nach der Methode von *Feddersen* oder die Lichtgeschwindigkeit nach der *Foucault*schen Methode messen, so eignen sich besonders die longitudinalen Anordnungen, weil dabei der rasch rotierende Spiegel S_1 ein relativ kleines

Trägheitsmoment besitzt, und der feste Spiegel S_2 ziemlich nahe befestigt werden kann. Fig. 6 zeigt eine solche Anordnung für die Messung der Lichtgeschwindigkeit, bei der außer der Multireflexion noch Autokollimation benützt wird:

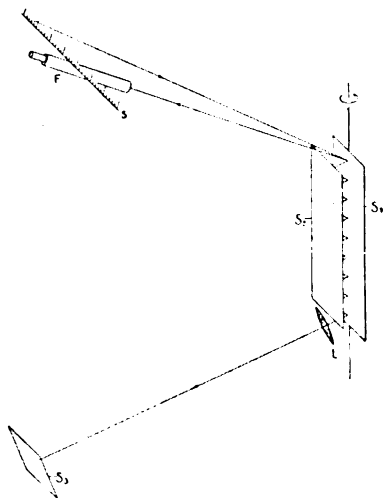


Fig. 6.

s ist die Skala, F das Fernrohr, S_1 der rotierende, S_2 der feste Spiegel; L ist die Kollimationslinse, S_3 der Autokollimationsspiegel, dessen Abstand von L möglichst groß sein soll. Rotiert S_1 nicht, so sieht man im Fernrohr F eine gewisse Stelle der Skala s; rotiert S_1 sehr rasch, so erscheint im Fernrohr eine andere Stelle der Skala, denn in der kleinen Zeit, die das Licht gebraucht, um den Weg LS_3L zurückzulegen, hat sich S_1 schon etwas weiter gedreht.

4. Spiegelgalvanometer und -elektrometer werden durch die transversale Anordnung zu empfindlichen Nullinstrumenten.

5. Die erdmagnetischen Variationsinstrumente können leicht mit der longitudinalen Spiegelanordnung versehen werden, weil das Trägheitsmoment des Magneten schon so groß ist, daß es durch das hinzukommende Moment des Spiegels S_1 nicht wesentlich wächst.

Ich beabsichtige, die Multireflexionsmethode bei einigen der angedeuteten Instrumente zu verwenden, so daß ich hoffe, später über Einzelheiten referieren zu können.

Zusammenfassung.

Es wurde ein Prinzip entwickelt, daß die Empfindlichkeit der Gauß-Poggendorffschen Spiegelmethode ganz bedeutend zu steigern gestattet oder bei unveränderter Empfindlichkeit viel weniger Raum beansprucht.

Göttingen, 20. Dezember 1910.

(Eingegangen 23. Dezember 1910.)

Der radiotelegraphische Gleichstrom-Tonsender.

Von H. Rein.

Auf die Zuschrift des Herrn W. Burstyn (diese Zeitschr. **11**, 1130, 1910) zu meiner Arbeit: „Der radiotelegraphische Gleichstrom-Tonsender" (diese Zeitschr. **11**, 591, 1910) habe ich folgendes zu bemerken:

Ohne Kenntnis der von Herrn Burstyn am 4. Juni 1909 auf der Jahresversammlung des Verbandes deutscher Elektrotechniker über die Tonschaltung gemachten Bemerkungen, welche erst am 19. August in der ETZ. zum Abdruck gelangten, habe ich im Juni 1909 die radiotelegraphische Gleichstrom-Tonsendermethode erfunden, ausgearbeitet und durch die C.-Lorenz-Aktiengesellschaft zum Patent anmelden lassen (vgl. D. R. P. a. L. 28587 und D. R. P. a. L. 28288). Als im Laufe des Jahres bekannt wurde, daß die Herren v. Lepel und Burstyn einige Monate früher Patente angemeldet hatten, deren Schutzanspruch teilweise der gleiche war, wie der in den oben erwähnten Anmeldungen beantragte, wurden, um die im Laboratorium der C.-Lorenz-A.-G. geleistete wissenschaftlich-technische Arbeit auch wirtschaftlich verwerten zu können, Verhandlungen mit den Herren v. Lepel und Burstyn angeknüpft, die jedoch ergebnislos verliefen. Am Jahresende 1909 haben dann die Herren v. Lepel und Burstyn ihre sämtlichen Anmeldungen über diesen Gegenstand fallen lassen, so daß nunmehr der Schutzanspruch, das Verfahren und dessen Ausführungsform betreffend, im Besitze der C.-Lorenz-A.-G. sich befindet.

Aus diesen Tatsachen, die ich übrigens Herrn v. Lepel in persönlicher Aussprache vor einigen Monaten eingehend dargelegt habe, geht hervor, daß die Aufgabe, beliebige Töne radiotelegraphisch zu übermitteln, an zwei Stellen selbständig und unabhängig voneinander die gleiche Lösung erfahren hat, eine Erscheinung, für welche die Geschichte der Technik zahlreiche Vorläufer aufweisen kann.

(Eingegangen 15. Dezember 1910.)

Der radiotelegraphische Gleichstrom-Tonsender.

Erwiderung von E. Nesper.

In seiner Notiz über den radiotelegraphischen Gleichstrom-Tonsender auf S. 1130 dieser Zeitschrift bemerkt Herr Dr. Burstyn, daß ich bei dem Arcoschen Vortrage auf der Jahresversammlung des Verbandes deutscher Elektro-

techniker zu Köln, gelegentlich dessen er die Schaltung zur Tonerzeugung beim Lepelschen Verfahren beschrieben habe, zugegen gewesen sei. Im Zusammenhang mit der in dieser Zeitschrift **11**, 591, 1910 erschienenen Veröffentlichung von H. Rein scheint Dr. Burstyn durch seine Bemerkung ausdrücken zu wollen, daß ich die Ausführungen des Herrn Burstyn auf der Jahresversammlung Herrn Rein mitgeteilt habe und daß auf Grund dieser Mitteilung die weitere Ausbildung des Gleichstromtonsenders durch die C.-Lorenz-Aktiengesellschaft erfolgt sei.

Demgegenüber erkläre ich hierdurch, daß mir der Anfang der Burstynschen Erörterungen auf der genannten Jahresversammlung unverständlich geblieben ist, da ich räumlich weit von Herrn Dr. Burstyn stand, mich mit einem anderen Herrn über den Arcoschen Vortrag unterhielt, Herr Dr. Burstyn seine Bemerkungen nur äußerst leise vorbrachte und die Mehrzahl der Teilnehmer während dieser Ausführungen das Auditorium ziemlich geräuschvoll verließ.

Ich habe den genauen Inhalt der diesbezüglichen Auseinandersetzung erst aus der Elektrotechnischen Zeitschrift ersehen, in welcher der Bericht erst am 19. August 1909, also $2^1/_2$ Monat nach dem Vortrag, veröffentlicht wurde.

(Eingegangen 22. Dezember 1910.)

Der radiotelegraphische Gleichstrom-Tonsender.

Die Bemerkungen des Herrn W. Burstyn (diese Zeitschr. **11**, 1130, 1910), obigen Gegenstand betreffend, haben, da ihm die historische Entwicklung unseres Systems vollständig bekannt war, unser höchstes Befremden erregt.

Die Ausarbeitung unseres Tonsendersystems in unserem Laboratorium erfolgte im Juni 1909 ohne Kenntnis des Lepel-Burstynschen Verfahrens, über welches der erste und einzige Hinweis in der ETZ. **33**, 786, am 19. August 1909 erfolgte. Bis dahin waren uns die Äußerungen des Herrn Burstyn auf der Jahresversammlung in Köln unbekannt geblieben. Diese Äußerungen können jedoch nicht den Anspruch darauf machen, als wissenschaftliche Veröffentlichung angesprochen zu werden, da Herr Dr. Burstyn in seinem Einspruch gegen unsere Patentanmeldung L. 28288 selbst folgendes zugibt:

> „allerdings konnte aus denselben (Mitteilungen) ein Fachmann nicht vermuten, daß die Sache wirklich so einfach war, als sie dargestellt wurde“.

In einem weiteren Einspruche gegen eine Patentanmeldung unseres Oberingenieurs Scheller (Sch. 32610 vom 20. April 1909) sagt Herr Dr. Burstyn hinsichtlich seiner Mitteilungen auf der Jahresversammlung in Köln:

> „Diese Ausführungen waren allerdings nicht so präzise wie ein Patentanspruch und es hat auch damals kein Fachmann geglaubt, daß das Problem, tönende Schwingungen zu erzeugen, so einfach zu lösen wäre“.

Diese seine eigenen Worte zeigen wohl zur Genüge, daß er selbst von der Stichhaltigkeit seiner Beweisführung nicht überzeugt sein kann und seine sämtlichen daran geknüpften Kombinationen hinfällig sind.

Zutreffend ist es, daß die Herren v. Lepel und Dr. Burstyn mit uns über die Verwertung ihrer Schutzrechte verhandelt haben. Sie haben uns aber über den Umfang dieser Schutzrechte lange Zeit im unklaren gelassen und als Herr Dr. Burstyn am 8. April 1910 uns endlich seine Schutzrechte zur Kenntnis brachte, mußte er uns gleichzeitig die Mitteilung machen, daß er die hauptsächlichste Anmeldung bezüglich der Tonvariation habe fallen lassen, worauf wir ihm sofort mitteilten, daß wir eine ganz ähnliche Anmeldung, deren Text wir ihm auch gleichzeitig zur Kenntnis brachten, unter dem 21. Juni 1909 angemeldet hatten. Erstaunlich ist es, daß Herr Dr. Burstyn uns nicht damals sofort Mitteilung machte, daß er annehme, daß diese Anmeldung vom 21. Juni 1909 erst unter der Einwirkung seiner Bemerkungen zu dem Arcoschen Vortrag auf der mehrfach erwähnten Jahresversammlung erfolgt sei, wodurch wir in der Lage gewesen wären, ihm diese irrige Ansicht sofort zu benehmen.

C. Lorenz, Aktiengesellschaft.
Held.

(Eingegangen 24. Dezember 1910.)

PHYSIKALISCHE TECHNIK.

Geschweißtes Spezial-Kompensationsmetall in besonderer Anordnung zur Hervorbringung relativ großer Bewegungen bei Temperaturänderungen.

Von W. Grix.

In der Physik und Technik werden hin und wieder einfache und zuverlässige Vorrichtungen benötigt, welche bei Temperaturänderungen relativ große Bewegungen ausführen. Diese lassen sich z. B. zur Hervorbringung von Ortsveränderungen, zum Schließen elektrischer Stromkreise oder zu Meßzwecken benutzen. Am einfachsten dürfte in dieser Beziehung wohl ein Apparat sein, der mit Kompensationsmetall arbeitet, welches aus 2 Schichten von Metallen mit möglichst stark voneinander abweichenden Wärmeausdehnungskoeffizienten besteht. Im folgenden soll ein derartiges auf Anregung des Verfassers hergestelltes Metall[1]) in besonderer Anordnung[2]) angegeben werden, mit dessen Hilfe sich verhältnismäßig große Bewegungen bei Temperaturänderungen ausführen lassen.

Dieses Spezialkompensationsmetall hat den Vorzug, daß es zusammengeschweißt bezogen werden kann, daß man also das lästige und teuere Nieten spart. Es besteht aus einer Schicht Messing und einer Schicht Spezialstahl, hält höhere Temperaturen aus, ist verhältnismäßig widerstandsfähig gegen Oxydation und verursacht geringe Anschaffungskosten. Der Verfasser verwendet es in geradliniger Form. Im folgenden soll berechnet werden, welche seitlichen Ausschläge von einem geraden Stab aus Kompensationsmetall bei verschiedenen Temperaturerhöhungen erwartet werden können.

Da bei dem Gebrauch eines solchen Stabes Nebenerscheinungen auftreten, welche man rechnerisch schwer oder gar nicht fassen kann, so werden die herausgerechneten Resultate nur angenähert durch Versuche nachgewiesen werden können. Es ist daher die Annahme berechtigt, daß bei den im folgenden berücksichtigten Temperaturen die Wärmeausdehnungskoeffizienten konstant sind.

Ein in Fig. 1 dargestellter Kompensationsstab von der Länge l und der ursprünglichen Form AB wird sich bei einer Erwärmung infolge der Differentialwirkung der Längenänderungen seiner Bestandteile krümmen. Die Erwärmung sei überall die gleiche, der deformierte

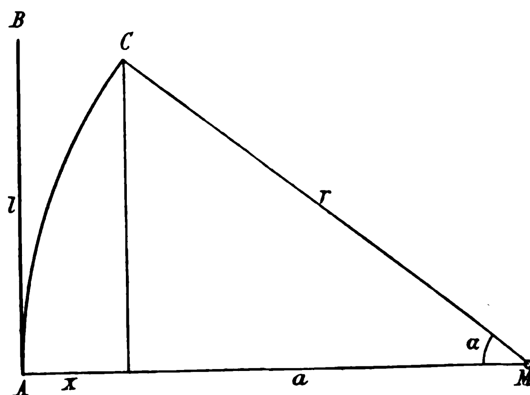


Fig. 1.

Stab AC stelle einen Teil des Umfanges des Kreises mit dem Mittelpunkt M und dem Radius r dar. Der zu berechnende Ausschlag heiße x, es sei $r = a + x$. Der Stab wird sich bei jeder Temperaturänderung so weit krümmen, daß die Differenz der Kreisbögen, welche von den beiden Metallschichten gebildet werden, gleich der Differenz δ der Längen beider Bestandteile ist. Für die Berechnung der Kreisbogenlängen nehmen wir als Radien die Entfernungen von M bis zu den Mitten der beiden Metallschichten. Hat jede derselben die Dicke d, so gehöre zur Stahlschicht der Radius $\left(r - \frac{d}{2}\right)$, zur Messingschicht $\left(r + \frac{d}{2}\right)$. Bezeichnen wir den Winkel AMC mit α, so muß nach der Krümmung sein

$$\left(r + \frac{d}{2}\right)\frac{\pi\alpha}{180} - \left(r - \frac{d}{2}\right)\frac{\pi\alpha}{180} = \delta,$$

also

$$\alpha = \frac{180 \cdot \delta}{\pi \cdot d}.$$

Aus

$$r\frac{\pi}{180}\alpha = \backsim l$$

folgt

$$r = \frac{l \cdot d}{\delta}.$$

Da

$$\cos\alpha = \frac{a}{r}$$

und somit

$$a = \frac{l d}{\delta} \cdot \cos\alpha$$

und

$$x = r - a$$

ist, so ist

1) Dieses Kompensationsmetall kann von dem Mechaniker des Elektrotechnischen Instituts der Technischen Hochschule Danzig bezogen werden.

2) D. R. P.

$$x = \frac{l d}{\delta}\left(1 - \cos\frac{180 \cdot \delta}{\pi \cdot d}\right).$$

Diese Gleichungen lassen erkennen, welche Größen für den Ausschlag x maßgebend sind; sie sollen hier nicht diskutiert werden. Mit Hilfe dieser Gleichungen ist die folgende Tabelle berechnet worden.

Die Länge des Stabes sei 70 mm[1]), die Schichtdicke jedes Metalles 0,3 mm. Die Temperaturerhöhungen mögen 50^0 bis 300^0 C betragen. Das verwendete Messing habe den Wärmeausdehnungskoeffizienten 0,000019, der Stahl angenähert 0,0000011. Der letztere sehr geringe Wert ist dem Verfasser von einer Firma für einen für das vorher erwähnte Kompensationsmetall in Frage kommenden Spezialstahl angegeben worden.

$l = 70$ mm, $d = 0{,}3$ mm.

Temperaturerhöhung ^{0} C	δ mm	α^0	r mm	Seitlicher Ausschlag x mm
50	0,06	11,46	350,0	7,0
100	0,12	22,92	175,0	14,0
150	0,18	34,38	117,0	20,4
200	0,24	45,84	87,5	26,5
250	0,30	57,30	70,0	32,2
300	0,36	68,76	58,4	37,3

Nach dieser angenäherten Rechnung ist, wie Figur 2 zeigt, x ungefähr direkt proportional zur Temperaturerhöhung t. In Wirklichkeit sind die Ausschläge, wie Versuche des Verfassers ergeben haben, etwas kleiner als die in der Tabelle enthaltenen Werte. Zur Ausführung dieser Versuche wurde der Kompensationsstab an einem Ende mit einem Messingstabe vernietet, so daß sich eine Anordnung ähnlich der in Fig. 3 dargestellten ergab. Nach der Erwärmung wurde der Abstand zwischen dem anderen Ende des gekrümmten Kompensationsstabes und dem freien Ende des geraden Messingstabes gemessen.

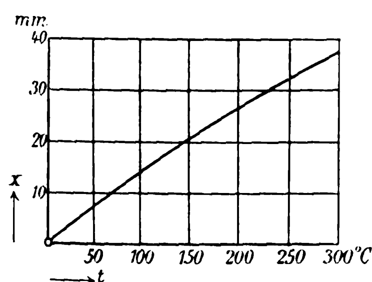


Fig. 2.

[1]) Diese Länge hat der Verfasser gewählt, weil er für sie eine Reihe von Versuchen ausgeführt hat.

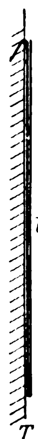


Fig. 3.

Durch Kombination mehrerer geradliniger Kompensationsstäbe kann man sich in folgender Weise noch bedeutendere Deformationen verschaffen: Nietet man z. B. zwei Kompensationsstäbe so zusammen oder biegt man einen geschweißten Kompensationsstab so, daß er eine zweischenklige Form annimmt, wie die Fig. 3 und 4 zeigen, und liegen dabei die Metallschichten beider Schenkel, welche den größeren Ausdehnungskoeffizienten haben, aufeinander, so wird sich dieses System bei einer Erwärmung nach Fig. 4 deformieren. Der resultierende

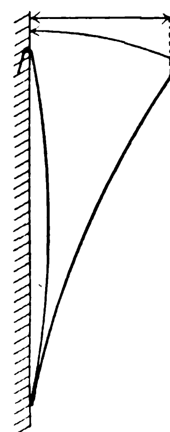


Fig. 4.

Ausschlag wird dabei ebenso groß sein, als wenn man einen Stab von der Länge $2l$ verwenden würde. Beim Gebrauch einer solchen Vorrichtung ist es von Wichtigkeit, sie so aufzuhängen, daß die Stäbe möglichst leicht die Form annehmen können, welche ihnen infolge der Erwärmung zukommt. In den Fig. 3 und 4 ist der eine Stab mit einem Haken ver-

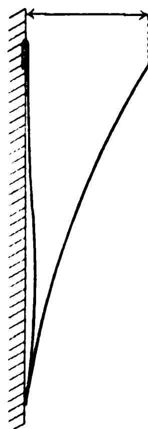


Fig. 5.

sehen und an einem feststehenden Teile T aufgehängt, gegen welchen er auch unten anliegt[1]). Würde man ihn oben festklemmen, so würde er sich bei einer Erwärmung nach Fig. 5 deformieren und nicht so weit ausschlagen wie bei der obigen Aufhängung.

Will man mit einer solchen Vorrichtung Ortsveränderungen hervorbringen oder elektrische Stromkreise schließen, so dürfte die Anordnung nach Fig. 3 zu bevorzugen sein. Anders liegt es, wenn man damit Messungen auszuführen beabsichtigt. In diesem Falle ist die Federkraft zu berücksichtigen, mit der die beiden Schenkel vor der Erwärmung aufeinanderdrücken. Diese wird nicht immer leicht in gewünschter Weise einzustellen sein. Hiervon kann man sich durch folgende Anordnung freimachen. Man läßt beide Stäbe z. B. oben um einen kleinen Zapfen greifen, wie es in den Fig. 6 und 7 angedeutet ist. Vor der Erwärmung hängen die Stäbe nebeneinander herunter, üben also nur einen sehr geringen Druck aufeinander aus, welcher stets konstant bleibt; bei der Erwärmung deformieren sie sich, wie die Figuren angeben.

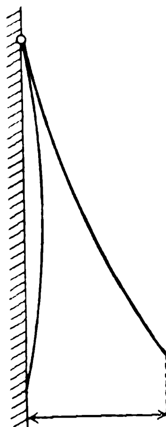


Fig. 6.

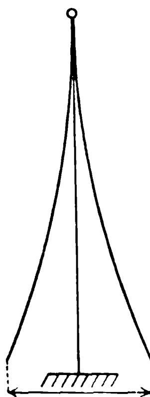


Fig. 7.

Durch Kombination mehrerer Systeme der soeben besprochenen Art kann man noch größere Ausschläge erzielen. Dies ist in Fig. 8 angedeutet. Es ist dabei von Vorteil,

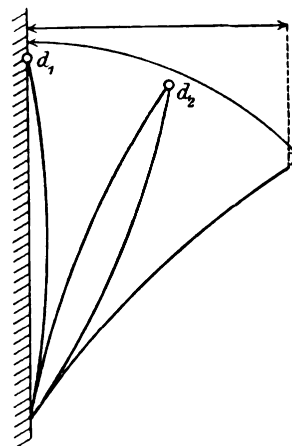


Fig. 8.

daß ebenso wie bei d_1, so auch bei d_2 kein Zwang auf die Stäbe bei der Erwärmung ausgeübt wird.

Da man die Metallsorten, ihre Längen und Dicken und die Kraft, mit der die Schenkel im kalten Zustande aufeinandergepreßt werden, verschieden wählen kann, so kann man die Ausschläge des Systems in verhältnismäßig weiten Grenzen beeinflussen.

Die in Fig. 3 wiedergegebene Anordnung hat sich bei den vom Verfasser gebauten Apparaten durchaus bewährt. Er hat sie schon seit längerer Zeit für Temperaturerhöhungen von 200^0 bis 300^0 im Gebrauch.

Es sei zum Schluß noch bemerkt, daß man bei technischen Apparaten auch Spiralen aus Kompensationsmetall verwendet hat, um verhältnismäßig große Bewegungen auszuführen. Man hat mit ihnen z. B. beim Gebrauch als Ausrückvorrichtungen bei Gasselbstzündern keine günstigen Ergebnisse erzielt. Sie mußten, um genügend große Ausschläge zu ergeben, Temperaturen ausgesetzt werden, bei denen sie mit der Zeit verbrannten. Sie wurden auch oft nicht sachgemäß hergestellt. Man wickelte nämlich die Spiralen einfach aus geradlinigem Kompensationsmetallband. Man brachte in-

1) Der Verfasser hat diese Anordnung bei der Konstruktion eines Gasselbstzünders verwendet. Vergleiche Grix, Gasselbstzünder, Journal für Gasbeleuchtung und Wasserversorgung **53**, 457, 1910; Grix, Platin-Gasselbstzünder für hängendes Gasglühlicht, dasselbe Journal **53**, 1193, 1910.

folgedessen kalt Spannungen in das Material hinein, welche bei der Erhitzung auf höhere Temperaturen wieder verschwanden und dazu beitrugen, daß die Spiralen nach einer Erwärmung bei der nächsten Abkühlung nicht wieder die ursprüngliche Form annahmen. Es wird natürlich von Einfluß sein, ob die Deformation infolge der Erwärmung eine Beanspruchung des Materiales herbeiführt, die unterhalb oder oberhalb der Elastizitätsgrenze liegt. Die Metallschichten einer Kompensationsspirale, bei der die soeben angedeuteten Übelstände nicht auftreten sollen, müssen im kalten Zustande spannungslos aufeinander liegen, was man z. B. dadurch erreichen kann, daß man jedes Metall für sich spiralig formt und die Metalle dann erst vereinigt. Ein solches Verfahren wäre natürlich umständlich und kostspielig. Durch einen Versuch kann man sich leicht davon überzeugen, daß aber auch in diesem Falle der Teil des Ausschlages einer erwärmten Kompensationsspirale, welcher einen seitlichen Ausschlag hervorbringen könnte, nicht sehr groß ist. Die Spirale wird nämlich nur bestrebt sein, sich bei einer Erwärmung so einzustellen, daß sie den Längenänderungen der Metallschichten folgen kann. Dies wird schon dadurch erreicht, daß sie sich bei Temperaturerhöhungen ein wenig anders krümmt als im kalten Zustande.

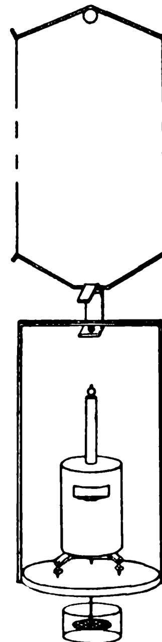
Danzig, Elektrotechnisches Institut der Technischen Hochschule, im November 1910.

(Eingegangen 24. November 1910.)

Eine einfache schütterfreie Aufhängung.

Von Wilhelm Volkmann.

Es ist nicht selten, daß man durch die Erschütterungen eines Meßinstrumentes sehr belästigt wird, sich aber der Kosten und Umständlichkeit wegen nicht zum Gebrauch einer Juliusschen Aufhängung entschließen kann. Für solche Fälle möchte ich eine Aufhängungsweise empfehlen, die ich bereits in mehreren stark erschütterten Gebäuden mit ausgezeichnetem Erfolg angewendet habe. Die Figur zeigt diese Einrichtung. An einer runden Messingplatte ist ein Bügel aus Bandmessing befestigt, durch den oben in der Mitte ein 3 mm weites Loch gebohrt ist. Das Loch ruht mit hinreichender Reibung, um ungewollte Drehungen auszuschließen, auf einer Fahrradkugel, die in dem 3 mm weiten Loche eines Bügels aus Messingblech liegt. Der Bügel ist oben in scharfer Ecke gebogen und liegt auf einem winkelförmig geknickten Stahldraht, dessen Enden umgebogen sind. Ein ähnlich geformter Stahldraht in umgekehrter Stellung trägt das Ganze an Bindfäden, Drähten oder Kettchen. Er ruht in der eingedrehten Dreikantnute eines etwa 13 mm starken Stabes, der in die Wand eingegipst oder in einer Wandklemme[1]) festgespannt ist. Zur Beruhigung des ganzen Apparates dient eine Öldämpfung, gebildet aus einem unter der Messingplatte angebrachten runden Stück Kupferdrahtnetz, das je nach der Art der Erschütterungen in Paraffinöl oder dickes Maschinenöl taucht. Das Instrument, das man benutzen will, richtet man zunächst auf einer genau



horizontalen Platte aus, dann stellt man es zugleich mit einer Dosenlibelle auf die Messingplatte der Aufhängevorrichtung und beseitigt kleine Abweichungen dieser Platte von der richtigen Lage durch seitlich aufgelegte kleine Belastungen. Die Drahtfedern sollen sich um mehrere cm durchbiegen. Die gute Wirkung dieser Aufhängung beruht wesentlich darauf, daß jede Durchbiegung der lose aufgelegten Drahtfeder sich auf beide Fäden in genau gleicher Weise verteilt, so daß die Stöße, die noch bis unten kommen, nie Phasenunterschiede haben, die seitliche Schwankungen hervorbringen könnten, wie man sie z. B. erhält, wenn man in der Juliusschen Aufhängung die Fäden in ihrer ganzen Länge oder zum Teil durch Spiralfedern ersetzt.

1) Erhältlich bei Leppin & Masche, Berlin SO., Engelufer 17.

Die zweckmäßige Größe des Galvanometerspiegels.

Von Wilhelm Volkmann.

Der Spiegel eines Galvanometers oder eines anderen mit Spiegel abzulesenden Meßinstrumentes hat in zweifacher Weise Einfluß auf die Empfindlichkeit. Einerseits stellt er eine um so stärkere Vermehrung des Trägheitsmomentes dar, je größer er ist und dadurch drückt er die Empfindlichkeit herab. Andrerseits wächst seine optische Leistung mit seiner Größe und damit nimmt die Feinheit der Winkelmessung zu[1]). Gerade der letzte Punkt ist oft unterschätzt worden und hat dazu geführt, die Spiegel kleiner als zweckmäßig zu wählen. Will man schon ein recht empfindliches Galvanometer bauen, so muß man alle Umstände, die darauf Einfluß haben, gleichmäßig berücksichtigen. Auf die Magnete und Spulen ist schon unendliche Mühe verwendet worden, den Spiegel hat man aber bisher fast[2]) immer lediglich als lästige Vermehrung des Trägheitsmomentes angesehen und die Stellen in der Literatur sind zahlreich, die den Rat enthalten, den Spiegel recht klein zu wählen. Demgegenüber soll im folgenden gezeigt werden, welche Spiegelgröße am zweckmäßigsten zu wählen ist.

Zunächst wird man bestrebt sein, den Spiegel recht dünn zu nehmen, da ja seine Dicke keinerlei Beitrag zu seiner optischen Leistung liefert. Je dünner der Spiegel wird, um so schwerer ist es ihn zu schleifen, um so weniger genau werden also seine Flächen ausfallen. Nun sind aber die Anforderungen an die Genauigkeit der Flächen ganz andere bei großen und bei kleinen Spiegeln. Für einen 2 mm großen Spiegel erreichen die Beugungsscheibchen schon bei 1 m Abstand eine solche Größe, daß die Millimeterskale anfängt merklich unklar zu werden, für einen 20 mm großen Spiegel tritt dasselbe erst bei 10 m Abstand ein. Daher dürfen bei dem ersteren Spiegel auch die aus der mangelhaften Gestalt der Flächen folgenden Fehler ohne Schaden 10 mal so groß sein, wie bei dem größeren Spiegel; durch diesen Umstand ist man genötigt, für größere Spiegel ganz wesentlich dickeres Glas zu nehmen als für kleine. Ja es ist gar nicht einmal nötig, die kleinsten Spiegel überhaupt zu schleifen, man kann sie mit bestem Erfolg aus mikroskopischem Deckglas aussuchen. Ich besitze eine große Anzahl Deckglasspiegel bis zu 6 mm Durchmesser, die nicht merklich hinter dem theoretischen Auflösungsvermögen zurückbleiben, obgleich man mit Interferenzmethoden beträchtliche Mängel ihrer Flächen feststellen kann. Die Durchprüfung einer großen Anzahl von Spiegeln hat mir gezeigt, daß jedenfalls zwischen 1 und 25 mm Durchmesser durchweg Spiegel beschafft werden können, deren Dicke nur ein Fünfzigstel des Durchmessers beträgt und die das theoretische Auflösungsvermögen haben. Dabei sind die kleinsten Spiegel aus Deckglas, die größeren aus geschliffenen Plättchen auszusuchen und in solchen Fassungen zu benutzen, die keinerlei Verbiegung herbeiführen. Wenn sich auch nachher zeigen wird, daß man im allgemeinen ohne erheblichen Schaden viel dickere Spiegel verwenden darf, so soll diese Feststellung doch als Begründung dafür dienen, wenn wir in der folgenden Rechnung für alle Spiegel die Dicke $= {}^1/_{50}$ des Durchmessers setzen.

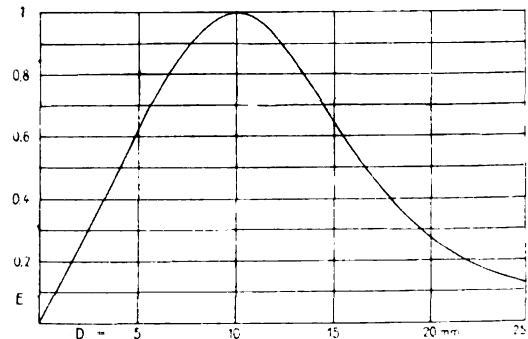


Fig. 1.

Um die beste Spiegelgröße zu ermitteln, verfügen wir zunächst über die Dicke der runden Spiegel im eben angegebenen Sinne. Dann wird das Trägheitsmoment des Spiegels bis auf einen Proportionalitätsfaktor c der fünften Potenz des Spiegeldurchmessers gleich, während seine optische Leistung dem Durchmesser D proportional ist. Bezeichnet ferner K das Trägheitsmoment, welches das bewegliche System ohne den Spiegel hat und soll immer die gleiche Schwingungsdauer bestehen, so hat man einen Faden zu verwenden, dessen Direktionskraft $K + cD^5$ proportional ist. Die Empfindlichkeit wird dann proportional

$$\frac{D}{K + cD^5}.$$

Dieser Ausdruck wird ein Maximum, wenn

$$cD^5 = {}^1/_4 K$$

ist. Mit anderen Worten, der Spiegel soll den fünften Teil des gesamten Trägheitsmomentes ausmachen, wenn man ein möglichst empfindliches Instrument bauen will. Ich habe diese Beziehung nirgends abgeleitet gefunden, es sei nur bemerkt,

1) Diese Zeitschr. 12, 30, 1911.

2) Nur bei W. Einthoven, Ann. d. Phys. (4), 12, 1059—1071, 1903, finde ich eine gerechtere Beurteilung des Spiegels.

daß bei den Galvanometern von Paschen[1]) und Du Bois und Rubens[2]) die Spiegel tatsächlich, soweit sich das aus den Angaben nachrechnen läßt, die günstigste Größe haben. Im ersten Falle wurde nach Angabe des Autors diese Spiegelgröße ausprobiert.

Für die praktische Anwendung ist es nicht ohne Bedeutung zu wissen, ob die abgeleitete Beziehung ein scharfes oder nur ein flaches Maximum der Empfindlichkeit zur Folge hat. Bei Verwendung leichten Glases hat ein Spiegel von 10 mm Durchmesser und 0,2 mm Dicke ein Trägheitsmoment von 0,0025 cm^2g. Er paßt also als bester zu einem System mit dem Trägheitsmoment 0,01 cm^2g. So ausgerüstet und bei dem größten Spiegelabstand, der noch eine Ablesung ermöglicht, benutzt, hat das System eine Empfindlichkeit, die für die nachfolgende Vergleichung als Einheit diene. Nun werde dasselbe System der Reihe nach mit Spiegeln von 0 bis 25 mm Durchmesser verwendet und der Aufhängefaden stets so gewählt, daß die Schwingungsdauer ungeändert bleibt. Auch jetzt findet die Beobachtung stets aus möglichst großem Abstande statt. Die leicht zu berechnenden Empfindlichkeiten, die sich dann ergeben, sind in Fig. 1 eingetragen und durch eine Kurve verbunden. Wie man sieht, bedeuten 20 Proz. Abweichung vom besten Spiegeldurchmesser 9 bis 10 Proz. Einbuße an der Empfindlichkeit.

Den Berechnungen war eine Spiegeldicke zugrunde gelegt, die den fünfzigsten Teil des Spiegeldurchmessers ausmacht. Im allgemeinen wird die Dicke des gerade verfügbaren Spiegels mehr oder weniger von diesem Wert abweichen. Es hat deshalb einigen Wert, den Einfluß dieser Abweichung auf die Empfindlichkeit kennen zu lernen. Zu dem Zweck vergleichen wir Spiegel desselben Trägheitsmomentes, die verschiedene Dicke haben. Die Empfindlichkeit ist ihrem Durchmesser proportional, der in Fig. 2 über dem Dickenverhältnis aufgetragen ist. Die Figur lehrt, daß man bei Verdoppelung der angenommenen Spiegeldicke nur 13 Proz. der Empfindlichkeit einbüßt. Im Verhältnis zu

1) Zeitschr. f. Instrk. **13**, 13—17, 1893.
2) Zeitschr. f. Instrk. **20**, 65—78, 1900.

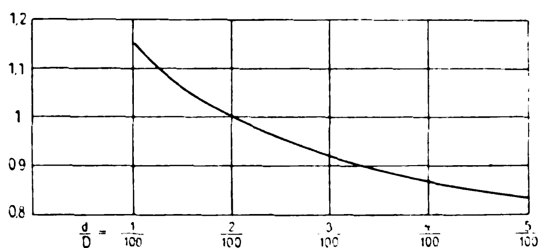


Fig. 2.

den ganz bedeutend verbesserten Bedingungen für die Herstellung der Spiegel ist das so wenig, daß im allgemeinen diese etwas dickeren Spiegel den Vorzug verdienen, denn sie sind nicht nur billiger, sondern auch gegen Verbiegen und Zerbrechen bedeutend besser geschützt. Weit wichtiger als die ängstliche Einhaltung einer sehr geringen Spiegeldicke ist jedenfalls die Rücksicht auf recht geringes Trägheitsmoment der Spiegelfassung. Bei älteren Instrumenten besonders findet man nicht selten Metallreifen, in die der Spiegel eingesetzt wird. Abgesehen davon, daß man bei solcher Fassung das Verbiegen des Spiegels kaum vermeiden kann, wird ein recht vermeidbares ziemlich großes Trägheitsmoment dadurch eingeführt. Bei anderen Instrumenten liegt der Spiegel beträchtlich vor der Achse, wodurch sein Trägheitsmoment um die Fadenrichtung sehr vergrößert wird.

Handelt es sich um Spiegelinstrumente für objektive Spiegelablesung, so ist die Empfindlichkeit dadurch vom Spiegeldurchmesser abhängig, daß der längere Lichtzeiger nur bei entsprechend größerer Lichtmenge eine hinreichend helle Marke gibt. Da die Helligkeit mit dem Quadrat des Abstandes abnimmt, die verwendete Lichtmenge aber mit der Größe der Spiegelfläche wächst, steigert sich auch in diesem Falle die Empfindlichkeit dem Spiegeldurchmesser proportional, so daß die Rechnung unverändert bleibt. Die abgeleitete Regel wird gerade für Demonstrationsinstrumente im allgemeinen zu größeren Spiegeln führen als bisher üblich waren.

(Eingegangen 19. Dezember 1910.)

BESPRECHUNGEN.

L. Cerebotani, Qui-Quo-Libet (Fernschreibmaschine). 8. 26 S. mit einer Figurentafel. München, Th. Ackermann. 1909. M. 1.30

Das Buch enthält eine Beschreibung des vom Verf. konstruierten Apparats, welcher, neben Telephonapparate geschaltet, unter Benutzung derselben Leitung neben dem mündlichen auch einen schriftlichen Verkehr ermöglicht. Die Bedienung des Apparats geschieht wie bei den „Börsendruckern" durch Niederdrücken von Tasten, ähnlich denen einer Schreib-

maschine, wodurch auf der Empfangsstation die betreffenden Buchstaben auf einen Papierstreifen geschlagen werden. M. Reich.

L. Cerebotani, Neues Zentralbatteriesystem nebst Gesprächzähler. 8. 32 S. mit einer Figurentafel. München, Th. Ackermann. 1909. M. 1.30

Verf. beschreibt einige seiner Erfindungen, welche sich auf Vereinfachungen der Schaltungen in Telephonzentralen beziehen. M. Reich.

P. Thomas, 16 Lektionen zur Einführung in die Pflanzenphysiologie für Volks- und höhere Schulen. 74 S. Annaberg i. Erzg., Grasers Verlag (Richard Liesche). 1908. M. 1.60

Die 16 Lektionen sind, wie im Vorwort ausgeführt wird, „herausgewachsen aus einer Reihe wissenschaftlicher Vorträge mit Experimenten", die der Verf. zu Annaberg im Bezirkslehrerverein gehalten hat. „Die Lektionen lehnen sich in ihren Grundzügen an Vorlesungen Prof. Detmers in Jena an. Die Abbildungen sind zum größten Teil aus den Werken von Detmer und Claußen übernommen." Jede Lektion besteht aus Erläuterungen und Fragen der Lehrer und Antworten der Schüler. Am Schluß einer jeden Lektion erfolgt eine Zusammenstellung und zur „Konzentration" für die Volksschüler (!) Aufsatzthemata, von denen einige herausgegriffen seien: „Die Desinfektion unserer Wohnung nach der schweren Erkrankung der Schwester"; „Der kleine Pflanzendoktor"; „Fertige einen Krankheitsbericht (Bulletin) über die Pfleglinge im Schulzimmer an". Die einzelnen Versuche sind nicht einzeln übersichtlich beschrieben (wie z. B. bei Claußen), sondern in die jeweiligen Erklärungen des Lehrers eingeflochten. Wer sich daher nicht genau an den Gedankengang des Verfassers halten will, wird das Buch wohl kaum gebrauchen können. Unangenehm berührt dabei auch der schwülstige, schulmeisterhafte Ton der Anweisungen. Stofflich behandelt der Verf. sein Gebiet im wesentlichen erschöpfend; wo er auf andere Gebiete übergreift, sind Ungenauigkeiten vorhanden. Die „überschauende Lektion" über Mineralogie ist ganz oberflächlich; die Stoffe sind scheinbar ohne jeden inneren Zusammenhang ausgewählt. Eine wertvolle Bereicherung unserer Literatur kann Referent in der vorliegenden Schrift nicht erblicken. R. Lucas.

B. Peter, Die Planeten. (Band 240 der Sammlung „Aus Natur und Geisteswelt".) 131 S. mit 18 Figuren im Text. Leipzig, B. G. Teubner. 1909. Geb. M. 1.25

Der bekannte Leipziger Astronom behandelt hier die einzelnen Körper unseres Planetensystems, ihre Bahn, ihre Erscheinung für das unbewaffnete und das bewaffnete Auge, ihre physikalischen Eigenschaften, ferner die sie begleitenden Trabanten. Die klar geschriebene Schrift kann in jeder Beziehung bestens empfohlen werden. R. Lucas.

J. Scheiner, Der Bau des Weltalls. (Bd. 24 der Sammlung „Aus Natur und Geisteswelt".) 132 S. mit 26 Figuren im Text und auf 2 Tafeln. 3. verbesserte Auflage. Leipzig, B. G. Teubner. 1909. M. 1.—, geb. M. 1.25

Der als Forscher wie als populär wissenschaftlicher Schriftsteller in gleicher Weise rühmlichst bekannte Verfasser entwirft in der vorliegenden Schrift ein anschauliches Bild von dem inneren und äußeren Bau des Weltalls. Das Werk wird sicher manchem die Anregung geben, sich mit Hilfe einer der bekannten populären Astronomien mit der allgemeinen Himmelskunde vertrauter zu machen.

Die Annahme des Verfassers (S. 46), daß in den extrem hohen Temperaturen der Fixsterne alle Verbindungen in ihre Elemente zerfallen sind, ist wohl nicht gerechtfertigt; nach dem bekannten Le Chatelierschen Prinzip werden vielmehr dort in jenen unbekannten Welten gerade diejenigen Verbindungen sich gebildet haben und beständig sein, welche unter Wärmentwicklung entstehen. R. Lucas

Michael Faraday, Naturgeschichte einer Kerze. Sechs Vorlesungen für die Jugend, mit einem Lebensabriß Faradays, herausgegeben von Dr. Richard Meyer. V. Auflage. 8. VIII u. 172 S. nebst einem Bildnis Faradays und 35 Abbildungen. Leipzig, Quelle & Meyer. 1909. Gebunden M. 2.50

Eine neue Auflage des bekannten so reizvollen Buches von Faraday, gegenüber der früheren nur durch einige kleine Zusätze in dem vorausgeschickten Lebensabriß ergänzt, durch welche die neuesten Fortschritte der Elektrotechnik und der Elektrochemie angedeutet sind.

Einer weiteren Empfehlung bedarf das bekannte Buch nicht, in dem der Verfasser an dem Lebensgange einer Kerze eine Menge naturwissenschaftlicher Kenntnisse in anregender einfachster Form den jugendlichen Lesern übermittelt. F. Krüger.

C. Doelter, Das Radium und die Farben. Einwirkung des Radiums und ultravioletter Strahlen auf organische und anorganische Stoffe sowie auf Mineralien. 8. VIII u. 133 S. Dresden, Th. Steinkopff. 1910. M. 4.—, gebunden M. 5.—

Doelters neuestes Buch enthält eine dankenswerte und anregende Zusammenstellung der Farbenänderungen, welche durch Radium-, Kathoden-, Röntgen- und ultraviolette Strahlen in organischen und anorganischen Körpern bewirkt werden, wobei auch der Erregung von Lumineszenz (z. T. polarisiert) an Diamant, Kalzit, Aragonit, Kunzit u. a. gedacht wird.

Die Wirkungen der Radiumstrahlen sind meist intensiver und dauernder als diejenigen der anderen. Es werden zahlreiche, zum großen Teil vom Verf. selbst erzielte Farbenänderungen behandelt, wie z. B. an Schwefel, Quarz, Flußspat und vielen anderen Stoffen, speziell auch Edelsteinen sowie Gläsern, z. T. bei verschiedenen Temperaturen, z. T. bei vorheriger, z. T. bei nachheriger Temperaturänderung. Die Gläser, z. T. auch die Edelsteine, zeigen die Eigentümlichkeit, daß ihre Radiumfärbung durch Kathodenbestrahlung rückgängig gemacht wird. Die Färbungen des Steinsalzes werden besonders eingehend, hauptsächlich auch

auf nachherige Hitzewirkung in verschiedenen Gasen hin studiert, wobei erhebliche Unterschiede zwischen natürlicher und künstlicher Färbung hervortreten, so daß das Problem der natürlichen Blaufärbung von Steinsalz noch nicht als gelöst gelten darf.

Hinsichtlich der Ursache der Farbenänderungen werden z. T. nur physikalische, z. T. auch chemische Vorgänge anzunehmen sein, letzteres besonders da, wo das umgebende gasförmige Medium je nach seiner chemischen Natur die Färbung bzw. Entfärbung modifiziert. Betreffs der rein physikalischen Vorgänge darf wohl die Umwandlung verschiedener polymorpher Modifikationen, die Fällung kolloidaler Lösungen, die Überführung molekular-disperser Lösungen in kolloidale und amorpher Stoffe in kristalline durch Bestrahlung herangezogen werden. Meist dürfte es sich um katalytische Beschleunigung spontaner Prozesse, seltener um solche Vorgänge handeln, welche umgekehrt von Vermehrung der freien Energie begleitet sind und proportional der zugeführten Energie fortschreiten.

Johnsen.

G. Jäger, Theoretische Physik I. Mechanik und Akustik. (Sammlung Göschen Nr. 76.) 4. verbesserte Auflage. 165 S. mit 24 Figuren. Leipzig, G. J. Göschen. 1909. M. 0.80

— Theoretische Physik II. Licht und Wärme. (Sammlung Göschen Nr. 77.) 4. Auflage. 151 S. mit 47 Figuren. Leipzig, G. J. Göschen. 1909. M. 0.80

Die vorige Auflage dieser beiden, sich bekanntlich allgemeiner Beliebtheit erfreuenden — und in ihrer Art auch wirklich ausgezeichneten — Bändchen sind von Herrn Max Iklé bereits in dieser Zeitschr. **6**, 431, 1905 und **7**, 71, 1906 besprochen worden. — Hier wäre nur zu erwähnen, daß man neuerdings in Band I das Kapitel über Elastizitätstheorie findet, das bisher in Band IV (1908) am Schlusse angegliedert war. Band II zeigt, abgesehen von einem am Ende gegebenen Literaturverzeichnis, keine Erweiterungen.

H. Hörig.

F. Linke, Das Werden im Weltall. Eine moderne Weltentwicklungslehre. 77 S. Leipzig, Th. Thomas. 1910. M. 1.—, geb. M. 1.60, für Mitglieder der Deutschen Naturwissenschaftlichen Gesellschaft M. —.75, geb. M. 1.20

Die im Mai 1909 gegründete „Deutsche naturwissenschaftliche Gesellschaft" verfolgt den Zweck, „alle naturwissenschaftlichen Bestrebungen zu fördern und die Errungenschaften der Naturwissenschaften in gemeinverständlicher Weise in die weitesten Kreise zu tragen". Die vorliegende, von der genannten Gesellschaft herausgegebene Schrift behandelt im wesentlichen Anschauungen, die von Arrhenius in zwei großen Werken, „Das Werden der Welten" und „Die Vorstellung vom Weltgebäude im Wandel der Zeiten", ausführlich entwickelt worden sind. Der Verf. hat es vortrefflich verstanden, dem Leser wenigstens einen Begriff von dem Arrheniusschen Weltbild zu verschaffen.

R. Lucas.

E. Mangold, Unsere Sinnesorgane und ihre Funktion. (Bd. 26 von „Wissenschaft und Bildung".) 8. 147 S. mit 40 Abbild. Leipzig, Quelle & Meyer. 1909. M. 1.—, geb. M. 1.25

Wer sich über die anatomischen und physiologischen Verhältnisse der Sinnesorgane am Menschen in einer dem modernen Standpunkt durchaus entsprechenden Weise unterrichten will — und welcher Physiker hätte dazu nicht Veranlassung —, dem kann die Mangoldsche Schrift dringend empfohlen werden. Bei Verzicht auf gelehrte Nomenklatur ist die Darstellung klar und durchaus wissenschaftlich. Die Abbildungen sind zum Teil ein wenig primitiv, erfüllen indessen ihren Zweck in genügender Weise. Dem Ohr und Auge ist naturgemäß der größte Teil der Besprechung gewidmet, doch werden neben Geruchs- und Geschmackssinn die Hautsinnesorgane sowie Gleichgewichtssinn, Bewegungs- und Lagenempfindungen genügend besprochen.

Behrendsen.

Paul Spies, Physikalische Entwicklungsmöglichkeiten. Festrede, gehalten am 27. Januar 1909 in der Königlichen Akademie zu Posen. Sonderabdruck aus dem 21. Jahrgang der illustrierten naturwissenschaftlichen Monatsschrift „Himmel und Erde". gr. 8. 16 S. Leipzig, B. G. Teubner. 1909. Preis geh. M. 0.50

Eine Kaisers-Geburtstagsrede, auf die wegen der Schwierigkeit der auszugsweisen Wiedergabe ein Hinweis wohl genügen wird.

C. Fritsch.

E. Hoppe, Freiwillige Schülerübungen in Physik im humanistischen Gymnasium. gr. 8. 36 S. Leipzig, Quelle & Meyer. 1909. M. 0.80

Die kleine Schrift schildert die Art und Weise des Verfassers, der am Wilhelmgymnasium in Hamburg ohne besondere Mittel, lediglich mit dem Unterrichtsapparat, physikalische Schülerübungen abgehalten hat, wohl um die Meinung zu zerstören, als seien für das Schülerpraktikum besonders große Mittel unentbehrlich. Daß er diese Übungen bei 15 Teilnehmern unter solchen Umständen ermöglichte, ist sicherlich zu bewundern, zumal von einem Arbeiten „in der Front" dabei natürlich nicht die Rede sein konnte. In der etwa ein Viertel der kleinen Arbeit einnehmenden Einleitung sucht der Verfasser sich vor dem Vorwurf zu bewahren, daß er durch seine schönen Bestrebungen der klassischen Bildung irgend entgegen arbeite.

Behrendsen.

Jahrbuch der Naturwissenschaften. Herausgegeben von J. Plaßmann. 24. Band. 1908 bis 1909. Lex. 8. XII u. 461 S. mit 27 Abbild. u. 1 Bildnis. Freiburg, Herdersche Verlagsbuchhandlung. 1909. Gebunden M. 7.50

Das schon früher in dieser Zeitschrift besprochene Jahrbuch ist nach dem 1908 erfolgten Tod seines Begründers, des Prof. M. Wildermann, in andere Hände übergegangen. Es soll gleich vorausgeschickt werden, daß dadurch der Charakter und der Wert des Jahrbuchs sich nicht geändert hat. Dasselbe ist dazu bestimmt, den gebildeten Laien über die wichtigsten Fortschritte der Physik, Chemie, Astronomie, der be-

schreibenden Naturwissenschaften, der Heilkunde, der Technik, Landwirtschaft und verwandter Gebiete zu unterrichten.

Jeder der soeben erwähnten Abschnitte enthält eine Zahl gut geschriebener, nicht allzu ausgedehnter Referate von der Hand eines Fachmanns und orientiert über die wesentlichsten Errungenschaften des Jahres, wobei neue Anschauungen sowie Entdeckungen in wissenschaftlich korrekter, aber wohlverständlicher Form geboten werden. Behrendsen.

Jahrbuch der Naturwissenschaften. Herausgegeben von J. Plaßmann. 25. Band. 1909 bis 1910. Lex. 8. XII u. 452 S. mit 32 Abbild. Freiburg, Herdersche Verlagsbuchhandlung. 1910. Gebunden M. 7.50

Auch der vorliegende 25. Jahrgang steht auf der Höhe der früheren Bände und ist wohl dazu angetan, den naturwissenschaftlich interessierten Laien über die wesentlichsten Fortschritte in den verschiedensten Zweigen der Naturwissenschaften zu unterrichten. Fließt doch ein jeder Abschnitt aus der Feder eines speziellen Fachmannes.

So berichtet Prof. Konen im physikalischen Teile in klarer und treffender Darstellung über die modernsten Anschauungen und Forschungsresultate auf dem Gebiete der Strahlungen, über die durch das Relativitätsprinzip geschaffene Auffassung des Massenbegriffes. Aus der Spektralanalyse wird unter andern des Ritzschen Kombinationsprinzips Erwähnung getan, in der Magnetooptik die von Becquerel entdeckten Änderungen an Absorptionslinien bei tiefen Temperaturen, wobei auch die Elektronentheorie gestreift sowie eine Übersicht über die Bestimmungen von $\frac{e}{m}$ gegeben wird. Auch der Elektrizitätsleitung in Metallen und Gasen wird Rechnung getragen und namentlich über die Untersuchungen hinsichtlich der Natur (Polarisation und Beugung) der Röntgenstrahlen berichtet. Das Gebiet der Radioaktivität wird in dem 41 Seiten umfassenden physikalischen Teile nur gestreift und einiges über die Natur der α-Strahlen gebracht. Behrendsen.

J. Stark, Prinzipien der Atomdynamik. I. Teil: Die elektrischen Quanten. 8. VIII u. 124 S. Leipzig, S. Hirzel. 1910. M. 3.20, gebunden M. 4.—

Der vorliegende erste Teil soll zwei weiteren über „Die elementare Strahlung" und „Die Elektrizität im chemischen Atom" zur Grundlage dienen. Der Inhalt zerfällt in die Abschnitte: „Prinzipielle Methoden der physikalischen Erkenntnis", „Atomistische Struktur der elektrischen Ladung und der elektromagnetischen Medien", „Die Masse der freien elektrischen Quanten" und „Energie und Struktur des stationären elektromagnetischen Feldes". —

Den Schwerpunkt darf man in der Darlegung der Grenzen einer „Mediumdynamik" und in dem Nachweis der logischen Notwendigkeit einer „Atomdynamik" erblicken. Zweck der Arbeit ist nicht die Referierung der diesbezüglichen Literatur, sondern die Diskussion der prinzipiellen Fragen, es liegt dem Autor daran, Vorstellungen zu gewinnen, die als Leitfaden für die weitere Forschung sich voraussichtlich als brauchbar erweisen werden. Im letzten Kapitel ist allerdings sehr viel Hypothetisches enthalten — hingewiesen sei z. B. auf das „Außenvolumen" eines elektrisch neutralen Körpers und das Problem der Gravitation —, doch hat der Autor es verstanden, diese Hypothesen immer gut zu präzisieren, so daß ihr anregender Wert klar hervortritt. H. Hörig.

Hermann Minkowski, Zwei Abhandlungen über die Grundgleichungen der Elektrodynamik. Mit einem Einführungswort von Otto Blumenthal. (Fortschritte der mathematischen Wissenschaften in Monographien, herausgegeben von Otto Blumenthal, Heft 1.) 8. 82 S. Leipzig, B. G. Teubner. 1910. Geh. M. 2.40

In diesem Hefte ist erstens Minkowskis große fundamentale Arbeit, „Die Grundgleichungen für elektromagnetische Vorgänge in bewegten Körpern", abgedruckt, die in den Nachrichten der Kgl. Ges. d. Wiss. zu Göttingen, Math.-phys. Kl., Sitzung vom 21. Dezember 1907, erschienen war, und zweitens enthält es eine aus dem Nachlaß Minkowskis von Max Born bearbeitete Abhandlung, „Eine Ableitung der Grundgleichungen für elektromagnetische Vorgänge in bewegten Körpern vom Standpunkte der Elektronentheorie". Kurz vor seinem Tode hat Minkowski mit Herrn Born, der unabhängig von ihm dieselben Gedankengänge verfolgt hatte, über diesen Gegenstand gesprochen, und es ist dann Herrn Born gelungen, aus dem nachgelassenen Manuskript zu konstatieren, daß seine hier publizierte Arbeit tatsächlich die Ideen Minkowskis getroffen hat. — H. Hörig.

Personalien.

(Die Herausgeber bitten die Herren Fachgenossen, der Redaktion von eintretenden Änderungen möglichst bald Mitteilung zu machen.)

Ernannt: Frau Mag. Margarete Bose zum ord. Professor der Chemie an der Nationaluniversität La Plata, die Privatdozenten für Physik an der Universität Wien Dr. Egon Ritter von Schweidler und Dr. Stefan Meyer zu etatsmäßigen außerordentlichen Professoren daselbst.

Verliehen: Dem ord. Professor der Mathematik an der Technischen Hochschule Lemberg Dr. Placyd Dziwinski und dem ord. Professor der Elektrotechnik an der deutschen Technischen Hochschule Prag Dr. Johann Puluj der Titel k. k. Hofrat, dem Privatdozenten für Elektrische Bahnen an der Böhmischen Technischen Hochschule Prag Dr. Ludvik Simek und dem Privatdozenten für Physik an der Technischen Hochschule Aachen Dr. Edgar Meyer der Titel Professor, dem ord. Professor der Mathematik an der Universität Königsberg Dr. Franz Meyer der Titel Geh. Regierungsrat, dem Fabrikbesitzer Ernst Leitz sen. von der Fabrik optischer Apparate in Wetzlar Ernst Leitz das Ehrendoktorat der philosophischen Fakultät der Universität Marburg.

Berufung: Der ord. Professor der Chemie an der Universität Breslau Geh. Regierungsrat Dr. Eduard Buchner hat einen Ruf in gleicher Eigenschaft an die Universität Würzburg angenommen.

Gestorben: Der ord. Professor der Elektrochemie an der Technischen Hochschule Berlin Geh. Regierungsrat Dr. Georg v. Knorre.

Für die Redaktion verantwortlich Professor Dr. Friedrich Krüger in Danzig-Langfuhr. — Verlag von S. Hirzel in Leipzig.
Druck von August Pries in Leipzig.

PHYSIKALISCHE ZEITSCHRIFT

No. 3. 1. Februar 1911. 12. Jahrgang.

Redaktionsschluß für No. 4 am 4. Februar 1911.

INHALT:

ORIGINALMITTEILUNGEN.

Über die Überführung des Resonanzspektrums der Jodfluoreszenz in ein Bandenspektrum durch Zumischung von Helium.

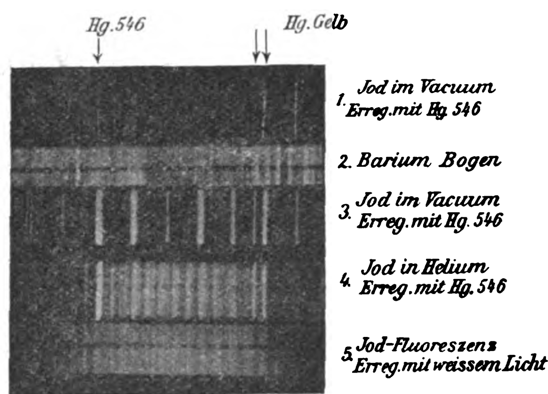
Von R. W. Wood und J. Franck[1]).

Vor kurzem hat Wood[2]) gezeigt, daß das Bandenspektrum der Fluoreszenz von Joddampf, das man erhält, wenn man die Fluoreszenz mit weißem Licht anregt, sich in einzelne Serien auflöst bei Bestrahlung mit monochromatischem Licht. Die Linien einer Serie sind sehr scharf und durch weite Zwischenräume voneinander getrennt. Bestrahlt man mit einer Quarzquecksilberlampe, wobei nur die grüne Quecksilberlinie für die Erregung der Fluoreszenz in Frage kommt, so erhalten wir eine Serie von 15 Linien, jede von der anderen ungefähr 70 Ångströmeinheiten entfernt und von ganz verschiedener Intensität. Die einzelnen Banden des bei Erregung mit weißem Licht auftretenden kannelierten Spektrums bestehen aus einer Unzahl feiner Linien und es scheint aus jeder Bande eine Linie dem Resonanzspektrum für monochromatisches Licht zuzugehören.

Wie wir[3]) gezeigt haben, ist die Schwächung der Intensität der Joddampffluoreszenz durch Zufügung von Helium viel kleiner als in anderen Gasen. Selbst bei 80 mm Druck ist die Fluoreszenz noch sichtbar, aber schwach und vollkommen rot im Gegensatz zu der ohne Helium beobachteten grünen Fluoreszenz. Andererseits ist in Chlor von 4 bis 5 mm schon jede sichtbare Fluoreszenz erloschen. Fügt man zum Joddampf 2 mm *Hg*-Druck Helium, so sieht die Fluoreszenz fast unverändert aus, sowohl der Intensität wie der Farbe nach, ob wir nun die Fluoreszenz mit weißem oder monochromatischem Licht erregen. Trotzdem zeigt das Spektroskop eine sehr merkliche Änderung des auftretenden Spektrums. Denn wenn wir mit der grünen Quecksilberlinie die Fluoreszenz anregen, so erhalten wir zwar noch die dieser Erregungsart entsprechenden Resonanzlinien, wenn auch stark geschwächt, neben ihnen aber tritt, hervorgerufen durch die Gegenwart des Heliums, ein vollkommenes Bandenspektrum auf, wie es der Erregung mit weißem Licht entspräche. Erhöht man den Druck des beigefügten Heliums auf 10 mm Druck *Hg*, so sind vom ursprünglichen Resonanzspektrum nur noch Spuren zu sehen und das Fluoreszenzspektrum ist jetzt mit dem durch weißes Licht angeregten praktisch identisch.

Im Chlor, das, wie wir gezeigt haben, durch seinen elektronegativen Charakter die Fluoreszenzintensität stark herabsetzt, haben

1) Abdruck aus den Verh. d. Deutsch. Phys. Ges. **13**, 84–87, 1911.
2) R. W. Wood, diese Zeitschr. **11**, 1195, 1910.
3) Berichte der Deutsch. Phys. Ges. **13**, 78–83, 1911.



wir von einem solchen Effekt keine Andeutung erhalten, d. h. die Abnahme der Intensität des Resonanzspektrums ist nicht begleitet von dem Auftreten des Bandenspektrums.

Es seien hier einige Photographien, die mit einem Hilgerspektrographen erhalten sind, abgedruckt.

Das erste Bild zeigt einen Teil des Resonanzspektrums, das man im Joddampf durch Bestrahlung mit der *Hg*-Linie erhält, direkt darunter ist als Vergleichsspektrum dasjenige von Barium abgedruckt. Die mit 3 bezeichnete Photographie stellt noch einmal das Resonanzspektrum dar, ist jedoch mit weiterem Spalt und einer im Grün-Gelben empfindlichen Plattensorte aufgenommen. Wir finden hier merkwürdigerweise eine verhältnismäßig deutliche Linie mehr als auf der ersten Platte. Möglicherweise hat jedoch diese für Rot sensibilisierte Platte gerade für die fragliche Wellenlänge ihr Minimum der Empfindlichkeit. Platte 4 zeigt den Effekt der Anwesenheit von 2 mm *He*. Das Bandenspektrum tritt deutlich hervor neben den alten Resonanzlinien. Unter dieser Platte ist zum Vergleich das Spektrum abgedruckt, das weißes Licht in unvermischtem Joddampf ergibt.

Die Dauer der Exposition für die letzte Platte war 1 Stunde, die für die anderen mit der Quecksilberlampe erhaltenen Spektra ungefähr 18 Stunden. Man sieht eine etwas verschiedene Intensitätsverteilung im Bandenspektrum, das durch die grüne *Hg*-Linie in Gegenwart von Helium angeregt wird, als im durch weißes Licht in reinem Joddampf hervorgerufenen, selbst wenn man von den Resonanzlinien absieht. — Wahrscheinlich wird man bei Untersuchung der von Wood gefundenen Resonanzspektren im *Na*-Dampf einen ähnlichen Effekt erhalten.

Wollen wir uns ein Bild von diesem Einfluß der Zusammenstöße der Heliumteilchen auf die das Resonanzspektrum emittierenden Jodmoleküle machen, so können wir dies Verhalten ungefähr folgendermaßen wiedergeben. Denken wir uns jede „Resonanzserie" des Spektrums durch ein bestimmtes Elektronsystem ausgesandt, das auf eine bestimmte, die erregende Wellenlänge resoniert. Mit monochromatischem Licht erhalten wir dann eine Serie; mit weißem Licht das aus der Summe aller Serien hervorgehende Bandenspektrum. Alle Elektronensysteme emittieren also, ohne sich zu stören, die ihnen zugehörige Serie, wenn sie durch die entsprechende Wellenlänge erregt werden. Denken wir uns nun bei einem Zusammenstoß mit einem Heliumatom den Bau des Jodmoleküls so erschüttert, daß die Elektronensysteme nicht mehr unabhängig voneinander bleiben, so werden, wenn ein System von außen durch eine gegebene Wellenlänge angeregt wird, alle Systeme gezwungen sein, ihre Schwingungen auszusenden, d. h. wir erhalten bei einer erregenden Linie die Summe aller Serienspektra, und das ist das Bandenspektrum. Dabei wird natürlich Energie von dem primär erregten Elektronensystem auf die anderen Systeme übertragen. Elektronegative Gase müßten natürlich eine gleiche Störung hervorrufen, aber dank ihrer auf die Elektronen ausgeübten Kräfte hindern sie überhaupt alle Schwingungen von Elektronen, die sich in ihrer Einflußsphäre befinden; die Jodmoleküle, die mit ihnen gerade einen Zusammenstoß erleiden, emittieren also überhaupt nicht.

Wir möchten noch einmal hervorheben, daß nicht etwa der Zusammenstoß mit einem Heliumatom die emittierten Schwingungen hervorruft, denn dann müßte ein Gemisch von Jod und Helium dauernd Energie emittieren, sondern der Zusammenstoß bringt das Jodmolekül nur in einen solchen Zustand, daß Energie von einem schwingenden Elektronensystem auf ein anderes übertragen wird. Die Helligkeit des ursprünglich von den 15 Resonanzlinien emittierten Lichtes verteilt sich jetzt auf die unzähligen Linien des Bandenspektrums. Davon muß man natürlich abziehen, was bei diesem Vorgange in andere Energieformen (Wärme) überführt wird. Diese Tatsache ergibt auch eine Erklärung der von uns früher beschriebenen Umfärbung der Jodfluoreszenz von Grün zu Rot durch die Anwesenheit von Helium.

Die Fluoreszenz wird hauptsächlich erregt durch Licht von den Wellenlängen von 500, und oberhalb 560 $\mu\mu$ ist das Licht ganz unwirksam. Im Fluoreszenzlicht, das durch weißes Licht erregt wird, ist also der Teil zwischen 500 und 560 durch direkte Resonanz hervorgerufen. Wir haben hier die von Wood sogenannten Resonanzlinien; der Teil von 560 bis ins Ultrarote ist das sog. Resonanzspektrum. Die direkte Resonanzstrahlung, also der grüne Teil, wird durch Helium geschwächt, indem

Energie auf den gelben und roten Teil, d. h. auf das „Resonanzspektrum“ übertragen wird. So kommt es, daß bei hohen Heliumdrucken die Jodfluoreszenz fast rot aussieht.

Die beschriebenen Erscheinungen kann man schon mit einem kleinen geradsichtigen Taschenspektroskop gut verfolgen. Man geht am besten dazu so vor, daß man eine 15 bis 20 cm weite Kugel zur Fluoreszenzuntersuchung verwendet. Vor dem Rohr steht mit der Längsseite eine Quecksilberlampe, deren Strahlen durch einen großen Projektionslampenkondensor im Rohr vereinigt werden. Man erhält dann einen tiefen Kegel von Fluoreszenzlicht, der von der Seite gesehen eine beträchtliche Intensität aufweist.

Berlin, Physikal. Institut der Universität, Dezember 1910. (Eingegangen 12. Januar 1911.)

Bemerkung über den Wert der Zerfallsperiode des *Act C*. (Note on the Half-period Value of *Act C*).

Von Alois F. Kovářik.

Durch Wahl der geeigneten Temperatur verflüchtigten Hahn und Meitner[1]) *Act C* und *Act A* von der Platte, die aktiven Niederschlag des Aktiniums enthielt. Das auf der Platte verbleibende *Act B* erzeugte *Act C*, und Hahn und Meitner beobachteten dessen Anwachsen auf einen Höchstwert und seinen darauffolgenden Abfall durch Messung der durch die β-Strahlen hervorgerufenen Ionisierung. Sie trennten auch das *Act B* mittels der Adsorptionsmethode ab und stellten ähnliche Beobachtungen an. Der Wert der Zerfallsperiode, den sie aus diesen Versuchen für *Act C* erhielten, ist 5,1 Minuten. Späterhin, als sie die Rückstoßmethode zur Trennung radioaktiver Produkte mit Hilfe eines elektrischen Feldes entdeckt hatten[2]), erhielten sie reines *Act C*, und sie fanden, daß der Wert der Zerfallsperiode mit ihren früheren Ergebnissen übereinstimmte.

Im Verlaufe einiger Versuche über *Act C*, das ich nach der Rückstoßmethode gewonnen hatte, bot sich mir Gelegenheit, die Periode des *Act C* sehr häufig zu messen. Bei diesen Versuchen wurde das *Act C* unter Verwendung von Feldern verschiedener Stärke und mit verschiedenem Plattenabstand gewonnen. Die Ionisierung wurde nach der Geschwindigkeitsmethode mit Hilfe eines gewöhnlichen β-Strahlen-Elektroskops gemessen. Das benutzte Material war sehr rein und hoch aktiv, so daß die Ablesungen in kurzen Zwischenräumen vorgenommen wurden, und diese wurden in passender Weise auf die mittlere Zeit der einzelnen Ablesung korrigiert, auf Grund der Kenntnis des angenäherten Wertes der Zerfallsperiode.

Die erhaltenen Werte für die Zerfallsperiode stimmten in allen Fällen sehr gut überein. Auf Grund von 150 Kurven trug ich die erhaltenen Werte auf, und das ergab eine Wahrscheinlichkeitskurve, deren Maximum zwischen 4,68 und 4,72 Minuten liegt. Dabei reichten ein paar Werte bis 4,60 Minuten hinab und ein paar bis 4,85 Minuten hinauf; während der Durchschnitt aus sämtlichen Ablesungen 4,71 Minuten betrug. Ich erhielt keine Werte, die bis 5 Minuten reichten. Angesichts der großen Anzahl der Beobachtungen und der Übereinstimmung der erhaltenen Werte untereinander glaube ich, daß der Wert 4,71 Minuten der richtige Wert für die Zerfallsperiode des *Act C* ist.

Manchester, Physikalisches Laboratorium der Victoria-Universität, 12. Januar 1911.

(Nach dem Manuskript aus dem Englischen übersetzt von Max Iklé.)

(Eingegangen 19. Januar 1911.)

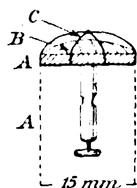
1) Hahn u. Meitner, diese Zeitschr. **9**, 649, 1908.
2) Hahn u. Meitner, Verh. D. Phys. Ges. **11**, 55, 1909.

Über den Ioniumkollektor.

Von K. Bergwitz.

F. Exners Vorschlag hat bekanntlich die Radioelektroden als Kollektoren für Potentialmessungen in der freien Atmosphäre eingeführt. Diese Radioelektroden sind Drähte oder Flächen, auf die eine radioaktive Substanz irgendwie aufgetragen ist. Vor den Flammen- und Wasserkollektoren, sowie vor den auf photoelektrischer Wirkung beruhenden haben sie Vorzüge, die auf der Hand liegen. Sie verlangen gar keine Wartung, sie sind nicht feuergefährlich, wirken bei Tag und Nacht, sind an keine bestimmten Temperaturen gebunden, ermüden nicht u. a. m. — Bis jetzt hat man Radium- und Poloniumkollektoren verwandt. Die ersteren haben allerdings einige besondere Nachteile. Es läßt sich bei ihnen der Referenzpunkt, d. h. die Stelle, deren Potential sie annehmen, nicht genau definieren. Die Luft wird nämlich außer durch die α-Strahlen in weiter Umgebung durch die β- und γ-Strahlen des Radiums ionisiert; der Kollektor ist also von einer dicken Schicht leitender Luft umgeben. Es kommt noch hinzu, daß das Radium auch die gewisse luftelektrische Messungen sehr störende Emanation abgibt. Will man diesen Übelstand heben, so schließt man das radioaktive Präparat in Röhren ein. Hierdurch hält man aber gerade die hauptsächlich ionisierenden α-Strahlen zurück, so daß die Wirkung eines solchen Radiokollektors nicht unbeträchtlich abnimmt. Bei den Poloniumkollektoren ist die Abnahme der Aktivität mit der Zeit (Halbwertszeit 143 Tage)

sehr störend. Bei dem immerhin hohen Preise des Poloniums macht eine Erneuerung des radioaktiven Beschlages also den Kollektor sehr kostspielig. Wie mir die Herren Elster und Geitel mitteilten, haben sie für Herrn Simpson, der als Meteorologe die Englische Südpolarexpedition begleitet, Kollektoren hergestellt, deren wirksamer Bestandteil Ionium ist, das von Herrn F. Giesel zur Verfügung gestellt war. In der Tat hat dieses Radioelement für die Konstruktion der Kollektoren große Vorzüge. Zunächst bleibt die Aktivität des Ioniums praktisch konstant (Halbwertszeit sicher > 3000 Jahre; die Angaben der Halbwertszeit des Ioniums schwanken von $25-10^4$ Jahre); sodann ist die Reichweite seiner α-Teilchen die kleinste, die existiert (2,8 cm), so daß die den Kollektor umgebende ionisierte Lufthülle von nur geringem Durchmesser ist. — Eine besondere Schwierigkeit bietet die Befestigung des Ioniums auf der Elektrode. Von dieser muß man verlangen, daß sie in Wind und Wetter das aktive Präparat festhält, ohne daß sie die Strahlung desselben in irgendeiner Weise beeinträchtigt. Diese Schwierigkeit wurde nach Herrn Geitels Vorschlag dadurch überwunden, daß Email als Kittungsmittel angewandt wurde. Nach manchen Mißerfolgen wurde die Befestigung des Ioniums auf das Email in folgender Weise ausgeführt: Auf einem einseitig angerauhten runden Kupferscheibchen wurde Emailpulver gehäuft und im Gebläse zu einem glasklaren Knopfe verschmolzen. Darauf wurde es in einen elektrischen Ofen gebracht, nachdem vorher das geglühte, fein gepulverte Ioniumpräparat darauf getragen war. Sowie das Email flüssig wurde, holte man die Scheibe heraus und ließ sie langsam erkalten. Durch Ausprobieren war festgestellt, daß bei einer Temperatur von 960° das Ionium gerade auf der Oberfläche eingebrannt war, ohne zu versinken. Die definitive Form der Kollektoren zeigt die Fig. 1.



A = Kupferplatte mit Klemme.
B = Email mit dem Ionium.
C = Platindrähte.

Fig. 1.

Die sechs feinen Platindrähte (C), die über das Email gespannt und unten an der Kupferscheibe verlötet sind, sollen die Leitung mit der Kollektorklemme verbessern.

Der Ioniumkollektor wurde nun in bekannter Weise im künstlichen Felde einer Probe unterworfen. Der Potentialverlauf innerhalb desselben wurde zunächst mit Hilfe eines Wassertropfkollektors untersucht und, wie die Fig. 2a zeigt, die Homogenität desselben als gut befunden (Fig. 2a und b). In derselben Figur

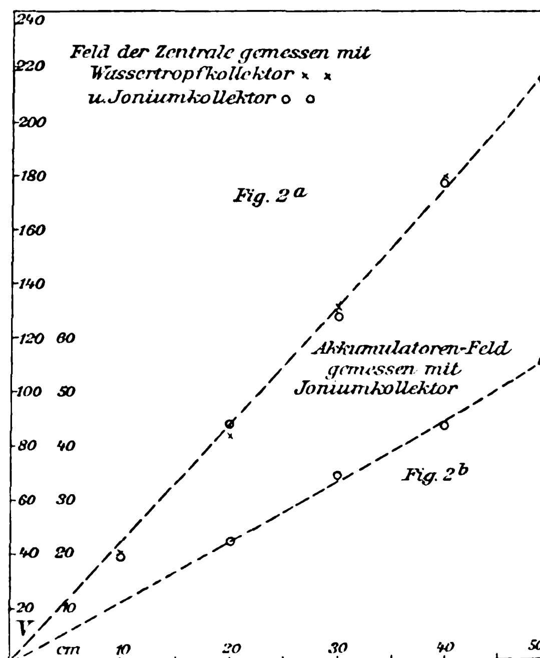


Fig. 2a u. b.

finden wir die Potentialwerte, die mit dem Ioniumkollektor am Fadenelektrometer nach Wulf für Felder von 220 V. und 60 V. erhalten wurden.

Sie liegen fast alle auf der das Potentialgefälle charakterisierenden Geraden. Der Referenzpunkt des Kollektors wurde in ca. 2,5 cm Entfernung von der Emailfläche festgestellt.

Um die Brauchbarkeit des Ioniumkollektors mit der des bekannten Wassertropfkollektors vergleichen zu können, gebe ich noch die folgende Tabelle mit dem Bemerken, daß die Aufladezeiten sich auf leicht bewegte Luft im Felde beziehen. Die Kapazitäten sind mit einem nach dem Prinzip von Harms konstruierten variabeln Zylinderkondensator gemessen worden.

Wassertropfkollektor.

Kapazität in cm	Aufladezeit auf 100 Volt in Sek.
43,0	5
100,3	13
208,4	25
291,0	35

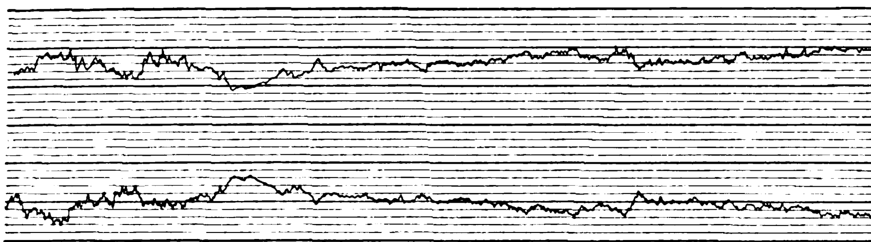


Fig. 3. Potentialgefälle zu Braunschweig reg. Nacht v. 14.—15. Jan. 11.

Ioniumkollektor.

Kapazität in cm	Aufladezeit auf 100 Volt in Sek.
17,9	5,5
75,0	23,0
183,0	53,0
266,0	73,0

Die Tabelle ergibt ja allerdings für die Aufladezeiten des Ioniumkollektors größere Werte als für den Tropfkollektor, aber sie sind immer noch kleiner als die bei Kollektoren anderer Art[1]).

Wie sich nun der Ioniumkollektor in Wind und Wetter halten wird, ist natürlich abzuwarten, da noch nicht genügend Versuche darüber vorliegen. Fig. 3 gibt uns den Verlauf des Potentialgefälles zu Braunschweig in der Nacht vom 14. zum 15. Januar 1911. Die Kurve ist aufgenommen mit Hilfe eines von der Firma Günther & Tegetmeyer im Zusammenhange mit dem Elektrometer von Wulf hergestellten Registrierapparates[2]).

Drei der beschriebenen Kollektoren, für die Herr Giesel das Material an Ionium kostenlos zur Verfügung gestellt, sind für die Deutsche Südpolarexpedition bestimmt.

1) A. Gockel, Die Luftelektrizität; H. Dember, Über lichtelektrische Sonden usw., Königl. Sächs. Ges. d. Wiss., Leipzig, LXII. Band, S. 218ff.

2) L'Électromètre bifilaire etc. par Th. Wulf. Louvain (Loewen) 1910.

Braunschweig, den 15. Januar 1911.

(Eingegangen 18. Januar 1911.)

Zur Diskussion über den starren Körper in der Relativitätstheorie.

Von M. Laue.

Seit die Dynamik des Massenpunktes durch Einstein und Planck dem Relativitätsprinzip angepaßt ist, haben eine Reihe von Autoren den weiteren Schritt versucht, die Dynamik des starren Körpers entsprechend umzuformen. Da sich die alten kinematischen Bedingungen der Starrheit nicht mit der Lorentz-Transformation vertragen, so kam es dabei zunächst darauf an, eine neue Definition dafür zu schaffen. Es ist das Verdienst von M. Born[1]) zuerst mit einer solchen hervorgetreten zu sein und damit das Problem aufgerollt zu haben. Nachdem Ehrenfest[2]), Herglotz[3]), Noether[4]) nachgewiesen haben, daß jene erste Definition nur 3 Freiheitsgrade für die Bewegung läßt, hat er noch eine zweite veröffentlicht, die deren 6 zugibt. Ferner macht im Anschluß an seine Kritik der Bornschen Definition Noether den Vorschlag, den starren Körper als ein Gebilde mit neun kinematischen Freiheitsgraden zu definieren. Und dieser Gedanke liegt bei der Minkowskischen Weltdarstellung auch besonders nahe. Hat doch ein sich stets kongruent bleibendes dreidimensionales geometrisches Gebilde im vierdimensionalen Raum $4 + 3 + 2 + 1 = 10$ Freiheitsgrade; von den zugehörigen Raum-Zeit-Variablen kommt aber eine als willkürlicher, die Lage unterscheidender Parameter in Abzug, so daß nun 9 übrig bleiben. Alle drei Vorschläge haben den (durchaus zu billigenden) Gedanken gemein, daß ein starrer Körper im Gegensatz zu den unendlich vielen Freiheitsgraden des deformierbaren deren nur eine endliche Zahl besitzen kann (dabei ist selbstverständlich der Körper als Kontinuum gedacht). Wir wollen nun zeigen, daß das Relativitätsprinzip diese Möglichkeit aus dynamischen Gründen ausschließt, daß daher jeder Versuch dazu von vornherein aussichtslos ist. Um aber Mißdeutungen vorzubeugen, sei ausdrücklich bemerkt, daß sich natürlich unter gewissen Umständen ein Körper ohne Änderung der auf das jeweils mitbewegte System bezogenen Form bewegen kann; das beweist ja schon die gleichmäßig beschleunigte (Hyperbel-)Bewegung. Kann sich doch auch in der klassischen Hydrodynamik ein Flüssigkeitsteilchen gelegentlich so bewegen, als wäre es starr. Nur ist dies bei

1) M. Born, Ann. d. Phys. **30**, 1, 1909 und Göttinger Nachr. 1910, S. 161; ferner W. v. Ignatowski, Ann. d. Phys. **33**, 607, 1910.

2) P. Ehrenfest, diese Zeitschr. **10**, 918, 1909; **11**, 1127, 1910.

3) G. Herglotz, Ann. d. Phys. **31**, 393, 1910.

4) F. Noether, Ann. d. Phys. **31**, 919, 1910.

keinem Körper die allgemeinste mögliche Bewegung; vielmehr wollen wir ebenfalls an einem Beispiel zeigen, daß sich bei jedem Körper Vorgänge denken lassen, bei denen die Zahl der kinematischen Freiheitsgrade unendlich groß ist.

Wir gehen dabei von einem Satz aus, welchen schon Einstein[1]) in der Form ausgesprochen hat, daß für alle physikalischen Wirkungen eine Ausbreitung mit mehr als Lichtgeschwindigkeit ausgeschlossen ist. Wir legen der Betrachtung Minkowskis vierdimensionale Welt zugrunde ($u = ct$ als vierte Koordinate), in welcher jeder Weltpunkt ein Ereignis nach Ort und Zeit repräsentiert und behaupten: alle Ereignisse, welche Wirkungen des durch den Weltpunkt O dargestellten Geschehnisses sein können, werden durch Weltpunkte des Nachkegels oder solche jenseits von O repräsentiert; alle Ereignisse, welche als Ursachen des Ereignisses O in Betracht kommen können, werden durch Weltpunkte des Vorkegels oder durch diesseits liegende dargestellt. Punkte des Zwischengebietes von O dagegen können mit O nicht in kausalem Zusammenhange stehen. Der Beweis lautet: Ein Punkt P des Zwischengebietes ist je nach Wahl des Bezugssystems früher oder später als O. Ein Naturgesetz, welches O und P verknüpfen sollte, müßte also in einem Teil der berechtigten Systeme O als Ursache und P als Wirkung, in einem anderen Teile P als Ursache und O als Wirkung angeben. Dem widerspricht das Relativitätsprinzip, demzufolge die Naturgesetze in allen berechtigten Systemen die gleiche Form haben sollen.

Nun ruhe ein Körper zunächst in einem System K^0, so daß die Weltlinien seiner Punkte zueinander parallele Gerade sind. Nur von dem Weltpunkt O an weiche die nach O führende Weltlinie allmählich von ihrer bisherigen Richtung ab. Diese Störung wird entsprechende Störungen im Verlaufe aller anderen Weltlinien zur Folge haben, aber frühestens dann, wenn diese in den Nachkegel von O eintreten. Bis dahin liegen sie nämlich im Zwischengebiet oder gar diesseits von O, können also von der Störung in O nicht beeinflußt werden.

Derartige Störungen mögen nun nicht nur in einem Punkte O eintreten, sondern in n Punkten O_i, welche alle in einem ebenen Raume $u^0 = U$ liegen. Es gibt dann stets einen Raum $u^0 = U + \Delta U$ ($\Delta U > O$), in welchem seine n Schnitte mit den Nachkegeln der Punkte O_i sich noch nicht überdecken, sondern sich vollständig ausschließen. Die Bewegung des Körpers in dem Zeitpunkt $t^0 = \frac{U + \Delta U}{c}$ hat dann sicherlich n-Freiheitsgrade. Ein Teil von ihm, welcher noch keinem dieser Schnitte angehört, ruht nämlich nach wie vor in K^0, während in den durch die Schnitte dargestellten Teilen je eine von den anderen Störungen unabhängige Bewegung herrscht, die natürlich mindestens einen Freiheitsgrad hat. Die Zahl n der Störungspunkte läßt sich aber beliebig vergrößern; die Zahl der kinematischen Freiheitsgrade eines Körpers hat somit keine obere Grenze.

Nun gibt es freilich in der Newtonschen Mechanik noch eine andere, dem physikalischen Sachverhalt sogar besser als die kinematische angepaßte Definition der Starrheit; man betrachtet den starren Körper dabei als Grenzfall eines deformierbaren mit sehr großen Elastizitätskoeffizienten. Dieser Grenzübergang läßt sich jedenfalls auch in der Relativitätstheorie durchführen und würde zwar nicht zum starren, wohl aber zu dem so wenig wie möglich deformierbaren Körper führen, welcher vielleicht auch besonders einfache Eigenschaften hat. Jedenfalls ist das Problem — damit kommen wir zu der schon von Planck[1]) gezogenen Schlußfolgerung — nur von seiten der (der Relativitätstheorie anzupassenden) Elastizitätslehre zu lösen.

Die Notwendigkeit, bei jedem Körper, gleichviel welcher Beschaffenheit, die Möglichkeit von Formänderungen zuzugeben, wird auch in sehr sinnfälliger Weise erläutert durch ein Beispiel, das von Einstein gesprächsweise angegeben und von Sommerfeld in einer Diskussion auf der Königsberger Naturforscherversammlung mitgeteilt worden ist[2]). Wir benutzen dabei immer ein und dasselbe Bezugssystem. In diesem ruht ein Lineal, während ein anderes, das mit dem ersten den Winkel α bildet, mit der Geschwindigkeit q senkrecht zu seiner Richtung fortschreitet. Der Schnittpunkt beider Lineale wandert dann auf dem ersten mit der Geschwindigkeit $V = \frac{q}{\sin \alpha}$, und auch wenn q durchaus mäßige Werte hat (etwa 1 cm/sec), so kann man es durch Wahl eines hinreichend kleinen Wertes für α erreichen, daß V größer wird, als die Lichtgeschwindigkeit c. An diesem rein geometrischen Schluß kann selbstverständlich keine physikalische Theorie etwas ändern. Widerspricht dieser Sachverhalt nun dem Einsteinschen Satz, daß sich physikalische Wirkungen nicht mit Überlichtgeschwindigkeit ausbreiten können?

1) A. Einstein, Ann. d. Phys. 17, 891, 1905.

1) M. Planck, diese Zeitschr. 11, 294, 1910.

2) Diese Zeitschr. 11, 975, 1910. Ich möchte nicht unerwähnt lassen, daß ich mehrfach Gelegenheit hatte, mit Hrn. Prof. Sommerfeld über diese Dinge zu sprechen.

Es ist natürlich ein leichtes, in verschiedenen Punkten des ruhenden Lineals Vorrichtungen anzubringen, welche im Augenblick, da der Schnittpunkt über sie hinwegstreicht, irgendwelche physikalischen Ereignisse auslösen. Darin liegt aber kein Widerspruch gegen den fraglichen Satz. Denn diese Ereignisse stehen untereinander nicht in dem Zusammenhange wie Ursache und Wirkung, sondern sie sind alle Wirkungen der Ursachen, welche die gleichförmige Bewegung des zweiten Lineals veranlassen. Entfernt man z. B. wieder beliebig viele von den genannten Vorrichtungen, so werden die übrigbleibenden demnach genau so funktionieren, wie vorher.

Anders verhielte es sich, wenn sich der folgende Fall realisieren ließe: Wir bringen in einem Punkte B des ruhenden Lineals wieder eine der genannten Einrichtungen an. Anfänglich ruht auch das zweite Lineal; der Schnittpunkt beider möge in diesem Stadium mit dem Punkt A des ersten zusammenfallen. Dann aber ereignet sich irgendein Geschehnis in A, welches die Ursache dafür wird, daß das zweite Lineal sich so gut wie momentan in seiner ganzen Länge mit der oben definierten Geschwindigkeit q in Bewegung setzt. Der Schnittpunkt durchläuft dann das ruhende Lineal als Signal des Ereignisses in A und das in B ausgelöste Ereignis ist eine Wirkung der Ursache, die sich in A zugetragen hat; die Übertragung von A nach B erfolgt mit der Überlichtgeschwindigkeit V.

Warum läßt sich nun dieser Vorgang nicht verwirklichen? Nun, der Übertragungsmechanismus versagt dabei notwendigerweise. Das zweite Lineal, das durch einen von A ausgehenden Impuls momentan in Bewegung gebracht werden soll, bleibt nicht gerade, sondern baucht sich in A aus. Die Geschwindigkeit, mit der die von A ausgehende Störung des Anfangszustandes sich den anderen Punkten des Lineals mitteilt, ist selbst höchstens gleich der des Lichtes, die entfernten Teile bleiben zunächst noch in Ruhe, erst nach einer gewissen Zeit ergreift auch sie die Störung. Der obige Schluß, $V > c$, gilt aber nur für Bewegungen, bei denen das Lineal gerade ist; über den zuletzt besprochenen Vorgang sagt er gar nichts aus. Dessen Theorie ließe sich vielmehr erst auf Grund der Elastizitätslehre mathematisch ausarbeiten.

Es besteht hier eine weitgehende Analogie zu dem von Sommerfeld (l. c.) bereits herangezogenen Fall der Fortpflanzung des Lichts. Rein periodische, also zeitlich unbegrenzte Wellenzüge können nicht als Signal für das Eintreten eines Ereignisses dienen. Dementsprechend bedeutet es keinen Widerspruch gegen die Relativitätstheorie, daß unter Umständen (in dispergierenden Körpern und für anomale Spektralbereiche) die Phasengeschwindigkeit regelmäßiger Sinuswellen größer ist als c. Wohl aber kann ein (einseitig oder beiderseitig) abgebrochener Wellenzug — allgemeiner gesagt irgendeine Unterbrechung in der Regelmäßigkeit c der Schwingungen — ein Signal darstellen. In allen derartigen Fällen pflanzt sich aber die Front der Störung genau mit der Geschwindigkeit c fort, und die Störung ist anfangs so klein, daß ihr bemerkbarer Hauptteil meist erheblich später kommt.

Dem unbegrenzten periodischen Wellenzuge entspricht in unserem mechanischen Beispiel die gleichförmige, also auch zeitlich unbegrenzte Bewegung des Lineals, der Unterbrechung regelmäßiger Periodizität der Schwingungen entspricht die Beschleunigung von der Ruhe (oder allgemeiner: eine Geschwindigkeitsänderung). Die ersteren Vorgänge sind beide gleich ungeeignet zu Signalen, die beiden anderen können wohl dazu dienen, übermitteln sie aber auch im besten Falle nur mit Lichtgeschwindigkeit.

München, Institut für theoretische Physik. Januar 1911.

(Eingegangen 21. Januar 1911.)

Über die gegenseitige Masse kugelförmiger Elektronen[1]).

Von Ludwig Silberstein.

Ein Blick auf die Struktur des elektromagnetischen Impulses, aus dem sich die beiden elektromagnetischen Massen unmittelbar ableiten, genügt, um einzusehen, daß die Gesamtmasse eines Systems von Elektronen von der Summe der Massen seiner Bestandteile verschieden sein wird. Die Differenz beider Größen kann füglich als die gegenseitige Masse bezeichnet werden.

Nach der mir zu Gebote stehenden Literatur zu urteilen, ist dieser Gegenstand nur in den Lorentzschen Vorträgen[2]) berücksichtigt worden. Lorentz begnügt sich mit der Bemerkung, daß zwar im allgemeinen die oben sogenannte gegenseitige Masse, wegen der Kleinheit der Elektronen und relativ großen gegenseitigen Entfernung, zu vernachlässigen sei, daß es jedoch wichtige Fälle gäbe, in welchen dies nicht statthaft ist, namentlich dann, wenn zahlreiche Elektronen durch Super-

1) Nach einer kurzen Mitteilung des Verfassers an die Sektion III des vierten Kongresses der Società Italiana per il Progresso delle Scienze, Neapel, Dezember 1910.

2) The Theory of Electrons etc. A course of lectures delivered in Columbia Unversity, New York, in march and april 1906. — Leipzig, B. G. Teubner, 1909.

position ihrer Felder einen sichtbaren makroskopischen Effekt ergeben[1]).

Jedenfalls schien es mir der Mühe wert, wenigstens für einen konkreten Fall den vollständigen mathematischen Ausdruck der gegenseitigen Masse zweier Elektronen aus den Grundformeln der Elektronentheorie herzuleiten. Als Beispiel wählte ich kugelförmige Elektronen mit homogener Volumladung, die sich im Bewegungszustand nach Lorentzscher Art abplatten.

Offenbar genügt es, ein Paar solcher Elektronen zu betrachten. Der Allgemeinheit halber mögen sie verschiedene Ladungen, e_1, e_2, und verschiedene Radien, R_1, R_2, haben.

Bewegt sich das Elektronenpaar in Richtung der Verbindungslinie der beiden Mittelpunkte 1, 2, die als z-Achse gewählt werden mag, mit der (skalaren) Geschwindigkeit v, so ist das ganze Feld axial-symmetrisch, die Richtung des elektromagnetischen Impulses fällt mit der Bewegungsrichtung zusammen und sein absoluter Betrag wird bekanntlich:

$$G = \frac{v}{c^2}\int S^2 d\tau, \tag{1}$$

wo S den transversalen Teil des elektrischen Vektors, c aber die Lichtgeschwindigkeit bedeutet, und die Integration auf den ganzen Raum τ (x, y, z) zu erstrecken ist.

Hebt man die Eigenfelder eines jeden der beiden Elektronen durch die Indizes 1, 2 hervor, setzt man also den Vektor S gleich $S_1 + S_2$, so erhält man nach (1)

$$G = G_1 + G_2 + G_{12},$$

wo

$$G_{12} = 2\frac{v}{c^2}\int S_1 S_2 d\tau. \tag{2}$$

Hierin bedeutet $S_1 S_2$ das skalare Produkt der Vektoren S_1, S_2. Sind φ_1, φ_2 die skalaren Potentiale der Eigenfelder, so hat man

$$S_1 S_2 = \frac{\partial\varphi_1}{\partial x}\frac{\partial\varphi_2}{\partial x} + \frac{\partial\varphi_1}{\partial y}\frac{\partial\varphi_2}{\partial y} = \frac{\partial\varphi_1}{\partial s}\frac{\partial\varphi_2}{\partial s},$$

wo $s = \sqrt{x^2 + y^2}$ die Entfernung eines Punktes von der Symmetrieachse bedeutet, also

$$G_{12} = \frac{2v}{c^2}\int \frac{\partial\varphi_1}{\partial s}\frac{\partial\varphi_2}{\partial s} d\tau. \tag{3}$$

Man setze nun zur Abkürzung

$$\gamma = 1 / \sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}$$

und führe anstatt τ den bekannten Hilfsraum τ': $x' = x,\ y' = y,\ z' = \gamma z$ ein, auf den sich alle akzentuierten Buchstaben beziehen sollen. Da offenbar $s' = s$ ist und die Funktionaldeterminante $\frac{D(x, y, z)}{D(x', y', z')}$ den Wert $1/\gamma$ hat, so erhält man

$$G_{12} = \frac{2v}{c^2\gamma}\int \frac{\partial\varphi_1}{\partial s'}\frac{\partial\varphi_2}{\partial s'} d\tau', \tag{3'}$$

wo nunmehr die Integration über den ganzen Raum τ' zu erstrecken ist.

Letztere Formel gilt für ein beliebiges axialsymmetrisches Elektronenpaar.

In dem zu betrachtenden Falle zweier kugelförmiger Elektronen ist

$$\left.\begin{aligned} \varphi_1 &= \frac{\gamma e_1}{4\pi r_1'}, \quad \text{für } r_1' > R_1 \\ \varphi_1 &= \text{const} - \frac{\gamma e_1 r_1'^2}{8\pi R_1^3} \quad \text{für } r_1' < R_1 \\ \varphi_2 &= \frac{\gamma e_2}{4\pi r_2'}, \quad \text{für } r_2' > R_2 \\ \varphi_2 &= \text{const} - \frac{\gamma e_2 r_2'^2}{8\pi R_2^3} \quad \text{für } r_2' < R_2, \end{aligned}\right\} \tag{4}$$

wo r_1', r_2' die Entfernungen eines Punktes im Raume τ' von den Mittelpunkten 1, 2 des ersten, resp. des zweiten Elektrons bedeuten. Ist a die gegenseitige Entfernung der Mittelpunkte 1, 2 im Ruhezustand, so wird sie im bewegten System zu $a\gamma$; im Hilfsraum τ' hat man also wieder $a' = a$; in demselben Raume sind die beiden Elektronen wiederum Kugeln von den Radien R_1, R_2. Indem man dies festhält, hat man (4) in (3') einzusetzen und das Integral auszuwerten.

Die Einzelheiten der Rechnung stellen sich verschieden dar, je nachdem die Kugeln R_1, R_2 sich gegenseitig ausschließen oder sich teilweise decken oder einander einschließen. Für mögliche Anwendungen wird es genügen, von diesen drei Fällen nur den ersten und den letzten zu betrachten.

1. $a > R_1 + R_2$.

Bezeichnet man in diesem Falle mit (1), (2), (3) die Innenräume der beiden Kugeln, bez. den übrigen Außenraum, so erhält man nach (3') und (4):

$$\frac{8\pi^2 c^2}{e_1 e_2 \gamma v} G_{12} = \frac{1}{R_1^3} J_1 + \frac{1}{R_2^3} J_2 + J_3, \tag{5}$$

wo

$$J_1 = \int_{(1)} \frac{s^2}{r_2^3} d\tau; \quad J_2 = \int_{(2)} \frac{s^2}{r_1^3} d\tau; \quad J_3 = \int_{(3)} \frac{s^2}{r_1^3 r_2^3} d\tau.$$

Da sich alles auf den Hilfsraum τ' bezieht, so konnten hier, der bequemeren Schreibweise halber, die Akzente bei sämtlichen Buchstaben fortgelassen werden.

Das Integral J_2 folgt aus J_1 durch Vertauschung der Indizes 1, 2. Es genügt also, J_1 und J_3 auszuwerten.

1) H. A. Lorentz, loc. cit. S. 47—48 und Note 17, S. 250—251.

Wegen der axialen Symmetrie hat man zunächst

$$J_1 = 2\pi \int\limits_{(1)} \sin^3 \theta_2 d\sigma; \quad J_3 = 2\pi \int\limits_{(3)} \frac{\sin^2\theta_1 \cdot \sin\theta_2}{r_1 \cdot r_2^2} d\sigma,$$

wo $d\sigma$ ein Flächenelement der Meridian-Halbebene bedeutet und die Bedeutung der übrigen Symbole aus Fig. 1 erhellt. Als Integrationsvariabeln

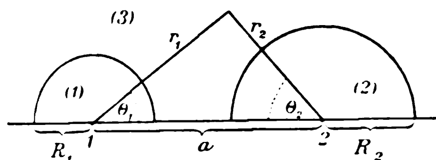


Fig. 1.

empfiehlt es sich, r_1, r_2 selbst zu wählen. Alsdann ist

$$d\sigma = \frac{dr_1 dr_2}{\sin(\theta_1 + \theta_2)} = \frac{r_1}{a \sin\theta_2} dr_1 dr_2,$$

und da die Beziehung

$$\sin^2\theta_2 = 1 - \frac{(a^2 + r_2^2 - r_1^2)^2}{4a^2 r_2^2}$$

besteht, so hat man

$$J_1 = \frac{2\pi}{a} \int\limits_0^{R_1} r_1 dr_1 \int\limits_{a-r_1}^{a+r_1} \left\{1 - \frac{(a^2 + r_2^2 - r_1^2)^2}{4a^2 r_2^2}\right\} dr_2,$$

woraus sich ohne weiteres ergibt:

$$J_1 = \frac{8\pi R_1^5}{15 a^3}, \tag{6}$$

folglich auch

$$J_2 = \frac{8\pi R_2^5}{15 a^3}. \tag{7}$$

Die Berechnung von J_3 gestaltet sich etwas umständlicher. Vor allem hat man, nach dem Obigen:

$$J_3 = \frac{2\pi}{a} \iint\limits_{(3)} \frac{\sin^2\theta_1}{r_2^2} dr_1 dr_2,$$

wo

$$\sin^2\theta_1 = 1 - \frac{(a^2 + r_1^2 - r_2^2)^2}{4a^2 r_1^2}$$

einzusetzen ist. Faßt man ferner das unbestimmte Integral

$$Q = \int \frac{\sin^2\theta_1}{r_2^2} dr_2 = \frac{(a^2 - r_1^2)^2 + 2(a^2 + r_1^2) r_2^2 - \frac{r_2^4}{3}}{4a^2 r_1^2 \cdot r_2}$$

ins Auge, versteht unter $Q(u)$ den Wert von Q für $r_2 = u$ und berücksichtigt die Integrationsgrenzen, so erhält man zunächst

$$\frac{a}{2\pi} J_3 = \int\limits_{R_1}^{\infty} dr_1 Q(a + r_1) - \int\limits_{R_1}^{a-R_2} dr_1 Q(a - r_1) - \int\limits_{a-R_2}^{a+R_2} dr_1 Q(R_2) - \int\limits_{a+R_2}^{\infty} dr_1 Q(r_1 - a).$$

Setzt man hierin das obige Q für die betreffenden Argumente ein und führt man die Quadraturen aus, so erhält man eine ansehnliche Zahl von Gliedern, die sich aber ohne weiteres zu dem verhältnismäßig einfachen, wie zu erwarten, symmetrischen Ausdruck:

$$J_3 = \frac{4\pi}{a^3} \left\{a^2 - \frac{1}{3}(R_1^2 + R_2^2)\right\} \tag{8}$$

zusammenziehen.

Substituiert man nun die gefundenen Werte (6), (7), (8) in (5), so folgt schließlich:

$$G_{12} = v\gamma \cdot \frac{c_1 c_2 c^2}{2\pi a} \left\{1 - \frac{1}{5} \frac{R_1^2 + R_2^2}{a^2}\right\}. \tag{9}$$

Dieser Ausdruck des sozusagen gegenseitigen Impulsanteils des Elektronenpaares hängt von der Geschwindigkeit lediglich durch das Produkt $v\gamma$ ab, also genau in derselben Weise wie die eigenen Impulse der einzelnen Elektronen. Denn bekanntlich ist für ein Lorentzsches Elektron mit homogener Volumladung (immer in den „rationalen" Heavisideschen Einheiten):

$$G_1 = v\gamma \cdot \frac{c_1^2 c^2}{5\pi R_1}$$

und ebenso

$$G_2 = v\gamma \cdot \frac{c_2^2 c^2}{5\pi R_2}.$$

Aus dem Impuls erhält man durch Division mit v die transversale, und durch Differentiation nach v die longitudinale elektromagnetische Masse. Die Abhängigkeit der gegenseitigen Masse der ersten und der zweiten Art von der Geschwindigkeit wird also genau dieselbe sein, wie für die Eigenmassen der einzelnen Elektronen. Es wird deshalb genügen, die gegenseitige Ruhmasse des Elektronenpaares hinzuschreiben, die mit m_{12} bezeichnet werden soll. Man erhält sie aus (9) einfach durch Fortlassung des Faktors $v\gamma$. Es ist also für den Fall zweier sich ganz ausschließenden Elektronen:

$$m_{12} = \frac{c_1 c_2 c^2}{2\pi a} \left\{1 - \frac{1}{5} \frac{R_1^2 + R_2^2}{a^2}\right\}. \tag{I}$$

Bezeichnet man die Ruhmassen der einzelnen Elektronen mit m_1, m_2 und die Ruhmasse des Systems mit $\mathfrak{M}$, so wird also

$$\mathfrak{M} = m_1 + m_2 + m_{12},$$

wobei

$$m_1 = \frac{c_1^2 c^2}{5\pi R_1}, \quad m_2 = \frac{c_2^2 c^2}{5\pi R_2}.$$

Durch Einführung letzterer Ausdrücke kann man anstatt (I) füglich schreiben

$$m_{12} = + \sqrt{m_1 m_2} \frac{\sqrt{R_1 R_2}}{2a} \left\{5 - \frac{R_1^2 + R_2^2}{a^2}\right\}. \tag{I}$$

Für gleichnamige Ladungen ist das obere, für ungleichnamige das untere Zeichen zu nehmen.

Für gleiche Radien $R_1 = R_2 = r$ und gleiche (gleichnamige) Ladungen, also auch für gleiche Eigenmassen $m_1 = m_2 = m$, wie es für die eigentlichen, negativen, Elektronen allgemein vorausgesetzt wird, erhält man aus (I'):

$$m_{12} = m \frac{r}{2a} \left(5 - 2 \frac{r^2}{a^2}\right). \qquad \text{(Ia)}$$

Beispielsweise folgt hieraus für zwei sich berührende Elektronen $m_{12} = \frac{9}{8} m$, so daß die Gesamtmasse $\mathfrak{M}$ eines solchen Elektronenpaares $3\,\frac{1}{8}\,m$ beträgt[1]). Ebenso würde für drei sich gegenseitig berührende Elektronen $\mathfrak{M}_3 = 6\,\frac{3}{8}\,m$ sein, und für vier $\mathfrak{M}_4 = 10\,\frac{3}{4}\,m$.

Es sollen dies offenbar nur rein abstrakte, illustrierende Beispiele sein. In Wirklichkeit wird man eher mit sehr kleinen Werten von r/a zu tun haben; alsdann kann man das quadratische Glied ohne weiteres fortlassen und, auch wenn es sich um zahlreiche Elektronen handelt, für jedes einzelne Paar

$$m_{12} = \frac{5}{2} m \frac{r}{a} \qquad \text{(Ib)}$$

hinschreiben. Ohne hier noch auf praktische Anwendungen einzugehen, will ich jetzt den anderen der oben erwähnten Fälle anführen.

2. Die Kugel R_1 ist ganz in der Kugel R_2 enthalten.

In diesem Falle erhält man nach (3') und (4), wenn man sofort zur Ruhmasse übergeht:

$$m_{12} = \frac{e_1 e_2 c^2}{4\pi} \left\{ \frac{J_1}{(R_1 R_2)^3} + \frac{J_2'}{R_2^3} + J_3 \right\}. \qquad (10)$$

wo

$$J_1 = \int\limits_{(1)} s^3 d\sigma,\ J_{2'} = \int\limits_{(2')} \left(\frac{s}{r_1}\right)^3 d\sigma,\ J_3 = \int\limits_{(3)} \left(\frac{s}{r_1 r_2}\right)^3 d$$

hier bedeutet (2') den Halbkreis R_2 nach Ausschluß des Halbkreises R_1 (Fig. 2) und die

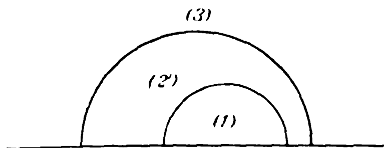


Fig. 2.

übrigen Symbole haben ihre frühere Bedeutung. Für das erste Integral, in welchem r_2 gar nicht vorkommt, erhält man ohne weiteres

$$J_1 = \int_0^{R_1} r^4 dr \int_0^{\pi} \sin^3 \vartheta d\vartheta = \frac{4}{15} R_1^5.$$

Für die beiden anderen Integrale hat man, nach Einführung von r_1, r_2 als Integrationsvariablen, durch eine ähnliche Rechnung wie in dem ersten Falle:

$$J_{2'} = -\frac{2}{5} a^2 + \frac{2}{3} (R_2^2 - R_1^2)$$

$$J_3 = \frac{4}{3} \frac{1}{R_2}.$$

Setzt man diese drei Integralwerte in (10) ein, so folgt für die gegenseitige Ruhmasse der einander umschließenden Kugeln:

$$m_{12} = \frac{e_1 c_2 c^2}{2\pi R_2} \left\{ 1 - \frac{1}{5} \frac{a^2 + R_1^2}{R_2^2} \right\}. \qquad \text{(II)}$$

Man bemerke, daß diese Formel aus (I) durch zyklische Vertauschung von R_1, a, R_2 entsteht.

Führt man in (II) wiederum die Massen m_1, m_2 ein, so folgt:

$$m_{12} = +\frac{1}{2} \sqrt{m_1 m_2} \cdot \sqrt{\frac{R_1}{R_2}} \left\{ 5 - \frac{a^2 + R_1^2}{R_2^2} \right\}. \qquad \text{(II')}$$

Die gegenseitige Masse ist wiederum positiv für gleichnamige, negativ für ungleichnamige Ladungen.

Von praktischem Interesse dürfte diese Formel für das von Lord Kelvin erdachte und später von J. J. Thomson etwas näher ausgeführte Atommodell sein, welches aus einer Anzahl n von negativen Elektronen (Korpuskeln) besteht, die innerhalb einer „positiven Kugel" verteilt sind. Für diesen Fall können wir bequemer schreiben

$R_1 = r$ Radius eines jeden Korpuskels,
$e_1 = -e$ Ladung „ „ „ ,
$m_1 = m$ Masse „ „ „ ,
$R_2 = R$ Radius der positiven Kugel,
$m_2 = M$ Masse „ „ „ [1]).

Ferner ist, falls das ganze System (d. h. Atom) elektrisch neutral sein soll:

$$e_2 = ne$$

zu setzen. Bezeichnen wir noch mit a_i die Entfernung des Mittelpunkts des i-ten Korpuskels vom Mittelpunkt der positiven Kugel und mit m_{iK} die gegenseitige Masse eines Korpuskels und dieser Kugel, so wird nach (II):

$$m_{iK} = -\frac{n e^2/c^2}{2\pi R} \left\{ 1 - \frac{r^2 + a_i^2}{5 R^2} \right\}$$

oder, nach (II'):

$$m_{iK} = -\frac{1}{2} \sqrt{mM} \sqrt{\frac{r}{R}} \left\{ 5 - \frac{r^2 + a_i^2}{R^2} \right\}.$$

1) Hierin wird man nichts Überraschendes erblicken, wenn man bedenkt, daß die Gesamtmasse zweier sich durchdringenden Elektronen $4m$ betragen würde, so daß in diesem Falle $m_{12} = 2m$ wäre.

1) Unter „Masse" wird hier durchwegs nur die rein elektromagnetische Masse verstanden.

Da aber

$$M = \frac{n^2 e^2/c^2}{5\pi R} = n^2 m \frac{r}{R} \qquad (11)$$

ist, so hat man schließlich:

$$m_{iK} = -\frac{m}{2} n \frac{r}{R} \left\{5 - \frac{r^2 + a_i^2}{R^2}\right\}. \qquad (12)$$

Für die gegenseitige Masse je zweier Korpuskeln i, j hat man nach der früheren Formel (Ia):

$$m_{ij} = \frac{m}{2} \frac{r}{a_{ij}} \left(5 - 2 \frac{r^2}{a_{ij}^2}\right), \qquad (13)$$

wo a_{ij} die gegenseitige Entfernung ihrer Mittelpunkte bedeutet.

Für die elektromagnetische Gesamtmasse des ganzen Systems erhält man also durch Zusammenziehung der n Glieder (12) mit der Kugelmasse (11):

$$\mathfrak{M} = mn \left\{1 - \frac{1}{2} n \frac{r}{R}\left(3 - \frac{r^2}{R^2}\right) + \frac{1}{2} \frac{r}{R^3} \Sigma a_i^2\right\} + \Sigma m_{ij}, \qquad (\mathrm{III})$$

wo die letzte Summe $\frac{1}{2} n(n-1)$ Glieder von der Form (13) enthält.

Der Radius r ist von der Größenordnung 10^{-13} cm; nach Thomsons Anschauungen wäre R den Moleküldimensionen vergleichbar, also r/R von der Ordnung 10^{-5}, so daß r^2/R^2 im zweiten der eingeklammerten Glieder zu vernachlässigen wäre; ob auch das ganze zweite Glied zu streichen ist, hängt natürlich von der Anzahl n der negativen Elektronen oder Korpuskeln ab; dieselbe Bemerkung gilt für das dritte Glied, da ja die einzelnen a_i, die man aus den Gleichgewichtsbedingungen zu eruieren hätte, von der Größenordnung des Kugelradius R sind und in der Anzahl n vorkommen. Die Thomsonsche Annahme über R ist übrigens gar nicht zwingend. Schließlich kann die Doppelsumme in (III), die ja $\frac{1}{2} n(n-1)$ Glieder enthält, unter Umständen beträchtliche Werte erreichen.

Zahlenmäßige Beispiele, sowohl zur Formel (I) wie auch (III), behalte ich mir für künftige Mitteilungen vor. An dieser Stelle mag nur kurz bemerkt werden, daß die gegenseitige elektromagnetische Masse zwar für freie Elektronen, wie z. B. in den primären und sekundären Kathodenstrahlen, physikalisch ganz ohne Belang zu sein scheint (indem sie hier für je ein Paar von der Ordnung $10^{-11} m$ oder mindestens $10^{-10} m$ wird), daß sie aber für das Innere des Atoms einen durchaus nicht wegzuwerfenden Posten liefern kann.

Cà di Savena, Monzuno, Neujahr 1911.

(Eingegangen 7. Januar 1911.)

Zur Thermodynamik des Wasserdampfes.

Von E. Wertheimer.

Im folgenden wird versucht für Wasserdampf eine Zustandsgleichung zu geben, deren Geltung sich auf die Nähe des Sättigungszustands beschränken soll, also auf Dämpfe im eigentlichen Sinne. Insbesondere soll der Abstand vom Kondensationspunkt für das betreffende spezifische Volumen des Dampfes 100 bis 150° C nicht übersteigen.

Schon Ramsay und Young[1]) haben ungesättigte Dämpfe in der Weise behandelt, daß sie isochore Zustände miteinander verglichen. Dabei stellte sich heraus, daß

$$\left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_v = F(v)$$

unabhängig von T ist. Es scheint, daß sich für Wasserdampf $F(v)$ in einfacher Weise durch den zu dem betreffenden spezifischen Dampfvolumen gehörigen Sättigungsdruck p_s ausdrücken läßt. Wir setzen

$$\left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_v = \frac{p_s}{330}, \qquad (1)$$

somit

$$p = p_s\left(1 + \frac{T - T_s}{330}\right). \qquad (1\mathrm{a})$$

Zur Ermittelung von p_s und T_s in jedem Einzelfalle ist die Kenntnis der Beziehung zwischen v, p_s und T_s im Sättigungszustand wünschenswert. Da dieser nur von einer Variablen abhängt, so braucht man zwei Gleichungen zwischen den Größen. Zur Darstellung des Sättigungszustandes über 415° absolut möge die folgende Doppelgleichung angewandt werden:

$$p_s + A p_s^2 = \frac{R}{m} \cdot 330 \left(\frac{1}{v} + \frac{B}{v^2}\right) = C \cdot T_s^{16}. \qquad (2\mathrm{a}, 2\mathrm{b})$$

Als Werte der Konstanten sind für mm Hg und cm³ genommen:

$$A = \frac{1}{5776}, \qquad B = 366{,}3 \cdot m - 18,$$

$$R = 62313, \qquad C = \frac{1}{246^{16}}.$$

Umstehende Tabelle zeigt die Übereinstimmung mit den experimentellen Daten. Letztere entstammen zum Teil den Tabellen von Landolt-Börnstein, zum Teil dem Handbuch der Physik, III, S. 992 u. ff.

Wenn im kritischen Punkt nur Doppelmolekeln vorhanden sind und wir das kritische Volumen nur etwa halb so groß nehmen, als die Gleichung (2) ergeben würde, so ist das berechnete kritische Volumen $\frac{10{,}02}{2} = 5{,}01$ unter Berücksichtigung

1) Siehe Winkelmann, Handbuch der Physik, III, 2. Aufl., S. 1142, No. 48.

T_s	P_s in Atmosphären berechnet	P_s in Atmosphären beobachtet	v berechnet	v beobachtet
415,2	$\frac{2888}{760}$	$\frac{2888}{760}$	469	470
417	4	4	447	448,4
453,3	10,02	10	189,6	189,8
486	19,71	20	99,4	—
503	27	27,5	73,3	73,06
523	38,1	39,2	52,4	51,43
525,5	39,71	40	50,3	—
538,9	49,35	50	40,6	—
543	52,7	—	38,1	36,15
638	200,85	{ 200,05 196	$\frac{10,02}{2}$	4,812

der experimentellen Schwierigkeiten in guter Übereinstimmung mit der Messung von Battelli (4,812). Die Druckformel stimmt, wie man sieht, für die kritische Temperatur.

Trotz ihrer einfachen Form — denn die Gleichung zwischen je zwei Variablen enthält nur zwei Konstanten — liefert also die Formel (2) in einem sehr großen Intervall jede Variable als Funktion jeder der beiden anderen, was wohl keine andere bekannte Zustandsgleichung leistet. Auf eine theoretische Begründung kann jedoch an dieser Stelle nicht eingegangen werden[1]).

Unterhalb 415° abs., also bei kleinen Sättigungsdrucken, zeigt die Formel (2) Abweichungen von den richtigen Werten. Es läßt sich aber auch für niedrige Drucke eine mit den experimentellen Daten übereinstimmende Gleichung angeben. Sie gibt zwar nicht die drei Variablen getrennt, wie es von einer Sättigungsgleichung verlangt werden muß, gestattet jedoch in bequemer Weise aus bekannten p_s und T_s das zugehörige v zu berechnen, hat also auch einen praktischen Wert.

Die Gleichung soll lauten:

$$p_s \cdot v = \frac{R}{m} \cdot \frac{330}{387} \cdot (T_s + 57). \qquad (3)$$

Man überzeugt sich, daß die Formel die experimentellen Daten für den Sättigungszustand besser wiedergibt als die Gasgleichung

$$p_s \cdot v = \frac{R}{m} \cdot T_s,$$

deren Werte zum Vergleich der nachstehenden kleinen Tabelle beigefügt sind.

T_s	p_s beob.	v beob.	$p_s v \cdot 10^{-3}$ beob.	$\left[p_s v = \frac{R}{m} \cdot \frac{330}{387} (T_s + 57)\right] \cdot 10^{-3}$	$\left(p_s v = \frac{R}{m} \cdot T_s\right) \cdot 10^{-3}$
253	0,93	994780	925	915	876
273	4,60	210680	969	974	945
285,3	10,68	94110	1005	1010	988
293	17,39	58727	1021	1033	1014
313	54,91	19647	1079	1092	1084
330,5	132,7	8518	1131	1142	1144
353	354,6	3380	1201	1210	1222
373	760	1651	1255	1270	1291
393	1491	876	1306	1328	1360

Insbesondere zeigt die Tabelle auch, daß die Abweichungen von dem „idealen" Verhalten unterhalb 330° abs. mit zunehmendem v wachsen, im Gegensatz zu dem Verhalten vollkommener Gase bei isothermen Zuständen.

Sind die Sättigungswerte bekannt, so gelangt man zu ungesättigten Zuständen durch die Gleichung

$$p = p_s \left(1 + \frac{T - T_s}{330}\right). \qquad (1a)$$

Um die Richtigkeit der Formel zu zeigen mögen einige Beispiele angeführt werden. Die experimentellen Angaben entstammen dem Handbuch der Physik III, 1120.

Es gehören zusammen (experimentell) p	T	v	Sättigungsdruck $p_s = F(v)$	Siedetemperatur $T_s = f(v)$	$T - T_s$	p berechnet nach Gl. (1a)	Fehler Proz.
19,48	330,1	58335,3	17,51 experimentell	293,1 experimentell	37	19,474	0
1061,4	504,4	1621	773,7 experimentell	373,5 experimentell	131	1080	2
4090	504,4	416,16	3290 berechnet aus Gl. (2)	419,8 berechnet aus Gl. (2)	84,6	4133	1
7891	504,4	211,35	6790 berechnet aus Gl. (2)	448,3 berechnet aus Gl. (2)	56	7942	5/8

Aus den Daten ist die Tendenz zu ersehen, daß die berechneten Werte mit wachsendem Abstand vom Kondensationspunkt ($T - T_s$) etwas zu groß ausfallen.

Oberhalb 415° abs., wo die Gleichung (2)

1) Da die Gleichung (2) wegen T_s^{16} offenbar eine Strahlungsformel ist, habe ich in einer kleinen Arbeit, „Versuch einer elektromagnetischen Theorie des Wasserdampfes", eine Interpretation der gefundenen Gleichungen versucht.

mit genügender Annäherung gilt, erhält man durch Kombination von (1a) und (2a)

$$p + Ap_s^2\left(1 + \frac{T - T_s}{330}\right) = \frac{R}{m}\cdot(330 + T - T_s)\cdot\left(\frac{1}{v} + \frac{B}{v^2}\right). \qquad (1\,b)$$

Für einen bestimmten Abstand vom Siedepunkt erhält man also eine Beziehung, welche, wie beim Sättigungszustand, den Druck p ausschließlich von v abhängig macht.

Thermodynamische Konsequenzen der Gleichung (1).

Man kann die Gleichung (1) durchaus nicht als bequem für den praktischen Gebrauch bezeichnen. Ihr Interesse liegt hauptsächlich in den thermodynamischen Konsequenzen, weil in thermodynamischen Gleichungen der Ausdruck

$$\left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_v$$

häufig erscheint. Dadurch wird eine Vereinfachung und leichtere Berechnung wichtiger Ausdrücke möglich.

Mit Hilfe der Gleichungen[1])

$$c_p - c_v = T\cdot\left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_v\cdot\left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_p$$

und

$$\left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_p\cdot\left(\frac{\partial p}{\partial v}\right)_T = -\left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_v$$

erhält man

$$\left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_p = \frac{330}{T}\cdot\frac{c_p - c_v}{p_s} \qquad (4)$$

und

$$\left(\frac{\partial v}{\partial p}\right)_T = -\left(\frac{330}{p_s}\right)^2\cdot\frac{c_p - c_v}{T}, \qquad (5)$$

wo also für p_s immer der Sättigungsdruck des betrachteten spezifischen Volumens einzusetzen ist. Da für

$$T = T_s = 373^0 \text{ abs.} \quad p_s = 760 \text{ mm } Hg$$

$$\left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_p = 4{,}843\,^{2)} \qquad c_p = 0{,}46 \text{ cal}^{2)},$$

so wird nach (4)

$$c_v = c_p - \left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_p\cdot p_s\cdot\frac{T}{330} = 0{,}33 \text{ cal}^{3)},$$

also für die Molekularwärme bei konstantem Volumen

$$mc_v = 5{,}94 = 3R\cdot\text{cal}.$$

Es ist allgemein

$$\frac{1}{T}\cdot\left(\frac{\partial c_v}{\partial v}\right)_T = \left(\frac{\partial^2 p}{\partial T^2}\right)_v{}^{4)}.$$

1) Planck, Thermodynamik, Gl. (82) und (6).
2) Planck, Thermodynamik, § 181.
3) $\frac{760 \text{ mm } Hg}{\text{cm}^2} = \frac{760\cdot 1{,}36\cdot 981}{419\cdot 10^5}\cdot\frac{\text{cal.}}{\text{cm}^3}$.
4) Planck, 2 Gleichungen (81).

Da nun

$$\left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_v = \frac{p_s}{330} = F(v),$$

so wird

$$\left(\frac{\partial^2 p}{\partial T^2}\right)_v = 0,$$

also auch

$$\left(\frac{\partial c_v}{\partial v}\right)_T = 0.$$

Es liegt nahe anzunehmen, daß der für c_v gefundene ausgezeichnete Wert

$$mc_v = 3R \text{ cal},$$

welcher in Übereinstimmung mit dem Dulong-Petitschen Gesetz für feste Substanzen ist, konstant ist, so daß an die Stelle der allgemeinen Lösung der vorstehenden Differentialgleichung

$$c_v = f(T)$$

die speziellere Lösung

$$C_v = \text{const} = \frac{3R}{m} \qquad (6)$$

tritt, jedoch ausdrücklich nur innerhalb des relativ engen Intervalls, in dem wir die Gleichung (1) überhaupt anwenden. Außerhalb dieses Intervalls wird $\frac{c_v}{T}$ $\left(\text{ebenso wie } \left(\frac{\partial^2 p}{\partial T^2}\right)_v\right)$ eine Funktion des Abstands vom Siedepunkt $(T - T_s)$. Bestätigt wird diese Konstanz von c_v durch eine Messung von Nernst[1]), welcher für c_p bei etwa 50° C, also 323° abs. fand

$$c_p = 4\frac{R}{m}.$$

Für $T_s = 330$, wo der gesättigte Dampf die Gasgleichung erfüllt, wird dann

$$c_p - c_v = \frac{R}{m}$$

und in der Tat wiederum

$$c_v = 3\frac{R}{m}.$$

Aus den Gleichungen (81)[2]) folgt

$$ds = \frac{c_v}{T}dT + \left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_v dv = \frac{c_v}{T}dT + \frac{p_s}{330}dv,$$

daher

$$s = c_v \ln T + \frac{1}{330}\int p_s dv + \text{constans}. \qquad (7)$$

Für adiabatische reversible Vorgänge ($ds = 0$), solange keine Kondensation erfolgt, erhält man

$$\frac{dT}{dv} = -\frac{T}{330}\frac{p_s}{c_v},$$

also

$$-\int p_s dv = 3\frac{R}{m}\cdot 330\cdot \ln T + \text{const}. \qquad (8)$$

1) Verhandl. der Deutschen Physik. Gesellschaft 1910, S. 567.
2) Planck, l. c.

Benutzt man die Zeunersche[1]) empirische Formel

$$p_s \cdot v^{\alpha} = C,$$

so kann man p_s durch v ersetzen und innerhalb des Gültigkeitsbereichs dieser Formel integrieren.

Es ist allgemein

$$\frac{du}{dT} = \left(\frac{\partial u}{\partial T}\right)_v + \left(\frac{\partial u}{\partial v}\right)_T \cdot \frac{dv}{dT}.$$

Nun ist nach Planck, Gleichung (80)

$$\left(\frac{\partial u}{\partial v}\right)_T = T \cdot \left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_v - p,$$

also für den Sättigungszustand und nach Gleichung (1)

$$\left(\frac{\partial u}{\partial v}\right)_T = T_s \cdot \frac{p_s}{330} - p_s = p_s\left(\frac{T_s}{330} - 1\right),$$

und da

$$\left(\frac{\partial u}{\partial T}\right)_v = c_v,$$

so wird

$$\frac{du}{dT} = c_v + p_s\left(\frac{T_s}{330} - 1\right)\frac{dv}{dT}. \qquad (9)$$

Ferner ist nach Planck, Gleichung (116)

$$\frac{du}{dT} = h - p_s \frac{dv}{dT},$$

wobei h die spezifische Wärme des gesättigten Wasserdampfes bedeutet, also nach (9)

$$h = 0{,}33 + p_s \frac{T_s}{330} \frac{dv}{dT} \text{ cal.} \qquad (10)$$

Die totalen Differentiale beziehen sich hierbei stets auf den Übergang von einem Sättigungszustand auf den anderen.

Durch Integration der Gleichung (9) ergibt sich die Energie des gesättigten Dampfes

$$u_s = c_v T_s + \int p_s \left(\frac{T_s}{330} - 1\right) dv + \text{const.}$$

Für $T_s = 0$ ist nach dem ersten Hauptsatz

$$u_{s1} = \underset{T=0}{r_{31}} - p_1 \underset{T=0}{(v_1 - v_3)} + \underset{T=0}{u_3},$$

wobei der Index 3 sich auf den festen Zustand bezieht und r_{31} die Verdampfungswärme der festen Substanz bezeichnet. Ferner ist

$$v = \infty \text{ für } T_s = 0,$$

daher allgemein

$$\left.\begin{aligned} u_s = 0{,}33\, T_s + \int_{\infty}^{v} p_s\left(\frac{T_s}{330} - 1\right) dv \\ + [r_{31} - p_1 (v_1 - v_3) + u_3]_{T=0} \text{ cal.} \end{aligned}\right\} \qquad (11)$$

Der einfachste Weg zur Berechnung der Energie des ungesättigten Dampfes besteht in der Benutzung der Gleichung

$$u = u_s + \int_{T_s}^{T} \left(\frac{\partial u}{\partial T}\right)_v dT = u_s + c_v (T - T_s),$$

also

$$u = u_s + 0{,}33\,(T - T_s) \text{ cal}, \qquad (12)$$

wobei u_s den in Gleichung (11) angegebenen Wert hat. Die latente Wärme r_{31} beim absoluten Nullpunkt dürfte zwischen 600 und 700 cal liegen, so daß dieser Betrag bis zu hohen Temperaturen hinauf den weitaus größten Teil der gesamten physikalischen Energie des Dampfes ausmacht.

Berlin, Januar 1911.

(Eingegangen 15. Januar 1911.)

1) Techn. Thermodynamik, II, 3. Aufl., S. 36.

Über die Frage nach der atomistischen Konstitution der Elektrizität.

Von Felix Ehrenhaft.

In seinen Abhandlungen hat der Verfasser darauf hingewiesen, daß nach seiner Anschauung die Schlüsse, die man über das Wesen der Elektrizität, insbesondere über die Ladung des nach der Hypothese nicht mehr unterteilbaren Elektrons macht, nur dann bindend sein können, wenn die Beobachtungen, auf Grund deren man zu der Anschauung gelangte, daß alle kleinsten Bausteine der Elektrizität einander gleich und nicht weiter teilbar seien, sich bei Messungen am Einzelteilchen bestätigen würden und wenn zur Erschließung dieser kleinsten Ladungen an Einzelteilchen die Messungen bis an die Grenze der optischen Möglichkeiten durchgeführt werden, wobei es dann noch immer fraglich bleibt, ob nicht optisch nicht mehr wahrnehmbare Partikel etwa Teilchen von der mittleren Größe 10^{-6} bis 10^{-7} cm nicht noch kleinere Ladungen tragen können. Denn je kleiner die mit Elektrizität geladenen Massenteilchen sind, desto kleiner ist deren Kapazität und desto kleiner, muß man vermuten, sind unter sonst ähnlichen Umständen der Erzeugung dieser Partikel deren elektrische Ladungen. Ich bin bereits in meinen in der Anmerkung erwähnten Abhandlungen[1]) und im

1) Die chronologische Reihenfolge der Arbeiten, die zur Messung der Elektrizitätsladungen an Einzelteilchen führten, ist nachfolgende: F. Ehrenhaft, Wiener Akademie-Berichte, März 1909, Band CXVIII, Abt. IIa; diese Zeitschr. **10**, 308, 1909; M. de Broglie, Le Radium, Juli 1909, diese Zeitschr. **11**, 33, 1910; R. A. Millikan, Phil. Mag., Vol. 19, Nr. 110, Februar 1910. Diese Arbeiten enthielten noch gewisse Mittelwertsbildungen, wenn sie auch bereits am Einzelteilchen messen. Vgl. meine Abhandlung S. 822—825 Wiener Berichte, Band CXIX, Abt. IIa Mai 1910. Sodann Beobachtungen und Berechnungen am Einzelteilchen, F. Ehrenhaft, Wiener Akademie-Berichte, akad. Anzeiger Nr. 10, 21. April 1910, ferner Bd. CXIX Abt. IIa, Mai 1910, S. 815. R. A. Millikan, Ankündigung eines in der American Phys. Soc. am 23. April 1910 gehaltenen Vortrages. Diese Zeitschr. **11**, 1097, 1910. Karl Przibram, Ladungsbestimmung an Nebelteilchen, Wiener Berichte, Bd. CXIX, Abt. IIa, Juni 1910.

Vortrage am Königsberger Naturforschertag zu der Vermutung gelangt, daß die untere Grenze der Unterteilung der elektrischen Ladungen keineswegs durch die Ladung des derzeit zu $4{,}9 \cdot 10^{-10}$ elektrostat. Einh. festgelegten Elektrons gegeben ist, sondern daß sich an diskreten kleinen Einzelteilchen in der Natur noch Ladungen nachweisen lassen, die wesentlich kleiner sind, als diese Ladung. Seither ist eine im Juli in der Phys. Rev. angekündigte Abhandlung von R. A. Millikan in diesem Blatte erschienen.

Von den Bedingungen, die ich zur Fixierung des derzeit kleinsten meßbaren Elektrizitätsteilchens als unerläßlich anführte, hat Millikan in seiner Abhandlung nur die eine erfüllt. Es ist als wesentlicher Fortschritt zu bezeichnen, daß er die Ladungen nunmehr auch am Einzelpartikel bestimmt und berechnet. Dagegen ist er der zweiten Anforderung, an die untere Grenze zu gelangen, noch nicht nachgekommen, denn er beobachtet diese einzelnen Teilchen, nicht wie ich es in meinen Abhandlungen vorgeschlagen habe, bis an die Grenze des optischen Wahrnehmungsvermögens mit den Hilfsmitteln der Ultramikroskopie, sondern er begnügt sich, wie bei seiner ersten Abhandlung, die Messungen an Teilchen vorzunehmen, die er noch mit dem Fernrohre als einzelne leuchtende Punkte erkennen kann. So beträgt denn auch der Halbmesser der von ihm beobachteten, in Tabelle I, S. 1100 angeführten Tropfen $2 \cdot 10^{-4}$ cm des Tropfens 29 $4{,}5 \cdot 10^{-4}$, der Halbmesser des Tropfens 32 sogar $6{,}1 \cdot 10^{-4}$ cm usw. Das sind also durchaus Kügelchen, deren Volumen das der von mir mit dem Ultramikroskop beobachteten Einzelpartikel um das Zehntausendfache überschreitet, deren Kapazität im Durchschnitte 100mal so groß ist, wie die Kapazität der ultramikroskopischen Metallteilchen, an denen ich die wesentlichen Ladungsunterschreitungen festgestellt zu haben glaube, und deren Kapazität im Durchschnitte 10 resp. 15mal so groß ist, als die Kapazität jener Teilchen des Wassernebels, an welchem Karl Przibram erhebliche Ladungsunterschreitungen feststellte, und in keiner Weise auf Fehler der Methode zurückführen konnte.

Ich habe seit dem Königsberger Naturforschertage des weiteren um Erklärungsversuche und eventuelle Störungen in meinen Experimenten gesucht, bin aber bisher zu keinem anderen Resultate gelangt. Statt der für die erste Versuchsanordnung von mir selbst im Laboratorium hergestellten, in vorerwähnten Arbeiten beschriebenen verwende ich jetzt eine in der Wiener Filiale der Firma Zeiß hergestellte Küvette[1]). Ich benutzte zur ultramikroskopischen Beobachtung das Zeißobjektiv B, das wegen seines größeren Gesichtsfeldes und wegen des größeren Objektabstandes von der Frontlinse noch besser geeignet erscheint, als das bisher benutzte Objektiv C. Vor dasselbe konnte die von Zeiß hergestellte Küvette geschraubt werden. Der Durchmesser der den Plattenkondensator bildenden Stifte beträgt zirka 4 mm. Die Plattendistanz kann durch Verschrauben geändert und bis 1,5 mm genähert werden, ohne störende Reflexe zu geben. Sämtliche Teile der Küvette sind luftdicht. Die Anordnung gibt die Sicherheit, daß alle Beobachtungen im Zentrum, also im homogenen Teile des Kondensators, durchgeführt werden. Alle Versuche wurden nunmehr bei äußerster Trocknung der Luft durchgeführt. Dieselbe wurde in kleinen Bläschen zunächst durch eine 1 m lange Schwefelsäuretrocknung gedrückt, und sodann in einer Glasglocke von etwa 5 Litern Inhalt, in der sie wochenlang über P_2O_5 steht, aufbewahrt. Sodann geht die Luft durch ein 30 cm langes Röhrchen, in dem P_2O_5 durch Asbestfäden luftdurchlässig gelagert ist und erst von dort gelangt sie in das Gefäß, in dem die von mir schon an mehreren Stellen beschriebenen ultramikroskopischen Kolloidal-Metallpartikel durch den galvanischen Lichtbogen hergestellt werden. Auch in diesem Gefäße befinden sich oben und unten große Schalen mit P_2O_5, das trotz vielwöchentlichen Gebrauches staubförmig bleibt. Es wird also für diese Versuchsanordnung nunmehr jede Kondensation von Flüssigkeit ausgeschlossen. Auch der galvanische Lichtbogen in dem Gefäße wurde so hergestellt, daß jeder Luftzutritt von außen vermieden wird[1]), was durch an das Gefäß seitlich angegossene Tuben mit eingeriebenen Glasverschlüssen, durch welche vermittelst eingeschmolzener Pt-Drähte die Stromzuführung erfolgte, ermöglicht war. Die gekreuzten $^1/_2$ cm dicken Edelmetallelektroden wurden durch Drehen dieser Glasverschlüsse zur Erzeugung des höchstens 5—10 Sek. währenden Lichtbogens in Kontakt gebracht. Will man die Küvette mit Metallpartikelchen füllen, dann werden alle 6 Hähne bis auf den letzten der in den der Küvette nachfolgenden, auch mit P_2O_5 getrockneten Raum führt, geöffnet; sodann lasse man einige Luftbläschen durch die Schwefelsäurevorlage in den ersten Raum eintreten und erzeugt in dem ganzen Raum vor der Küvette einen minimalen Überdruck[2]). Öffnet

1) Den Herren Otto und Künzel sage ich besten Dank für die exakte, meinen Angaben entsprechende Ausführung.

1) Die Glasfabriken S. Reich & Co., Wien, haben diese Glasglocken gegossen.

2) Es ist wohl überflüssig zu bemerken, daß es notwendig ist, die Hähne vor Herstellung des Lichtbogens zu schließen und die Gasmasse im Erzeugungsgefäße abkühlen zu lassen.

man den letztbezeichneten Hahn, dann strömt die Gasmasse aus dem Raume des Zerstäubungsgefäßes in die Küvette und gelangt durch Schließen der Hähne vor und nach der Küvette augenblicklich zu vollkommener Ruhe. Das ultramikroskopische Bild unterscheidet sich unter Anwendung all dieser Vorsichtsmaßregeln nicht von dem bereits in den früheren Abhandlungen beschriebenen und am Naturforschertage in Königsberg demonstrierten.

Um etwaige Erwärmungen durch die beleuchtenden Strahlen möglichst herabzusetzen, waren in den Strahlengang Wasserkühlungen angebracht. Man kann sich jedoch leicht überzeugen, daß die Belichtungen der Partikel keineswegs Abweichungen erzeugen, die irgendwie die Größenordnung des Resultates trüben können, und die etwa größer sind, als die durch die Brownsche Bewegung, wie im folgenden besprochen wird, bedingten Abweichungen. Um sich davon zu überzeugen, messe man die Fallgeschwindigkeit eines Partikels, hebe dasselbe durch das elektrische Feld, lasse es sodann fallen. Bei öfterer Wiederholung an demselben Partikel kann man durch einen Schirm die beleuchtenden Strahlen abblenden und diesen erst zu einem Zeitpunkte wegnehmen, wo das Teilchen die zweite Marke passieren muß; die Abweichung der mittleren Fallzeit sind bei den im undurchleuchteten Raume durchfallenen Teilchen keine andern als die durch die Brownsche Bewegung bedingten Abweichungen. Es ist zweckmäßig, den Kegel der beleuchtenden Strahlen so einzustellen, daß die Messungen nicht im hellsten Durchkreuzungspunkte der Strahlen vorgenommen werden, sondern diesen hellsten Teil an den Rand des Gesichtsfeldes oder etwas über diesen hinaus zu stellen und die Messungen in einem Raume von nahezu parallel beleuchtenden Strahlen in der Mitte des Gesichtsfeldes zu machen, jede Abweichung von der Vertikalen ist so vermieden. Bei einiger Übung gestattet die Methode ohne weiteres, die Messung an einem Partikel zu wiederholten Malen durchzuführen; ich gebe in nachfolgender Abhandlung Messungsresultate von derartigen Serien, wie ich sie in der Diskussion des Naturforschertages bereits erwähnt und am Schlusse meiner Abhandlung angekündigt habe. Die Zeitmessung wird fortlaufend an einer Registrieruhr (3 Hebelstiftschreiber von Siemens & Halske) abgelesen. Man kann sich aus den nachbenannten Tabellen von der Genauigkeit der Beobachtungsmethode Aufschluß verschaffen. Mein mittlerer Fehler bei einer Beobachtung beträgt + 0,04 Sek.

Es gelingt, von den größeren Metallpartikeln, wenn auch nicht scharfe, Abbildungen im Mikroskope zu erhalten. Ein einwandfreies Präparat erzeugte ich auf nachfolgende Weise. Man bringe einen mit Kanadabalsam in ganz dünner Schicht überzogenen Objektträger einige Sekunden in die vom Lichtbogen, der etwa zwischen Silberelektroden hergestellt wird, abstreichenden Gase. Das Präparat zeigt mit einem Deckgläschen versehen, mit dem Objektiv 1,3 Apertur, 2 mm Brennweite, feste Dunkelfeldblende, Okular 18 von Zeiß, einzelne kolloidale Silberpartikel, deren Durchmesser weit unter den Dimensionen der Wellenlängen des Lichtes liegen. Es ist nicht ratsam, diese Präparate etwa auf bloßem Glase herzustellen, da die geringste Befeuchtung derselben ein Zusammenflocken der Einzelpartikel bewirken kann. Bei den kolloidalen Niederschlägen des Goldes schienen im mikroskopischen Bilde auch exakte Kugeln, die im Durchmesser 1—3 Wellenlängen des Lichtes betrugen und außerdem zahllose bei Dunkelfeldbeleuchtung im Präparate noch kenntliche ultramikroskopische Partikel, die mit den bezüglichen Größen der Teilchen in den kolloidalen Goldlösungen übereinstimmen. Auf einem Objektträger, den man auf den Boden des Erzeugungsgefäßes eine kurze Zeit beließ, lassen sich die Niederschläge dort, wo sich mehrere Metallpartikel aneinandergereiht haben, soweit sie im Bereiche des Mikroskopes liegen, zumindest mit Dunkelfeldbeleuchtung als aus Einzelpartikel zusammengesetzt erkennen, jene Partikel, deren Dimension die Wellenlänge des Lichtes überschreitet, sind im Mikroskope als exakte Kugeln beobachtbar, über die Partikel, die viel kleiner sind als die Wellenlänge des Lichtes, kann naturgemäß das Mikroskop keine Aufklärung geben, doch sind die Beugungsscheibchen derselben im Ultramikroskope normal. Da alle Partikel bis zur Wellenlänge des Lichtes bei erwähnter Erzeugungsweise Kugelform haben, ist dies bei den kleineren Partikeln, die also noch rascher erstarren, um so eher zutreffend. Ich verweise bezüglich des Ultramikroskopbefundes auf den Nachtrag des Herrn H. Siedentopf[1]).

Bereits in einer Fußnote meiner Abhandlung[2]), sowie in der Diskussion des Vortrages am Königsberger Naturforschertag habe ich darauf hingewiesen, daß alle die von mir erschlossenen Werte wesentlich kleiner würden, wenn man bei der Berechnung an der Stokesschen Formel jene Korrekturen vornimmt, die für sehr kleine Kugeln nötig sind und die vom Standpunkte der kinetischen Gastheorie aus jüngst von E. Cunningham ausgeführt wurden[3]). Es

1) Diese Zeitschr. 11, 950, 1910.
2) Diese Zeitschr. 11, 628, 1910; Wiener Ber. Bd. 119, 860, 1910.
3) Derartige Umrechnungen habe ich in meinen Vorträgen „Über die Grundlagen der Elektronentheorie" in

schien mir zunächst nicht wünschenswert, aus meinen Untersuchungen auf Grund dieser Korrekturen Schlüsse zu ziehen, da der Sinn der Abweichung von den nach der Stokesschen Formel berechneten Ladungswerten ein derartiger ist, daß diese Werte unter Benutzung eines korrigierten Widerstandsgesetzes für den gleichförmigen Fall kleiner Kugeln wesentlich kleiner werden, so daß es den Anschein hat, als ob gerade durch diesen Umstand kleinere in der Natur existierende Elektrizitätsladungen gegen 3 oder 4 mal 10^{-10} durch die Berechnung auf Grund der Stokesschen Formel verschoben worden und somit als höhere Werte und als Gruppierung gegen diese Größen vorgetäuscht worden wären. Seither hat sich die Sachlage aber geändert. Herr R. A. Millikan gibt an den wenigen kleinen Partikeln vom Radius 30 mal 10^{-6} bis $100 \cdot 10^{-6}$ cm elektrische Ladungen 7,4, 6,9, 6,1, $5{,}6 \cdot 10^{-10}$ elektrostat. Einh. usw. an, Werte, — die nach der Stokesschen Formel berechnet — vom Elektron bezw. von dessen Vielfachen abweichen. Ganz abgesehen von dem Umstande, daß nach meinem Messungsbefunde an Partikeln von 20 mal 10^{-6} cm etwas nach aufwärts und insbesondere nach abwärts alle möglichen Ladungen insbesondere noch viel kleinere nach der direkten Methode gemessen werden können, korrigiert Millikan diese vom Elektron abweichenden Werte mit Hilfe der Cunninghamschen Formel auf den Elektronenwert, indem er den Berechnungsformeln jene Konstante zugrunde legt, daß alle Werte der Ladungen wieder einem Elektron gleich werden, daß aber nach seinen jetzigen Angaben 4,9016 auf $^1/_2$ Proz. betragen würde.

Nach Cunningham[1]) tritt an Stelle der Stokesschen Beziehung für den Widerstand X einer sich gleichförmig bewegenden Kugel nachfolgende Beziehung:

$$X = 6\pi\mu a v \left[1 + \frac{1{,}63 \frac{l}{a}}{f + 2(1-f)} \right]^{-1}. \qquad (1)$$

Hierin bedeutet l die mittlere Wegelänge der Gasmoleküle. Setzt man in diesem Ausdruck a sehr groß im Vergleich zu l, dann folgt aus (1) das Stokessche Gesetz. Die Größe f liegt zwischen 0 und 1. Setzt man $f = 1$, dann wird man der gastheoretischen Annahme gerecht, daß alle Molekeln an dem gleichförmig bewegten Partikel wie elastische Kugeln reflektiert werden; setzt man $f = 0$, dann ist dies gleichbedeutend mit der Annahme, daß kein Molekel nach dem Zusammenstoße mit der Kugel, deren Dimension mit der mittleren Weglänge der Gasmolekeln vergleichbar ist, wie ein elastisches Kügelchen reflektiert wird. Aus den Experimenten von Kundt und Warburg[1]) folgt $f = {}^1/_2$. Millikan benutzt nicht diese, sondern die kleinere Korrektur für $f = 0$. Aus der Größenordnung der von mir beobachteten ultramikroskopischen Partikel und auch jener Nebelpartikel, die Karl Przibram mit einer Art Dunkelfeldbeleuchtung beobachtete, wird diese Korrektur für das Resultat sogar von größerem Belang sein, als für die Werte von Millikan, da die von mir beobachteten Partikel in ihren Größendimensionen bereits an die mittleren Weglängen der Gasmolekeln heranreichen; denn sie ergeben nach Stokes Berechnung die Radiengrößen von 5 bis $50 \cdot 10^{-6}$ cm. Die Korrektur ergibt noch kleinere mittlere Radien und daher auch Ladungen, als nach der Stokesschen Formel. Denn auf Grund dieser Korrekturen berechnen sich Ladung und mittlerer Radius der Einzelpartikel aus Falldauer im Erdfelde und Hebezeit im elektrischen Felde aus nachfolgenden Gleichungen

$$e\mathfrak{E} - \frac{4a^3x}{3} s g = \frac{6\pi\mu a v_1}{1 + \frac{1{,}63 \frac{l}{a}}{f + 2(1-f)}} \qquad (1)$$

$$\frac{4a^3\pi}{3} s g = \frac{6\pi\mu a v_2}{1 + \frac{1{,}63 \frac{l}{a}}{f + 2(1-f)}}. \qquad (2)$$

Die Bezeichnungsweise stimmt mit den bezüglichen Gleichungen (1) (2) meiner vorzitierten Abhandlungen in dieser Zeitschrift überein.

Diese an der Stokesschen Formel vorgenommenen Korrekturen müßten in alle jene Untersuchungen Eingang finden, die sich mit der Theorie der Brownschen Bewegung in Gasen[2]) beschäftigen. Denn in allen statistischen Untersuchungen von Einstein-Smoluchowski[3]) finden wir als Widerstandsgesetz die Stokessche Formel, obzwar die Brownsche Bewegung, wofern wir überhaupt berechtigt sind, dieselbe lediglich als molekular-kinetisches Phänomen aufzufassen, gerade in jenen Größen-

der chemisch-physikalischen Gesellschaft zu Wien am 22. und 29. November 1910 durchgeführt.

1) Proc. Roy. Soc. London S. A. **83**, 357, 1910.

Nachtrag bei Korr.: Ähnliche Diskussion von Max Reinganum. Ber. deutsche phys. Ges. 1910, Heft 23.

Zusatz bei Korr.: Bei Radiumbestrahlung zum Zwecke der Umladung der Partikel bemerkte ich vier in Schnurform aneinandergereihte Einzelpartikel. Es scheint also durch diese Bestrahlung auch in Gasen eine Koagulation ebenso wie dies bei kolloidalen Lösungen schon bekannt ist, hervorgerufen zu werden. Jede Aneinanderreihung ist jedoch im Ultramikroskope sofort kenntlich und alle Messungen wurden an Einzelpartikeln gewonnen. —

1) Pogg. Ann 155, 347.

2) Ehrenhaft, Wiener Berichte **116**, Abt. IIa, 1907.

3) Einstein, Ann. d. Phys. **17**, 549, 1905; **19**, 371, 1906; Smoluchowski, Bull. Acad. scient., Crac., Juli 1906.

ordnungen von Belang wird, wo die mittlere Dimension der Partikel mit der mittleren Weglänge der Molekeln vergleichbar wird. Tragen wir statt des Stokesschen Gesetzes oben angeführte Relation ein, dann ergibt sich die mittlere Verschiebung in eine Koordinatenachse auf Grund der Brownschen Bewegung aus der Gleichung

$$\lambda_x = \sqrt{t}\sqrt{\frac{RT}{N}\,\frac{1+1{,}63\frac{l}{a}}{f+2(1-f)}\,\frac{1}{3\pi\mu a}} \quad (3)$$

worin t die Zeit, R die Gaskonstante, T die absolute Temperatur und N die Zahl der Molekeln im Grammoleküle bedeutet.

Wie ich schon in meinen zitierten Publikationen angeführt habe, erscheint es mir wichtig, experimentelle Schlüsse über die Brownsche Bewegung nicht bei horizontalem Gesichtsfelde des Mikroskopes zu machen, da bei allen suspendierten Partikeln selbst bis an die Grenze der Beobachtungsfähigkeit bis zu den mittleren Weglängen der Gasmoleküle herab eine deutliche Fallbewegung konstatierbar ist. Nur bei einzelnen Phosphornebeln überdeckte die Brownsche Bewegung den Fall. Es müssen daher die eventuellen Komponenten der Brownschen Bewegung bei vertikalem Gesichtsfelde gemessen werden, was genau nach der in meinen Publikationen und in dieser Abhandlung angegebenen Methode ermöglicht ist. Herr Robert Neumann v. Ettenreich ist mit Ausführung und Berechnung derartiger Versuche im h. o. Laboratorium beschäftigt.

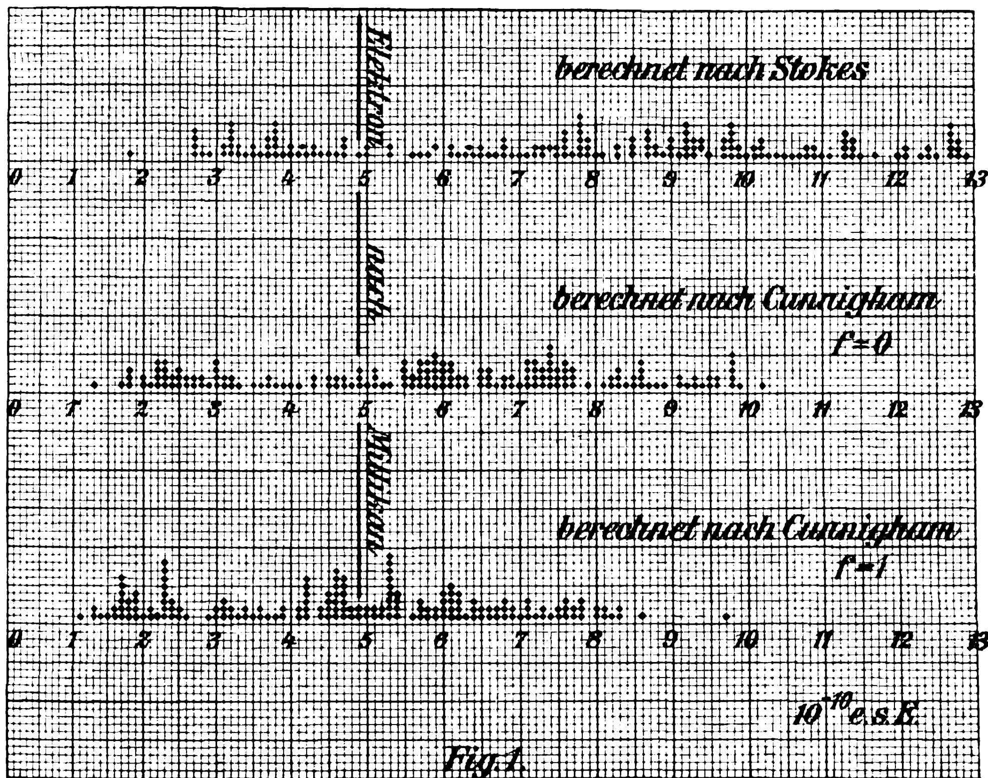
Bevor ich nunmehr meine erneuerten Messungsresultate angebe, und in der Diskussion derselben die von mir bereits in meiner ersten Publikation angegebene Korrektur der Stokesschen Formel vornehme, sei es mir gestattet, darauf hinzuweisen, daß diese Korrekturen auch von besonderem Belange für jene Messungen sind, die Herr Karl Przibram nach vorliegender Methode am Nebelpartikelchen vorgenommen hat. Wenn zufolge der Versuchsanordnung K. Przibrams auch die Partikel im Mittel nicht so klein sind, wie die meinen, die vielfach nur durch die äußerste Ultramikroskopie sichtbar gemacht werden können, so sind die Nebelpartikel doch im Durchschnitte von mehr als 100 mal kleinerem Volumen, bezw. 10—15 mal kleinerer Kapazität als die Öltropfen Millikans und es werden daher die vielfachen Unterschreitungen der bisher als kleinst angenommenen Ladungen an diesen Partikeln möglicherweise einzig aus diesem Umstande schon erklärbar. Ich habe die in Tabelle IV, 2, S. 900 der bezüglichen Arbeit Przibrams „Ladungsbestimmungen am Nebelteilchen"[1]), die ersten 279 Werte unter Berücksichtigung des kinetischen Widerstandsgesetzes (unter Auslassung aller jener Werte, die nach der Stokesschen Formel eine Ladung über $13{,}10^{-10}$ elektrostat. Einh. ergeben) unter der Annahme berechnet, daß alle Molekeln an den Nebelpartikeln als elastische Kugeln reflektiert werden ($f = 1$); Karl Przibram hat mir in freundschaftlicher Weise die Werte angegeben, die sich zufolge der Annahme ergeben, daß kein Gasmolekel von den Partikeln als elastische Kugel reflektiert wird ($f = 0$). Die richtige Korrektur dürfte, wie vorerwähnt, in der Mitte also für $f = 1/2$ liegen. Die Gesamtzahl aller in Fig. 1 aufgetragener Werte einschließlich der noch angeführten Protokollnummer 898 von S. 927 vorzitierter Abhandlung beträgt 168. Von diesen Werten unterschreiten, nach Stokes berechnet, bereits 38 die Elektronenladung, für die erstbezeichnete Korrektur, die Millikan benutzt, 49, für zweitbezeichnete Korrektur 69 Werte. Fig. 1 gibt die Übersicht dieser Werte. Die Zahl der über einer Abszisse aufgetragenen Punkte gibt die Zahl der an diese Stelle fallenden Ladungswerte, der Strich die Lage des Elektrons nach Millikan.

Ich gebe nun im nachfolgenden eine Anzahl von Serienmessungen an ultramikroskopischen Einzelpartikeln, die aus einer viel größeren Zahl ganz gleichartiger Messungen herausgenommen wurden, welche ich in ihrer Vollständigkeit in den Berichten der Wiener Akademie veröffentlichen werden. Dabei sei bemerkt, daß die in Kolonne II und III angegebenen Fallzeiten im Schwerefelde und Hebezeiten im elektrischen Felde bei vielen dieser Partikel nicht in demselben Raumteile der Küvette vorgenommen wurden, da man bei einiger Übung die Teilchen in eine beliebige Höhe heben und dort fallen lassen kann. In den folgenden Kolonnen befinden sich die nach Stokes und für die beiden Grenzfälle der korrigierten Formel berechneten Radien und elektrostatischen Ladungen.

Im allgemeinen nimmt mit der Kleinheit der Partikel die Brownsche Bewegung zu. Wie ich schon in meinen früheren Publikationen erwähnt habe, zeigen die ultramikroskopischen Metallpartikel, unmittelbar nach der Erzeugung beobachtet, eine viel lebhaftere Brownsche Bewegung, als etwa nach einer halben Stunde. Diesen großen Unterschied in der Brownschen Bewegung glaube ich nicht allein auf etwa noch vorhandene Temperaturdifferenzen zurückführen zu können, umsomehr als die Brownsche Bewegung bei etwa gleich großen oder sogar noch größeren Phosphorpartikeln eine viel lebhaftere ist und überhaupt nicht eliminiert werden kann. Es hat durchaus den Anschein, als ob die Größe der Brownschen Bewegung der Sus-

1 Wiener Ber. 119 (IIa), Juni 1910.

Ladungen von Nebelteilchen



Ultramikroskopische Silberpartikel.

Nr. Ladungssinn	abs. elektrostat. Feld	Fallzeit in Sek.	Hebezeit	Radius · 10^6 berechnet nach Stokes	Cunningham $f = 0$	Cunningham $f = 1$	Absolute elektrostat. Ladung berechnet nach Stokes $\cdot 10^{10}$	Cunningham $f = 0$	Cunningham $f = 1$
— Nr. 1 vom 8. XI.	2,0	2,25 2,19 2,36 2,25 2,15 2,42 2,15 2,10 2,45	2,04 1,80 2,09 1,98 2,22 2,20 2,48 2,44 2,56 2,42	23,2	20,0	17,0	4,8	3,45	2,12
— Nr. 2 vom 8. XI.	2,0	4,75 4,90 4,78	2,70 2,30 2,70 2,39	16,0 15,7 15,9 } 16,1	12,8	10,2	2,40 2,29 2,38 2,60 } 2,45	1,22	0,62
— Nr. 6 vom 18. XI.	1,77	3,38 3,89 3,44	4,53 5,00 5,11	19,0 17,7 18,7 } 18,6	15,2	12,5	2,70 2,52 2,62 } 2,67	1,47	0,81
— Nr. 1 vom 24. XI.	1,77	6,26 6,49 5,50 6,20 6,31	4,80 4,26 4,52 4,42 4,45	19,8 19,4 21,0 19,9 19,6 } 20,0	16,6	14,0	4,17 4,76 4,78 4,53 4,40 } 4,57	2,64	1,65
— Nr. 3 vom 8. XI.	2,00	3,00 2,85 2,75 2,91	3,90 4,99 7,22 3,79 5,94	20,4 20,7 21,0 20,6 } 20,6	16,8 17,5 17,7 17,0 } 17,2	14,2 14,8 15,0 14,5 } 14,7	3,24 2,95 2,60 3,30 2,79	1,92 1,82 1,55 1,95 1,65	1,20 1,08 0,97 1,25 1,02

Ultramikroskopische Goldpartikel.
Beobachtete Strecke $154{,}10^{-4}$ cm.

Nr. Ladungssinn		Abs. elektrostat. Feld	Fallzeit in Sek.	Hebezeit in Sek.	Radius · 10^6 berechnet nach Stokes	Radius · 10^6 berechnet nach Cunningham $f=\theta$	Radius · 10^6 berechnet nach Cunningham $f=1$	Absolute elektrostat. Ladung · 10^{10} berechnet nach Stokes	Absolute elektrostat. Ladung · 10^{10} berechnet nach Cunningham $f=\theta$	Absolute elektrostat. Ladung · 10^{10} berechnet nach Cunningham $f=1$
—	1	0,52	4,6 5,4	6,7 6,9 6,9 6,4 6,9	12,1 11,1	9,0 8,0	6,8 6,0	4,5 3,7	1,8 1,4	0,8 0,6
+	2	0,52	6,7 6,8 7,8 7,7 7,2	3,1 3,2 3,1 2,4	10,0 9,2 9,6	7,0 6,3 6,7	5,1 4,4 4,8	4,9 4,3 4,6	1,7 1,4 1,5	0,7 0,6 0,65
+	3	0,52	8,4 3,3	5,3 6,5	8,8 8,4	6,0 5,5	4,1 3,9	2,7 2,3	0,9 0,6	0,4 0,3
—	4	0,52	2,1 1,5	2,8 2,7	5,6 6,7	3,0 3,9	1,9 2,6	2,2 2,9	0,6 0,8	0,3 0,4
—	5	0,50	7 6	3 3	10,1	7,2	5,2	5,1	1,8	0,7
—	6	0,52	9,2	3,4 2,3	8,5	5,6	3,9	3,5 4,6	1,0 1,3	0,4 0,6
—	7	0,70	6 7 6 7 7 6,5	6 6 6 6 5,5 5,5	10,0	7,0	5,1	2,27	0,79	0,34
—	8	0,52	11,5	10,8	7,6	4,7	3,2	1,4	0,3	0,2
—	9	0	8,3	3,9	9,0	6,1	4,3	3,4	1,1	0,5
	10	5,33	5,5	schwebt	11,0	8,0	6,0	0,2	0,075	0,038
+	11	0,53	5,2	schwebt	11,2	8,1	6,0	2,2	0,85	0,4
—	12	0,53	5,3	6,2	11,1	8,0	5,9	3,8	1,5	0,6
—	13	0,42	9,0	7,5	8,5	5,6	4,0	2,9	0,9	0,4
—	14		8,0	5,0	9,3	6,5	4,7	3,9	1,2	0,5

pensionen in Gasen sehr wesentlich von dem Umstande abhängig ist, ob sich das beobachtete System einer Art Gleichgewichtszustand mehr oder weniger genähert hat. Ferner scheint, insolange die Partikel hochgeladen sind, die Brownsche Bewegung eine durchaus lebhaftere zu sein, als wenn diese Partikel sich in ihrer elektrischen Entladung schon wesentlich ausgeglichen hätten. Die Molekularhypothesen würden ergeben, daß die Brownsche Bewegung bei gleich großen Partikeln verschiedener Dichte gleich groß ist. Diese Tatsache scheint sich im Experimente, wenigstens in Gasen, in welchen die Differenz der spez. Gewichte zwischen Partikel und umgebendem Medium erheblicher ist als in Flüssigkeiten, nicht zu verifizieren, sondern es scheinen Partikel höherer Dichte wesentlich geringerer Molekularbewegung unterworfen zu sein. Die Zahlen der Hebezeiten im elektrischen Felde weisen durchaus größere Schwankungen auf, als die Zahlen der Fallzeiten im Schwerefelde. Sowohl bei Silbersuspensionen wie bei Goldpartikel lassen sich all diese geringfügigen Schwankungen, über

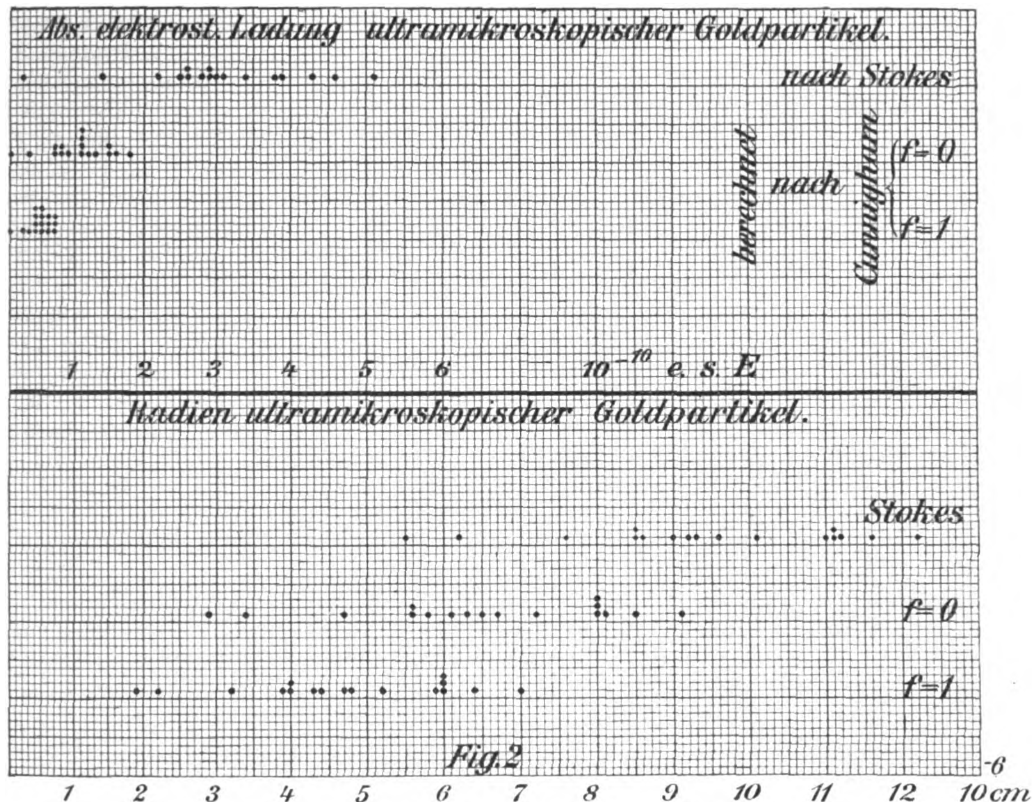


Fig. 2

deren geringen Einfluß auf das Resultat man sich am besten aus dem Zahlenmateriale selbst Aufschluß verschaffe, lediglich auf die mittleren Brownschen Vertikalkomponenten mit Ausschluß des Silberteilchens vom 8. XI., Nr. 3 zurückführen. Betrachten wir z. B. Silberteilchen Nr. 1 vom 8. XI. Dem mittleren Radius von etwa $20 \cdot 10^{-6}$ cm dieses Partikels, würde eine mittlere Brownsche Vertikalkomponente pro Sekunde von $12 \cdot 10^{-4}$ cm, also für 2,2 Sekunden von $18{,}4 \cdot 10^{-4}$ cm entsprechen, wie sich aus (3) leicht ergibt. Die mittleren Abweichungen der Fallzeiten dieses Silberpartikels von der mittleren Fallzeit des Partikels beträgt 0,12 Sek., daher die experimentell aus den mittleren Fallzeiten folgende mittlere Brownsche Vertikalkomponente bloß $8 \cdot 10^{-4}$ cm, also kaum die Hälfte der theoretisch geforderten. Herr Rob. Neumann von Ettenreich arbeitet mein diesbezügliches statistisches Material durch und gedenkt so auch zu einer Bestimmung von N zu gelangen. Man beachte zum Beispiel bei Partikel 1 die wesentlich konstanteren Fallzeiten und die erheblichen Schwankungen der Hebezeiten. Letztere scheinen weder auf Brownsche Bewegung zurückzuführen zu sein, noch selbstredend auf Beobachtungsfehler, da der Fehler bei einer Messung über 2 Sekunden höchstens $+ {}^1/_{10}$ Sekunde beträgt. Man beachte, wie bei diesen wiederholten Messungen von Ladung und Radius desselben Partikels sich fast präzise dieselben Werte ergeben, wobei darauf aufmerksam zu machen ist, daß diese Werte nur dann unsicher werden, wenn man einen letzten Wert mitregistriert, bei dem das Teilchen schon im Verschwinden begriffen ist dadurch, daß es die Einstellebene des Mikroskopobjektives verläßt. Solche Werte sind z. B. die Fallzeit 5,4 des Goldpartikels Nr. 1 und die letzte Hebezeit 2,4 des Goldpartikels Nr. 2. Ich habe trotzdem geglaubt, diese Zahl mit angeben zu sollen. Die Messung der Goldpartikel 7, 13 und 14 danke ich Herrn Anton Lampa aus Prag, der Serie 5 Herrn Neumann v. Ettenreich. In Fig. 4 sind die elektrostatischen Ladungen als Punkte aufgetragen, so zwar, daß über jedem Abszissenwert so viele Punkte aufgetragen sind, als berechnete Werte der Ladung bezw. des Radius an die betreffende Stelle fallen. Man sieht, wie die Werte zufolge der Korrektur der Stokesschen Formel nach Cunningham ganz wesentlich kleiner werden; bei Benutzung derselben Korrektur, die Millikan verwendet $f = 0$, um die Abweichungen der Vielfachen des Elektrons, bezw. der Ladungssprünge auf den konstanten Wert $4{,}90 \cdot 10^{-10}$ elektrostat.

Einh. zu bringen, gruppieren sich die Werte dieser Goldpartikel um $1 \cdot 10^{-10}$ elektrostat. Einheiten, bei Benutzung der anderen Grenzkorrektur um $5 \cdot 10^{-11}$ elektrostat. Einh., jedoch auch unter und über diesen Werten gibt es noch Ladungen; die Radien liegen in der Größenordnung zwischen 3 und $9 \cdot 10^{-6}$ cm. Diese Art der Berechnung gibt also an diesen kleinen Partikeln ganz wesentliche Unterschreitungen des Elektronenwertes, wie ich schon in meinen ersten Abhandlungen angedeutet habe. — Es scheint mir ferner sehr wesentlich, zu erwähnen, daß ich an Phosphornebelteilchen bei Serienmessungen im Juni 1910 an Partikeln von den mittleren Radien von $20-40 \cdot 10^{-5}$ cm Ladungsänderungen erhalten habe, die jedoch unter vielen ähnlichen Messungen mit der von Millikan benutzten Cunninghamschen Korrektur $f = 0$ nur Bruchteile des Elektrons $4,9 \cdot 10^{-10}$ elektrostat. Einh. betragen haben, die aber zufolge des Messungsganges nicht durch die Komponenten der Brownschen Bewegungen, noch durch Verdampfen oder Kondensieren vorgetäuscht sein können[1]). Es ermöglicht vorliegende Methode, sogar das Verdampfen und Kondensieren der Einzelpartikel zu verfolgen.

Wenn ich nach weiteren Möglichkeiten suche, die kleinen den Elektronenwert erheblich unterschreitenden Werte auf andere Weise zu erklären, schien mir bisher kein einziger Erklärungsversuch in der Natur begründet. Nehmen wir an, daß die kleinen Metallpartikel auch nach Ausschluß aller Kondensationsmöglichkeiten geringere Dichte hätten, als die Dichte der bezüglichen Edelmetalle, so habe ich hierfür keinen experimentellen Anhaltspunkt finden können. Bei den kolloidalen Suspensionen in Flüssigkeiten substituiert man bekanntlich für die mittleren Dichten der Metallpartikel höhere Werte. Aber auch Dichte-Unterschreitungen würden, wie ich schon mehrfach nachgewiesen habe, nicht ausreichen, die Abweichungen zu erklären, denn auch an den kleinen Tröpfchen Wassers sind leicht erhebliche Ladungsunterschreitungen bis zum 5. Teile des Elektrons und darunter zu finden. Der naheliegende Gedanke, man könne es bei den Partikeln vielleicht mit Bläschen zu tun haben, ist schon bei anderen Fragen ähnlicher Natur in der Physik des öfteren abgewiesen worden und in unserem Falle um so unberechtigter, als man sich durch eine leichte Rechnung überzeugen kann, daß die Schichtdicke der bezüglichen Hohlkugeln, also etwa Hohlkügelchen des Silbers, Goldes, oder ultramikroskopisch kleiner seifenblasenartiger Nebelteilchen, so dünn sein müßte, daß selbst die exakteste Dunkelfeldbeleuchtung diese nicht mehr sichtbar machen könnte. Und überdies widerspricht eine derartige Annahme dem eingangs angeführten mikroskopischen Befunde an der Grenze der Sichtbarkeit für die größeren Teilchen, der lehrt, daß die einzelnen Metallteilchen sphärische Körnchen sind. Die sphärische Gestalt der Nebelteilchen wird kaum eines Nachweises bedürfen[1]). Ich will dagegen versuchen, vornehmlich für die kleineren Partikeln aus den Arbeiten Millikans, Przibrams und meiner aus dem Zusammenhange zwischen Radius und Ladung einige Aufklärung zu finden. Vor allem möchte ich konstatieren, daß die Errechnung der Ladungen nach meiner Ansicht durchaus nach einer experimentell begründeten Widerstandsformel für die Bewegung einer Kugel, deren Dimension an die Größe 10^{-5} heranragt, erfolgen muß und daß es nicht einwandfrei ist, wenn man Korrekturen an den Fallformeln in dem Sinne wählt, daß Abweichungen von Elektronen wieder auf das Elektron erhöht oder erniedrigt werden und darin die Berechtigung zu gerade diesen Korrekturen erblickt.

Die wichtigste Aufgabe ist also in der Fixierung einer experimentell begegründeten Widerstandsformel für die Bewegung kleiner elektrisch geladener Kugeln gelegen, an die ich nunmehr schreiten werde. Derzeit ist die mittlere Cunninghamsche Korrektur die einzig berechtigte. Legen wir nicht diese, sondern etwa die Korrektur für den Fall $f = 0$, nachfolgenden Überlegungen zugrunde, da mir für diesen Fall die Daten aller drei Arbeiten bekannt sind. Der einzige Tropfen, bei dem Millikan eine einfache Elektronenladung erhalten hat, ist der negative Tropfen Nr. 5, S. 1103, l. c. Der Radius dieses Tropfens nach Stokes beträgt etwa $10 \cdot 10^{-5}$ cm, also einen noch kleineren Wert nach der korrigierten Formel. Gerade die ersten 4 Werte, an den kleinen Tröpfchen gemessen, seiner Tabelle XII schließt er S. 1108, l. c. von der Diskussion aus, weil bei seiner Versuchsanordnung beim Experimentieren an kleinen Tröpfchen Fehler durch Luftströmungen eingeführt werden, ein Umstand, der begreiflich erscheint, da der Plattendurchmesser seines Kondensators 20 cm, bei meiner Versuchsanordnung 4 mm betrug, der Hohlraum seines Kondensators 300 ccm, meiner dagegen weniger als 60 cmm faßte. Aber gerade die exakte experimentelle Feststellung der Ladungen dieser kleinen Tröpfchen, die Millikan S. 1108 der Diskussion ausschließt, der Tröpfchen kleinster Kapazität, wären von wesentlicher Wichtigkeit. Den

1) Die bezügl. genauen Messungen werde ich demnächst in den Wiener Akademieberichten veröffentlichen.

1) Vgl. hierzu diese Zeitschr. 11, 628, 629, 1910.

Ladungswert oberwähnten Tropfens bestimmt er vermöge der Cunninghamschen Korrektur zu $4{,}89 \cdot 10^{-10}$ elektrostat. Einh. Karl Przibram hat unter Berücksichtigung derselben Korrektur seine 1000 Nebelwerte umgerechnet und findet bezüglich der kleinen Werte, daß für Tröpfchen mit Radien unter $4{,}10^{-5}$ cm die Ladungswerte mit abnehmendem Tropfenradius stark nach abwärts rücken. So liegen für Radien zwischen 3,8 und $3{,}5 \cdot 10^{-5}$ die Maxima der Ladungswerte bei $5 \cdot 10^{-10}$, für Radien zwischen 3,4 und 3,1 bei $4{,}2 \cdot 10^{-10}$, für Radien zwischen 3,0 und 2,7 bei $2{,}6 \cdot 10^{-10}$, für Radien zwischen 2,6 und $2 \cdot 10^{-5}$ bei $2 \cdot 10^{-10}$ elektrostat. Einh. in Übereinstimmung der von mir auch am Nebelteilchen nachgemessenen Werte, also bei Werten, die das Elektron erheblich unterschreiten. Ich will nun an diese Werte, die in dieser Arbeit ermittelten Werte, an ultramikroskopischen Teilchen gewonnen, anreihen, indem ich mich der Korrektur für $f = 0$ anschließe und gleichzeitig bemerke, daß es jedenfalls korrekter wäre, die in den Experimenten von Kundt und Warburg begründete Korrektur $f = 1/2$ einzuführen, die für alle vorerwähnten Ladungen noch kleinere Ladungswerte gibt. An ultramikroskopischen Silberpartikeln findet man für Radien von $2{,}0 - 1{,}2 \cdot 10^{-5}$ cm im Mittel Ladungen zu $1{,}7 \cdot 10^{-10}$ elektrostat. Einh. und schließlich an den ultramikroskopischen Goldpartikeln für Radien von $0{,}9 - 0{,}3 \cdot 10^{-10}$ im Mittel $1 \cdot 10^{-10}$ absolute elektrostatische Einheiten. Diese letzteren sind fast durchaus aus Serienmessungen am Einzelteilchen erschlossen. Aber auch noch darunter gibt es Ladungswerte.

Es hat also den Anschein, als ob im allgemeinen Partikel mit einem Radius unter $3{,}10^{-5}$ cm fast durchwegs Ladungen tragen, die kleiner sind, als das derzeit zu $4{,}9 \cdot 10^{-10}$ e. s. E. festgesetzte Elektron.

Ich werde es nicht unterlassen, die Versuche in Zukunft in weitgehendster Weise zu modifizieren und insbesondere an Partikeln mit ganz verschiedenen Dichten Aufklärung zu verschaffen, ferner die Versuche in verschiedenen Gasen und unter verschiedenen Drucken wiederholen. Sollte es mir oder anderen Forschern nicht gelingen, bei einer zahlenmäßig so sicher arbeitenden Methode, wie es die vorliegende von mir angegebene ist, diese Unterschreitungen des Elektrons zahlenmäßig und durch das Experiment begründet anders aufzuklären, dann müßte man entweder der Frage näher treten, die kleinere Konstituente des Elektrons experimentell aufzusuchen, oder falls das nicht gelänge, die Frage zu erwägen, ob wir in der Natur überhaupt Erscheinungen kennen, die für eine atomistische Theorie der Elektrizität zwingend

Tabelle 3.

Beobachter	Material	Radien $\cdot 10^5$ cm	Mittlere absolute elektrost. Ladungen $\cdot 10^{10}$
Millikan —Tropfen 29 *p* 1105	Öltropfen	45	168—232
Millikan —Tropfen 5 *p* 1103	Öltropfen	10	4,892
Karl Przibrams Statistik	Phosphornebelteilchen	3,8—3,5 3,4—3,1 3,0—2,7 2,6—2,0	5 4,2 2,6 2,0
F. Ehrenhaft	Ultramikrosk. kolloidales Silber	2,0—1,2	1,7
F. Ehrenhaft	Ultramikrosk. kolloidales Gold	0,9—0,3	1,0

sind. Andernfalls würde die Elektronentheorie bloß eine Mittelwertstheorie darstellen, da die Gleichheit und Unteilbarkeit der Elektrizitätsatome in der Natur nicht begründet wäre. Jedenfalls ist man aber auch verpflichtet, sich um die in der Natur zweifellos vorhandenen Gruppierungen der Ladungen an Partikeln gleichartiger Erzeugung weitere Aufklärung zu verschaffen. Millikan schließt aus Ladungssprüngen von größeren Tröpfchen auf das Elektron; Karl Przibram findet, daß auch, wenn man die Ladungen des Phosphornebels, das einzige Material, an dem die Statistik bisher ausreicht, von Tröpfchen über $3 \cdot 10^{-5}$ cm Radius ein und derselben Größe betrachtet, zwei Maxima vorhanden sind, deren Abstand jedoch nicht bei allen Teilchengrößen dem derzeitigen Elektron entspricht. An kleineren Partikeln kommen aber diese zwei Maxima nicht mehr zum Ausdruck, sondern es ist ein einziges Maximum deutlich ausgeprägt, das mit fallendem Radius der Tropfen immer kleineren Ladungen entspricht, die den angeblichen Elektronenwert durchaus unterschreiten. Man ist, wenn man den Genauigkeitsgrad dieser Methode berücksichtigt, nicht berechtigt, einen Wert $1 \cdot 10^{-10}$ und $5 \cdot 10^{-10}$ absolute elektrostatische Einheiten, sowie sie etwa einer Gruppe angehören würden, als dieselben Ladungen zu betrachten. Es hat den Anschein, als ob die Maxima bei Tröpfchen gleichem Radius' in den Przibramschen Kurven, insbesondere auch bei den größeren Tröpfchen, nicht deutlich ausgeprägt sind, und man muß abwarten, ob bei Trennung der positiven und negativen Ladungen in der Statistik sich von Erzeugungsweise und Material unabhängige bevorzugte Ladungswerte werden feststellen lassen; jedenfalls aber wäre da

erst ein bindender Beweis zu suchen, daß diese Gruppierungen nicht vielleicht durch andere Ursachen, etwa solche, wie ich in meinen früheren Abhandlungen schon angedeutet habe, bedingt sind. Wenn man aus solchen Gruppierungen einen Schluß auf die atomistische Konstitution der Elektrizität machen will, dann muß man den Nachweis liefern, daß in dieser die einzige Ursache von Gruppierungen gelegen ist. Ich erwähne, daß in der Natur bei allen Regen Maxima der Häufigkeit der Tropfengrößen scharf hervortreten und durchaus bei denselben Tropfengrößen. Diese liegen im Intervalle

0,225 — 0,274 mg,
0,425 — 0,542 „ ,
0,825 — 0,940 „ .

Unter allen bei einem Regen vorkommenden Tropfengrößen überwiegen gewisse Größen und von diesen vorwiegend vorkommenden Tropfen ist das Gewicht der größeren ein Vielfaches des Gewichtes der kleineren. Die Hauptmaxima verhalten sich wie 1:2:4:8; deutlich ausgesprochen ist auch das 16fache und 32fache.

Defant[1]) gelangt zu dem allgemeingültigen Satze, daß das Gewicht der größeren Tropfen ein ganzes Vielfaches vom Gewichte der kleineren Tropfen ist.

Auch die Radien der statistisch gehäuften Nebelteilchen K. Przibrams[2]) weisen gewisse Gruppierungen auf, es ist ein bevorzugter Wert der Tröpfchengröße vorhanden und gerade beim Doppelten dieses Tropfengewichtes ist ein zweites statistisches Maximum gelegen[2]).

Auch die Regentröpfchen tragen bekanntlich elektrische Ladungen. Wenn die kleinen Tröpfchen zusammenfließen, dann wären nicht nur diese Multipla der Größe erklärbar, sondern auch das Auftauchen mehrerer Ladungsmaxima bei Partikeln derselben Größe. Denn diese entstünden durch Zusammenfließen von Tröpfchen verschiedenen Ladungssinnes. Bei einer solchen Statistik müssen aber unter allen Umständen die Tropfen nach Ladungssinn gesondert werden.

Im Gegensatze steht aber mein Messungsbefund und auch der von K. Przibram zu dem von Millikan durch den Umstand, daß Millikan nach Tabelle 12, l. c., S. 1107, an den nach Stokes berechneten Radiengrößen $3-4 \cdot 10^{-5}$ cm bloß Ladungen (nach Stokes gerechnet) von 7,3, 6,8, 6,1 angibt, dagegen zufolge meiner und Przibrams Resultate in demselben Größenbereiche der Teilchen alle Ladungen und selbst bei dieser Größe noch viele das Elektron stark unterschreitende gemessen wurden.

Wenn dagegen bei den Messungen und Berechnungen nach meiner Methode noch irgendwelche unbekannte Umstände im Spiele wären, würde das Ergebnis der letzten Tabelle bedeuten, daß diese bei den kleineren Partikeln stärker wirksam sind. Allerdings ist es auch nur natürlich, daß kleinere Teilchen vermöge ihrer kleineren Kapazität unter sonst gleichen Bedingungen kleinere Ladungen tragen. Doch betone ich, daß mir derzeit kein solcher Umstand bekannt ist und daß auch an größeren Teilchen sich Ladungsunterschreitungen feststellen lassen und daß auch die Abweichungen von den Multiplen reeller Natur zu sein scheinen.

Mag es nun mir oder anderen Forschern dereinst gelingen oder nicht gelingen, die das Elektron $4{,}9 \cdot 10^{-10}$ e. s. E. unterschreitenden Ladungen anders aufzuklären, möchte ich doch nochmals dem Gedanken Ausdruck verleihen, daß eine derartige Methode, wie ich sie in den Untersuchungen des letzten Jahres angegeben habe, eher als die bisherigen geeignet sein dürfte, die Frage, ob die Existenz eines unteilbaren Elektrizitätsatoms in der Natur begründet ist oder nicht, zu entscheiden. Denn nur eine solche hält sich frei von willkürlicher Mittelwerts- oder Gruppenbildung und geht auch bis an die derzeitige Grenze des optisch Möglichen.

Wien, I. Physikalisches Institut der K. K. Universität, 31. Dezember 1910.

(Eingegangen 5. Januar 1911.)

1) Wiener Sitzungsberichte **114**, 585, 1905. Gesetzmäßigkeit in der Verteilung der verschiedenen Tropfengrößen bei Regenfällen, von Albert Defant.

2) Ich verdanke die Kenntnis dieser Tatsache einer mündlichen Mitteilung von K. Przibram.

Bemerkungen über das photographische Schwärzungsgesetz.

Herrn P. P. Koch zur Antwort.

Von J. Stark.

Die Kritik, welche Herr P. P. Koch an meinen anderen Orts veröffentlichten spektralphotometrischen Untersuchungen[1]) kürzlich in dieser Zeitschrift[2]) publiziert hat, ist unhaltbar, insofern sie auf eine unzulässige Anwendung des Schwarzschildschen Schwärzungsgesetzes gegründet ist und den Punkt verkennt, auf welchen es in meinen Untersuchungen ankommt.

Über die Anwendbarkeit oder Gültigkeit des Schwarzschildschen Schwärzungsgesetzes herrscht in der Literatur einige Verwirrung. Öfters liest man es in folgender Form ausgesprochen: Auf einer photographischen Platte werden gleiche Schwärzungen S von verschiedenen Lichtintensitäten i_1 und i_2 bei verschie-

1) Wien. Ber. **119**, 779, 1910; Ann. d. Phys. **33**, 1449, 1910.

2) Diese Zeitschr. **12**, 12, 1911.

denen Expositionszeiten t_1 und t_2 hervorgebracht, wenn $i_1 t_1^p = i_2 t_2^p$ ist, wo p eine für die betreffende Platte charakteristische Konstante ist. In dieser uneingeschränkten Fassung ist das Schwarzschildsche Gesetz unrichtig. Es ist indes dann richtig, wenn es auf das Gebiet der normalen Exposition oder Schwärzung beschränkt wird; innerhalb dieses Gebietes ist der Schwarzschildsche Exponent p für einen weiten Bereich der Intensität und der Zeit eine Konstante. Außerhalb jenes Gebietes ist p eine Funktion der Intensität und der Zeit. Nimmt man auf diesen beschränkten Gültigkeitsbereich des Schwarzschildschen Gesetzes nicht Rücksicht, so findet man vor allem bei Platten mit kleinem normalem Schwärzungsbereich p als Funktion von i, selbst wenn man i nur im Verhältnis von 2 : 3 variiert. Hierauf haben verschiedene Autoren, welche p als Funktion von i fanden, nicht genügend Rücksicht genommen. Die von Herrn Koch in dieser Hinsicht zitierten Arbeiten und noch andere waren mir wohl bekannt. Aber insofern sie das Schwarzschildsche Gesetz in unzulässiger Weise anwenden oder nicht ausdrücklich auf Normalexposition sich beziehen, können sie wohl hier außer Betracht gelassen werden. Schwarzschild selbst hat sein Gesetz zwar nicht ausdrücklich auf das Gebiet der Normalexposition beschränkt, indes hat er in glücklicher Weise bei dessen experimenteller Prüfung[1]) „sowohl die allerhöchsten Schwärzungsgrade als auch die allergeringsten“ ausgeschlossen, sich also in der Hauptsache innerhalb des Gebietes der Normalexposition gehalten und darum p für eine Intensitätsvariation von 1 : 100 konstant gefunden. Und G. Leimbach[2]) hat in einer Untersuchung, deren Zuverlässigkeit Herr Koch wohl zu Unrecht anzweifelt, sich ausdrücklich auf das Gebiet der Normalexposition beschränkt und demgemäß p in Übereinstimmung mit Schwarzschild konstant gefunden.

Auf Grund der im vorstehenden gekennzeichneten unbeschränkten Anwendung des Schwarzschildschen Gesetzes schwebt, wie es scheint, Herrn Koch in seiner Kritik die Meinung vor, daß $p = \frac{n}{m}$ selbst für eine Intensitätsvariation von 1 : 5 unter allen Umständen merklich variabel ist, und auf Grund dieser Meinung hält er es für möglich, daß das Verhältnis $\frac{i_b}{i_g} = \left(\frac{t_g}{t_b}\right)^{\frac{n}{m}} e^{\frac{S_b - S_g}{m}}$ von Lichtbogen- zu Glimmstromintensität für die Reihe der aufeinanderfolgenden Interferenzordnungen allein wegen der Variation des Faktors $\left(\frac{t_g}{t_b}\right)^{\frac{n}{m}}$ infolge der Variation von $p = \frac{n}{m}$ variabel sei. Diese Ansicht ist indes bei richtiger Anwendung des Gesetzes für die normale Schwärzung unzutreffend; es ist vielmehr der Faktor vor der Exponentialfunktion eine Konstante bei meinen Untersuchungen für die Reihe der aufeinanderfolgenden Interferenzordnungen, deren Intensitäten sowohl beim Glimmstrom wie beim Lichtbogen nur innerhalb des Verhältnisses 1 : 7 variierten. Dies ist leicht dann zu ersehen, wenn man für die Darstellung der Verhältnisse im Gebiet der normalen Schwärzung nicht das Schwarzschildsche Gesetz, sondern eine andere Formel benutzt, welche, wie mir scheint, die in Betracht kommenden Verhältnisse besser zu überblicken erlaubt.

Wie aus den Untersuchungen einer Reihe von Autoren hervorgeht, hat die photographische Trockenplatte die Eigenschaft, daß für eine bestimmte chemische Behandlung innerhalb einer gewissen Schwärzungsdifferenz ΔS_n, dem Gebiet der normalen Exposition, zwischen Schwärzung, Intensität und Zeit für Licht von konstanter spektraler Zusammensetzung oder noch besser für homogenes Licht folgender Zusammenhang besteht: $S = \log(k i^m t^n)$. Hierin sind k, m und n Konstanten, jedenfalls solange i und t innerhalb des Verhältnisses 1 : 10 variiert werden. Aus dieser Formel folgt, wie man leicht sieht, als Spezialfall das Schwarzschildsche Gesetz. Es ist nämlich $S_1 = S_2$ für $i_1^m t_1^n = i_2^m t_2^n$ oder, wenn $\frac{n}{m} = p$ gesetzt wird, für $i_1 t_1^p = i_2 t_2^p$. Die Konstanz der Größen k, m und n innerhalb eines gewissen Bereiches der Intensitätsvariation zieht also die Konstanz des Schwarzschildschen Exponenten p nach sich. Nun ist n, wie aus der Fig. 2 meiner kürzlich auch in den Annalen der Physik (**33**, 1458, 1910) veröffentlichten Abhandlung zu entnehmen ist, selbst innerhalb einer Intensitätsvariation von $1 : 10^4$ bei den verwendeten Platten konstant. Wie aus der hier beigegebenen Figur 1 zu ersehen ist, konnte ich m jedenfalls innerhalb einer Intensitätsvariation von 1 : 7 bei den in meiner ersten Arbeit verwendeten Platten als konstant betrachten. Dies zeigt auch die Fig. 2, welche ich für Lumière-Platten bei etwas anderer chemischer Behandlung erhielt; die in ihr dargestellten Kurven entsprechen teils verschiedenen Expositionszeiten teils verschiedenen anfänglichen Intensitäten der Linie λ 4359. Wie ferner aus den Untersuchungen Schwarz-

1) K. Schwarzschild, Publ. d. v. Kuffnerschen Sternwarte Wien **5**, 1900.

2) G. Leimbach, Die absolute Strahlungsempfindlichkeit von Bromsilbergelatineplatten. Dissertation, Göttingen 1909.

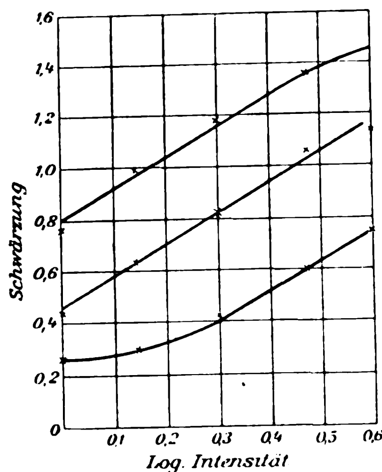


Fig. 1.

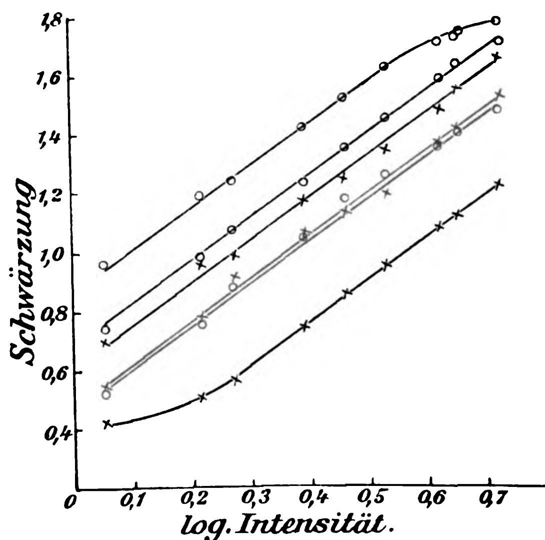


Fig 2.

schilds folgt, ist p und somit auch m selbst für eine Intensitätsvariation von 1:100 eine Konstante. Dieses Resultat Schwarzschilds konnte ich auch an Lumière-Platten für die Linie λ 4359 bestätigen; die Änderung von m bei einer Intensitätsvariation von $1 \cdot 10^3$ war kleiner als 5 Proz. des anfänglichen Wertes[1]). Ganz abgesehen davon also, ob m in einem noch größeren Bereich der Intensitätsvariation innerhalb des normalen Schwärzungsgebietes seine Konstanz bewahrt, durfte ich mit Recht jedenfalls innerhalb des Variationsbereiches 1:7 der Intensitäten der aufeinanderfolgenden Interferenzordnungen m als konstant betrachten, und zwar einerseits für die Lichtbogenintensitäten ($m = m_b$), andererseits für die Glimmstromintensitäten ($m = m_g$).

Innerhalb des, durch eine besondere Untersuchung ermittelten Gebietes der Normalexposition durfte ich demnach setzen $S_b = \log (k_b\, i_b^{m_b}\, t_b^n)$ und $S_g = \log (k_g\, i_g^{m_g}\, t_g^n)$, worin k_b, k_g, m_b, m_g und n Konstanten sind. Hieraus folgt

$$\frac{i_b}{i_g} = \frac{k_g^{\frac{1}{m_g}}\, t_g^{\frac{n}{m_g}}}{k_b^{\frac{1}{m_b}}\, t_b^{\frac{n}{m_b}}}\, e^{\left(\frac{S_b}{m_b} - \frac{S_g}{m_g}\right)} = C\, e^{\left(\frac{S_b}{m_b} - \frac{S_g}{m_g}\right)}.$$

Es ist also selbst bei aller Vorsicht $k_g \lesseqgtr k_b$, $m_g \lesseqgtr m_b$) der Faktor $C = \frac{k_g^{\frac{1}{m_g}}\, t_g^{\frac{n}{m_g}}}{k_b^{\frac{1}{m_b}}\, t_b^{\frac{n}{m_b}}}$ bezw. der Faktor $\left(\frac{t_g}{t_b}\right)^{\frac{n}{m}}$ (für $k_g = k_b$ und $m_g = m_b$) in meinen Versuchen eine Konstante und darum ohne Einfluß auf eine etwaige Variation des Verhältnisses

$$\frac{\text{Intensität im Lichtbogen}}{\text{Intensität im Glimmstrom}}$$

mit der Interferenzordnung. Da es mir bei meiner Untersuchung lediglich auf die Konstanz bezw. Variation dieses Verhältnisses mit der Interferenzordnung ankam, und da ich jenen Faktor als konstant zu betrachten hatte, so legte ich keinen Wert darauf, seinen Wert genau zu bestimmen; so habe ich den Wert $p = \frac{n}{m} = 0{,}96$ durch $p = 1$ ersetzt. Die Genauigkeit der Bestimmung jenes Faktors C kommt also bei der Untersuchung der aufgeworfenen Frage gar nicht in Betracht; er ist nicht, wie Herr Koch auf Grund seiner Auffassung von dem Schwärzungsgesetz meint, innerhalb der Variation der Intensitäten der aufeinanderfolgenden Interferenzordnungen unter den von mir gewählten Bedingungen variabel, sondern mit großer Genauigkeit konstant.

Wenn nun auch der Einwand des Herrn Koch durch die vorstehenden Darlegungen für erledigt gelten darf, so möchte ich selbst auf einen Punkt hinweisen, in welchem meine Untersuchungen einer experimentellen Nachprüfung bedürfen. In meiner Abhandlung habe ich $m_b = m_g = m$ angenommen, also die Formel

$$\frac{i_b}{i_g} = C\, e^{\frac{S_b}{m_b} - \frac{S_g}{m_g}}$$

durch die Formel

$$\frac{i_b}{i_g} = C\, e^{\frac{S_b - S_g}{m}}$$

1) Eine ausführliche Mitteilung über die Größen k, m und n des Schwärzungsgesetzes wird an anderer Stelle erscheinen.

ersetzt. Ich wurde dazu durch die Koinzidenz der Gebiete der Normalexposition für die Intensitätsvariation und für die Zeitvariation einerseits und durch die Feststellung der Konstanz des Zeitexponenten n für eine Intensititätsvariation von ungefähr 1:10⁴ andererseits veranlaßt. Nachträglich sind mir indes Bedenken gegen die Gleichung $m_b = m_g$ gekommen, da es fraglich erscheinen muß, ob Licht von sehr geringer Intensität noch in derselben Weise wie intensives Licht wirkt, wenn beide Lichtsorten nicht bloß in ihrer mittleren Intensität, sondern vielleicht auch in einem sehr wenig mit der mittleren Intensität variablen Zustandsparameter (Intermittenzen, Schwankungen) verschieden sind. Es erscheint mir möglich, daß in meinen Versuchen m_b nicht gleich m, sondern kleiner war, und daß darum bei Anwendung der strengen Formel $\frac{i_b}{i_g} = C e^{\frac{s_b}{m_b} - \frac{s_g}{m_g}}$ dieses Intensitätsverhältnis, wenn überhaupt, so doch vielleicht weniger, als die von mir benutzte Formel ergibt, mit der Ordnungszahl in den niederen Interferenzordnungen variiert. Aus diesem Grunde habe ich Versuche mit verbesserten Anordnungen vorbereitet, in denen innerhalb jedes der zu vergleichenden Photogramme m_g und m_b bestimmt werden. Wie bereits die mitgeteilten Versuche erkennen lassen, wird es genügen, m_g und m_b auf 5 Proz. genau zu ermitteln.

Welches nun auch das Ergebnis dieser Versuche sein wird, so kann doch schon jetzt festgestellt werden, daß eine Bestätigung meiner bereits veröffentlichten Versuche nicht, wie Herr Koch meint, zur Folge haben wird, „unsere derzeitigen Anschauungen von den Grundlagen der Optik umzustürzen“. Wie nämlich H. A. Lorentz[1]) erklärt hat und wie ich ebenfalls ausdrücklich[2]) betont habe, können jene Untersuchungen sowohl nach der Lichtquantenhypothese wie nach der Hypothese von Wellen in einem unbegrenzt kontinuierlichen Äther gedeutet werden, und meine Darlegungen über die Folgerungen über die Natur des Lichtes aus Interferenzbeobachtungen hatten lediglich die Aufgabe, zu zeigen, daß die Interferenzerscheinungen nicht als tödliches Argument gegen die Hypothese kohärenter Lichtquanten betrachtet werden können. Die von mir aufgeworfene Frage, ob das Intensitätsverhältnis aufeinanderfolgender Interferenzordnungen von der Intensität oder der Erzeugungsart des verwendeten Lichtes abhängt oder, mit anderen Worten, das Problem der räumlichen Ausdehnung geordneter Lichtaggregate verschiedener Herkunft ist ohne Rücksicht auf eine spezielle Hypothese über die Natur des Lichtes experimenteller Untersuchung wert.

1) H. A. Lorentz, diese Zeitschr. 11, 1250, 1910.
2) Jahrb. d. Rad. u. El. 7, 402, 1910.

Aachen, Physik. Institut d. Techn. Hochschule, 8. Januar 1911.

(Eingegangen 10. Januar 1911.)

Atomgewichtsbeziehungen.
(Atomic Weight Relations.)

Von F. H. Loring.

Mit 1 Tafel (I).

In dieser Arbeit werden einige neue Atomgewichtsbeziehungen mitgeteilt. Die ersonnenen Methoden weisen auf eine Anzahl neuer Werte hin. Es ist ein leichtes, Gründe zu finden, die irgendeine Rechnungsreihe stützen. Es ist daher nicht nötig, in eine Erörterung einzutreten. Der Text wird sich hauptsächlich auf eine Reihe von Tabellen und Figuren beschränken, die sich von selbst erklären. Ich habe ein paar Versuche gemacht, die in Frage stehenden Werte mit bekannten Substanzen zu identifizieren, aber diese Versuche sind einigermaßen willkürlich. In ein paar Fällen, die offenbar zweifelhaft sind, habe ich Fragezeichen hinzugefügt. Man muß meine früheren Arbeiten hinzunehmen, die im Laufe des Jahres 1909 in den Chemical News veröffentlicht worden sind; es werden nämlich einige der ursprünglichen Tabellen hier in veränderter und erweiterter Gestalt wiedergegeben; diese sind mit „A“ bezeichnet.

Was zunächst die Tabelle IA[1]) angeht, so sind hier die radioaktiven Elemente (mit Ausnahme von *Ur*, *Th*, *Io* und *Ra* in der neunten Vertikalreihe) als interperiodische Werte eingeführt, und die Emanationen zeigen das Bestreben, zwischen säurebildende und entschieden basische Elemente zu fallen, wie bei den inaktiven Gasen am oberen Ende der Tabelle.

Die Tabelle II zeigt ein Verfahren, unbekannte Werte näherungsweise dadurch abzuleiten, daß man gewisse Atomgewichte verdoppelt oder halbiert. In der Tabelle IA zeigen

Tabelle II.

Elemente der Gruppe II Atomgewichte von 1911	Elliptische Werte	Inaktive Elemente (Näherungswerte)
Zn = 65,37	65,32	*Zn* × 2 = 130,64 = *Xe*
Sr = 87,63	87,56	*Sr* × 2 = 175,12 = „*Y*“
Cd = 112,40	112,48	*Cd* × 2 = 224,96 —
Ba = 137,37	137,32	*Ba* : 2 = 68,66 = *Ac* Em?
Hg = 200,0	200,00	*Hg* : 2 = 100,00 = *Th* Em?
Ra = 226,4		

1) Die Tabelle IA befindet sich auf besonderer Tafel (I).

die durch Linien miteinander verbundenen Elemente die Anwendung dieses Verfahrens zur Ableitung gewisser unbekannter Werte, und die Tabelle III, die eine Erweiterung dieses Verfahrens veranschaulicht, zeigt einen Versuch, zu genauen Verhältnissen zu gelangen.

Tabelle III.

(*Sr* = 87,56) : („*Y*" = 174,96) =	(*Cl* = 112,47) : (— = 224,73)		
(*Yt* = 89,06) : (— = 178,85) =	(*In* = 114,72) : (*Io*? = 230,36)		
(— Em = 89,74) : (— = 179,48) =	(*Th* Em = 116,29) : (*Th* = 232,58)		

Die Tabelle IV deutet ein Verfahren an, die inaktiven Gase durch die Vereinigung basischer und saurer Prinzipien aufzubauen. Die obersten Werte in den einzelnen durch Klammern zusammengefaßten Gruppen der Spalten A und B sind die Werte vom Jahre 1910. Die nächstfolgenden Werte sind die, welche sich durch das System von Ellipsen usw. (siehe Chemical News **99**, 148, 1909) ableiten lassen, und die letzten Werte in jeder Gruppe sind die korrigierten Werte, die man nach einem in derselben Zeitschrift[1]) angegebenen Verfahren erhält. In ähnlicher Weise sind diese charakteristischen Werte in derselben Reihenfolge in der Spalte C zu Vergleichszwecken angeordnet.

Tabelle IV.

	Basenbildende Gruppe II A			Säurebildende Gruppe VII B				Neutrale Gruppe 0 (oder IX) C	
Mg	24,32	+ (4 × 7,5) +	*Cl*	35,460	=	89,78	?		
	24,29			35,45		89,74			
	24,343			35,454		89,797			
Ca	40,09	+ 7,50 +	*Cl*	35,460	=	83,05		*Kr* =	83,0
	40,07			35,45		83,02			82,97
	40,101			35,454		83,055			83,030
									82,92 (1911)
Zn	65,37	+ (4 × 7,5) +	*Cl*	35,460	=	130,83		*Xe* =	130,7
	65,32			35,45		130,77			130,77
	65,353			35,454		130,807			—
									130,2 (1911)
Sr	87,62	+ 7,50 +	*Br*	79,916	=	175,036		„*Y*" =	174,97(8)
	87,56			79,90		174,96			
	87,676			79,898		175,074			
Cd	112,40	+ (4 × 7,5) +	*Br*	79,916	=	222,316		*Ra* Em =	222,374 (?)*)
	112,47			79,90		222,37			
	112,373			79,898		222,322			
Ba	137,37	+ 7,50 +	*Br*	79,916	=	224,786	?		
	137,32			79,90		224,72			
	137,373			79,898		224,771			

*) *Ra* 226,363 — 3,989 = 222,374.

Die Tabelle V zeigt die inaktiven Gase (mit ihren hypothetischen Werten) in einer aufsteigenden Reihe sämtlicher Elemente von Neon bis Uranium angeordnet. Einige Lücken in der Reihe sind, wie in den übrigen Tabellen, angedeutet.

Die Tabelle VI zeigt gewisse regelmäßige Gruppierungen von Differenzen, die sich aus den Gruppen A und B ergeben, und die nicht in Gruppen geordneten, mit a, b, c, d bezeichneten Differenzen stehen in dem Verhältnis $a : b = c : d$.

Fig. 1 zeigt einen Versuch, die Atomgewichte der stabilen inaktiven Gase mit Hilfe einer geometrischen Figur, in welcher die Werte längs solcher Halbkreise (von der Grundlinie oder dem gemeinsamen Durchmesser an gemessen) aufgetragen sind, deren Halbmesser die Logarithmen von 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 und 9 sind, den Punkten zuzuordnen, die von einer Ellipse geschnitten werden. Der Wert im Punkte a ist

Tabelle VI.

		Atomgewichte	Differenzen	
	He =	3,98		
			5,77 (*a*)	
	—	9,75		
			10,25 (*b*)	
	Ne =	20,00		
			19,90 (*c*)	
	Ar =	39,90		
			28,76	
A	*Ac* Em =	68,66?		
A			14,31	= 49,84
A	*Kr* =	82,97		
A			6,77	
A	— Em =	89,74		
			26,55	
B	*Th* Em =	116,29?		
B			14,48	= 49,84
B	*Xe* =	130,77		
B			8,81	
B	— Em =	139,58		
			35,38 (*d*)	
	Ra Em =	174,96?		

Oder dieser Wert kann dem der Radiumemanation vorangehen.

1) Chemical News **102**, 228, 1910.

Tabelle V.

Ne			*Te*		
Na			*Xe*		
Mg			*Cs*		
Al			*Ba*		
Si			*La*		139,58
P			*Ce*		
S			*Pr*		
Cl			*Nd*		
K			*Sa*		
Ar		39,90	*Eu*		39,90
Ca			*Gd*		49,84
Sc			*Tb*		89,74
Ti			*Dy*	21	49,84
V	20		*Ho*		139,58
Cr			*Er*		
Mn	20		*Tu*		
Fe			*Ny*		[*Ny* = Neoytterbium]
Ni			*Lu*		
Co			*Ra* Em		174,96 (oder „*Y*“)
Cu			—		
Zn		68,66	—		
Ga			—		
Ge			—		
As			*Ta*		
Se			*W*		
Br			—		
Kr			*Os*		
Rb			*Ir*		
Sr			*Pt*		
Yt		89,74	*Au*		
Zr			*Hg*	19	
Nb			*Tl*		
Mo			*Pb*		
Np?			*Bi*		
Ru			—		
Rh	19		—		
Pd	18		—		
Ag			—		
Cd			*Ra*		
In		116,29	—		
Sn			*Th*		
Sb			—		
J			*Ur*		

Fig. 1.

von der Größenordnung 223. Die Plus- und Minuszeichen bezeichnen Werte, die ein wenig über oder unter den angegebenen liegen.

Fig. 2A zeigt die inaktiven Gase, die hier so aufgetragen sind, daß die der interperiodischen Klasse einer Kurve zugeordnet sind, die ihren Anfangspunkt im Argon hat, oder durch diesen Punkt hindurch geht.

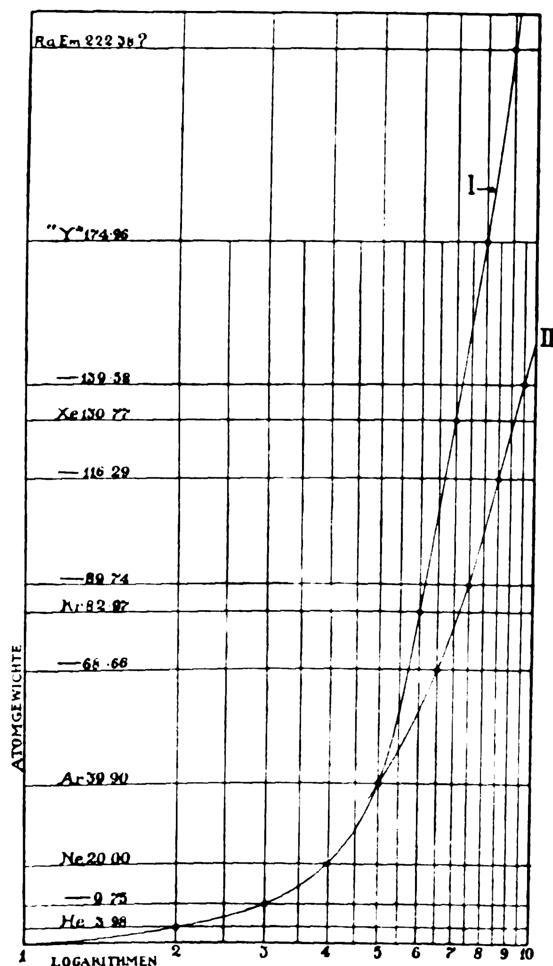


Fig. 2A.

Die Tabelle VIIA zeigt das Argon in einer Stellung, die andeutet, daß es eine zweifache Existenz hat. Derselbe Gedanke ist auch in der Tabelle IA zum Ausdruck gebracht.

Tabelle VIIA.

Ar =	39.9		
		0	
Ar =	39.9		16
		16	
Fe =	55.9		8
		24	
Br =	79.9		4
		32	
Ag =	107.9		

Fig. 3 zeigt vier Kurven, die durch die Schmelzpunkte von vier Reihen von Elementen gezogen sind, und zwar sind die Schmelzpunkte als Ordinaten zu den periodischen Stellen aufgetragen, die den Elementen nach der Tabelle IA angewiesen sind. Die Halbperiodenstellen zugeordneten Emanationen, die natürlich als Gase mit sehr niedrigem Schmelzpunkt angesehen werden, fallen auf eine Linie. Eine Kurve, die durch Siedepunkte gezogen ist, zeigt vielleicht an, daß die entsprechende Kurve für Schmelzpunkte in der Nähe der Emanationen möglicherweise die Gestalt eines **W** annimmt. Der Zweck dieser Kurven ist, zu zeigen, daß die Stellungen, die den Emanationen in der periodischen Tabelle zugewiesen werden, durchaus im Einklang mit einigen ihrer physikalischen Eigenschaften stehen.

Allgemeine Bemerkungen.

In der Mehrzahl der hier mitgeteilten Tabellen sieht man, daß dieselbe wiederkehrende Reihe von Werten in Einklang steht, und daß offenbar ein roher Zusammenhang zwischen der Lebensdauer der interperiodischen Elemente und den basischen Eigenschaften besteht, die ihnen durch ihre Stellung in der Tabelle IA zugeschrieben werden[1]). Nach der Methode dieser Tabelle besitzen also die radioaktiven Elemente, die einem neutralen Typus angehören oder ihm nahekommen, eine besonders kurze Lebensdauer.

Argon (siehe auch Helium in Fig. 1) scheint eine zweifache Charakteristik zu besitzen, als ob zwei Elemente von wesentlich demselben Molekulargewicht beständen. Diese Folgerung stützt sich aber auf schwache Gründe, die spekulativer Natur sind.

---

1) Um die dargestellte Stammlinie zu erklären, könnte man annehmen, daß ein Aufbauprozeß stattfindet, dem ein Zerfall der so gebildeten Atomstruktur folgt. Dieser Gedankengang läßt sich durch eine Formel ausdrücken, die in ihrer komplizierten Gestalt lauten würde:

$$\left\{2(a-b)+2a\right\}/5-b = \text{(beispielsweise) } Ra\,\text{Em}.$$

Durch kleine Änderungen, bei denen aber immer der Divisor 5 mitspielt, gelangt man schließlich zu einer einfacheren Form, nämlich zu

$$(a_b-b)/5 = \text{Helium (?)}.$$

Hier sind

$$a,\ a_1,\ a_2,\ a_3\ \ldots = Ra,\ Ra\,\text{Em},\ Ra\,B,\ Ra\,C\ldots,$$
$$b = \text{Helium}.$$

Dabei erhält man Werte wie 175, 138, 109, 86, 64, 24 und 4 (unter Fortlassung der Bruchteile), die recht gut in die interperiodischen Plätze der Tabelle IA passen.

Man muß notwendig annehmen, daß die α-Teilchen (Heliumatome) nicht immer in Freiheit gesetzt werden, obschon sie für gewöhnlich innerlich von der Atomstruktur losgetrennt werden. *Ra A* (mit sehr kurzer Lebensdauer) scheint ein störender Faktor im Schema zu sein. Eine ähnliche Behandlung kann man den Aktiniumprodukten zuteil werden lassen, doch spielt hier eine stärker veränderliche Anzahl von Heliumatomen mit. Es ist zu beachten, daß man leicht verschiedene derartige Formeln ersinnen kann.

Der Wert 7,50 kann ein Vielfaches irgendeines Teilelementes sein, etwa des von Mendelejeff vermuteten (ungefähr 0,4), oder beispielsweise von 0,5 oder von 0,268. Ehe man aber

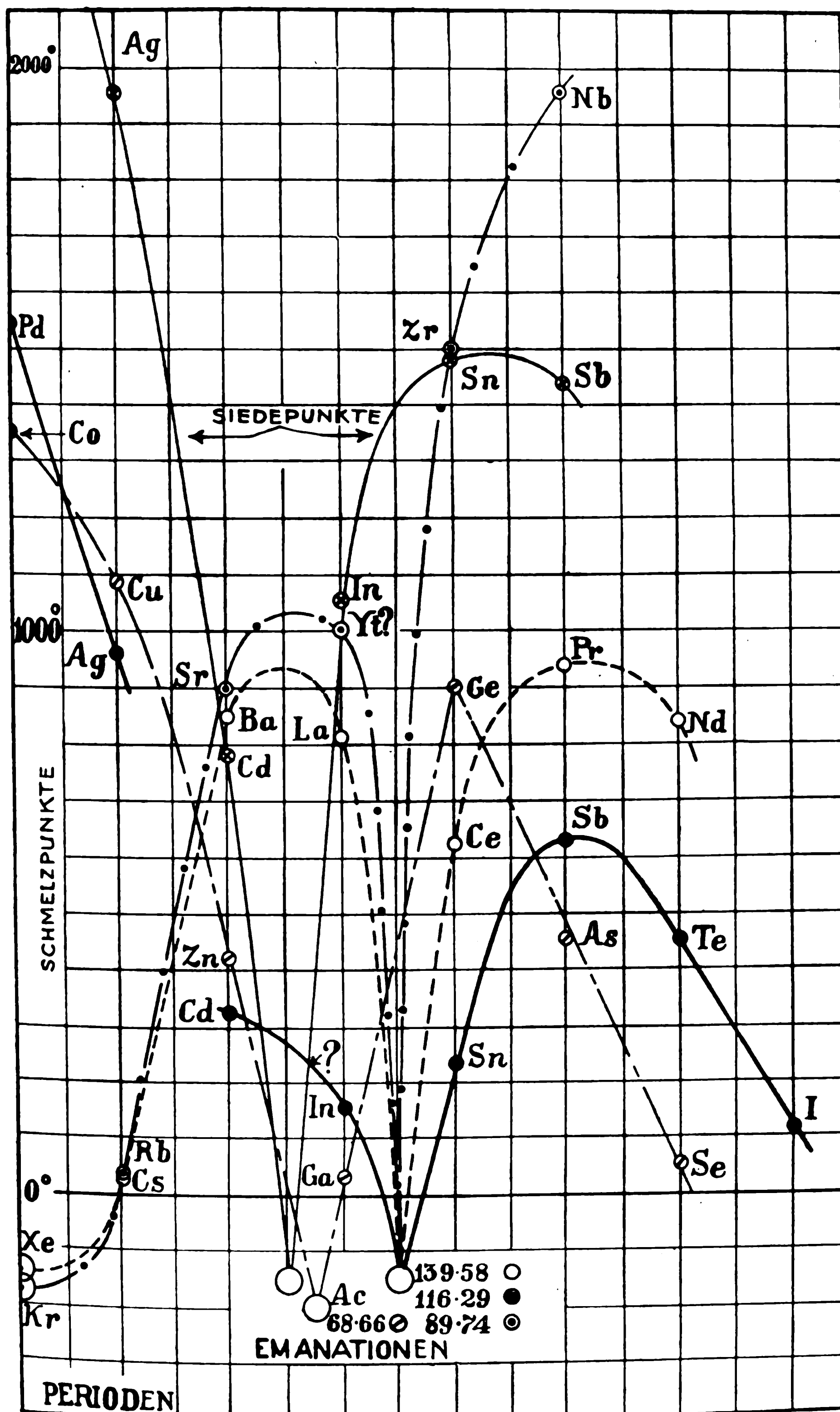


Fig 3.

an weitere Schlußfolgerungen auch nur denken könnte, müßte durch experimentelles Beweismaterial die erste Voraussetzung einer Vereinigung basischer und saurer Prinzipien zur Bildung eines inaktiven Elementes bestätigt werden.

Was die in Rede stehenden Emanationen mit den Werten 116,29 und 89,74 angeht, so würde es nach Tabelle I A scheinen, daß diese beiden Werte sich vom Thorium herleiten, denn das Mittel ist 103,0 (siehe Tabelle II). Der Wert, der hier der Aktiniumemanation beigelegt wird, ist 68,66; das gibt ein Verhältnis der beiden Werte von 1,5 : 1. Dieses Verhältnis kommt dem experimentell gefundenen Werte 1,42 nahe, den S. Ruß[1]) für das Verhältnis der Molekulargewichte auf Grund der relativen Diffusionskoeffizienten dieser beiden Emanationen erhalten hat. In der Tabelle, welche die elliptischen Kurven enthält[2]), füllen die Werte (68,66 und 116,29) die Lücken zwischen Zink und Germanium einerseits und zwischen Kadmium und Antimon andererseits aus. Es ist merkwürdig, daß eine Emanation unterhalb des Thorium X vorausgesagt wird (siehe Tabelle IA), die nach den hier aufgestellten Ansichten ungefähr dieselbe Lebensdauer haben würde wie das letztgenannte Element, aber, wie dargelegt, vom Uranium abstammen würde. Ein interperiodisches Element würde vielleicht zwischen Blei und Wismut auftreten.

Es ist zu beachten, daß die Tabelle, oder die Übersichtstafel, mit den erwähnten elliptischen Kurven, sich folgenden Werten anpaßt, die, wie man sehen wird, praktisch dieselben sind, wie die in den beigegebenen Tabellen benutzten:

179,48; 174,97; 178,85; 130,77; 114,72;
107,90; 87,56; 82,98; 79,90; 55,90; 35,45;
3,98; (9,75); 20,00; 24,29; 39,90; 40,07;
65,32; 89,06; 112,48; 137,32; 232,57.

Die obere Hälfte der Tabelle ist nicht so weit ausgedehnt worden, daß sie die Werte 222,38, 226,37 und 230,36 mit aufnimmt. Ich glaube nicht, daß die Werte in allen Fällen durch die angewandten Verfahren genau bestimmt sind, denn Änderungen in den Einzelheiten des ursprünglichen Planes sind zu erwarten. Immerhin ist ein Versuch gemacht, annähernd eine Genauigkeit bis auf die zweite Dezimale zu erreichen.

1) Phil. Mag. (6) **17**, 412.
2) a. a. O.

(Nach dem Manuskript aus dem Englischen übersetzt von Max Iklé.)

(Eingegangen 9. Januar 1911.)

Das Phonendoskop als Wünschelrute.

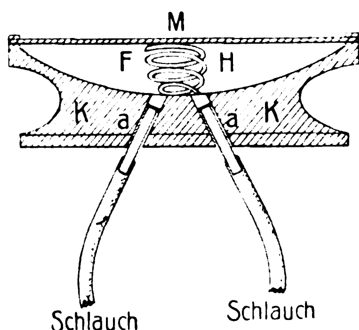
Von K. R. Koch.

Im Laufe des letzten Sommers trat die Frage an mich heran, ob sich auf irgendeine Weise das Vorhandensein eines Grundwasserstromes, bevor kostspielige Bohrungen unternommen wurden, in der Nähe eines Hauses, das auf der Paßhöhe zwischen Dornbirn und Schwarzenberg (im Bregenzer Wald, Bödele) gelegen ist, nachweisen ließe. Ich erinnerte mich, daß ich vor Jahren bei dem Graben eines Brunnens im Dreisamtal bei Freiburg i. Br. deutlich das Rauschen des Grundwasserstromes, bevor derselbe erreicht war, und zwar ohne Instrument mit freiem Ohr, gehört hatte; es erschien mir deshalb nicht aussichtslos zu sein, zu versuchen, ob nicht durch einen passenden empfindlichen Apparat ein vorhandener unterirdischer Strom selbst schon von der Erdoberfläche aus nachweisbar sein möchte. Mit der Konstruktion eines solchen beschäftigt, den ich mir entweder als empfindliches Mikrophon oder nach Art eines Stethoskops — aber zum Hören mit beiden Ohren eingerichtet — dachte, fiel mir ein, daß ich vor einigen Jahren von der Firma Martin Wallach Nachf. in Kassel ein Instrument, „Phonendoskop" genannt, für die Sammlung des Instituts zu Demonstrationszwecken erworben hatte, das möglichenfalls dem angegebenen Zwecke direkt dienen konnte. Dasselbe nach den Angaben — wie in der Beschreibung gesagt — von E. Bazzi und A. Bianchi für medizinische Zwecke konstruiert[1]) —, besteht im wesentlichen aus einem festen Metallklotz (K), in dem sich zwei Öffnungen (aa) zur Aufnahme der Ansatzröhren für die Hörschläuche befinden, die mit Oliven versehen in das Ohr gesteckt werden; die Höhlung (H) des Metallklotzes ist mit einer dünnen Hartgummischeibe M überdeckt, die durch eine Feder (F) ständig nach außen gedrückt wird. Der Apparat wird nun in der Weise benutzt, daß, wie erwähnt, die Hörschläuche mit den Oliven in den Gehörgang eingeführt werden und der Metallklotz, mit der Hartgummimembran nach unten gerichtet, auf die zu untersuchende Stelle des Bodens gelegt wird.

Ich legte nun an der oben erwähnten Stelle das Instrument auf den Erdboden und war außerordentlich überrascht, ein starkes Geräusch (Brausen) in demselben zu hören. Ich probierte dasselbe an anderen Orten, ohne etwas zu hören, und wieder an anderen, an denen Geräusche mehr

1) Es ist auf dem Prospekt bezeichnet als: Neues Instrument zur Erforschung der Geräusche im Innern des menschlichen Organismus konstruiert usw. usw. Pat. 10223, D. R. P. 85784.

oder weniger deutlich (immer in der Form eines Sausens) wahrnehmbar waren. Ich begab mich darauf mit dem Instrument auf eine isolierte Bergkuppe, unter der ein Grundwasserstrom nicht vermutet werden konnte, tatsächlich war auch kein Geräusch wahrzunehmen. Dann legte ich das Phonendoskop rund 10 m oberhalb einer zutage tretenden Quelle auf die Erde; es war nur ein äußerst schwaches Geräusch vernehm-



bar, das aber stärker und stärker wurde, je mehr ich mich mit dem Instrument seitlich begab. Es war nicht schwer, diejenige Stelle zu finden, an der das Sausen am kräftigsten war, ich also gerade über dem unterirdischen Wasserlauf beobachtete.

Im Spätjahr ließ ich nun in der Nähe der Stelle, an der ich den Grundwasserstrom mit dem Phonendoskop gehört zu haben glaubte, einen Brunnen graben. In 5 m Tiefe ca. stieß man auf eine mit Wasser durchtränkte Schicht, die bei weiterem Graben den Grundwasserstrom in einer Kiesschicht bei 10,8 m Tiefe zutage brachte.

Es liegt nahe, das Phonendoskop, wie schon vorher erwähnt, durch ein geeignet konstruiertes Mikrophon — ich denke an etwas ähnliches, wie Edisons Mikrotasimeter — zu ersetzen. doch würde ich, wenn nicht eine bedeutend größere Empfindlichkeit damit erreicht würde, ersterem wegen seiner Einfachheit den Vorzug geben, da es hierbei keiner Batterie, keines Telephons usw. bedarf; das ganze Phonendoskop (in obenstehendem Schnitt in natürlicher Größe dargestellt) (samt zugehörigen Gummischläuchen) ist in einem Kästchen von $13 \times 7 \times 3$ cm verpackt, das sich bequem in der Tasche tragen läßt; das Instrument selbst ist jeden Moment gebrauchsfertig. Da sich mithin das Phonendoskop für den gegebenen Zweck vorzüglich eignet, so sah ich von der Ausführung meiner eigenen Konstruktion ab.

Selbstverständlich wird sich stehendes oder nur sehr langsam fließendes Grundwasser mit dem Phonendoskop wohl nicht nachweisen lassen, aber sonst, also speziell in gebirgigem und hügligem Gelände, möchte dasselbe für das Auffinden von Grundwasserströmen recht brauchbar sein, sofern sie in mäßiger Tiefe fließen.

Stuttgart, Physik. Institut der Techn. Hochschule 1910.

(Eingegangen 31. Dezember 1910.)

Die Bestimmung „des mechanischen Wärmeäquivalentes“ in Vorlesung und Praktikum.

Von F. Paschen und K. Wolff.

Es ist wohl oft der Mangel empfunden, einem größeren Auditorium obige wichtige Äquivalentzahl experimentell so vorzuführen, daß die nötigen Ablesungen von den Zuhörern selber gemacht, resp. kontrolliert werden können. Die Anordnung von Grimsehl[1]), Reibung eines kupfernen Luftthermometergefäßes in einem Holzkonus bewirkt durch ein fallendes Gewicht, ist bereits recht anschaulich. Aber man erhält die Wärmemenge zu klein, da ein großer Teil derselben in der reibenden Holzwand ungemessen stecken bleibt. Die hier beschriebene Anordnung hat zwar den Grundgedanken mit der Grimsehlschen gemeinsam, vermeidet aber durch eine Reihe von Kunstgriffen deren Unvollkommenheiten.

Die Anordnung wurde erst sehr roh von dem einen von uns für die Vorlesung improvisiert. Die weitere Ausarbeitung, besonders durch den anderen von uns, führte zu einem einfachen Apparate, der in bezug auf Genauigkeit den meisten im Praktikum gebräuchlichen Apparaten überlegen sein dürfte.

I. Rohe Anordnung.

Ein gut polierter Kupferzylinder wird horizontal, die Endflächen zwischen Hartgummistücken in einem schweren Schraubstock eingeklemmt. Ein möglichst kleiner weicher Lederlappen umhüllt seine Oberfläche, die rauhe Seite auf dem Kupfer. Eine starke Schnur, welche 25 Kilo tragen kann, wird herum gewunden. An das herabhängende Schnurende werden 25 Kilo gehängt. Bei guter Politur der Oberfläche zieht sich die Schnur von selber gerade so fest, und die Reibung reguliert sich automatisch gerade so, daß das Gewicht langsam mit gleichförmiger Geschwindigkeit (das Leder auf der Oberfläche gleitend) herabsinkt. Die Arbeit ist, für jeden Zuhörer offensichtlich, 25 Kilogr.-Gew. $\times$ Fallhöhe. Die kinetische Energie des Gewichtes verschwindet dagegen. Die Wärmemenge ist gleich der Wärmekapazi-

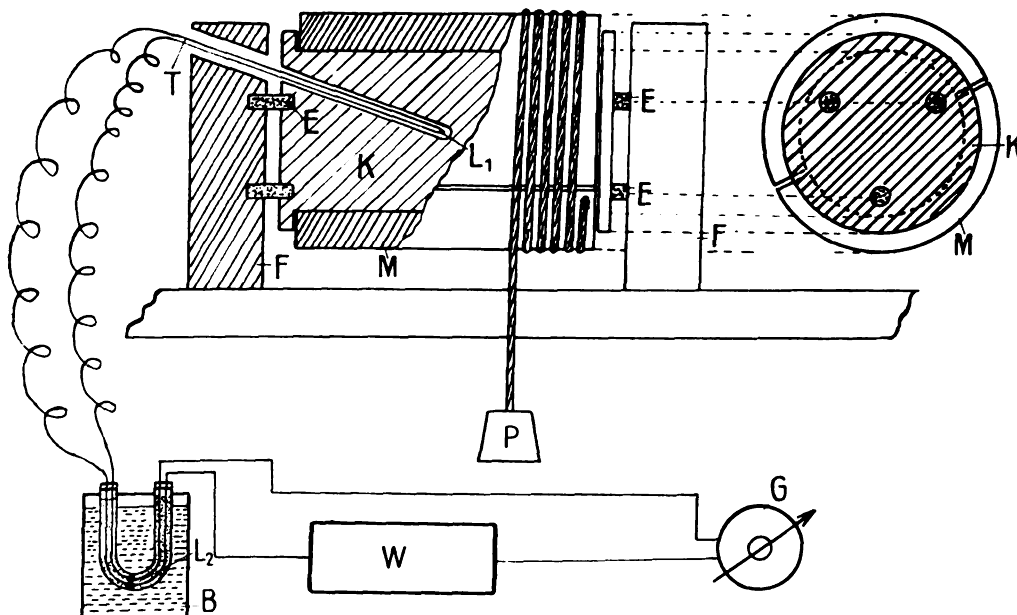
1) Grimsehl, diese Zeitschr. **4**, 508, 1903.

tät des Kupferblockes mal der Temperatur-Erhöhung. Letztere wird mit einem Thermoelemente Eisenkonstantan gemessen, welches durch eine Bohrung bis in die Mitte des Kupferblockes geführt ist. Die Demonstration des Thermostromes geschieht mit einem sehr schnell schwingenden und sehr stark gedämpften Galvanometer[1]).

Den Gradwert der Galvanometerskale bestimmt man mit Wasser von 10^0 und 20^0, in welches das Thermoelement neben dem Quecksilber eines Normalthermometers abwechselnd eingetaucht wird.

Bei diesem rohen Versuch wird die nach obigem bestimmte Wärmemenge stets zu klein gefunden (bei unserem Apparat um ca. 12 Proz.). Schnur bringt keinen Fehler, weil sie Wärme schlecht leitet und nicht reibt. Die Wärmemenge wird nicht mehr merkbar zu klein erhalten.

Für die Vorlesung wird die Wärmekapazität der Kupfermasse vorausgesetzt. Der Gradwert der Galvanometerskale wird auf 20 cm pro 1^0 C abgeglichen. Das Experiment ist dann in 2 Minuten beendet. Da es ja kaum einer Erläuterung bedarf, und langwierige Korrektionen vermieden sind, nimmt d:e ganze Sache kaum 5 Minuten in Anspruch. Im Praktikum bildet die genaue Bestimmung der Wärmekapazität des Kupfers eine weitere lehrreiche Arbeit. Wir geben im folgenden einen Versuch, wie er von



Die zu wenig erhaltene Wärmemenge ist im schlecht leitenden Leder bei der Reibung desselben erzeugt und nicht auf das Kupfer übergeleitet worden.

II. Die feinere Anordnung (vgl. Figur).

Der Kupferzylinder K (31 mm Durchm., 54 mm Länge) wird zwischen 6 Elfenbeinstückchen E gehalten. Statt des Leders reiben 2 Kupferhalbzylinderschalen M von 6 mm Dicke auf dem Zylinder. Unter Zwischenlegung von einem Stückchen dünnster Schleierseide, welches trocken mit einer Spur Seife bestrichen wird, reguliert sich auch hier die Reibung von selber in oben beschriebener Weise. 25 Kilo sinken in $1^1/_2$ Minute gleichförmig um 1 Meter. Die Vorgeschrittenen im Praktikum auszuführen ist, ausführlich wieder.

Protokoll eines Versuches.

I. Wasserwert des Kupferzylinders inkl. der Seide.

Der Kupferzylinder, in einem kleinen elektrischen Ofen auf 99,28°C (gemessen mit einem durch siedendes Wasser geeichten Thermoelement) erwärmt, fällt in ein Kalorimeter vom Wasserwert 1842,74 g (7,75 g Wasserwert des Messing-Kalorimeters, 1832,60 g Wasser und 2,39 g Wasserwert des Beckmann-Thermometers).

Erwärmung des Kalorimeters um 2,616 Beckmann-Thermom.-Grade oder um 2,609 Celsius-Grade. (Der Gradwert des Beckmann-Thermometers ist durch Vergleich mit dem Thermoelemente bestimmt, dieses durch Vergleich mit

1) Solche Galvanometer, gut durch Eisen geschützt, sind sehr empfindlich herzustellen und eignen sich besonders für Demonstrationen.

einem bei 0^0 und 100^0 kontrollierten Normalthermometer geeicht.)

Die gemeinsame Endtemperatur im Kalorimeter war $22{,}535^0$ C.

Abkühlung des Kupfers $= 76{,}745^0$ C

Wasserwert des Kupfers $= \frac{1842{,}74 \times 2{,}609}{76{,}645} = 62{,}646$ g

(Spez. Wärme der 688,18 g Cu = 0,09103.)

II. Gradwert des Thermoelementes.

Ruhelage des Galvan. 501,8 mm, Skalenabstand 3150 mm. Die Tangenten der Ausschlagwinkel sind strenge proportional den Strömen. Das Thermoelement und 100 S.-E. liegen im Galvanometerkreis.

Temp. d. Normalthermom.	Galv.-Einstell.	Ausschlag abgelesen	Ausschlag korrig.
20,30	949,0	447,2	445,0
12,07	240,0	261,8	261,4
abgel. 8,23 korr. $8{,}21^0$ C			706,4

Skalenwert von 1^0 C $\frac{706{,}4}{8{,}21} = 86{,}01$ mm

Ein zweiter Versuch gab . 86,03 „

Genommen wurde . . . . 86,02 „

III. Versuch.

Sinkende Masse (Gewicht 25028 g, Befestigungshaken 151 g) . . . . 25179 g

Erdbeschleunigung . . . . . 980,9 cm sec^{-2}

Kraft $= 25179 \times 980{,}9 = 2{,}4698 \times 10^7$ Dyn.

Nullage des Galv. 484,0

Endstell. „ „ 560,8

Ausschlag „ „ 76,8 mm

Temperaturerhöh. des Kupfers $\frac{76{,}8}{86{,}02}$ $0{,}892^0$ C.

Gang der Temperatur

vor dem Versuch 0

nach „ „ $-1/_{100}{}^0$ C in 115 Sekunden.

Dauer des Versuches 95 Sekunden.

Temperaturverlust während dieser Dauer $0{,}004^0$ C.

Korrigierte Temperaturerhöhung $0{,}896^0$ C.

Fallhöhe des Gewichtes 95,2 cm.

Geleistete Arbeit $= 2{,}4698 \times 10^7 \times 95{,}2 = 2{,}3513 \times 10^9$ Erg.

Entstandene Wärmemenge $62{,}646 \times 0{,}896 = 56{,}130$ cal.

Wärmeäquivalent $= \frac{2{,}3513 \times 10^9}{56{,}130} = 4{,}189 \times 10^7 \frac{\text{Erg}}{\text{cal}}$.

Ein zweiter Versuch ergab

$4{,}186 \times 10^7 \frac{\text{Erg}}{\text{cal}}$.

Nach einer Diskussion von K. Scheel und R. Luther[1]) soll der wahrscheinlichste Wert der 15^0-Kalorie gegenwärtig $4{,}188 \times 10^7$ Erg sein.

Da wir den Gradwert unseres Normalthermometers noch nicht mit dem Gradwerte der Wasserstoff-Thermometer-Skale verglichen haben, und da die Wärmekapazität unserer Kupfermasse zwischen 99^0 und 22^0 bestimmt, aber zwischen 15^0 und 16^0 benutzt ist, ihre Beziehung auf die 15^0-Kalorie also unsicher ist, so hat unser Wert noch ein geringeres Gewicht als z. B. der Rowlandsche. In dieser Beziehung ist unsere Mitteilung eine vorläufige. Denn es soll versucht werden, diese Ungenauigkeiten der Methode zu verkleinern und so eine neue, mit der Rowlandschen gleichwertige Bestimmung auszuführen.

1) Verh. d. D. Phys. Ges. 1908, 584.

(Eingegangen 6. Januar 1911.)

BESPRECHUNGEN.

Werner Mecklenburg, Die experimentelle Grundlegung der Atomistik. Ein Bericht. Erweiterter und ergänzter Sonderabdruck aus der Naturwissenschaftlichen Wochenschrift, Neue Folge VIII. u. IX. Bd., 1909 u. 1910. VIII u. 143 S. Jena, Gustav Fischer. 1910. Geh. M. 2,50

Wer ein klares, sich von allem spekulativen Beiwerk fernhaltendes Referat über die Tatsachen, die zur Präzisierung der atomistischen Anschauungen führten, lesen will, möge diese mit zahlreichen Literaturnachweisen und u. a. auch mit einer neuberechneten „Tabelle zur kinetischen Gastheorie" versehene, gewissenhaft bearbeitete Schrift beachten.

Der Inhalt gliedert sich in vier Teile:

I. Die Existenz diskreter Teilchen in scheinbar homogenen Lösungen;
II. Die Größe der Moleküle nach der kinetischen Theorie der Gase;
III. Die Brownsche Bewegung;
IV. Die Atomtheorie der Elektrizität.

H. Hörig.

W. Bahrdt, Magnetische und magnetelektrische Messungen im Unterricht. (Band II, Sonderheft 4 der Abhandlungen zur Didaktik und Philosophie der Naturwissen-

schaft.) 55 S. mit 46 Abbild. Berlin, J. Springer. M. 2.40

Der Verfasser sucht in der sehr eingehenden und klar geschriebenen Arbeit die Möglichkeit nachzuweisen, in der Obersekunda auch ohne vorhergehenden, ausführlichen Unterricht in der Mechanik, nur gestüzt auf die allerelementarsten in der Unterstufe gebrachten mechanischen Grundbegriffe die Lehre vom Magnetismus und vom Elektromagnetismus auf dem Wege messender Versuche und in verhältnismäßig strenger Form zu bringen.

Die Abhandlung zerfällt in die beiden Abschnitte: Kraftwirkungen zwischen Magneten und Kraftwirkungen zwischen Magneten und elektrischen Strömen. Jedem Abschnitt wird die Beschreibung der sehr einfachen Apparate vorausgeschickt, sodann folgt eine genaue Darstellung der einschlägigen Versuche und Messungen. Die Apparatur bietet nichts wesentlich Neues, sondern schließt sich an das an, was Grimsehl und andere auf dem bezüglichen Gebiet schon beschrieben haben.

Daß ein Obersekundaner ohne ausgiebige Kenntnisse in der Mechanik und Mathematik den Ausführungen des Verfassers über das Biot-Savartsche Gesetz (Seite 40—54), so schätzenswert dieselben auch sind, folgen wird, möchte der Referent bezweifeln. Die angegebenen, sehr schönen Versuche scheinen dem letzteren überhaupt mehr für Schülerübungen als zur Durchnahme im Klassenunterrichte geeignet.

Behrendsen.

A. Mayer, Die Spiegelreflexkamera, ihr Wesen und ihre Konstruktion. (Enzyklopädie der Photographie, Heft 71.) 8. VI u. 78 S. mit 48 Abbildungen. Halle a. S., Wilh. Knapp. 1910. M. 2.40

Die Spiegelreflexkamera enthält in der oberen Deckfläche eine Mattscheibe, auf welche mit Hilfe eines unter 45° geneigten Spiegels ein aufrecht stehendes Bild von der gleichen Größe wie auf der Platte entworfen werden kann. Der Spiegel kann vor der Aufnahme aus dem Strahlengang entfernt werden, und zwar nimmt diese Operation weniger Zeit in Anspruch, als wenn man die hintere Mattscheibe erst durch die Kassette ersetzen muß. Die Ausführung dieses Kameratypus bietet nun, wie der Verf. im einzelnen ausführt, mancherlei Eigentümlichkeiten. Wegen des im Innern enthaltenen Spiegels ist es nicht so leicht, die Type als Klappkamera auszugestalten, und auch das beträchtliche Gewicht dieses Mechanismus nötigt dazu, sparsam mit der Masse der einzelnen Konstruktionsteile umzugehen. Der Verf. wendet sich dann einer Besprechung der einzelnen Teile der Reflexkamera zu, wobei insbesondere Vorrichtungen zu erwähnen sind, die gestatten, das Bild auf der horizontalen Mattscheibe auch dann zu betrachten, wenn man die Kamera nicht in Brusthöhe hält. Für denjenigen, der mit dieser Art Kamera arbeiten will, ist eine Zusammenstellung der verschiedenen im Handel befindlichen Typen mit Angabe der Preise und der Abmessungen von Interesse. Die Patentliteratur findet ebenfalls eingehende Berücksichtigung.

Byk.

E. Jochmann u. O. Hermes, Grundriß der Experimentalphysik und Elemente der Chemie sowie der Astronomie und mathematischen Geographie. Zum Gebrauch beim Unterricht auf höheren Lehranstalten und zum Selbststudium. 17., vollständig neu bearbeitete Auflage v. P. Spieß. Mit 537 Figuren, einer Spektraltafel, einer Dreifarbendrucktafel, 4 meteorologischen Tafeln, 2 Sternkarten und 8 Tabellen. 455 S. Berlin, Winkelmann & Söhne. 1910. M. 5.—, geb. M. 5.50

Das allbekannte Lehrbuch der Physik ist in vollständig umgearbeiteter Auflage erschienen; es ist sowohl dem Inhalt als auch der Form nach ein durchaus anderes geworden. Die Vorteile der neuen Auflage sind im wesentlichen folgende: 1. dem Fortschritte von Wissenschaft und Technik ist gebührend Rechnung getragen; neu ist z. B. die Besprechung der Turbinen für Wasser und Dampf, Betrachtungen über die Zusammensetzung von Schwingungen und Resonanzerscheinungen, über Luftschiffe und Flugmaschinen. Ferner sind eingehender als bisher behandelt die Strahlungslehre, der Potentialbegriff, der allgemeine Teil des Elektromagnetismus, die Fernsprecheinrichtungen, die elektrische Beleuchtung, der Wechselstrom, die drahtlose Telegraphie, die Entladung in Gasen usw. 2. Die Abbildungen sind bedeutend vermehrt worden (von 488 auf 537). 3. Trotz Vermehrung des Inhalts ist eine erhebliche Verminderung der Seitenzahl eingetreten (von 512 auf 455). Vieles, was unwesentlich war, ist weggelassen worden (z. B. Photographien von Fallversuchen). 4. Dem Bedürfnis des Unterrichts ist noch mehr Rechnung getragen durch eine methodische Behandlung der einzelnen Gegenstände. 5. Der Stoff, der für die Unterstufe vorgeschlagen wird, ist durch einen fortlaufenden Strich am Rande gekennzeichnet.

Der Verfasser hat mit außerordentlichem Geschick die Neubearbeitung des Buches durchgeführt, so daß der „Jochmann" auch in seiner neuen Gestalt, zumal der Geist des Buches der alte geblieben ist, bestens empfohlen werden kann.

R. Lucas.

H. E. Timerding, Die Mathematik in den physikalischen Lehrbüchern. (Band III, Heft 2 aus den Abhandlungen über den mathematischen Unterricht in Deutschland, veranlaßt durch die internationale mathematische Unterrichtskommission, herausgegeben von F. Klein.) 8. IV u. 112 S. mit 24 Figuren im Text. Leipzig, B. G. Teubner. 1910. Geh. M. 2.80

Das vorliegende dankenswerte Unternehmen bezweckt, festzustellen, welche Gesichtspunkte eine kritische Untersuchung der modernen „elementaren" Physiklehrbücher für den mathematischen Unterricht höherer Lehranstalten ergibt, wendet sich also zunächst an den Mathematiker. Andererseits hat natürlich der Physiklehrer, der mit den mathematischen Kenntnissen seiner Schüler rechnen muß, ebenso Interesse an dieser Arbeit.

Der Verfasser weist nach, wie die mehr oder weniger entschuldbaren Versuche der „Elementarisierung" der mathematischen Behandlung physikalischer Probleme recht unerfreuliche Klippen für den Lernenden zeitigen. Man kann den Ausführungen entnehmen, daß man entweder bei dem Nichtvoraussetzenkönnen der erforderlichen mathematischen Kenntnisse nur die Resultate geben soll — oder auf die Besserung der Vorbildung im Sinne einer Kenntnis der Grundbegriffe der Differential- und Integralrechnung hinarbeiten möchte; keinesfalls aber jene verkappte Infini-

tesimalrechnung zur Anwendung bringen dürfe, die bei dem Schüler ein instinktives Mißtrauen gegen die ihm vorgesetzte „physikalische" Mathematik etablieren muß und der Sache dann mehr schadet wie nützt. — Möchte jeder, der elementaren Physikunterricht zu geben hat — sei es an höheren Lehranstalten, sei es an der Hochschnle — und sich in dieser Hinsicht nicht ganz schuldfrei fühlt, die vorliegende Broschüre lesen! H. Hörig.

K. Winnig, Die Grundlagen der Bautechnik für oberirdische Telegraphenlinien. (Aus der Sammlung „Telegraphen- und Fernsprechtechnik in Einzeldarstellungen", herausgegeben von Th. Karraß.) Mit 261 Figuren im Text und auf 5 Aufschlagtafeln. Braunschweig, Fr. Vieweg & Sohn. 1910. Geh. M. 12.50, geb. M. 14.—

Das Buch wird von allen, die mit dem Bau oberirdischer Leitungen zu tun haben, als ein wertvolles Hilfsmittel empfunden werden. Beim Entwurf solcher Leitungen ist gar mancherlei zu berücksichtigen. Der Konstrukteur und der Bauleiter soll neben seinen praktischen Erfahrungen ein nicht geringes Maß von Kenntnissen aus der Statik, der Festigkeitslehre und der Materialienkunde besitzen. Mit Rücksicht auf den Bildungsgang der Telegraphenbaubeamten, an die sich das Werk vornehmlich wendet, ist das, was aus jenen Nebendisziplinen gebraucht wird, ausführlich und von Grund auf dargestellt.

Der Abschnitt „Mechanik" enthält wesentlich die rechnerische und zeichnerische Behandlung von Aufgaben aus der Statik, sowie die Berechnung des Winddrucks; dann folgt ein Abriß der elementaren Festigkeitslehre. Die Baustoffkunde ist sehr ausführlich dargestellt. — Man findet darin Angaben über die Gewinnung, Verarbeitung und Verwendung von Eisen, Kupfer, Zink, Zinn, Blei, Aluminium, Porzellan; über Materialprüfungen und die Konservierung von Holzstangen gegen Fäulnis. Die folgenden Abschnitte handeln von der Ermittelung des Drahtdurchhangs, vom Bau und der Berechnung der Gestänge, die durch mehrere ausführlich durchgerechnete Zahlenbeispiele erläutert wird. In einem Anhang sind die beim praktischen Rechnen erforderlichen Erfahrungszahlen, Festigkeitskoeffizienten usw. zusammengestellt. Das in jeder Hinsicht gediegene Werk kann bestens empfohlen werden. K. W. Wagner.

R. Fürstenau, Leitfaden der Röntgenphysik. Vorträge über die physikalischen Grundlagen der Röntgenapparate. Mit 61 Abbildungen. VIII u. 91 S. Stuttgart, F. Enke. 1910. Geh. M. 3.—

Diese Röntgenphysik hat für die Leser dieser Zeitschrift nur indirektes Interesse: sie ist für die bestimmt, welche berufsmäßig, etwa in medizinischen Instituten, mit Röntgenapparaten zu tun haben und die entschwundenen physikalischen Kenntnisse wieder auffrischen wollen, oder z. B. im Falle von Krankenschwestern, Laboratoriumsdienern usw. die allernotwendigsten diesbezüglichen Fähigkeiten erst erwerben wollen. Die Broschüre ist entstanden als Leitfaden zu Kursen, die der Verfasser in Berlin gehalten hat. Dementsprechend ist auch von einer Beschreibung der technischen Einzelheiten Abstand genommen worden. Zur Kennzeichnung der durchaus populär gehaltenen Schrift steht im Vorwort: „— — muß außer einem relativ geringen Umfang eine elementare Form und ‚Oberflächlichkeit' der Darstellung unter Heranziehung möglichst vieler Analogien gefordert werden —". H. Hörig.

G. Knopf, Die Stromversorgung der Telegraphen- und Fernsprechanstalten. (Aus der Sammlung „Telegraphen- und Fernsprechtechnik in Einzeldarstellungen", herausgegeben von Th. Karraß.) Mit 210 Textfiguren und 4 Tafeln. Braunschweig, Fr. Vieweg & Sohn. 1910. Geh. M. 10.—, geb. M. 11.—

Mit der wachsenden Ausdehnung der Telegraphen- und Fernsprechanstalten ist die Frage ihrer Stromversorgung immer wichtiger geworden. Die früher als Stromquelle ausschließlich verwendeten galvanischen Elemente sind in größeren Anlagen durch Sammlerzellen ersetzt worden, die ihrerseits zur Ladung wieder besondere Schalteinrichtungen, vielfach auch Dynamos, Umformer, mechanische oder Quecksilbergleichrichter erfordern. Der Wechselstrom zum Anrufen der Fernsprechteilnehmer wird heutzutage in vielen größeren Ämtern von besonderen Dynamos erzeugt. So hat sich die Stromversorgungsanlage der größeren Ämter zu einer richtigen Starkstromanlage entwickelt, und hiermit haben auch die wirtschaftlichen Momente bei der Einrichtung und dem Betrieb dieser Anlagen eine hervorragende und oft ausschlaggebende Bedeutung erlangt.

Das vorliegende Buch will die Grundlagen dafür geben, welche Art der Stromversorgung und wie groß die Stromquelle in jedem einzelnen Falle am zweckmäßigsten gewählt wird. Bei der Wahl spielen technische und wirtschaftliche Fragen eine Rolle, die für die gebräuchlichsten Einrichtungen ausführlich erörtert werden. Daneben wird der Aufbau und die Wirkungsweise der in den verschiedenen Stromversorgungsanlagen verwendeten Maschinen, Apparaten und Meßinstrumenten beschrieben und durch gute Abbildungen veranschaulicht. Zahlreiche Erfahrungszahlen aus dem praktischen Betriebe geben dem Buch noch einen erhöhten Wert. K. W. Wagner.

Bernhard Dessau, Die physikalisch-chemischen Eigenschaften der Legierungen. (Die Wissenschaft, Heft 33.) VIII u. 208 S. mit 82 Abbildungen im Text und auf drei Tafeln. Braunschweig, Fr. Vieweg & Sohn. 1910. Geheftet M. 7.—, in Leinwand gebunden M. 8.—

In dem vorliegenden Buche werden nach einer kurzen Einleitung zunächst die verschiedenen Formen der für die Metalle und ihre binären Legierungen in Betracht kommenden Zustandsdiagramme nach allgemeineren Gesichtspunkten eingehend besprochen (bis Seite 64). Dann folgt ein Kapitel „Untersuchungsmethoden", in dem die notwendigen Erläuterungen über die thermische Analyse, die eigentliche Metallographie und die dilatometrischen und kalorimetrischen Verfahren gegeben werden. Das nächste Kapitel (S. 87 bis 127) enthält eine Übersicht über die wichtigeren binären Legierungen. Daran schließt sich ein Kapitel (S. 127 bis 137) über die ternären Legierungen. Den

für die Technik wichtigsten Legierungen, nämlich den Eisen-Kohlenstofflegierungen und den Legierungen des Kupfers ist ein besonderes Kapitel (S. 137 bis 176) gewidmet. Den Schluß des Buches bildet ein Kapitel über die Beziehungen zwischen der chemischen Konstitution der Legierungen und ihren physikalischen Eigenschaften, so ihrer Härte und Festigkeit, ihrer Leitfähigkeit, ihres Magnetismus, ihrer elektrolytischen Lösungstension und ihrer elektromotorischen Kraft.

Die Darstellung ist im allgemeinen klar und verständlich und dürfte sich besonders für Physiker, für die die moderne Metallographie, d. h. die Lehre von den Beziehungen zwischen der chemischen Konstitution und den Eigenschaften der Legierungen, von erheblichem Interesse ist, gut eignen. Sachlich ist nichts zu bemerken, nur ist die Endformel auf S. 16 durch einen Druckfehler entstellt: es muß an Stelle von pr ps gelesen werden.

Werner Mecklenburg.

W. Voigt, Lehrbuch der Kristallphysik. (Teubners Lehrbücher der mathematischen Wissenschaften. XXXIV.) gr. 8. XXIV u. 964 S. mit 213 Figuren und 1 Tafel. Leipzig, B. G. Teubner. 1910. M. 30.—, gebunden M. 32.—

Da, wo sich die beiden Wissenschaften Kristallographie und Physik berühren, findet man zwei neue Gebilde, die, so ähnlich sie auch in mancher Hinsicht einander sein mögen, doch prinzipiell zu unterscheiden sind: die physikalische Kristallographie einerseits und die Kristallphysik andrerseits; sie liegen beide hart an der Grenze, und doch liegt die eine unzweifelhaft im Bereiche der Kristallographie, die andere bedingungslos im Bereiche der Physik.

Während es nun mehrere vortreffliche Lehrbücher der einen Gattung gibt, fehlte es bisher an einem solchen der andern, an einem Lehrbuche der Kristallphysik. Es ist jetzt von Woldemar Voigt geschrieben worden, und es konnte, wie man unbedenklich sagen darf, nur von ihm geschrieben werden. Denn nur er brachte die beiden Vorbedingungen mit: einmal die vollständige Beherrschung des weiten und reichen Gebietes mit seinen Verzweigungen in die entlegensten Winkel — eine Beherrschung, wie sie nur der erlangen kann, der überall selbst mit Hand angelegt hat, sei es, um die Fundamente zu schaffen, sei es, um den Ausbau zu fördern; und sodann eine Begeisterung für die Sache, die notwendig ist, um in idealer Verschmelzung mit der Nüchternheit, Abstraktion und Komplikation des Stoffes ein brauchbares und lesbares Buch zu liefern. Für diese seine Begeisterung braucht Voigt selbst ein so vortreffliches Bild, daß man nichts Besseres tun kann, als es zu reproduzieren:

„Denken wir uns in einem großen Saale ein paar hundert ausgezeichnete Violinspieler, die mit tadellos gestimmten Instrumenten alle dasselbe Stück spielen, aber gleichzeitig an lauter verschiedenen Stellen beginnen, auch etwa nach Vollendung immer wieder von vorn anfangen. Der Effekt wird nicht eben erfreulich sein, ein gleichmäßig trübes Tongemisch, aus dem auch das feinste Ohr das wirklich gespielte Stück nicht herauszuerkennen vermag, einzig charakterisiert durch den Umfang der überhaupt erreichten und durch die relative Häufigkeit aller berührten Töne.

„Eine solche Musik nun machen uns die Moleküle in den gasförmigen, den flüssigen und den gewöhnlichen festen Körpern vor. Es mögen sehr begabte Moleküle sein, von kunstvoll reichem Aufbau — aber bei ihrer Wirksamkeit stört immer eines das andere; von ihren Qualitäten kommt in den beobachteten Erscheinungen keine voll und rein, manche überhaupt gar nicht zur Geltung.

„Ein Kristall hingegen entspricht dem oben geschilderten Orchester, wenn es von einem tüchtigen Dirigenten einheitlich geleitet wird, wenn alle Augen an seinen Winken hängen und alle Hände den gleichen Strich führen. Hier kommt Melodie und Rhythmus des vorgetragenen Stückes zu ganzer Wirkung, die durch die Vielheit der Ausführenden nicht gestört, sondern gestärkt wird.

„Das Bild macht es verständlich, wie Kristalle ganze Erscheinungsgebiete zeigen können, die bei den andern Körpern absolut fehlen, und daß andere Gebiete sich bei ihnen in wundervoller Mannigfaltigkeit und Eleganz entwickeln, die bei den übrigen Körpern nur in trübseligen monotonen Mittelwerten auftreten. Nach meinem Gefühl tönt die Musik der physikalischen Gesetzmäßigkeiten in keinem andern Gebiete in so vollen und reichen Akkorden wie in der Kristallphysik."

Die drei ersten Kapitel des Buches stellen gewissermaßen drei verschiedene Einleitungen dar, bestimmt, den Leser für das Hauptstück zu rüsten: das erste behandelt die Symmetrieeigenschaften der Kristalle, das zweite die physikalischen Funktionen als gerichtete Größen und das dritte diejenigen Hilfssätze aus den einzelnen Kapiteln der Physik, die im folgenden eine wesentliche Rolle spielen und vorweggenommen werden müssen, um später den Gang der Untersuchung nicht unliebsam zu unterbrechen. Es ist ein Genuß, Schritt vor Schritt zu verfolgen, mit welch knapper Klarheit und in wie neuer Beleuchtung das an sich altbekannte Material in diesen Einleitungen dargestellt wird.

Nunmehr tritt diejenige Gliederung des Stoffes in Kraft, die man als Voigts ureigenste Schöpfung bezeichnen muß, und die nicht nur den äußeren Habitus des Buches als Ganzes, sondern auch den der Untersuchung und Darstellung im einzelnen bestimmt: die Gliederung nach dem Charakter der beiden, bei der betreffenden Erscheinung in Beziehung zueinander tretenden Größen. Da es drei Arten solcher Größen gibt: Skalare, Vektoren und Tensortripel, und da von den beiden maßgebenden Größen, soweit es sich um Erscheinungen an Kristallen handelt, immer nur höchstens die eine ein Skalar sein kann, so ergeben sich fünf Gruppen von Erscheinungen:

Skalar und Vektor — Pyroelektrizität und Pyromagnetismus.
Skalar und Tensortripel — Thermische Dilatation und tensorielle Pyroelektrizität.
Zwei Vektoren — Elektrizitäts- und Wärmeleitung, elektrische und magnetische Influenz, Thermoelektrizität.
Zwei Tensortripel — Elastizität und innere Reibung.
Vektor- und Tensortripel — Piezoelektrizität und Piezomagnetismus.

Und nun vergleiche man die Abschnitte über Kristallphysik in irgendeinem guten und großen Lehrbuche der Physik mit dem Voigtschen Werke, um zu sehen, wie dort, wo die Anordnung nach dem hergebrachten Schema von der Mechanik bis zur Optik getroffen ist, hinsichtlich alles prinzipiellen und methodischen ein nahezu vollkommenes Durcheinander, eine blinde Zufälligkeit herrscht, hier aber, bei Voigt, eben wegen der Anordnung nach dem Charakter der maßgebenden Größen, planvollster Aufbau und eine durch die fortlaufende Steigerung hochbefriedigende Entwickelung erfolgt. Als äußerlicher, aber schlagender Beweis für die Vollkommenheit dieses Aufbaus sei folgendes angeführt: Der Referent (und mit ihm gewiß viele Leser) findet jedes Buch unvollkommen, dem das alphabetische

Sachregister fehlt. Nun, es fehlt dem Voigtschen Buche, und doch ist das in diesem Falle kein fühlbarer Mangel, aus dem einfachen Grunde, weil eben jeder Gegenstand — und das gilt nicht nur für die Kapitel, sondern fast für jeden einzelnen Paragraphen — an der Stelle steht, wo ihn der mit dem Gliederungsprinzip vertraute Leser suchen muß; das Buch ist, kurz gesagt, sein eigenes Register.

Was den Inhalt im einzelnen betrifft, so reproduziert es natürlich zu einem großen Teil, nur eben in einheitlicher und zum Teil auch vervollkommneter Darstellung, das, was der Verfasser einschließlich seiner Vorgänger und Nachfolger, einschließlich seiner direkten und indirekten Schüler, im Laufe der Zeiten in Abhandlungen niedergelegt hat. Dazu aber kommt eine solche Fülle von Neuem, hier zum ersten Male Mitgeteiltem, daß es unmöglich ist, im Rahmen einer Besprechung einzelnes herauszuheben.

Daß der Symphonie das Finale fehlt, nämlich die Kristalloptik, bleibt das einzig Bedauerliche an diesem Werke und ohne dem Buche von Pockels über diesen Gegenstand zu nahe zu treten, wird man doch sagen dürfen, daß man die Einfügung auch der Optik in diese große und meisterliche Einheit nur ungern entbehrt.

Und nun zum Schluß noch eine Bemerkung für die, die das Buch wohl lesen möchten, es aber weglegen, weil sie glauben, kristallographisch nicht genügend vorgebildet zu sein. Um diese Meinung zu widerlegen, braucht man nur an die dieses Referat einleitenden Bemerkungen anzuknüpfen und zu betonen, daß das Buch eben nicht kristallographisch, sondern physikalisch ist, und daß die Kristallphysik wohl die Symmetrieeigenschaften der Kristalle, nicht aber alles das voraussetzt, was die Kristallographie fast ausschließlich behandelt und was der Physiker vielfach (ob mit Recht, bleibe dahingestellt) als eine Wüstenei ansieht, durch die man sich hindurchquälen müsse: die Mannigfaltigkeit der äußeren Form und die damit im Zusammenhang stehende fast unübersehbare Zahl von Einzelgesetzmäßigkeiten. Was den Physiker interessiert und was der Leser des vorliegenden Buches braucht, sind dagegen lediglich die unabhängigen Elemente der Symmetrie und was diese und ihre Gesetze anlangt, so bekommt der Leser in dem einleitenden Kapitel alles Nötige erzählt. F. Auerbach.

G. W. de Tunzelmann, A treatise on electrical theory and the problem of the universe. Considered from the physical point of view, with mathematical appendices. Illustrated. XXXI u. 654 S. London, Charles Griffin and Company, Ld. 1910. Geb. 15 sh

Das lesenswerte, überaus reichhaltige, in der Darstellung klare und anschauliche, der Auswahl und Gruppierung des Stoffes, mit seinen vielen Anhängen, seinem umfangreichen Vorwort und den ausführlichen Kapitelinhaltsangaben typisch englische Werk bezweckt in erster Linie, dem Studierenden der Physik einen Überblick über die moderne Elektrizitätstheorie und ihre Verwertung für die Theorie der Materie im allgemeinen zu geben Von den ergänzenden Abschnitten abgesehen, sind die an den Leser gestellten mathematischen Anforderungen ziemlich bescheidene; der Schwerpunkt liegt in der Entwicklung des Äthermodells, im wesentlichen an der Hand Larmorscher Anschauungen, dessen Arbeiten, wie ausdrücklich bemerkt, in weitgehendem Maße herangezogen worden sind.

Nach einigen einleitenden Kapiteln, u. a. über die historische Entwicklung der Ätherhypothese und über die Beziehung des Äthers zur bewegten Materie sowie die Elektrizitätsleitung in Gasen und Dielektriken wendet sich der Verfasser in dem als Anleitung zum Studium des Maxwellschen Originalwerkes gedachten Kapitel der Faraday-Maxwellschen Theorie zu, um sodann zum Kernpunkt des ganzen Buches: der Elektronentheorie, überzugehen, deren Konsequenzen in den verschiedensten Gebieten verfolgt werden. Die Darstellung der Theorie der metallischen Leitung und Strahlung berücksichtigt besonders Arbeiten von J. H. Jeans und dürfte dem hier Interessierten manche Anregung bieten.

Der Behandlung der radioaktiven Erscheinungen, unter besonderer Berücksichtigung der astrophysikalischen Seite, folgt die Diskussion der Struktur der Atome (namentlich nach J. J. Thomson) und in einem hochinteressanten Kapitel über Gravitation und Kohäsion begegnet man u. a. einem Referat neuerer hydrodynamischer Theorien der Gravitation (C. V. Burton; G. A. Schott), auf das speziell hingewiesen sei. An dieser Stelle hätte allerdings der Arbeiten von Arthur Korn gedacht werden sollen. Endlich dürfte es dem Physiker des Kontinents unverständlich bleiben, warum der Autor, der in dem den Titel des Buches rechtfertigenden Schlußkapitel „the place of mind in the universe" ein so hervorragendes Interesse an der philosophischen Vertiefung der Theorie der Materie bekundet — unter anderem die eventuelle Berechtigung einer vierdimensionalen Physik diskutiert —, die Arbeiten von Einstein und Minkowski vollständig unerwähnt läßt. — H. Hörig.

Karl Marbe, Theorie der kinematographischen Projektionen. 80 S. Leipzig, Joh. Ambr. Barth. 1910. M. 2.40

Das Buch behandelt im wesentlichen die psychologischen Grundlagen der Bilderzeugung überhaupt mit besonderer Rücksicht auf ihre Anwendungen für die Kinematographie. Hierbei werden eine Anzahl von eigenen Versuchen des Verfassers und seiner Mitarbeiter wiedergegeben. Im Mittelpunkte der Abhandlung steht das sogenannte Talbotsche Gesetz, dessen Formulierung in Worten nach Helmholtz folgendermaßen ausgesprochen wird: „Wenn eine Stelle der Netzhaut von periodisch veränderlichem und regelmäßig in derselben Weise wiederkehrendem Lichte getroffen wird und die Dauer der Periode hinreichend kurz ist, so entsteht ein kontinuierlicher Eindruck, der dem gleich ist, welcher entstehen würde, wenn das während einer jeden Periode eintreffende Licht gleichmäßig über die ganze Dauer der Periode verteilt würde". Zur quantitativen Formulierung wurden drei Größen t, Periodendauer, sowie zwei Mittelwerte nämlich v, die sogenannte mittlere Variation der Elementarreize einer Periode, und m, das arithmetische Mittel der Größen der Elementarreize einer Periode, definiert. Der Zusammenhang dieser drei Variablen wird theoretisch und experimentell untersucht. Die Bedeutung der hier gewonnenen Resultate für den Kinematographen betrifft namentlich die Wiedergabe von Bildteilen, die sich mit der Zeit nicht verändern, wie z. B. Landschaftshintergründe; es handelt sich dabei um die Verschmelzung der Gesichtseindrücke zu einem einheitlichen Ganzen.

Sehr viel komplizierter wird die Theorie, wenn, wie das ja beim Kinematographen naturgemäß der Fall ist, Objekte mit der Zeit ihren Ort auf der Retina ändern. Es kommt dann die Lehre vom Bewegungssehen in Betracht. Die Behandlungsweise ist hier eine eigentümliche; Verf. geht nämlich von der scheinbaren

Bewegung ruhender Objekte aus, die er sukzessive an verschiedenen Stellen des Raumes erscheinen läßt. An diesen gewinnt er experimentell folgendes Resultat: „Um aus sukzessiven diskreten Bildern, durch welche der Eindruck der Bewegung hervorgerufen werden soll, eine ungestörte scheinbare Bewegung zu gewinnen, dürfen die zeitlichen Distanzen zwischen den Bildern weder zu klein noch zu groß sein. Die Bewegung muß so schnell sein, daß ein ungestörter, ununterbrochener und nicht stoßweise erscheinender Bewegungseindruck auftritt, aber nicht so groß, daß mehrere Bilder gleichzeitig erscheinen". Von hier aus findet dann der Übergang zu den einzelnen Teilbildern des wirklichen Kinematographen statt, bei welchen hauptsächlich die Erscheinung des „Flimmerns" diskutiert wird.

Byk.

Otto Berg, Das Relativitätsprinzip der Elektrodynamik. 50 S. Göttingen, Vandenhoek & Ruprecht. 1910. Geheftet M. 1.60

Der vorliegende, für den Physiker geschriebene und mit Literaturnachweisen versehene Sonderabdruck aus den „Abhandlungen der Friesschen Schule", III. Band, 2. Heft, gibt nach einer Einleitung über die „Theorie der Elektrodynamik bewegter Körper bei H. Hertz und H. A. Lorentz" in dem Kapitel „Die jährliche Bewegung der Erde in der Elektrodynamik" einen historischen Überblick über die Experimente und Theorien, die zur Formulierung des Relativitätsprinzips als Grundlage der Elektrodynamik geführt haben. „Die Substitutionsgleichungen der Lorentz-Transformation" und die „Zusammensetzung von Geschwindigkeiten" bilden die beiden Teile des Hauptkapitels der Arbeit, die zum Schluß eine sehr beachtenswerte kritische Betrachtung des in Rede stehenden Prinzips enthält. Hervorzuheben ist die bei diesem Stoffe ja besonders erwünschte ausgezeichnete Klarheit der Darstellung. Die Schrift dürfte jedem, der sich für die Sache interessiert, willkommen sein. —

H. Hörig.

Briefkasten.

Außer den Fresnel-Aragoschen Experimenten erlauben auch noch andere optische Experimente einen Schluß zu ziehen betreffs der Grenze, unter welcher in ebenen Lichtwellen der Quotient zwischen der longitudinalen und der transversalen Komponente des Lichtvektors liegen muß. Was ist der niedrigste Wert, der gegenwärtig für diese obere Grenze als gesichert gelten darf und welche experimentelle Anordnung liefert ihn?

Petersburg, Lopuchinskaja 7a. P. Ehrenfest.

Tagesereignisse.

Die Zeitschrift „Umschau" in Frankfurt a. M. schreibt für 1911 Preise aus von je 100 M. für die Bekanntgabe der bedeutendsten Untersuchung oder Entdeckung auf den Gebieten der Physik und der chemischen Technologie. Als Preisrichter wirken (neben dem Herausgeber der Zeitschrift, Professor Dr. Bechhold) für Physik: Geh. Rat Prof. Dr. Himstedt und Geh. Rat Prof. Dr. Riecke, ferner für chemische Technologie: Prof. Dr. Ad. Frank und Geh. Rat Prof. Dr. Graebe.

Personalien.

(Die Herausgeber bitten die Herren Fachgenossen, der Redaktion von eintretenden Änderungen möglichst bald Mitteilung zu machen.)

Habilitiert: An der Universität Berlin Dr. Arnold Eucken für physikalische Chemie, an der Universität Bern Dr. S. Manderli für Astronomie.

Ernannt: Der Privatdozent für Färberei und Zeugdruck an der Technischen Hochschule Berlin und Dozent der Chemie an der Handelshochschule daselbst Professor Dr. A. Binz zum Rektor der letzteren, Professor Dr. W. J. Müller, Vorstand der phys.-chem. Abteilung der städtischen Chemieschule Mülhausen i. Els. und Privatdozent an der Universität Basel mit Ende des Semesters zum Leiter des wissenschaftlichen anorganischen Laboratoriums der Farbenfabriken vormals Bayer & Co. in Leverhusen, der Privatdozent für Vulkanologie und Seismologie an der Universität Neapel Professor Guiseppe Mercalli zum Direktor des Observatoriums auf dem Vesuv, der etatmäßige Professor für Vermessungskunde an der Technischen Hochschule Aachen Dr. Richard Schumann zum ord. Professor für höhere Geodäsie und sphärische Astronomie an der Technischen Hochschule Wien, der a. o. Professor an der Universität Kiel Dr. Georg Landsberg zum ord. Professor an derselben Universität, der a. o. Professor für technische Physik an der Universität Jena Dr. Konrad Simons zum o. Professor für technische Physik an der National-Universität La Plata (Argentinien).

Berufen: Der ord. Prof. der Pharmazie und angewandten Chemie an der Universität München Geh. Regierungsrat Dr. Theodor Paul zum ord. Professor der angewandten Chemie an der Universität Leipzig.

Ehrung: Der ord. Professor der Experimentalphysik am Institut Catholique in Paris Dr. Edouard Branly wurde zum Mitglied der Académie des sciences gewählt.

In den Ruhestand: Die bisherigen ord. Professoren an der Forstlichen Hochschule Aschaffenburg Dr. Max Conrad (Chemie und Mineralogie) und Dr. Ludwig Schleiermacher (Mathematik) infolge Auflösung der Hochschule, der ord. Professor der Chemie an der Technischen Hochschule Darmstadt Geheimer Hofrat Dr. Wilhelm Staedel.

Vom Lehramt zurück: Der Privatdozent der Physik an der Universität Leipzig Dr. Albert Dahms.

Gestorben: Der 2. Direktor der Untersuchungsanstalt für Nahrungs- und Genußmittel in Würzburg Professor Dr. Hermann Röttger, der Privatdozent für Experimentalphysik an der Universität Neapel Professor Dr. Eugenio Semmola.

Gesuche.

Für die Redaktion verantwortlich Professor Dr. Friedrich Krüger in Danzig-Langfuhr. — Verlag von S. Hirzel in Leipzig.
Druck von August Pries in Leipzig.

TABELLE I A

N = 14·007)						144·3				IV
1	2	4	8	16	17	Sa 150·4	?	?	?	IV
						Eu 152·0				IV
						Gd 157·3				IV
						Tb 159·2				IV
						Dy 162·5				IV
						Ho				IV
						Er 167·				IV
						Tu 168·5				IV
						Ny 172·				IV
						Lu 174				IV

Gesamtzahlen ohne Anrechnung der inaktiven und der interperiodischen Elemente.

GRUPPE DES CERS USW.

Verlag von S. Hirzel-Leipzig.

PHYSIKALISCHE ZEITSCHRIFT

No. 4. | 15. Februar 1911. Redaktionsschluß für No. 5 am 18. Februar 1911. | 12. Jahrgang.

INHALT:

ORIGINALMITTEILUNGEN.

Zur Theorie der Dämpfung bei Hertzschen Wellen[1]).

Von Max Karl Grober.

In seiner Arbeit „Über Messung der Dämpfung in elektrischen Schwingungskreisen"[2]) geht K. E. F. Schmidt von der Überlegung aus, daß die theoretisch für verschiedene Dämpfungswerte berechneten Resonanzkurven bestimmte Größen ergeben, die, tabellarisch oder graphisch aufgetragen, gestatten, durch einfache Messungen aus den experimentell ermittelten die Größe des logarithmischen Dekrementes zu finden. Die dort ermittelten Kurven sind durch bestimmte Vernachlässigungen, die besonders bei kleinen Dekrementen ins Gewicht zu fallen scheinen, wesentlich vereinfacht worden. Deshalb habe ich die Integration der Differentialgleichung streng durchgeführt und dann die Integrale numerisch ausgewertet.

Die Differentialgleichung der elektrischen Schwingungen mit der bei Schmidt l. c. angegebenen Bedeutung der benutzten Zeichen lautet:

$$L_{22}\cdot\frac{d^2 i_2}{dt^2}+w_2\cdot\frac{di_2}{dt}+\frac{i_2}{C_2}$$
$$=-L_{12}(-\delta_1+\nu_1 j)^2 J_1 e^{\nu_1 j t}\cdot e^{-\delta_1 t}.$$

Setzt man nacheinander

$$\delta_1{}^2-\nu_1{}^2=\sigma\cos\chi$$
$$2\delta_1\nu_1=\sigma\sin\chi$$
$$\frac{w_2}{2L_{22}}=\delta_2$$
$$\frac{1}{L_{22}C_2}=\nu_2{}^2+\delta_2{}^2$$
$$\nu_2{}^2-\nu_1{}^2+(\delta_2-\delta_1)^2=\varrho\cos\psi$$
$$2\nu_1(\delta_2-\delta_1)=\varrho\sin\psi,$$

so wird, unter Hinzunahme der Anfangsbedingungen, nämlich daß für

$$t=0$$
$$i_2=\frac{di_2}{dt}=0 \text{ ist,}$$

$$i_2=-J_1\Big\{e^{-\delta_2 t}\Big[-\cos(\chi+\psi)\cos\nu_2 t$$
$$+\Big(\frac{\delta_1-\delta_2}{\nu_2}\cos(\chi+\psi)-\frac{\nu_1}{\nu_2}\sin(\chi+\psi)\Big)\sin\nu_2 t\Big]$$
$$+e^{-\delta_1 t}\cos(\nu_1 t-\chi-\psi)\Big\}\frac{L_{12}}{L_{22}}\cdot\frac{\sigma}{\varrho}.$$

Setzt man nun noch

$$\frac{\delta_1-\delta_2}{\nu_2}\cos(\chi+\psi)-\frac{\nu_1}{\nu_2}\sin(\chi+\psi)=P\cos\mu$$
$$\cos(\chi+\psi)=P\sin\mu,$$

so wird

$$i_2=-J_1\cdot\frac{L_{12}}{L_{22}}\cdot\frac{\sigma}{\varrho}[e^{-\delta_2 t}P\sin(\nu_2 t-\mu)$$
$$+e^{-\delta_1 t}\cos(\nu_1 t-\chi-\psi)]$$

und somit die Wärmemenge, die durch i_2 im Meßinstrument erzeugt wird,

1) Umarbeitung der: Mitteilungen der physikalischen Versuchsstation Halle-Cröllwitz Nr. 20. Grober, Beiträge zur Theorie der Resonanzkurven.

2) K. E. F. Schmidt, diese Zeitschr. 9, 13, 1908.

$$Q = c \int_0^\infty i_2^2\,dt$$
$$= c\,J_1^2 \cdot \frac{L_{12}^2}{L_{22}^2} \cdot \frac{\sigma^2}{\varrho^2} \Big[P^2 \int_0^\infty e^{-2\delta_2 t} \sin^2(\nu_2 t - \mu)\,dt + 2\,P \int_0^\infty e^{-(\delta_1+\delta_2)t} \sin(\nu_2 t - \mu) \cos(\nu_1 t - \chi - \psi)\,dt$$
$$+ \int_0^\infty e^{-2\delta_1 t} \cos^2(\nu_1 t - \chi - \psi)\,dt \Big]$$
$$= [Q_1 + Q_2 + Q_3] \cdot c \cdot J_1 \cdot \frac{L_{12}^2}{L_{22}^2}.$$

Es ergibt sich durch Substitution von

$$\nu_2 t - \mu = x$$
$$\nu_2 dt = dx$$

$$Q_1 = \nu_2 \frac{P^2 \sigma^2}{\varrho^2} \int_{-\mu}^{\infty} e^{-2\delta_2\left(\frac{x+\mu}{\nu_2}\right)} \sin^2 x\,dx$$
$$= \nu_2 \cdot \frac{P^2\sigma^2}{\varrho^2} \cdot e^{-2\delta_2 \cdot \frac{\mu}{\nu_2}} \int_{-\mu}^{\infty} e^{-\frac{2\delta_2}{\nu_2}x} \sin^2 x\,dx$$
$$= \nu_2 \cdot \frac{P^2\sigma^2}{\varrho^2} \cdot e^{-2\delta_2 \cdot \frac{\mu}{\nu_2}} \left| \frac{-\frac{2\delta_2}{\nu_2} \cdot \sin x - 2\cos x}{\left(\frac{2\delta_2}{\nu_2}\right)^2 + 4} \cdot e^{-\frac{2\delta_2}{\nu_2}x} \sin x + \frac{2}{\left(\frac{2\delta_2}{\nu_2}\right)^2 + 4} \cdot \frac{1}{\frac{2\delta_2}{\nu_2}} \cdot e^{-\frac{2\delta_2}{\nu_2}x} \right|_{-\mu}^{\infty}$$
$$= -\nu_2 \cdot \frac{P^2\sigma^2}{\varrho^2} \cdot e^{-2\delta_2\frac{\mu}{\nu_2}} \left\{ \frac{-\frac{2\delta_2}{\nu_2}\sin(-\mu) - 2\cos(-\mu)}{\frac{4\delta_2^2 + 4\nu_2^2}{\nu_2^2}} \cdot e^{+\frac{2\delta_2}{\nu_2}\mu} \cdot \sin(-\mu) + \frac{2\nu_2^2}{4\delta_2^2 + 4\nu_2^2} \cdot \frac{-\nu_2}{2\delta_2} \cdot e^{+\frac{2\delta_2}{\nu_2}\mu} \right\}$$
$$= \frac{P^2\sigma^2}{\varrho^2} \left(\frac{2\delta_2 \sin\mu - 2\nu_2\cos\mu}{4(\delta_2^2 + \nu_2^2)} \sin\mu + \frac{\nu_2^2}{2(\delta_2^2 + \nu_2^2)} \cdot \frac{1}{2\delta_2} \right)$$

Nun war

$$\sin\mu = \frac{\cos(\chi + \psi)}{P} = \frac{\cos\chi\cos\psi - \sin\chi\sin\psi}{P}$$
$$= \frac{(\delta_1^2 - \nu_1^2)\{\nu_2^2 - \nu_1^2 + (\delta_2 - \delta_1)^2\} - 2\delta_1\nu_1 \cdot 2\nu_1(\delta_2 - \delta_1)}{P \cdot \varrho \cdot \sigma}$$
$$= \frac{A}{P \cdot \varrho \cdot \sigma}.$$

Analog

$$\cos\mu = \frac{(\delta_1 - \delta_2)A - 2\nu_1^2 B}{P \cdot \varrho \cdot \sigma \cdot \nu_2}$$

und

$$P = \frac{A^2(\nu_2^2 + (\delta_1 - \delta_2)^2) + 4\nu_1^4 B^2 - 4(\delta_1 - \delta_2)\nu_1^2 A B}{\varrho^2 \cdot \sigma^2 \cdot \nu_2^2},$$

wobei

$$A = (\delta_1^2 - \nu_1^2)\{\nu_2^2 - \nu_1^2 + (\delta_2 - \delta_1)^2\} - 4\delta_1\nu_1^2(\delta_2 - \delta_1)$$
$$B = \delta_1\{\nu_2^2 - \nu_1^2 + (\delta_2 - \delta_1)^2\} + (\delta_1^2 - \nu_1^2)(\delta_2 - \delta_1) \text{ sind.}$$

Dann ergibt sich

$$Q_1 = \frac{1}{4\varrho^4\delta_2(\delta_2^2 + \nu_2^2)}\{A^2(5\delta_2^2 - 4\delta_1\delta_2 + \delta_1^2 + \nu_2^2) + 4\nu_1^2(2\delta_2 - \delta_1)AB + 4\nu_1^4 B^2\}.$$

Ebenso findet man

$$Q_3 = \frac{1}{\varrho^4} \cdot \frac{\delta_1 A^2 + 2\nu_1^2 A B}{2(\delta_1^2 + \nu_1^2)} + \frac{\nu_1^2(\delta_1^2 + \nu_1^2)}{4\delta_1\varrho^2}.$$

Q_2 wird erst trigonometrisch umgeformt und gibt

$$= \frac{P\sigma^2}{\varrho^2}\left[\frac{-(\delta_1+\delta_2)\sin(\mu+\chi+\psi)+(\nu_1+\nu_2)\cos(\mu+\chi+\psi)}{(\delta_1+\delta_2)^2+(\nu_1+\nu_2)^2}\right.$$
$$\left.+\frac{(\delta_1+\delta_2)\sin(\chi+\psi-\mu)+(\nu_2-\nu_1)\cos(\chi+\psi-\mu)}{(\delta_1+\delta_2)^2+(\nu_2-\nu_1)^2}\right].$$

Setzt man dann ein

$$\sin(\mu+\chi+\psi)=\frac{\nu_2 A^2+2\nu_1(\delta_1-\delta_2)AB-4\nu_1^3 B^2}{P\nu_2\varrho^2\sigma^2}$$
$$\cos(\mu+\chi+\psi)=\frac{A^2(\delta_1-\delta_2)-2\nu_1(\nu_1+\nu_2)AB}{P\nu_2\varrho^2\sigma^2}$$
$$\sin(\chi+\psi-\mu)=\frac{2\nu_1(\delta_1-\delta_2)AB-\nu_2A^2-4\nu_1^3B^2}{P\nu_2\varrho^2\cdot\sigma^2}$$
$$\cos(\chi+\psi-\mu)=\frac{A^2(\delta_1-\delta_2)+2\nu_1(\nu_2-\nu_1)AB}{P\cdot\nu_2\cdot\varrho^2\cdot\sigma^2},$$

so wird

$$Q_2=\frac{(\nu_1+\nu_2)[A^2(\delta_1-\delta_2)-2\nu_1(\nu_1+\nu_2)AB]-(\delta_1+\delta_2)[A^2\nu_2+2\nu_1(\delta_1-\delta_2)AB-4\nu_1^3B^2]}{\varrho^4\nu_2[(\delta_1+\delta_2)^2+(\nu_1+\nu_2)^2]}$$
$$+\frac{(\delta_1+\delta_2)[2\nu_1(\delta_1-\delta_2)AB-\nu_2A^2-4\nu_1^3B^2]+(\nu_2-\nu_1)[A^2(\delta_1-\delta_2)+2\nu_1(\nu_2-\nu_1)A\cdot B]}{\varrho^4\nu_2[(\delta_1+\delta_2)^2+(\nu_2-\nu_1)^2]}.$$

Diese Integrale sind nun ausgewertet für für $\delta_1 = 100000$, 50000, 10000, 8000, 1000 und $\delta_2 = 5500$ in der Nähe des Isochronitätspunktes für $\frac{\nu_2}{\nu_1} = 1 \pm \varepsilon$, wenn $|\varepsilon| < 0,1$ ist.

Die Zahlenrechnungen ergeben große Tabellen. In Fig. 1 sind die berechneten Kurven graphisch dargestellt nach Reduktion von $\sum_1^3 n\,Q_n : \sum_1^3 n_{n\,\gamma_s}$ (wobei $Q_{n\gamma_s}$ die Werte für Q_n im Isochronitätspunkt bedeutet) für $\varepsilon = 0$ auf 100. Trägt man die entsprechenden Breiten dieser Kurven als Abszissen, die zugehörigen $\delta_1 \cdot \nu_1^{-1}$ als Ordinaten, so erhält man die in Fig. 2 dargestellten Dämpfungsgeraden. Diese gehen nicht durch den Koordinatenanfangspunkt der $(\delta \cdot a)$ Ebene, sondern sie schneiden mit positiven a-Werten die Gerade $\delta_1 = 0$ und treffen für $\delta_1 \sim -5500$ sich in einem Punkte der Geraden $a = 0$.

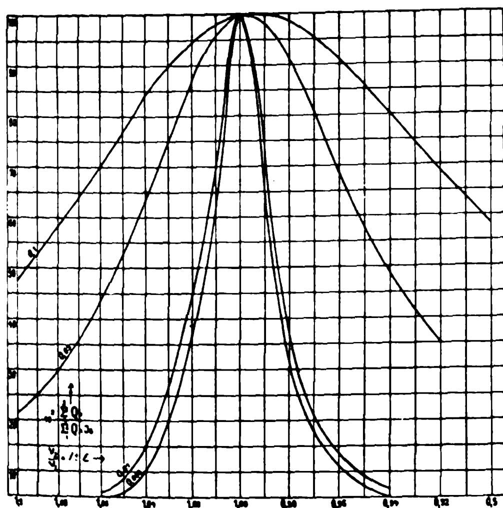


Fig. 1.

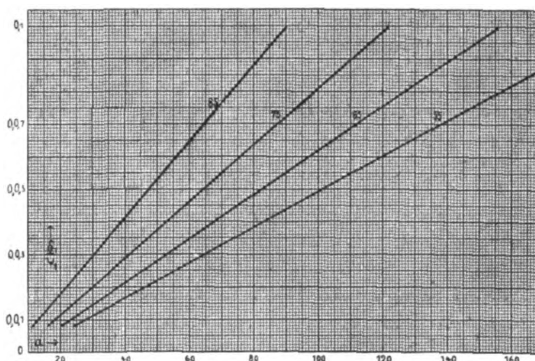


Fig. 2.

Betrachten wir nun zunächst die älteren graphischen Methoden zur Bestimmung der Dämpfung. In der Arbeit: „Elektrische Resonanz“[1]) bestimmt Bjerknes die Gleichung der Resonanzkurve als Kurve dritter Ordnung und erhält dann für

$$\omega = \frac{\mathfrak{d}_1+\mathfrak{d}_2}{2} = \frac{\pi}{X}\sqrt{\frac{a\cdot b\cdot c}{d}}.$$

(Die Bedeutung der Buchstaben ergibt sich aus der Fig. 3.) Es ist

$a = X - x_1$
$b = x_2 - X$

1) Wied. Ann. **44**, 74, 513, 1891; **55**, 121, 1895.

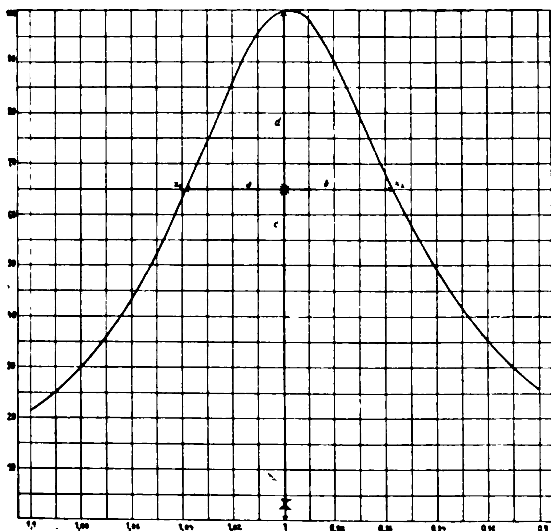


Fig. 3.

also wird

$$\omega = \pi \sqrt{\left(1 - \frac{x_1}{X}\right)\left(\frac{x_2}{X} - 1\right)\frac{c}{d}}$$

$$= \pi \sqrt{\left(1 - \frac{\nu_R}{\nu_1}\right)\left(\frac{\nu_R}{\nu_2} - 1\right)\frac{c}{d}}$$

und bei der Annahme $\nu_R = \nu_{\gamma_s}$

$$= \pi \sqrt{\varepsilon \varepsilon' \frac{c}{d}} \sqrt{\frac{1}{1 + \varepsilon + \varepsilon' + \varepsilon \varepsilon'}}$$

$$\sim \pi \sqrt{\varepsilon \varepsilon' \frac{c}{a}}, \text{ da } \sqrt{\frac{1}{1 + \varepsilon + \varepsilon' + \varepsilon \varepsilon'}}$$

nahezu 1 ist. Führt man an Stelle des geometrischen Mittels der Größen $\varepsilon_1 \varepsilon'$ das arithmetische

$$x = \frac{\varepsilon + \varepsilon'}{2}$$

ein und setzt

$$c + d = 1$$
$$c = y$$
$$d = 1 - y, \text{ so wird}$$

$$2\omega = \mathfrak{d}_1 + \mathfrak{d}_2 = 2\pi x \sqrt{\frac{1}{1 - y}} = A \cdot x.$$

In der $(\mathfrak{d} x)$ Ebene stellt dies eine Gerade dar, die durch den Koordinatenanfangspunkt geht. Es stimmt dieses mit obigem überein, da obige (δa) Ebene gegen die $(\mathfrak{d} x)$ Ebene in der Richtung der δ verschoben ist, denn obige Geraden ergeben δ_2, diese $\mathfrak{d}_1 + \mathfrak{d}_2$.

Vergleicht man nunmehr die Richtungen der Dämpfungsgeraden, so verhalten sich diese in dem berechneten Intervall

$$0{,}01 < \delta_1 \nu_1^{-1} < 0{,}1$$

wie die entsprechenden A-Werte bei Zenneck (Drahtlose Telegraphie S. 1008), die ja Richtungskoeffizienten der Linien

$$\omega = A \cdot x$$

in der $(\omega \cdot x)$ Ebene sind. Bestimmt man noch eine dieser Dämpfungslinien vollständig in der Ebene, so ergibt sich eine Maximaldifferenz bis 2 % von den Zenneckschen Dämpfungswerten gegen die hier angegebenen. Gegen die Bjerknesschen Werte weichen obige Angaben ebensowenig ab, wie ja aus dem Cauchyschen Mittelwertsatz folgt. Der Unterschied gegen K. E. F. Schmidt ist aus den vergleichenden Dekrementtafeln (Fig. 4) zu ersehen.

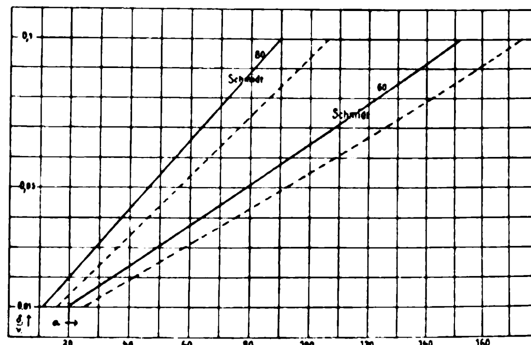


Fig. 4.

Zusammenfassung.

Die Arbeit gibt eine streng durchgeführte Integration der Differentialgleichung des Schwingungsproblemes für eine erzwungene Schwingung und die Eigenschwingung.

Die numerische Auswertung führt zu neuen Dekrementtafeln.

Eine Vergleichung mit den anderen Methoden zeigt, daß die Bjerknessche Methode der Dämpfungsbestimmung trotz der großen Vernachlässigungen einwandfreie Resultate liefert.

Berlin-Charlottenburg.

(Eingegangen 25. Januar 1911.)

Lichtbogengenerator für Laboratoriumszwecke.

Von F. Kock.

Bei Messungen mit ungedämpften Schwingungen wurde wiederholt ein kleiner Lichtbogengenerator mit gutem Erfolge verwendet, der den Vorzug leichter Herstellbarkeit besitzt und sich durch kompendiöse kleine Form auszeichnet, so daß er, wie Fig. 1 zeigt, in einem der gebräuchlichen Laboratoriumsstative untergebracht werden kann. Der Generator ergibt eine für Meßzwecke recht konstante Schwingungsenergie (er wurde zur Aufnahme von Resonanzkurven mittels eines Kurvenzeichners verwendet), da eine gute Einregulierung des Bogens möglich

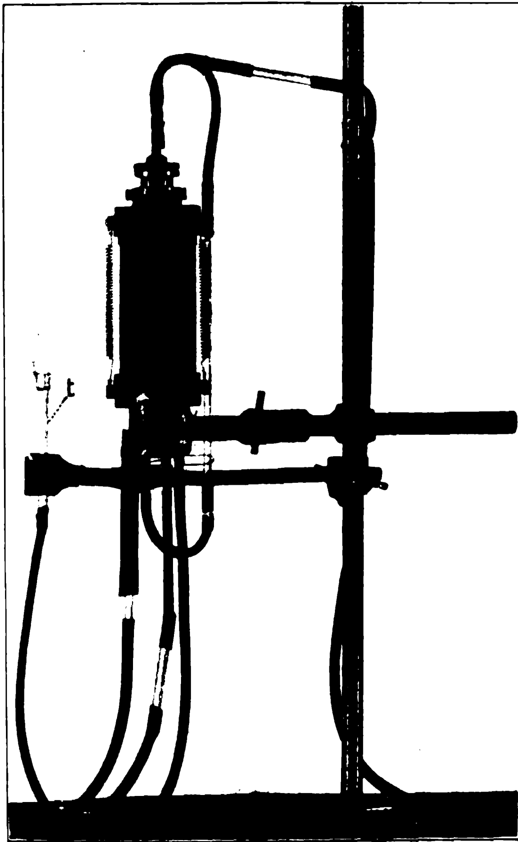


Fig. 1.

ist. Gleichzeitig ist Sorge getragen für ein leichtes Wiederanzünden des etwa erloschenen Lichtbogens.

Fig. 2 ergibt einen Durchschnitt des Generators. Die Kammer für den Lichtbogen des Generators ist gebildet aus 2 abgesetzten Fiberzylindern *a*, *a*, welche als Verschlußstöpsel auf einem geschwärzten Messingrohr *b* sitzen und durch 2 Stahlfedern *c*, die nochmals durch kleine Hartgummistücke *d* isoliert sind, an die Enden des Zylinders gasdicht angepreßt werden. In dem Zylinder befindet sich ein Fenster *f* zur Beobachtung des Bogens.

In dem unteren Zylinder ist die Kohle k_1 in einem kleinen doppelwandigen Kühlrohr *e* angeordnet und durch eine nicht sichtbare Stellschraube in demselben festgeklemmt. In demselben Teile sitzen ferner 2 Röhren *g*, *g*, die zum Zuführen von Gasen in die Lichtbogenkammer benutzt werden können. Will man dagegen mit einem Lichtbogen in einer Atmosphäre von Alkoholdämpfen arbeiten, so wird in dem Becher *x* von g_1 etwas Watte fest eingedrückt und g_1 selbst mittels eines Schlauches mit einem Trichter verbunden, in welchem sich

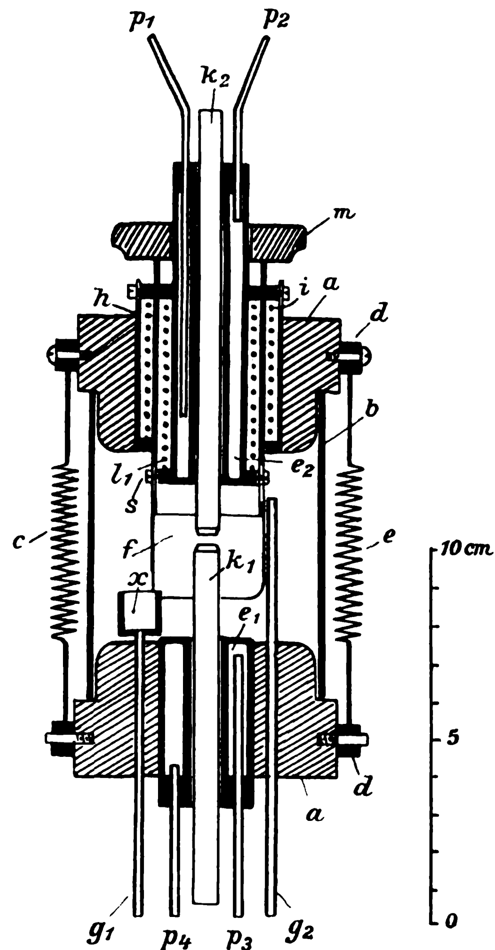


Fig. 2.

Alkohol befindet (Fig. 1, *t*). Durch geeignete Einstellung des Trichters findet eine langsame Zufuhr von Alkohol statt, so daß sich eine Atmosphäre von Alkoholdämpfen in der Lichtbogenkammer ausbilden kann.

Die obere Elektrode K_2 ist gleichfalls in einem Kühlrohr e_2 angeordnet, welches oben mit Schraubengewinde und Mutter *m* versehen durch eine Feder l_1 nach abwärts gedrückt wird. Durch Drehen der Mutter wird ein sehr genaues Einstellen des Kühlrohres mit der Elektrode K_2 erzielt, da jeder tote Gang der Schraube durch die Feder aufgehoben ist. Es läßt sich hierdurch eine genaue Regulierung des Bogens erreichen. Um ein Drehen von e_2 bei der Verstellung zu verhindern, sind Schrauben *s* in Gleitschlitzen angeordnet.

Das Rohr für die Feder *l* befindet sich in einem weiteren Rohr *h*, welches gleichfalls eine Feder *i* enthält, die gestattet, durch Drücken an *m* die obere Kohle K_2 nach abwärts zu bewegen und so den Lichtbogen zu entzünden.

Diese Bewegung ist durch Schrauben in Schlitzen begrenzt.

Indem man p_1 mit der Wasserleitung und p_2 und p_3 untereinander mit Schläuchen verbindet, läßt sich ein Wasserstrom durch die Kühlkammern c leiten, wodurch eine genügende Wärmeabfuhr von den Elektroden und vom Generator selbst erzielt wird.

Durch Anpressen der Endstücke a an die Enden des Rohres b vermittels von Federn ist der Apparat inexplosibel gemacht und bildet ein Sicherheitsventil, so daß Explosionen, welche bei Verwendung von Wasserstoff usw. manchmal vorkommen, lediglich die Endstücke anheben und wieder zurückschnellen lassen, was durch Abrundung der unteren Enden von a erreicht wird.

In die Kühlrohre lassen sich beliebige Elektroden einführen.

Läßt man, um genügende Isolation der Elektroden zu haben, die für Funkenstrecken nicht erforderliche Wasserkühlung fort, so läßt sich der Apparat, da die isolierenden Schichten in a_{12} stark genug gewählt sind, auch als Gasfunkenstrecke verwenden bis zur Funkenlänge von ca. 40 mm, wobei das Rohr b der besseren Beobachtung wegen durch ein Glasrohr ersetzt werden kann. Die Dimensionen des Apparates zeigt der beigefügte Maßstab.

Es wurden einige Versuche am Generator bezüglich der dem Bogen zu entziehenden Energie gemacht, indem der Schwingungskreis am Bogen mit einem abgestimmten Resonanzkreis gekoppelt war, in welchem Glühlampen eingeschaltet werden konnten, deren Energieverbrauch bestimmt wurde.

Es wurde so viel Energie entzogen, bis der Bogen verlöschte.

Es ergab sich für einen Kohlenbogen in Alkoholatmosphäre bei 220 Volt Netzspannung:

1,6 Amp., 70 Volt = 112 Watt am Bogen
sek. Kreis: = 37,8 Watt Schwingungsenergie;
bei: $\lambda = 5{,}10^4$ m, $n = 6000$.

Für einen Kohle-Cu-Bogen in Wasserstoff bei 220 Volt Netzspannung:

1,8 Amp., 71 Volt = 127,8 Watt am Bogen
sek. Kreis: 15,5 Watt Schwingungsenergie;
$\lambda = 530$ m, $n = 5{,}66 \cdot 10^5$.

Es ist zu bemerken, daß die Lampe eine Brenndauer von mehreren Stunden hat, ehe die Kohlen in den Kühlröhren neu eingestellt werden müssen.

Charlottenburg, den 27. Januar 1911.

(Eingegangen 30. Januar 1911.)

Mitteilungen aus dem physikalischen Institut der National-Universität La Plata (Argentinien). (Direktor: E. Bose.)

Nr. 2[1]): Emil Bose und Margrete Bose, Über die Turbulenzreibung verschiedener Flüssigkeiten.

Über die turbulenten Zustände, welche bei genügend hohem Druckgefälle an Stelle der einfachen dem Poiseuilleschen Gesetze gehorchenden Strömungszustände auftreten, ist experimentell ganz überwiegend nur beim Wasser gearbeitet worden, und in der Tat ist ja hier wie in so vielen anderen Fällen Wasser zunächst die für die Technik bei weitem interessanteste Substanz, insofern als die Strömungszustände anderer Flüssigkeiten vergleichsweise nur ein sehr beschränktes Anwendungsgebiet haben.

Rein physikalisch gesehen ist dagegen das Wasser nur eine von vielen gleich interessanten Substanzen und gerade von dem Vergleich verschiedener Substanzen erscheint theoretische Aufklärung zu erhoffen, insofern als eine Zerlegung der Konstanten in Apparatkonstanten, Materialkonstanten und eventuell universelle Konstanten möglich erscheint. Unseres Wissens sind außer dem vor fast zwei Jahren erschienenen Versuche von E. Bose und D. Rauert[2]) bisher keinerlei vergleichende Untersuchungen an verschiedenen Flüssigkeiten unternommen worden. Ein Grund dafür mag neben den fehlenden technischen Anwendungen darin zu suchen sein, daß die bisher für derartige Untersuchungen verwendeten Apparate von Dimensionen waren, die eine vergleichsweise Heranziehung anderer Substanzen als zu kostspielig erscheinen ließen. Mit der Verkleinerung der Apparatdimensionen entsteht aber zugleich eine Reihe von Schwierigkeiten, welche die für weitere und längere Röhren sehr einfachen Gesetzmäßigkeiten zum Verschwinden zu bringen scheinen.

In der Tat zeigte schon die vorläufige Diskussion der Versuche von Bose und Rauert, daß die sehr einfache Kurvenform, die stets z. B. bei den Versuchen von Osborne Reynolds beobachtet wurde (zwei gerade Linien mit ausgeprägtem Übergangsstück im logarithmischen Druckgeschwindigkeits-Koordinatensystem), einem kontinuierlichen Kurvenzuge Platz macht, der, von der Poiseuilleschen Geraden allmählich abbiegend, im rein turbulenten Zustande nur in roher Annäherung als geradlinig betrachtet werden kann.

Wegen dieser Komplikation hielten Bose und Rauert es seinerzeit für vorteilhafter, die nur auf Grund eingehender Rechnungen mögliche Diskussion ihrer Resultate von der Publi-

1) No. 1: Diese Zeitschr. **12**, 60, 1911.
2) Diese Zeitschr. **10**, 406, 1909.

kation des Zahlenmaterials zu trennen und zunächst nur die direkten Beobachtungswerte zu veröffentlichen.

Wenn es uns erst jetzt möglich ist, die an die Bose-Rauertschen Versuche anschließenden Überlegungen zu veröffentlichen, so ist das einerseits unserer Übersiedlung nach Argentinien, andererseits den in hohem Grade zeitraubenden Ausgleichsrechnungen zuzuschreiben, die wir nicht glaubten umgehen zu können, um uns genügend klar und sicher von den Einzelheiten, insbesondere den mehrfachen Überschneidungen Rechenschaft geben zu können.

Wir setzten uns zunächst das einfache Ziel, festzustellen, inwieweit die einfache von Osborne Reynolds aufgestellte logarithmisch lineare Gleichung als erste Annäherung den beobachteten Tatsachen Rechnung zu tragen in der Lage ist, wenn man annimmt, daß die Neigungskonstante b der Turbulenzgeraden

$$-\log z = a' + b \cdot \log p$$ [1]

für alle Substanzen den gleichen Wert habe. Osborne Reynolds sowohl wie vor ihm Hagen und Darcy haben jeder einzeln die Unabhängigkeit der Konstante b von den Dimensionen der untersuchten Rohre festgestellt. Auffallend ist dabei allerdings der große, die Grenze der Versuchsfehler des Einzelnen vielmals überschreitende Unterschied im Zahlwert, da für $1/b = n$ erhalten wurde von:

Hagen 1,75,
Darcy 1,92,
Osborne Reynolds 1,7222.

Diese Werte beziehen sich lediglich auf mit Wasser angestellte Versuche, aber eine Betrachtung der den Bose-Rauertschen Versuchen entsprechenden Kurven zeigt, daß auch bei einem und demselben Gefäß als erste (rohe) Annäherung zum wenigsten sich für verschiedene Flüssigkeiten nahe gleiche Werte ergeben. Als Mittelwert der neun untersuchten Substanzen ergab sich für unser Gefäß

$$n = 1,620.$$

Die Einzelwerte liegen zwischen den Extremen 1,54 und 1,68, so daß zweifellos der Mittelwert nur als erste Annäherung zu betrachten ist. Trotz alledem erweist sich die Durchführung der ersten Annäherung als lehrreich, wie das namentlich der spätere Vergleich mit der genaueren Rechnung lehrt.

Wir nahmen also zunächst ein $b = 1/1,620 = 0,61728$ für alle untersuchten Substanzen an und suchten Gleichungen für die einzelnen Turbulenzgeraden

$$\log z = A_t + 0,61728 \cdot \log p,$$

indem für jede Substanz aus sämtlichen unzweifelhaft der reinen Turbulenz angehörigen Beobachtungen

$$A_t = \frac{\Sigma \log z - 0,61728\, \Sigma \log p}{n}$$

berechnet wurde, worin n die Anzahl der verwandten Beobachtungen darstellt. In analoger Weise oder unter Heranziehung bekannter Viskositätsdaten wurden für die den Poiseuilleschen Zuständen entsprechenden 45°-Geraden

$$\log z = A_p + \log p$$

die A_p-Werte bestimmt.

Tabelle I enthält diese beiden Gleichungen für die neun von Bose und Rauert untersuchten Substanzen und auch die daraus berechneten relativen Zähigkeiten im Poiseuilleschen und turbulenten Zustand sowie ihr Verhältnis. Hier kann man so recht sehen, wie wenig maßgebend allein die Poiseuillesche Viskosität für die turbulenten Strömungszustände ist.

Äthylalkohol ist im Poiseuilleschen Zustand zähflüssiger als Wasser, im turbulenten dagegen

Tabelle I.

Substanz	Gleichung der ungeordneten (turbulenten oder hydraulischen) Strömungszustände (Turbulenzgerade) $-\log z = A_t + B_t \log p$	Gleichung der geordneten (Poiseuilleschen) Strömungszustände (Poiseuilleschen Gerade) $-\log z = A_P + \log p$	Spezifische Zähigkeiten im Poiseuilleschen Zustande $\zeta_\varphi = 10^{(A_p)_{Wass.} - (A_p)_{Subst.}}$	Spezifische Zähigkeiten im turbulenten Zustande $\zeta_\varphi = 10^{(A_t)_{Wass.} - (A_t)_{Subst.}}$	Verhältnis der beiden Zähigkeiten $\frac{\zeta_t}{\zeta_P}$
Wasser	$+\log z = -1,52834 + 0,61728 \log p$	$+\log z = -0,93250 + \log p$	1,000	1,000	1,000
Äthylalkohol	„ $= -1,50257$ „ „	„ $= -0,99329$ „	1,150	0,942	0,818
Äthylazetat	„ $= -1,47826$ „ „	„ $= -0,81690$ „	0,766	0,891	1,164
Benzol	„ $= -1,46853$ „ „	„ $= -0\ 69984$ „	0,585	0,875	1,496
Toluol	„ $= -1,45343$ „ „	„ $= -0,67713$ „	0,555	0,842	1,536
Azeton	„ $= -1,37252$ „ „	„ $= -0,39685$ „	0,291	0,699	2,404
Chloroform	„ $= -1,53504$ „ „	„ $= -0,63114$ „	0,500	1,016	2,032
Bromoform	„ $= -1,76314$ „ „	„ $= -1,19551$ „	1,832	1,717	0,937
Quecksilber	„ $= -1,99365$ „ „	„ $= -1,08110$ „	1,408	2,920	2,074

[1]) Wegen der Bezeichnungen vergleiche Bose und Rauert (loc. cit.).

Tabelle II.

Substanz	$\log p_k = \frac{At - Ap}{0,38272}$	$-\log z_k = \frac{At - 0,61728 Ap}{0,38272}$	$(p_k)_{rel.} = \frac{p_k}{p_{k(H_2O)}}$ Relativer kritischer Druck	$(z_k)_{rel.} = \frac{z_k}{z_{k(H_2O)}}$ Relative kritische Zeit	$\frac{z_{k(H_2O)}}{z_k}$ Relative kritische Geschwindigkeit	Relatives Reynoldssches Kriterium $\frac{\varrho}{\mu \cdot z_{k(rel.)}}$
Wasser . . .	— 1,55686	— 2,48936	1,000	1,000	1,000	1,000
Äthylalkohol .	— 1,33069	— 2,32398	1,683	0,683	1,464	1,02
Äthylazetat .	— 1,72805	— 2,54495	0,674	1,137	0,880	1,04
Benzol . . .	— 2,00849	— 2,70833	0,353	1,694	0,591	0,887
Toluol . . .	— 2,02838	— 2,70551	0,338	1,645	0,608	0,964
Azeton . . .	— 2,54930	— 2,94615	0,1018	2,86	0,350	0,961
Chloroform .	— 2,36178	— 2,99292	0,1567	3,19	0,314	0,904
Bromoform .	— 1,48315	— 2,67866	1,185	1,546	0,648	1,00
Quecksilber .	— 2,38438	— 3,46548	0,1488	9,47	0,1056	1,02
						Mittel: 0,975 ± 0,062

dünnflüssiger. Chloroform aber ist im Poiseuilleschen Zustande viel dünnflüssiger als Wasser, im turbulenten dagegen merklich zäher; Bromoform im Poiseuilleschen Zustande zäher als Quecksilber, im turbulenten umgekehrt und dergleichen.

Die theoretische Möglichkeit, diese Dinge zu überschauen, hat Osborne Reynolds in seinem Übergangskriterium für die Grenze zwischen geordneten und turbulenten Strömungszuständen gegeben. Die Schnittpunktskoordinaten zwischen der Poiseuilleschen und der Turbulenzgeraden (die kritischen Übergangsdaten) sollen nach energetischen Betrachtungen Osborne Reynolds' der Beziehung gehorchen, daß die Dichte ϱ der Substanz multipliziert mit der kritischen Geschwindigkeit U_k und dividiert durch die Poiseuillesche Reibungskonstante μ für alle Fälle einen konstanten Wert bilden,

$$\frac{\varrho U_k}{\mu} = \text{const}$$

oder im stets gleichen Apparat:

$$\frac{\varrho}{\mu \cdot z_{k(\text{rel.})}} = \text{const}$$

($z_{k(\text{rel.})}$ relative kritische Zeit für ein stets gleiches Volum der verschiedenen Flüssigkeiten.)

Tabelle III.

Wasser.

p	z beob.	z ber.	$\Delta z = z_{beob.} - z_{ber.}$	p	z beob.	z ber.	$\Delta z = z_{beob.} - z_{ber.}$
0,061	195	194,8	+0,2	0,476	52,7	52,7	0,0
0,064	188,4	188,5	—0,1	0,488	52,2	51,9	+0,3
0,066	184,5	184,6	—0,1	0,538	48,8	49,0	—0,2
0,079	164,0	163,5	+0,5	0,550	48,2	48,3	—0,1
0,094	145,6	145,8	—0,2	0,560	47,7	47,8	—0,1
0,110	131,2	131,5	—0,3	0,714	41,3	41,4	—0,1
0,128	118,4	119,1	—0,7	0,730	40,8	40,9	—0,1
0,135	115,2	115,1	+0,1	0,743	40,7	40,4	+0,3
0,1524	106,9	106,5	+0,4	0,756	40,1	40,0	+0,1
0,158	105,0	104,1	+0,9	0,767	39,7	39,7	0,0
0,182	95,2	95,1	+0,1	0,791	39,0	39,0	0,0
0,188	93,4	93,2	+0,2	0,808	39,0	38,5	+0,5
0,215	85,8	85,7	+0,1	0,840	37,6	37,6	0,0
0,220	84,2	84,5	—0,3	0,963	35,1	34,7	+0,4
0,2475	78,8	78,5	+0,3	1,020	33,7	33,6	+0,1
0,253	78,2	77,4	+0,8	1,035	33,4	33,3	+0,1
0,258	76,3	76,5	—0,2	1,094	32,3	32,2	+0,1
0,305	68,9	69,0	—0,1	1,240	30,0	30,0	0,0
0,312	68,7	68,1	+0,6	1,352	28,5	28,5	0,0
0,320	67,5	67,0	+0,5	1,473	27,4	27,1	+0,3
0,360	62,3	62,4	—0,1	1,554	26,2	26,3	—0,1
0,367	61,5	61,6	—0,1	1,702	25,1	25,0	+0,1
0,374	60,5	60,9	—0,4	1,760	24,6	24,5	+0,1
0,408	57,6	57,8	—0,2	1,808	24,0	24,1	—0,1
0,415	57,3	57,2	+0,1	1,842	23,8	23,9	—0,1
0,445	54,6	54,9	—0,3	1,873	23,7	23,6	+0,1
0,465	53,2	53,4	—0,2				

Unsers Wissens ist dieses Osborne Reynoldssche Kriterium bisher noch niemals auf verschiedene Substanzen angewandt worden, sondern nur die Unabhängigkeit des Ausdrucks von den Apparatkonstanten nachgewiesen worden.

In Tabelle II finden sich zusammengestellt die kritischen Koordinaten sowie die Werte der relativen kritischen Größen (Druck, Zeit, Geschwindigkeit), Wasser stets als Einheitssubstanz genommen, außerdem der Wert des relativen Reynoldsschen Kriteriums, der für alle Substanzen theoretisch gleich 1,000 werden sollte. Der Tabelle entnehmen wir, daß dies innerhalb einiger Prozente der Fall ist, der Mittelwert:

$$0{,}975 \pm 0{,}062 \text{ statt } 1{,}000$$

beweist, daß in erster Annäherung jedenfalls das Osborne-Reynoldssche Kriterium auch für das Verhalten verschiedener Flüssigkeiten im gleichen Apparat bestimmend ist. Die experimentelle Verifikation der Osborne-Reynoldsschen Betrachtungen an derart verschiedenen Substanzen erscheint mir nicht ohne Wert, aber auch sonst läßt sich eine Menge des Interessanten aus der Tabelle II ablesen. Dafür nur zwei Beispiele!

Im gleichen Apparat kann zum Beispiel Äthylalkohol noch mit fast dem 14 fachen von derjenigen Geschwindigkeit im Poiseuilleschen Zustande strömen, bei der Quecksilber schon in den turbulenten Zustand übergeht.

Im gleichen Apparat muß ich mit dem mehr als 15 fachen Druckgefälle operieren, um Äthylalkohol zum turbulenten Strömen zu bewegen als um das gleiche beim Azeton zu erreichen.

Bisher haben wir die Beobachtungen als in erster Annäherung linear variierend angesehen, wenn die Logarithmen von Druck und Durchflußzeit als Koordinaten angenommen werden. Durch graphische Darstellung der Beobachtungen und besser durch graphische Darstellung der Abweichungen von der geraden Linie ergibt sich in allen neun Fällen, daß diese Abweichungen einen ganz systematischen Gang aufweisen, der die mittleren Versuchsfehler um das Zehn- und Mehrfache übersteigt und daß dieser Gang mit größter Annäherung einer Funktion dritten Grades entspricht, zumal in den meisten sogar ein deutlicher Wendepunkt mit nahe symmetrischem Kurvenverlauf beiderseits desselben existiert.

Die eine von uns (M. Bose) hat sich der Mühe unterzogen, die umfangreichen Ausgleichrechnungen nach der Methode der kleinsten Quadrate auszuführen, einerseits um zu sehen, ob und in welchem Grade die Resultate von E. Bose und D. Rauert durch eine einzige Funktion darstellbar sind und insbesondere auch, um zu konstatieren, ob der doppelten Überschneidung, z. B. der Chloroformkurve und der Wasserkurve, reale Bedeutung zukommt.

Die Tabellen III—XI geben für die neun von Bose und Rauert untersuchten Substanzen die Werte der treibenden Druckdifferenz nebst den beobachteten und den berechneten Durchflußzeiten an. Die Berechnung erfolgte allgemein nach Gleichungen von der Form:

$$-\log z = A + B \log p + C (\log p)^2 + D (\log p)^3,$$

deren Koeffizienten durch vollständige Ausgleichung sämtlicher der reinen Turbulenz angehörigen Beobachtungen unter der Annahme gleicher relativer Genauigkeit erfolgte. In der Tabelle XII finden sich diese Gleichungen mit ihren so ermittelten Koeffizienten zusammengestellt. Daneben die Zahl n der zur Ausgleichung verwerteten Einzelbeobachtungen. Durch Vergleich mit den Tabellen der Arbeit von Bose und Rauert kann sich der Leser leicht überzeugen, daß nur Beobachtungen mit niedrigen Druckgefällen nicht mitverwertet worden sind, die nicht dem rein turbulenten Strömungszustande, sondern fast stets dem rein Poiseuilleschen Gebiete angehören. Die der rein turbulenten Strömung entsprechenden Beobachtungen sind stets sämtlich der Rechnung zugrunde gelegt worden. Der mittlere relative Fehler beträgt im Mittel aus sämtlichen Beobachtungsreihen $^1/_2$ Proz. und entspricht in der Regel nur einigen Zehntelsekunden der zumeist kurzen Durchflußzeiten, so daß die Übereinstimmung zwischen Rechnung und Beobachtung wohl als eine ausgezeichnete anzusehen ist. Letzteres ist um so mehr der Fall, als in den übrigbleibenden Differenzen keinerlei systematischer Gang aufzufinden ist, vielmehr nur rein zufällige Fehler zu bestehen scheinen. Um uns über diesen wichtigen Punkt in einwandfreier Form Rechenschaft zu geben, haben wir uns der von Richarz und Neumann[1]) im Anschluß an die Helmertschen Arbeiten entwickelten Methode bedient, welche an Stelle des Helmertschen Grenzwerts zwischen Verdächtigkeit und Unverdächtigkeit bezüglich systematischer Abweichungen zwischen Beobachtung und Rechnung ein obendrein erheblich strengeres Verdachtsmaß setzt. Dieses mittlere Verdachtsmaß, ermittelt auf Grund 5 verschiedener Kriterien, die, einzeln für sich genommen, keinerlei sichere Entscheidung ermöglichen können, soll nach Richarz und Neumann unter dem Zahlwert 0,5 bleiben, während Helmert, weniger anspruchsvoll, einen erheblich höheren Grenzwert 0,683 zuläßt.

Es zeigt sich nun, wie die Mittelwerte V in Tabelle XII und mehr noch ihre Entstehung

1) Universitätsprogramm Marburg 1909.

Tabelle IV.

Äthylalkohol.

p	z beob.	z ber.	$\Delta z = z_{beob.} - z_{ber.}$
0,0572	204,7	204,4	+0,3
0,0684	179,0	179,2	—0,2
0,0734	171,0	170,2	+0,8
0,0790	161,0	161,5	—0,5
0,109	129,7	128,8	+0,9
0,1115	126,0	126,8	—0,8
0,148	104,3	104,7	—0,4
0,190	88,6	88,7	—0,1
0,234	77,7	77,6	+0,1
0,285	68,5	68,4	+0,1
0,344	60,8	60,8	0,0
0,400	55,4	55,4	0,0
0,458	51,0	51,3	—0,3
0,453	51,5	50,9	+0,6
0,544	46,3	45,9	+0,4
0,610	42,8	42,8	0,0
0,650	41,5	41,2	+0,3
0,682	40,2	40,0	+0,2
0,714	39,2	38,9	+0,3
0,777	37,1	37,0	+0,1
0,843	35,0	35,2	—0,2
0,915	33,3	33,5	—0,2
0,983	31,8	32,2	—0,4
1,050	30,6	30,9	—0,3
1,120	29,7	29,7	0,0
1,180	28,8	28,8	0,0
1,258	27,7	27,4	+0,3
1,330	27,1	26,8	+0,3
1,494	25,1	25,0	+0,1

Tabelle V.

Äthylazetat.

0,0156	440	435,9	+4,1
0,0188	378	379,1	—1,1
0,0253	303	305,4	—2,4
0,0263	296,5	297,1	—0,6
0,0387	228	226,7	+1,3
0,0530	182,0	183,3	—1,3
0,0633	162,2	163,0	—0,8
0,0691	153,0	153,9	—0,9
0,0965	124,8	124,2	+0,6
0,1325	102,6	101,8	+0,8
0,151	94,8	93,8	+1,0
0,179	85,4	84,5	+0,9
0,237	71,0	71,3	—0,3
0,269	66,4	66,1	+0,3
0,288	63,1	63,5	—0,4
0,356	56,2	56,0	+0,2
0,406	51,8	51,8	0,0
0,469	47,5	47,6	—0,1
0,510	45,1	45,2	—0,1
0,561	42,7	42,8	—0,1
0,602	41,1	41,1	0,0
0,650	39,4	39,3	+0,1
0,733	36,7	36,7	0,0
0,793	35,0	35,0	0,0
0,855	33,7	33,5	+0,2
0,901	32,4	32,5	—0,1
0,950	31,5	31,5	0,0
0,995	30,6	30,7	—0,1
1,070	29,6	29,4	+0,2
1,154	28,3	28,1	+0,2
1,234	27,1	27,1	0,0
1,330	26,1	25,9	+0,2
1,334	25,8	25,9	—0,1
1,403	25,2	25,1	+0,1

Tabelle VI.

Benzol.

p	z beob.	z ber.	$\Delta z = z_{beob.} - z_{ber.}$
0,0720	144,6	145,9	—1,3
0,1010	117,5	116,6	+0,9
0,1285	101,2	100,1	+1,1
0,156	89,2	88,7	+0,5
0,180	81,2	81,3	—0,1
0,224	71,4	71,4	0,0
0,268	63,7	64,2	—0,5
0,320	57,5	57,9	—0,4
0,381	52,2	52,3	—0,1
0,419	49,5	49,5	0,0
0,485	45,3	45,5	—0,2
0,570	41,7	41,4	+0,3
0,644	38,7	38,6	+0,1
0,781	34,6	34,5	+0,1
0,869	32,6	32,4	+0,2
0,910	31,6	31,6	0,0
0,945	31,1	30,9	+0,2
1,030	29,6	29,3	+0,3
1,122	27,9	27,9	0,0
1,267	25,9	25,9	0,0
1,336	25,1	25,1	0,0
1,425	24,2	24,1	+0,1
1,510	23,2	23,3	—0,1
1,622	22,4	22,3	+0,1
1,685	21,7	21,7	0,0
1,810	20,8	20,8	0,0
1,869	20,4	20,4	0,0
2,008	19,45	19,5	—0,05
2,134	18,6	18,7	—0,1
2,238	18,3	18,1	+0,2
2,350	17,7	17,6	+0,1

Tabelle VII.

Toluol.

0,0292	246,0	248,5	—2,5
0,0516	171,7	170,2	+1,5
0,0517	170,0	169,9	+0,1
0,0692	142,0	141,3	+0,7
0,0822	128,4	126,9	+1,5
0,1088	108,1	107,0	+1,1
0,1353	94,0	93,9	+0,1
0,161	84,2	84,7	—0,5
0,1897	76,7	76,9	—0,2
0,2175	70,3	71,0	—0,7
0,2455	65,6	66,1	—0,5
0,276	61,3	61,8	—0,5
0,320	56,2	56,7	—0,5
0,368	52,2	52,3	—0,1
0,415	48,5	49,1	—0,6
0,410	49,1	48,7	+0,4
0,487	44,3	44,4	—0,1
0,549	41,7	41,4	+0,3
0,609	39,3	38,9	+0,4
0,680	36,75	36,5	+0,25
0,693	36,4	36,1	+0,3
0,768	34,0	33,9	+0,1
0,780	33,8	33,6	+0,2
0,867	31,55	31,5	+0,05
0,915	30,7	30,5	+0,2
0,990	29,55	29,1	+0,45
1,045	28,2	28,2	0,0
1,100	27,2	27,3	—0,1
1,160	26,55	26,4	+0,15
1,218	25,65	25,7	—0,05
1,298	24,75	24,7	+0,05

p	z beob.	z ber.	$\Delta z = z_{beob.} - z_{ber.}$
1,380	23,75	23,7	+0,05
1,472	22,7	22,8	—0,1
1,554	22,15	22,0	+0,15
1,623	21,5	21,4	+0,1
1,680	21,0	21,0	0,0
1,770	20,4	20,3	+0,1
1,840	19,75	19,8	—0,05
1,890	19,45	19,5	—0,05

Tabelle VIII.

Azeton.

0,0064	529	531,9	—2,9
0,0098	401	401,1	—0,1
0,0131	335	333,2	+2,2
0,0191	264	263,5	+0,5
0,0257	220	220,0	0,0
0,0277	212	210,3	+2,3
0,0336	187,5	187,5	0,0
0,0404	168,0	168,1	—0,1
0,0476	153,5	152,6	+0,9
0,0637	128,0	128,6	—0,6
0,0769	115,4	115,2	+0,2
0,1013	97,5	97,9	—0,4
0,1280	84,4	85,3	—0,9
0,1590	74,5	75,0	—0,5
0,189	67,8	67,6	+0,2
0,218	62,0	62,1	—0,1
0,257	56,0	56,1	—0,1
0,299	51,3	51,1	+0,2
0,3415	46,9	47,1	—0,2
0,401	42,9	42,6	+0,3
0,454	39,4	39,3	+0,1
0,502	37,0	36,9	+0,1
0,559	34,75	34,41	+0,34
0,6225	32,05	32,07	—0,2
0,688	30,05	30,01	+0,04
0,740	28,7	28,5	+0,2
0,7855	27,5	27,4	+0,1
0,834	26,5	26,3	+0,2
0,870	25,7	25,6	+0,1
0,9275	24,55	24,5	+0,05
1,020	22,9	22,9	0,0
1,076	22,04	22,1	—0,06
1,130	21,3	21,3	0,0
1,188	20,5	20,6	—0,1
1,207	20,25	20,3	—0,05
1,234	20,0	20,0	0,0
1,255	19,96	19,81	+0,15
1,318	19,0	19,1	—0,1

Tabelle IX.

Chloroform.

p	z beob.	z ber.	$\Delta z = z_{beob.} - z_{ber.}$
0,0522	204	204,6	—0,6
0,0684	173	173,5	—0,5
0,0760	163,6	162,9	+0,7
0,106	134,2	133,6	+0,6
0,131	118,2	118,0	+0,2
0,159	105,5	105,3	+0,2
0,188	95,6	95,46	+0,14
0,222	86,5	86,60	—0,1
0,265	78,0	78,03	—0,03
0,298	72,2	72,79	—0,59
0,315	70,4	70,43	—0,03
0,375	63,7	63,46	+0,24
0,424	59,0	58,93	+0,07
0,438	57,6	57,79	—0,19
0,478	54,8	54,80	0,0
0,557	49,7	49,88	—0,18
0,591	47,7	48,08	—0,38
0,649	45,2	45,35	—0,15
0,735	42,2	41,92	+0,28
0,763	40,65	40,94	—0,29
0,810	39,7	39,40	+0,3
0,872	37,5	37,57	—0,07
0,907	36,7	36,62	+0,08
0,981	35,0	34,80	+0,2
0,990	34,8	34,59	+0,21
1,075	32,8	32,75	+0,05
1,112	31,9	32,03	—0,87
1,145	31,55	31,41	+0,14
1,196	30,55	30,50	+0,05
1,202	30,55	30,40	+0,15
1,255	29,6	29,52	+0,08
1,290	28,85	28,98	—0,13
1,300	28,8	28,83	—0,03
1,347	28,2	28,14	+0,06
1,353	27,9	28,05	—0,15
1,356	28,3	28,01	+0,29
1,405	27,6	27,33	+0,27
1,445	26,8	26,81	—0,01
1,460	26,15	26,62	—0,47
1,474	26,4	26,44	—0,04
1,488	26,1	26,27	—0,17

Tabelle X.

Bromoform.

0,0308	548	543	+2,0
0,0475	396	398	—2,0
0,0636	322	325	—3,0
0,0925	253	252	+1,0
0,1224	210,5	210,2	+0,3
0,148	186,0	185,8	+0,2
0,1985	154,7	154,0	+0,7
0,254	132,8	131,9	+0,9
0,313	116,6	115,9	+0,7
0,367	105,4	105,1	+0,3
0,446	93,5	93,3	+0,2
0,519	84,6	85,1	—0,5
0,606	77,0	77,6	—0,6
0,678	72,6	72,6	0,0
0,9175	60,7	60,7	0,0
0,974	58,4	58,7	—0,3
1,130	53,8	53,8	0,0
1,268	50,25	50,3	—0,05
1,385	48,0	47,8	+0,2
1,498	45,8	45,7	+0,1
1,602	44,2	44,0	+0,2
1,692	42,6	42,6	0,0
1,760	41,7	41,7	0,0
1,836	40,8	40,7	+0,1
1,966	39,1	39,1	0,0
2,080	38,05	37,9	+0,15
2,196	36,7	36,7	0,0

Tabelle XI.

Quecksilber.

0,109	395	393,9	+1,1
0,147	330	331,4	—1,4
0,177	297	297,5	—0,5
0,2244	260	258,9	+1,1
0,275	230	229,5	+0,5
0,362	195	194,5	+0,5
0,449	170	170,4	—0,4

p	z beob.	z ber.	$\Delta z = z_{beob.} - z_{ber.}$
0,525	154,2	154,6	—0,4
0,544	150,0	151,2	—1,2
0,574	146,0	146,2	—0,2
0,615	139,7	140,0	—0,3
0,675	132,0	131,9	+0,1
0,707	128,5	128,0	+0,5
0,795	119,3	118,6	+0,7
0,968	105,0	104,2	+0,8
1,113	95,2	94,9	+0,3
1,227	89,1	88,8	+0,3
1,400	81,4	81,1	+0,3
1,664	72,1	71,8	+0,3
1,720	70,1	70,1	0,0
1,730	69,6	69,8	—0,2
1,737	69,8	69,6	+0,2
1,752	68,9	69,2	—0,3
1,789	68,5	68,2	+0,3
1,794	68,0	68,0	0,0
1,819	67,3	67,4	—0,1
1,820	67,2	67,3	—0,1
1,826	67,3	67,2	+0,1
1,827	66,9	67,1	—0,2
1,850	66,5	66,5	0,0
1,853	66,7	66,5	+0,2
1,880	66,1	65,8	+0,3
1,940	64,3	64,3	0,0
1,984	63,1	63,3	—0,2
2,060	61,5	61,5	0,0
2,120	60,3	60,3	0,0
2,207	58,4	58,5	—0,1
2,240	57,75	57,9	—0,15
2,287	56,7	57,0	—0,3
2,314	56,1	56,5	—0,4
2,386	55,1	55,2	—0,1
2,475	53,8	53,7	+0,1
2,571	52,5	52,2	+0,3
2,690	50,5	50,4	+0,1
2,766	49,6	49,4	+0,2
2,850	48,65	48,3	+0,35
2,892	47,85	47,7	+0,15

aus den Einzelverdachtsmaßen (siehe Tabelle XIII) erkennen läßt, daß das mittlere Verdachtsmaß V in allen Fällen unter 0,5 bleibt, also nicht nur der Helmertschen Forderung, sondern stets auch den viel strengeren Anforderungen von Richarz und Neumann genügt.

Interessant ist dabei zu sehen, wie wenig ein einzelnes Verdachtskriterium allein für sich genommen einen sicheren Schluß zuläßt. Tabelle XIII zeigt in den verschiedensten Fällen, daß zwischen den einzelnen Kriterien die auffallendsten Widersprüche bestehen, indem ein solches zum Beispiel auf höchste Verdächtigkeit (Verdachtswahrscheinlichkeit nahe gleich 1) ein anderes bei derselben Beobachtungsreihe auf völlige Verdachtslosigkeit (Verdachtswahrscheinlichkeit = 0) plädiert. Die unterste Reihe der Tabelle XIII gibt die Mittelwerte jedes einzelnen Verdachtskriteriums bei den 9 der Untersuchung unterzogenen Beobachtungsreihen und damit ein gewisses Maß für die Strenge der einzelnen 5 Kriterien. Dabei zeigt sich, daß V_{III}, das sogenannte Abbesche Kriterium, das bei weitem am schwierigsten zu befriedigende ist. Diesem nahe steht das auf der Differenz zwischen der Zahl der Vorzeichenfolgen und der Zahl der Vorzeichenwechsel beruhende Kriterium V_{I}.

Im übrigen muß in bezug auf Einzelheiten auf die Arbeit von Richarz und Neumann verwiesen werden und geben wir uns der Hoffnung hin, daß auch als umfangreiches Zahlenbeispiel für die Lehre von den Verdachtsmaßen bezüglich systematischer Abweichungen zwischen Be-

Tabelle XII.

Substanz	Turbulenzfunktion abgeleitet aus den n höchsten Beobachtungen Rauerts nach der Methode der kleinsten Quadrate	n	Mittl. Fehler von $\log z$ $\varepsilon = \pm$	Mittlerer relativer Fehler in Proz. der Durchflußzeit	Mittleres Verdachtsmaß auf systematische Fehler v
Wasser	$-\log z = +1{,}531\,798 - 0{,}582\,702 \log p + 0{,}020\,602 (\log p)^2 - 0{,}010\,992 (\log p)^3$	53	0,00198	0,46 Proz.	0,3492
Äthylalkohol	$-\log z = +1{,}503\,120 - 0{,}596\,470 \log p + 0{,}00\,964\,203 (\log p)^2 - 0{,}0\,267\,707 (\log p)^3$	29	0,00247	0,57 "	0,2170
Äthylazetat	$-\log z = +1{,}486\,244 - 0{,}581\,525 \log p - 0{,}00\,199{,}134 (\log p)^2 - 0{,}0\,184\,566 (\log p)^3$	34	0,00227	0,52 "	0,4402
Benzol	$-\log z = +1{,}475\,554 - 0{,}592\,688 \log p - 0{,}0\,493\,928 (\log p)^2 - 0{,}0\,508\,142 (\log p)^3$	31	0,00223	0,51 "	0,3829
Toluol	$-\log z = +1{,}462\,222 - 0{,}605\,449 \log p - 0{,}0\,491\,203 (\log p)^2 - 0{,}0\,331\,520 (\log p)^3$	39	0,00270	0,62 "	0,489
Azeton	$-\log z = +1{,}366\,563 - 0{,}696\,268 \log p - 0{,}0\,963{,}532 (\log p)^2 - 0{,}0\,279\,917 (\log p)^3$	38	0,00207	0,48 "	0,1684
Chloroform	$-\log z = +1{,}53\,604 - 0{,}65\,814 \log p - 0{,}093\,381 (\log p)^2 - 0{,}040\,082 (\log p)^3$	41	0,00235	0,54 "	0,223
Bromoform	$-\log z = +1{,}761\,949 - 0{,}583\,028 \log p + 0{,}026\,110 (\log p)^2 - 0{,}00\,931\,613 (\log p)^3$	27	0,00209	0,48 "	0,395
Quecksilber	$-\log z = +2{,}0086\,921 - 0{,}668\,324 \log p - 0{,}087\,208 (\log p)^2 - 0{,}027\,218 (\log p)^3$	47	0,00159	0,37 "	0,420

Bei gleicher Wertung aller Reihen, Mittel: 0,506 Proz.
Bei Wertung nach der Zahl der Beobachtungen in jeder Reihe, Mittel: 0,500 Proz.

Tabelle XIII.

Substanz	Einzelverdachtsgrößen $V = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \int_0^{Arg} e^{-\frac{z^2}{2}} dz$					Mittlerer Verdacht auf systematische Abweichungen $\overline{V}$
	$Arg_I = \frac{\|\Sigma\Delta + - \Sigma\Delta -\|}{\sqrt{\Sigma(\Delta^2)}}$	$Arg_{II} = \frac{\|\Sigma(\Delta+)^2 - \Sigma(\Delta-)^2\|}{\sqrt{\Sigma(\Delta^4)}}$	$Arg_{III} = \frac{\|\Sigma(\Delta^2) - \frac{1}{2}\Sigma(\Delta_i - \Delta_{i+1})^2\|}{\Sigma(\Delta^2)_{\Delta n+1=\Delta_1}} \sqrt{n}$	$Arg_{IV} = \frac{\|\Sigma(+\text{Zeichen}) - \Sigma(-\text{Zeichen})\| - 1}{\sqrt{n}}$	$Arg_V = \frac{\left\|\Sigma\binom{\text{folgen}}{++} - \Sigma\binom{\text{wechsel}}{\mp\pm}\right\| - 1}{\sqrt{n-1}}$	
	V_I	V_{II}	V_{III}	V_{IV}	V_V	
Wasser	0,0011	0,606	0,594	0,222	0,323	0,3492
Äthylalkohol	0,0000	0,166	0,630	0,289	0,000	0,2170
Äthylazetat	0,0027	0,438	0,537	0,608	0,615	0,4402
Benzol	0,0006	0,057	0,528	0,528	0,801	0,3829
Toluol	0,0014	0,239	0,993	0,252	0,961	0,4893
Azeton	0,0051	0,068	0,769	0,000	0,000	0,1684
Chloroform	0,0047	0,330	0,395	0,000	0,384	0,2227
Bromoform	0,0039	0,327	0,814	0,000	0,830	0,3950
Quecksilber	0,0022	0,117	0,994	0,000	0,988	0,4202
	$\overline{V}_I = 0{,}0024$	$\overline{V}_{II} = 0{,}2606$	$\overline{V}_{III} = 0{,}6949$	$\overline{V}_{IV} = 0{,}2110$	$\overline{V}_V = 0{,}5447$	**0,3427**

Tabelle XIV.

Substanz	Wendepunktskoordinate		Gleichung der Wendetangente $-\log z = a_- - b_- \log p$	$n = \frac{1}{b_-}$
	$\log p_-$	$\log z_-$		
Wasser	+0,62476	−1,17311	$-\log z = 1{,}52911 - 0{,}56983 \log p$	1,755
Äthylalkohol	+0,11967	−1,43213	„ = 1,50307 − 0,59531 „	1,670
Äthylazetat	−0,03596	−1,50716	„ = 1,48599 − 0,58854 „	1,699
Benzol	−0,32401	−1,66413	„ = 1,47728 − 0,57668 „	1,734
Toluol	−0,49389	−1,753259	„ = 1,46622 − 0,58119 „	1,721
Azeton	−1,14740	−2,080893	„ = 1,40885 − 0,58571 „	1,707
Chloroform	−0,77658	−2,00959	„ = 1,57358 − 0,56145 „	1,781
Bromoform	+0,93422	−1,232463	„ = 1,75435 − 0,55864 „	1,790
Quecksilber	−1,06802	−2,656158	„ = 2,04185 − 0,57518 „	1,739
				Mittel: **1,7296**

Tabelle XV.

Substanz	Kritischer Punkt (zweite Annäherung) Schnittpunkt von Wendetangente und Poiseuillescher Geraden		Relativer kritischer Druck	Relative kritische Zeit	Relatives Reynoldssches Kriterium, zweite Annäherung
	$\log (p_k)_2$	$\log (z_k)_2$	zweite Annäherung		
Wasser	—1,38691	—2,31941	1,000	1,000	1,000
Äthylalkohol . . .	—1,25968	—2,26297	1,340	0,878	0,792
Äthylazetat	—1,62614	—2,44304	0,576	1,329	0,887
Benzol	—1,83655	—2,53639	0,355	1,648	0,913
Toluol	—1,88412	—2,56125	0,318	1,745	0,901
Azeton	—2,44273	—2,83959	0,0879	3,317	0,829
Chloroform	—2,14900	—2,78014	0,173	2,889	1,03
Bromoform	—1,26618	—2,46169	1,320	1,388	1,11
Quecksilber . . .	—2,26157	—3,34267	0,134	10,55	0,916
					Mittel: **0,919 ± 0,133**

obachtungen und empirischen Formeln unsere Rechnungen von Interesse sein mögen.

Nun zu den Schlüssen, die sich für die Kritik der Bose-Rauertschen Versuche aus den Kurvengleichungen ziehen lassen. Der bei der Darstellung im logarithmischen Koordinatensystem nicht rein geradlinige Verlauf der Beobachtungen in dem benutzten kleinen Apparat gegenüber dem von Osborne Reynolds an großen kalibrischen Rohren angetroffenen sehr genau geradlinigen dürfte unseres Erachtens auf den Mangel an Gleichmäßigkeit in der Weite der Kapillare sowie auf den Einfluß der Ein- und Ausströmungsgefäße zu schieben sein. Es ist ohne weiteres verständlich, daß bei einem aus einem einzigen Stück Glas geblasenen Apparat mit einer Kapillare von winzigen Dimensionen (Länge ca. 2 Millimeter) keine kalibrische, sondern eine nach beiden Seiten allmählich erweiterte Kapillare entstehen wird[1]). Es ergibt sich nun die Frage, ob und wie es möglich ist, die an einem derart kleinen Apparat gemachten Beobachtungen gewissermaßen auf die theoretisch einfacheren Verhältnisse Osborne Reynolds zurückzuführen.

Uns scheint das gerade mit Hilfe der ausgezeichneten Anpassung der Funktion dritten Grades der logarithmischen Koordinaten möglich. Die Darstellung der Bose-Rauertschen Beobachtungen im $\log 1/z$, $\log p$-Koordinatensystem ergibt, wie erwähnt, schon in den meisten Fällen direkt sichtbar das Auftreten eines Wendepunkts. Die Gesamtheit der Beobachtungen an jeder Substanz mit ihrem verdachtsfreien ausgezeichneten Anschluß an die empirische Formel dritten Grades erlaubt mit ziemlich großer Genauigkeit die Berechnung der Gleichung der Wendetangente, die wir als eine zweite Annäherung für die Osborne Reynoldssche Turbulenzgerade betrachten können. Daß diese Annahme als eine sehr wohlberechtigte betrachtet werden darf, resultiert leicht aus Tabelle XIV, in welcher die Wendepunktskoordinaten, sowie die Gleichungen der Wendetangenten zusammengestellt sind. Bildet man von den Richtungskonstanten b der Wendetangenten die reziproken Werte n, so erhalten wir für alle Substanzen annähernd gleiche Zahlen, deren Mittelwert 1,7296 bis auf $1/2$ Proz. mit dem Osborne Reynoldsschen Werte 1,7222 der Richtungskonstanten der Turbulenzgeraden an weiten kalibrischen Röhren übereinstimmt. Wenn man die kolossale Verschiedenheit der beiderseitigen Apparate bedenkt, so muß diese Übereinstimmung als in hohem Grade befriedigend angesehen werden.

Die kritischen Daten zwischen den Stabilitätsgebieten von Poiseuillescher und turbulenter Strömung, nunmehr (d. h. in zweiter Annäherung) gegeben durch den Schnittpunkt der Wendetangente der Turbulenzkurve mit der Poiseuilleschen Geraden, haben ihre relative Lage zueinander nur verhältnismäßig wenig gegen die erste Annäherung geändert (man vergleiche hierzu Tabelle XV mit Tabelle II). Dagegen zeigt sich das Reynoldssche Kriterium weniger konstant als vorher, die Schwankungen sind auf mehr als das doppelte gewachsen, so daß in bezug auf die Unabhängigkeit desselben von der Natur der untersuchten Substanz nur noch von einer rohen ersten Annäherung gesprochen werden kann.

Eine Frage, die durch die Berechnung der verdachtsfreien Turbulenzkurven ebenfalls entschieden werden sollte, ist die folgende. Es wurde bei den Bose-Rauertschen Messungen

1) Eine längere gut kalibrierte Röhre für einen Apparat mit kleinem Durchflußvolum, wie die Untersuchung kostbarer Substanzen ihn immer erfordern wird, würde sehr hohe Durchtriebsdrucke erfordern, die die experimentellen Schwierigkeiten stark vergrößern würden. Wir hoffen in einiger Zeit derartige Versuche mit Preßluft bis zu 200 Atmosphären in Angriff nehmen zu können. Etwas derartiges hat [allerdings nur für Wasser] schon E. Schnetzler, diese Zeitschr. 11, 1002, 1910, ausgeführt, doch ist hier wegen der relativ großen Rohrlängen die Intensität der Durchwirbelung trotz der sehr hohen Maximalbetriebsdrucke relativ gering.

die merkwürdige Beobachtung gemacht, daß Chloroform, im Poiseuilleschen Strömungszustande sowie bei schwacher Durchwirbelung viel dünnflüssiger als Wasser, bei stärkerer Durchwirbelung zähflüssiger als Wasser und bei sehr starker abermals dünnflüssiger als dieses erschien. Bis zu einem gewissen Triebdruck hatte also Chloroform kürzere Durchflußzeiten als Wasser aufzuweisen, oberhalb eines zweiten sehr viel höher gelegenen Druckes desgleichen, zwischen diesen beiden Grenzen aber ergab es höhere Durchflußzeiten.

Es lag uns daran, festzustellen, ob diesen Dingen eine erheblich über die Versuchsfehler herausgehende Genauigkeit, mithin der Wert einer wirklich sichergestellten Tatsache zukomme. Das ist nun in der Tat der Fall. Es sind die Abweichungen zwischen den beiden Beobachtungsreihen in ihrem Verlauf durchaus regelmäßig und gehen sowohl in dem Zwischengebiet der größeren Zähflüssigkeit des Chloroforms, wie auch in dem bei noch intensiverer Durchwirbelung wieder auftretenden Gebiete geringerer Zähflüssigkeit um ein Mehrfaches über die mittleren Fehler jeder einzelnen Reihe hinaus, so daß an der Richtigkeit dieser Feststellung keinerlei Zweifel entstehen kann. Damit aber ist andererseits gezeigt, daß die Vorgänge, mit denen man es hier zu tun hat, doch noch erheblich komplizierter sind, als es nach den bisherigen Feststellungen, seien sie praktischer oder theoretischer Natur, der Fall zu sein schien. Dafür sprechen auch Beobachtungen, welche Herr Walther Sorkau auf meine Veranlassung im physikalischen Institut der Nationaluniversität La Plata an einer Reihe von Flüssigkeiten und bei verschiedenen Temperaturen angestellt hat, und die im Anschluß an diese Arbeit zur Veröffentlichung gelangen.

La Plata, Argentinien, Physikalisches Institut der Nationaluniversität, 6. Januar 1911.

(Eingegangen 26. Januar 1911.)

Über Ladungsbestimmungen an Nebelteilchen.

(Zur Frage nach der Größe des elektrischen Elementarquantums.)

Von Erich Regener.

Die elektrische Ladung einzelner Nebeltröpfchen ist in letzter Zeit von mehreren Beobachtern gemessen worden. Herr F. Ehrenhaft[1]) hat zuerst über solche Messungen berichtet, welche an Teilchen ausgeführt waren, die einem mit Platin-, Silber- oder Goldelektroden brennenden Lichtbogen entstammten. Herr K. Przibram[1]) hat nach der Methode Herrn Ehrenhafts die Ladungen an Nebelteilchen verschiedener Herkunft gemessen. Unabhängig von diesen Forschern hat Herr R. A. Millikan[2]) nach der gleichen Methode die Ladungen von Öltröpfchen bestimmt, welche durch einen Zerstäuber hergestellt waren.

Als zu messende Größen treten bei der von allen drei Beobachtern benutzten Methode die Beweglichkeit v_1 der Nebeltröpfchen in einem elektrischen Felde $\mathfrak{E}$, diejenige in dem Gravitationsfelde (v_2) und die Dichte s der Tröpfchen auf. Die Ladung e' der Tröpfchen ergibt sich dann nach der Formel[3]):

$$e' = \frac{18\pi\mu^{3/2}}{\sqrt{2s\cdot g}} \cdot \frac{v_2^{1/2}\cdot(v_1+v_2)}{\mathfrak{E}}, \qquad (1)$$

wo μ die Viskosität des die Teilchen umgebenden Gases, g die Erdbeschleunigung bedeutet.

Diese Formel setzt die Gültigkeit des Stokesschen Gesetzes voraus. Herr E. Cunningham[4]) hat indessen gezeigt, daß dieses Gesetz eine Korrektur erfordert, wenn die freie Weglänge des Gases gegen die Radien der Tröpfchen in Betracht kommt. Herr Millikan[5]) kann an seinen Beobachtungen nachweisen, daß die Cunninghamsche Korrektur mit der Erfahrung übereinstimmende Werte liefert, wenn der in der Cunninghamschen Formel auftretende Faktor f gleich Null gesetzt wird. Der korrigierte Wert e für die Ladung der Tröpfchen wird dann:

$$e = \frac{e'}{\left(1+\frac{A\cdot l}{a}\right)^{3/2}}, \qquad (2)$$

wo l die freie Weglänge der Moleküle, a der Radius der Tröpfchen und A ein Zahlenfaktor, nämlich $\frac{3}{8}\sqrt{\frac{3}{2}\cdot\pi}$ ist.

Herr Ehrenhaft hält es nach seinen Messungen für wahrscheinlich, daß Ladungen existieren, welche nur einen Bruchteil der bisher als unteilbar gedachten elektrischen Elementarladung betragen, so daß also ein unteilbares Elektrizitätsatom von der Größenordnung 10^{-10} e. s. E. nicht als bestehend angenommen werden müßte[6]). Auch Herr Przibram findet keine Möglichkeit, die von ihm beobachteten Ab-

1) F. Ehrenhaft, Wiener Akademischer Anzeiger, 21. April 1910, Nr. X, Sitzungsberichte d. Wiener Akademie Bd. CXIX, Abt. IIa, Mai 1910, diese Zeitschr. 11, 619 bis 630 und 940—952, 1910.

1) K. Przibram, Sitzungsberichte d. Wiener Akademie Bd. CXIX, Abt. IIa, Juni 1910, diese Zeitschr. 11, 630 bis 632, 1910.

2) R. A. Millikan, American Physical Society, 23. April 1910, Science, 30. Sept. 1910, diese Zeitschr. 11, 1097 bis 1109, 1910.

3) Ehrenhaft, Przibram, Millikan, l. c.

4) Cunningham, Proc. Roy. Soc. 83, 357—365, 1910.

5) Millikan, diese Zeitschr. 11, 1106—07, 1910.

6) Diese Zeitschr. 11, 630, 1910.

weichungen von der bekannten Elementarladung zu erklären. Nach den ganz kürzlich veröffentlichten Angaben Herrn Przibrams[1]) sind zwar die Häufigkeitsstellen der im Phosphornebel beobachteten Ladungen nach Anbringung der Cunningham-Millikanschen Korrektur in besserer Übereinstimmung mit den bisher bekannten Werten für das Elementarquantum, jedoch bleiben die kleinsten, die Elementarladung unterschreitenden Werte unaufgeklärt.

Im Gegensatze hierzu beobachtet Herr Millikan als kleinste Ladung eine solche von $4{,}90 \cdot 10^{-10}$ e. s. E. und durch sorgfältige Elimination aller Störungsquellen gelingt es ihm, diesen Wert so genau festzulegen, daß der wahrscheinliche Fehler dieses Resultates, aus den Abweichungen der einzelnen Beobachtungen berechnet, nur ungefähr $^1/_{10}$ Proz. beträgt, wozu allerdings noch die auf ungefähr $^1/_2$ Proz. geschätzte Unsicherheit in dem benutzten Werte der Viskosität der Luft hinzukommt. Größere Ladungen stellen sich innerhalb der Versuchsfehler immer als ganze Vielfache dieses Elementarquantums dar.

Gelegentlich eines Referates über diese Arbeiten habe ich Versuche mit der von den genannten Beobachtern benutzten Methode angestellt und ich möchte über meine diesbezüglichen Erfahrungen, sowie über einige Messungen im folgenden berichten.

Die von mir benutzte Versuchsanordnung lehnt sich, was die Beleuchtung und die Mikroskopvergrößerung betrifft, am meisten an die von Herrn Przibram verwendete an.

Der Kondensator, welchen ich gebrauchte, ist in Fig. 1 in der Aufsicht, in Fig. 2 im Durchschnitt dargestellt. Er besteht aus einem Hartgummiklotz *aa* von 15 mm Dicke, in welchen ein Loch von 20 mm Durchmesser gebohrt war. In dieses paßten zwei massive Kupferstücke *bb* in Form eines längs der Achse durchschnittenen Zylinders dergestalt hinein, daß zwischen den planen Flächen ein Raum *cc* von 2,5 mm Höhe, 20 mm Breite und 15 mm Tiefe entstand, der durch die Deckgläser *dd* (mit Hilfe von Kanadabalsam luftdicht angekittet) abgeschlossen war. Die Durchbohrungen in den konischen Stiften *ee*, sowie eine entsprechende (in Fig. 1 gestrichelt gezeichnete) in den Kupferstücken *bb* vermittelten die Kommunikation mit der Kammer *cc*; gleichzeitig dienten sie zur Zuführung der elektrischen Spannung. Die massiven, von Hartgummi umgebenen Kupferstücke waren für die Erhaltung des Wärmegleichgewichtes günstig. Beobachtet wurde durch das Zeißsche achromatische Objektiv *AA* ($f = 17$ mm, freier Objektabstand $= 7{,}5$ mm) und das Kompensationsokular 6, in welchem sich ein Okularnetzmikrometer (5 mm in Felder von 1 mm Seite geteilt) befand. Die Vergrößerung war ungefähr 90fach. Die Beleuchtung geschah durch eine Nernstlampe, deren Licht, nachdem es einen 45 cm langen Trog mit Wasser durchlaufen hatte, durch eine Linse, schräg gegen die Mikroskopachse gerichtet, in den Raum *cc* fiel.

Wurde in den Kondensatorraum z. B. Sauerstoff geleitet, welcher durch lebhafte Elektrolyse von 10 Proz. Kalilauge hergestellt war und welcher, wie Herr Przibram[1]) gezeigt hat, geladene Nebeltröpfchen mit sich führt, so konnten die einzelnen Tröpfchen bei passender Richtung der Beleuchtung leicht als helle Pünktchen auf schwach erleuchtetem Grunde beobachtet werden.

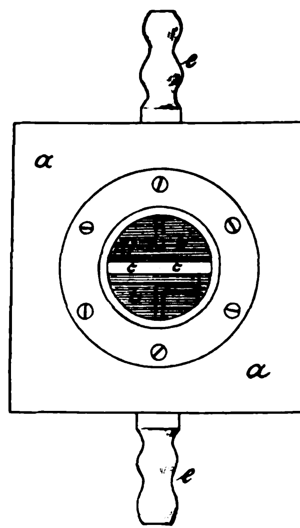


Fig. 1.

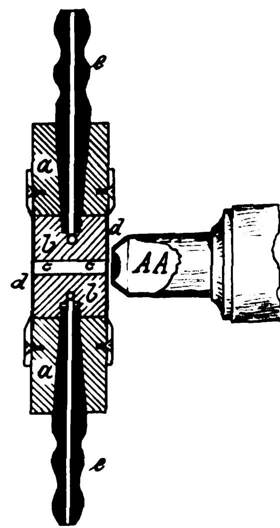


Fig. 2.

Die Tröpfchen fielen unter der Wirkung der Erdschwere nach abwärts, durch eine an die Kondensatorplatten *bb* angelegte, von einer Akkumulatorenbatterie entnommene Spannung konnten die passend geladenen wieder gehoben werden.

Gleich bei den ersten Versuchen, welche ich anstellte, erschien es mir auffällig, wie leicht es war, die Bestimmung der Fallgeschwindigkeit und der elektrischen Beweglichkeit an ein und demselben Tröpfchen beliebig oft hintereinander zu machen, so daß es keine Schwierigkeiten bereitete, ein Teilchen stundenlang hintereinander zu beobachten[2]). Es will mir scheinen, daß dies bei den Versuchen der Herren Ehrenhaft und Przibram nicht der Fall war. Denn Herr

1) Diese Zeitschr. **12**, 62—63, 1911.

1) Sitzungsberichte d. Wiener Akademie, Abt. IIa, 1910 (30. Juni).

2) Gleiches war bei den Messungen Herrn Millikans der Fall.

Ehrenhaft gibt gar keine wiederholten Messungen[1]) an ein und demselben Teilchen an. Herr Przibram betont zwar, wie wichtig die wiederholte Messung an demselben Teilchen für die Bewertung der Genauigkeit der Beobachtungen ist, nur ein kleiner Teil seiner Messungen besteht indessen aus Doppelbeobachtungen. Diese sind bei sorgfältiger Einstellung des Apparates gelungen, durch die es möglich war, ein Teilchen so lange in der Einstellebene zu halten, daß eine Doppelmessung, d. h. eine zweimalige Messung der elektrischen Beweglichkeit und eine zweimalige der Fallgeschwindigkeit, möglich gewesen sei[2]).

Bei meinen Beobachtungen stieß ich erst auf Schwierigkeiten, ein und dasselbe Teilchen mehrmals zu beobachten, als ich die Einstellebene näher an die zum Abschluß des Kondensatorraumes dienenden Deckgläschen verlegte. Befand sich dieselbe z. B. in einer Entfernung von dem Deckglase, die gleich der Distanz der Kondensatorplatten (2,5 mm) war, so war die mehrmalige Beobachtung eines Tropfens schwierig, häufig gar unmöglich.

Die Erklärung für diese Erscheinung sehe ich in folgendem: In der Nähe des Randes des Kondensators findet eine Streuung der Kraftlinien desselben in der Weise statt, daß die Kraftlinien das abschließende Deckglas treffen. Hierdurch entsteht nun an und für sich eine Abweichung der Kraftlinien von der Vertikalen; die dadurch hervorgerufene Störung wird jedoch in ganz unkontrollierbarer Weise durch den Umstand vergrößert, daß die in den Kondensator gebrachten geladenen Teilchen den Kraftlinien bis zu einem gewissen Betrage folgen[3]) und sich auf dem nichtleitenden Deckglase absetzen. Ihre dort sitzende Ladung kompensiert dann teilweise das Feld des Kondensators, und es ist verständlich, daß dieser Umstand das Kondensatorfeld bis auf eine relativ große Entfernung von dem Rande desselben stören kann. Die Bewegung der Teilchen gegen das Deckglas hin und ihre Ablagerung auf demselben konnte mit einem schwachen Objektiv mit größerer Tiefenschärfe auch direkt beobachtet werden. Durch diese Verhältnisse wird natürlich eine zu kleine Beweglichkeit der geladenen Teilchen vorgetäuscht, da sie nicht der nominellen an den Kondensatorplatten liegenden Spannung, sondern einer kleineren entspricht. Auch diese geringere Beweglichkeit in der Nähe des Deckglases konnte direkt beobachtet werden. Unter solchen Umständen berechnete Ladungen von Teilchen fallen natürlich zu klein aus.

Einen wirksamen Schutz gegen die beobachteten Störungen bietet ein Kondensator, bei dem die Breite und Tiefe (Dimension in Richtung der Mikroskopachse) groß ist gegen die Distanz der Kondensatorplatten. Als Kriterium für ein störungsfreies Feld muß ich die leichte Möglichkeit hinstellen, ein und dasselbe Tröpfchen vielmals hintereinander abwechselnd im elektrischen und im Gravitationsfelde zu beobachten, ohne daß es die Einstellebene merklich verläßt. Bei dem von mir benutzten Kondensator war das Verhältnis von Tiefe zu Höhe = 6 : 1. Die Möglichkeit, ein Teilchen stundenlang zu beobachten, läßt dieses Verhältnis als ausreichend erscheinen. Die Einstellung des Mikroskopes mußte bei solchen Beobachtungen nur von Zeit zu Zeit korrigiert werden, da die von mir beobachteten Teilchen die Brownsche Molekularbewegung zeigten, durch welche sie natürlich kleine Verschiebungen in Richtung der Achse des Mikroskopes erleiden.

Inwieweit die Messungen der Herren Ehrenhaft und Przibram durch die oben beschriebenen Umstände beeinflußt worden sind, entzieht sich meiner näheren Prüfung. Die Kondensatoren I und II, welche Herr Przibram zu seinen Messungen benutzt hat, haben ein Verhältnis von Tiefe zu Höhe = 2 : 1, resp. 1 : 1[1]), bei seinen letzten Messungen benutzt Herr Przibram einen Kondensator von 0,4 cm Plattenabstand. Herr Ehrenhaft gibt die Dimensionen seines Kondensators nicht an; sie müssen beträchtlich kleiner gewesen sein, denn das benutzte Zeißsche Objektiv *C* hat bei einer Brennweite von 7 mm nur einen freien Objektabstand von 1,8 mm[2]). Herr Millikan verwendet bei seinen Messungen einen Kondensator, bei dem das Verhältnis der Breite der Kondensatorplatten zu ihrer Distanz bemerkenswert groß ist: der Kondensator besteht nämlich aus runden Messingplatten von 20 cm Durchmesser, welche durch Ebonitklötzchen in einer Distanz von 1,6 cm gehalten werden, das Verhältnis von Breite zu Höhe ist also 12,5 : 1. Eine Störung des Kondensatorfeldes in der Mitte durch irgendwelche Vorgänge am Rande kann bei diesen Verhältnissen als absolut sicher vermieden gelten.

Im folgenden möchte ich die Resultate mitteilen, welche ich mit meinem Kondensator an Öltröpfchen, an Kalilaugetröpfchen und an Teilchen erhalten habe, welche einem zwischen Silberelektroden brennenden Lichtbogen entstammten.

1) Es bezieht sich dies auf die früheren Messungen Herrn Ehrenhafts. Bei den jüngst publizierten (s. Nachtrag) werden einige wiederholte Messungen mitgeteilt.
2) Wien. Akad. Ber. **119**, 877, 1910.
3) Nicht vollständig, denn sie stehen unter der gleichzeitigen Wirkung der Erdschwere.

1) l. c.
2) Nach den Angaben im Kataloge von C. Zeiß.

Als Mittel zur Erzeugung vou Öltröpfchen fand ich eine Gaedesche Ölkapselpumpe geeignet. Mit der von derselben gelieferten Druckluft entwich bei meiner Pumpe ein bei passender Beleuchtung gut sichtbarer Nebel, der aus Öltröpfchen bestand. Wurde nämlich die Pumpe längere Zeit laufen gelassen, so wurden in einer Vorlage bald einige Tröpfchen erhalten, die zu einer Bestimmung des spezifischen Gewichtes ausreichten. Dasselbe betrug 0,8945. In der Tabelle I sind die Beobachtungen an vier Teilchen zusammengestellt. Die erste Kolonne gibt die Nummer des Tröpfchens, die zweite die Zeit $t_{\mathfrak{E}}$, die das Teilchen brauchte, um über die Strecke von 0,0928 cm durch das elektrische Feld gehoben zu werden, die dritte, die für das Durchfallen der gleichen Strecke benötigte Zeit $t_{\mathfrak{G}}$[1]). Beide Größen wurden bei ein und demselben Tröpfchen immer mehrere Male bestimmt. Die Mittelwerte der abgelesenen Zeiten sind in Tabelle I am Schlusse der jedes Teilchen betreffenden Zahlen angegeben. Die Abweichungen der einzelnen beobachteten Zeiten von den Mittelwerten sind wenigstens zum Teil auf die Brownsche Molekularbewegung zurückzuführen, welche sich bei allen von mir beobachteten Teilchen bemerkbar machte.

Herr Millikan hat angegeben, wie man durch Bestrahlen mit Radium, d. h. durch Erzeugen einer starken Ionisation die Ladung der Tröpfchen verändern kann. Es gelang mir dies in der von Herrn Millikan mitgeteilten Weise; eine Änderung der Ladung wurde vorzugsweise erreicht, wenn das elektrische Feld des Kondensators abgeschaltet war; in mehreren Fällen änderte das Teilchen seine Ladung jedoch auch, wenn das Kondensatorfeld wirksam war. Herr Millikan hat die Erklärung hierfür gegeben[2]). An dem Teilchen Nr. 41, Tabelle I ist die Wirkung der Ladungsänderung an der veränderten elektrischen Beweglichkeit ($t_{\mathfrak{E}}$) in den einzelnen Serien *a b c* usw. ersichtlich. Tabelle I gibt nur einen Teil der Beobachtungen wieder, in Tabelle II sind die aus sämtlichen Beobachtungen berechneten Ladungen der Teilchen zusammengestellt. Die Tröpfchen sind nach ihrer Größe angeordnet. Kolonne 1 gibt die Nummer der Tröpfchen. Die Bezeichnung 41 *a b c* usw. bedeutet wie in Tabelle I, daß an demselben Teilchen die Ladung durch Bestrahlen mit Radium geändert wurde. Jede Nummer entspricht einer größeren Anzahl Einzelablesungen (siehe Tabelle I); der ganzen Tabelle II (19 Ladungswerte) liegen 160 Einzelbeobachtungen zugrunde.

Tabelle I.
Öltröpfchen.

Nr.	$t_{\mathfrak{E}}$	$t_{\mathfrak{G}}$
37	16,8"	65.0"
	15,0	61,0
	15,1	60,0
	15,1	62,4
	15,1	62,8
	16,1	61,6
	14,1	63,9
	14,3	65,5
Mittel	15,2"	62,77"
38	15,0"	45,8"
	13,2	46,2
	13,3	44,3
	13,4	49,0
		47,2
Mittel	13,72"	46,5"
39	21,7"	46,6"
	21,7	55,8
	21,0	44,0
	20,0	47,4
	18,8	52,0
	20,0	45,1
	18,2	49,2
	19,0	49,0
	20,0	54,7
	19,2	48,7
	18,8	49,8
		51,0
		51,0
Mittel	19,85"	49,56"
40	32,8"	51,2"
	30,0	45,0
	31,6	51,8
	30,2	57,0
Mittel	31,15"	51,25"
41 a	28,0"	30,6"
	29,7	32,0
	26,8	30,4
	27,6	30,4
	27,7	29,7
	26,9	32,2
	28,4	29,9
	26,2	31,2
		31,5
Mittel	27,66"	31,65"
	Ladung mit Radium verändert	
41 b	290 "	32,1"
	275	33,1
	200	31,0
	245	30,4
Mittel	252,5"	32,15"
	Pause; Ladung durch Radium verändert	
41 c	14,7"	36,7"
	13,8	31,8
	13,4	35,4
	12,5	36,7
	13,2	34,6
	13,8	33,4
	13,0	32,7
	12,8	36,0
	12,8	34,0
	13,0	33,0
	12,8	35,5
	12,8	35,8
Mittel	13,22"	34,63"
	Ladung durch Radium verändert	
41 d	23,0"	37,0"
	24,2	37,0
	23,8	32,0
	23,8	36,2
	23,0	34,8
	22,5	34,3
	25,0	34,0
	22,0	33,8
	23,8	37,6
	22,6	32,3
Mittel	23,37"	34,90"
41 e	22,8"	31,0"
	23,8	34,6
	22,9	37,8
	22,7	36,3
	22,5	34,8
	21,3	33,2
	21,3	36,5
	21,8	
Mittel	22,39"	34,89"
	Ladung durch Radium verändert	
41 f	12,1"	34,0"
	13,3	36,0
	13,3	36,0
Mittel	12,9"	35,33"

1) Die benutzte Stechuhr ließ 0,2" ablesen.
2) l. c.

Tabelle II.
Öltröpfchen.

Nr.	$a \cdot 10^5$ cm	$e \cdot 10^{10}$ e. s. E.	$e \cdot 10^{10}$ e.s.E.	n	$e \cdot 10^{10}$ e.s.E.
37	3,35	27,39	19,86	4	4,96
40	3,74	7,19	5,37	1	5,37
39	3,81	26,61	20,00	4	5,00
38	3,95	36,76	27,87	5	4,65
41f	4,58	17,97	14,12	3	4,71
41e	4,61	12,44	9,79	2	4,90
41d	4,61	12,13	9,54	2	4,77
41c	4,63	17,75	13,98	3	4,66
41b	4,82	6,30	5,01	1	5,01
41a	4,94	12,29	9,81	2	4,90
44b	5,73	16,95	13,94	3	4,65
44a	5,84	11,62	9,59	2	4,79
43f	6,99	11,55	9,82	2	4,91
43e	6,99	17,01	14,46	3	4,82
43d	6,99	11,41	9,70	2	4,85
43c	7,01	16,90	14,37	3	4,79
43b	7,04	21,69	18,45	4	4,61
43a	7,24	16,70	14,22	3	4,78
42	7,98	16,65	14,43	3	4,81

Mittel: $e = 4{,}84 \cdot 10^{-10}$ e. s. E.

In Kolonne 2 ist der Radius a der Tröpfchen angegeben. Derselbe wurde unter Benutzung der Cunningham-Millikanschen Korrektur für das Stokessche Gesetz berechnet. Die innere Reibung μ der Luft wurde für Zimmertemperatur (20°) gleich $1{,}82 \cdot 10^{-4}$ gesetzt[1]); die mittlere Weglänge l der Luft wurde aus der Reibung μ, der Molekulargeschwindigkeit c und der Dichte ϱ der Luft nach der Formel

$$l = \frac{3\mu}{\varrho \cdot c}$$

berechnet.

Die Spalte 3 gibt die mit der unkorrigierten Stokesschen Formel nach (1) berechneten Ladungen e' der Tröpfchen.

Spalte 4 gibt die Ladungswerte nach Anbringung der Cunningham-Millikanschen Korrektur (2). Die Korrektur macht bei dem kleinsten Teilchen Nr. 37 27 Proz., bei dem größten Teilchen Nr. 42 nicht ganz 13 Proz. aus. Spalte 5 enthält die Faktoren n, durch welche die in Spalte 4 angegebenen Ladungen geteilt werden müssen, um die Elementarladung zu ergeben. Es ist ersichtlich, daß dies ohne Zwang möglich ist. Der Mittelwert aller 19 beobachteten Ladungen ist $4{,}84 \cdot 10^{-10}$ elektrostat. Einh. Die Abweichungen der einzelnen Werte sind nicht größer als sie nach der Abweichung der einzelnen, jedem Werte zugrunde liegenden Ablesung zu erwarten sind. Man betrachte z. B. Teilchen Nr. 40, dessen Ladung einigermaßen hoch ($5{,}37 \cdot 10^{-10}$) ausfällt. Die vier Zeitmessungen, die zur Bestimmung der Fallgeschwindigkeit gemacht wurden, sind nach Tabelle I: 51,2″, 45,0″, 51,8″ und 57,0″. Diese Abweichungen sind nach meinem Dafürhalten zum größten Teile durch die noch vorhandene Brownsche Molekularbewegung verursacht, doch ist natürlich der Nachweis schwer, ob nicht noch Wärmewirkungen der Beleuchtung vorhanden waren; die von mir benutzte Anordnung läßt indessen die letztgenannte Störungsursache als unwahrscheinlich erscheinen. Es kann indessen keinem Zweifel unterliegen, daß die in Spalte 4 angegebenen Ladungen sich als Multipla eines Elementarquantums von der Größe $4{,}84 \cdot 10^{-10}$ darstellen.

[1]) Nach Millikan, l. c.

In Tabelle III ist in gleicher Weise wie in Tabelle I ein Teil der Beobachtungen an Kalilaugetröpfchen verzeichnet. Tabelle IV gibt in gleicher Weise wie Tabelle II die berechneten Radien und Ladungen der Tröpfchen. Die Tröpfchen wurden in der von Herrn Przibram angegebenen Weise mit dem Sauerstoff, welcher durch lebhafte Elektrolyse einer 10 proz. Kalilauge erhalten war, in den Kondensator eingeführt. Die Viskosität des Sauerstoffs bei 20° wurde gleich $1{,}985 \cdot 10^{-4}$[1]), die Dichte der Tröpfchen gleich der Dichte der Kalilauge (1,1544) gesetzt. Unter diesen Annahmen resultiert bei den Kalilaugetröpfchen die Elementarladung zu $4{,}88 \cdot 10^{-10}$ elektrostat. Einh. Wie aus Tabelle IV ersichtlich, lassen sich die beobachteten Ladungen zwanglos als Multipla dieser Zahl darstellen[2]).

Alle Beobachtungen an Kalilaugetröpfchen waren bei einer Feldstärke von etwa 490 Volt/cm angestellt, ebenso diejenigen an den Öltröpfchen Nr. 42—44, an den Öltröpfchen Nr. 37—41 bei geringerer Feldstärke. Hierdurch waren die Bedingungen für die Beobachtungen kleiner Ladungen günstig, so daß unter den 32 beobachteten Ladungen 7 mal die einfache Ladung des Elementarquantums auftrat. Obwohl also die Zahl der beobachteten Ladungen gering ist, ist es doch wahrscheinlich, daß sich geringere Ladungen, falls sie existieren, bemerkbar gemacht hätten.

Während ich bei den Öltröpfchen und den Kalilaugetröpfchen somit das Resultat erhalten habe, daß sich die Ladungen dieser Tröpfchen als Multipla eines Elementarquantums von ca. $4{,}9 \cdot 10^{-10}$ e. s. E. darstellen, gelang mir dies nicht bei Nebelteilchen, welche ich nach den Angaben Herrn Ehrenhafts durch einen in

[1]) Landolt-Börnstein, Tabellen S. 46.

[2]) Tropfen 48 gibt etwas abweichende Ladungen. Man betrachte die Mittelwerte für die Fallzeiten (t_g) in Tabelle III. Es ist ersichtlich, daß die Abweichungen in der Beobachtung liegen.

Tabelle III. Kalilaugetröpfchen.

Teilchen Nr.	$t_{\mathfrak{E}}$ in sek.	$t_{\mathfrak{G}}$ in sek.
48a	10,4″	34,7″
	10,3	32,0
	10,2	29,0
	9,4	32,3
	10,2	28,8
	9,3	30,1
	9,8	31,8
	9,8	31,0
	10,1	33,3
	9,4	33,6
Mittel	9,89″	31,66″
48b	26,3″	31,7″
	23,2	32,6
	25,6	34,5
	26,9	31,8
	28,6	32,7
	27,0	37,6
	26,7	34,6
	26,6	30,6
	26,0	33,2
	24,8	31,4
Mittel	26,17″	33,07″
	Mit Radium Ladung verändert, erst in das entgegengesetzte Vorzeichen, dann wieder in das richtige	
	25,0″	31,1
	25,0	30,0
	22,3	31,0
	23,5	30,8
	24,4	29,4
	wird ungeladen	30,8
Mittel	24,04″	30,52″
Mittel für b	25,46″	—
Mittel für a und b		31,94″

Teilchen Nr.	$t_{\mathfrak{E}}$ in sek.	$t_{\mathfrak{G}}$ in sek.
50	115,2″	24,0″
	127,2	28,8
	111,2	22,2
	105,8	24,0
Mittel	114,85	24,75
51	23,8″	38,4″
	27,5	37,4
	24,8	39,0
	24,6	37,2
	24,8	40,0
	23,6	36,8
	23,8	32,8
	23,2	37,4
	26,6	38,6
	25,8	34,8
Mittel	24,85″	37,24″
52	16,2″	25,0″
	16,2	26,0
	15,4	24,8
	15,8	25,2
	16,6	23,6
	15,4	23,8
	16,0	23,4
	15,4	25,6
	16,0	25,4
	15,2	
Mittel	15,82″	24,75″
53	9,4″	36,7″
	9,6	37,5
	9,6	37,5
	9,6	37,0
	9,5	37,2
	8,9	37,8
	9,4	38,1
	9,6	36,3
	9,8	36,2
	9,2	38,3
Mittel	9,46″	37,26″

Tabelle IV. Kalilaugetröpfchen.

Nr.	$a \cdot 10^5$ cm	$e' \cdot 10^{10}$ e.s.E.	$e \cdot 10^{10}$ e.s.E.	n	$e \cdot 10^{10}$ e.s.E.
45	3,48	6,64	4,82	1	4,82
53	4,04	12,69	9,59	2	4,80
51	4,04	6,42	4,86	1	4,86
54	4,21	18,02	13,77	3	4,59
48a	4,39	13,48	10,41	2	5,20
48b	4,39	7,17	5,53	1	5,53
46	4,46	12,04	9,35	2	4,66
47	4,56	6,55	5,10	1	5,10
52	5,04	12,17	9,69	2	4,84
50	5,04	5,77	4,59	1	4,59
56	5,41	17,26	13,94	3	4,65
57	5,49	11,99	9,71	2	4,86
55	6,05	23,96	19,76	4	4,94
			Mittel $e = 4,88 \cdot 10^{-10}$ e.s.E.		

trockener Luft[1]) brennenden Lichtbogen zwischen Silberelektroden (Stromstärke 2—3 Ampere, von der Zentrale [110 Volt] entnommen) hergestellt hatte. Ich erkläre mir diesen Mißerfolg durch den Umstand, daß neben der Zerstäubung des Elektrodenmaterials auch eine nicht zu vernachlässigende Bildung von Stickoxyden durch den Silberlichtbogen auftritt. Auch Herr Ehrenhaft hat diese Bildung von Stickoxyden beobachtet, mißt ihr aber keine Bedeutung bei, da die Quantität der Stickoxyde infolge der kurzen Dauer des Lichtbogens minimal sei[1]). Ich kann dem nicht zustimmen. Denn wenn auch nur kleine Quantitäten von Stickoxyden gebildet werden, so ist doch zu bedenken, daß auch nur geringe Mengen Elektrodenmaterials als Partikelchen zerstäubt werden. Auch dürfte es nicht auf die Brenndauer des Lichtbogens, sondern vielmehr nur auf das Verhältnis der Menge der gebildeten Stickoxyde zu derjenigen der Silberpartikelchen ankommen.

Ferner scheint mir die Quantität der gebildeten Stickoxyde nicht so unbeträchtlich zu sein. Ist doch bekannt, daß die Bildung der Stickoxyde durch den Lichtbogen zur Herstellung von Salpetersäure technisch verwertet wird. Um ein Urteil hierüber zu gewinnen, ließ ich den Lichtbogen zwischen Silberelektroden mit 2 bis 3 Ampere eine halbe Stunde lang brennen. Die braunen Dämpfe der Stickoxyde waren in dem 5 Liter haltenden Gefäß kräftig sichtbar, auch ihr Absorptionsspektrum war zu beobachten. Selbst bei einer Brenndauer des Bogens von nur 1 Minute waren die in einer Vorlage kondensierten Stickoxyde bereits sichtbar. Ob die von den Stickoxyden in Gemeinschaft mit dem gleichfalls vom Lichtbogen erzeugten Ozon gebildeten Nebel[2]) in Betracht kommen, möchte ich dahingestellt sein lassen. Daß aber die drei Körper: Silberpartikelchen, Stickoxyde und Ozon eine Verbindung eingehen, halte ich für wahrscheinlich[3]).

So erhielt ich denn auch bei Ladungsbestimmungen, welche ich an so hergestellten Teilchen in dem gleichen Kondensator ausführte, der zu den bereits beschriebenen Messungen gedient hatte, Werte, welche den oben mitgeteilten Resultaten widersprachen. Es liegt dies meines Erachtens an der Unsicherheit, die infolge der dargelegten Verhältnisse über die Beschaffenheit und die Dichte der Teilchen be-

1) Die Luft war durch ein langes Rohr mit Phosphorpentoxyd getrocknet.

1) Wiener Akademieberichte **119**, 940 (Fußnote), 1910.

2) G. Leithäuser u. R. Pohl, Verh. d. Deutsch. Phys. Ges. **10**, 249—255, 1909.

3) Nachdem die Stickoxyde abgesaugt waren, wurde in das Gefäß etwas destilliertes Wasser gebracht. Der vom Lichtbogen gebildete Beschlag löste sich klar auf: ein Tropfen Salzsäure erzeugte einen dichten Niederschlag von Chlorsilber.

steht. Es ergab sich der kleinste beobachtete Ladungswert zu $1,4 \cdot 10^{-10}$ e. s. E., wenn die Dichte des Silbers eingesetzt wurde. Setzte ich die Dichte indessen $= 1$, so wurde die Ladung desselben Teilchens $= 8,0 \cdot 10^{-10}$ e. s. E. Dieser große Unterschied rührt zum Teil daher, daß bei Einsetzung der Dichte des Silbers die Radien so viel kleiner ausfallen, die Cunningham-Millikansche Korrektur infolgedessen die Ladung prozentisch viel stärker verkleinert. Weder diese beiden Werte noch die sonst bestimmten stimmen aber mit dem an den Kalilauge- und Öltröpfchen in demselben Apparate gemessenen Werte des Elementarquantums oder dessen Vielfachem überein, so daß mir die auf solche Weise hergestellten Nebelteilchen kein geeignetes Objekt für derartige Bestimmungen zu sein scheinen.

Als Resultat dieser Arbeit möchte ich hinstellen:

1. Der Wert der kleinsten elektrischen Ladung liegt in der Nähe des von Herrn Millikan angegebenen:

$$4,90 \cdot 10^{-10} \text{ e. s. E.}$$

2. Es wird auf zwei Störungsquellen bei Ladungsmessungen einzelner Nebelteilchen aufmerksam gemacht.

Den Herren Alberti, Diesener und Mönch danke ich für Hilfe bei den Ablesungen.

Dankend möchte ich ferner erwähnen, daß die mikroskopischen Einrichtungen und die Kapselpumpe, welche bei den beschriebenen Messungen benutzt wurden, Mitteln entstammen, welche die Jagor-Stiftung in Berlin gewährt hat.

Nachtrag bei der Korrektur: In Heft 3 dieser Zeitschrift teilt Herr Ehrenhaft weitere Versuche mit einem Kondensator mit, der im günstigsten Falle ein Verhältnis von Tiefe zu Plattendistanz von 2,7 : 1 hat. Nach meinen Erfahrungen können auch hierbei Störungen durch Ladungen auf den Deckgläsern nicht als ausgeschlossen gelten. Es erscheint auch auffällig, daß Herr Ehrenhaft angibt, daß die Zahlen für die Hebezeiten im elektrischen Felde durchaus größere Schwankungen aufweisen als die Fallzeiten im Erdfelde. Es scheint mir dies auf Störungen hinzuweisen. Bei den von mir angestellten Messungen war dies nicht der Fall.

Die Berechtigung, den Faktor f in der Cunninghamschen Formel gleich 0 zu setzen, entnehme ich den Versuchen Herrn Millikans. Nur bei Einsetzung dieses Faktors ergeben sich bei verschiedenen Radien der Tröpfchen konstante Werte der Einheitsladungen. $f = 1$ würde mit abnehmendem Radius abnehmende Werte für e ergeben. Eine solche kontinuierliche Abnahme der Ladungseinheit mit dem Radius anzunehmen, liegt aber nach den Versuchen Herrn Millikans und nach den oben mitgeteilten, keine Veranlassung vor.

Berlin, Physikalisches Institut der Universität, 31. Januar 1911.

(Eingegangen 4. Februar 1911.)

BERICHT ÜBER DEN INTERNATIONALEN KONGRESS FÜR RADIOLOGIE UND ELEKTRIZITÄT ZU BRÜSSEL VOM 13.—15. SEPTEMBER 1910.

I. Aus der Sektion für Radiologie:

I. Nomenklatur und Radiumstandard.

Von Otto Hahn.

Die Tagesordnung des vom 13.—15. September 1910 in Brüssel stattgehabten Kongresses für Radiologie und Elektrizität umfaßte einerseits eine ziemlich große Anzahl von Einzelvorträgen über physikalische, chemische und biologische Arbeiten auf dem Gebiete der Radiologie, andererseits Besprechungen über eine internationale Terminologie und einheitliche Methode der Dosierung radioaktiver Stoffe, also auch eines einheitlichen Radiumstandards.

Über die Besprechungen und Abmachungen auf dem Gebiete der Terminologie und Meßmethodik soll im folgenden berichtet werden.

Was die Terminologie anbelangt, so hatte die Deutsche physikalische Gesellschaft einige Punkte vorbereitet, die vom Verfasser nach Rücksprache mit den anwesenden deutschen Herren in etwas abgekürzter Form beim Kongreß verlesen und ohne weitere Diskussion zur Kenntnis genommen wurden.

Von den auf die radioaktive Terminologie bezüglichen Vorschlägen seien die folgenden kurz wiedergegeben:

Die Zeit, in der die Aktivität einer einheitlichen Substanz um die Hälfte abnimmt, wird als Halbwertzeit, eventuell Halbierungszeit bezeichnet, keinesfalls aber als halbe Lebensdauer.

Der bis jetzt manchmal noch gebrauchte Ausdruck „induzierte Aktivität" für „aktiver Niederschlag" soll vermieden werden, denn bei-

spielsweise sind Radium *A*, *B*, *C* keine Eigenschaften, sondern Substanzen mit ganz bestimmten physikalischen und chemischen Eigenschaften.

Bezüglich der Namen der zahlreichen radioaktiven Produkte wurde eine Änderung nicht durchgeführt. Einige Vorschläge betreffs neuer Namengebung einzelner oder gar aller Zerfallsprodukte wurden nach kurzer interner Besprechung abgelehnt. Eine Notwendigkeit für Namenänderungen liegt auch nicht vor, z. B. Radium *C* oder Mesothorium sind komplexe Körper. Soll ihre komplexe Natur hervorgehoben werden, so geschieht dies leicht durch die Indizes 1 und 2, z. B. Radium C_1 und C_2, Mesothorium 1 und Mesothorium 2; soll nur, wie dies für fast alle Fälle hinreicht, die zusammengehörige Gruppe bezeichnet werden, so genügt der Name Radium *C* und Mesothorium.

Sehr viel schwieriger als die Fragen der Terminologie sind die nach einer einheitlichen Messung radioaktiver Produkte und nach einem internationalen Radiumstandard. Die gleichmäßige und richtige Messung der verschiedenen radioaktiven Substanzen ist eine der brennendsten, aber auch schwierigsten Fragen, die in der nahen Zukunft gelöst werden müssen. Da die verschiedenen Substanzen ganz verschieden charakterisierte Strahlen aussenden und sich alle Messungen in letzter Linie auf eine Messung der Strahlen stützen, so müßte eigentlich für eine jede Substanz ein eigener Standard vorhanden sein. In Praxis ist dies z. Z. nicht durchführbar; es wurde daher vorläufig davon abgesehen, verschiedene Standards für verschiedene Produkte vorzubereiten[1]).

Man begnügt sich daher in fast allen Fällen, die Messungen auf Radium zu beziehen; aber auch hier gibt es noch verschiedene Möglichkeiten, wie derartige Messungen auszuführen sind. Im allgemeinen wird man starke Radiummengen durch ihre γ-Strahlen, geringe durch ihre Emanation quantitativ bestimmen. Die Bestimmung des Emanationsgehaltes wird von den Physikern im allgemeinen durch Vergleich mit der Emanation einer bekannten Radiummenge ausgeführt.

Für balneologische Zwecke hat sich aber besonders in Österreich und Deutschland eine andere Methode eingebürgert, die sich auf die Messung absoluter Stromstärken gründet und als Einheit die sogenannte Macheeinheit benutzt. (Macheeinheit $= {}^1/_{1000}$ abs. elektrostat. Einheit $= 3 \cdot 10^{-13}$ Amp.) Manchmal wird statt der Stromstärke auch nur der Voltabfall in einem Gefäß bestimmter Dimension angegeben. Da es wünschenswert scheint, auch für diese Zwecke und auch für luftelektrische Messungen eine allgemein anerkannte Einheit einzuführen, die natürlich entsprechend den sehr geringen Mengen, um die es sich dabei handelt, sehr klein sein müßte, so wurde der Vorschlag diskutiert, als solche Einheit 10^{-12} gr Radium zu wählen. Doch wurde diese Frage vorläufig zurückgestellt, weil die Methoden zur Herstellung derartig schwacher Standards noch nicht genügend ausgearbeitet sind.

Allgemein wurde aber die Notwendigkeit eingesehen, wenigstens einen starken, international vereinbarten Radiumstandard zu besitzen. Professor Rutherford machte in einer darauf bezüglichen Mitteilung die Vorteile eines solchen Standards klar und wies darauf hin, daß die bis jetzt in den verschiedenen Ländern zum Vergleich verwendeten Radiumstandards um nicht weniger als 20 Proz. voneinander abweichen.

Die Leiter des Kongresses, Mme Curie und Prof. Rutherford schlugen vor, eine internationale Kommission zu wählen, die noch während des Kongresses zusammentreten sollte, um die in der Standard-Angelegenheit notwendigen Fragen zu besprechen. Als Mitglieder der internationalen Kommission wurden von Mme Curie und Prof. Rutherford die nachstehend angeführten Forscher vorgeschlagen und vom Kongreß angenommen. Für Frankreich: Mme Curie, Debierne; England: Rutherford und Soddy; Österreich: Meyer und v. Schweidler; Deutschland: Geitel und Hahn; Verein. Staaten: Boltwood; Canada: Eve. Von diesen Mitgliedern waren Debierne, v. Schweidler und Geitel nicht anwesend, die übrigen formulierten eine Reihe von Besprechungen nachfolgender Punkte, die dem Kongreß vorgelegt und von ihm genehmigt wurden.

Mme Curie als Mitglied der Kommission erklärt sich bereit, einen Radiumstandard herzustellen, der etwa 20 mgr Radium enthält. Die Menge wird so groß gewählt, um eine möglichst genaue Gewichtsbestimmung zu ermöglichen. Da dieses Radiumpräparat nur zum Vergleich mit sekundären Standards Verwendung finden soll, so soll Mme Curie die Kosten für die Herstellung dieses Präparates zurückerstattet bekommen. Sobald dies geschehen ist, wird

1) In neuerer Zeit wird z. B. das Produkt Mesothorium in stark konzentrierter Form in den Handel gebracht. Aus Zweckmäßigkeitsgründen werden die γ-Strahlen mit denen von reinen Radiumsalzen verglichen und danach die Dosierung vorgenommen. Dies ist aber nicht ganz genau richtig, denn die γ-Strahlen des Mesothoriums werden etwas leichter absorbiert als die des Radiums, so daß man durch die Bleischicht hindurch, die man anwenden muß, um alle β-Strahlen abzublenden, keinen ganz genauen Vergleich für die Stärke der beiden Substanzen hat. Das Verhältnis verschiebt sich immer mehr zuungunsten des Mesothoriums, je dicker die bei den Vergleichsmessungen eingeschalteten Beiplatten gewählt werden.

der Standard Eigentum der internationalen Kommission und soll in zweckentsprechender Weise in Paris aufbewahrt werden. Die Kommission ist der Hoffnung, daß die Regierungen oder wissenschaftliche Gesellschaften die Kosten für die Herstellung des Radiumstandards, die etwa 10000 Mk. betragen, aufbringen werden.

Nach der Herstellung des großen Standards soll die Kommission den verschiedenen staatlichen Laboratorien den Vorschlag machen, sich Vergleichsstandards herzustellen. Da der Pariser Standard naturgemäß ziemlich kostspielig ist, so sollen Versuche angestellt werden, um einen genauen Vergleich geringerer Radiummengen, etwa 1 oder 2 mg, mit dem großen Standard quantitativ zu ermöglichen. Es können dann die kleineren Standards der einzelnen Staatsinstitute mit dem großen Standard geeicht werden, und hierdurch erhalten die einzelnen Länder die Möglichkeit, ihrerseits Radiumeichungen in beliebiger Genauigkeit auszuführen.

Die Kommission untersucht auch noch weiter die Frage der Herstellung ganz niedriger Radiumstandards, wie man sie z. B. bei Aktivitätsbestimmungen von Quellwässern und Quellgasen braucht. Vorläufig ist aber noch nicht genügend Erfahrung darüber gesammelt, wie lange sich sehr schwache Radiumlösungen, deren Gehalt man nur durch die Emanation bestimmen kann, unverändert in Lösung halten, ohne auszufallen.

Da die Radiumemanation neuerdings bei so vielen wissenschaftlichen Untersuchungen Verwendung findet, so wurde es für wünschenswert erachtet, eine Einheit für die Emanationsmenge festzusetzen. Entsprechend einer Anregung des Kongresses wurde der Name „Curie" der Menge Radiumemanation gegeben, die sich im Gleichgewicht mit einem Gramm Radium (als Element) befindet. So würde z. B. die Emanationsmenge, die 1 mg entspräche, $^1/_{1000}$ Curie sein oder auch ein Millicurie genannt werden[1]).

Ob kleineren Radiummengen, etwa der Menge 10^{-12} gr Radium noch spezielle Namen gegeben werden sollen, wurde vorläufig noch unentschieden gelassen, da erst weitere Erfahrungen über die Notwendigkeit einer derartigen Einheit gesammelt werden sollen.

Da die Kommission nicht vollständig versammelt war, so konnten natürlich nicht alle Mitglieder über ihre Meinung zu obigen Punkten befragt werden, deshalb sind auch die Beschlüsse der Kommission noch nicht bindend und können noch weiter ausgebaut und modifiziert werden.

Nur die möglichst rasche Herstellung des internationalen Standards wurde fest vereinbart, so daß zu hoffen steht, daß innerhalb kurzer Zeit die Unterstandards der einzelnen Staatsinstitute für die verschiedenen Länder hergestellt und geeicht werden können.

Als Sekretär der internationalen Kommission wurde Herr Professor Meyer, Wien, gewählt, an den auch alle Mitteilungen betreffs Herstellung der Standards gerichtet werden können.

Man sieht aus den obigen Vorschlägen der Standardkommission, daß jetzt wenigstens einmal der erste Schritt zu einer einheitlichen internationalen Radiummessung getan ist, und es steht außer Zweifel, daß die vielen sich hieran anknüpfenden Fragen in nicht allzu ferner Zeit ihrer Lösung näher gebracht werden.

1) Prof. Boltwood hat neuerdings den beachtenswerten Vorschlag gemacht, den Namen „Curie" nicht nur auf die Emanationsmenge zu beschränken, sondern auf alle Produkte der Uran-Radiumreihe, die mit 1 gr Radium im Gleichgewicht sind, auszudehnen. Man würde dann von einem Curie Ionium, einem Curie Uran X, einem Curie Polonium etc. sprechen können.

Über Meßmethoden und Einheiten in der biologischen Radiumforschung[1]).

Von S. Loewenthal.

Meine Damen und Herren! Durch zwei verschiedene Reihen von Tatsachen sind die medizinischen Kreise gezwungen worden, mit den radioaktiven Substanzen und mit den Methoden ihrer Bestimmung nähere Fühlung zu nehmen; einmal durch die bekannten Wirkungen der Radiumstrahlen auf die Gewebe, insbesondere auf die Haut, andrerseits durch Auffindung von Emanation und radioaktiven Salzen in den Heilquellen.

Seit dem Bekanntwerden dieser Tatsachen hat sich der hoffnungsvolle Enthusiasmus der interessierten Kreise, der an einen ähnlichen Überschwang der Geister nach Entdeckung der Röntgenstrahlen erinnerte, ziemlich gemäßigt, dafür kann man aber heute wenigstens von einem bescheidenen, aber gesicherten Besitzstand der Medizin an biologischen Radiumwirkungen sprechen.

Insbesondere scheint es in diesem Kreise angebracht, darauf hinzuweisen, daß die Methoden der äußeren Radiumbestrahlung in allen Ländern, ganz besonders aber in Frankreich wesentlich verfeinert und vertieft worden sind, und daß eine genaue Dosierung und eine Auswahl bestimmter Strahlengruppen sich hierin ebenso nötig gezeigt hat wie in der Röntgentherapie.

Seit diesen exakteren Methoden sind in der Tat bei Hautkrankheiten, wie auch bei bös-

1) Vortrag, gehalten in der allgemeinen Sitzung des II. Kongr. f. Radiologie und Elektrizität zu Brüssel am 13. Sept. 1910.

artigen Geschwülsten recht beachtenswerte Erfolge erzielt worden.

Ebenso ist auch die Radioaktivität der Heilquellen, und ganz besonders die Radiumemanation, für die Medizin keine rätselhafte zufällige Begleiterscheinung der natürlichen Wässer mehr, sondern wir wissen heut mit ziemlicher Sicherheit, welchen Anteil an der empirischen, seit Jahrtausenden gefundenen Heilwirkung der Quellen die Radiumemanation hat.

Es hat sich nämlich durch Versuche mit künstlich emanationshaltig gemachtem Wasser sowie mit emanationshaltiger Luft herausgestellt, daß man die Wirkungen der Heilquellen bis zu einem gewissen Grade nachahmen kann, und zwar gerade derjenigen Quellen, welche in chemisch auffallend reinem Wasser beträchtliche Mengen von Radiumemanation, sonst aber nichts enthalten, was eine Heilwirkung erklären könnte; es sind dies die sogenannten indifferenten Thermen, die Wildbäder und andere nahestehende Kategorien.

Auch die Erklärung dieser anfangs etwas befremdlichen Tatsache ist möglich geworden dadurch, daß die Radiumemanation beim Experiment in vitro einen erheblich verstärkenden, aktivierenden Einfluß auf manche Körperfermente zeigte, so insbesondere auf das diastatische und autolytische Ferment, auf Pepsin und Trypsin.

Vielleicht auch wären zur Erklärung heranzuziehen die sehr interessanten Tatsachen, die in der Klinik von Prof. His gefunden wurden, nämlich einerseits von Gudzent, daß harnsaure Salze bei Gegenwart von geringen Mengen Emanation aus einer schwer löslichen Form in eine leicht lösliche übergehen. Von Fofanoff andrerseits wurde festgestellt, daß die weißen Blutkörperchen sich bei Gegenwart von Emanation in ihren wichtigsten vitalen Eigenschaften ändern, nämlich in ihren chemotaktischen und phagozytären.

Ich glaubte, diese Tatsachen in dieser gemeinsamen Sitzung kurz streifen zu sollen, um darzulegen, daß die Biologie und die Heilkunde ein berechtigtes Interesse an der Forschung über Radioaktivität hat.

Hinzufügen möchte ich nun noch, aus welchen Gründen es uns Biologen auf die Art der Messung und die Vergleichbarkeit der Meßresultate ankommt.

Wenn es auch richtig ist, daß alle Heilquellen, ebenso alle andern Quellen, juvenile ebenso wie vadose, ein Mehr oder Weniger an Emanation enthalten, so lehrt doch ein Blick auf die Zusammenstellung von Namen der Quellen und ihrer Aktivität, daß ganz im großen eine Proportionalität zwischen Heilwirkung und Emanationsmenge besteht, eine Gesetzmäßigkeit, die ich schon bei früheren Gelegenheiten am besten so zu formulieren glaubte, „daß bei einer bestimmten Kategorie gleichartiger Heilquellen der Emanationsgehalt dem empirisch gefundenen Heilwert proportional ist". Modifiziert wird dieser Satz allerdings in weitgehendem Maße durch die verschiedene Temperatur, den verschiedenen Salz- und Gasgehalt der Quellen.

Jedenfalls hat die wissenschaftliche Bäderlehre ein erhebliches Interesse an der exakten Feststellung der Emanationsmengen.

Nun ist für unsere Bedürfnisse schon recht viel von physikalischer Seite geschehen, nach manchen Richtungen zu viel, nach manchen zu wenig.

Es muß betont werden, daß die in der Physik sonst übliche Genauigkeit in Zahlenangaben für balneologische Zwecke nicht ganz angebracht erscheint.

Nehmen wir an, daß eine Quelle am Ursprung auf ihren Emanationsgehalt möglichst genau in der gewöhnlichen Weise bestimmt ist, das heißt also, in Voltabfall ausgedrückt, mit mindestens einer Dezimale, in Mache-Einheiten mit 2 Dezimalen, so ist zwar eine Arbeit geleistet, die den Physiker und Geologen befriedigt, und, wie ich hinzufügen möchte, auch die zunächst interessierten Quellenbesitzer und Brunnenärzte in noch höherem Maße — aber die balneologische Wissenschaft geht zunächst leer aus. Ihr kann nur daran liegen zu erfahren, wieviel Emanation unter den verschiedenen Umständen der Bäder und Trinkkur auf den Körper des Patienten einwirkt; mit andern Worten: die Menge Emanation, die das fertige Bad und das trinkfertige Wasser im Brunnenglase enthält, ist von ausschlaggebender Bedeutung; noch mehr aber wahrscheinlich, nach unserer jetzt herrschenden Anschauung, der Emanationsgehalt der über dem Bade sich befindenden Luft, sowie der Luft in den Trinkhallen, da ja ein Eindringen von Emanation durch die Haut beim Baden und durch das Trinken so geringer Flüssigkeitsmengen in nennenswertem Maße ausgeschlossen erscheint. Diese, eigentlich wichtigen Emanationsmengen sind aber ja nach Länge und Güte der Leitung, nach Temperatur und CO_2-Gehalt der Quellen, nach Art der Bäderbereitung usw., mit der Zahl am Ursprung überhaupt nicht mehr in Beziehung zu setzen.

Ferner glauben wir heute schon mehrfach Anhaltspunkte dafür zu haben, daß neben der Emanation selbst, genauer gesagt, neben den biologischen Wirkungen ihrer α-Strahlen auch ihre weiteren Zerfallsprodukte bis zum *Ra F* analoge Wirkungen auf den Organismus äußern,

vielleicht sogar bei der endgültigen Heilwirkung ausschlaggebend sind.

Solche Zerfallsprodukte der Emanation finden sich sowohl im Wasser selbst, wie auch in reicherem Maße an allen festen Körpern, die mit ihr in Berührung kommen.

Hiernach müßte auch die Gesamtstrahlung der zum Trinken und Baden benutzten Räume, insbesondere der Wände einer Messung unterliegen, und wird vielleicht dort sehr beträchtlich sein, wo bei jahrhundertelanger Benutzung derselben Räume sich die induzierte Aktivität immer an denselben Stellen niedergeschlagen hat.

Bei genauerem Zusehen hat es sich nun auch gezeigt, daß manche Quelle im wesentlichen nur Emanation, andere aber auch *Ra*-Salze in Substanz enthalten. Für die Trinkquellen wenigstens wäre zu fordern, daß der Gehalt an festen radioaktiven Substanzen immer festgestellt werde, um so zu einer genaueren Erkenntnis und Differenzierung der Wirkung der Emanation gegenüber von Radiumsalzen zu gelangen.

Über die Beziehung der Thoraktivität, insbesondere der Thoremanation zur Heilwirkung der Quellen wissen wir zwar noch gar nichts; indessen glaubte ich schon vor einigen Jahren auf der Dresdener Naturforscherversammlung die physikalischen Kreise darauf aufmerksam machen zu sollen, daß die Thoremanation bei den Quellmessungen, besonders wegen ihres relativ seltenen Vorkommens; nicht vernachlässigt werden möge.

Auch die Untersuchung der Quellsedimente auf ihre radioaktiven Bestandteile, hat natürlich neben ihrem allgemeinen und speziell geologischen Interesse auch eine, wenn auch sehr beschränkte, balneologische Bedeutung; allerdings wohl nur da, wo diese Sedimente in Form von Schlammbädern und Schlammpackungen Anwendung finden; irreführend aber erscheinen solche Angaben über die Aktivität von Quellsedimenten, wo diese sich nur am Ursprung der Quelle in greifbarer Menge finden, während das entsprechende Wasser praktisch gar keine Emanation enthält; — irreführend deswegen, weil solche Angaben in Prospekten von Bädern zu Täuschungen der Ärzte und des Publikums Anlaß geben können und schon gegeben haben.

Dies wären die allgemeinen Gesichtspunkte, welche für die Bestimmung der Radioaktivität von Quellen maßgebend sein dürften.

Dieselben Gesichtspunkte treffen natürlich auch bei der Bestimmung von künstlich emanationshaltigen Wässern zu.

Kürzer kann ich mich in diesem Kreise über die Frage der zweckmäßigsten Art der Messungen und der benutzten Apparate fassen.

Auf die mannigfaltigen Fehlerquellen bei ihrer Handhabung brauche ich hier nicht hinzuweisen, obgleich diese in medizinischen Abhandlungen einen großen Raum einnehmen, offenbar aus dem berechtigten Gefühl der Unsicherheit in physikalischen Dingen.

Man darf wohl sagen, daß alle die verschiedenen Anordnungen, wie die meist benutzten von Curie, von Elster und Geitel, von Engler und Sieveking, von H. W. Schmidt in der Hand des Physikers durchaus zuverlässige Resultate liefern und untereinander vergleichbar sind, wenn alle Bedingungen, und insbesondere die Kapazität, identisch sind.

Aber zwei Dinge bedürfen noch der Diskussion und der Einigung.

Einmal die Größe des benutzten Gefäßes. Wie von Duane (Journ. d. Phys. **4**, 605, 1905) gezeigt und von Lachmann den Balneologen in Erinnerung gebracht ist, wird das Meßresultat modifiziert durch die Absorption der Strahlung der Emanation von den Wänden der Ionisationskammer.

Um die Messung von diesen Einflüssen zu befreien, ist es nötig, das Ergebnis, z. B. bei zylindrischen Gefäßen, mit einem Faktor $1-0{,}52\,O/R$ zu dividieren, in welchem O die Oberfläche des Zylinders in qcm, R den Rauminhalt in ccm bedeutet.

Da sich eine Normalgröße für die Meßkannen nicht wohl einbürgern wird, muß künftig diese Korrektur neben den anderen bekannten und in Anwendung gebrachten eingefügt werden.

Wegen der verschiedenen Größe der zum Durchschütteln von Wasser und Luft benutzten Gefäße ist ferner eine Korrektur notwendig, die auf den Absorptionskoeffizienten für Emanation in Wasser bzw. Luft Rücksicht nimmt.

Der zweite und wichtigere Punkt betrifft die Frage der „Einheit" in der Emanationsmessung.

Da sich die Radioaktivitätsmessung der Quellen schon in früher Zeit zu einem selbständigen Forschungszweige entwickelte, so erfolgten die Angaben lange Zeit hindurch und zum Teil heute noch in derselben Weise wie im Beginn der radioaktiven Forschung, und zwar in „Voltabfall" pro Stunde erzeugt, durch einen Liter des untersuchten Wassers.

Insbesondere in Deutschland lauten die Zahlenangaben sowohl für Quellen als auch für künstlich aktivierte Wässer noch meist in Volt.

Es stellte sich bald das Bedürfnis heraus, sich für einen bequemeren Vergleich und für die Übersicht über die Quellen von der Besonderheit der Apparate unabhängig zu machen: man

maß nunmehr in absolutem Maße, und da der so erhaltene Wert für die meisten Fälle unbequem klein war, wurde er mit 1000 multipliziert, und ergab so nach Maches Vorgang die jetzt meist benutzte „Einheit“; eine solche entspricht z. B. für das Fontaktoskop etwa einem Abfall von 116 Volt.

Indessen leuchtet ein, daß auch für die Angaben in absoluten Einheiten die Eigenart der Meßapparate nicht ohne Belang ist, da sie ja eine vorherige Eichung der Elektroskope ebenfalls notwendig machen.

Diese Eichung wird aber in gewissem Maße illusorisch, sobald aus irgendwelchen Gründen (Verbiegung des Zerstreuungsstiftes, Beschädigung der Blättchen etc.) sich Kapazität oder Angabe des Potentials geändert haben.

Als dritte Art von Emanationseinheit existiert die von Curie und Laborde (Le Radium **1**, 1904) eingeführte Bezeichnung der Menge von Emanation, die in einer Sekunde von 1 Milligramm Radiumbromid entwickelt wird; für deren ausschließliche Verwendung in der Balneologie sich von deutschen Autoren besonders H. W. Schmidt ausgesprochen hat (Balneolog. Zeitg. 1909).

Da wir heute von dem Radiumbromid, als einem chemisch völlig definierten, gut wägbaren Körper ausgehen können, und die hiervon entwickelte Emanationsmenge unter allen Umständen die gleiche ist, so stellt diese in der Tat eine absolute Einheit dar, auf welche alle Emanationsmessungen zwanglos bezogen werden können. Das geschieht in der Tat, soviel mir bekannt, durchweg bei französischen Autoren, allerdings meist unter Beziehung auf eine mg-Minute.

Voraussetzung für diese Einheit ist allerdings, daß alle Messungen sich auf ein Radiumbromid von gleicher Reinheit beziehen, wofür die von Herrn Rutherford gemachten Vorschläge zur Herstellung eines internationalen Standardpräparates die Möglichkeit bieten. Da ferner die Größenordnung dieser Einheit sich der durchschnittlichen Aktivität der Heilquellen gut anpaßt, so hätten wir in der von 1 mg Radiumbromid pro Sekunde entwickelten Emanationsmenge ein bequemes Mittel, um uns die Aktivität der verschiedenen Quellen sofort zu veranschaulichen.

Es entspricht nämlich, z. B. bei Messungen mittels Fontaktoskop unter den üblichen Bedingungen:

1 mg-Sekunde = 300 Voltabfall = 2,6 Mache-Einheiten. (Pro Stunde und Liter.)

Da wir nicht wünschen können, daß verschiedene Nationen an ihren verschiedenen, wenn auch praktisch brauchbaren Einheiten festhalten, da im Gegenteil eine Verständigung über eine einzige Einheit im Interesse der Wissenschaft außerordentlich wünschenswert ist, schlage ich vor, die Einheit der Milligramm-Sekunde als die einzig absolute allseitig anzunehmen.

Da diese Einheit bereits 1904 von Curie und Laborde aufgestellt worden ist, und da ferner im Gesamtgebiet der Naturwissenschaft für häufig gebrauchte Einheiten das Bedürfnis nach kurzen Bezeichnungen sich als zwingend erwiesen hat, so schlage ich ferner als kurzen Namen für die Milligramm-Sekunde die Bezeichnung: „ein Curie“ vor[1]).

Meine Damen und Herren! Ich darf mich noch kurz äußern bezüglich der Methoden, die Strahlung eines Radiumpräparates zu messen, wie es in der Heilkunde angewandt wird. Die α-Strahlung scheidet hier aus, weil sie im allgemeinen schon durch die verhornte Epidermis, weiterhin durch die Schutzhüllen der Radiumpräparate völlig absorbiert wird, so daß eine biologische Wirkung auf das Körpergewebe wegfallen muß.

Die γ-Strahlung ist seit längerer Zeit bei den Physikern als Maß der Aktivität von Radiumpräparaten in Aufnahme gekommen, weil sie verhältnismäßig bequem und von Fehlerquellen leicht zu befreien ist. Seit Eve (Le Radium **3**, 225, 1906) mißt man daher an Hand eines Standardpräparates die Aktivität von unbekannten Radiummengen mittels der γ-Strahlenmethode, indem man die übrigen Strahlen durch ein Bleifilter von $^1/_2$—1 cm Dicke ausschaltet.

Nun bleiben noch die β-Strahlen übrig als diejenige Gruppe, auf die es bei der externen therapeutischen Anwendung gerade ankommt, vermutlich weil sie von den zu beeinflussenden Gewebeschichten in stärkerem Maße absorbiert werden, als die durchdringende γ-Strahlung.

Nun stößt aber die Bestimmung der β-Strahlen deswegen auf große Schwierigkeiten, weil sie ja keinen einheitlichen Charakter haben, weswegen man in der Radiotherapie, nach Analogie mit den Röntgenstrahlen, angefangen hat, sie in weiche, harte und mittlere β-Strahlen zu sondern.

Diese Sonderung ist hauptsächlich von den französischen Autoren Wickham und Degrais durchgeführt worden, wie ersichtlich, aus praktisch-therapeutischen Gründen.

---

1) Die auf dem Kongreß gebildete Kommission hat den Namen „1 Curie“ aber für diejenige Emanationsmenge in Aussicht genommen, die mit 1 g *Ra* im Gleichgewicht steht, also eine sehr viel größere Einheit, als die von mir vorgeschlagene, die sich besser den Verhältnissen der Quellen und der atmosphärischen Luft anpassen würde; andernfalls müßte man zu den Hilfsbezeichnungen Milli-Curie, Mikro-Curie usw. greifen.

Freilich muß noch genauer untersucht werden, ob diese Sonderung wirklich notwendig ist, d. h. ob einzelnen Gruppen von β-Strahlen auch verschiedene biologische Wirkungen entsprechen.

Daß aber eine solche biologische Differenzierung der radioaktiven Strahlungen im Bereich der Möglichkeit liegt, ist mir wahrscheinlich geworden, und zwar sowohl aus eigenen Versuchen, wie aus den bereits genannten von Gudzent. Der letztere glaubte nämlich beobachtet zu haben, daß bei seinen Versuchen mit Radiumemanation an harnsauren Salzen die chemische Einwirkung nicht sowohl durch die Gegenwart der Emanation, als vielmehr der „induzierten Aktivität" bedingt ist.

Aus diesen Beobachtungen scheint jedenfalls hervorzugehen, daß es für die biologische Wirkung der Strahlungen weniger auf deren Energieabgabe, als auf ihre besondern Eigenschaften ankommt.

Wäre dem nicht so, so könnte man bezüglich der β-Strahlung am besten analog der Dosierung von Röntgenstrahlen verfahren, bei denen die biologische Wirkung direkt proportional dem Gesamteffekt der Strahlen gesetzt wird, wobei dieser an der Schnelligkeit einer chemischen Zersetzung oder einer Farbenänderung einer geeigneten empfindlichen Substanz gemessen wird.

Es ergibt sich also für die β-Strahlen die Notwendigkeit, daß die Beziehungen der biologischen Wirkungen zur Absorptionskurve erst gefunden werden müssen; bis dahin wird es aber kaum Zweck haben, für jedes einzelne Präparat auch die Menge der von verschiedenen Filtern durchgelassenen β-Strahlung anzugeben.

Da wir eine weitgehende Proportionalität zwischen Menge der β- und γ-Strahlung eines Radiumpräparates voraussetzen dürfen, wird es also genügen, diese Präparate nach der Methode der γ-Strahlung zu messen.

Dies wären die hauptsächlichen Anforderungen, die von biologischer und therapeutischer Seite an die Radiummessungen zu stellen sind.

Wir sind den Physikern außerordentlich dankbar dafür, daß sie mit der Erforschung der Radioaktivität auch ein biologisch ungemein wichtiges und interessantes Gebiet erschlossen haben.

Ich hoffe zuversichtlich, daß die biologische Wissenschaft auf diesem Wege zu Tatsachen und Schlußfolgerungen gelangen möge, die auch für den Physiker und die Naturwissenschaft im allgemeinen von Interesse sind.

(Eingegangen 20. September 1910.)

Vorträge aus dem Gebiet der Radioaktivität.

Bericht von Lise Meitner.

Mme P. Curie und A. Debierne, Über das metallische Radium.

Frau Curie berichtet über ihre in Gemeinschaft mit Debierne ausgeführten Versuche zur Darstellung von metallischem Radium.

Bis jetzt war es immer nur möglich gewesen, Radium in seinen Verbindungen, zumeist als $RaBr_2$ und $RaCl_2$ herzustellen. Die nachstehend beschriebenen Versuche haben nun zum erstenmal die Gewinnung metallischen Radiums ermöglicht. Die zugrunde gelegte Methode ist die gleiche, die Guntz zur Darstellung von metallischem Barium ausgearbeitet hat. Um die für das Radium brauchbare Arbeitsweise festzustellen, wurden zunächst vorbereitende Versuche mit sehr geringen Bariummengen (0,1 g) ausgeführt.

Das Prinzip der Methode besteht darin, das Amalgam herzustellen und das Quecksilber dann durch Destillation zu entfernen. Das Amalgam wurde durch Elektrolyse aus 0,106 g absolut reinem $RaCl_2$ und ungefähr 10 g Quecksilber erhalten. Es war an der Luft sehr rasch veränderlich. Es war vollkommen flüssig, während das unter gleichen Bedingungen hergestellte Amalgam des Bariums zahlreiche Kristalle enthielt.

Nachdem das Amalgam des Radiums sorgfältig getrocknet war, wurde es in ein Schälchen aus Eisen gebracht, das vorher durch reinen Wasserstoff reduziert worden war. Das Schälchen befand sich in einem evakuierten Quarzrohr. Die Destillation wurde in sehr sorgfältig gereinigtem Wasserstoff ausgeführt und zwar so, daß der Gasdruck immer höher war als der Dampfdruck des Quecksilbers bei der betreffenden Temperatur, um ein Sieden zu vermeiden.

Der größte Teil des Quecksilbers destillierte bereits bei 270^0 über. Dann wurde die Temperatur allmählich erhöht. Bei 400^0 war das Amalgam fest, schmolz aber bei weiterer Temperatursteigerung und gab Quecksilber ab. In dem Maße als das Quecksilber entwich, stieg der Schmelzpunkt ständig an und erreichte schließlich 700^0. Bei dieser Temperatur war keine Destillation des Quecksilbers mehr bemerkbar. Dagegen begann das metallische Radium in reichlichen Mengen zu verdampfen und die Wände des Quarzrohres wurden stark angegriffen. Der Prozeß wurde nun unterbrochen. Das Schälchen enthielt ein weißglänzendes Metall, das seinen Schmelzpunkt bei 700^0 hat.

Dasselbe stellt nach der Annahme der beiden Forscher reines Radium dar. Es adhärierte stark an dem Eisen und konnte nur schwer abgelöst werden. An der Luft wurde es sofort schwarz, wahrscheinlich infolge der Bildung einer Stickstoffverbindung. Wasser zersetzt es sehr energisch und löst sich hierbei zum größten Teil, was darauf hinweist, daß das Oxyd löslich ist. Der kleine unlösliche Rückstand konnte durch Zusatz von sehr wenig Salzsäure in Lösung gebracht werden, ein Beweis, daß keine merklichen Mengen Quecksilber vorhanden sein können.

Eine vorläufige Prüfung der radioaktiven Eigenschaften des Metalls zeigte, daß diese die gleichen wie bei den Radiumsalzen sind.

Da das Radium viel flüchtiger ist als Barium, so soll das Präparat durch Sublimation im Vakuum gereinigt werden.

Durch die vorstehend beschriebenen Versuche ist wohl jeder Zweifel beseitigt, daß Radium ein chemisches Element, zur Gruppe der Erdalkalimetalle gehörig, vorstellt.

Otto Hahn, Über Mesothorium und Radiothorium.

Der Vortragende berichtet über die Herstellung größerer Mengen des von ihm vor mehreren Jahren entdeckten Mesothoriums. Das Mesothorium, das erste Umwandlungsprodukt des Thoriums, besteht aus zwei Körpern, von denen der erste, das Mesothorium I, ohne elektroskopisch nachweisbare Strahlen in 5,5 Jahren zur Hälfte zerfällt. Das Mesothorium II besitzt typische β und γ-Strahlen und zerfällt mit einer Periode von 6,2 Stunden. Aus dem Mesothorium wird das α-strahlende Radiothorium gebildet, dessen Zerfallsperiode etwa 2 Jahre beträgt. Dieses bildet seinerseits alle folgenden Zerfallsprodukte der Thoriumreihe, also ThX, die Emanation und den aktiven Niederschlag.

Da der Bedarf an stark radioaktiven Substanzen in den letzten Jahren sehr gestiegen, Radium selbst aber immer schwieriger zu erhalten ist, so war die Herstellung stark radioaktiver Substanzen als Ersatz für Radium von besonderer Wichtigkeit. Es war naheliegend, für diesen Zweck die oben erwähnten langlebigen Produkte des Thoriums heranzuziehen.

Der Vortragende hat nun in Gemeinschaft mit der Thoriumfirma von Dr. O. Knöfler & Cie. in Plötzensee bei Berlin Mesothor in hochaktiver Form aus Thoriumrückständen hergestellt. Es wurden zwei Präparate in der Gesamtstärke von etwa 50 mg reinem Radiumsalz vorgezeigt. Ein Präparat von 21 mg Gewicht besitzt die Aktivität von 35 mg reinem Radiumbromid. Es ist sonach auf gleiches Gewicht gerechnet, rund 1,7 mal so stark als hundertprozentiges Radiumsalz. Da 1 mg $RaBr_2$ an Aktivität etwa 6 kg ThO_2 oder 12 kg Thornitrat — dem gebräuchlichsten Thorpräparat des Handels — entspricht, so ist das erwähnte Mesothorpräparat von 35 mg Aktivität so stark als 35×12 kg $= 420$ kg Thornitrat. Ein zweites Präparat von 4,75 mg Gewicht besitzt die Aktivität von 15 mg $RaBr_2$. Dieses ist also dreimal so stark als reines Radiumsalz und, wie sich aus obigen Zahlen leicht berechnet, etwa 40 Millionen mal so stark als gewöhnliches Thornitrat. Diese Angaben beziehen sich natürlich nur auf β-(resp. γ-) Strahlen, da Mesothor keine α-Strahlen emittiert.

Da das Mesothor Radiothor mit einer Periode von zwei Jahren nachbildet, so nimmt die Aktivität frisch hergestellter Präparate erst zu, erreicht ein Maximum und nimmt dann ab. Der Maximalwert wird nach ungefähr 3,2 Jahren erreicht und beträgt dann etwa das anderthalbfache der Anfangsaktivität. Nach 10 Jahren ist die Intensität wieder dieselbe wie zur Zeit der Herstellung des Präparats und nach 20 Jahren sind noch etwa 50 Proz. vorhanden. Daß der Abfall so langsam vor sich geht, wird durch die Anwesenheit von Radium in den Präparaten bedingt, das in seiner Menge dem geringen Urangehalt des Ausgangsmaterials entspricht.

Die Darstellung des Mesothors macht auch die Gewinnung von Radiothor möglich. Während nämlich die direkte Abtrennung des Radiothors aus Thorium oder Thormineralien nicht durchführbar ist, gelingt es leicht, aus dem Mesothorium zu beliebigen Zeiten die nachgebildete Menge Radiothor abzutrennen.

Da das Ausgangsmaterial für diese radioaktiven Substanzen in viel größeren Mengen vorhanden ist als Uranrückstände, so ist ihre fabriksmäßige Darstellung für die Zukunft vielleicht erfolgversprechend, obwohl zur Gewinnung gleichwertiger Präparate das mehr als dreißigfache Rohmaterial erforderlich ist, wie bei der Verarbeitung der gebräuchlichen Uranrückstände.

Frederick Soddy, Theorie zur schätzungsweisen Bestimmung des Alters eines portugiesischen Autunits und der Zerfallsperiode des Ioniums aus dem Heliumgehalt des Minerals.

Der Autunit ist das einzige radioaktive Mineral, das kaum nachweisbare Mengen Blei und Helium enthält und dessen Radiumgehalt für das vorhandene Uran zu gering ist. Mlle Gleditsch hatte bei Versuchen mit französischem Autunit gefunden, daß der Radiumgehalt etwa 80 Proz. der normalen Gleichgewichtsmenge beträgt.

Der Vortragende hat in Gemeinschaft mit Miß Pirret in einem portugiesischen Autunit den Radiumgehalt zu nur 44 Proz. der Gleichgewichtsmenge bestimmt. Diese Tatsache spricht dafür, daß der Autunit aus einer so späten Periode stammt, daß das Radium, das sich über das Ionium aus dem Uran bildet, noch nicht mit dem Uran im Gleichgewicht ist.

Da das Ionium im Verhältnis zum Radium eine sehr lange Lebensdauer haben muß, so kann die vorhandene Radiummenge zugleich als Maß der vorhandenen Ioniummenge dienen. Der untersuchte Autunit enthält sonach erst 44 Prozent der Ioniummenge, die für den Fall des Gleichgewichtes seinem Urangehalt entsprechen würde.

Kennt man nun das Alter des Autunits, so ist damit zugleich die Zeit bekannt, in der 44 Proz. der Gleichgewichtsmenge Ionium gebildet wurden und hieraus läßt sich die Zerfallsperiode des Ioniums bestimmen. Voraussetzung ist hierbei allerdings, daß der Autunit ursprünglich frei von Ionium und Radium war, und daß das nachgebildete Ionium vollständig in dem Mineral erhalten geblieben ist.

Das Alter des Minerals kann aus seinem Heliumgehalt bestimmt werden. Für das erwähnte Mineral würde jeder Kubikmillimeter Helium pro Gramm Uran 23000 Jahren entsprechen.

Der Vortragende fand jedoch bei Prüfung verschiedener Autunite, daß der Radiumgehalt und der Heliumgehalt keineswegs parallel gehen, wie es die Theorie erfordert. Vielmehr gibt es Proben, die bei starkem Radiumgehalt einen sehr geringen Heliumgehalt aufweisen. Das scheint darauf hinzudeuten, daß das Mineral bei seiner Bildung neben Uran auch Radium, aber kein Ionium enthält. Solche Proben können natürlich nicht älter als einige tausend Jahre sein. Da der Zerfall des Radiums rascher erfolgt als die Nachbildung des Ioniums, so wird der Radiumgehalt solcher Minerale zunächst abnehmen, ein Minimum erreichen und dann mit der Periode des Ioniums wieder zunehmen. Natürlich müssen diese Verhältnisse bei der erwähnten Schätzung der Lebensdauer des Ioniums berücksichtigt werden.

Versuche zur quantitativen Heliumbestimmung und dadurch ermöglichten Altersbestimmung sind im Gang.

William Duane, Über die Energie der Radiumstrahlen.

Der Vortragende hat die Energie der Radiumstrahlen nach fünf verschiedenen Methoden untersucht. Ein Bolometer, ein Radiometer und eine Thermosäule gaben keine eindeutigen Resultate. Dagegen wurden mit einem Differentialthermometer für Gase und mit einem empfindlichen Kalorimeter positive Resultate erhalten.

Als Strahlenquelle diente Radiumemanation, die in einer kleinen Metallbüchse eingeschlossen war. Diese war mit einem Glimmerfenster versehen, das für die α-Strahlen, wie durch Ionisationsmessungen festgestellt wurde, noch durchlässig war. Durch zwei weitere eingeschaltete Aluminiumfolien konnten die α-Strahlen vollständig zurückgehalten werden.

Wurde die Strahlenquelle an das Kalorimeter gebracht, so war eine deutliche Wärmeentwicklung zu beobachten, wenn keine Aluminiumfolien eingeschoben waren und selbst auch noch bei Einschalten einer Aluminiumfolie.

Wurden aber zwei oder drei Aluminiumfolien in den Strahlengang gebracht, so daß alle α-Strahlen absorbiert, die β- und γ-Strahlen jedoch durchgelassen wurden, so konnte keine Wärmeentwicklung mehr beobachtet werden.

Diese Resultate beweisen, daß die β- und γ-Strahlen keine merkliche Wärmeentwicklung hervorrufen; ferner daß die durch α-Strahlen erzeugte Wärme nicht durch Leitung in das Kalorimeter gelangt, sondern daselbst nur merkbar wird, wenn die α-Strahlen hineinkommen; und schließlich, daß die α-Strahlen auch noch gegen das Ende ihrer Reichweite eine meßbare Energiemenge mitführen.

Der Vortragende beabsichtigt, die Energie der α-Strahlen längs ihrer Reichweite zu bestimmen und hofft auch die Energie der β- und γ-Srahlen messen zu können, falls sie nicht weniger als 1 Proz. der Totalenergie der α-Strahlen beträgt.

Otto v. Baeyer, Otto Hahn und Lise Meitner, Magnetische Spektra von β-Strahlen.

Da über diesen Gegenstand neuere Versuche in einem der nächsten Hefte dieser Zeitschrift veröffentlicht werden sollen, wird von einem Referat dieses Vortrags an dieser Stelle abgesehen.

R. D. Kleeman, Der Durchgang von α-, β- und γ-Strahlen durch Materie.

Der Vortragende hat experimentell gefunden, daß langsame sekundäre β-Strahlen, die durch γ-Strahlen an Metallplatten erzeugt werden, von der Natur der Metallplatten praktisch unabhängig sind.

Ferner, daß Gasmoleküle, die durch α-Strahlen ionisiert werden, nicht nur ein Elektron, sondern deren mehrere abgeben und zwar um so mehr, je größer das Molekulargewicht ist.

Schließlich berichtet der Vortragende auch noch über Streuungsversuche mit γ-Strahlen,

aus denen folgt, daß für Strahlen gleicher Durchdringbarkeit die Streuung mit dem Atomgewicht der absorbierenden Substanz wächst.

W. H. Bragg, Über die Ionisation der Röntgen- und γ-Strahlen.

Ausgehend von der Annahme, daß Röntgen- und γ-Strahlen korpuskularer Natur seien, diskutiert der Vortragende die sich hieraus ergebenden Folgerungen und die Möglichkeit ihrer Prüfung.

Die Korpuskulartheorie gestattet vor allem die Bestimmung der mittleren Reichweite der β-Strahlen in verschiedenen Materialien (dabei ist die Reichweite definiert als die Gesamtlänge der Bahn, wenn man sie sich ausgestreckt denkt). Der Vortragende hat von diesem Standpunkt aus die Reichweiten bestimmt und seine Resultate stimmen sehr gut mit den Ergebnissen, die H. W. Schmidt auf indirektem Wege erhalten hat.

W. Makower, S. Ruß und E. T. Evans, Über den Rückstoß von *RaB* beim Zerfall des *RaA*.

Herr Makower berichtet in seinem Vortrage über zwei Arbeiten, die die Feststellung der Ladung der Rückstoßatome aus ihrer Ablenkung im elektrischen und magnetischen Feld bezwecken.

Die elektrostatische Ablenkung der *RaB*-Teilchen wurde von Makower und Ruß, die magnetische von Makower und Evans untersucht.

Die Versuchsanordnung war folgende:

Ein Platindraht mit Radium *A* wurde symmetrisch zwischen zwei Plattenkondensatoren gebracht. Der eine Kondensator war kurzgeschlossen, zwischen den Platten des zweiten wurden Potentialdifferenzen von 1000—2000 Volt erzeugt. Die ganze Vorrichtung befand sich in einem evakuierten Gefäß. Die nach beiden Seiten ausgeschleuderten Rückstoßatome passierten den Raum zwischen den Kondensatoren und fielen dann auf je eine quergestellte Platte. Die dahin gelangende Menge wurde dadurch festgestellt, daß die Platten nach einer bestimmten Zeit in einem α-Elektroskop auf ihre Aktivität geprüft wurden.

Die Platte, die die *RaB*-Teilchen durch den kurz geschlossenen Kondensator hindurch erhielt, zeigte eine größere Aktivität als die andere, ein Beweis, daß die Rückstoßatome im elektrischen Feld eine Ablenkung erfahren, sonach geladen sind.

Die Verf. schließen aus ihren Versuchen weiter, daß die Ladung positiv ist und der Größe nach gleich der eines einwertigen Ions.

Bei der Messung der Ablenkung im magnetischen Feld wurde der Draht mit Radium *A* so angebracht, daß die Radium-*B*-Teilchen durch einen engen Spalt nach Durchlaufen des starken Magnetfeldes auf eine Metallplatte auffielen. Die Versuche wurden einmal bei einer bestimmten Feldrichtung ausgeführt, dann das Feld umgekehrt und der Versuch wiederholt.

Die Verteilung der aktiven Substanz wurde sowohl elektroskopisch als auch photographisch bestimmt, letzteres indem die Platte mit der den Teilchen exponierten Seite auf eine photographische Platte gelegt wurde. Diese zeigte nach dem Entwickeln zwei verwaschene dunkle Bänder, den *Ra-B*-Teilchen entsprechend, die bei direktem bzw. umgekehrtem Feld die Platte erreichen.

Aus den erhaltenen Resultaten berechnet sich die Geschwindigkeit der *RaB*-Teilchen zu $3{,}27 \cdot 10^7$ cm/sec, ihre Ladung zu der eines positiven Ions und ihr Atomgewicht zu 194, was mit dem theoretisch zu erwartenden Wert der Größenordnung nach stimmt.

Louis Wertenstein, Über die Reichweite der Rückstoßatome.

Es wird die Reichweite der durch Rückstoß ausgeschleuderten *Ra-B*-Teilchen in Luft von verschiedenem Druck und in der Abhängigkeit von der Richtung festgestellt.

Der Vortragende berichtet ferner über diesbezügliche Versuche mit *RaA*, das durch den Zerfall der Emanation seine Geschwindigkeit erhält.

Alois F. Kovarik, Über die Absorption und Reflexion der β-Teilchen in Materie.

Der Vortragende beschreibt Versuche über die Vorgänge bei der Absorption und Reflexion der β-Strahlen.

Es wurden β-Strahlen verschiedener Geschwindigkeiten untersucht. Die verwendeten radioaktiven Substanzen waren in dünnen Schichten auf ganz dünnen Aluminiumfolien aufgetragen und befanden sich im Zentrum einer halbkugelförmigen Elektrode mit der aktiven Schicht nach abwärts.

Die erhaltenen Resultate sind kurz die folgenden:

Die β-Strahlen erfahren beim Durchgang durch Materie eine Streuung, die für Strahlen verschiedener Geschwindigkeit verschieden groß ist. Diese Streuung kann je nach der Versuchsanordnung im ersten Teil der Absorptionskurve einen steileren Abfall oder aber auch ein anfängliches Zunehmen der Strahlungsintensität bedingen. Soll die Störung durch die Streuung vermieden werden, so müssen die absorbierenden

Folien unmittelbar an der Öffnung der Ionisationskammer angebracht werden.

Die β-Strahlen erleiden aber außerdem auch eine Reflexion, deren Größe für Strahlen mit Absorptionskoeffizienten zwischen 75 und 20 mit wachsender Geschwindigkeit der Teilchen zunimmt; für sehr rasche, also sehr durchdringende Strahlen nimmt der Prozentsatz der reflektierten Strahlung wieder ab. Außerdem hängt die Menge der reflektierten Strahlung auch von der Natur des Reflektors ab, indem sie mit steigendem Atomgewicht desselben wächst.

Durch mehrfache Reflexion kann die Ionisation von 100 auf 350 steigen. Die mehrfache Reflexion zeigt dieselbe Abhängigkeit von Strahlgeschwindigkeit und Atomgewicht des Reflektors wie die einfache.

Um die Beeinflussung der Absorptionskurven durch die Reflexion auszuschalten, muß man ebenso viele Folien unter die aktive Schicht bringen, als absorbierende über derselben sind.

(Eingegangen 22. Januar 1911.)

2. Aus der Sektion für Elektrizität:

Über den Magnetismus von Legierungen [1]).

Von F. Richarz.

Es wird nötig sein, für das Verständnis des Folgenden zunächst etwas zu sagen über die Bedeutung der von H. du Bois (Wied. Ann. **46**, 485, 1892) eingeführten Bezeichnung Ferromagnetismus. Ferromagnetisch wären solche Substanzen zu nennen, die in bezug auf charakteristische Eigenschaften des Magnetismus dem Eisen, Kobalt und Nickel näher stehen als die stärksten paramagnetischen Substanzen. Als die für diese 3 Substanzen charakteristischen magnetischen Eigenschaften kann man auf Grund ihres tatsächlichen Verhaltens annehmen:

1. Eine Suszeptibilität, die der Größenordnung nach ähnlich ist derjenigen des Eisens, deren maximaler Wert also der Größenordnung nach etwa gleich 100 ist. Im Gegensatz hierzu haben die stärksten bisher bekannten paramagnetischen Substanzen höchstens Werte der Suszeptibilität, welche an die Größenordnung 10^{-3} herankommen.

2. Die Annäherung der Magnetisierungsintensität mit wachsender Feldstärke an ein Maximum, an die sogen. Sättigung bei den stärksten uns zur Verfügung stehenden Feldern.

3. kann man als charakteristisch für die ferromagnetischen Substanzen annehmen die Eigenschaften der Hysterese, also Remanenz und Koerzitivkraft, welche bei den von uns als paramagnetisch bezeichneten Körpern bisher noch nicht mit Sicherheit nachgewiesen sind.

[1]) Verfaßt zufolge Aufforderung des Komitees für den internationalen Kongreß für Radiologie und Elektrizität zu Brüssel, September 1910.

Es muß vorläufig dahingestellt bleiben, ob nicht kontinuierliche Übergänge zwischen den stärkst paramagnetischen und den schwächst ferromagnetischen Substanzen in Zukunft sich ergeben werden, — Übergänge in bezug auf einzelne oder alle 3 vorgenannten Eigenschaften, und ob diese 3 Eigenschaften stets miteinander verknüpft auftreten oder nicht.

1. Paramagnetische Legierungen mit einer oder mehreren ferromagnetischen Komponenten.

Es ist schon seit langem bekannt, daß der Ferromagnetismus von Legierungen keineswegs eine additive Eigenschaft der Komponenten ist. Dies kann so weit gehen, daß Legierungen ferromagnetischer Komponenten nur noch paramagnetisch sind. In dieser Hinsicht sind folgende Fälle besonders bemerkenswert:

Hopkinson fand, daß bei gewöhnlicher Temperatur eine Legierung von Eisen mit 24,5 Proz. Nickel (und 0,85 Proz. Mangan) in dem Zustand, wie sie vom Fabrikanten kommt, eine Suszeptibilität von etwa 0,03 hat. (Proc. Roy. Soc. **47**, 23—24, Dez. 1889; Elektrotechn. Ztschr. **10**, 434, 1889.)

Die „magnetische Umwandlungstemperatur", d. h. die obere Temperaturgrenze des Ferromagnetismus liegt für reines Eisen bei etwa $+770^0$. Für Hopkinsons Nickeleisen liegt diese Grenze aber bei -20^0, insofern als eine Abkühlung auf -20^0 den Ferromagnetismus wieder auftreten läßt. Wieder auftretend bleibt er dann beim Erwärmen bestehen bis zu einer Temperatur von 580^0. Beim Wiederabkühlen tritt er dann aber auch wieder erst bei -20^0 auf.

Ferner ist besonders bemerkenswert Hadfields Manganstahl mit einem Gehalt von 12 Proz. Mangan (und 1 Proz. C). Seine Suszeptibilität beträgt ebenfalls nur etwa 0,03. Diese Legierung erlangt erst beim Eintauchen in flüssige Luft Ferromagnetismus wieder. (R. L. Wills, Phil. Mag. (5) **50**, 1—37.) Von ihren Komponenten ist Mangan durch die Untersuchungen von W. Gebhardt (Inaug.-Diss. Marburg 1909) als nicht ferromagnetisch wenigstens in bezug auf die Größenordnung der Magnetisierbarkeit sicher nachgewiesen. Daß in der Tat der Ferromagnetismus des Eisens bei gewöhnlicher Temperatur gerade durch den Zusatz von Mangan herabgedrückt

wird, geht daraus hervor, daß der 4 prozentige harte Manganstahl nur noch $^1/_4$ der Magnetisierbarkeit gewöhnlichen Stahls besitzt, der 8 prozentige nur noch $^1/_{20}$ und der 12 prozentige fast gar keine mehr. Ähnlich wie bei Hopkinsons Nickelstahl würde auch hier wieder eine Erniedrigung der magnetischen Umwandlungstemperatur die Ursache des Verschwindens des Ferromagnetismus bei gewöhnlicher Temperatur sein. (Osmond, C. R. **128,** 1385, 1899; Nat. Rdsch. **14,** 408, 1899.)

Für eine Reihe von Nickellegierungen mit und ohne Eisen ist nachgewiesen, daß durch geringe Zusätze, z. B. von Chrom, Mangan oder Kobalt, der magnetische Umwandlungspunkt so schnell herabgedrückt wird, daß sie bei gewöhnlicher Temperatur nur noch paramagnetisch sind. (L. Dumas, C. R. **129,** 42—45, 1899; C. R. **130,** 1311—1314, 1900; Nat. Rdsch. **14,** 511, 1899.)

Nach Reichardt sollen Kobaltlegierungen mit Kupfer noch bis zu 1,5 Proz. herunter ferromagnetisch sein und ihr Magnetismus erst bei heller Rotglut verschwinden. (Ann. d. Phys. **6,** 855, 1901.) Die Legierungen von Nickel und Kupfer findet auch Reichardt bei gewöhnlicher Temperatur nicht (ferro-)magnetisierbar.

Nach allem Gesagten scheint die Auffassung zulässig zu sein, daß die Herabsetzung des Ferromagnetismus durch Zusatz gewisser anderer Substanzen auf einer Erniedrigung der magnetischen Umwandlungstemperatur beruht, in gewissen Fällen bis unter die gewöhnliche Temperatur oder sogar bis unter die Temperatur der flüssigen Luft. Für diese Auffassung sprechen insbesondere auch die Bestätigungen der van't Hoffschen Formel für solche Umwandlungspunkte durch ihn selbst beim Zusatz von Kohlenstoff zum Eisen. (Rapp. prés. au congrès internat. de physique **2,** 332, Paris 1900.) Analoge Bestätigungen haben geliefert unter anderen Ch. E. Guillaume, Journ. de Phys. (3), **7,** 262—274, 1898, für den Zusatz von Chrom zu den oben erwähnten Eisen-Nickel-Legierungen; ferner (auf Vorschlag von E. Warburg) Bruce Hill für Zusätze von Kupfer und Zinn zu Nickel. (Verh. d. D. phys. Ges. **4,** 194—203, 1902; Nat. Rdsch. **17,** 498, 1902.)

Wie überhaupt nach der van't Hoffschen Regel ein Umwandlungspunkt durch Zusätze auch erhöht werden kann, so hat sich auch Erhöhung des magnetischen Umwandlungspunktes durch Zusätze in gewissen anderen Fällen gefunden. Osmond hat nachgewiesen, daß durch Zusätze von Chrom, Wolfram, Arsen und auch von Silizium, Phosphor und Schwefel die magnetische Umwandlungstemperatur des reinen Eisens erhöht wird. (C. R. **110,** 242—245, 1890; C. R. **110,** 346—348, 1890; Nat. Rdsch. **4,** 205, 1889; Nat. Rdsch. **5,** 229, 1890.) Dieser Nachweis bezieht sich aber nur auf die allotrope, magnetische Umwandlung bei fallender Temperatur. Für die meisten dieser Umwandlungen existiert eine Temperaturhysterese entsprechend Überkühlung bzw. Überhitzung.

2. Ferromagnetische Legierungen paramagnetischer Komponenten.

Zwar waren schon früher einige Fälle bekannt, in denen Zusätze jederlei magnetischer Beschaffenheit zu ferromagnetischen Metallen, deren Ferromagnetismus ungeändert ließen oder sogar erhöhten. Z. B. fand Lampadius (Schweig. Journ. **10,** 174, 1814), daß Zusätze des paramagnetischen Platins oder des diamagnetischen Goldes den Ferromagnetismus von Nickel nicht herabsetzten. Etwa 5 Proz. Nickelzusatz verändert nicht die Magnetisierbarkeit von Stahlguß (E. Schmidt, Die magnetische Untersuchung des Eisens und anderer Metalle, Halle a. S., W. Knapp 1900.) Elektrolytisch niedergeschlagenes 4,7 prozentiges Nickel-Eisen hat eine größere Magnetisierbarkeit als reines Eisen. (W. Leick, Wied. Ann. **58,** 714 und **59,** 750, 1897.)

Im Jahre 1898 fand Fr. Heusler, welcher schon im Jahre 1894 infolge einer zufälligen Beobachtung eine Legierung von Mangan und Zinn als stark magnetisierbar erkannt hatte, daß 30 prozentiges Mangan-Kupfer durch Zusatz von Zinn eine ferromagnetische Legierung bildet. Weiterhin hat Heusler dann gefunden, daß ebenfalls die Metalle der Arsengruppe, das diamagnetische Wismut nicht ausgeschlossen, mit Mangan bzw. Mangan-Kupfer ferromagnetische Legierungen ergeben. Auch Mangan-Bor erwies sich als ferromagnetisch. Den stärksten Ferromagnetismus ergaben gewisse Aluminium-Mangan-Kupfer-Legierungen und zwar mit einem Sättigungswert von ca. $^3/_4$ des Gußeisens. (Verh. d. D. phys. Ges. **5,** (1901), 219, 1903.) Die Aluminium-Mangan-Kupfer-Legierungen sind eingehend und zuerst im Physikalischen Institut der Universität Marburg unter Leitung von Fr. Heusler und F. Richarz untersucht worden. Über die Resultate ist näheres zu finden in den Publikationen von diesen, sowie besonders von W. Starck und E. Haupt und von E. Take in den Sitzungsberichten und Schriften der Naturforschenden Gesellschaft zu Marburg 1904—1905, Marburg bei Elwert. Siehe auch: Ztschr. f. ang. Chem. 1904, 260; Nat. Rdsch. **21,** 69, 1906; **22,** 209, 1907; **23,** 249, 1908; Verh. d. D. phys. Ges. **7,** 133, 1905; Ann. d. Phys. **20,** 849, 1906. Diese im Mar-

burger Institut gemachten Beobachtungen sind „zum Teil ohne oder mit nicht genügender Erwähnung von deren Priorität“ bestätigt bzw. erweitert worden durch Arbeiten der Herren Austin (Verh. d. D. Phys. Ges. **6,** 211, 1904); Gumlich (Ann. d. Phys. **16,** 535—550, 1905); Wedekind (Ztschr. f. Elektrochemie **11,** 850, 1905; Ztschr. f. phys. Chem. **66,** 614, 1909; Ber. d. Deutsch. chem. Ges. **28,** 1228); Hadfield (R. A. Chem. News **90,** 180, 1904); Fleming (Fleming und Hadfield, Proc. of the Royal Soc. **76 A,** 271, 1905) und Roß (Edinb. Proc. **27,** 88—92, 1907).

Von größter Wichtigkeit war, daß durch diese Untersuchungen Heusler die Notwendigkeit einer Alterung für seine Legierungen erkannte, wenn diese das Maximum ihres Ferromagnetismus erlangen sollten. Diese Alterung besteht darin, daß die Legierungen nach ihrer Herstellung längere Zeit hindurch auf eine bestimmte erhöhte Temperatur gebracht werden müssen. Die hierfür günstigsten Temperaturen sind mindestens 30^0 niedriger als die magnetische Umwandlungstemperatur, wie bis vor kurzem uneingeschränkt angenommen wurde. Diese Verhältnisse sind indessen erst durch die neuesten Untersuchungen von E. Take (Verh. d. D. phys. Ges. **12,** 1059—1084, 1910) völlig aufgeklärt worden.

Die magnetischen Umwandlungstemperaturen liegen bei den verschiedenen Heuslerschen Legierungen verschieden von ca. 350^0 an abwärts. Wie Take nachgewiesen hat, steigt der Umwandlungspunkt bei wiederholtem Erwärmen und Wiederabkühlen; bei gewissen Legierungen wird er dann schließlich nahezu konstant. Einige Blei enthaltende Bronzen (ungefähr 6 Proz. Blei, 16 Proz. Mangan und 8 Proz. Aluminium) haben einen Umwandlungspunkt von nur $60—70^0$. Für Bronzen mit 11,6 Proz. Mangan und 25 Proz. Aluminium war der Umwandlungspunkt bis zu $+ 5^0$ herabgedrückt. Außer den Aluminium-Mangan-Bronzen wurden im Marburger Institut noch näher untersucht magnetische Mangan-Zinn-Legierungen von E. Haupt und H. Faßbender (Verh. d. D. phys. Ges. **10,** 256, 1908). Letzterer untersuchte auch eingehender Mangan-Antimon-Legierungen, Take außer allen vorgenannten auch noch Wismut-Mangan-Bronzen. Robert S. Williams untersuchte die magnetischen Eigenschaften von Manganlegierungen mit Zinn und Antimon (Ztschr. f. anorg. Chem. **55,** 1, 1907). E. Wedekind untersuchte dieselben sowie Mangan-Boride, Phosphide und Arsenide (l. c. und Verh. d. D. phys. Ges. **7,** 412, 1906; Chem. Ber. **40,** 1259, 1907). Bezüglich der Priorität Heuslers und der Marburger Arbeiten vgl. Fr. Heusler, Wallach-Festschrift 467, Göttingen 1909.

Höchst eigentümlich sind die hysteretischen Eigenschaften der Heuslerschen Legierungen. Die erste darauf bezügliche Beobachtung war bereits von W. Starck gemacht worden, daß nämlich eine Legierung, welche eine bestimmte thermische Vorbehandlung erfahren hatte, nahezu hysteresefrei war. Die genaueren Untersuchungen wurden von P. Asteroth angestellt (Marburger Inaug.-Diss. 1907; Verh. d. D. phys. Ges. **10,** 21, 1908). Sie betrafen relativ kupferreiche Legierungen mit 16,9 Proz. Mangan und ca. 9 Proz. Aluminium, über deren Eigenschaften, insbesondere auch ihre Schmiedbarkeit, Heusler vorläufige Mitteilungen in den Marburger Sitzungsberichten vom November 1905 gemacht hat. Sowohl geschmiedet, als auch nur gegossen zeigen diese Legierungen, deren magnetischer Umwandlungspunkt bei etwa 220^0 liegt, folgendes Verhalten: Bis auf etwa $20—30^0$ oberhalb des magnetischen Umwandlungspunktes erhitzt, in kaltem Wasser oder besser nach Takes Vorschlag in kaltem Quecksilber abgeschreckt, dann bei 140^0 gealtert, ist die Hysterese relativ gering. Bei nochmaligem Erwärmen bis über den Umwandlungspunkt und langsamem Abkühlen zeigen die Proben um so größere Hysterese, je langsamer die Abkühlung stattfand. Die geschmiedete Legierung zeigte durchweg kleinere Hysterese als die nur gegossene. Nach dem Abschrecken zeigte die Schmiedeprobe nur eine verschwindend geringe Hysterese. Bei Wiederholen der Prozeduren läßt sich die Schmiedeprobe immer wieder fast genau reversibel in denjenigen magnetischen Zustand versetzen, der für die betreffende thermische Vorbehandlung charakteristisch ist. Auch in bezug auf Remanenz und Koerzitivkraft hat die neueste Takesche Arbeit weitere Klarstellung der Verhältnisse ergeben.

Von der Hysterese ist wohl zu unterscheiden die temporäre magnetische Nachwirkung (vgl. hierzu: F. Richarz, Marb. Sitzungsber. 179, 1908). Daß Heuslersche Legierungen die letztere sehr stark zeigen, ging schon aus Beobachtungen von E. Haupt hervor. Von ihm unabhängig hat E. Gumlich diese Nachwirkungserscheinungen genauer beobachtet.

3. Erklärung der Magnetisierbarkeit der Heuslerschen Legierungen.

Schon Fr. Heusler selbst hat sogleich bei seiner Entdeckung die Existenz magnetisierbarer chemischer Verbindungen in seinen Legierungen angenommen und diese Ansicht publiziert.

In den Aluminium-Mangan-Kupfer-Legierungen hat Heusler auf Grund der ersten Untersuchungen von W. Starck und Haupt angenommen, daß es sich um Lösungen der magnetisierbaren Verbindung *Mn-Al* in Kupfer handeln könne. Daß dies bei jenen Untersuchungen sich so verhielt, war jedoch ein Zufall. Die weiteren Untersuchungen an kupferreicheren Legierungen von Preußer (Marb. Inaug.-Diss. 1908, siehe auch: Studien über magnetisierbare Manganlegierungen von Fr. Heusler und F. Richarz, 10. Mitteilung, Ztschr. f. anorg. Chem. **61**, 265, 1909) führten aber Heusler zu der weiteren Annahme, daß die Magnetisierbarkeit geknüpft sei an Verbindungen von der Formel $[Al\text{-}M_3]_x$, in welcher Formel die Metallatome M teils Kupferatome, teils Manganatome sein können (beide in isomorpher Mischung). Derartige Verbindungen würden in den magnetisierbaren Bronzen nebeneinander existieren. Diese Anschauung knüpfte an an die von Terreil (Bull. soc. chim. (2) **21**, 289, 1874) zuerst hergestellte Verbindung $AlMn_3$ und an die mehrfach, zuletzt von Gwyer (Ztschr. f. anorg. Chem. **57**, 114), in Tammanns Laboratorium nachgewiesene Verbindung $Al\text{-}Cu_3$. Dazu kommt der ebenda gelieferte Nachweis einer Reihe von Mischkristallen von Mangan und Kupfer durch R. Lehmann (Ztschr. f. anorg. Chem. **57**, 20), sowie durch S. F. Shemtshushny, Urasow und Rykowski (Ztschr. f. anorg. Chem. **57**, 253). Auf die in den anderen Mangan-Legierungen vorhandenen magnetisierbaren Verbindungen einzugehen, würde zu weit führen. Übrigens sind die anderen alle schwächer magnetisierbar und meist auch noch nicht so eingehend untersucht, daß die Zusammensetzung der betreffenden magnetisierbaren Verbindung einwandfrei festgestellt wäre.

Der Prozeß der Alterung würde sich folgendermaßen in die Heuslerschen Anschauungen einfügen lassen. Nach der Herstellung der Legierungen oder auch nach erneutem Erhitzen bis über die Umwandlungstemperatur und Wiederabkühlen sind diejenigen Moleküle oder Molekülaggregate, welche Träger der magnetischen Eigenschaften sind, noch nicht in der Legierung vorhanden; letztere ist dann nur als Gemenge, sei es von Atomen oder von unmagnetischen Molekülen, zu betrachten. Erst durch das Altern tritt Bildung der ferromagnetischen Molekeln oder polymeren Modifikationen von Molekeln ein, die aber durch Temperaturen höher als die Umwandlungstemperatur auch wieder zerstört (dissoziiert) werden können. Aus den neuesten Untersuchungen von Take geht hervor, daß die Alterung auch noch eine zweite Strukturumwandlung hervorruft, auf die wir später noch zurückkommen werden, der zufolge die Koerzitivkraft zunimmt.

Mit der Anschauung Heuslers, daß der Magnetismus an bestimmte Verbindungen geknüpft sei, stimmt in ihrem Wesen überein, die kürzlich von Tammann in bezug auf andere geäußerte, daß der Magnetismus an bestimmte Kristallbildungen geknüpft sei. Denn die Bildung bestimmter Kristalle in Legierungen entspricht natürlich der Existenz einer bestimmten Verbindung. Heusler hat in der Tat als selbstverständlich immer nur kristallisierbare Verbindungen im Sinne gehabt, wie z. B. aus der Stelle Ztschr. f. anorg. Chem. **61**, 278, 1909 hervorgeht. Dort ist von den isomorphen Verbindungen $(Al\text{-}M_3)_x$, in denen M isomorph Mangan oder Kupfer sein kann, ausdrücklich die Rede. Der amorphe Zustand wäre in der Tat für die Vorstellung nicht zu vereinigen mit der dauernden Richtung der Molekularmagnete, wie sie jede Theorie der Magnetisierung annehmen muß. Denn der amorphe Zustand ist ja ein flüssiger, nur mit großer innerer Reibung. Die Molekularbewegung wird also auch im amorphen Zustand mit einer fortschreitenden Veränderung der Molekel-Schwerpunkte und einem Durcheinanderwälzen der Molekeln verbunden sein. Nur der wahre feste Zustand, also der von Kristallen, erteilt den Molekeln stabile Gleichgewichtslagen. Die Wärmebewegung besteht bei ihm nur in Oszillationen um diese stabile Gleichgewichtslage. Eine dauernde Richtung der Molekularmagnete ist bei solcher Konstitution unschwer vorstellbar, nicht aber bei der amorphen, die der flüssigen wesensgleich ist.

Wir wiederholen folgende wichtige Schlußfolgerung Heuslers:

Da das Manganatom im metallischen Mangan und in vielen anderen Verbindungen keinen Ferromagnetismus aufweist, ist der Ferromagnetismus des Manganatoms keine diesem an und für sich zukommende Eigenschaft. Vielmehr wird diese Eigenschaft erst in bestimmten chemischen Verbindungen des Manganatoms entwickelt.

Es fragt sich nun weiter, ob man für dieses Verhalten des Manganatoms in magnetischer Beziehung eine Erklärung zu geben imstande ist. In bezug auf die Ampèreschen Molekularströme nahm F. Richarz an (Sitzungsber. d. Niederrhein. Ges. **47**, 113, 1890; 4. Dez. 1893; Münchn. Sitzungsber. **24**, 3, 1894; Wied. Ann. **52**, 410, 1894; Nat. Rdsch. **9**, 276, 1894), daß dieselben bestünden in Helmholtzschen elektrischen Elementarquanten, die innerhalb der Atome sich in kreisförmigen Bahnen bewegen. Diese Zirkulation der Elementarquanten

im Atom nahm F. Richarz als bereits vor der Einwirkung des äußeren magnetisierenden Feldes existierend an. (Ähnliche Anschauungen sind später auch von Langevin und Pierre Weiß ausgesprochen worden.) Die Bahnebenen der zirkulierenden Elektronen besitzen dann aber noch im Sinne der Wilhelm Weberschen Theorie alle möglichen Richtungen. Beim Hineinbringen in ein magnetisches Feld werden die Bahnebenen unter Überwindung quasielastischer intraatomarer Kräfte mehr oder weniger gerichtet. Ich habe damals schon auf Grund dieser Annahme berechnet, daß bei Parallelrichtung sämtlicher Bahnebenen für die magnetische Sättigung sich Werte der maximalen Magnetisierung berechnen lassen, die mit denjenigen, welche erfahrungsgemäß bei Eisen, Kobalt und Nickel gefunden werden, der Größenordnung nach übereinstimmen.

Durch die unter meiner Leitung ausgeführten Dissertationen über die Heuslerschen Legierungen, insbesondere diejenigen von Herrn Paul Asteroth und Werner Gebhardt, veranlaßt, habe ich weiter mir über den Unterschied von paramagnetischen und ferromagnetischen Substanzen Rechenschaft zu geben versucht und habe die darüber möglichen Anschauungen in den genannten Dissertationen veröffentlicht. In beiden Fällen muß die ursprüngliche Existenz zirkulierender Elektronen angenommen werden. Man kann aber entweder annehmen, daß in den ferromagnetischen Substanzen solche Elektronen in größerer Anzahl oder mit größerer Geschwindigkeit oder in weiteren Bahnen rotierend vorhanden sind als bei den paramagnetischen Substanzen; oder man kann annehmen, daß die Richtbarkeit der Bahnebenen bei den ferromagnetischen Substanzen größer ist als bei den paramagnetischen. Bei beiden Anschauungen wird also jedenfalls für den ferromagnetischen Zustand eine freiere Beweglichkeit von gewissen Elektronen angenommen, sei es durch freiere Rotation, sei es durch freiere Richtbarkeit der Bahnebenen, oder eine Vermehrung der Anzahl dieser freier beweglichen Elektronen.

Allgemein würden also Atome, welche zirkulierende Elektronen besitzen, wenigstens befähigt sein, der betreffenden Substanz Paramagnetismus oder gegebenenfalls auch Ferromagnetismus zu erteilen[1]). In welchem Grade letzteres der Fall ist, hängt weiter noch von folgendem ab: Entsprechend der Richtung der Wilhelm Weberschen Molekularmagnete würde die Parallelrichtung der Bahnebenen der Elektronen die Magnetisierbarkeit bedingen. Die Bahnebenen der zirkulierenden Elementarquanten in dem betreffenden Atom können aber mehr oder weniger frei richtbar sein.

In bezug auf die Heuslerschen Legierungen hat Richarz daher angenommen, daß im Manganatom die Zirkulation gewisser Elektronen oder die Richtbarkeit der zirkulierenden Elektronen für gewöhnlich durch benachbarte elektrisch entgegengesetzte Elementarquanten oder auch auf andere Weise behindert sein können. Ganz aufgehoben wären sie auch dann nicht, so daß paramagnetisches Verhalten vom Mangan allgemein gezeigt wird. In den Heuslerschen Legierungen aber würde jene Behinderung durch die vorhandenen Verbindungen des Manganatoms mit Aluminium- oder Kupferatomen beseitigt werden. Die dann auftretende bedeutend freiere Zirkulation gewisser Elektronen oder Richtbarkeit ihrer Bahnebenen würde zu den ferromagnetischen Eigenschaften führen.

Die Hysterese kann erklärt werden dadurch, daß man annimmt, die Richtung der W. Weberschen Molekularmagnete (zirkulierenden Elektronen), die im allgemeinen sowohl als Richtung der rotierenden Elektronen in der Molekel als auch mit der Molekel stattfinden kann, geschehe nur unter Überwindung eines reibungsähnlichen, d. h. irreversiblen, Wärme erzeugenden, molekularen Widerstandes. Wie man sich diesen vorstellen kann, bleibe zunächst

1) Bei meiner eben erwähnten Berechnung der Sättigungswerte der Magnetisierbarkeit, wie ich sie bereits im Jahre 1893 ausgeführt habe, ist nicht berücksichtigt die Wärmebewegung, welche notwendigerweise und wie auch bereits seit langem angenommen, der Richtung der Molekularmagnete entgegenwirkt. Bei der freien Beweglichkeit der Molekeln, wie sie für die Wärmebewegung in Gasen und Flüssigkeiten anzunehmen ist, wird bei ein und derselben äußeren magnetischen Feldstärke dadurch allerdings der Wert der bei ihr erreichten Magnetisierung um eine Größenordnung herabgesetzt. Bei derjenigen Vorstellung dagegen, die wir uns von der Wärmebewegung in festen Körpern machen müssen, ist diese Herabsetzung eine geringere, denn die Wärmebewegung in festen Körpern hat man sich vorzustellen als unregelmäßige Oszillationen um eine Lage stabilen Gleichgewichtes. Dabei wird man sich zu denken haben, daß im allgemeinen vor allem der Schwerpunkt der Molekel diese oszillatorische Bewegung ausführt. Durch diese Bewegung allein genommen würde überhaupt noch keine Beeinträchtigung der Richtung der Molekularmagnete hervorgerufen werden. Vielmehr würde sogar andererseits bei Kristallstruktur bereits die durch die Molekularkräfte hervorgerufene gegenseitige Orientierung der Molekeln auch eine Parallelrichtung der Molekularmagnete hervorbringen. Dazu kommt aber allerdings noch eine andere Bewegung der einzelnen Molekeln, die in einer oszillatorischen Rotation um Achsen bestehen kann, die durch den Schwerpunkt der Molekel hindurchgehen. Diese letztere Art der Wärmebewegung würde in der Tat einen desorientierenden Einfluß auf die Richtung der Molekularmagnete ausüben. Dieser Einfluß wird indessen nur gering sein, und die Werte der Magnetisierbarkeit, welche ohne ihre Berücksichtigung berechnet werden, können durch diesen Einfluß nur unerheblich herabgesetzt werden.

dahingestellt. Die Heuslerschen Legierungen, über ihren Umwandlungspunkt hinaus erhitzt, dann abgekühlt und gealtert, befinden sich je nach der Schnelligkeit des Abkühlens in verschiedenem Zustand bezüglich ihrer hysteretischen Eigenschaften. Zur Erklärung dieser Verschiedenheiten knüpft Richarz an die Anschauung an, daß je nach den speziellen Verhältnissen bei der Abkühlung mehr oder weniger komplizierte Molekularaggregate gebildet werden. Kühle ich sehr schnell ab, d. h. schrecke ich die über den magnetischen Umwandlungspunkt erhitzte Legierung in kaltem Wasser oder Quecksilber ab, so kann man annehmen, daß jetzt die Molekeln nicht die Zeit haben, zu komplizierteren Aggregaten zusammenzutreten, wie sie es bei langsamem Erkalten tun würden. Daß diese Abhängigkeit von der Erkaltungsgeschwindigkeit besteht, ist auch sonst bekannt; z. B. gehen manche Schmelzflüsse bei schnellem Abkühlen in den amorphen Zustand über, während sie nach langsamem Abkühlen eine kristalline Struktur erhalten. Der letztere Zustand ist aber gegenüber dem ersteren derjenige mit den komplizierteren Molekularaggregaten. Die Bildung komplizierterer Aggregate beim langsamen Abkühlen wird Molekeln hervorrufen, die nur mit größerer „Reibung" den magnetischen Kräften folgen, also stärkere Hysterese aufweisen. Die nach dem Abschrecken existierenden einfacheren Molekeln werden mit geringerer oder gar keiner „Reibung" den Feldkräften folgen.

Der Zustand der abgeschreckten und darnach in zweckmäßiger Weise gealterten Legierungen ist demjenigen vollkommen elastischer Körper vergleichbar; der Zustand der langsam abgekühlten um so mehr den unvollkommen elastischen Körpern, je langsamer die Abkühlung war. Hieraus ist auch verständlich, daß die geschmiedeten Legierungen in magnetischer Beziehung „vollkommener elastisch" sind als die nach dem Guß nicht geschmiedeten. Durch das Schmieden wird der mit unregelmäßigen Spannungen und Lagerungszuständen behaftete Guß durchknetet und molekular gleichmäßiger gemacht.

Die Bildung solcher komplizierterer Molekularaggregate nimmt Take auch zur Erklärung der zweiten, beim Altern auftretenden, von ihm neuerdings gefundenen Strukturumwandlung an.

Auch darüber, wie man sich den reibungsähnlichen Vorgang denken könnte, der die Ursache der Hysterese ist, sollen wenigstens einige Worte gesagt werden, die im Zusammenhange mit dem Vorhergehenden stehen. Man kann sich die Molekularmagnete bei ihrer Richtung nur ruckweise nachgebend denken; der zurückgebliebene Zustand bei Feldverstärkung vor einem solchen Ruck bedeutet dann Hysterese. Findet das ruckweise Nachgeben statt, so wird dabei potentielle magnetische Energie in kinetische Molekularenergie verwandelt; letzteres aber bedeutet irreversible Temperaturerhöhung. Auch hier sieht man wieder, daß komplizierterer Bau der Molekeln diese „reibungsähnlich wirkenden" Rucke begünstigen wird. Eine bestimmtere, anschaulichere Vorstellung über das Zustandekommen dieser Rucke würde man nach I. A. Ewing, Magnetische Induktion (deutsch bei Oldenbourg, München 1892, 280 ff.) gewinnen. Nach seiner Anschauung würde ein solcher Ruck dem Umschlagen beim Passieren einer (richtig bezeichnet) stabil-labilen Gleichgewichtslage entsprechen. (Vgl. F. Richarz, Ann. d. Phys. **8**, 352, 1902.)

Durch die Hypothese der komplizierteren Molekularaggregate würden also die von Heusler und Asteroth gefundenen merkwürdigen hysteretischen Eigenschaften der kupferreichen Aluminium-Mangan-Bronzen ihre Erklärung finden.

4. Beziehung zu anderen physikalischen Eigenschaften.

E. Take hat nachgewiesen, daß mit den magnetischen Umwandlungen der Heuslerschen Legierungen Volumenänderungen und zwar stets Kontraktionen bei steigender Temperatur verknüpft sind. Gemessen wurden diese dilatometrisch durch die Längenänderungen von Stäben. Durch die Längenänderungen konnte Take auch noch bei höheren Temperaturen an dem unmagnetischen Material andere irreversible Umwandlungspunkte konstatieren. Diese führten zu dauernden Kontraktionen oder Dilatationen. Ihre Größe betrug in einem Falle 5 Proz. des ursprünglichen Volumens.

Guthe und Austin, Bull. of Stand. **2**, 297, 1906, untersuchten die Magnetostriktion Heuslerscher Bronzen. Sie fanden Dilatation. Hatte sich ein Stab in einem starken Feld ausgedehnt, so fand weiterhin bei konstant bleibendem Feld eine fortwährende geringe Zusammenziehung statt. Ein derartiges Verhalten der Magnetostriktion tritt weder bei Eisen, Nickel noch Kobalt auf. Auch I. C. Mc Lennan hat die Magnetostriktion beobachtet (Physik. Rev. **24**, 248, 1907). H. Zahn und H. Schmidt (Verh. d. D. phys. Ges. **9**, 98, 1906) haben festgestellt, daß der Halleffekt und der thermomagnetische Effekt an zwei Heuslerschen Proben in verhältnismäßig hohem Maße auftreten, obwohl die Bestandteile der Legierungen diese Effekte nur sehr schwach erkennen ließen.

Es hat sich weiter ein Zusammenhang der magnetischen Verschiedenheiten ein und der-

selben Heuslerschen Manganbronze in ihren verschiedenen Zuständen mit ihrer spezifischen Wärme ergeben. In Anknüpfung an seine Theorie des Gesetzes von Dulong-Petit hatte Richarz vermutet, daß die Zustände, bei denen das Vorhandensein von komplexen Molekularaggregaten von ihm angenommen wurde, mit einer Herabsetzung der spezifischen Wärme verbunden seien; denn die Bildung von Molekularkomplexen entspricht der Herabsetzung der molekularen Bewegungsfreiheit und damit auch einer Verminderung der spezifischen Wärme. Diese Vermutung hat Ernst Dippel bestätigt gefunden (Marb. Inaug.-Diss. 1910). Er fand höhere spezifische Wärme bei einer Heusler-Asterothschen Bronze in abgeschrecktem Zustand, in dem die Hysterese klein war. Er fand kleinere spezifische Wärme bei derselben Bronze nach langsamer Abkühlung, in welchem Zustand die Hysterese groß ist.

Nach den oben auseinandergesetzten theoretischen Vorstellungen über das Zustandekommen des Ferromagnetismus gewisser Metalllegierungen würde der ferromagnetische Zustand einer freieren Beweglichkeit von gewissen Elektronen entsprechen, die ja durch diese freiere Beweglichkeit die Rotationsfähigkeit oder die freiere Richtbarkeit ihrer kreisförmigen Bahnen erlangen sollen. Nach den Elektronentheorien der Metalle von Riecke und Drude hängt die elektrische Leitfähigkeit der Metalle von Beweglichkeit und Zahl der freien Elektronen ab und F. Richarz hat schon früher in Anknüpfung an die Marburger Inauguraldissertation von O. Richter 1908 (siehe auch F. Richarz, Anfangsgründe der Maxwellschen Theorie verknüpft mit der Elektronentheorie, Teubner, Leipzig 1909, 83) folgende Anschauung über das Verhalten der Leitungselektronen in Metallen ausgesprochen: Da die Leitungselektronen nur einen ganz untergeordneten Einfluß auf die spezifische Wärme haben, muß man sich wohl vorstellen, daß sie nicht vollkommen frei beweglich zwischen den ponderablen Atomen umherschwirren. Statt dessen kann man sich vorstellen, daß die Leitungselektronen im allgemeinen um die ponderablen Atome herum, oder um stabile Gleichgewichtslagen in ihnen, Zentralbewegungen ausführen, und daß sie hin und wieder sich von dem ponderablen Atome freimachen; nach kurzer Zeit würden sie sich dann aber wieder an ein anderes ponderables Atom anschließen. Bei dieser Vorstellung könnte man vermuten, daß die erleichterte Beweglichkeit der zirkulierenden Elementarquanten, welche als Ursache des Ferromagnetismus angenommen wurde, auch eine erhöhte Leitfähigkeit zur Folge haben könnte. Jedoch würden diese zirkulierenden Elektronen nur einen Teil der Gesamtzahl der Leitungselektronen ausmachen, so daß also der Einfluß einer erhöhten Magnetisierbarkeit nur in abgeschwächtem Verhältnis auch eine Erhöhung der Leitfähigkeit zur Folge haben würde. Ferner ist nur dann ein merkliches Hervortreten dieses Einflusses auf die Leitfähigkeit zu erwarten, wenn andere kräftigere Einflüsse sich nicht geltend machen. Letztere Bedingung wird erfüllt sein, wenn man ein und dieselbe Substanz im ferromagnetischen und nichtferromagnetischen Zustand vergleicht. Die Heuslerschen Legierungen in ihrem je nach der thermischen Vorbehandlung ganz schwach oder stark ferromagnetischen Zustande werden die Erkennung des Einflusses der Magnetisierbarkeit allein auf andere physikalische, insbesondere auch die eben erwähnten elektrischen Eigenschaften ermöglichen.

Entsprechend wäre auch ein Einfluß der erhöhten Magnetisierbarkeit auf das thermoelektrische Verhalten zu vermuten. Dieser Einfluß würde bei Temperaturerhöhung ein Überströmen von negativen Elektronen aus einer magnetisierbareren Modifikation in eine weniger magnetisierbare hinein zur Folge haben, also einen thermoelektrischen Strom an der heißeren Stelle von der weniger zur stärker magnetisierbaren.

Zur Prüfung dieser Vermutungen würden sich die bereits mehrfach erwähnten Heusler-Asterothschen Legierungen ganz besonders eignen, da sie mit besonderer Sicherheit sich durch thermische Behandlung in den stärker oder weniger stark magnetisierbaren Zustand versetzen lassen. Hierauf hat F. Richarz bereits in der Sitzung der Marburger Naturf. Ges. vom 5. August 1908 aufmerksam gemacht (Sitz.-Ber. vom 9. Dez. 1908). Siehe auch Ztschr. f. anorg. Chem. **61,** 265, insbesondere 271, 1909. An beiden Stellen ist auch bereits erwähnt, daß derartige Versuche von F. A. Schulze im Marburger Institut in Angriff genommen waren.

Über die Resultate dieser Versuche hat F. A. Schulze vorläufig berichtet in der Sitzung der Marburger Gesellschaft vom 4. August 1910 (Sitz.-Ber. 71; auch Verh. d. D. phys. Ges. 822, 1910 und diese Ztschr. **11,** 1004, 1910). Diese Versuche haben ergeben, daß in der Tat die elektrische Leitfähigkeit solcher Manganbronzen im gealterten stark magnetisierbaren Zustande bis etwa auf das $1\frac{1}{2}$ fache steigen kann gegenüber demjenigen Werte, welchen die Leitfähigkeit im ungealterten schwach magnetisierbaren Zustande hat. Für das thermoelektrische Verhalten hat sich für Temperaturen oberhalb etwa 200° ergeben, daß, von einigen Ausnahmen

abgesehen, der Strom an der heißeren Kontaktstelle wie erwartet von der schwach magnetisierbaren, ungealterten Probe zu der gealterten, stark magnetisierbaren fließt. In bezug auf die Stärke der thermoelektrischen Kraft ist in den meisten Fällen ein Parallelgehen mit dem Stärkerwerden der Magnetisierbarkeit zu konstatieren.

Die Stellen der Maximalwerte werden jedoch bei fortschreitender Alterung für die Thermokraft früher erreicht als für die Magnetisierbarkeit. Dazu ist zu bemerken, daß allgemein die Folgerungen der Elektronentheorie für die Thermokraft nur schlecht bestätigt werden, es kommen zuweilen große Widersprüche vor zwischen Theorie und Erfahrung.

Über die Komplikationen im einzelnen gibt die demnächst erscheinende ausführliche Publikation von F. A. Schulze Auskunft.

Somit haben die entwickelten Vorstellungen über das Zustandekommen des Ferromagnetismus insbesondere der Legierungen sich zum mindesten als fruchtbares heuristisches Prinzip erwiesen.

(Eingegangen 27. Januar 1911.)

Ausbreitung der Wellen in der drahtlosen Telegraphie. Einfluß der Bodenbeschaffenheit auf gerichtete und ungerichtete Wellenzüge.

Von A. Sommerfeld.

Die Mitteilung berichtet über eine Arbeit des Verf. (Ann. d. Phys. **28**) und ergänzt dieselbe in verschiedenen Punkten. 1. Gültigkeitsbereich der Theorie des vollkommenen Leiters. Für kleine Entfernungen stimmt, wie früher gezeigt, das Feld bei vollkommener Leitfähigkeit des Erdbodens mit demjenigen überein, das sich mit Rücksicht auf die endliche Leitfähigkeit ergibt. Läßt man eine Abweichung von 10 Proz. zu, so kann man den Gültigkeitsbereich der Vollkommenen-Leiter-Theorie bestimmen als diejenige Entfernung, innerhalb deren die Abweichung $<$ 10 Proz. ist. Während Verf. diesen Gültigkeitsbereich früher aus Amplitude und Phase berechnet hatte, machte ihn M. Abraham darauf aufmerksam, daß der Gültigkeitsbereich sich erweitert, wenn man dabei nur die für die Praxis wesentlichere Amplitude betrachtet. In diesem Sinne berechnet umfaßt der Gültigkeitsbereich der Vollkommenen-Leiter-Theorie für Seewasser und lange Wellen ($\lambda = 2$ km) zwei Erdquadranten (die Erde immer als eben angesehen); in diesem Falle reicht also jene Theorie für alle praktisch vorkommenden Entfernungen aus. Bei $\lambda = 1/3$ km wird aber auch nach der Amplitude gerechnet der Gültigkeitsbereich für Seewasser nur 500 km; für andere Bodenbeschaffenheit fällt er auch bei langen Wellen erheblich kleiner aus (von der Ordnung weniger Wellenlängen). Die früheren Angaben des Verf. bleiben also auch bei dieser Berechnungsweise zu recht bestehen, außer für den besonders wichtigen Fall von langen Wellen über See. 2. Einfluß der Dielektrizitätskonstante des Erdbodens auf die Ausbreitung. Während die Abnahme der Wellenwirkung mit der Entfernung früher nur für Fälle untersucht und graphisch dargestellt war, in denen die Dielektrizitätskonstante neben der Leitfähigkeit vernachlässigt werden konnte, wird diese Abnahme jetzt auch mit Rücksicht auf die Dielektrizitätskonstante bestimmt (Süßwasser). Es zeigt sich eine Aufstauung der Intensität in der Nähe des Senders durch Kapazitätswirkung, derart, daß die Abnahme für kleine Entfernungen sogar langsamer erfolgt, wie bei vollkommener Leitfähigkeit, um dann bei größeren Entfernungen um so schneller zu werden. 3. Einfluß der Wellenlänge auf die Ausbreitung. Entsprechend der früher entwickelten Theorie wächst die „numerische Entfernung" und nimmt daher die Reichweite ab mit abnehmender Wellenlänge; die Reichweite wird dabei bezogen auf die Einheit der emittierten Energie und gemessen gedacht mit einem idealen Empfänger, der genau proportional der auffallenden Energie anspricht. Daraufhin müßte sich der Einfluß der endlichen Leitfähigkeit auch bei Seewasser schon in Entfernungen von 1000 km stark bemerklich machen, wenn man kleine Wellenlängen (z. B. $\lambda = 300$ m) anwendet. Es werden eine Reihe von Diagrammen gegeben, welche den verschieden starken Abfall der Intensität mit der Entfernung bei verschiedenen Wellenlängen veranschaulichen und es wird ein Vorschlag zum experimentellen Nachweis dieser Verhältnisse gemacht. 4. Gerichtete drahtlose Telegraphie mit dem geknickten Marconischen Sender. Die Methode des Verf. ist auf den Fall einer unsymmetrischen Emission mit horizontalem Antennenast von H. v. Hörschelmann übertragen worden. Hierbei zeigt sich, daß der Richtungseffekt nur bei mäßiger Leitfähigkeit des dem Sender benachbarten Bodens möglich ist, während er bei vollkommener Leitfähigkeit (Seewasser) verschwinden würde. Nur in jenem Falle können sich im Boden Erdströme (von vertikaler Richtung) ausbilden, welche auf die Ferne wie virtuelle Antennen wirken und durch ihre Interferenz den Richtungseffekt erzeugen.

Die Mitteilung ist in ausführlicherer Form in dem Jahrbuch der drahtlosen Telegraphie und Telephonie erschienen.

(Eingegangen 26. November 1910.)

BESPRECHUNGEN.

Fr. Dingeldey, Sammlung von Aufgaben zur Anwendung der Differential- und Integralrechnung. Erster Teil: Aufgaben zur Anwendung der Differentialrechnung. gr. 8. IV u. 202 S. mit 99 Figuren. Leipzig, B. G. Teubner. 1910. In Lwd. geb. M. 6.—

Nachdem es heute wohl allgemein Brauch geworden ist, nicht nur den Übungsstoff für die Differential- und Integralrechnung den Anwendungen auf Physik und Technik zu entnehmen, sondern auch die grundlegenden akademischen Vorlesungen selbst durch physikalische und technische Beispiele zu beleben, fehlte ein Übungsbuch, welches diesen neueren, von verschiedenen Seiten nachdrücklich befürworteten Tendenzen des mathematischen Unterrichts vollständig entsprach. Diesem Mangel hilft das Buch von Herrn Dingeldey in erfreulichster Weise ab.

Die äußere Anlage der Dingeldeyschen Sammlung entspricht ungefähr derjenigen der bekannten Aufgabensammlung von Sohncke-Amstein. Ihren Inhalt und Entwicklungsgang charakterisieren wohl hinreichend die folgenden Stichwörter aus dem Inhaltsverzeichnis: Differentiation von Funktionen mit einer und mehreren Veränderlichen; Anwendung der Differentialrechnung auf die Geometrie (Tangenten, Normalen, Fußpunktskurven usw.); Unendliche Reihen; Wendepunkte und singuläre Punkte, Asymptoten einer Kurve; Maxima und Minima; Berührungen von Kurven und allgemeine Kurvendiskussion. An geeigneten Stellen hat der Herr Verfasser ganz knappe Aufzählungen der wichtigsten Definitionen und Sätze aus der Differentialrechnung eingefügt. Meistens folgt jeder Aufgabe eine vollständige, oder mindestens ausreichende Anleitung zur Auflösung.

Von der Sohnckeschen Sammlung unterscheidet sich aber die vorliegende noch dadurch, daß sie außer den geometrischen und rein analytischen Aufgaben eine große Anzahl interessanter und reizvoller Beispiele aus der Physik, Elektrotechnik, Maschinenlehre, Geodäsie usw. bringt. Hat so der angehende Mathematiker Gelegenheit, sich in der Analysis zu üben, so wird der Physiker und Techniker das Handwerkszeug gewinnen für die schwierigeren und subtileren Aufgaben, die später seiner harren.

Die Schwierigkeiten der Aufgaben sind dem Verständnis des Anfängers durchaus angepaßt, jedoch so, daß jede eine nützliche Lehre enthält. Besonders ist anzuerkennen, daß der Herr Verfasser stets den richtigen Ton getroffen hat in den Erklärungen der in den Aufgaben verwendeten Begriffe, welche den verschiedenartigsten Gebieten entlehnt sind. Er hat damit eine wirkliche Schwierigkeit überwunden, welche der ausgedehnten Heranziehung von angewandten Problemen im Unterricht so oft hinderlich im Weg steht.

Sowohl Lehrer wie Lernende können dem Herrn Verfasser nur dankbar sein für seine Arbeit — möchte sie von unseren Studenten zu ihrem Vorteil ausgenutzt werden.

Sommer.

Willy Wagner, Der Lichtbogen als Wechselstromerzeuger. Mit besonderer Berücksichtigung des Bogens zwischen Metallelektroden. 8. IV u. 119 S. mit 44 Textfiguren. Leipzig, S. Hirzel. 1910. Geheftet M. 3.60, geb. M. 4.50

Aus dem Simonschen Institut für angewandte Elektrizitätslehre in Göttingen sind in den letzten Jahren im Anschluß an die Simonschen Arbeiten mehrere Untersuchungen über Lichtbogenschwingungen hervorgegangen. Hierzu gehört auch die vorliegende Schrift. Der Verfasser beschreibt Versuche über den Lichtbogen mit Metallelektroden als Wechselstromerzeuger, und zwar bis zu Hertzschen Frequenzen. Wertvoll für den auf diesem Gebiete Arbeitenden dürfte auch das ausführliche kritische Referat der Simonschen Theorie und der von anderer Seite daran angeschlossenen Betrachtungen sein. Schließlich wird eine Erweiterung der vorliegenden Theorie gegeben, die dem Simonschen Parameter $S = F \cdot T$ (T die Lichtbogentemperatur, F die Kraterfläche) einer allgemeineren Diskussion unterzieht. Die Versuchsresultate werden im Einklang mit der Theorie stehend gefunden und sind von erheblichem technischen Interesse. — Das, was über das Spektrum des Bogens gesagt ist, wird vielleicht, ebenso wie verschiedene allgemeine physikalische Betrachtungen über die Vorgänge im Bogen selbst, auch das Interesse manches Lesers finden, der nicht speziell über elektrische Schwingungen arbeitet.

H. Hörig.

K. Baedeker, Die elektrischen Erscheinungen in metallischen Leitern. (Leitung, Thermoelektrizität, galvanomagnetische Effekte, Optik.) (Sammlung „Die Wissenschaft". Heft 35.) 8. VIII und 146 S. Braunschweig, Fr. Vieweg & Sohn. 1911. M. 4.—, gebunden M. 4.80

Einem wirklich vorhandenen Bedürfnis entsprechend wird in dieser Monographie versucht, das vorliegende Tatsachenmaterial einheitlich darzustellen. Wenn auch auf so beschränktem Raume, wie ihn diese Sammlung vorschreibt, von einer erschöpfenden Darstellung keine Rede sein kann, so wird doch jeder, der auf diesem Gebiete arbeitet, die kleine Schrift mit Interesse lesen.

Nach einer, die theoretischen Gesichtspunkte skizzierenden Einleitung, in der namentlich die Bedeutung des Richardsoneffektes besonders gewürdigt wird, gibt der Verfasser im ersten Kapitel unter Referierung der diesbezüglichen Elektronentheorie eine Darstellung der Elektrizitätsleitung in Metallen, wobei er unter anderem den Ergebnissen neuerer Arbeiten bei tiefen Temperaturen und dem Verhalten der Legierungen die zeitgemäße Beachtung schenkt. Das folgende Kapitel wurde der Wärmeleitung und der Diskussion des Leitverhältnisses gewidmet. Sodann erweckt besonderes Interesse der Abschnitt über die thermoelektrischen Erscheinungen. Nach der üblichen Darstellung der thermoelektrischen Kräfte, die eine beachtenswerte Tabelle der betreffenden Koeffizienten enthält, findet man die grundlegenden Gesichtspunkte für die Legierungen referiert. In der die Wirkung des Druckes auf die thermoelektrische Kraft wiedergebenden Tabelle XII ist, entgegen der im Vorwort betonten Vollständigkeit der Zahlenangaben, die Zahl für die von mir bis 1400 kg cm^{-2} untersuchte Kalium-Natrium-Legierung trotz Zitierung der Arbeit nicht mit angegeben. —

Willkommen wird manchem Leser die Zusammenstellung neueren Zahlenmaterials sein, welche Baedeker beim Peltier- und Thomsoneffekt gibt. Die folgende Darstellung der thermodynamischen Behandlung der

Thermoelektrizität zeichnet sich durch Klarheit und zahlenmäßige Prüfung aus. Das anschließende elektronentheoretische Referat ist etwas kurz gehalten, von Interesse aber ist die weiterhin gegebene Anwendung Baedekers der namentlich von H. A. Wilson und Richardson ausgebildeten Vorstellung eines Elektronendampfdruckes auf die Berechnung eines Thermoelementes. Hierzu vergleiche man übrigens außer der Arbeit von Baedeker[1]) auch die von F. Krüger[2]). Das gut disponierte vierte Kapitel bringt die galvanomagnetischen und thermomagnetischen Erscheinungen, während der letzte, mehr als referierender Anhang gedachte Abschnitt die optischen Eigenschaften der metallischen Leiter zum Gegenstand hat. Kurven und Tabellen sind gut, dagegen hätte das Buch durch zahlreichere Literaturnachweise, namentlich bei den älteren, fundamentalen, Arbeiten sehr an Wert gewonnen, auch dürfte es sich bei späterer Neuauflage empfehlen, dem Sachverzeichnis durch gründliche Vervollständigung seinen jetzigen stark selektiven Charakter zu nehmen.

H. Hörig.

1) Diese Zeitschr. 11, 809, 1910.
2) Diese Zeitschr. 11, 800, 1910.

Berichtigung.

In meiner Arbeit „Das Isolieren eines Ions usw." (diese Zeitschr. 11, 1097, 1910) sind die nachstehenden ziemlich irreführenden Druckfehler vorgekommen, da ich es versäumt habe, die Korrekturbogen durchzusehen. Es scheint mir zweckmäßig, darauf hinzuweisen, damit nicht bei etwaiger Wiedergabe der Tabellen diese Fehler weiter verbreitet werden.

1. In Tabelle 13, S. 1108, müssen alle Zahlen der fünften Spalte („Wahrscheinlicher Fehler") kleiner als 1 sein. Es muß also heißen:

0,5	statt	1,5
0,7	„	1,7
0,4	„	1,4
usw.		usw.

2. Ähnlich ist es in Tabelle 12, S. 1107. Hier sind nur die vier ersten und die vier letzten Zahlen der letzten Spalte („Wahrscheinlicher Fehler") richtig. Die übrigen müssen heißen:

0,5	statt	1,5
0,7	„	1,7
0,4	„	1,4
usw.		usw.

3. Auf S. 1101, Spalte 2, muß es heißen:

in Zeile 21 v. o.:	0,5 Proz.	statt	5	Proz.
„ „ 24 v. o.:	1/2 „	„	1—2	„
„ „ 26 v. o.:	0,5 „	„	5	„
„ „ 28 v. o.:	0,4 „	„	4	„

4. Fig. 1 auf S. 1107 und Fig. 2 auf S. 1108 sind gegeneinander zu vertauschen.

5. Auf S. 1109, Spalte 1, Zeile 18 v. o. vorn ist zu setzen e statt e_1.

Universität Chicago, Ryerson Physical Laboratory.

R. A. Millikan.

(Aus dem Englischen übersetzt von Max Iklé.)

Tagesereignisse.

Jahrestabellen chemischer, physikalischer und technologischer Konstanten und Zahlenwerte. Durch den siebenten internationalen Kongreß für angewandte Chemie in London, Juni 1909, ist ein internationaler Ausschuß zur Herausgabe von Jahrestabellen chemischer, physikalischer und technologischer Konstanten und Zahlenwerte begründet worden, dessen Protektorat im Mai 1910 die internationale Assoziation der Akademien übernommen hat.

Die Jahrestabellen sollen alljährlich, beginnend mit 1911, erscheinen und eine nach Möglichkeit vollständige Sammlung aller im Vorjahre veröffentlichten zahlenmäßigen Messungsergebnisse bieten. Sie sollen damit für den in Wissenschaft und Technik arbeitenden Chemiker und Physiker eine Materialsammlung bringen, wie sie hinsichtlich des Inhalts, der Vollständigkeit und der Frühzeitigkeit des Erscheinens keines der vorhandenen Sammelwerke enthält, die ähnliche, aber nicht identische Ziele anstreben. Die nötigen Geldmittel sind durch Zuwendungen seitens einiger Regierungen, Akademien, Gesellschaften und privaten Förderern der Wissenschaft zur Verfügung gestellt worden, und das gleiche darf, neben den Einkünften, welche das Unternehmen selbst erhoffen läßt, für die Fortführung desselben in Zukunft erwartet werden.

Die Herausgeber bitten die deutschen Fachgenossen, das Unternehmen dadurch zu fördern, daß sie ein Exemplar derjenigen von ihnen verfaßten Abhandlungen zur Verfügung stellen, die nicht in periodisch erscheinenden Zeitschriften abgedruckt sind, also von Dissertationen, soweit deren wesentlicher Inhalt nicht anderweit publiziert wird, von Habilitationsschriften, von Beiträgen zu Festschriften, von Monographien experimentellen Inhalts und von ähnlichen Werken. Die Zusendung von solchen werden unter der Adresse: „Jahrestabellen, z. H. von Prof. Biltz, Clausthal im Harz" erbeten.

Personalien.

(Die Herausgeber bitten die Herren Fachgenossen, der Redaktion von eintretenden Änderungen möglichst bald Mitteilung zu machen.)

Habilitiert: An der Universität Berlin Dr. Hans Pringsheim für Chemie, an der Universität Wien Dr. Ebert für Astronomie.

Ernannt: Der Dozent P. J. Headwood zum Professor der Mathematik an der Universität Durham, der Privatdozent für Physikalische Chemie an der Universität Upsala Dr. Carl Benedicks zum ord. Professor der Physik an der Universität (Högskola) Stockholm, der Professor an der Universität Algier Dulac zum ord. Professor der Mathematik an der Universität Lyon, der Professor für theoretische und angewandte Mathematik an der Universität Caën Husson zum ord. Professor der Differential- und Integralrechnung an der Universität Nancy, der Dozent für Differential- und Integralrechnung an der Universität Nancy Boutroux zum Professor an derselben Universität.

Berufen: Der a. o. Professor an der Universität Greifswald Dr. Theodor Vahlen zum ord. Professor der Mathematik daselbst, der a. o. Professor an der Universität Münster Dr. Alfred Thiel zum etatsmäßigen a. o. Professor für physikalische Chemie an der Universität Marburg.

In den Ruhestand: Der ord. Professor der Mathematik an der Universität Breslau Dr. Jakob Rosanes.

Gestorben: Der Astronom an der Sternwarte Paris Gustav Leveau, der ord. Honorarprofessor für Chemie an der Universität Heidelberg Dr. Julius Brühl, der Professor der Mathematik an der Ecole de physique et chimie zu Paris Rozé.

Für die Redaktion verantwortlich Professor Dr. Friedrich Krüger in Danzig-Langfuhr. — Verlag von S. Hirzel in Leipzig.
Druck von August Pries in Leipzig.

PHYSIKALISCHE ZEITSCHRIFT

No. 5. | 1. März 1911. Redaktionsschluß für No. 6 am 4. März 1911. | 12. Jahrgang.

INHALT:

ORIGINALMITTEILUNGEN.

Ursachen der scheinbaren Unstimmigkeiten zwischen neueren Arbeiten über *e*.
(Causes of apparent discrepancies in recent work on *e*.)

Von R. A. Millikan und Harvey Fletcher.

Da die Ergebnisse, die Ehrenhaft[1]) bei seiner Arbeit über *e* erhalten hat, den Schlüssen zu widersprechen scheinen, die wir aus unseren Beobachtungen gezogen haben[2]), so ist es vielleicht der Mühe wert, die Aufmerksamkeit auf die Ähnlichkeiten und die Verschiedenheiten zwischen den beiden Untersuchungen zu lenken, und zu zeigen, worin nach unserer Ansicht die Ursache für die Unstimmigkeiten liegt, die sich zwischen den Ergebnissen finden.

Die Ähnlichkeit zwischen den beiden Untersuchungen besteht darin, daß in beiden Fällen die Beobachtungen, aus denen *e* abgeleitet wird, nunmehr sämtlich an einem einzelnen geladenen Teilchen vorgenommen werden. Hierin liegt die wesentliche Änderung gegenüber früheren Untersuchungen über *e*. Diese Änderung hat der eine von uns[3]) im Frühling 1909 eingeführt, noch ehe die ursprüngliche Arbeit von Ehrenhaft[4]) erschienen war, in der dieser Forscher, gleich allen seinen Vorgängern, *e* aus dem durchschnittlichen Verhalten von Schwärmen geladener Teilchen im Gravitationsfelde und im elektrischen Felde ableitete. Erst in seiner jetzigen neuesten Arbeit hat Ehrenhaft seine Anordnung dahin abgeändert, daß er alle seine Beobachtungen, wie es der Eine von uns von Anfang an getan hat, an einem einzigen geladenen Teilchen vornimmt.

Die Verschiedenheiten zwischen den Untersuchungsmethoden sind folgende:

1. Wir arbeiten mit Öltropfen, deren Halbmesser sich zwischen 0,00066 cm und 0,00003 cm bewegen. Ehrenhaft benutzt sehr viel kleinere Teilchen, nämlich solche, deren Halbmesser sich von 0,000028 cm bis 0,000003 cm bewegen.

2. Wir arbeiten mit geringen Vergrößerungen und beobachten die Zeiten für den Fall und das Aufsteigen über eine Strecke von 1,3 cm. Ehrenhaft verwendet ein Ultramikroskop und beobachtet die Zeiten für den Fall und das Aufsteigen über eine äußerst winzige Strecke von ungefähr 0,01 cm.

3. Wir beobachten ein einzelnes Teilchen 4—5 Stunden lang und hemmen seine Fall- und seine Steiggeschwindigkeit sehr viele Male. Ehrenhaft beobachtet ein einzelnes Teilchen höchstens eine Minute lang ununterbrochen, wie es der eine von uns vor zwei Jahren bei der ersten Arbeit über einzelne Teilchen getan hat, und erhält die Zeit für seinen Fall und sein Aufsteigen nur einmal.

4. Wir beobachten den Vorgang der Aufnahme von Ionen aus der Luft und bestimmen die Ladungen, die von diesen aufgefangenen Ionen getragen werden. Ehrenhaft macht keine Untersuchungen über die Aufnahme von Ionen und die von diesen getragenen Ladungen, sondern ermittelt nur die Einzelladung, die das Teilchen während der Beobachtungsminute trägt.

1) Diese Zeitschr. **11**, 940, 1910.
2) Science (Nr. 5) **32**, 436, 1910; diese Zeitschr. **11**, 1097, 1910.
3) Millikan, Phys. Rev. **29**, 560, 1909; Phil. Mag., Febr. 1910.
4) Ehrenhaft, diese Zeitschr. **10**, 308, 1909.

5. Wir erhalten eine Beobachtungsreihe, die uns in den Stand setzt, das Stokessche Gesetz zu korrigieren. Ehrenhaft nimmt die Gültigkeit des Stokesschen Gesetzes an.

Diese Verschiedenheiten genügen unseres Erachtens, um die scheinbaren Unstimmigkeiten zwischen unsern Ergebnissen zu erklären. Diese Unstimmigkeiten bestehen in erster Linie darin, daß unsere Tabellen so schöne und genaue multiple Beziehungen zwischen sämtlichen elektrischen Ladungen aufweisen, wie man sie zwischen den Atomgewichten findet, und daß sie anscheinend mit Sicherheit der elektrischen Elementarladung den Wert $4{,}89 \cdot 10^{-10}$ zuschreiben, während Ehrenhafts Beobachtungen solch gewaltige Unregelmäßigkeiten aufweisen, daß er dadurch zu dem Schlusse geführt wird, daß die elektrische Elementarladung, falls es eine solche überhaupt gibt, viel kleiner ist als der Wert, der ihr durch unsere Beobachtungen zugeteilt wird.

Die Versuche, die wir hiermit der Öffentlichkeit übergeben, lassen die Ursache dieser Unregelmäßigkeiten deutlich zutage treten.

Der Grund dafür, daß wir bisher keine Angaben über Tropfen veröffentlicht haben, die kleiner sind als $a = 0{,}00003$ cm, ist der, daß wir gleich zu Beginn unserer Untersuchungen an Öltropfen fanden, daß die vollkommene Übereinstimmung, welche die bereits veröffentlichten Tabellen in den aufeinanderfolgenden Werten für die Fallgeschwindigkeit im Gravitationsfelde zeigen, nicht mehr erhalten werden konnte, wenn Teilchen zur Verwendung gelangten, die kleiner waren als etwa $a = 0{,}0001$ cm. Weiter fanden wir, daß diese Unregelmäßigkeiten immer größer und größer wurden in dem Maße, wie wir die Entfernung zwischen den Mikrometerfäden verringerten. Wir geben hier nur eine einzige Tabelle aus einer Menge von uns aufgenommener wieder, um diesen Sachverhalt zu veranschaulichen. Man wird aus dieser Tabelle ersehen, daß, während der Tropfen, auf den sich diese Tabelle bezieht, nur eine einzige Elementarladung trug, es den Anschein haben würde, als ob der Wert dieser Ladung, falls man ihn, wie es in der Arbeit von Ehrenhaft geschieht, unter der Annahme der Gültigkeit des Stokesschen Gesetzes aus einzelnen Beobachtungen ableiten würde, zwischen $5{,}2 \cdot 10^{-10}$ und $11{,}6 \cdot 10^{-10}$ schwankte, und ebenso, daß es den Anschein haben würde, als ob der Wert der doppelten Ladung zwischen $12{,}7 \cdot 10^{-10}$ und $19{,}8 \cdot 10^{-10}$ schwankte.

Der Grund für diese Unregelmäßigkeiten ist darin zu suchen, daß bei dem geringen Abstand der Mikrometerfäden und den kleinen Tropfen, die hier zur Anwendung gelangt sind

Tabelle I.

Plattenabstand = 1,600 cm
Abstand der Mikrometerfäden = 0,0146 „
Spannung in Volt = 326,
Halbmesser des Tropfens = 0,00004 cm

G.	F.	e_1	G.	F.	e_2
10,3	10,6	$5{,}25 \cdot 10^{-10}$	6,5	3,6	$14{,}9 \cdot 10^{-10}$
7,7	20,0	5,42 „	6,0	2,6	19,8 „
6,8	13,2	7,52 „	8,4	3,0	13,8 „
5,6	13,4	9,40 „	5,6	3,0	18,8 „
8,3	8,8	7,15 „	6,4	3,0	15,1 „
5,0	11,5	11,3 „	6,0	3,6	15,9 „
7,8	16,5	5,87 „	7,2	4,3	12,2 „
6,8	11,2	8,0 „	6,5	3,3	15,8 „
5,7	7,2	11,6 „	7,8	3,0	14,4 „
4,7	13,0	12,1 „	8,2	3,4	12,7 „
7,3	13,2	6,95 „	5,5	2,7	13,9 „
7,4	15,4	6,50 „			
Mittelwert $e_1 = 7{,}8 \cdot 10^{-10}$			Mittelwert $e_2 = 15{,}2 \cdot 10^{-10}$		

(ersterer ist derselbe, wie man ihn in der Ehrenhaftschen Arbeit findet, letztere sind drei- bis viermal so groß wie seine Tropfen im Durchschnitt), die Verschiebungen der Tropfen infolge der Brownschen Bewegung mit den Verschiebungen vergleichbar werden, die während der Beobachtungszeit seitens der äußeren Kräfte hervorgerufen werden. Daß dies die richtige Erklärung ist, wird qualitativ durch den Umstand dargetan, daß die Unregelmäßigkeiten in dem Maße immer größer werden, wie der Abstand zwischen den Mikrometerfäden und die Tropfengröße abnehmen (vergleiche hierzu die Einsteinsche Formel $x^2 = \frac{RT\tau}{N 3\pi\mu a}$), und quantitativ und bündig durch die vollkommene Übereinstimmung, die sich zwischen der beobachteten Verteilung der Zeiten für den Fall und das Aufsteigen durch den Raum zwischen den Fäden und der Verteilung zeigt, die der eine von uns aus der Theorie der Brownschen Bewegung (vergleiche hierzu die Arbeit in der nächsten Nummer dieser Zeitschr.) abgeleitet hat.

Die Unregelmäßigkeiten in den Ergebnissen Ehrenhafts liefern sonach durchaus keinerlei Beweis gegen irgendeinen der aus unseren Daten gezogenen Schlüsse. Die Tatsache, daß Ehrenhaft an leichten Teilchen (Phosphornebel) viel stärkere Brownsche Bewegungen beobachtete als an den schweren Platin- und Goldteilchen, beruht vermutlich auf dem Umstande, daß — da ja die kinetische Energie der Bewegung für sämtliche Teilchen dieselbe ist — die Geschwindigkeit der Bewegung für Teilchen von demselben Halbmesser der Quadratwurzel aus ihrer Masse umgekehrt proportional ist, während die Mitführung durch die Brownsche Bewegung in der Zeit τ, wie es die Einstein-

sche Formel $x^2 = \frac{RT\tau}{N 3\pi\mu a}$ zeigt, unabhängig von der Masse und für alle Teilchen mit demselben a dieselbe ist.

Die zwischen April und Juni des Jahres 1910 ausgeführten Beobachtungen von Przibram[1]) wurden unter Bedingungen angestellt, die praktisch mit denen identisch waren, die der eine von uns in der Arbeit benutzt hat, die er im Oktober 1909 vorgelegt hat, mit der Ausnahme, daß die Vergrößerung, die Przibram angewandt hat, etwas größer war, und daß die Durchmesser seiner Tropfen nur 1/3 so groß waren. Seine Tropfen wurden auch auf andere Weise gebildet. Er erhielt übereinstimmendere Ergebnisse als Ehrenhaft, weil er größere Teilchen benutzte. Die Tabellen V und VI seiner Arbeit, in denen er die einzigen Beobachtungen verzeichnet hat, die bis zu zweimal an demselben Teilchen angestellt wurden, zeigen jedoch Abweichungen bis zu 40 v. H. zwischen aufeinanderfolgenden Zeitmessungen. Diese Tabellen weisen auch Abweichungen von 83 v. H. zwischen den ermittelten Werten von e auf und eine durchschnittliche Abweichung um 12,4 v. H. Der einzige Weg, auf dem sich derartige Daten behandeln lassen, wenn anders aus ihnen Ergebnisse von irgendwelcher Bedeutung hergeleitet werden sollen, ist der, daß man Durchschnittswerte aus einer größeren Anzahl von Beobachtungen an demselben Teilchen nimmt, oder — da man im vorliegenden Falle über solche nicht verfügt, — Durchschnittswerte aus möglichst vielen Beobachtungen an verschiedenen Teilchen. Der Mittelwert von e_1, den Przibram erhält, indem er die Ergebnisse von 1000 Beobachtungen an „Phosphornebel" vom mittleren Halbmesser 0,000054 cm aufträgt, ist $6{,}0 \cdot 10^{-10}$, ein Wert, der, wie aus Fig. 2 der Arbeit des einen von uns[2]) ersichtlich ist, vollkommen mit unseren Ergebnissen übereinstimmt.

Das einzige Ergebnis, das etwa aus den Wiener Arbeiten hervorgeht, und das sich nicht ohne weiteres auf Grund der Kleinheit der verwendeten Teilchen in Verbindung mit den Gesetzen, denen die Brownsche Bewegung gehorcht, voraussagen ließ, ist der Umstand, daß einige der Ehrenhaftschen Unregelmäßigkeiten um kleinere Werte von e_1 schwanken als irgendwelche in unseren Tabellen angegebene. Es ist indessen zu bemerken, daß die an derselben Substanz — nämlich an Phosphornebel — ausgeführten Beobachtungen von Przibram um den richtigen Wert schwanken. Sonach ist es angesichts erstens der Unstimmigkeit zwischen dem von Ehrenhaft und von Przibram an derselben Substanz gewonnenen Ergebnisse, angesichts zweitens der Unsicherheit hinsichtlich der Dichte und der Kugelform ultramikroskopischer Teilchen, und angesichts drittens unser derzeitigen vollkommenen Unkenntnis der Gesetze der Bewegung solcher Teilchen, zumal in geladenem Zustande[1]), in einem Widerstand bietenden Medium — klar, daß weder die Arbeit von Ehrenhaft noch die von Przibram irgend etwas enthält, was ein Mißtrauen gegen die Gültigkeit irgendeiner unserer Schlußfolgerungen erregen könnte.

Der zuerst veröffentlichte Endwert für e war $4{,}901 \cdot 10^{-10}$. Bei Berücksichtigung des Auftriebes der Luft auf unsere Tropfen verringert sich dieser Wert um 0,14 v. H. Eine Neueichung unseres Voltmeters machte eine weitere Korrektion um 0,06 v. H. erforderlich. Unser derzeitiger Wert ist sonach $4{,}891 \cdot 10^{-10}$.

1) Wien. Ber. **119**, Juni 1910.

2) Die in den letzten acht Zeilen des ersten Absatzes auf S. 1101, Spalte 2, erwähnten Fehler müssen heißen:
0,5 statt 5
0,5 „ 5
0,4 „ 4.
Der Wert $\mu = 0{,}0001785$ auf S. 1109 gilt für 15° C.
In der vierten Zeile des zweiten Absatzes auf S. 1109 ist e statt e_1 zu setzen.

1) Wenn die Teilchen hinreichend klein werden, so würde die scheinbare innerere Reibung des Mediums eine Funktion der Ladung sein.

Chicago, Universität, Ryerson-Laboratorium, 20. Januar 1911.

(Nach dem Manuskript aus dem Englischen übersetzt von Max Iklé.)

(Eingegangen 3. Februar 1911.)

Notiz über Geschwindigkeitsänderung von Kanalstrahlen.

Von J. Kutschewski.

Wie durch photographische Messungen elektrischer und magnetischer Ablenkungen festgestellt wurde, hat das Kanalstrahlbündel bei Drucken von mehr als etwa 0,002 mm eine Reihe von Geschwindigkeitswerten, die von einem bestimmten Maximalwert aus abnehmen[1]). Die Maximalgröße entspricht einigermaßen, aber nicht exakt, der aus dem Potentialgefälle sich berechnenden Geschwindigkeit. Die bei höheren Drucken auftretende Erscheinung haben

1) Dasselbe ist auch schon aus den Beobachtungen des Dopplereffekts von J. Stark, F. Paschen, B. Strasser und namentlich auf den Photogrammen von Paschen gut zu sehen.

J. Koenigsberger-K. Kilchling[1]) als Dispersion oder Streuung der Geschwindigkeit bezeichnet. Die „mittlere" Geschwindigkeit, d. h. die Summe der Produkte der Geschwindigkeit v mal der Zahl der Teile n, die diese Geschwindigkeit besitzen, durch die Gesamtzahl der Kanalstrahlteile $= \frac{\Sigma v n}{\Sigma n} = \bar{v}$, die aus photographischen Aufnahmen[2]) photometrisch ermittelt werden kann, wird bei unsern Versuchsbedingungen, je höher der Druck, um so kleiner im Vergleich zur Maximalgeschwindigkeit. Umgekehrt hatte ich gefunden, daß „je geringer der Druck im Entladungs- und Beobachtungsraum, um so kleiner sind beide", Geschwindigkeitsstreuung und Geschwindigkeitsabnahme. Es war die nächste Aufgabe, theoretisch und experimentell festzustellen, welche die Ursachen dieser Erscheinung sind, ob sie durch den Druck und die Vorgänge im Entladungsraum vor der Kathode, oder durch den Druck im Beobachtungsraum bedingt sind, wie ich anfänglich geglaubt hatte, und ob primär-positive, neutralisierte und dissoziierte Kanalstrahlen gleichmäßig davon betroffen werden. Erst nach Anwendung einer Kompensations- oder Nullmethode und Herstellung kleiner Drucke im Entladungsraum, sowie großer Drucke im Beobachtungsraum gelangen einwandfreie Messungen, deren experimentelle Einzelheiten und deren Theorie später publiziert werden sollen. Hier seien nur kurz einige Ergebnisse für Wasserstoffkanalstrahlen in Sauerstoff ausgeführt: die Geschwindigkeiten bei den folgenden Versuchen lagen zwischen $2{,}1 \cdot 10^8$ [cm sec] und $4{,}6 \cdot 10^7$.

1. Die Geschwindigkeitsstreuung ist durch die Vorgänge im Entladungsraum bedingt, und tritt dort je nach den Bedingungen bei höheren Drucken oder exakter, bei kleineren Maximalgeschwindigkeiten, stärker auf.

2. Daß bei größeren Drucken die mittlere Geschwindigkeit kleiner als die maximale Geschwindigkeit ist, beruht auf der Geschwindigkeitsstreuung im Entladungsraum.

3. Im Beobachtungsraum kann nach meinen Messungen sich die Geschwindigkeit bei Drucken bis zu 0,007 mm auf einer Strecke von 16 cm nur um weniger als + 2 Proz. ändern. Unter diesen Bedingungen wird in Sauerstoff schon etwa die Hälfte der H-Kanalstrahlen absorbiert. Das gilt für primär positive, neutrale und dissoziierte Teile. Die Zahl der Teile im Kanalstrahl nimmt mit zunehmender Weglänge ab. Das Verhalten der Kanalstrahlen entspricht also in dieser Hinsicht mehr dem der Kathodenstrahlen als dem der α-Strahlen.

4. Die dissoziierten Teile haben bis auf etwa + 3 Proz. dieselbe Geschwindigkeit wie die primär positiven, wie J. Koenigsberger-K. Kilchling schon früher feststellten.

5. Die photographische Wirkung ist nahezu unabhängig von der Ladung der Kanalstrahlen und bei konstanter Geschwindigkeit angenähert nur der Zahl der Kanalstrahlteile proportional.

6. Der Durchgang der Entladung, das Potentialgefälle und damit die Geschwindigkeit der Kanalstrahlen hängt wesentlich von den in und auf dem Metall absorbierten Gasen ab. Man kann z. B. in Sauerstoff die Grenze für das Aussenden der Kathodenstrahlen beim Durchgang der Entladung bei 0,001 mm oder bei 0,004 mm finden, je nach der Gasfreiheit der Kathode.

Freiburg i. Br., Mathem.-physik. Institut.

(Eingegangen 9. Februar 1911.)

1) J. Koenigsberger u. K. Kilchling, Verh. d. D. Phys. Ges. 12, 995, 1911. Die Dispersion ist schon von J. Koenigsberger und J. Kutschewski (Heidelberg Ak., März 1910, S. 17), dann von H. Dechend und W. Hammer (ebenda Aug. 1910, S. 27), neuerdings von E. Gehrcke u. O. Reichenheim am Doppler-Effekt (Ber. d. D. phys. Ges. 1911, S. 111) der H_2-Strahlen festgestellt worden.

2) Diese Zeitschr. 11, 666, 1910.

Zur Elastizitätstheorie vom Standpunkte des Relativitätsprinzips.

Von W. v. Ignatowsky.

Es sei ein unter Einfluß von äußeren Kräften bewegtes, elastisches Medium gegeben. Ein Punkt desselben habe die Geschwindigkeit $\mathfrak{v}$, vom Koordinatensystem K aus beurteilt. Innerhalb dieses Mediums soll ein Vektor $\mathfrak{A}$ verteilt sein. Für ein anderes System K', welches sich in bezug auf K mit einer konstanten Geschwindigkeit q in Richtung des Einheitsvektors $\mathfrak{c}_0$ bewegt, geht $\mathfrak{A}$ in $\mathfrak{A}'$ und $\mathfrak{v}$ in $\mathfrak{v}'$ über.

Es ist nun bekanntlich[1])

$$\mathfrak{v}' = \frac{\mathfrak{v} + (p-1)\,\mathfrak{c}_0 \cdot \mathfrak{c}_0 \mathfrak{v} - p q \mathfrak{c}_0}{A}, \tag{1}$$

wo

$$\left.\begin{aligned} p &= \frac{1}{\sqrt{1 - n q^2}} \\ A &= p(1 - n q \mathfrak{c}_0 \mathfrak{v}) \end{aligned}\right\} \tag{2}$$

und $n = \frac{1}{c^2}$ bedeuten.

Zwischen $\mathfrak{A}$ und $\mathfrak{A}'$ soll die Beziehung

$$\mathfrak{A}' = \mathfrak{A} + \frac{p q n \mathfrak{v} \cdot \mathfrak{c}_0 \mathfrak{A}}{A} - \frac{(p-1)\,\mathfrak{c}_0 \cdot \mathfrak{c}_0 \mathfrak{A}}{A} \tag{3}$$

bestehen.

Haben wir nun einen anderen Vektor $\mathfrak{A}_1$, der derselben Bedingung (3) genügt, so ist leicht nachzuweisen, daß

1) Siehe z. B. W. v. Ignatowsky, diese Zeitschr. 11, 972, 1910, Formel (17).

$$\mathfrak{A}_1\mathfrak{A}_2 + n\frac{\mathfrak{v}\mathfrak{A}_1\cdot\mathfrak{v}\mathfrak{A}_2}{1-n\mathfrak{v}^2} = B \tag{4}$$

eine Invariante beim Übergang von K zu K' ist.

Bezeichnet nun $d\mathfrak{r}$ die synchron vom System K aus gemessene Entfernung zwischen zwei unendlich benachbarten Punkten des bewegten Mediums und $d\mathfrak{r}'$ dasselbe für das System K', so besteht zwischen $d\mathfrak{r}$ und $d\mathfrak{r}'$ die Beziehung (3)[1]).

Derselben Bedingung (3) genügt auch der Vektor

$$\mathfrak{R} = \frac{(d\mathfrak{r}\nabla)\mathfrak{v}}{\sqrt{1-n\mathfrak{v}^2}} + \frac{n\mathfrak{v}}{(1-n\mathfrak{v})^{3/2}}\frac{d\mathfrak{v}}{dt}. \tag{5}$$

Wir wollen nun im folgenden unter K' das Ruhekoordinatensystem ($\mathfrak{v}' = 0$) in bezug auf einen beliebigen Punkt des Mediums verstehen. Dann erhalten wir aus (4), erstens

$$\left.\begin{aligned} d\mathfrak{r}'^2 = dr'^2 &= d\mathfrak{r}^2 + n\frac{(\mathfrak{v}d\mathfrak{r})^2}{1-n\mathfrak{v}_2} \\ &= dr^2\left\{1 + \frac{n(\mathfrak{v}\mathfrak{r}_0)^2}{1-n\mathfrak{v}^2}\right\} \end{aligned}\right\} \tag{6}$$

wo $\mathfrak{r}_0$ den Einheitsvektor in der Richtung von $d\mathfrak{r}$ und dr dessen Betrag bedeuten, zweitens

$$\left.\begin{aligned} d\mathfrak{r}'\mathfrak{R}' &= dr'^2\mathfrak{r}_0'(\mathfrak{r}_0'\nabla)\mathfrak{v}' = dr'^2\lambda' \\ &= \frac{dr^2}{\sqrt{1-n\mathfrak{v}^2}}\cdot D \end{aligned}\right\} \tag{7}$$

wo

$$\left.\begin{aligned} D = {} & \mathfrak{r}_0(\mathfrak{r}_0\nabla)\mathfrak{v} + \frac{n\mathfrak{v}\mathfrak{r}_0\cdot\mathfrak{v}(\mathfrak{r}_0\nabla)\mathfrak{v}}{1-n\mathfrak{v}^2} + \frac{n\mathfrak{v}\mathfrak{r}_0}{\sqrt{1-n\mathfrak{v}^2}} \\ & \cdot\frac{\partial\frac{\mathfrak{v}\mathfrak{r}_0}{\sqrt{1-n\mathfrak{v}^2}}}{\partial t} + \frac{n\mathfrak{v}\mathfrak{r}_0}{\sqrt{1-n\mathfrak{v}^2}}\cdot\mathfrak{r}_0(\mathfrak{r}_0\nabla)\frac{\mathfrak{v}}{\sqrt{1-n\mathfrak{v}^2}} \end{aligned}\right\} \tag{8}$$

ist und λ' die Dilatationsgeschwindigkeit im Ruhekoordinatensystem bedeutet[1]). Zugleich ist $\mathfrak{r}_0(\mathfrak{r}_0\nabla)\mathfrak{v} = \lambda$.

Anderseits ist[2])

$$d\mathfrak{r}'\mathfrak{R}' = dr'^2\lambda' = dr'\frac{ddr'}{dt'}. \tag{9}$$

Hieraus folgt

$$ddr' = \lambda' dr' dt'. \tag{10}$$

Behalten wir ein ganz bestimmtes $d\mathfrak{r}$ im Auge und bezeichnen dessen Betrag, als es noch ruhte in bezug auf K, mit dr_0, so wird die gesamte Ruhedilatation δ' von $d\mathfrak{r}'$ infolge von (6), (7) und (10) gleich sein

$$\left.\begin{aligned} \delta' &= \frac{1}{dr_0}\int_{t'_0}^{t'_1} ddr' = \frac{1}{dr_0}\int_{t'_0}^{t'_1}\lambda' dr' dt' \\ &= \frac{1}{dr_0}\int_{t_0}^{t_1}\frac{D\,dr\,dt}{\sqrt{1+n\frac{(\mathfrak{v}\mathfrak{r}_0)^2}{1-n\mathfrak{v}^2}}} \end{aligned}\right\} \tag{11}$$

Anderseits ist die vom System K aus beobachtete Dilatation δ von $d\mathfrak{r}$, falls wir den Wert von dr im Moment t_1 durch dr_1 bezeichnen,

$$\delta = \frac{1}{dr_0}\int_{t_0}^{t_1}\lambda\,dr\,dt = \frac{1}{dr_0}\int_{t_0}^{t_1} ddr = \frac{dr_1}{dr_0} - 1. \tag{12}$$

Bewegt sich das Medium so, daß für ein bestimmtes $d\mathfrak{r}$, $\mathfrak{r}_0$ ständig senkrecht zu $\mathfrak{v}$ ist, so folgt für diesen Fall aus (8) und (11)

$$\delta' = \frac{1}{dr_0}\int_{t_0}^{t_1}\lambda\,dr\,dt = \delta. \tag{13}$$

Ist $\mathfrak{r}_0$ ständig parallel zu $\mathfrak{v}$, so ist

$$\left.\begin{aligned} \delta' &= \frac{1}{dr_0}\int_{t_0}^{t_1} d\frac{dr}{\sqrt{1-n\mathfrak{v}^2}} = \frac{dr_1}{dr_0\sqrt{1-n\mathfrak{v}^2}} - 1 \\ &= \frac{\delta+1}{\sqrt{1-n\mathfrak{v}^2}} - 1. \end{aligned}\right\} \tag{14}$$

Für einen ruhenden Körper ist bekanntlich die Spannung $\mathfrak{P}$ auf die Flächeneinheit, senkrecht zu $\mathfrak{r}_0$, falls K und Θ die Kirchhoffschen Elastizitätskoeffizienten und δ_1, δ_2, δ_3 die Dilatationen längs der Richtungen $\mathfrak{i}$, $\mathfrak{j}$, $\mathfrak{k}$ der Dilatationsachsen bedeuten, gleich

$$\left.\begin{aligned} \mathfrak{P} &= 2K\Theta(\delta_1+\delta_2+\delta_3)\mathfrak{r}_0 \\ &+ 2K(\mathfrak{i}\mathfrak{r}_0\cdot\mathfrak{i}\delta_1 + \mathfrak{j}\mathfrak{r}_0\cdot\mathfrak{j}\delta_2 + \mathfrak{k}\mathfrak{r}_0\cdot\mathfrak{k}\delta_3) \end{aligned}\right\} \tag{15}$$

Der Betrag ψ der normalen Spannung ist demnach

$$\left.\begin{aligned} \psi &= \mathfrak{P}\mathfrak{r}_0 = 2K\Theta(\delta_1+\delta_2+\delta_3) \\ &+ 2K\{(\mathfrak{i}\mathfrak{r}_0)^2\delta_1 + (\mathfrak{j}\mathfrak{r}_0)^2\delta_2 + (\mathfrak{k}\mathfrak{r}_0)^2\delta_3\} \end{aligned}\right\} \tag{16}$$

Fällt $\mathfrak{r}_0$ sukzessive mit den Hauptachsen zusammen, so erhalten wir

$$\left.\begin{aligned} \psi_1 &= 2K\Theta(\delta_2+\delta_3) + 2K(\Theta+1)\delta_1 \\ \psi_2 &= 2K\Theta(\delta_1+\delta_3) + 2K(\Theta+1)\delta_2 \\ \psi_3 &= 2K\Theta(\delta_1+\delta_2) + 2K(\Theta+1)\delta_3 \end{aligned}\right\} \tag{17}$$

Bewegt sich nun der Körper, so wollen wir, um hierbei die Spannungen zu berechnen, dem Gedankengang von Minkowski[1]), welchen er bei der Ableitung seiner elektrodynamischen Gleichungen anwandte, folgen. D. h. wir nehmen an, daß für einen auf Ruhe transformierten Punkt des Körpers ebenfalls die Gleichung (15) gelten möge.

---

1) Dies ist leicht abzuleiten aus den Formeln (3), (6)—(8), § 4 meiner Arbeit. Siehe: W. v. Ignatowsky, Ann. d. Phys. **33**, 607, 1910.

2) Siehe auch Formel (19) und (20), § 4 der oben zitierten Arbeit.

1) H. Minkowski, Nachr. d. K. Ges. d. Wiss. zu Göttingen, Math.-phys. Kl., S. 65, 1908.

Es ist dann

$$\left.\begin{aligned}\mathfrak{P}' &= 2K\Theta(\delta'_1+\delta'_2+\delta'_3)\mathfrak{r}'_0 \\ &+ 2K(\mathfrak{i}'\mathfrak{r}'_0\cdot\mathfrak{i}'\delta'_1+\mathfrak{j}'\mathfrak{r}'_0\cdot\mathfrak{r}_0\delta'_2+\mathfrak{k}'\mathfrak{r}'_0\cdot\mathfrak{r}'_0\delta'_3)\end{aligned}\right\} \quad (18)$$

und entsprechend erhalten wir statt (17)

$$\left.\begin{aligned}\psi'_1 &= 2K\Theta(\delta'_2+\delta'_3)+2K(\Theta+1)\delta'_1 \\ \psi'_2 &= 2K\Theta(\delta'_1+\delta'_3)+2K(\Theta+1)\delta'_2 \\ \psi'_3 &= 2K\Theta(\delta'_1+\delta'_2)+2K(\Theta+1)\delta'_3\end{aligned}\right\} \quad (19)$$

Die δ' berechnen sich hierbei aus (11), wobei man bei der Integration ständig dasjenige Element $d\mathfrak{r}$ im Auge behalten muß, welches im Moment t_1 mit der entsprechenden Hauptachse $\mathfrak{i}'$, $\mathfrak{j}'$ oder $\mathfrak{k}'$ zusammenfällt.

Wir wollen nun das Vorhergehende an einigen Beispielen erläutern.

Als Beispiel nehmen wir vorerst einen Körper, der im Ruhezustand (in bezug auf K) (Zustand I) spannungslos ist und einen Kreiszylinder vom Radius R_0 mit ebenen Endflächen von der Länge h_0 bildet. Den Zylinder denken wir uns jetzt in Rotation versetzt mit konstanter Winkelgeschwindigkeit ω (Zustand II). Zur Vereinfachung werden wir im folgenden stets annehmen, daß der Körper massenlos ist, sehen also von der Wirkung der Zentrifugalkräfte ab. Es müssen dann alle Dilatationen und Spannungen für $n=0$, resp. $c=\infty$ verschwinden.

Wir setzen jetzt voraus, daß die äußeren Kräfte, die auf den Körper wirken, von solcher Beschaffenheit sind, daß für das System K alle Dilatationen ständig verschwinden.

Es ist also

$$\delta_1=\delta_2=\delta_3=0. \quad (20)$$

Der Körper wird also im Zustand II in bezug auf das System K ebenfalls ein Zylinder von denselben Dimensionen, wie im Zustand I, sein.

Die eine Dilatationsachse ($\mathfrak{i}'$-Achse) fällt dann mit $\mathfrak{v}$ zusammen, und wir erhalten aus (13) und (14) wegen (20)

$$\delta'_2=\delta'_3=0;\ \delta'_1=\frac{1}{\sqrt{1-n\omega^2r^2}}-1. \quad (21)$$

Weiter folgt aus (19)

$$\left.\begin{aligned}\psi'_1 &= 2K(\Theta+1)\delta'_1 \\ \psi'_2 &= \psi'_3 = 2K\Theta\delta'_1\end{aligned}\right\} \quad (22)$$

Das Dilatationsellipsoid ist zu einem Rotationsellipsoid geworden.

Um also den Bedingungen (20) zu genügen, müssen im Zustand II auf den Körper gewisse Volumenkräfte und Oberflächenkräfte wirken und zwar wird auf der Oberfläche ein normaler Zug stattfinden müssen. Für den Zug p an den Endflächen erhalten wir

$$p=2K\Theta\left(\frac{1}{\sqrt{1-n\omega^2r^2}}-1\right). \quad (23)$$

Im folgenden nehmen wir an, daß im Zustand II die eine Achse des Dilatationsellipsoid ($\mathfrak{i}'$-Achse) in die Richtung von $\mathfrak{v}$ fällt, die andere ($\mathfrak{j}'$-Achse) in die Richtung der Rotationsachse und die dritte ($\mathfrak{k}'$-Achse) in Richtung des Radius. Es sollen keine Tangentialspannungen auf Flächenelemente, die senkrecht zum Radius sind, auftreten. Außerdem ist Achsensymmetrie vorausgesetzt.

Wir führen ein Zylinderkoordinatensystem ein mit der Rotationsachse als Zylinderachse und bezeichnen die laufende Koordinate längs letzterer im Zustande I durch y_0, gerechnet von der Symmetrieebene, d. h. einer Ebene, senkrecht zur Rotationsachse, die die Länge h_0 des Zylinders halbiert. Alle Punkte des Körpers, welche im Zustand I auf dieser Ebene lagen, werden dies auch im Zustand II tun. Im letzteren Fall ist y, statt y_0 zu schreiben. Bezeichnet r_0 den Abstand eines Punktes von der Rotationsachse im Zustand I, so soll r dasselbe für den Zustand II bedeuten.

Wir werden nun zwei Fälle unterscheiden: 1) Es ist δ'_2 überall gleich Null und demnach $\frac{\partial}{\partial y_0}=0$ und 2) es ist $\psi'_2=0$ überall.

Für beide Fälle folgt aus der Bedingung, daß die Volumenkräfte verschwinden sollen, die Beziehung

$$\frac{\partial\psi'_3}{\partial r_0}+\frac{\psi'_3-\psi'_1}{r_0}=0. \quad (24)$$

Anderseits ergibt uns (19)

$$\psi'_3-\psi'_1=2K(\delta'_3-\delta'_1) \quad (25)$$

und (14), da $\delta_1=\frac{r}{r_0}-1$ ist,

$$\delta'_1=\frac{r}{r_0\sqrt{1-n\omega^2r^2}}-1. \quad (26)$$

Wir bezeichnen $n\omega^2=\frac{\omega^2}{c^2}$ durch b^2. Es wird im allgemeinen b^2r^2 sehr klein gegen 1 sein und deshalb können wir statt (26) schreiben

$$\delta'_1=\frac{r}{r_0}+\frac{b^2r^3}{2r_0}-1. \quad (26a)$$

Die Verschiebung $r-r_0$ wird von der Größenordnung b^2 sein und muß, wie früher bemerkt, mit b verschwinden. Deshalb können wir statt (26a) auch schreiben

$$\delta'_1=\frac{r}{r_0}+\frac{b^2r_0^2}{2}-1. \quad (27)$$

Außerdem ist

$$\delta'_3=\delta_3=\frac{\partial r}{\partial r_0}-1. \quad (28)$$

Es folgt deshalb aus (19)

$$\left.\begin{aligned}\psi'_3 &= 2K\Theta\delta'_2+2K\Theta\left(\frac{r}{r_0}+\frac{b^2\omega^2}{2}-1\right) \\ &+ 2K(\Theta+1)\left(\frac{\partial r}{\partial r_0}-1\right).\end{aligned}\right\} \quad (29)$$

Und endlich aus (24)

$$\left.\begin{aligned}\frac{\partial}{\partial r_0}\Big\{\Theta\delta_2' + (\Theta+1)\frac{r}{r_0} + \frac{2\Theta-1}{4}\cdot b^2 r_0^2 \\ + (\Theta+1)\frac{\partial r}{\partial r_0}\Big\} = 0.\end{aligned}\right\} \quad (30)$$

Erster Fall.

$$\delta_2' = 0; \quad \frac{\partial}{\partial y_0} = 0. \quad (31)$$

Wir setzen

$$r = r_0 + \mu r_0 + m r_0^3, \quad (32)$$

wo μ und m von der Größenordnung von b^2 sein werden. Aus (30) folgt wegen (31) und (32), da (30) für beliebige r_0 gültig sein muß:

$$m = -\frac{b^2(2\Theta-1)}{16(\Theta+1)}, \quad (33)$$

$$\left.\begin{aligned}\delta_1' &= \mu + m r_0^2 + \frac{b^2 r_0^2}{2} \\ \delta_3' &= \mu + 3 m r_0^2,\end{aligned}\right\} \quad (34)$$

$$\psi_3' = 2K\{\Theta\delta_1' + (\Theta+1)\delta_3'\}. \quad (35)$$

Aus der Bedingung, daß für $r_0 = R_0$, $\psi_3' = 0$ sein soll, folgt

$$\mu = -\frac{3b^2 R_0^2}{16(\Theta+1)} \quad (36)$$

und demnach

$$\left.\begin{aligned}\psi_2' &= 2K\Theta(\delta_1' + \delta_3') = \\ &= \frac{6K\Theta b^2}{8(\Theta+1)}\{2r_0^2 - R_0^2\}.\end{aligned}\right\} \quad (37)$$

Dies letztere ergibt

$$\int_0^{R_0} \psi_2' r_0 dr_0 = 0. \quad (38)$$

Wir können demnach die gefundene Lösung für den mittleren Teil eines Zylinders benutzen, dessen Länge h_0 groß im Vergleich zum Radius R_0 ist und der ohne Wirkung von äußeren Kräften mit einer konstanten Winkelgeschwindigkeit ω rotiert[1]).

Für $r_0 = R_0$ erhalten wir aus (32) und den Werten für m und μ

$$R_0 - R = \frac{3b^2 R_0^3}{8}. \quad (39)$$

Demnach hat sich der Radius um das Stück (39) kontrahiert, während die Länge ungeändert geblieben ist.

Für die Ruhevolumendilatation D' erhalten wir

$$D' = \delta_1' + \delta_2' + \delta_3' = \frac{3b^2}{8(\Theta+1)}(2r_0^2 - R_0^2). \quad (40)$$

Was das elastische Potential V' pro Volumeneinheit des Ruhekoordinatensystems anbelangt, so ist dasselbe, ausgedrückt durch die Hauptdilatationen, gleich:

$$\left.\begin{aligned}V' = K\Theta(\delta_1' + \delta_2' + \delta_3')^2 + \\ + K(\delta_1'^2 + \delta_2'^2 + \delta_3'^2)\end{aligned}\right\} \quad (41)$$

und berechnet sich für unseren Fall zu

$$\left.\begin{aligned}V' = \frac{18\cdot b^4 K(2\Theta+1)}{16^2\cdot(\Theta+1)^2}\{R_0^4 - 4R_0^2 r_0^2 + \\ + r_0^4(2\Theta+5)\}\end{aligned}\right\} \quad (42)$$

Ein träger Zylinder, bei Vernachlässigung des Relativitätsprinzips, würde sich, unter gleichen Bedingungen, in Richtung des Radius ausgedehnt haben um das Stück

$$R - R_0 = \frac{\omega^2\varrho R_0^3(\Theta+1)}{8K(3\Theta+1)}, \quad (43)^1)$$

falls ϱ die Dichte bedeutet. Dabei würde er sich in seiner Längsrichtung verkürzt haben mit der Dilatation

$$\delta_2 = -\frac{\omega^2\varrho R_0^2\Theta}{4K(3\Theta+1)}. \quad (44)^1)$$

Zweiter Fall.

$$\psi_2' = 0. \quad (45)$$

Hieraus und (19) folgt

$$\left.\begin{aligned}\delta_2' &= -\frac{\Theta}{\Theta+1}(\delta_1' + \delta_3') = \\ &= -\frac{\Theta}{\Theta+1}\left(\frac{r}{r_0} + \frac{b^2 r_0^2}{2} + \frac{\partial r}{\partial r_0} - 2\right).\end{aligned}\right\} \quad (46)$$

Hierbei wird sich im allgemeinen ein Volumenelement um $\mathfrak{v}$ gedreht haben. Damit nun, laut Voraussetzung, im Zustande II keine tangentialen Spannungen auf ein zum Radius senkrechtes Flächenelement auftreten, müssen zwei, im Zustande I zueinander senkrechten Linienelemente in der Meridionalebene, im Zustande II mit den Dilatationsachsen $\mathfrak{k}'$ und $\mathfrak{j}'$ zusammenfallen.

Deshalb muß zwischen den Verschiebungen $r - r_0$ und $y - y_0$ die Beziehung herrschen

$$\frac{\partial\, r - r_0}{\partial y_0} = -\frac{\partial\, y - y_0}{\partial r_0}$$

oder

$$\frac{\partial r}{\partial y_0} = -\frac{\partial y}{\partial r_0}. \quad (47)$$

Der entsprechende Drehungswinkel α ist

$$\alpha = \frac{\partial\, r - r_0}{\partial y_0}. \quad (48)$$

Ferner muß sein:

$$\left.\begin{aligned}y - y_0 = 0 &\text{ für } y_0 = 0 \text{ bei beliebigem } r_0, \\ r - r_0 = 0 &\text{ „ } r_0 = 0 \text{ „ „ } y_0.\end{aligned}\right\} \quad (49)$$

und

$$\alpha = 0 \text{ für } r_0 = 0 \text{ und } y_0 = 0. \quad (50)$$

Außerdem wollen wir annehmen, daß die Summe der äußeren Kräfte auf der Mantel-

1) Siehe A. Love, Lehrbuch der Elastizität, S. 173 u. 174. Leipzig, B. G. Teubner. 1907.

1) Vgl. A. Love, l. c.

fläche verschwinden, d. h. es soll sein

$$\int_{-s_0}^{+s_0} \psi_3' \, d y_0 = 0 , \tag{51}$$

wo $2 s_0 = h_0$ ist.

Wir wollen direkt die Lösung hinschreiben, die allen Bedingungen genügt. Es wird sein

$$\left. \begin{aligned} r &= r_0 + \mu r_0 + m_1 r_0^3 + m_2 r_0 y_0^2 , \\ y &= y_0 + \mu' y_0 + m_1' y_0^3 + m_2' y_0 r_0^2 . \end{aligned} \right\} \tag{52}$$

Hier bedeuten:

$$\left. \begin{aligned} \mu &= -\frac{3 b^2 R_0^2 (\Theta + 1)}{16 (2 \Theta + 1)} - \frac{b^2 s_0^2 \Theta}{4 (2 \Theta + 1)} ; \\ m_1 &= \frac{b^2 (1 - \Theta)}{16 (2 \Theta + 1)} ; \quad m_2 = \frac{3 \Theta b^2}{4 (2 \Theta + 1)} . \end{aligned} \right\} \tag{53}$$

$$\left. \begin{aligned} \mu' &= -\frac{2 \Theta \mu}{\Theta + 1} ; \\ m_1' &= -\frac{2 \Theta^2 b^2}{4 (2 \Theta + 1)(\Theta + 1)} ; \\ m_2' &= - m_2 . \end{aligned} \right\} \tag{54}$$

Für $r_0 = R_0$ ist

$$R_0 - R = \frac{b^2 R_0^3}{8} + \frac{b^2 \Theta R_0 (s_0^2 - 3 y_0^2)}{4 (2 \Theta + 1)} . \tag{55}$$

Außerdem ist

$$\left. \begin{aligned} \delta_1' &= \mu + m_1 r_0^2 + m_2 y_0^2 + \frac{b^2 r_0^2}{2} \\ \delta_2' &= \frac{\partial y}{\partial y_0} - 1 = \mu' + 3 m_1' y_0^2 + m_2' r_0^2 \\ \delta_3' &= \frac{\partial r}{\partial r_0} - 1 = \mu + 3 m_1 r_0^2 + m_2 y_0^2 . \end{aligned} \right\} \tag{56}$$

Die gefundene Lösung können wir benutzen für den Fall, daß R_0 groß im Vergleich zu h_0 ist, d. h. für eine, von äußeren Kräften freie, rotierende dünne Scheibe[1]). Die Scheibe hat sich um das Stück (55) längs dem Radius kontrahiert. Oder wenn wir das zweite Glied rechts in (55) vernachlässigen,

$$R_0 - R = \frac{b^2 R_0^3}{8} . \tag{55a}$$

Für die Ruhevolumendilatation D' erhalten wir

$$\left. \begin{aligned} D' = \frac{3 b^2 (2 r_0^2 - 3 R_0^2)}{8 (2 \Theta + 1)} &+ \\ &+ \frac{b^2 \Theta (3 y_0^2 - s_0^2)}{2 (2 \Theta + 1)(\Theta + 1)} . \end{aligned} \right\} \tag{57}$$

Eine träge Scheibe würde sich, unter Vernachlässiguug des Gliedes, welches von der Dicke der Scheibe abhängt, um ein Stück

$$R - R_0 = \frac{\omega^2 \varrho R_0^3 (\Theta + 1)}{8 K (3 \Theta + 1)} \tag{58}$$

längs dem Radius gedehnt haben.

Ich möchte zum Schluß mit ein paar Worten

1) Vgl. A. Love, l. c.

auf eine an mich gerichtete Bemerkung von Herrn P. Ehrenfest[1]) hier zurückkommen.

Die Invariante B^2) ist bekanntlich nichts anderes, als das Quadrat der Ruhelänge eines synchron gemessenen Linienelementes, wie dies aus (6) folgt. Ist also, als der Körper noch ruhte, $B = B_0$, und nachdem der Körper in Bewegung versetzt ist, in einem Moment t_1, $B = B_1$, so lautet die Bornsche Starrheitsbedingung

$$B_0 = B_1 . \tag{59}$$

Und dies muß nicht nur für ein Linienelement, sondern für alle Linienelemente innerhalb eines Volumenelementes gelten. Demnach ergibt die Bornsche Starrheitsbedingung, daß die Ruhegestalt eines Volumenelementes sich nicht ändern soll.

Aus (59) folgt dann

$$\frac{d B_1}{d t} = 0 . \tag{60}$$

Bei konstanter Rotation des Zylinders ist auch B_1 konstant und genügt also (60), wie eine jede konstante Größe. Nun kann aber nach dem Einwand von Herrn P. Ehrenfest B_1 nicht gleich B_0 sein, d. h. die Bornsche Bedingung ist im allgemeinen nicht zu erfüllen. Ich glaube, daß eine solche Bemerkung von seiten des Herrn P. Ehrenfest vollständig genügt haben würde, um die Sache klarzustellen. Es ist deshalb der Schluß von § 5 und die Anmerkung am Schluß meiner Arbeit[3]) entsprechend zu ändern.

Auch in unseren Beispielen wird im Zustand II der Gleichung (60) genügt, nur ist hier B_1 nicht gleich B_0 und hängt von den äußeren Kräften ab.

Nun ist aber gerade die Bornsche Forderung, daß die Ruhegestalt eines Volumenelementes sich nicht ändern soll, meines Erachtens die naheliegendste und plausibelste zur Definition eines starren Körpers.

Ich glaube deshalb, da diese Bornsche Bedingung versagt, lieber den Begriff des starren Körpers im allgemeinen fallen zu lassen, als nach einer anderen Definition eines starren Körpers zu suchen. Denn wird sich die Ruhegestalt eines Volumenelementes ändern, so können wir nicht gut von einem starren Körper sprechen.

Wir müssen deshalb mit Herrn M. Planck[4]) annehmen, daß die Deformation eines Körpers als ein elastisches Problem aufzufassen ist[5]).

---

1) Diese Zeitschr. 11, 1127, 1910.
2) § 4 meiner oben zitierten Arbeit in den Ann. d. Phys.
3) Ann. d. Phys. 33, 607, 1910.
4) Diese Zeitschr. 11, 294, 1910.
5) Siehe auch M. Laue, diese Zeitschr. 12, 48, 1911.

Ich habe deshalb im vorhergehenden versucht, von diesem Standpunkte aus einen Aufschluß über die Deformation bei bewegten Körpern zu erlangen.

Berlin, den 6. Februar 1911.

(Eingegangen 7. Februar 1911.)

Zum Ehrenfestschen Paradoxon.

Von V. Varićak.

Das Zustandekommen des Ehrenfestschen Paradoxons ist einleuchtend, wenn man sich auf den Standpunkt stellt, den Lorentz bei der Aufstellung seiner Kontraktionshypothese eingenommen hat, d. h. wenn man die Kontraktion des bewegten starren Körpers in der Bewegungsrichtung als eine objektiv stattfindende Veränderung ansieht. Unabhängig von dem Beobachter wird sich jedes Element der Peripherie nach Lorentz tatsächlich verkürzen, während die Elemente eines Radius unverkürzt bleiben.

Stellt man sich hingegen auf den Einsteinschen Standpunkt, demzufolge die besagte Kontraktion nur eine scheinbare, subjektive Erscheinung ist, verursacht durch die Art unserer Uhrenregulierung und Längenmessung, so erscheint mir jener Widerspruch nicht begründet zu sein.

Daß Herr Ehrenfest bei seiner Argumentation den Lorentzschen Standpunkt einnimmt, schließe ich aus den Fragen, die er an Herrn v. Ignatowsky gerichtet hat[1]), und hauptsächlich daraus, daß er jenen Widerspruch auch bei den Pausbildern Π und Π_1 zu finden vermeint. Mir will es scheinen, daß jene Pausbilder identisch sein müssen; sie werden denselben Radius und dieselbe Peripherie haben.

Um das zu begründen, sei es mir gestattet, auf die gleichförmige Translation eines starren Körpers zurückzugreifen, an dem gewöhnlich jene Kontraktion als Begleiterscheinung der Translation demonstriert wird. An dem vorderen Ende B des Stabes sei ein Spiegel befestigt und am rückwärtigen Ende A befinde sich eine Lichtquelle. Die doppelte Länge des Stabes messen wir durch die Zeit, welche ein Lichtsignal braucht, um von A nach B und zurück nach A zu gelangen. Um bei diesen bekannten Sachen nicht weitläufig zu werden, verweise ich z. B. auf die Arbeit von Lewis und Tolman[2]), die den radikalen Unterschied in den Lorentzschen und Einsteinschen Ansichten besonders stark betont haben. Dort kann man nachsehen, durch welche Überlegungen der ruhende Beobachter zur Annahme der Kontraktion des bewegten Stabes gezwungen wird. Aber er bleibt sich bewußt, daß diese Kontraktion sozusagen nur eine psychologische, und nicht eine physikalische Tatsache ist, d. h. daß der Körper in Wirklichkeit keine Änderung erfahren hat.

Nun führe der ruhende Beobachter mit diesem Stabe dasselbe Experiment aus, welches ihn Herr Ehrenfest mit der rotierenden Scheibe ausführen läßt[1]). Auf beiden Enden des Stabes sollen sich Marken befinden. Während der Stab ruht, hält der ruhende Beobachter ein Pauspapier P über ihm und paust die Marken auf das ruhende Blatt durch.

Während sich der Stab gleichförmig in gerader Linie vorwärts bewegt, hält der ruhende Beobachter ein Pauspapier P_1 über ihm und paust in dem Moment, wo seine Uhr auf t zeigt, mit einem Schlag beide Marken auf das ruhende Blatt durch.

Schließlich mißt der ruhende Beobachter B die Entfernung jener Marken an den ruhenden Pausbildern Π und Π_1 aus.

Ich glaube, daß er beidemal dieselbe Entfernung finden wird, denn der Stab ist in Wirklichkeit nicht kürzer geworden.

Das erwähnte Vorgehen des ruhenden Beobachters ist wohl identisch mit dem mechanischen Anlegen des Maßstabes an das auszumessende Objekt; das ist aber nicht dieselbe Operation wie das Ausmessen der Länge mit Hilfe der optischen Signale.

Kurz möchte ich noch erwähnen, daß bekanntlich die Uhren in den Punkten A und B des bewegten Stabes, obwohl sie gleichlaufend sind, verschiedene Zeiten angeben, wenn die Uhr des ruhenden Beobachters auf t zeigt.

Nur noch eine historische Bemerkung. Nachdem Lorentz die Hypothese aufgestellt hatte, daß alle Körper in Richtung der Erdbewegung eine Verkürzung ihrer Dimensionen erleiden, lag die Frage nahe, ob diese Deformation, bzw. Komprimierung, bei durchsichtigen Körpern nicht von einer Doppelbrechung begleitet ist. Die bezüglichen Versuche von Rayleigh und Brace ergaben ein negatives Resultat.

Nach dem Relativitätsprinzip von Einstein wäre man überhaupt auf die Frage nicht gekommen.

---

1) Diese Zeitschr. 11, 1129, 1910.

2) G. N. Lewis and R. C. Tolman, The principle of relativity, and Non-Newtonian mechanics. Proceedings of the american academy of arts and sciences 44, 711, 1909. Neulich wurde auch von J. Laub mit Nachdruck darauf hingewiesen, daß in der Theorie von Lorentz die Auffassung dieser Erscheinung eine wesentlich andere ist wie bei Einstein. Siehe Jahrb. d. Radioaktivität und Elektronik 7, 430, 1910.

1) Ich lasse dahingestellt die Frage, ob dieser Versuch vom relativistischen Standpunkt aus als möglich zu betrachten ist.

Im erwähnten Berichte von Laub kann man noch über andere ähnliche Versuche lesen, zu denen man vom Lorentzschen Standpunkte ganz folgerichtig geleitet wurde, die aber in der Einsteinschen Theorie keinen Sinn haben können.

Schließlich möchte ich noch bemerken, daß es nicht angeht, jene Kontraktion, welche sich bei der Translation einstellt, auf den Fall der Rotation ohne weiteres zu übertragen. Das Zustandekommen jener Kontraktion steht in Verbindung mit der Änderung des Uhrenganges infolge der Bewegung. Bei der Rotation ändert sich aber der Zeitparameter in einer anderen Weise, und ändert sich überhaupt nicht, wenn sich der Beobachter im Zentrum befindet, wie dies leicht zu zeigen ist.

Agram, 5. Februar 1911.

(Eingegangen 8. Februar 1911.)

Untersuchungen über die Natur der obersten Atmosphärenschichten. I[1]).

Von Alfred Wegener.

Einleitung. Im Jahre 1903 hat Hann[2]) unter Benutzung der damals gerade bekannt gewordenen Bestimmungen der Edelgase in der Atmosphäre durch Ramsay und Rayleigh die Zusammensetzung der letzteren für die Höhen von 10, 20, 50 und 100 km berechnet; das wesentlichste Ergebnis war, daß der am Erdboden nur in minimalen Spuren nachweisbare Wasserstoff in der Höhe von 50 km bereits 14 Volumprozente erreicht, in 100 km aber 99, so daß hier die Atmosphäre fast aus reinem Wasserstoff bestehen müßte. Obwohl Hann die Bedeutung dieser Beziehungen klar erkannte und zu Beginn seiner Arbeit ausdrücklich auf die diesbezüglichen Ausführungen Dewars in der Eröffnungsrede der British Association, Sept. 1902 (Belfort) hinwies, mangelte es damals doch noch zu sehr an Material, um die Frage der Realität dieses rein rechnerischen Ergebnisses prüfen zu können, und er war daher genötigt, seine Arbeit als eine vorläufige Orientierung zu bezeichnen. Humphreys[3]) hat sodann im Jahre 1909 die Rechnungen von Hann mit verbesserten Annahmen über die Temperaturverteilung in der Vertikalen wiederholt und das Ergebnis in Gestalt einer graphischen Darstellung nach Art der weiter unten zu gebenden veranschaulicht. Die Frage der Realität ließ er gänzlich unberührt.

Einstweilen noch ganz unabhängig von diesen Arbeiten habe ich die folgende Vermutung ausgesprochen[1]): „Die Frage, ob es auch hier (oberhalb der großen Schichtgrenze bei 11 km Höhe) noch ähnliche markante Schichtgrenzen gibt, sind wir keineswegs zu verneinen berechtigt . . . Schon jetzt kann man mit einiger Wahrscheinlichkeit die Vermutung aufstellen, daß sich ein solcher Sprung in der Dichte etwa bei 70—80 km Höhe befindet, namentlich weil hier die Krakatauwolken ihr Aufsteigen beendet haben, und weil zugleich diese Höhe ungefähr dieselbe ist, bis zu welcher noch diffuse Reflexion bemerkt wird." Im Winter 1909/10 habe ich sodann, ohne die Arbeit von Humphreys zu kennen, Hanns Rechnung mit engeren Intervallen wiederholt, um das Verhalten in der Höhe der zu erwartenden Schichtgrenze kennen zu lernen. Es ergab sich das Resultat[2]), „daß in der Höhe der erwarteten Schichtgrenze die Zusammensetzung der Luft sich außerordentlich rasch ändert, so daß man berechtigt ist, die darunter liegenden Schichten als Stickstoffatmosphäre, die darüber liegenden als Wasserstoffatmosphäre zu bezeichnen".

Wiederum ganz unabhängig sowohl von Humphreys, wie von meiner Arbeit hat gleichzeitig mit letzterer v. dem Borne, lediglich auf die Berechnungen von Hann zurückgreifend, die merkwürdigen Schallphänomene der Dynamitexplosion an der Jungfraubahn auf Reflexion der Schallstrahlen an einer oberen Wasserstoffsphäre zurückgeführt[3]).

In der vorliegenden Arbeit sollen diese bisher zerstreuten Resultate zu einem Gesamtbilde vereinigt, und dasselbe durch Heranziehung weiteren, bisher unbeachtet gebliebenen Materials ergänzt werden. Darüber hinaus aber soll der Versuch gemacht werden, zu zeigen, daß die Zusammensetzung der Luft höchstwahrscheinlich bei ca. 200 km eine zweite, wenn auch weniger

1) Vorläufige Mitteilung siehe Sitz.-Ber. d. Ges. z. Beförderung der gesamten Naturwiss. zu Marburg vom 30. November 1910.

2) Die Zusammensetzung der Atmosphäre, Meteorolog. Ztschr. 1903, 122; vgl. auch Ztschr. d. Österr. Ges. f. Meteorologie, 1875, 22.

3) Distribution of Gases in the Atmosphere, Bull. of the Mount Weather Observatory II, 2. Humphreys zitiert Ferrel, Recent Advances in Meteorology, 1886, 37 und Dewar, Proc. Roy. Institution, London, 17, 223, 1902. Auch Jeans hat die Verteilung der Gase berechnet in: The upper atmosphere, Bull. of the Mount Weather Obs. II, 374, 1910.

1) Probleme der Aerologie, Das Wetter, 1909, 11, 13.

2) Über eine neue fundamentale Schichtgrenze der Erdatmosphäre, Beitr. z. Physik d. freien Atmosphäre III, 4, 1910. Die Arbeit ist nicht datiert. Die Redaktion bestätigte den Empfang am 25. Februar, das Heft wurde ausgegeben am 10. Juni 1910.

3) Schallverbreitung bei Explosionskatastrophen. Diese Ztschr. 11, 483, 1910 (eingegangen 12. April 1910).

plötzliche Änderung erfährt, und daß darüber allem Anschein nach eine neue Sphäre eines unbekannten Gases liegt, das noch leichter als Wasserstoff ist, und dessen Spektrum die grüne Polarlichtlinie bei 557 $\mu\mu$ zeigt. Es ist nicht unwahrscheinlich, daß die Sphäre dieses neuen Gases, dem wir wegen seiner Ähnlichkeit mit dem Koronium der Sonnenatmosphäre den Namen „Geokoronium" beilegen wollen, mit den Erscheinungen des Zodiakallichtes in unmittelbarem Zusammenhange steht; jedenfalls aber dürfte sie die äußerste Gashülle der Erde darstellen, so daß durch ihre Erforschung ein abgeschlossenes, vollständiges Bild der Atmosphäre gewonnen wird.

Im folgenden soll das bisher vorliegende Material, das diese Fragen betrifft, der Reihe nach besprochen werden.

Kapitel I: Die Schichtgrenze bei 70 km Höhe.

1. Stufen der Lichtreflexion in der Atmosphäre. Es ist einleuchtend, daß durch Dichtigkeitssprünge in der Atmosphäre Lichtsprünge am Dämmerungshimmel hervorgerufen werden müssen. Wir haben also die Möglichkeit, durch Beobachtung der letzteren auf Dichtigkeitssprünge, also Schichtgrenzen zu schließen und deren Höhe zu bestimmen. Z. B. ist der sogen. erste Dämmerungsbogen offenbar identisch mit der durchstrahlten Troposphäre. Miethe und Lehmann[1]) fanden den Depressionswinkel der Sonne beim Verschwinden dieses ersten Dämmerungsbogens zu 8°, woraus sich bei Berücksichtigung der Refraktion die Höhe des Dichtigkeitssprunges zu ca. 11 km, also durchaus übereinstimmend mit der Grenze zwischen Troposphäre und Stratosphäre, ergibt. Die meisten derartigen Beobachtungen sind aber an dem Hauptdämmerungsbogen ausgeführt und ergeben, wie wir vorwegnehmen, als Höhe der hier in Betracht kommenden Schichtgrenze etwa 70 km. Auch nach diesem „Ende der Dämmerung" läßt sich übrigens über dem westlichen Horizont nach Sonnenuntergang noch ein sehr schwaches, bläuliches Licht erkennen, aus dessen Beobachtung See die Grenze der betreffenden lichtreflektierenden Schichten in 214 km Höhe ermittelte. Die Beobachtungen über den Hauptdämmerungsbogen, welcher in diesem Zusammenhange zunächst von Wichtigkeit ist, sind im folgenden zusammengestellt. Die Zahlen geben den Depressionswinkel der Sonne für den Augenblick, in welchem der Dämmerungsbogen gerade unter dem Horizont versinkt bzw. auftaucht[1]).

Schmidt (Athen)	15,9°
Behrmann (Atlantik)	15,6°
Bravais (Frankreich)	16,0°
Hellmann (Spanien)	15,6°
Liais (Atlantik)	17,8°
Möller (Atlantik)	17,5°
Bailey (Arequipa, Peru)	17,5°
Miethe u. Lehmann (Assuan) .	16,1°
Carlheim-Gyllenskjöld (Spitzbergen)	17,7°

Bei einer kritischen Betrachtung dieser Zahlen wird es sehr wahrscheinlich, daß die meisten von ihnen mit einem nicht unerheblichen systematischen Fehler behaftet sind, indem nämlich die dunsterfüllten, im Schatten liegenden untersten Luftschichten den Oberrand des Dämmerungsbogens verdecken, auch wenn dieser noch über dem Horizont steht. Es ist in dieser Beziehung sehr lehrreich zu sehen, daß die Morgenbeobachtungen, bei denen die unteren Schichten durchsichtiger zu sein pflegen als bei den Abendbeobachtungen, viel übereinstimmendere Werte liefern als die letzteren, wie die folgende Tabelle zeigt:

	Abend	Morgen
Spanien . . .	15° 20′	17° 52′
Assuan	14° 54′	17° 21′
Atlantik . . .	18° 18′	17° 22′

Nehmen wir hiernach etwa 17,4° als den wahrscheinlichsten Wert an, so würde sich bei angenäherter Rechnung (ohne Berücksichtigung der Refraktion[2])) für die obere Grenze der lichtreflektierenden Schichten eine Höhe von 74 km ergeben. (Einem Depressionswinkel von 16° würden 63 km entsprechen.) In der graphischen Darstellung (Fig. 1) ist diese Grenze des Hauptdämmerungsbogens angedeutet.

Das Vorhandensein eines derartigen, verhältnismäßig scharf zu lokalisierenden Helligkeitssprunges im Dämmerlicht deutet mit Entschiedenheit auf eine in der angegebenen Höhe liegende Schichtgrenze hin.

2. Die leuchtenden Nachtwolken. Vom Jahre 1885 ab wurden eigentümliche cirrostratusähnliche Wolkengebilde beobachtet, welche schon durch ihre helle Beleuchtung am äußersten Rande des Hauptdämmerungsbogens nach Sonnenuntergang eine ganz ungewöhnliche Höhenlage verrieten. Von 1887 ab wurde ihre Höhe auf photogrammetrischem Wege von

1) Dämmerungsbeobachtungen in Assuan im Winter 1908. Met. Ztschr. 1909, 97.

1) Pernter-Exner, Meteorolog. Optik, IV. Abschnitt, Wien u. Leipzig 1910, 767.

2) Es erscheint fraglich, ob die Berücksichtigung der Refraktion einen Vorteil bietet, da die Kontrolle fehlt, ob der in Betracht kommende Grenz-Sonnenstrahl die Erde tangiert oder nur eine Wolkenoberfläche.

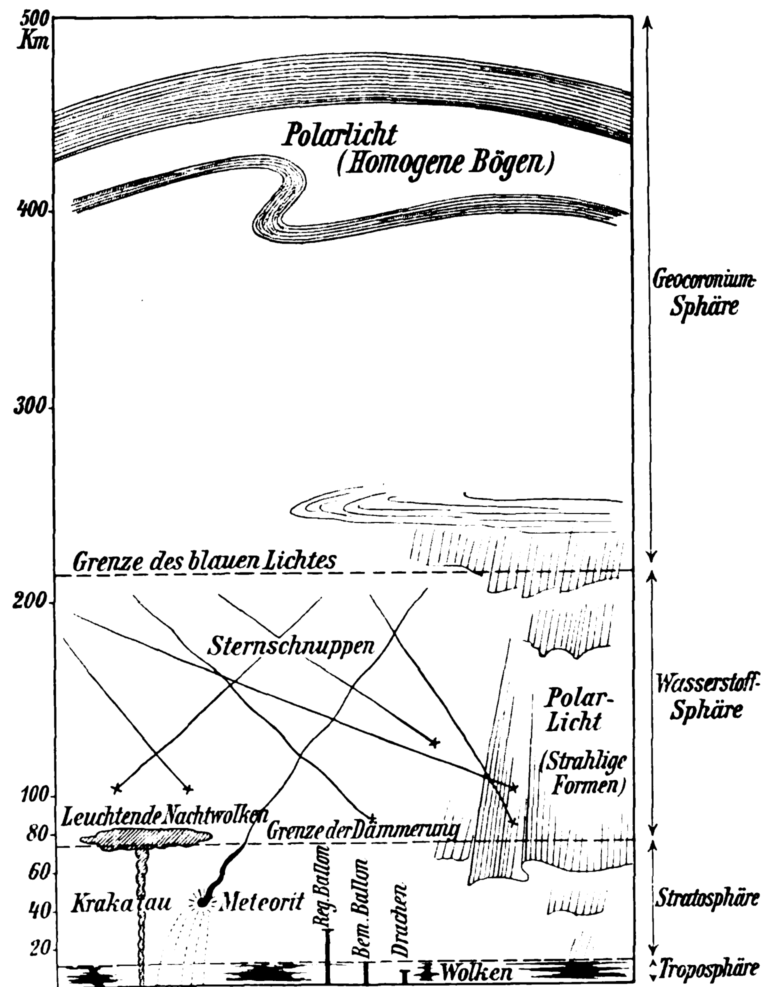


Fig. 1. Querschnitt der Atmosphäre.

Jesse und Stolze zu 70—83 km ermittelt[1]). In der Folgezeit sind sie dann immer seltener geworden und gelten gegenwärtig wohl schon seit geraumer Zeit als definitiv verschwunden. Erst beträchtliche Zeit nach ihrer Entdeckung wurde die jetzt allgemein angenommene Vermutung laut, daß man es mit den Produkten der bereits 1883 erfolgten gewaltigsten Vulkaneruption der geschichtlichen Zeit, nämlich des Ausbruchs des Krakatau in der Sundastraße, zu tun habe[2]). Über die Natur dieser Wolken dürfte aber auch heute noch wenig Klarheit herrschen. Die Hypothese, daß es sich um Ausbruchsprodukte des Krakatau handle, wurde zu einer Zeit aufgestellt, als die Stratosphäre noch nicht entdeckt war, und man infolgedessen annahm, daß die Abnahme der Temperatur mit der Höhe sich bis zur Grenze der Atmosphäre erstreckte. Erst im Jahre 1902 wurde gleichzeitig von Teisserenc de Bort in Paris[1]) und Aßmann in Berlin[2]) die Entdeckung gemacht, daß diese Temperaturabnahme bei etwa 11 km Höhe ganz aufhört, und daß in der darüber liegenden „Stratosphäre" überall dieselbe Temperatur von ca. — 55° C herrscht.

Hieraus entspringt aber eine bedeutende Schwierigkeit für die Auffassung der leuchtenden Nachtwolken als vulkanische Eruptionsprodukte; denn um diese oberen isothermen Schichten, noch dazu bis zu der enormen Höhe von 75 km, zu durchbrechen.

1) O. Jesse, Untersuchungen über die sogen. leuchtenden Nachtwolken. Sitz.-Ber. d. Kgl. Preuß. Akad. d. Wiss. in Berlin, Mai 1891 (eine frühere Arbeit ebendort 1890); auch Meteorolog. Ztschr. 1891, 306; Astron. Nachr. **140**, 3347, 161; später erschien eine zusammenfassende Abhdlg. „Die leuchtenden Nachtwolken" in den Publ. d. Berliner Sternwarte.

2) Kießling stellt in seinen „Untersuchungen über Dämmerungserscheinungen" (1888) die Frage noch als offen hin.

1) Compt. Rend. **134**, 987, 1902.

2) Sitz.-Ber. d. Preuß. Akad. d. Wiss. in Berlin, 1902, 495.

dazu gehört ein Auftrieb, den wir selbst der stark erhitzten Luft, die vom Vulkan aufsteigt, nicht ohne weiteres zuschreiben dürfen. Damit steht auch, wie gleich zu zeigen ist, in Übereinstimmung, daß die Rauchsäulen großer Eruptionen, soweit sie beobachtet wurden, sich in der Tat stets an der Grenze der Stratosphäre seitlich ausgebreitet haben. Es liegen hier Beobachtungen vor, die bei richtiger Deutung den Nachweis dieser Schichtgrenze zwischen Tropo- und Stratosphäre involvieren, und dabei aus einer Zeit stammen, in der man noch weit entfernt war, diesen Nachweis mit Hilfe von Registrierinstrumenten führen zu können. Wir werden zeigen, wie diesem nach den gegenwärtigen Erfahrungen naheliegenden Einwande begegnet werden kann. Was ferner die unmittelbare Zusammensetzung dieser Wolken betrifft, so ist jedenfalls die Annahme, daß es sich um irgendwelche festen Eruptionsprodukte handelte, gänzlich unhaltbar. Denn daß diese festen Partikel sich mehr als 6 Jahre lang in nahezu derselben Höhe gezeigt haben und dabei doch so kompakter Natur gewesen sind, daß sie direkt als Wolken sichtbar waren, läßt sich nicht miteinander vereinigen. Auch diesen Punkt wollen wir im folgenden klarzustellen versuchen.

Zunächst dürfte es nicht überflüssig sein, einige Beispiele für unsere obige Bemerkung zu geben, daß sich die Rauchsäulen der größeren Vulkanausbrüche an der Grenze zwischen Troposphäre und Stratosphäre pinienartig ausbreiten, ohne wesentlich in die letztere einzudringen. So hat Whymper, auf einer Besteigung des Chimborazo begriffen, am 3. Juli 1880 einen Ausbruch des Cotopaxi beobachtet[1]): „Um 5 Uhr 45 Minuten morgens begann eine schwarze Rauchsäule vom Krater aufzusteigen. Sie stieg, rasch sich kräuselnd, mit ungeheurer Geschwindigkeit in die Luft, und in weniger als einer Minute hatte sie eine Höhe von 20 000 Fuß über dem Rande des Kraters erreicht." (Geschätzt nach den bekannten Dimensionen des Berges.) „Der Gipfel der Säule mußte daher nahe 40 000 Fuß über der Meeresoberfläche sein. In dieser Höhe traf sie auf einen heftigen Ostwind, welcher den Rauch rasch 20 engl. Meilen nach dem Stillen Ozean zu führte." Eine ähnliche Beobachtung wurde ferner am 20. Mai 1883, 3 Monate vor dem Hauptausbruch, am Vulkan Krakatau gemacht. Von dem deutschen Kriegsschiff „Elisabeth" aus, das sich 4 geograph. Meilen vom Vulkan entfernt befand, wurde die Höhe der Rauchsäule zu 10 400 m gemessen; dagegen soll dieselbe am 26. August allerdings 27 km betragen haben. Auch bei der Eruption des Vulcano, Anfang August 1888, betrug die Höhe der Rauchsäule nach Riccio 10,5 km. Diese Höhenmessungen sind in den meisten Fällen naturgemäß sehr ungenau, zumal auch perspektivische Täuschungen vorkommen dürften, aber die angegebenen Zahlen zeigen doch so viel, daß die Ausbreitung der Rauchwolken offenbar in der Tat an der genannten Schichtgrenze erfolgte. Wenn also die Stratosphäre bereits dem Eindringen der Rauchmassen einen derartigen Widerstand entgegensetzt, so sollte man in der Tat ein gänzliches Durchdringen derselben bis zur Höhe von 70 km hinauf für nahezu unmöglich halten.

Indessen möchte ich auf folgendes aufmerksam machen: Bunsen fand in den Gasen der isländischen Fumarolen 25 Proz. Wasserstoff, und einen ähnlich hohen Gehalt an diesem Gase, nämlich 23,3 Proz., fand auch Moissan in den Gasen des Mt. Pelée auf Martinique bei der Eruption von 1902. Erinnert man sich an den bekannten Versuch von Grove[1]), bei welchem durch Hineinbringen eines geschmolzenen, weißglühenden Platintröpfchens in Wasser Knallgas erhalten wird, also Dissoziation des Wassers eintritt ohne Wiedervereinigung bei der Abkühlung, so ist in der Tat bei derartigen Vulkanausbrüchen, wie beim Krakatau, wo das Meer Zutritt zur glühenden Lava hat, zu erwarten, daß außer Wasserdampf auch große Mengen freien Wasserstoffs entstehen. Damit würden aber die oben geäußerten naheliegenden Bedenken entkräftet werden, ja es erschiene dann besonders plausibel, daß diese Gasmassen die ganze Stratosphäre bis zu derjenigen Schichtgrenze durchstiegen haben, welche, wie später zu zeigen ist, mit dem Beginn der Wasserstoffsphäre zusammenfällt.

Die leuchtenden Nachtwolken dürften auf Kondensation des hier angehäuften Wasserdampfes zurückzuführen sein und sich, abgesehen von ihrer abnormen Höhenlage, in nichts von gewöhnlichen Cirruswolken unterscheiden. Keine dieser Wolken dürfte einen längeren Bestand gehabt haben, sie sind offenbar entstanden und vergangen, wie auch die gewöhnlichen Wolken. Das Bleibende war nur der in diesen Höhen angehäufte Wasserdampf, der bei Hebung der Schichtgrenze sogleich zur Kondensation führt. Es läßt sich leicht zeigen[2]), daß die relative Feuchtigkeit in 70 km Höhe normalerweise bereits auf unmeßbar kleine Be-

1) Kießling, Untersuchungen über Dämmerungserscheinungen. Hamburg und Leipzig 1888, 49.

1) Vgl. Erdmann, Lehrb. d. anorgan. Chemie, 3. Aufl., Braunschweig 1902, 139.

2) Alfred Wegener, Über Temperaturinversionen; Beitr. z. Physik d. freien Atm. IV, 1, 55, 1910.

träge gesunken sein muß. Da nämlich in der Stratosphäre alle Vertikalströmungen ausgeschlossen sind und auch keine Kondensation stattfindet, so muß der Wasserdampf in ihr den Gesetzen der idealen Gase folgen. Nehmen wir daher als mittleren Dampfdruck in 11 km Höhe den plausiblen Wert 0,017 mm an, so können wir hiernach ohne Schwierigkeit die Dampfdrucke für alle anderen Höhen berechnen, und da die Temperatur — soweit unsere Messungen reichen — überall dieselbe ist, so ergibt sich damit sofort auch die relative Feuchtigkeit. Man erhält folgende Werte:

Höhen in km . .	11	15	20	25	30
Dampfdruck (mm)	0,017	0,0115	0,00706	0,00433	0,00266
Relat. Feucht. Proz.	50,3	34,0	20,9	12,8	7,9

Höhen in km . .	35	40	45	50
Dampfdruck (mm)	0,00163	0,00100	0,000615	0,000378
Relat. Feucht. Proz.	4,8	3,0	1,8	1,1 usw.

Durch diesen Gang der relativen Feuchtigkeit erklärt sich die Tatsache, daß oberhalb der Schichtgrenze bei 11 km im allgemeinen keine Wolken mehr beobachtet werden. In der Tat sind die leuchtenden Nachtwolken die einzige uns bekannte Wolkenart, welche in größeren Höhen aufgetreten ist. Aus den Zahlenwerten geht zur Genüge hervor, daß die relative Feuchtigkeit in der Höhe von 70 km bereits auf Werte herabgesunken sein muß, welche sich mit unseren hygrometrischen Methoden durchaus nicht mehr nachweisen lassen. Der Umstand, daß in dieser Höhe dennoch Wolken aufgetreten sind, zwingt uns demnach zu dem Schluß, daß hier eine Quelle für den Wasserdampf liegt oder gelegen hat, und diese Quelle kann keine andere sein als die der Ausbruchsgase des Krakatau. Hierbei sei aber noch auf einen anderen Punkt hingewiesen. Wie später ausführlich zu zeigen ist, kommt man für die Höhe von 60 km auf den Gesamtluftdruck von 0,106 mm Quecksilber, für 80 km sogar nur noch auf 0,0192 mm. Da 0,019 der Sättigungsdruck des Wasserdampfes bei -55^0 (in bezug auf Eis[1])) ist, so sieht man, daß man hier an die Grenze kommt, an welcher äußerer Luftdruck und Sättigungsdruck einander gleich werden. Oberhalb dieser Grenze ist jede Kondensation ausgeschlossen, und an der Grenze selber müßte die Atmosphäre aus reinem Wasserdampf bestehen, um Wolken erzeugen zu können. Natürlich verschiebt sich diese Grenze nicht unerheblich, wenn unsere Annahme über die Temperatur falsch sein sollte. Man sieht aber, daß die Atmosphäre in diesen Höhen imstande ist, nahezu beliebig große Quantitäten von Wasserdampf in gasförmigem Zustande aufzunehmen, ohne ihn durch Kondensation sogleich wieder zu beseitigen. Gerade durch diese Annahme, daß es sich um außerordentlich große Mengen handelt, wird aber die jahrelange Fortdauer des Nachtwolkenphänomens erklärt. Die relativ geringfügigen Kondensationserscheinungen, welche diese Wolken repräsentierten, lassen sich leicht auf lokale adiabatische Hebungen der Schichtgrenze wie bei dem gewöhnlichen Cirrostratus zurückführen. Um aber den gewaltigen Vorrat an unsichtbarem Wasserdampf aus diesen Höhen zu beseitigen, was nur mit Hilfe der langsamen Diffusion möglich ist, müssen bedeutende Zeiträume nötig sein, und es ist anzunehmen, daß auch gegenwärtig noch, obwohl die Sättigung anscheinend nie mehr erreicht wird, in der Höhe dieser Wolken eine relative Feuchtigkeit vorhanden ist, welche die oben angeführten theoretischen Gleichgewichtswerte erheblich übertrifft.

1) Bei -55^0 wird die Sättigung in bezug auf Eis schon bei einer relativen Feuchtigkeit von 55 Proz. erreicht. Vgl. Alfred Wegener, Über die Eisphase des Wasserdampfes in der Atmosphäre. Met. Ztschr. 1910, 451.

Die vorangehenden Erörterungen waren nötig, um überhaupt ein klares Bild von der Natur der leuchtenden Nachtwolken zu erhalten. Für die vorliegende Untersuchung ist das Wesentliche, daß die Ausbruchsprodukte des Krakatau in dieser bestimmten Höhe ihr Aufsteigen beendet und sich seitlich ausgebreitet haben. Schon diese Tatsache allein würde die Annahme berechtigt erscheinen lassen, daß hier eine markante Schichtgrenze der Atmosphäre zu suchen ist; und der Umstand, daß diese Höhe so gut wie völlig mit derjenigen zusammenfällt, welche der oberen Grenze des Hauptdämmerungsbogens entspricht, kann als eine unabhängige Bestätigung dieser Annahme betrachtet werden.

Kapitel II. Die Wasserstoffsphäre oberhalb 70 km Höhe.

1. Die Zusammensetzung der Luft am Erdboden. Die folgende Tabelle gibt die Zusammensetzung der Luft am Erdboden in Volumprozenten. Die Gase sind nach ihrem Molekulargewicht geordnet.

Die numerische Annahme über das hypothetische Geokoronium wird im zweiten Teil dieser Arbeit ausführlich begründet werden, weswegen wir sie hier übergehen. Die Unsicherheit der Volumprozente spielt für die folgende Berechnung vor allem beim Wasserstoff eine große Rolle. Bei diesem Gase sind wir im wesentlichen auf eine einzige Bestimmung angewiesen, welche

	Mol.-Gew.	Volumprozente
Geokoronium (einatomig) . .	ca. 0,4	ca. 0,000 58 (hypothetisch)
Wasserstoff H_2 .	2,02	0,0033 (Gautier-Rayleigh)
Helium He . . .	4,0	0,0005 (Claude)
Wasser H_2O. . .	18,02	variabel 0—4
Neon Ne	20,0	0,0015 (Claude)
Stickstoff N_2 . .	28,02	78,06 (Leduc)
Sauerstoff O_2 . .	32,00	20,90
Argon Ar. . . .	39,9	0,937
Kohlensäure CO_2	44,0	0,029 (var.)
Ozon O_3	48,0	Spuren (Thierry)
Krypton Kr. . .	83,0	ca. 0,0001
Xenon X	130,7	ca. 0,000 005

Gautier[1]) ausführte. Er fand 0,01 Volumprozente. Rayleigh[2]) hat indessen seine Messung einer sorgfältigen Kritik unterzogen und kommt zu dem Schluß, daß der Wasserstoffgehalt nur den 3. Teil des angegebenen Wertes betragen könne, also 0,0033 Volumprozente, wie oben angegeben. Auch Leduc[3]) kritisiert Gautiers Messung in gleichem Sinne. Gautier glaubt trotzdem seine Angabe aufrecht erhalten zu sollen[4]), und diese ist infolgedessen auch von vielen Autoren, wie Dewar u. a. angenommen worden. Hann benutzt einen mittleren runden Wert von 0,01 Volumprozent. Neuerdings hat nur noch Claude[5]) einen Versuch gemacht, den Wasserstoffgehalt der Luft zu bestimmen, und findet ihn jedenfalls kleiner als 0,0001 Volumprozent, also noch viel kleiner als Rayleigh annahm. Indessen ist seine Meßmethode, wie er selbst angibt, mit systematischen Fehlern behaftet, so daß sein Resultat doch zu unsicher erscheint, um berücksichtigt zu werden. Bei den vorliegenden Untersuchungen haben wir den von Rayleigh angenommenen Wert benutzt. — Man sieht aber aus diesen Angaben, wie unsicher gegenwärtig noch die Basis der Rechnung ist.

Die Schwierigkeit bei der Bestimmung des Wasserstoffgehalts liegt zum großen Teil darin begründet, daß die Luft überall, besonders in den großen Städten, auch noch Kohlenwasserstoffe enthält (die als lokale „Verunreinigungen" betrachtet werden und daher in der obigen Übersicht nicht mitgenommen werden konnten, obwohl ein solches Verfahren nicht ohne weiteres berechtigt erscheint). Und diese Kohlenwasserstoffe lassen sich chemisch nur sehr schwer von reinem Wasserstoff trennen. Diese Schwierigkeiten werden sich vielleicht nur dadurch umgehen lassen, daß man die Analyse an der Küste oder auf einer Insel im Ozean ausführt. Indessen hat sich das Interesse erst neuerdings diesem Gegenstande wegen seiner Bedeutung für die Physik der obersten Luftschichten zugewandt, und es ist zu hoffen, daß nunmehr auch von chemischer Seite diese Bedeutung gewürdigt, und an eine exakte Neubestimmung geschritten wird.

2. **Die theoretische Zusammensetzung der Atmosphäre in den höheren Schichten.** Die Berechnung der Zusammensetzung und des Luftdruckes für die verschiedenen Höhen geschieht in der Weise, daß man sich die Partialdrucke der Gase einzeln berechnet, wobei man in die barometrische Höhenformel

$$\log \text{nat} \left(\frac{p_0}{p}\right) = \frac{h}{H(1 + \alpha t)}$$

(p_0 = Druck in der Ausgangshöhe, p = Druck in der um h größeren Höhe, $\alpha = \frac{1}{273}$ der Ausdehnungskoeffizient der Gase, t = Mitteltemperatur der Luftsäule h in Celsiusgraden) für H die charakteristische Konstante (sog. Höhe der homogenen Atmosphäre) des betreffenden Gases einzusetzen hat. Durch Summation der Partialdrucke aller Gase erhält man den Gesamtluftdruck, und das Verhältnis der Partialdrucke zu diesem gibt unmittelbar die Volumprozente. Setzen wir die Mitteltemperatur der untersten 10 km gleich $\frac{+9-55}{2} = -23^0$ C, und nehmen darüber überall -55^0 an, so erhalten wir das folgende Resultat, bei welchem auch das hypothetische Geokoronium mitgenommen ist.

Zusammensetzung der Luft (in Volumprozenten)[1]).

Höhe km	Luftdruck mm	(Geokoronium)	Wasserstoff	Helium	Stickstoff	Sauerstoff	Argon
0	760	0,00058	0,0033	0,0005	78,1	20,9	0,937
20	41,7	0	0	0	85	15	0
40	1,92	0	1	0	88	10	—
60	0,106	5	12	1	77	6	
80	0,0192	19	55	4	21	1	
100	0,0128	29	67	4	1	0	
120	0,0106	32	65	3	0	—	
140	0,00900	36	62	2	—		
200	0,00581	50	50	1			
300	0,00329	71	29	—			
400	0,00220	85	15				
500	0,00162	93	7				

In Fig. 2 sind diese Zahlen veranschaulicht. Will man aus der Figur die Zusammensetzung in einer bestimmten Höhe entnehmen, so legt man durch dieselbe eine Horizontale; die auf die verschiedenen Felder entfallenden Abschnitte

1) Ann. d. Chem. XXII, 1901, Jan.
2) Phil. Mag. VI. Ser., Vol. 3, April 1902, S. 416.
3) Compt. rend. **135**, 860.
4) Compt. rend. **135**, 1025.
5) Compt. rend. **148**, Nr. 22, Juni 1909.

1) Es sind nur diejenigen Gase berücksichtigt, die in irgendeiner Höhe mindestens 0,1 Volumprozent geben.

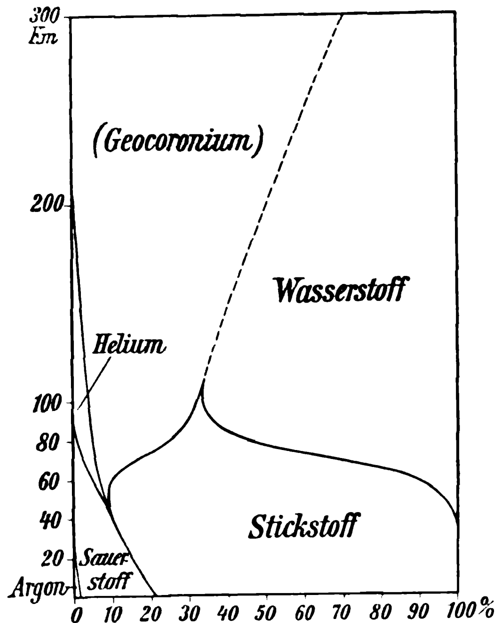


Fig. 2. Zusammensetzung der Atmosphäre.

stellen dann die Volumprozente der betreffenden Gase dar.

Die Mitnahme des Geokoroniums hat nur wenig Einfluß auf die Verteilung der übrigen Gase: ließe man es fort, so fiele sein Raum in der Figur dem Wasserstoff anheim, ohne daß sich die anderen Grenzkurven merklich änderten.

Der Wasserdampf wurde bei dieser Berechnung nicht berücksichtigt. Wie vorher erwähnt, erscheint es nicht ausgeschlossen, daß er in gewissen Höhen wenigstens zeitweise sogar den Hauptbestandteil, mindestens aber einen sehr wesentlichen Bestandteil ausmacht. Da er aber erheblich schwerer ist als Helium und Wasserstoff, so muß er in den Höhen, wo diese Gase in den Vordergrund treten, unter allen Umständen mehr und mehr auch prozentisch verschwinden, so daß das Bild durch seine Vernachlässigung nicht wesentlich gefälscht werden kann.

3. Anwendbarkeit der Gasgesetze. Es muß noch die Frage erörtert werden, ob wir denn berechtigt sind, die Gasgesetze in der angegebenen Weise auf die Atmosphäre anzuwenden; denn dies hat ja zur Voraussetzung, daß statisches Gleichgewicht herrscht, während in Wahrheit ein stationärer Bewegungszustand vorliegt. Die neueren Forschungen mit Hilfe der Registrierballons haben indessen gezeigt, daß sich die sog. Gesamtzirkulation der Atmosphäre auf die Troposphäre beschränkt, welche für diese großzügigen Betrachtungen nur von sehr geringer Dicke ist, wiewohl sie etwa $^3/_4$ der Gesamtatmosphäre in sich verdichtet enthält. In unseren Breiten ist diese Schicht, in welcher infolge der vertikalen Konvektion die Temperatur nach unten zunimmt und der Wasserdampf teilweise kondensiert, bekanntlich etwa 11 km dick, am Pol vielleicht 9, am Äquator 17—18. Innerhalb dieser Schicht können wir allerdings eine Verteilung der Gase nach dem Daltonschen Gesetze kaum erwarten. Hier werden wir wegen der fortwährenden Mischungen einen Zustand annehmen müssen, welcher von der Verteilung nach den Gasgesetzen mehr oder weniger in der Richtung nach einer Konstanz der Volumprozente hin abweicht. Ob freilich, wie Humphreys a. a. O. annimmt, letztere völlig erreicht ist, muß doch wohl dahingestellt bleiben[1]). Übrigens ist aus der graphischen Darstellung ersichtlich, daß auch nach den Gasgesetzen in diesen untersten 11 km erst eine sehr geringe Änderung eintritt, so daß es für das Resultat nicht viel ausmacht, ob wir diese schon von der Erde oder erst von 11 km Höhe ab gelten lassen. Oberhalb dieser Höhe aber muß die hier herrschende Isothermie alle Vertikalbewegungen der Luft verhindern, so daß hier in der Tat eine Verteilung der Gase nach den Gasgesetzen anzunehmen ist. Allerdings ist zu berücksichtigen, daß unsere Temperaturmessungen gegenwärtig nur bis zur Höhe von 29 km reichen[2]). Wenn aber die gleichförmige Temperatur von ca. -55^0 C, welche die Stratosphäre bisher in allen untersuchten Höhen gezeigt hat, ein Resultat des Strahlungsgleichgewichts zwischen Erde und Weltraum ist, wie es die neueren Arbeiten von Gold und namentlich Humphreys[3]) wahrscheinlich machen, so haben wir begründete Ursache, anzunehmen, daß auch in größeren Höhen die Temperaturverhältnisse sich nicht mehr wesentlich ändern werden. Es lassen sich also von dieser Seite her keine prinzipiellen Einwände gegen das Verfahren erheben.

4. Übereinstimmung des Umschlages in der Zusammensetzung mit der Schichtgrenze bei 70 km Höhe. Der Umschlag in der Zusammensetzung, welcher sich nach dem Vorausgehenden in etwa 70 km Höhe vollzieht, ist ein auf den ersten Blick überraschend plötzlicher. Die Ursache ist die große Verschiedenheit der Molekulargewichte der beiden in Be-

1) Vgl. die im II. Teil dieser Arbeit zu besprechenden Analysen von Luftproben aus der Höhe.

2) Der höchste bisher ausgeführte Registrierballonaufstieg ist der vom 5. Nov. 1908 (Brüssel). Vgl. A. Wagner, Die höchsten Registrierballonaufstiege, Met. Zeitschr. 1909, S. 88. Von Aufstiegen auf 27 und 26 km Höhe liegen bereits mehrere vor.

3) Vertical temperature-gradients of the atmosphere, especially in the region of upper inversion, Astrophysical Journal XXIX, 1909, 1, 14—32.

tracht kommenden Gase Stickstoff und Wasserstoff; es ist einleuchtend, daß der Übergang um so langsamer erfolgen muß, je geringer dieser Unterschied ist, und umgekehrt. Das Interessanteste ist aber, daß diese markante Trennung zwischen der Stickstoff- und Wasserstoffsphäre gerade in derjenigen Höhe eintritt, in welcher wir, wie oben ausgeführt, bereits aus ganz anderen Gründen eine Schichtgrenze anzunehmen genötigt waren. Hierdurch wird diese letztere Annahme ganz außerordentlich gestützt. Die Übereinstimmung wird nur wenig beeinträchtigt durch die Ungenauigkeit der der Rechnung zugrunde liegenden Werte. Ich habe bereits an anderer Stelle[1]) darauf hingewiesen, daß man auch mit demjenigen Wert des Wasserstoffgehalts am Erdboden, welchen Hann annimmt, ja sogar noch mit dem Gautierschen Wert, eine ganz leidliche Übereinstimmung der Höhen erhält, welche noch besser wird, wenn man, wie Humphreys, die Volumprozente bis 11 km als konstant annimmt. Ferner sieht man aus einer Vergleichung der vorliegenden Zahlenwerte mit den von Hann berechneten (bei denen erheblich andere Temperaturen in den unbekannten Schichten zugrunde gelegt sind), daß selbst ein großer Fehler in der Temperaturannahme nur eine geringe Verschiebung der Höhenskala zur Folge hat und das Bild als Ganzes nicht ändert. Wir sind also nicht berechtigt, anzunehmen, daß die Rechnungsergebnisse wesentlich anders ausfallen würden, wenn der Wasserstoffgehalt am Erdboden genauer bekannt wäre und wir über die gegenwärtig unbekannten Temperaturen der Schichten oberhalb 30 km Höhe Aufschluß erhielten.

5. Akustische Zeugnisse. Es existiert bereits eine große Zahl von Fällen, in denen glaubhafte Berichte über außerordentlich weite Hörbarkeit von Geschützdonner und ähnlichen Schallphänomenen überliefert sind. v. dem Borne hat zwei derartige Fälle genauer untersucht[2]). Besondere Beachtung hat die von De Quervain[3]) beschriebene Dynamitexplosion an der Jungfraubahn vom 15. November 1908 gefunden.

Das Merkwürdige bei diesem Phänomen besteht darin, daß außer einem die Explosionsstelle umgebenden Gebiet normaler Hörweite, ein zweites noch viel ausgedehnteres Gebiet abnormer Hörweite vorhanden war, welches von ersterem durch eine rund 100 km breite „Zone des Schweigens" getrennt war. Wie aus der von De Quervain gegebenen Kartenskizze zu entnehmen ist, erstreckt sich das Gebiet normaler Hörweite bis etwa 30 km von der Schallquelle, ist aber einseitig nach Norden zu entwickelt. Die darauf folgende Zone des Schweigens, aus welcher zahlreiche negative Berichte vorliegen, reicht bis 140 km von der Schallquelle. Hier beginnt, etwa einen Azimutwinkel von 80° (von N bis E) umfassend, die Zone abnormer Hörbarkeit, welche etwa 50 km breit ist, und deren Innenrand schärfer markiert erscheint als der Außenrand. Diese letztere Hörbarkeitszone führt nun v. dem Borne in seiner eingangs erwähnten Arbeit[1]) auf die Schallreflexion an der in Rede stehenden Schichtgrenze zurück. Im Prinzip beruht dies auf folgender Überlegung. Da die Schallgewindigkeit in gewöhnlicher Luft nur etwa 330 m p. Sek., in Wasserstoff aber 1280 m p. Sek. beträgt, so müßte, falls eine scharfe Schichtgrenze vorhanden wäre, schon bei einem Einfallswinkel von 15° $\left(\sin\varphi = \frac{v}{v_1}\right)$ Totalreflexion eintreten, und der Strahl würde, wenn er im übrigen geradlinig verliefe, in 40 km Abstand von der Schallquelle wieder die Erde erreichen. Von hier ab nach außen zu läge (ohne scharfe äußere Begrenzung) eine zweite Hörbarkeitszone. Indem v. dem Borne nun einmal die Krümmung berücksichtigt, welche die Schallstrahlen innerhalb der Troposphäre wegen der hier herrschenden Temperaturabnahme mit der Höhe erleiden müssen, und indem er in Rechnung zieht, daß die beiden Gase an der Schichtgrenze nicht scharf getrennt sind, so daß auch keine eigentliche Reflexion, sondern nur ein allmähliches Herumbiegen der Schallstrahlen erfolgen kann, gelingt es ihm zu zeigen, daß hierdurch der vorerwähnte Abstand von 40 km auf etwa 120 km hinausgeschoben wird. In bezug auf die Berechnung verweisen wir auf die Originalabhandlung und geben hier nur das Resultat derselben in Form der folgenden Tabelle wieder.

Es kann keinem Zweifel unterliegen, daß diese Erklärung in einer weit vollkommeneren Weise den Erscheinungen gerecht wird als die früheren Versuche, dieselben lediglich aus der Windänderung mit der Höhe zu erklären. Damit bieten aber diese Rechnungen einen indirekten Beweis für die Realität einer oberhalb 70 km liegenden Wasserstoffsphäre.

1) Über eine neue fundamentale Schichtgrenze der Erdatmosphäre, a. a. O.

2) Über die Verbreitung der durch die Dynamitexplosion zu Förde in Westfalen verursachten Schallphänomene; „Erdbebenwarte", **4**, 1, 1904, sowie: Über die Fernwirkung der Koburitaufflammung in Witten-Annen; ebendort **6**, 110, 1907.

3) Die Erdbeben in der Schweiz im Jahre 1908 und die Schallverbreitung der Dynamitexplosion an der Jungfraubahn am 15. November. Annal. d. Schweiz. Met. Zentralanstalt, Jahrg. 1908.

1) Schallverbreitung bei Explosionskatastrophen, a. a. O.

Depressionswinkel an der Schallquelle	Die Schallbahn wird horizontal in einer Höhe von ... km	Die Schallbahn erreicht die Erdoberfläche ... km von der Schallquelle
80°	56	290
70	58	210
60	62	142
50	65	126
40	69	120
30	75	116
20	89	126
17° 20′	∞	∞

Es erscheint hiernach nicht ausgeschlossen, daß man diese Schallphänomene zu einer systematischen Erforschung der obersten Luftschichten wird verwenden können[1]). Wenn man über eine Reihe passend verteilter Stationen verfügt, deren Beobachter zu der verabredeten Zeit ihre Aufmerksamkeit auf die Erscheinung konzentrieren können, so würden höchstwahrscheinlich schon erheblich geringere Schallintensitäten, beispielweise einzelne Kanonenschüsse, genügen. Durch genaue Zeitvergleichungen würde man dann ein wesentliches Kriterium für die Richtigkeit dieser Vorstellungen gewinnen. Den Einfluß des Windes, wenigstens innerhalb der Troposphäre, würde man leicht mit Hilfe von Pilotballon-Visierungen ermitteln können. Derartige Versuche würden sich wahrscheinlich ohne allzu große Kosten auf Schießplätzen anstellen lassen. Es ist zu hoffen, daß tunlichst bald auf diese Weise das bisher rein zufällige und mit allen Mängeln eines solchen behaftete Beobachtungsmaterial durch ein mehr systematisches ersetzt wird.

1) Wie A. Schmauß mir gelegentlich vorschlug.

(Schluß folgt.)

Über das Verhältnis des Argons und des Stickstoffs in den Quellgasen.

Von B. Walter.

Bei seinen zahlreichen Analysen von Quellgasen mit Rücksicht auf ihren Gehalt an Edelgasen hat Ch. Moureu zunächst denjenigen dieser Gase im ganzen bestimmt[1]) und später in Verbindung mit R. Biquard auch noch den hierin befindlichen Betrag des Heliums besonders ermittelt[2]). Dabei ergab sich, daß der Heliumgehalt von einer Quelle zur andern ganz erheblich — in den meßbaren Fällen zwischen 5,34 und 0,0012 Proz. — schwankte, wie es auch wegen der verschiedenen Radioaktivät der verschiedenen Gesteinsschichten von vornherein erwartet wurde.

Von den übrigen Edelgasen kommt nach den Angaben der Verfasser bei den Quellgasen quantitativ nur noch das Argon in Betracht; denn in der letzten der beiden erwähnten Abhandlungen ist z. B. ausdrücklich bemerkt, daß man durch Bildung der Differenz aus dem Gesamtgehalt an Edelgasen und demjenigen an Helium den Gehalt an Argon ableiten könne. Die Zahlen selbst werden jedoch nicht angeführt; und es ist auch hiervon überhaupt nicht weiter die Rede.

Berücksichtigt man nun aber, daß das Argon der unterirdischen Gewässer doch höchstwahrscheinlich zum größten Teile aus der atmosphärischen Luft stammt, d. h. mit ihr durch die atmosphärischen Niederschläge in den Erdboden hineingelangt ist, so scheint es doch wohl von einigem Interesse, auch den Gehalt des Argons nicht bloß bei den einzelnen Gewässern untereinander, sondern auch vor allem mit dem der Atmosphäre selbst zahlenmäßig zu vergleichen.

Zu diesem Zwecke wird man allerdings den Argongehalt nicht mehr auf das gesamte Gasvolumen, sondern nur auf seinen Stickstoffgehalt beziehen, da ja einesteils der Sauerstoff der in den Erdboden hineingedrungenen Luft in letzterem zu einem mehr oder weniger großen Teile chemisch gebunden wird, und anderntteils die Kohlensäure der Quellen wieder umgekehrt fast nur aus dem Erdboden stammt und also hier erst recht nicht in Frage kommt.

Somit sind also in der folgenden Tabelle zunächst für die atmosphärische Luft und dann für 28 der von Moureu und Biquard untersuchten Brunnen nicht bloß ihr Gehalt an Kohlensäure, Sauerstoff, Stickstoff, Helium und Argon, sondern in der letzten Vertikalspalte auch noch der auf den Stickstoffgehalt bezogene Argongehalt angegeben. Es sind das sämtliche Brunnen, für welche die genannten Verfasser neben dem Helium- und dem Argongehalt auch denjenigen an Stickstoff gesondert bestimmt haben, wie es ja für diese Betrachtung notwendig ist.

Aus der letzten Vertikalspalte dieser Tabelle ersieht man nun, daß der auf Stickstoff bezogene Argongehalt der Brunnengase — im Gegensatz zum Heliumgehalt — nur in verhältnismäßig engen Grenzen, nämlich nur zwischen 0,90 und 1,83 Proz. schwankt, und daß in diesen Grenzen auch der Argongehalt der atmosphärischen Luft, 1,20 Proz., eingeschlossen ist. Hierin liegt aber offenbar tatsächlich eine sehr gute Bestätigung der oben erwähnten

1) Ch. Moureu, Comptes rendus **142**, 1155, 1906.
2) Ch. Moureu u. R. Biquard, ebenda **143**, 795, 1906.

Brunnen-Nr.		CO_2	O_2	N_2	Helium	Argon	Argon (auf N_2 bezogen)
	Atmosphärische Luft	0,03	20,9	78,1	ca. 0,00015	0,937	1,20
1	Bad Gastein (Österreich)	Spur	1,40	97,25	0,169	1,18	1,21
2	Spa (Belgien)	84,25	0,175	15,30	0,064	0,215	1,41
3	Plombières (Vogesen) Source Vauquelin	0,21	1	96,81	0,258	1,77	1,83
4	„ Nr. 3	—	5,75	92,56	0,292	1,49	1,61
5	„ Crucifix	—	3,30	95,14	0,201	1,36	1,43
6	„ Nr. 5	—	4,27	94,25	0,104	1,55	1,65
7	„ Capucins	—	8,90	88,65	0,036	1,41	1,59
8	Bains les Bains (Vogesen)	Spur	4,69	94,07	0,198	1,04	1,10
9	Luxeuil (Hte Saône) Source des dames	1,9	0,6	95,44	0,87	1,22	1,28
10	„ Grand-Bain	3,07	1,8	93,09	0,77	1,34	1,44
11	Maizières (Côte-d'Or)	—	1	92,65	5,34	1,05	1,13
12	Bourbon-Lancy (Saône-et-Loire) Source Reine	Spur	0,9	96,1	1,75	1,15	1,20
13	„ du Lymbe	Spur	3,6	93,5	1,84	1,20	1,28
14	Aix-les-Bains (Savoyen)	—	11,11	87,74	0,037	1,15	1,31
15	Salins-Moutiers (Savoyen)	36,70	—	62,54	0,21	0,56	0,90
16	Saint-Honoré (Nièvre)	—	—	97,92	0,910	1,17	1,20
17	Néris (Allier)	12,3	0,50	85,09	1,06	1,04	1,22
18	Dax (Landes) Source Néhe	—	1	97,56	0,0345	1,41	1,44
19	„ Trou des pauvres	—	—	98,6	0,005	1,2	1,2
20	Ax (Ariège) Source Viguerie	—	—	98,45	0,097	1,45	1,47
21	Bagnères(Htes-Pyrénées)SourceSalies	3,14	Spur	95,25	0,04	1,56	1,64
22	Cauterets (Htes-Pyrénées) Source César	—	—	98,44	0,237	1,32	1,34
23	„ Mauhourat	—	—	98,47	0,04	1,49	1,51
24	„ du Bois	—	—	98,48	0,12	1,40	1,42
25	„ la Raillère	—	—	98,79	0,108	1,10	1,11
26	Eaux-Bonnes (Basses Pyrénées)	—	—	98,20	0,613	1,19	1,21
27	Eaux-Chaudes (Basses Pyrénées)	—	—	98,57	0,140	1,29	1,31
28	Caldellas (Portugal)	—	2,44	96,40	0,017	1,14	1,18

Vermutung, daß das Argon der unterirdischen Gewässer nicht wie ihr Helium aus dem Erdboden, sondern — in der Hauptsache jedenfalls — zugleich mit ihrem Stickstoff aus der atmosphärischen Luft herrührt.

Was ferner die Unterschiede der einzelnen, auf den Stickstoff bezogenen Argongehalte der Brunnen sowohl untereinander als auch im Vergleich zu dem der atmosphärischen Luft anbetrifft, so zeigt die Tabelle, daß von den 28 aufgeführten Brunnen nur 5 einen kleineren Argongehalt haben als die Luft (1,20), und daß dieser Gehalt von den übrigen 23 Brunnen bei 11 zwischen 1,20 und 1,40, bei 8 zwischen 1,40 und 1,60, bei 3 zwischen 1,60 und 1,80 und bei einem sogar über 1,80 liegt.

Wenn es nun auch ohne Kenntnis der näheren geologischen Verhältnisse nicht möglich erscheint, die Ursachen dieser Unterschiede im einzelnen näher zu verfolgen, so ist doch noch zu erwähnen, daß die Tatsache, daß die meisten dieser Brunnen einen vergleichsweise höheren Argongehalt aufweisen als die atmosphärische Luft, einfach aus der größeren Löslichkeit des Argons im Wasser zu erklären sein dürfte. Nach Lord Rayleigh und W. Ramsay[1]) besitzt nämlich das Argon bei gewöhnlicher Temperatur etwa die 2,5fache Löslichkeit von der des Stickstoffs in Wasser; und in Übereinstimmung hiermit fanden die Beobachter u. a. auch, daß der aus einem Regenwasser gewonnene Stickstoff mehr als zweimal so reich an Argon war als der atmosphärische.

Nicht die größeren, sondern die kleineren Argongehalte dieser Tabelle sind es demnach, welche nach der oben dargelegten Auffassung über die Herkunft des unterirdischen Argons noch eine besondere Erklärung verlangen; und diese dürfte nun wohl in erster Linie in einer, in den in Frage kommenden Erdschichten stattfindenden, besonderen Stickstofferzeugung zu suchen sein.

Hamburg, Physikalisches Staatslaboratorium im Januar 1911.

(Eingegangen 2. Februar 1911.)

1) Lord Rayleigh und W. Ramsay, Zeitschr. f. physik. Chem. 16, 362, 1895.

Einige Bestimmungen der elektrischen Leitfähigkeit in der bolivianischen Hochkordillere.

Von Walter Knoche.

Während eines Aufenthaltes in der Kordillere von Quimza Cruz (Bolivia) wurden in den Monaten April bis September 1909 eine Anzahl luftelektrischer Messungen angestellt, unten ihnen auch einige Bestimmungen der Leitfähigkeit. Diese beanspruchen vielleicht wegen der großen Höhe des Beobachtungsortes,

dem Aguila-Hochtale (Dep. La Paz, Prov. Inquisivi) mit 5200 m Meereshöhe, ein größeres Interesse. Wenn auch die luftelektrischen Beobachtungen an anderer Stelle in extenso publiziert erscheinen werden, so habe ich wenigstens die Messungen, welche die Leitfähigkeit betreffen, in der folgenden Tabelle zusammengestellt. Es bezeichnet hierin E_+ die $+$-, E_- die $-$-Elektrizitätsmenge in elektrost. Einh. m^3, E das Mittel aus E_+ und E_-, U und Q, als Maße der Unipolarität, die Differenz bzw. den Quotienten von E_+ und E_-, n_+ und n_- die $+$- und $-$-Ionendichten (Ionenzahl/cm^3); die Spalten v_+ und v_- enthalten die spezifischen Geschwindigkeiten der $+$-, bzw. $-$-Ionen $\frac{(\text{cm sec})}{\text{Volt cm}}$, die Spalten λ_+ und λ_- entsprechend das $+$- und $-$-Glied der spezifischen Leitfähigkeit der Luft λ. V gibt das Potentialgefälle in Volt/1 m, i und A bedeutet die Größe des Vertikalstromes in elektrost. Einh., bzw. in Amp./cm. — Zur Messung diente der Ebertsche Aspirationsapparat mit aufsteckbarem Macheschen Hilfskondensator. Die Messung ist an dieser Stelle so bekannt, daß sich eine Wiederholung erübrigt; es sei nur bemerkt, daß zur Ladung des Vorsteckkondensators mit Erfolg eine kleine vor und nach der Messung kontrollierte Batterie von Beutelelementen verwandt wurde. Die Messungen sind allerdings sämtlich mit dem wohl nicht sehr großen Fehler behaftet, welcher aus der Nichtberücksichtigung des Einflusses der Luftverdünnung (Luftdruck 406—419 mm) auf die Fördermenge resultiert. Das Instrumentarium, von der Firma Günther & Tegetmeyer-Braunschweig geliefert, an sich vortrefflich, litt an einer für Reisen in etwas unwirtlicheren Gegenden zu geringen Stabilität[1]).

Ehe ich auf eine kurze Besprechung der Werte eingehe, will ich noch bemerken, daß außerordentlich häufig (fast bei der Hälfte aller Messungsversuche und zu allen Tageszeiten, auch nach Einbruch der Nacht) die Messung infolge Auftretens statischer Ladungen völlig mißlang. In diesen Fällen war auch ein Arbeiten mit dem Elster und Geitelschen Zerstreuungsapparate aus dem erwähnten Grunde oft nicht möglich. Die auftretenden Ladungen ließen sich nur beseitigen, wenn man das Elektroskop öffnete und den isolierenden Bernsteinstopfen benetzte, was keineswegs verhinderte, daß bald darauf die Blättchen neu auseinander spreizten. Die Ladungen waren oft wechselnde, gewöhnlich negative, beim Ebert- und dem Elster- und Geitelapparat aber zumeist dem Vorzeichen nach gleichsinnig. Da bei sorgfältiger Erdung durch Manipulationen solche Zustände nicht hervorgerufen, im Gegenteil sorgfältigst alle Berührungen des Elektroskops vermieden wurden, so kann man nur an atmosphärische Zustände denken, welche diese Ladungen veranlaßten. Hinzufügen möchte ich, daß auch sonst starke Ladungen nicht gerade selten auftraten; meine Frau erhielt z. B. einen kräftigen Schlag beim Aufnehmen eines seidenen Tuches, ich beim Berühren eines Vicuñafelles. Gerade letzteres ist in Bolivien seiner Ladungen wegen bekannt und daher als wollene Kleidung verarbeitet, bei Gewittern gefürchtet. Am Hochspannungselektroskop gaben Stücke eines Vicuñafelles Ausschläge von 6—8000 V. In einer Stunde lud sich nun das Elektroskop des Aspirationsapparates gelegentlich auf 100 bis 200 V. auf; dies geschah besonders lebhaft, wenn die Aspiration einsetzte. Vergleichende Potentialbestimmungen ließen bei den Aufladeerscheinungen kein anormales Verhalten erkennen, doch waren Rauch (∞) und Dunst (χ), sowie auch Luftbewegung von gewissem Einfluß, indem bei ihrer Vermehrung das Aufladen mit Vorliebe einzutreten schien. Eine Abnahme der relativen Feuchtigkeit verstärkte zeitweise gleichfalls das Phänomen, ohne daß es aber bei höheren Feuchtigkeiten (über 80 Proz.) völlig fehlte. Würde es sich um einen ungeschützten Zerstreuungskörper, z. B. einen Elster- und Geitelapparat ohne Glocke handeln, an dem die beschriebenen Erscheinungen ausschließlich beobachtet wurden, so könnte man unter der Voraussetzung einer Aktivierung des Zerstreuungskörpers in emanationshaltiger Luft an eine Kollektorwirkung desselben denken. In unserem Falle ist sie ausgeschlossen, und es bleibt nur die Annahme, daß das Aufladen eine Folge reibungselektrischer Vorgänge ist, wie sie auch in Wüsten und Steppen gar nicht selten beobachtet wurden. Hierfür würde die Trübung der Luft, welche auf einen Gehalt suspendierten Staubes oder anderer gelegentlicher Verunreinigungen hinweist, und die Verstärkung der Ladung bei wechselnder Luftströmung sprechen. Eine genauere und systematische Untersuchung des „Aufladens" verdient jedenfalls alle Beachtung. Bei den Zerstreuungsmessungen beansprucht die Erscheinung aber insofern Interesse, als sie hin und wieder zu Fälschungen der Resultate Anlaß gibt, indem der beobachtete Voltabfall eine schwer kontrollierbare Vergrößerung oder Verminderung erfahren kann. Es wurde auf dem Aguila das Prinzip verfolgt, daß eine Messung nicht vorgenommen wurde,

1) Es ist zu hoffen, daß die bei obiger Firma neu bestellten Apparate, bei welchen meine Erfahrungen „mehr Gewicht, aber größere Haltbarkeit" berücksichtigt wurden, gegen unsanfte Behandlung unempfindlicher sein werden.

wenn während der Isolationsprüfung sich Spuren von „Aufladung“ zeigten. Die Isolation war übrigens stets eine ganz vorzügliche.

Es handelt sich um zu wenige Messungen, um ev. Einflüsse meteorologischer oder anderer Elemente festzustellen, die übrigens auch nirgends hervortreten. In das Auge fallend ist der sehr hohe Mittelwert der Gesamtleitfähigkeit λ (aus 30 Beobachtungen gebildet), nämlich $10{,}8 \cdot 10^{-4}$ st. E. Würden wir die Mittel-

Dat.	Zeit	E_+	E_-	E	U	Q	n_+	n_-	v_+	v_-	λ_+	λ_-	λ	V	i	A	Bemerkgn.
Mai																	
3.	3p22	1,35	1,18	1,26	0,17	1,1	$4{,}0\cdot10^{3}$	$3{,}5\cdot10^{3}$	0,48	0,61	$1{,}96\cdot10^{-4}$	$2{,}17\cdot10^{-4}$	$4{,}13\cdot10^{-4}$	90	$12{,}4\cdot10^{-7}$	$4{,}1\cdot10^{-16}$	
3.	7p10	1,94	0,50	1,22	1,44	3,9	5,7	1,5	0,92	0,27	5,35	0,41	5,76	43	8,2	2,7	
10.	9a15	1,84	1,65	1,74	0,19	1,1	5,4	4,8	0,81	0,78	4,46	3,82	8,28	58	16,0	5,3	{ str — cu
10.	3p23	1,03	1,15	1,09	—0,12	0,9	3,0	3,4		1,08		3,74					Zenit
Juni																	*0–1 O.
19.	9a32	1,75	1,17	1,46	0,58	1,5	5,2	3,4		0,80		2,77					
Juli																	
18.	10a41	0,60	0,15	0,38	0,45	4,0	1,8	0,4	0,58	0,63	1,06	0,26	1,32	130	5,7	1,9	
18.	2p44	0,28	0,82	0,55	—0,54	0,3	0,8	2.4		1,22		2,99					
18.	5p39	1,72	0,62	1,17	1,10	2,8	5,1	1,8	2,20		11,44						{ 0—1
19.	3p29	0,45	0,52	0,48	—0,07	0,9	1.3	1,5	1,83	1,81	2,43	2,77	5,20	27	4,7	1,6	≡ Fetzen.
19.	4p30	0,89	0,45	0,67	0,44	2,0	2,6	1,3	3,50	1,56	9,28	2,07	11,35	27	10,2	3,4	
21.	10a29	1,05	0,48	0,76	0,57	2,2	3,1	1,4	1,38	0,38	4,36	0,54	4,90	37	6,0	2,0	
21.	2p 7	0,41	0,34	0,38	0,07	1,2	1,2	1,0	4,84	1,13	5,92	1,15	7,07	21	4,9	1,6	
21.	8p41	0,88	0,09	0,48	0,79	9,8	2,6	0,3	5,43	1,15	14,40	0,35	14,75	20	9,8	3,3	
22.	10a19	0,50	1,01	0,76	—0,51	0,5	1,5	3,0	4,66		7,13						
22.	2p11	0,09	0,46	0,28	—0,37	0,2	0,3	1,4	4,82		1,47						
22.	5p29	1,43	0,43	0,93	1,00	3,3	4,2	1,3	2,90		12,42						
26.	11a11	1,22	1,14	1,18	0,08	1,0	3,6	3,4	0,57		2,09						
26.	2p52	0,58					1,7		1,88	5,61	3,26						
26.	5p16	0,53	0,55	0,54	—0,02	1,0	1,6	1,6	11,50	0,61	18,77	1,00	19,77	15	9,9	3,3	
Aug.																	
1.	10a58	0,36	0,91	0,64	—0,55	0,4	1,1	2,7	1,64	1,92	1,84	5,29	7,13				
1.	2p43	1,48	0,82	1,15	0,66	1,8	4,4	2,4	4,23	2,11	18,98	5,16	24,14				
1.	6p28	0,72					2,1		3,18	1,70	6,81						
2.	10a24	0,96					2,8		12,80	1,46	36,56						
2.	3p48	0,94	0,48	0,71	0,46	2,0	2,8	1,4	0,99	2,49	2,83	3,56	6,39	150	32,0	10,7	
2.	8p 8	0,81	0,89	0,85	—0,08	0,9	2,4	2,6		3,70		9,91					∞1 E0.
5.	10a21	0,91	2,11	1,51	—1,20	0,4	2,7	6,2	1,61		4,43						*
5.	2p25	0,53	0,43	0,48	0,10	1,2	1,6	1,3	0,28	3,90	0,46	5,17	5,63	104	19,5	6,5	
5.	8p29	1,48	0,72	1,10	0,76	2,0	4,4	2,1	4,50	3,33	20,20	7,13	27,33	95	86,6	28,9	
6.	7a 8	2,23	1,87	2,05	0,36	1,2	6,6	5,5	2,34		15,75						
6.	9a53	2,05	1,89	1,97	0,16	1,1	6,0	5,6	6,72		41,13						
6.	2p49	0,74	0,55	0,64	0,19	1,3	2,2	1,6	0,52	3,82	1,17	6,23	7,40	119	29,4	9,8	
6.	4p21	0,50					1,5		10,21	7,21	15,62						
6.	5p31	0,19	0,01	0,10	0,18	19,0	0,6	0,03	7,12	1,62	4,36	0,05	4,41	55	8,1	2,7	
6.	8p 4	0,81	0,17	0,49	0,64	4,8	2,4	0,5		1,49		0,76					
6.	10p25	0,67	1,68	1,18	—1,01	0,4	2,0	4,9	3,32	2,93	6,77	14,64	21,41	50	35,7	11,9	E1.
7.	1a57		0,74					2,2		3,15		7,07					Fetzen.
8.	0p45	0,63	2,01	1,32	—1,38	0,3	1,9	5,9	3,32		6,43						
13.	0p27	0,81	1,34	1,08	—0,53	0,6	2,4	3,9	1,55		3,79						
13.	5p26	0,84	1,97	1,40	—1,13	0,4	2,5	5,8	1,61	1,41	4,11	8,34	12,45	28	11,6	3,9	
13.	8p 7	0,58	1,12	0,85	—0,54	0,5	1,7	3,3	2,02	3,96	3,50	13,33	16,88	47	26,5	8,8	
17.	11a34	0,89	0,76	0,82	0,13	1,2	2,6	2,2	1,65	1,69	4,38	3,79	8,17	132	35,9	12,0	
17.	3p34	1,00	0,77	0,88	0,23	1,3	2,9	2,3		0,96		2,25					
17.	8p17	0,93	0,55	0,74	0,38	1,7	2,7	1,6	5,22	2,01	14,38	3,28	17,16	14	8,3	2,8	
18	7a25	2,32	0,91	1,60	1,41	2,5	6,8	2,7	1,23	1,32	8,53	3,64	12,17	51	20,7	6,9	
18.	10a23	0,72	0,46	0,59	0,26	1,6	2,1	1,4		0,95		1,36					
18.	0p28	1,02	2,02	1,52	—1,00	0,5	3,0	5,9	1,44	0,80	4,41	4,81	9,22	155	47,7	15,9	
18.	2p34	0,62	1,00	0,81	—0,38	0,6	1,8	2,9		1,04		3,08					
18.	4p45	1,14	1,62	1,38	—0,48	0,7	3,4	4,8	0,75	0,70	2,60	3,43	6,03	63	12,7	4,2	
18.	7p 4	0,48	1,70	1,09	—1,22	0,3	1,4	5,0	9,25	1,65	13,21	8,42	21,63	64	46,1	15,4	
18.	9p23	1,32	0,67	1,00	0,65	2,0	3,9	2,0	2,70	1,68	10,74	3,43	14,17	37	17,4	5,8	
23.	9a17	1,26	0,91	1,08	0,35	1,4	3,7	2,7		1,52		4,19					{ str Zenit
24.	11a31	1,20	1,14	1,17	0,06	1,0	3,5	3,4	1,03	0,61	3,68	3,14	6,82	88	20,0	6,7	≡2 1
30	3p43	0,81	0,76	0,78	0,05	1,1	2,4	2,2		2,02		4,53					Fetzen
Sept.																	1–2.
4.	0p44	1,27	0,24	0,76	1,03	5,3	3,7	0,7	1,53	1,69	5,77	1,21	6,98	44	10,3	3,4	
4.	4p30	0,82	0,45	0,64	0,37	1,8	2,4	1,3		2,02		2,68					
4.	9p16	1,32	0,19	0,74	1,13	6,9	3,9	0,6	4,04	1,46	16,07	0,89	16,96	30	17,0	5,7	
10.	10a23	0,65	1,41	1,03	—0,76	0,5	1,9	4,1		1,43		5,98					
10.	5p 2	1,01	0,84	0,92	0,17	1,2	3,0	2,5	2,80		7,14						
Zahl d. Fälle		0,97	0,90	0,95	0,08	2,0	$2{,}9\cdot10^{3}$	$2{,}7\cdot10^{3}$	3,29	1,87	$8{,}48\cdot10^{-4}$	$3{,}97\cdot10^{-4}$	$10{,}83\cdot10^{-4}$	64	$20{,}5\cdot10^{-7}$	$6{,}8\cdot10^{-1}$	
Mittel . . .		(57)	(54)	(53)	(53)	(53)	(57)	(54)	(45)	(47)	(45)	(43)	(30)	(28)	(28)	(28)	

werte λ_+ und λ_- (45 und 43 Fälle) vereinigen, so würde ein noch höheres λ resultieren mit $12,4 \cdot 10^{-4}$ st. E. Hier ist bezeichnend, daß das positive Leitvermögen der Luft einen etwa doppelt so starken Anteil an der Gesamtleitfähigkeit hat wie das negative, $8,5 \cdot 10^{-4}$ gegen $4,0 \cdot 10^{-4}$ st. E. In 19 Fällen unter 30, war $\lambda_+ > \lambda_-$. Die Gerdienschen im Luftballon gewonnenen Werte ergaben in 6000 m: $\lambda_+ = 11,2 \cdot 10^{-4}$ gegen $\lambda_- = 9,2 \cdot 10^{-4}$ st. E., also zwar ein Überwiegen des positiven Teils der Leitfähigkeit, aber in nicht so ausgesprochener Weise wie auf dem Aguila. Die größte Differenz $\lambda_+ - \lambda_-$ tritt am 26. Juli (5 p. 16) auf, mit einem Betrag von $17,8 \cdot 10^{-4}$; am 13. August (8 p. 7) wird hingegen $\lambda_+ - \lambda_- = -9,8$, d. h. es überwiegt der —-Anteil der Leitfähigkeit um ein Bedeutendes. Das Maximum der Gesamtleitfähigkeit läßt sich nur andeutungsweise schätzen, wenn man in Betracht zieht, daß am 6. August (9 a. 58) λ_+ allein einen Wert von 41,1 erreicht; da die Ionendichte $5,6 \cdot 10^3/\text{cm}^3$ gleichfalls eine recht bedeutende ist, so wird man nicht fehlgehen, wenn man abgerundet $\lambda = 80$ setzt. Es ist wohl zweifellos, daß in der Kordillere hin und wieder noch weit größere Leitfähigkeiten beobachtet werden können. Vorläufig will ich es unterlassen, Schlüsse zu ziehen und weitere Untersuchungen abwarten; sie werden wahrscheinlich auch Klärung in die eigentümlichen Entladungserscheinungen der Anden bringen. Auf die anormalen luftelektrischen Zustände in der nordamerikanischen Kordillere (Gran Cañon in Arizona) weisen schon die mit dem Elster und Geitelschen Apparate ausgeführten Messungen Koenigsbergers[1]) hin. Inwieweit radioaktive Verhältnisse eine Rolle spielen mögen, ist bei der kurzen Messungsreihe nicht anzugeben; bei Windstille, d. h. Stagnation der Luft in dem ziemlich abgeschlossenen Hochtal, schien aber eine Vermehrung der Leitfähigkeit einzutreten. Nicht zu vergessen ist der Einfluß des wahrscheinlich recht ausgesprochenen täglichen Ganges von λ. Für λ_+ sind wohl in den Morgen- und Abendstunden Maxima vorhanden, in den Nachmittagsstunden ein Hauptminimum; λ_- zeigt, nach der geringen Anzahl von Messungen zu urteilen, wenigstens im Laufe des Tages, einen ziemlich gleichmäßigen Gang. Einflüsse lichtelektrischer Natur, wie sie Koenigsberger bei seinen Messungen für die hohe Zerstreuung als ev. Erklärung heranzuziehen sucht, scheinen hier fortzufallen, da die höchsten Werte der Zerstreuung, resp. der Ionendichte, gerade nicht zu Zeiten hohen Sonnenstandes vorkommen.

Das Überwiegen der +-Leitfähigkeit am gesamten spez. Leitvermögen der Atmosphäre im Aguilagebiet ist wohl weniger von der Ionenanzahl, als von der größeren spez. Geschwindigkeit v_+ abhängig; im Mittel von 45 resp. 47 Messungen verhalten sich $v_+ : v_- = 3,3 : 1,9$; während das Verhältnis $n_+ : n_- = 2,9 \cdot 10^{-3} : 2,7 \cdot 10^{-3}$ ein wenig unipolares Verhalten zeigt (57 und 54 Fälle). Beide Faktoren weisen gleichfalls starke Schwankungen auf.

Dem Max. für n_+ und n_- mit $6,6 \cdot 10^{-3}$ (6. Aug. 7 a. 8) und $6,2 \cdot 10^{-3}$ (5. Aug. 10 a. 21) stehen Minima von $0,3 \cdot 10^{-3}$ (22. Juli 2 p. 11) resp. 0,03 (6. Aug. 5 p. 31) gegenüber. Bei der spez. Geschwindigkeit ist die Differenz der Extreme noch bedeutender: Max. $v_+ = 12,8$ (2. August 10 a. 24), Min. $v_+ = 0,3$ (5. Aug. 2 p. 25); Max. $v_- = 7,2$ (6. Aug. 4 p. 21), Min. $v_- = 0,4$ (21. Juli 10 a. 29). Das gleiche rasch wechselnde Verhalten wie das spez. Leitvermögen zeigen dann auch die Werte i resp. A des vertikalen Leitungsstromes; das Mittel mit $20,5 \cdot 10^{-7}$ st. E. ist ein sehr hohes. Ebert fand bei München einen Wert von $5,0 \cdot 10^{-7}$ st. E.; dieser entspricht also ungefähr dem Minimum unter 28 Beobachtungen mit $4,7 \cdot 10^{-7}$ st. E. (19. Juli 3 p. 29). Das Max. $= 86,6 \cdot 10^{-7}$ st. E. (5. Aug. 8 p. 29) ergibt also einen 18 bis 19mal höheren Wert, als das beobachtete Min. Da es sich nur um eine kleine Anzahl Beobachtungen an normalen Tagen handelt, so sind zweifellos bei längeren Reihen noch weit größere Differenzen zu erwarten. Die Änderungen des Potentialgefälles V und des spez. Leitvermögens λ erfolgen hier übrigens im allgemeinen nicht in entgegengesetzter Richtung, wie es die große Variabilität des vertikalen Leitungsstromes auch andeutet.

Die vorliegenden Messungen beweisen die bekannte Zunahme der Leitfähigkeit mit der Erhebung über dem Boden; diese Zunahme ist, bisher aus Versuchen wohl weniger bekannt, auch für den vertikalen Leitungsstrom vorhanden. Die Veränderlichkeit des letzteren ist nicht geringer als die seiner Komponenten; d. h. das Potentialgefälle steht in keiner angenähert umgekehrten Proportionalität zu dem entsprechenden Leitvermögen. Künftige Messungen in der Hochkordillere und im Hochgebirge überhaupt müssen uns Kenntnis bringen über die Differenzen zwischen der Zunahme von λ in der freien Atmosphäre und über dem Gebirge, über die Einwirkung der Örtlichkeit, des thermodynamischen Verhaltens der Luft, der meteorologischen Elemente. Eine ev. Eigenart der Anden in luftelektrischer Hinsicht im Vergleich zu anderen Hochgebirgen der Erde, für die manches zu sprechen scheint, wird gleichfalls aus weiteren Beobachtungen zu beweisen sein.

Santiago (Chile), Dezember 1910.

(Eingegangen 21. Januar 1911.)

1) Diese Ztschr. 8, 33, 1907.

Über die Helligkeitsempfindlichkeitskurve des Auges.

Bemerkung zu einem Versuche von Herrn Otto Lummer.

Von G. Looser.

In dem auf der Posener Hauptversammlung des Vereins zur Förderung des mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterrichtes gehaltenen Vortrage „Über die Helligkeitsempfindlichkeitskurve des Auges und ihre Benutzung zur Temperaturbestimmung[1]) führt Prof. Lummer u. a. einen Versuch an, um die größere Helligkeitsempfindung der Netzhaut auf dem mehr Stäbchen enthaltenden extrafovealen Teile, gegenüber dem mehr farbenempfindlichen gelben Fleck zu zeigen. Der Vortragende bedient sich dabei einer elektrischen Glühlampe, verschiedener Blenden und des Projektionsapparates. Früher wurde als geeignetes Objekt ein Stern (α Berenike) empfohlen. Fixiert man ihn, so verschwindet er, während er wieder sichtbar wird, wenn man etwas weg sieht, so daß sein Bild auf den peripherischen Teil der Netzhaut fällt. Ich habe im Augustheft 1907 der Zeitschrift für physikalischen und chemischen Unterricht einen Versuch beschrieben (**20** (6), 360), wodurch sich die oben erwähnte Tatsache in höchst einfacher Weise mit Hilfe des Balmaineschen Leuchtschirms zeigen läßt, den ich in etwas abgeänderter Form hier kurz wiederholen möchte. Man braucht nur eine geeignete Schablone auf den Schirm zu legen, so daß eine kreisrunde Öffnung von gewünschter Größe (1—3 cm) belichtet wird. Die Belichtung kann beliebig intensiv gemacht werden und man wird bald die geeignete je nach der Lichtquelle (Tageslicht oder Bogenlicht) herausfinden. Will man, wie es der Vortragende macht, auch verschieden große Flecke vorführen bis zu einer Größe, die auf der Netzhaut den ganzen gelben Fleck ausfüllt, so schneidet man Öffnungen von verschiedener Größe und verdeckt nach dem Belichten die nicht zu benutzenden. Soll aber der Einfluß der Belichtung untersucht werden, so schneidet man mehrere gleiche Öffnungen, die man verschieden lange der Einwirkung der Leuchtstrahlen aussetzt. Man kann so die Erscheinung einem größeren Zuhörerkreise vorführen.

1) Siehe Bericht in Unterrichtsblätter für Mathematik und Naturwissenschaften 1911, Nr. 1, S. 2.

Essen, 25. Januar 1911.

(Eingegangen 27. Januar 1911.)

Über Spiegelablesungen mit mehrfacher Spiegelung.

Von Wilhelm Volkmann.

Auf Seite 66—70 dieses Bandes dieser Zeitschrift beschreibt Herr Ludwig Geiger einige von ihm erdachte Anordnungen, um durch die Anwendung mehrfacher Spiegelung die Leistung der Gauß-Poggendorffschen Spiegelablesung zu steigern. Da ihm frühere Versuche in derselben Richtung unbekannt geblieben sind, möchte ich dieselben hier erwähnen und, weil das bisher meines Wissens nie geschehen ist, sie auf ihre Wirksamkeit untersuchen. Während es Herrn Geiger vor allem auf die erreichbare Helligkeit bei photographisch registrierenden Instrumenten ankommt, ist meine Aufmerksamkeit vornehmlich auf die Leistungsgrenze gerichtet, die aus der Verschlechterung der Bilder durch die Beugung sich ergibt. Allen mit mehrfacher Spiegelung arbeitenden Methoden ist eigentümlich, daß sie nur in einem kleinen Winkelraum ihre volle Leistung aufweisen. Bei der Beobachtung mit dem Fernrohr erfordern sie also nur die Beleuchtung einer kurzen Skale, diese kann transparent sein und von hinten her mit einer Linse beleuchtet sein, die die kleine Lichtquelle auf dem Spiegel abbildet. Auf diese Weise erzielt man leicht die erforderliche Helligkeit für subjektive Ablesung.

In einer Untersuchung, die zwischen der Ablesung mit Spiegel und Fernrohr und der mit Zeiger und Mikroskop entscheiden will und beide gleich leistungsfähig findet; erwähnt F. L. O. Wadsworth[1]), daß unter anderen Morley und Michelson den Strahl mit einem festen Spiegel auf den beweglichen wieder zurückgeworfen und damit fast die doppelte Empfindlichkeit erhalten haben. Walter P. White[2]) hat die Methode dadurch verbessert, daß er statt des festen Spiegels ein genau rechtwinkliges Prisma anwandte, in das der Strahl senkrecht zur Hypotenusenfläche eintrat und an dessen Kathetenflächen er zweimal total reflektiert wurde. Die Kante des rechten Winkels muß gekreuzt zur Drehungsachse des Spiegels liegen, dann werden die Ausschlagswinkel verdoppelt, das Nicken des Spiegels aber wird völlig unschädlich gemacht. Diese Methode ist in den nicht seltenen Fällen wertvoll, in denen es bei Aufhängung des Instrumentes an Fäden infolge irgend welcher Unsymmetrien wohl gelingt, entweder das Nicken oder die Unruhe der Nullage zu beseitigen, nicht aber beides zugleich. Diese Methoden geben etwas weniger als das Doppelte der Empfindlichkeit des einfachen Spiegels, weil man die Strahlen schräg, sei es

1) Phil. Mag. (5) **44**, 83—97, 1897.
2) Phys. Rev. **19**, 317, 1904.

von der Seite oder von oben her auf den Spiegel fallen läßt und weil das von der Skale etwas weiter als der Spiegel selbst entfernte Spiegelbild von ihm statt seiner selbst Aperturblende wird.

Auf eine andere Art benutzt L. Weber[1]) die Reflexion an zwei Spiegeln für Nullmethoden. Er stellt neben dem beweglichen einen zweckmäßigerweise größeren festen auf, so daß sie miteinander einen rechten Winkel bilden. Eine über dem Fernrohr angebrachte Lichtmarke erscheint nun in den Spiegeln doppelt, sobald eine Abweichung des Winkels zwischen den Spiegeln von 90^0 besteht und zwar bewegt sich jedes der beiden Bilder mit der doppelten Winkelgeschwindigkeit des Spiegels, das eine im gleichen, das andere im entgegengesetzten Sinne. Die Leistung der Methode hängt von der scheinbaren Breite des Spiegelbildes des beweglichen Spiegels ab. Sie wird also um so größer, je steiler zum beweglichen und je flacher zu dem festen Spiegel das Licht einfällt. Dabei ist hinreichende Größe des festen Spiegels vorausgesetzt, so daß in ihm noch das ganze Spiegelbild des beweglichen Spiegels überblickt werden kann.

Eine Nullmethode mit vielfacher Spiegelung hat Piltschikoff[2]) angegeben. Er setzt dicht vor die Skale, die nur wenige Teilstriche Umfang hat, einen festen Spiegel und läßt das Licht wiederholt über den beweglichen und den festen Spiegel gehen. Ist α der Drehungswinkel des Spiegels, so ist der Drehungswinkel des Lichtstrahles nach n Reflexionen am beweglichen Spiegel $2n\alpha$. Ist a der Abstand des festen Spiegels und der Skale vom drehbaren Spiegel, so ist der Lichtweg zwischen der letzten Reflexion am beweglichen Spiegel und der Skale bei n-Reflexionen am drehbaren Spiegel $(2n-1)a$. Danach scheint also die Empfindlichkeit, verglichen mit der der gewöhnlichen Spiegelablesung

$$\frac{2n\cdot(2n-1)}{2}$$

zu sein. Nun hatte aber bei gewöhnlicher Ablesung die Aperturblende den Abstand a von der Skale, während sie jetzt den Abstand $(2n-1)a$ hat, denn von der Skale aus gesehen ist der Spiegel bei seiner letzten Reflexion die engste Strahlbegrenzung. Es läßt sich also nur eine entsprechend gröbere Teilung auf der Skale noch ablesen und die Empfindlichkeit geht in Wirklichkeit auf die $n$fache herunter. Die verschiedenen Spiegelbilder der Skale liegen verschieden weit vom Fernrohr entfernt, bei jeder Einstellung desselben sieht man also nur eins von ihnen. Das Gesichtsfeld ist klein und schon bei recht geringen Spiegeldrehungen tritt eine Verminderung der Apertur ein.

1) Zentr.-Ztg. für Optik und Mechanik 1889, S. 173.
2) Journ. de phys. (2) **8**, 330—334, 1889.

Eine andere Methode mit mehrfacher Spiegelung hat W. H. Julius[1]) beschrieben. Er stellt einen durchsichtig versilberten Spiegel dem beweglichen recht nahe gegenüber, ein wenig nach vorn oder hinten geneigt. Die Empfindlichkeit ist wie bei der vorigen Methode gegenüber der gewöhnlichen eine $n$fache. Man sieht alle Bilder gleichzeitig fast gleich scharf, sie sind infolge der Neigung des festen Spiegels in der Höhenrichtung gegeneinander verschoben. Das Gesichtsfeld ist nicht kleiner wie bei der gewöhnlichen Spiegelablesung und man kann einen ziemlich großen Drehungswinkel verwenden, wenn die beiden Spiegel einander nahe stehen. Über die Helligkeit der verschiedenen Bilder und über die zweckmäßige Dicke der Versilberung hat Julius am angeführten Orte Berechnungen angestellt und Versuchsresultate unter Beifügung einer photographischen Aufnahme durchs Fernrohr mitgeteilt. Bei allen Methoden mehrfacher Spiegelung sind die Anforderungen an die Genauigkeit der Spiegelflächen naturgemäß sehr viel größer als bei der gewöhnlichen Spiegelablesung.

E. Preuß[2]) verwendet zweimalige Spiegelung bei Lichtzeigereinrichtung, indem er den vom beweglichen Spiegel kommenden Lichtstrahl mit einem konvexen Zylinderspiegel auf die Skale wirft. Seine Berechnung behandelt den Lichtstrahl als gerade Linie und kommt zu einer enormen Steigerung der Empfindlichkeit. In Wirklichkeit kann man mit dem Hilfsmittel wohl in einem Auditorium einen Lichtzeigerausschlag auffälliger machen, aber keine Verfeinerung der Ablesung erzielen, der Lichtfleck wird in demselben Maße verbreitert, als der Winkel der Ablenkung vergrößert dargestellt wird. Auch desselben Autors Vorschlag, bei Fernrohrablesung einen sphärisch konkaven Hilfsspiegel anzuwenden, scheint mir nur die Verwendung eines kürzeren Skalenabstandes zu ermöglichen, aber weder in der Helligkeit noch im Auflösungsvermögen einen Vorteil zu bieten.

1) Zeitschr. f. Instrumentenkunde **18**, 205, 1898.
2) Elektrotechnische Zeitschr. **26**, 411—413, 1905.

Charlottenburg, 25. Januar 1911.

(Eingegangen 26. Januar 1911.)

Der radiotelegraphische Gleichstrom-Tonsender.

Von G. Seibt.

Zu der Auseinandersetzung der Herren W. Burstyn und H. Rein (diese Ztschr. **11**,

1130, 1910 und **12,** 70, 1911) gestatte ich mir zu bemerken, daß die strittige Schaltung gleichfalls von mir ersonnen und in Betrieb genommen worden ist.

Den Ausgangspunkt bildete eine Beobachtung, die ich im Winter 1907 bei Telephonieversuchen gemacht hatte. Als wir das Mikrophon in den Speisestromkreis einschalteten und einen Kondensator von mehreren Mikrofarad zwischen die Gleichstromleitungen legten, um den Mikrophonströmen einen verlustfreien Nebenweg zur Maschine zu geben, geriet häufig der so gebildete Kreis in Schwingungen, die akustisch wahrnehmbar waren. Der Übelstand wurde durch die Einfügung passender Widerstände beseitigt.

Es lag nun der Gedanke nahe, das Phänomen, das für Telephonierzwecke als störend empfunden wurde, weiter zu verfolgen und zur Ausbildung einer regelmäßigen Unterbrechung der Hochfrequenzströme zu benutzen. Die Versuche ergaben, daß der erwartete Effekt eintrat. Wir vernahmen im Telephon des Empfängers einen reinen musikalischen Ton. Indessen war es mit den damaligen Lichtbogengeneratoren schwierig die Erscheinung aufrecht zu erhalten.

Über das Ergebnis dieser Versuche habe ich am 28. Januar 1908 an die Direktion der Amalgamated Radio Telegraph Co., London, berichtet. Obige Worte sind mit unwesentlichen Zusätzen diesem Berichte entnommen.

Die Versuche wurden von mir in New York im Laboratorium der Radio Telegraph Co. fortgesetzt. Meinem Tagebuch entnehme ich hierüber folgende Notiz vom 12. 4. 09.

„Es wurde versucht, den Lichtbogen sowohl für sehr schnelle Schwingungen als auch für relativ langsame, hörbare Schwingungen zu verwenden. In einem Resonanzkreis konnte man einen musikalischen Ton wahrnehmen.

Als Selbstinduktion für den langsam schwingenden Kreis diente eine Drosselspule aus der drahtlosen Telephonstation von de Forest, eine Spule ohne Eisen aus der Empfängereinrichtung, sowie drei andere Spulen ohne Eisen, die dem Lager entnommen waren.

Der Ausschlag in dem Antennenamperemeter ging jedesmal zurück, sobald der zweite Kreis angeschaltet wurde.

Die Kapazität bestand aus vier in Reihe geschalteten Kondensatoren von je 2 MF.

Als die Selbstinduktion mehr und mehr verkleinert wurde, wurde der Ton höher und höher, und der Ausschlag im Antennenamperemeter ging mehr und mehr zurück. Schließlich hörten die Schwingungen überhaupt auf. Man hörte aber noch einen recht schrillen Ton, der offenbar von dem Bogen ausging."

Herr Dr. de Forest hat sich dann, da ich selbst mit der Einführung meines Radiotone-Systems (im wesentlichen identisch mit dem bekannten System der tönenden Funken) hinreichend beschäftigt war, der weiteren technischen Ausbildung der Anordnung gewidmet und unter anderem mit etwa 15 m hohen Antennen von New York nach Philadelphia telegraphiert. Zur Variation der Tonhöhe bediente er sich einer einfachen Einrichtung, die einen schnellen Wechsel von Kapazität und Selbstinduktion ermöglichte.

Schöneberg-Berlin, Privatlaboratorium, den 21. 1. 11.

(Eingegangen 22. Januar 1911.)

VORTRÄGE UND REDEN.

Die Theorie in der Technik mit besonderer Berücksichtigung der Entwickelung der Kreiselräder [1]).

Von H. Lorenz.

Für den schöpferisch tätigen Ingenieur ist eine innige Vertrautheit mit den in seinen Maschinen und Bauwerken wirksamen Naturkräften unbedingtes Erfordernis; und doch würde man irren, wenn man in seinen Leistungen nur eine Anwendung naturwissenschaftlicher, vor allem physikalischer Gesetze erblicken wollte. Hierzu tritt vielmehr — ausschlaggebend für die nutzbare Verwendung im Dienste der Menschheit — die Abwägung der wirtschaftlichen Seite jedes technischen Problems; weiterhin aber die auf Raumvorstellungen gegründete Fähigkeit, die verfügbaren Stoffe zu gewünschtem Zwecke mit Rücksicht auf ihre Eigenschaften zu gestalten und organisch zu verbinden. Es liegt auf der Hand, daß die Ausbildung dieser τέχνη, also einer Kunst im wahren Sinne des Wortes, bei ihren Jüngern ebenso eine gewisse Veranlagung voraussetzt, wie die selbständige Be-

1) Festrede gehalten zum Geburtstage S. M. des Kaisers am 27. Januar 1911 in der Techn. Hochschule zu Danzig.

handlung rein wissenschaftlicher Fragen. Solche Fragen treten dem Ingenieur immer dann entgegen, wenn es sich um die Voraussage des Verhaltens seiner Geschöpfe im praktischen Betriebe handelt, die in Form sog. Garantien rechtsverbindlich wird und damit ihrem Urheber eine weitgehende Verantwortung auferlegt. In der Zuverlässigkeit dieser für den Wettbewerb überaus wichtigen Voraussagen spiegelt sich neben den Erfahrungen der ausführenden Fabrik geradezu die wissenschaftliche Durcharbeitung ihrer Erzeugnisse wieder, mit der heutzutage fast ausschließlich Absolventen technischer Hochschulen betraut werden. Darum erwartet die deutsche Industrie mit Recht von den Hochschulen nicht nur eine gründliche Pflege der Konstruktionslehre und der Herstellungsverfahren, sondern auch der Theorie als Unterlage für die Berechnung der Abmessungen und die Voraussage des Verhaltens der fertigen Gegenstände. Zur Prüfung der zweckentsprechenden Ausführung dieser Gebilde und ihrer Leistungen bedient sich die Praxis in großem Umfange des Versuchs nach immer verfeinerten Methoden, welche die Studierenden in den jetzt fast überall bestehenden Laboratorien kennen und handhaben lernen.

Nicht auf allen Entwickelungsstufen der in der Gesamtkultur der Menschheit ja noch jungen Technik war die Wertschätzung der eben geschilderten Tätigkeitsgebiete des Ingenieurs eine so gleichartige, wie in unseren Tagen. Jahrhundertelang begnügte man sich mit dem notdürftigen Gange roh zusammengezimmerter Göpelwerke oder Wasserräder für Mühlen zum Betriebe von Förderanlagen und Pumpen im Bergbau nach uralten Vorbildern, ohne sich mangels wissenschaftlicher Einsicht über deren Wirtschaftlichkeit oder die Haltbarkeit ihrer Einzelteile Klarheit zu verschaffen. Wohl führten auch in diesem Stadium langjährige Erfahrungen und Betriebsunfälle zu gelegentlichen Verbesserungen. Indessen wurden diese von dem häufig mit dem Erbauer identischen Betriebsleiter als Geheimnis ängstlich gehütet und der Allgemeinheit vorenthalten.

Viel günstiger lagen die Verhältnisse in dieser Hinsicht für die Baukunst im engeren Sinne, zu der man vor der umfassenden Verwendung des Eisens auch den Brückenbau rechnen muß. Sie verfügte schon seit dem Altertum über einige der wichtigsten statischen Gesetze, sowie über eine Reihe bewährter Erfahrungsregeln, mit denen man unter reichlichem Materialaufwand unter normalen Verhältnissen eine mehr als genügende Widerstandsfähigkeit gegen äußere Einflüsse erzielte. Trotz der hohen künstlerischen Vollendung so entstandener Bauwerke konnte jedoch von einer Theorie nach unserer Auffassung auf diesem Gebiete ebensowenig, wie in den Anfängen des Maschinenbaues die Rede sein.

Eine solche wurde erst möglich, nachdem die Grundbegriffe der Mechanik von Galilei der Erfahrung abgelauscht und durch Newton unter weitgehender Verwendung der von ihm und Leibniz geschaffenen Infinitesimalrechnung zu einem logisch aufgebauten System vereinigt waren. Diese durch die Entdeckungen eines Kopernikus und Kepler, durch die Forschungen eines Descartes und Huygens wohl vorbereitete Tat erregte damals die staunende Bewunderung der Zeitgenossen, führte sie doch zur erstmaligen Feststellung eines die ganze sichtbare Welt beherrschenden Naturgesetzes, der allgemeinen Schwere. Mit ihrer Hilfe gelang es Newton und seinen Nachfolgern nicht nur die bis dahin bekannten Bewegungserscheinungen der Himmelskörper rechnerisch zu verfolgen, sondern auch ihr zukünftiges Verhalten für lange Zeiträume vorauszusagen, wofür der im vergangenen Jahre wieder erschienene Halleysche Komet ein schlagendes Beispiel liefert. Das Vertrauen in die so geschaffene Himmelsmechanik ist auch in den seit ihrer Aufstellung verflossenen zwei Jahrhunderten niemals ernstlich erschüttert, sondern dadurch, daß jede neue Entdeckung sich bei genauer Prüfung ihr zwanglos fügte, nur noch gesteigert worden. In ihrer strengen Folgerichtigkeit, die allerdings durch den Wegfall von Bewegungswiderständen im Weltraum begünstigt war, bildet sie darum das Musterbeispiel einer Theorie für alle Zweige der Naturforschung und der Technik, deren inniger Zusammenhang trotz der damaligen Unvollkommenheit beider in den Kreisen der Mathematiker und Physiker rasch erkannt wurde. Es ist daher nicht zu verwundern, wenn wir die erste, wirklich gelungene theoretische Untersuchung einer Maschine einem Manne wie Euler verdanken, der sich überhaupt um Ausbildung der jungen Analysis und ihre Anwendung auf physikalische Vorgänge unsterbliche Verdienste erwarb.

Die Maschine, der Euler sein Interesse zuwandte, war das in der Mitte des 18. Jahrhunderts von dem Göttinger Professor Segner erfundene und mehrfach ausgeführte Wasserrad, welches wir heute noch vielfach in Gärten zum Besprengen von Rasenflächen benutzen. Es bestand im wesentlichen aus einer hohlen Vertikalachse mit einigen daran befindlichen, ebenfalls hohlen Armen, aus deren seitlichen Mündungen das von oben in die Achse eintretende Betriebswasser herausströmte und vermöge der Strahlreaktion das Rad in Umdrehung

versetzte. Da die Querschnitte der Strombahn an allen Stellen des Rades nur klein gegen ihre Länge ausfielen, so konnte sich Euler der kurz vorher durch Daniel Bernoulli aufgestellten Stromfadentheorie bedienen, welche von Geschwindigkeit und Druckänderungen innerhalb der Stromquerschnitte absieht. Mit deren Hilfe gelang ihm die Berechnung des Vorgangs vollkommen unter Vernachlässigung der Bewegungswiderstände, d. h. unter der Annahme einer sog. idealen Flüssigkeit. Er stellte nicht nur die uns heute noch geläufigen Formeln für das Drehmoment und den Energieumsatz des Wassers in solchen Rädern auf, aus der für eine bestimmte Umlaufszahl die günstigste Ausnutzung des Betriebswassers folgte, außerdem aber schlug er zur Erzielung eines stoßfreien Eintritts die Anwendung von Leitkanälen vor und lieferte schließlich eine schematische Skizze einer diese Bedingungen erfüllenden Axialturbine. Die hierauf bezüglichen Abhandlungen Eulers finden sich in den Berichten der Berliner Akademie, die während der Regierung Friedrichs des Großen ganz unter französischem Einfluß stand. Dem konnte auch Euler sich nicht entziehen, und daher blieben seine in der Sprache unserer westlichen Nachbarn abgefaßten Arbeiten über Turbinen den Deutschen so gut wie unzugänglich. Berücksichtigt man außerdem, daß es zu jener Zeit wissenschaftlich gebildete Ingenieure noch gar nicht gab, so braucht man sich über die Nichtbeachtung der Eulerschen Turbinentheorie um so weniger zu wundern, als auch das Segnersche Wasserrad bald in Vergessenheit geriet. Euler selbst, der niemals ein solches gesehen hatte, verfolgte den Gegenstand ebenfalls nicht weiter, sondern wandte sich unmittelbar danach allgemeinen Problemen der Flüssigkeitsbewegung zu. Für diese stellte er, wieder als Erster, die mathematischen Fundamentalgleichungen auf und wurde damit der Begründer der theoretischen Hydrodynamik. Die Anregung zu dieser bedeutungsvollen wissenschaftlichen Leistung ging aber zweifellos von der Beschäftigung mit dem Segnerschen Wasserrade aus, so daß wir schon in den Anfängen der technischen Theorie deren fruchtbringende Rückwirkung auf die Entstehung eines der wichtigsten Teile der mathematischen Physik feststellen können. Wir sehen überhaupt, daß sich die hier geschilderte Aufeinanderfolge der Konstruktion einer Maschine durch einen vorwiegend praktischen Kopf und der wissenschaftlichen Aufklärung ihrer Wirkungsweise mit daraus hervorgehenden Verbesserungsvorschlägen durch Theoretiker in der Geschichte der Technik mehrfach wiederholt. Dafür braucht nur an die unvollkommene Dampfmaschine von Newcomen erinnert zu werden, die von Watt nach eingehenden Studien über die physikalischen Eigenschaften des Wasserdampfes auf Grund theoretischer Überlegung durch Abtrennung des Kondensators verbessert und damit zur Hauptbetriebsmaschine der Industrie des 19. Jahrhunderts erhoben wurde. Die Aufdeckung der Temperaturdifferenz zwischen Kessel und Kondensator als Ursache der Arbeitsleistung der Dampfmaschine durch Sadi Carnot bot dann wiederum im Verein mit dem von Robert Mayer erstmalig klar ausgesprochenen Energieprinzip den Anstoß zur Entstehung der mechanischen Wärmetheorie, eines der bedeutungsvollsten Zweige der modernen Physik. Besonders rein aber tritt die erwähnte Wechselwirkung zwischen Praxis und Theorie in der weiteren Entwickelung der Turbinen hervor, die wir mit ihren Umkehrungen heute unter dem Namen der Kreiselräder zusammenfassen.

So konstruierte auf Grund eines 1826 von der „Société d'encouragement" in Paris erlassenen Preisausschreibens Fourneyron ohne Anlehnung an Segner und Euler die erste Radialturbine mit innerer Beaufschlagung und konnte in seiner Preisbewerbung 1833 bereits über recht günstige Versuchsergebnisse an mehreren Ausführungen berichten. Eine Stromfadentheorie dieser Maschinen entwickelte darauf Poncelet ohne Kenntnis der sehr verwandten Eulerschen Arbeiten und bewies ihre befriedigende Übereinstimmung mit den Versuchsdaten Fourneyrons. Es lag dies vorwiegend daran, daß in diesen Rädern, wie bei Segner nur Kanäle mit sehr schmalen Querschnitten vorkamen, die man auch in den bald danach von Henschel und Jonval konstruierten Axialturbinen beibehielt.

Obwohl alle derartigen Räder im Einklang mit der Theorie recht befriedigend arbeiteten, so gestatteten sie doch nicht die Anwendung hoher Umlaufszahlen für große Wassermengen, zu deren Aufnahme immer nur ein schmaler Schaufelkranz verfügbar blieb. Mit dieser Tradition brach radikal der Amerikaner Francis, der in seiner außen beaufschlagten Radial-Axial-Turbine mit Schaufeln bis dicht an die Achse nahezu den ganzen Radkreisquerschnitt für den Wasserdurchfluß ausnutzen konnte. Damit erhielt er gleichzeitig einen äußerst bequemen Anschluß an das Saugrohr, das erst jetzt in seiner ganzen Bedeutung für den Energieumsatz in der Turbine hervortrat. Zwar hatte schon 1856 Zeuner auf rechnerischem Wege gezeigt, daß außen beaufschlagte Radialräder ökonomische Vorteile aufweisen müßten, indessen konnte man mit der Stromfadentheorie die relativ verwickelte Wasserbewegung in Francisrädern nicht verfolgen und betrachtete diese daher in

Europa lange mit großem Mißtrauen. Endlich war es auch bei uns unmöglich, sich ihren praktischen Erfolgen zu verschließen, zumal sie sich durch eine hohe Regulierbarkeit gegenüber den bisher gebräuchlichen Bauarten auszeichneten und damit für den Antrieb elektrischer Maschinen besonders geeignet erwiesen. Erst nachdem sich die Francisräder auf Grund solcher Eigenschaften, die bei sorgfältiger Werkstattausführung noch klarer hervortraten, Bahn gebrochen hatten, nachdem ferner auch ihre Umkehrungen, die Kreiselpumpen und Schleudergebläse auf rein empirischer Basis einen hohen Grad der Vollkommenheit erreicht hatten, erwachte der Wunsch und das Bedürfnis nach einer theoretischen Analyse ihrer Wirkungsweise.

Dieser Aufgabe war aber, wie schon bemerkt, die nach dem Vorbilde **Eulers** und **Poncelets** von den Theoretikern betriebene Verfolgung dünner isolierter Stromfäden nicht mehr gewachsen, so daß zeitweilig die ganze Turbinentheorie um so mehr in Mißkredit kam, als ihre akademischen Vertreter häufig die Fühlung mit der Praxis gänzlich verloren. Umgekehrt mußten in der Industrie Firmen, die auf dem Gebiete der Axialräder Hervorragendes geleistet hatten, die führende Stellung mit erheblichen wirtschaftlichen Verlusten an junge in modernem Geiste geleitete Fabriken abtreten. Da sich derartige schmerzliche Erfahrungen auch in anderen Zweigen der Technik, z. B. im Dampf- und Gasmaschinenbau, gegen Ende des neunzehnten Jahrhunderts wiederholten, suchte und fand man den Grund bald in der damaligen Rückständigkeit des Maschinenbauunterrichts an den technischen Hochschulen, dessen Reform dann auch unverzüglich in Angriff genommen wurde. Zunächst verstärkte man die Konstruktionslehre durch Teilung in ihre wichtigsten Spezialgebiete unter gleichzeitiger Aufhebung der Lehrstühle für Kinematik und theoretische Maschinenlehre, denen — nicht ganz mit Unrecht — die Hauptschuld an der Entfremdung zwischen Theorie und Praxis beigemessen wurde. Zur Vertretung der technischen Einzelfächer berief man junge in der Praxis schon bewährte Kräfte, denen auch die Vertretung der theoretischen Seite ihres Gebietes oblag. Auch den Unterricht in der Mechanik, der häufig von mathematischen Gesichtspunkten geleitet allen Zusammenhang mit der Technik verloren hatte, legte man — wenigstens an einzelnen Hochschulen — in die Hände dazu geeigneter Ingenieure mit der Verpflichtung zur Abhaltung von Übungen, die früher zum großen Schaden des Studienerfolges arg vernachlässigt worden waren. Schließlich stattete man die Hochschulen mit Maschinen- und Festigkeitslaboratorien aus, in denen vor allem nach Einführung der technischen Doktorwürde durch unseren Kaiser trotz der kurzen Zeit ihres Bestehens schon eine sehr beachtenswerte Forschertätigkeit geleistet worden ist. Wenn bei dieser unter mannigfachen Kämpfen vollzogenen Umgestaltung gelegentlich durch Einschränkung der mathematischen Grundlagen über das Ziel hinausgeschossen wurde, so hat sich dies doch infolge der immer höher gestiegenen wissenschaftlichen Anforderungen der Praxis bald ausgeglichen. Jedenfalls finden wir heute an Stelle des früher oft beklagten Gegensatzes zwischen Theorie und Praxis nicht nur vielfach ein harmonisches Zusammenarbeiten der beiderseitigen akademischen Vertreter auf dem Gebiete des Versuches, sondern auch bei zahlreichen in der Industrie tätigen Ingenieuren eine durch selbständige Publikationen deutlich bekundete Wertschätzung theoretischer Arbeit, wie sie in solchem Umfange noch nie zutage getreten ist. Während zu Beginn der geschilderten Reformperiode fast nur der Ruf nach einer Erweiterung der versuchsmäßigen Grundlage der Technik erscholl, und theoretische Deduktionen vielfach als überflüssig beiseite geschoben wurden, ist man sich heut vollkommen darüber klar geworden, daß zwar solche Spekulationen ohne empirische Ausgangspunkte in der Luft schweben, daß aber auch jede von keiner theoretischen Überlegung geleitete Versuchstätigkeit im Dunkeln tappt.

Nicht immer brauchen derartige Überlegungen die strenge Form mathematischer Gleichungen anzunehmen; es gibt besonders veranlagte Ingenieure und Physiker, welche ohne dieses Hilfsmittel wenigstens qualitativ ziemlich verwickelte Vorgänge zu durchschauen vermögen. Das sind indessen seltene Ausnahmen; der normale Ingenieur wird schon aus Sicherheitsgründen die mathematische Analyse nicht entbehren können, die nichts weiter als eine konzentrierte Summe logischer Schlußfolgerungen darstellt und bei einem alle empirischen Voraussetzungen umfassenden Ansatz von selbst zu richtigen Ergebnissen führt, wenn keine Rechenfehler begangen werden. Hierzu bedarf es nicht allein der Kenntnis der wichtigsten Zweige der niederen und höheren Mathematik, sondern auch einer gewissen Fertigkeit in ihrer Handhabung, um schnell und sicher zum Ziele zu gelangen. Über den Umfang des für Ingenieure notwendigen Wissens und Könnens in der Mathematik sind die Ansichten allerdings auch heute noch sehr geteilt und werden es vermutlich immer bleiben. Das kommt nur daher, daß es große technische Spezialgebiete gibt, z. B. die Stoffbearbeitung durch Werkzeuge und Werkzeugmaschinen, deren Erfahrungsgrundlagen sich bisher nicht

auf einfache Gesetze zurückführen und mathematisch formulieren ließen. Infolgedessen besitzen wir für diese Maschinengattung auch keine exakte Theorie, welche ihr dynamisches Verhalten vorauszusagen gestattet. Das geschieht vielmehr lediglich durch rein empirische Analogieschlüsse ohne Zuhilfenahme mathematischer Rechnungen, während die Bewegungsverhältnisse sich aus dem manchmal recht verwickelt erscheinenden Aufbau der Mechanismen von Arbeitsmaschinen auf graphischem Wege leicht verfolgen lassen. Die hierfür entwickelten Methoden der kinematischen Getriebelehre erwiesen sich dann auch auf anderen Gebieten, z. B. für das Studium der Steuerungen und Reguliervorrichtungen, als nützlich.

Für die wirtschaftlich günstige Arbeitsweise der Kraft- oder Antriebsmaschinen spielt nun gerade das dynamische Verhalten der in ihnen wirksamen tropfbaren oder elastischen Flüssigkeiten die Hauptrolle. Ihre hierfür maßgebenden Bewegungsgleichungen wurden unter Vernachlässigung der Widerstände, wie schon erwähnt, von Euler selbst vor etwa 150 Jahren abgeleitet, aber noch nicht zu technischen Schlußfolgerungen benutzt. Da ihre Anwendung auf konkrete Fälle sich überdies mathematisch ziemlich verwickelt zu gestalten schien, so blieben sie in der Technik so lange gänzlich unbeachtet, als man hoffen durfte, mit der Bernoullischen Stromfadentheorie auszukommen. Daran änderten auch nichts die klassischen Untersuchungen von Helmholtz über das Wesen der Wirbelbewegung, sowie von Stokes und Kirchhoff über zweidimensionale Strömungen, deren praktische Bedeutung die Ingenieure lange verkannten. Die an unseren Hochschulen bis auf den heutigen Tag unter dem Namen der Hydraulik gewöhnlich vorgetragene Lehre von der Wasserbewegung blieb infolgedessen unter Verzicht auf eine tiefere wissenschaftliche Einsicht auf dem Niveau der bloßen Empirie stehen, wofür die große Zahl von Erfahrungskoeffizienten für alle möglichen Fälle ein wenig erfreuliches Zeugnis ablegt. Es braucht daher nicht wunder zu nehmen, daß die ersten Versuche, die Bewegung von Flüssigkeiten in Kreiselrädern mit Hilfe der Eulerschen Grundformeln der Hydrodynamik exakter zu verfolgen, mancherlei Vorurteilen begegneten und sogar auf leidenschaftlichen Widerspruch stießen. Und doch lassen sich auf diesem Wege aus der jedem Ingenieur geläufigen Forderung eines gleichen Energieumsatzes aller Flüssigkeitsteilchen für eine achsensymmetrische, reibungsfreie Strömung Radprofile und Schaufelformen ableiten, welche den praktisch bewährten ziemlich nahe kommen und überdies eine äußerst bequeme Berechnung der Maschine ermöglichen. Dabei wird allerdings, streng genommen, eine unendliche Schaufelzahl vorausgesetzt, während die ältere Anschauung mit der Annahme unendlich dünner Stromfäden sich hierin noch weiter von der Wirklichkeit entfernte. Somit stellt die achsensymmetrische Strömung, bei der man die Schaufelwirkung durch ein Kraftfeld ersetzen muß, welches seinerseits vermöge der von Euler angegebenen Gleichung für das Drehmoment im Rade ein Wirbelfeld bedingt, den naturgemäßen Fortschritt von der eindimensionalen zur zweidimensionalen Bewegung dar, deren mathematische Behandlung durch die Untersuchungen von Helmholtz, Stokes und Kirchhoff bereits gelehrt worden war. Um die Ergebnisse dieser neuen Theorie in die Wirklichkeit umzusetzen, bedarf es allerdings noch der Berücksichtigung der endlichen Zahl und Dicke der Schaufeln durch nachträgliche Korrektion der Umlaufszahl und des errechneten Radprofils, während man dem Reibungsverluste durch Einführung eines Wirkungsgrades in die Energieformel gerecht werden kann. Mit diesen Ergänzungen hat die Theorie unter den Händen erfahrener Konstrukteure insbesondere an Pumpen und Gebläsen schon recht beachtenswerte Versuchsergebnisse gezeitigt und damit ihre wissenschaftlich bald anerkannte Berechtigung auch praktisch erwiesen. Es ist vielleicht nicht ohne Interesse, daß die Theorie sich mit gewissen Vernachlässigungen auch auf Schiffsschrauben anwenden läßt und für solche auf eine größere Anzahl sehr schmaler Flügel zur Erzielung einer möglichst gleichmäßigen Durchströmung des nach hinten zu beschleunigenden Wassers führt. Die günstige Wirkung dieser Maßregel ließ sich in der Tat durch umfassende Versuche bestätigen, indessen zeigte sich, daß infolge der zur Verminderung der Wasserreibung geringen Flügelbreite deren von der Theorie geforderte Form durch die Materialstärke wesentlich beeinträchtigt wurde und damit ohne nennenswerten Einfluß auf die Fahrgeschwindigkeit und den Energieaufwand blieb. Den im Schiffbau gebräuchlichen Begriff des „Slip" kann die neue Berechnungsweise entbehren, da bei ihr die Rotation des Wassers unmittelbar aus der Eulerschen Formel für das Drehmoment hervorgeht, mit der die Propeller lediglich als axial bewegte Pumpen zur Beschleunigung von Flüssigkeiten ohne Drucksteigerung erscheinen.

Gestattet somit die Theorie der achsensymmetrischen Strömung die Berechnung und Aufzeichnung der Profile und Schaufelformen einer Anzahl gebräuchlicher Radgattungen, so darf doch nicht übersehen werden, daß sie stets ganz bestimmte Betriebsbedingungen voraussetzt,

die nur im normalen Beharrungszustande erfüllt sind. Von der Theorie verlangt man jetzt aber außerdem noch die wenigstens angenähert zutreffende Voraussage des Verhaltens der Maschine unter abnormalen Verhältnissen, wie sie durch stärkere Belastung oder Entlastung unter Mitwirkung des Regulators bei Turbinen oder durch Änderung der Fördermenge und Druckhöhe bei Pumpen und Gebläsen auftreten. Damit sind alsdann stets hydraulische Stöße, d. h. Unstetigkeiten der Geschwindigkeit verbunden, die sich, wenn der Flüssigkeitsstrom nirgends abreißen oder sich von den Radwandungen ablösen soll, nur auf die Rotationskomponente an den Schaufelenden erstrecken können. Andererseits tritt in diesem Falle bei Turbinen das Betriebswasser mit einer solchen Komponente in das Saugrohr ein, welches den hieran geknüpften Teil der kinetischen Energie nicht mehr in potentielle umzuwandeln vermag. Durch derartige mit Energieverlusten verbundenen Vorgänge werden aber die Bewegungsgleichungen trotz Aufrechterhaltung der Achsensymmetrie so verwickelt, daß ihre weitere mathematische Behandlung nahezu aussichtslos erscheint, während es keine Schwierigkeiten bietet, die Bewegungszustände mit der Stromfadentheorie angenähert zu verfolgen. Diese behauptet somit für den mit Stößen behafteten Gang der Kreiselräder vorläufig das Feld, zumal sie auch noch eine Erweiterung auf periodische Schwankungen zuläßt, und damit die Erklärung für den vorher empirisch festgestellten instabilen Arbeitsbereich von Pumpen und Gebläsen zwanglos ermöglicht.

Solche periodische Geschwindigkeitsänderungen sind übrigens innerhalb der einzelnen Zellenräume durch das Vorbeistreifen der Lauf- und Leitschaufelenden aneinander auch im normalen Beharrungszustande bedingt, der hiernach in der Ausdrucksweise der Physiker eine quasistationäre Bewegung darstellt. In der schon besprochenen Theorie des achsensymmetrischen Flusses wird diese Tatsache durch Abstraktion der unendlichen Schaufelzahl eliminirt, für eine der Wirklichkeit noch weiter angepaßte Theorie der dreidimensionalen Strömung ist dagegen ihre Beachtung oder doch mindestens die kritische Würdigung ihres Einflusses unerläßlich. Andererseits erübrigt sich für eine solche Theorie die Einführung des die unendliche Schaufelzahl ersetzenden Kraftfeldes und damit, wenigstens solange man an der Fiktion der reibungsfreien Flüssigkeit festhält, auch das Auftreten von Wirbeln. Die wirbelfreie Strömung besitzt aber auch im Falle zeitlicher Schwankungen nach den Untersuchungen von Helmholtz ein sog. Geschwindigkeitspotential, wovon man in der mathematischen Wellenlehre Gebrauch zu machen pflegt. Nach der Annahme des analytischen Ausdruckes für ein solches Potential berechnen sich daraus die einzelnen Geschwindigkeitskomponenten und mit Hilfe der aus der Kartenentwurfslehre bekannten Methode der winkeltreuen Abbildung die Strombilder. Auf die Kreiselräder angewandt liefern die Stromlinien die Form der Radwandungen sowie die Schaufelflächen, entlang denen sie unabhängig von periodischen Schwankungen verlaufen müssen. Da nun sowohl die Radwandungen, wie auch die Schaufeln gegenüber der Flüssigkeit als starre Körper zu betrachten sind, dürfen auch die Begrenzungsflächen praktisch brauchbarer Stromfäden von endlichen Querdimensionen keine zeitlichen Änderungen aufweisen. Der Züricher Professor Prášil, dem man den ersten Versuch einer dreidimensionalen Kreiselradtheorie verdankt, hat darum in seinen Ansätzen die periodische Veränderlichkeit der Stromfäden innerhalb der Laufradzellen zunächst vernachlässigt und sich mit einer der Wirbelfreiheit genügenden Annahme der Geschwindigkeitsänderung zwischen je zwei Schaufeln begnügt. Seine Behandlung entspricht daher noch nicht allen Erfordernissen der dreidimensionalen Strömung, liefert aber doch schon diskutable Strombilder als Unterlage für die Konstruktion von Turbinenrädern. Wenn man auf diesem Wege noch weitere Fortschritte erhoffen darf, so sind doch die entgegenstehenden analytischen Schwierigkeiten nicht zu übersehen, die der Ingenieur bisher durch zeichnerische Verfahren auf empirischer Grundlage mit Erfolg umgangen hat, allerdings meist ohne sich über das dynamische Verhalten der nach diesen Methoden gewonnenen Flüssigkeitsströmungen Rechenschaft zu geben. Immerhin begreift sich hieraus der schon früher erwähnte Widerstand mancher ausführender Ingenieure gegen hydrodynamische Theorien, denen sich naturgemäß solche akademische Lehrer angeschlossen haben, welche den neuen Gedankengängen nicht zu folgen vermochten.

Den bisher besprochenen theoretischen Untersuchungen liegt streng genommen immer eine sog. inkompressible Arbeits- oder Förderflüssigkeit zugrunde, deren Dichte also durch Druckänderungen nicht beeinflußt wird. Dies trifft nicht mehr zu, wenn es sich um den Energieumsatz stark elastischer Flüssigkeiten, wie von Dämpfen und Gasen in Dampfturbinen und Kreiselgebläsen für höhere Drücke handelt. Wohl gilt auch hierfür die Eulersche Fundamentalformel für das Drehmoment, dagegen treten in der Energiegleichung neben der mechanischen Arbeit Wärmemengen auf, die noch dazu mit den Arbeitsverlusten aufs engste zusammenhängen. Das Studium und die Be-

rechnung dieser in der Neuzeit immer weiter und rascher vordringenden Maschinen von meist großen Arbeitseinheiten erfordert daher ein Zurückgreifen auf die Lehren der Thermodynamik, die der Kreiselradkonstrukteur ebenfalls beherrschen muß. Man geht dabei gewöhnlich so vor, daß man die Dichteänderungen in den rotierenden Laufkränzen selbst, deren jeder einer Druck- oder Geschwindigkeitsstufe zugehört, zunächst vernachlässigt, d. h. den Austausch der verschiedenen Energiearten untereinander in die feststehenden Leitapparate verlegt. Dort nimmt somit die Arbeitsflüssigkeit erst die zum Betriebe des Turbinenrades notwendige hohe Geschwindigkeit unter Druckabfall an, während ihr bei Turbogebläsen die Geschwindigkeit durch die Laufradschaufeln erteilt wird, um später zwischen den Leitschaufeln unter Drucksteigerung wieder größtenteils zu verschwinden. Dabei kann es vorkommen, daß die Stromgeschwindigkeit beim Übergange vom Leitapparat in das Laufrad oder umgekehrt der Schallgeschwindigkeit in der Flüssigkeit nahe kommt oder sie gar überschreitet, womit ganz eigentümliche stoßartige Erscheinungen mit großen Energieverlusten verbunden sind, die man natürlich zu vermeiden sucht. Der Ingenieur ist daher gezwungen, auch derartige verwickelte Naturvorgänge in seine Studien einzubeziehen und kann sich dabei auf Ausflußversuche stützen, die schon um die Mitte des 19. Jahrhunderts die Franzosen De St. Venant und Wantzel angestellt hatten. Diese überaus wichtigen Versuche wurden damals sehr ungläubig aufgenommen und erst durch Zeuners und des Franzosen Hugoniot theoretische Arbeiten wissenschaftlich begründet, um dann im Anschluß an die Dampfturbinentheorie durch Stodola nicht nur eine glänzende Bestätigung, sondern auch eine erhebliche Erweiterung zu erfahren. Man darf wohl behaupten, daß durch diese ausschließlich von Ingenieuren herrührenden theoretischen und Experimentaluntersuchungen die wissenschaftliche Dynamik elastischer Flüssigkeiten erst angebahnt und damit ein aussichtsreiches, in den letzten Jahren viel bearbeitetes Gebiet der mechanischen Wärmetheorie durch technische Bemühungen erschlossen wurde.

Es ist gewiß bemerkenswert, daß all diese schönen Ergebnisse erzielt wurden, obwohl wir über die Ursache der Reibungswiderstände von Flüssigkeiten heute noch im unklaren sind, sobald die mittlere Geschwindigkeit einen bestimmten kritischen Wert übersteigt. Unterhalb dieser Geschwindigkeit bewegen sich die Flüssigkeitsteilchen in geordneten Bahnen nebeneinander, wobei nur die wohlbekannte innere Reibung als Widerstand in Frage kommt. Darüber hinaus aber tritt unter beträchtlicher Erhöhung des Widerstandes ein Zustand ein, den wir wegen des Durcheinanderwirbelns der einzelnen Stromfäden als Turbulenz bezeichnen, aber noch nicht im einzelnen mathematisch verfolgen können. Nach neueren Untersuchungen scheint es, als ob in diesem Falle ein Ablösen der Flüssigkeitsteilchen von den Wänden stattfindet, während die Geschwindigkeitsverteilung über den Stromquerschnitt derjenigen einer Potentialbewegung der reibungsfreien Flüssigkeit sehr nahe kommt. Diese Übereinstimmung bildet aber die stillschweigende Voraussetzung der oben gekennzeichneten Versuche einer hydrodynamischen Theorie der Kreiselräder, in denen die mittleren Stromgeschwindigkeiten überall die kritischen Werte übersteigen. Sie liefert auch die Erklärung für die Möglichkeit einer Theorie der schon erwähnten raschen Strömungen elastischer Flüssigkeiten, die somit trotz der Turbulenz im ganzen als durchaus geordnete Bewegungsvorgänge aufzufassen sind. Schließlich sei noch erwähnt, daß auch eine ganze Reihe neuartiger Probleme der Mechanik, insbesondere der dynamischen Festigkeitslehre durch die Entwickelung der Kreiselräder gestellt und gelöst worden sind, worüber die letzten Jahrgänge der technischen Zeitschriften ein reiches Material enthalten. Ich erinnere hierfür nur an die zahlreichen Resonanzerscheinungen infolge hoher Umlaufszahlen, die stets geeignet sind, den ruhigen Gang der Maschinen zu stören oder gar den Bestand einzelner Teile durch übermäßige Formänderungen zu gefährden. Der Ingenieur muß aber auch solche Betriebsbedingungen voraussehen und zu vermeiden suchen, da er für die Folgen von Zerstörungen unter Umständen nach unseren Gesetzen sogar strafrechtlich haftbar ist. Da lohnt es sich schon, mit allen Mitteln volle Klarheit zu gewinnen nicht nur über die Arbeitsweise der ganzen Maschine und der in ihr wirksamen Körper, sondern auch über das Verhalten der Einzelteile unter allen möglichen Betriebsbedingungen. Das leistet aber nur eine auf breiter empirischer Grundlage ruhende exakte Theorie, deren Pflege darum allen Jüngern der Technik nicht genug ans Herz gelegt werden kann.

(Eingegangen 2. Februar 1911.)

BESPRECHUNGEN.

A. Kalähne, Grundzüge der mathematisch-physikalischen Akustik. (Mathematisch-physikalische Schriften für Ingenieure und Studierende, herausgegeben von E. Jahnke. Band 11, 1.) I. Teil. VII und 130 S. mit 19 Figuren im Text. Leipzig, B. G. Teubner. 1910. Gebunden M. 3.60

Dieses ganz ausgezeichnete kleine Werk dürfte allgemein als grundlegende Einführung auch für ein tieferes Studium der Akustik zu empfehlen sein, ist aber vom Verfasser in erster Linie für den Nichtspezialisten gedacht.

Wer etwa sozusagen die Akustik mit elektrischen Hintergedanken studieren will, der kommt hier gut auf seine Rechnung. Die Darstellung ist knapp und sauber, das Buch infolgedessen relativ recht reichhaltig. Es hat ferner den besonderen Vorzug, die Theorie an gut gewählten Zahlenbeispielen, brauchbaren Tabellen und zweckmäßig erläuterten — auch quantitativ richtigen — Zeichnungen zu beleben. Der Inhalt ist ungefähr dieser: Schwingungen im allgemeinen. Fouriersche Reihen usw. Musikalische Gliederung des Tonbereichs. Systeme mit einem Freiheitsgrad: ungedämpfte und gedämpfte Eigenschwingungen. Resonanz ohne Rückwirkung. Erzwungene Schwingungen. Systeme mit mehreren Freiheitsgraden und gekoppelte Schwingungen.

Das Buch wird sich bald einführen. Hoffentlich erscheint auch der zweite Teil bald. H. Hörig.

H. Starke, Experimentelle Elektrizitätslehre; verbunden mit einer Einführung in die Maxwellsche und die Elektronentheorie der Elektrizität und des Lichts. Zweite, auf Grund der Fortschritte der Wissenschaft umgearbeitete Auflage. XVI und 662 S. mit 334 in den Text gedruckten Abbildungen. Leipzig und Berlin, B. G. Teubner. 1910. Gebunden M. 12.—

Die vorliegende zweite Auflage des bekannten Buches weist gegen die von H. Th. Simon in dieser Zeitschrift **16**, 26, 1905, besprochene erste einen Zuwachs von 240 Seiten mit 59 Figuren auf.

Abgesehen von mannigfachen kleineren Zusätzen und Änderungen in den verschiedensten Kapiteln, ist der Abschnitt über Induktionserscheinungen jetzt mehr vom Maxwellschen Standpunkte aus dargestellt worden und der Teil über drahtlose Telegraphie hat ebenfalls eine Neubearbeitung erfahren. Ferner wurde der Elektrizitätsleitung in Gasen sowie der Radioaktivität besondere Sorgfalt gewidmet, und für die Anwendung der Elektronentheorie auf Phänomene der Optik und der metallischen Leitung findet man vollständig neue Abschnitte eingegliedert. Speziell das Kapitel über die Elektronentheorie der Metalle ist von vorzüglicher Klarheit; auch verdient es hervorgehoben zu werden, daß der Verfasser überall, wo es angebracht war, die Beziehungen zwischen Maxwellscher und Elektronentheorie in sehr glücklicher Weise dargelegt hat. Sehr gut ist auch das Schlußkapitel: eine ausgezeichnete Darstellung des Relativitätsprinzips.

Wenn das Werk auch in erster Linie für die Kreise der Studierenden berechnet ist — und wie mir scheint, ist es dem Verfasser recht gut gelungen, den diesbezüglichen Bedürfnissen gerecht zu werden —, so wird es auch dem Physiker von Fach manchen guten Dienst erweisen können. H. Hörig.

E. Pringsheim, Physik der Sonne. 8. 435 S. mit 235 Abbildungen und 7 Tafeln. Leipzig, B. G. Teubner. 1910. M. 16.—

Mit dieser vortrefflichen, aus Vorlesungen entstandenen Monographie wird einem gewissen Bedürfnis abgeholfen, da der Gegenstand in den Lehrbüchern der kosmischen Physik und Astrophysik doch etwas kurz wegkommt. Bei eingehender, durch schöne Bilder und zum Teil offenbar schwierig zu erfindende Demonstrationsversuche unterstützter Darstellung der erforschten Tatsachen wird auch eine sehr ausführliche und objektive Auswahl der Theorien mit besonderer Hinneigung zur Juliusschen Theorie gegeben. Besonders wertvoll sind die Beschreibungen und Bilder aus nicht leicht zugänglichen Arbeiten amerikanischer Forscher. Die Darstellung ist maßvoll populär und trotzdem auch bei schwierigeren Kapiteln, z. B. der Juliusschen Theorie, einigen Sätzen von Emden, sehr klar. Es wäre vielleicht besser, späterhin das Buch noch etwas esoterischer zu gestalten und z. B. die elementare Besprechung der Spektralanalyse und was damit zusammenhängt, zugunsten strengerer Ausführungen wegfallen zu lassen. v. Wartenberg.

Personalien.

(Die Herausgeber bitten die Herren Fachgenossen, der Redaktion von eintretenden Änderungen möglichst bald Mitteilung zu machen.)

Habilitiert: An der Universität Jena Dr. Wilhelm Eduard Pauli für Physik, an der Universität Kiel Dr. O. Stark für Chemie.

Ernannt: Die a. o. Professoren an der Universität Princeton Dr. William Gillepsie und Dr. George David Birkhoff zu ord. Professoren der Mathematik an derselben Universität, der Privatdozent für Geodäsie an der Technischen Hochschule Dresden Dr.-Ing. Reinhard Hugershoff zum a. o. Professor an der Forstakademie Tharandt (unter Beibehaltung seines Dresdner Lehrauftrags), der Professor der Differential- und Integralrechnung an der Faculté des sciences in Besançon Carrus zum ord. Professor der Mathematik an der Universität von Algier, der Professor für projektive und darstellende Geometrie an der Universität Cagliari Beppo Levi zum ord. Professor für mathematische Analysis an der Universität Parma.

Gestorben: Der Honorarprofessor der Physik an der Universität Lille Hanriot, der a.o. Professor für Astronomie an der Universität Leipzig Dr. Bruno Peter.

Gesuche.

Für die Redaktion verantwortlich Professor Dr. Friedrich Krüger in Danzig-Langfuhr. — Verlag von S. Hirzel in Leipzig.
Druck von August Pries in Leipzig.

PHYSIKALISCHE ZEITSCHRIFT

No. 6. | 15. März 1911. Redaktionsschluß für No. 7 am 18. März 1911. | 12. Jahrgang.

INHALT:

ORIGINALMITTEILUNGEN.

Photometrische Untersuchung der Struktur einiger Spektrallinien.

Von Hj. Brotherus.

Mit 1 Tafel (II).

1. Seit längerer Zeit bin ich in dem Göttinger Physikalischen Institut auf Veranlassung von Herrn Prof. Voigt mit der Beobachtung der Intensitätsverhältnisse im Innern spektraler Emissionslinien beschäftigt. Es handelt sich dabei einerseits speziell bei Linien, die von salzgefärbten Flammen emittiert werden, um den Zusammenhang zwischen den Intensitätsverhältnissen der Spektrallinie und der Konzentration der emittierenden Flamme, wobei diese Konzentration auf verschiedene Weise beurteilt wird. Sodann soll bei Spektrallinien, die zu diffus sind, um durch ein Magnetfeld deutlich zerlegt zu werden, ein Schluß auf den Zeeman-Effekt gezogen werden.

Bei Vorarbeiten für diese zweite Aufgabe habe ich bereits vor einem Jahre die Intensitätsverhältnisse innerhalb der roten Wasserstofflinie untersucht. Da Herr Ladenburg in neuester Zeit Beobachtungen über denselben Gegenstand veröffentlicht hat, welche in ihren Resultaten von den meinigen abweichen, so nehme ich Veranlassung, einen Teil meiner Resultate schon vor der ausführlichen Darstellung, die an anderer Stelle erfolgen wird, kundzugeben.

2. Bei Messungen von der angegebenen Art kann man entweder die Spektrallinien selbst, oder aber ihre photographischen Bilder der Beobachtung unterwerfen. Im letzteren Falle hat man den Vorteil, alle Teile der Spektrallinie bei dem streng gleichen Zustand der Lichtquelle untersuchen zu können, was im ersteren nicht zu garantieren ist. Dafür muß bei Benutzung von Photogrammen durch eigene Beobachtungen der Zusammenhang zwischen der Schwärzung und der Strahlungsintensität festgestellt werden. Der erstere Vorteil ist so groß, daß man dafür die letztere Komplikation mit in Kauf nehmen wird.

Das nach Angaben von Herrn Voigt konstruierte Photometer benutzt das bekannte Prinzip, die beiden zu vergleichenden Lichtintensitäten normal zueinander zu polarisieren und dann zu mischen. Das Verschwinden einer gewissen Interferenzerscheinung ist das Kriterium dafür, daß die beiden Bestandteile die gleiche Intensität besitzen. Diese Gleichheit wird dadurch bewirkt, daß der eine Bestandteil sich in meßbarer Weise schwächen läßt.

Die zu messende Intensität wurde in meinem Falle durch einen sehr feinen Spalt aus einem das Photogramm durchstrahlenden Lichtbündel ausgesondert; die als Maß dienende wurde von derselben Lichtquelle abgezweigt und durchsetzte einen ähnlich feinen Spalt, vor dem ein mikrometrisch verschiebbarer Rauchglaskeil angebracht war. Um die Messung nach der eben geschilderten Mischungsmethode ausführbar zu machen, wurden nicht die scharfen Bilder dieser schmalen Spalten, sondern das von ihnen ohne Linsensysteme gelieferte diffuse Licht beobachtet.

Im übrigen erhellt die Konstruktion des Photometers aus Fig. 1, zu deren Erläuterung noch folgendes bemerkt werden mag.

A Nernstfaden, $L_1 L_2 L_3$ Linsen, $S_1 S_2$ Spiegel, B und C Spalte, vor welchen resp. das Photogramm (B') und ein Rauchglaskeil (C') mikrometrisch verschoben werden konnten; D eine Glasplatte, unter dem Polarisationswinkel gegen die Richtung CD geneigt, N_1 ein Nicol mit Polarisationsebene normal zur Einfallsebene

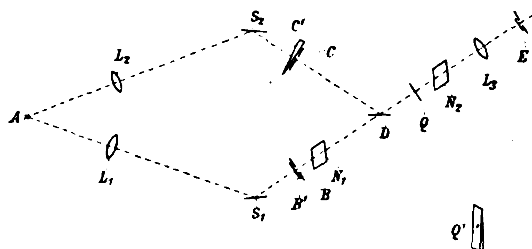


Fig. 1.

von D, N_2 ein zweiter Nicol, parallel oder normal zu ersterem orientiert; Q ein Quarzkeil parallel der optischen Achse geschliffen und die brechende Kante 45^0 gegen die Achse geneigt, E eine rote Glasscheibe.

Auf dem Wege DE wurden die von den Spalten B und C kommenden, normal zueinander polarisierten Strahlen gemischt und durchsetzten zusammen den Quarzkeil Q. Die in letzterem erzeugten dunklen Streifen des einen Strahles fielen dann dahin, wo die hellen des anderen lagen, und wenn die beiden Lichtstrahlen nicht ganz gleich hell waren, traten sofort die hellen Streifen des schwächeren Strahles dunkel hervor. Durch Verschieben des Rauchglaskeiles C' konnte der durch ihn gehende Strahl verstärkt oder geschwächt und dadurch das System der Streifen zum Verschwinden gebracht werden. Diese Stellung der gleichen Helligkeit der beiden Lichtstrahlen wurde dann an der Skala des Rauchglaskeiles abgelesen.

3. Von der so abgelesenen Lage des Rauchglaskeiles ist die Schwärzung der photographischen Platte (B') linear abhängig; denn unter der Schwärzung S wird jederzeit der natürliche Logarithmus von $\frac{J_0}{J}$ verstanden, wenn J_0 die Intensität des auffallenden und J die des durchgehenden Lichtes ist.

In der Tat, behalten wir die Bezeichnungen J_0 und J für das Photogramm bei und wenden i_0 und i für den Glaskeil an, so verlangt das Verschwinden der Interferenzstreifen ein bestimmtes Verhältnis zwischen J und i, das durch

$$i = hJ$$

bezeichnet werden mag. Wird nun zunächst eine nicht geschwärzte Stelle des Photogramms beobachtet und eine Keildicke D_1 gefunden, so muß gelten

$$hJ_0 = i_0 e^{-\alpha D_1},$$

wobei α dem Keil individuell ist. Für eine geschwärzte Stelle ergibt sich eine andere Keildicke D_2 und

$$hJ = i_0 e^{-\alpha D_2}.$$

Hieraus folgt dann

$$\frac{J_0}{J} = e^{\alpha(D_2 - D_1)}, \quad S = \alpha(D_2 - D_1)$$

wie zu beweisen war.

Um die Empfindlichkeit des Apparates zu steigern, war der Quarzkeil so befestigt, daß man ihm während der Beobachtungen kleine Bewegungen erteilen konnte. Sehr kleine Inhomogenitäten im Gesichtsfelde wurden dadurch sichtbar gemacht und die Einstellung auf gleiche Helligkeit viel genauer. Die Fehler der einzelnen Beobachtungen betrugen höchstens 7, im allgemeinen aber nur 1—4 Skalenteile der Mikrometertrommel, während in Fig. 3 die Intensität M_1 einer Schwärzung von 308 Skalenteilen entspricht. Die rote Glasscheibe (E) diente dazu, das Gesichtsfeld einfarbig zu machen.

4. Über das Verhältnis zwischen Lichtintensität und Schwärzung liegen schon mehrere Untersuchungen vor; die neuesten geben in dem Gebiete der Unterexposition als Resultat

$$S = k i t^p \qquad (1)$$

und in dem Gebiete der Normelexposition

$$S = k \ln(i t^p), \qquad (2)$$

wobei S die Schwärzung, i die Lichtintensität und t die Zeit bezeichnet. k ist eine Konstante. Nach einigen[1]) Untersuchungen ist p konstant, nach anderen[2]) von i und von t abhängig.

Um diese Formeln zu prüfen und für mein Photometer eine Skala zu bekommen, habe ich auf den Vorschlag von Prof. Voigt folgenden Versuch gemacht:

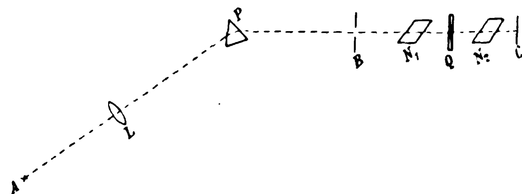


Fig. 2.

Das Licht einer Natriumflamme (A) (gewöhnlicher Bunsenbrenner mit Kochsalzperle) wurde mit einem Prisma (P) zerlegt und dann die hellen D-Linien von dem übrigen Spektrum mit einer Blende (B) getrennt. Das so erhaltene homogene Licht wurde mit einem Nicol (N_1) linear polarisiert, ging dann durch zwei Quarzkeile (Q), welche, wie in dem Babinetschen Kompensator, parallel der optischen Achse geschliffen waren, und durch einen zweiten Nicol (N_2), dessen Polarisationsebene senkrecht zu derjenigen von N_1 war. Wenn nun die optischen Achsen der Quarzkeile 45^0 gegen die Polarisationsebenen der Nicols geneigt waren, so bestand das auf die photographische Platte (C) fallende

1) G. Leimbach, Zeitschr. f. wiss. Photogr. **7**, 174, 1909.

2) Parkhurst, Astrophys. Journ. **33**, 33, 1909.

Licht aus einem Felde von parallelen, dunklen und hellen Streifen, deren Helligkeit in genügender Annäherung durch die Formel

$$i = i_0 \cos^2 \frac{\pi x}{l}$$

gegeben war. Hier ist i_0 die maximale Helligkeit, l der Abstand zwischen zwei entsprechenden Punkten zweier benachbarten hellen (oder dunklen) Streifen, und x der Abstand des Punktes mit der Helligkeit i von einem mit der maximalen Helligkeit i_0.

5. Die Intensität des auf die Platte fallenden Lichtes war also bekannt als Funktion von i_0 und x, und die von ihm verursachte Schwärzung konnte ich mit dem Photometer bestimmen. Die so erhaltenen Werte für S stimmten sehr gut mit den aus den Formeln (1) und (2) bei konstantem p berechneten überein. Um aber von dem Übelstande frei zu werden, bei der Berechnung einer Intensitätskurve aus einer Schwärzungskurve zwei verschiedene Formeln anwenden zu müssen, habe ich den Ansatz

$$S = k \ln (qit^p + 1) \qquad (3)$$

gemacht, der nun auch auf Werte $qit^p < 1$ anwendbar ist, während (2) hier versagt. Die mit dieser Formel berechneten Schwärzungen stimmten für alle Werte von i sehr gut mit den beobachteten überein. p habe ich dabei als im ganzen Schwärzungsbereich konstant angenommen. Bei der Berechnung der einer beobachteten Schwärzung entsprechenden Lichtintensität habe ich diese Formel (3) immer benutzt und dabei k den aus den obigen Versuchen hervorgehenden Wert gegeben. Diese Untersuchungen über Schwärzung und Intensität werde ich noch bei verschiedenen Expositionszeiten wiederholen. Der neue Wert von k, den diese Versuche geben werden, wird aber keinesfalls die Intensitätskurven wesentlich verändern. Und in dieser vorläufigen Mitteilung handelt es sich nur um den Grundcharakter der untersuchten Linien. —

Diese Methode, die Abhängigkeit der Schwärzung von der Lichtintensität zu bestimmen, hat den großen Vorteil, daß eine einzige Aufnahme alle miteinander zu vergleichenden Schwärzungen gibt.

Diese photographisch-photometrische Methode habe ich angewandt, um die innere Struktur der Spektrallinien H_α, D_1 und D_2 zu bestimmen.

6. Beim Photographieren der H_α-Linie diente mir der kapillare Teil eines gewöhnlichen Geißlerrohres als Lichtquelle bei transversaler Strahlung. Der Gasdruck betrug 4 mm. Zum Zerlegen des Lichtes stand mir ein großes Stufengitter mit sehr hohem Auflösungsvermögen zur Verfügung. — Die rote Wasserstofflinie ist, wie Michelson gefunden hat, eine Doppellinie. Spätere Beobachtungen haben das auch bestätigt. Michelson[1]) hat mit seinem Interferometer den Abstand der beiden Linien zu 0,14 Å.-E. und das Verhältnis der Intensitäten wie 10:7 bestimmt. Ebert[2]) und Pulfrich[3]) haben den Abstand 0,132 und Houstoun[4]) 0,065 Å.-E. gefunden. Die Linien sind sehr unscharf und dies dürfte der Grund sein, warum sie in einem Rowlandschen Gitter nicht getrennt zu sehen sind. —

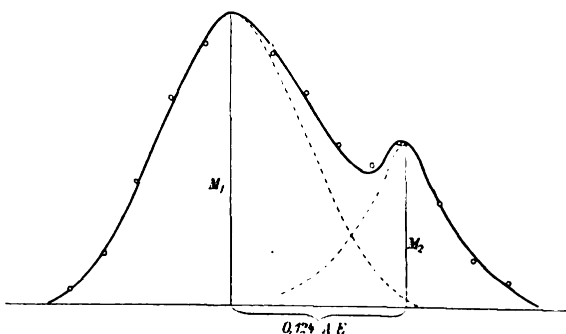


Fig. 3.

In Fig. 3 ist die stark ausgezogene Kurve die von mir photographisch-photometrisch bestimmte Intensitätskurve der H_α-Linie. Beim Photometrieren war der Spalt B (Fig. 1), vor welchem das Photogramm war, 0,05 mm breit, und die Beobachtungen habe ich so gemacht, daß die Ränder zweier benachbarten beobachteten Bezirke immer zusammenfielen. Die Kurve (Fig. 3) zeigt deutlich, daß die Linie doppelt ist. Wenn die beiden Komponenten so liegen, wie die gestrichelten Linien zeigen, so ist ihr Abstand 0,124 Å.-E. Wenn man unter der Intensität einer Linie ihre maximale Intensität (M) versteht, so gibt Fig. 3 für das Verhältnis ($M_1 : M_2$) der maximalen Intensitäten der beiden Komponenten den Wert 9:5. Die Gesamtintensitäten verhalten sich wie 14:5. —.

7. Wie im Eingang bemerkt, hat kürzlich Ladenburg Untersuchungen über das Emissions- und Absorptionsvermögen der roten Wasserstofflinie gemacht und die Intensitätskurve dieser Linie gegeben[5]). Die Kurve verläuft nun ohne irgendeine Vertiefung von dem Punkte der maximalen Helligkeit fast ganz symmetrisch nach beiden Seiten hin. Daß Laden-

1) A. A. Michelson, Phil. Mag. (5) **34**, 280—299, 1892.
2) A. Ebert, Wied. Ann. **43**, 800, 1891.
3) C. Pulfrich, Zeitschr. f. Instrumentenk. **13**, 410, 1893.
4) R. A. Houstoun, Phil. Mag. (6) **7**, 456—467, 1904.
5) Ladenburg, diese Zeitschr. **12**, 5, 1911, Fig. 3. II.

burg diese symmetrische Intensitätsverteilung bekommen hat, erklärt sich aus seinen Versuchsbedingungen. Denn erstens hat er nur Bezirke, deren Breite 1—2 Å.-E. entsprach, gemessen und, wie schon gezeigt, ist der Abstand der Komponenten etwa 0,124 Å.-E. Und zweitens hat Ladenburg eine 250 mm lange Wasserstoffschicht in der Längsrichtung beobachtet und dem Induktorium parallel Leidener Flaschen geschaltet. Dadurch wurde die Linie so breit[1]) (5,2 Å.-E.), daß sie das Aussehen einer einfachen Linie gehabt haben muß. Damit will ich nur den Unterschied der Resultate von Ladenburg und mir erklärt und zugleich hervorgehoben haben, daß die von Ladenburg gegebene Kurve nicht die Intensitätsverteilung in einer scharfen H_α-Linie darstellt.

8. Nach derselben Methode habe ich auch die Natriumlinien D_1 und D_2 untersucht. Zur Herstellung eines konstanten Natriumlichtes bediente ich mich eines ähnlichen Apparates, wie z. B. Arrhenius[2]) und Wilson[3]) bei ihren Untersuchungen über die Leitfähigkeit einer Flamme. Der in einem Gouy-Zerstäuber erzeugte Dampf einer Na_2CO_3-Lösung wurde in die Flamme eines Bunsengebläsebrenners geleitet und gab so eine gute, konstante Stichflamme. Durch Anwendung von Lösungen verschiedener Konzentration konnte ich die Dichte des Natriumdampfes in der Flamme variieren, die als angenähert proportional mit der Konzentration der angewandten Lösungen betrachtet werden darf.

Mit einem großen Rowlandschen Plangitter wurde das Licht zerlegt. Um eine auch bei den verdünnteren Lösungen für die photometrischen Messungen genügende Breite der Linien zu erhalten, habe ich in der zweiten Ordnung photographiert und dabei das durch das große Objektiv des Spektralapparates von fast 3 m Brennweite erzeugte Bild durch ein kleines photographisches Objektiv nochmals auf das etwa $2^1/_2$ fache vergrößert.

Wegen der so erzielten starken Vergrößerung und der davon herrührenden Verkleinerung der Lichtstärke habe ich jede Aufnahme $2^1/_2$ Stunden exponieren müssen. Als Kriterium dafür, daß die Flamme während der Exposition konstant war, habe ich ihre Leitfähigkeit vor und nach der Exposition bestimmt. Die Schwankungen betrugen höchstens 3 Proz.

Tafel II gibt einige mit der Formel (3) aus den photometrisch gemessenen Schwärzungen erhaltenen Intensitätskurven der Linien. Die verschiedenen Kurven (I, II, III, IV) entsprechen Lösungen, deren Konzentrationen sich verhielten wie 1 : 2 : 8 : 32. Um bei dem Entwickeln der verschiedenen Aufnahmen genau dieselben Verhältnisse zu haben, habe ich die ganze Reihe auf eine Platte exponiert.

9. Die mit der wachsenden Konzentration immer stärkere Umkehrung der Linien ist sehr deutlich zu sehen[1]). Es ist vielleicht angemessen, darauf hinzuweisen, daß diese Selbstumkehr nicht (wie vielfach angenommen) ausschließlich oder in erster Linie von der Absorption der kühleren Schichten der Flamme herrührt. Auch bei einer ganz homogenen Flamme findet nach der Theorie eine Selbstumkehrung der Spektrallinie statt, wenn Absorptionsindex und Dicke der Flamme eine hinreichende Größe haben, wie die unter gewissen plausiblen Annahmen hier geltende Formel[2]) für das Emissionsvermögen

$$E = \frac{4n\varepsilon\left(1 - e^{-\frac{4\pi n\varkappa l}{\lambda}}\right)}{K - (K - N)\, e^{-\frac{4\pi n\varkappa l}{\lambda}}}$$
$$K = (1 + n)^2 + n^2\varkappa^2, \quad N = 4n(1 + \varkappa^2)$$

lehrt. In derselben bezeichnet n den Brechungs-, $\varkappa$ den Absorptionsindex, l die Dicke der Flamme, λ die Wellenlänge, ε die Emission des schwarzen Körpers, die innerhalb des uns interessierenden Bereiches als konstant zu betrachten ist. Ist $n\varkappa l/\lambda$ hinreichend groß, daß die Exponentialgröße unbeträchtlich neben Eins ist, so ergibt sich ein Minimum der Emission bei größtem $n\varkappa$, ist $\varkappa$ und $n\varkappa l/\lambda$ sehr klein, dann umgekehrt ein Maximum.

Von Interesse ist die deutliche Unsymmetrie der Intensitätskurven bezüglich der Mitte jeder Emissionslinie. Auf ihre Diskussion soll aber an dieser Stelle noch nicht eingegangen werden.

1) Mit der Breite der Linie ist dabei der Abstand der beiden Punkte $^1/_2 M$ verstanden.
2) S. Arrhenius, Wied. Ann. **42**, 18, 1891.
3) H. A. Wilson, Phil. Trans. A. **192**, 499, 1899.

1) Nach neuen, während des Druckes gemachten Beobachtungen ist auch bei der verdünntesten Lösung (I) an der Linie D_2 eine schwache Umkehrung zu sehen.
2) W. Voigt, Gött. Nachr. 1911, Heft 2.

Göttingen, Physikalisches Institut, 1. Februar 1911.

(Eingegangen 13. Februar 1911.)

Über das Spektrum des Poulsenschen Lichtbogens.
(On the Spectrum of the Poulsen Arc.)

Von E. O'Connor.

Das Spektrum des elektrischen Lichtbogens weist, je nach den Bedingungen, unter denen er hervorgebracht wird, manche Verschiedenheiten in

seinem Aussehen auf. Es erschien daher wünschenswert, den Bogen eines Poulsenschen Generators spektroskopisch zu untersuchen; unterscheiden sich doch die elektrischen Verhältnisse bei diesem Bogen in vielen wichtigen Zügen von denen bei anderen bisher untersuchten Arten von Bögen. Eine Form eines schwingenden Lichtbogens hat La Rosa[1]) untersucht. La Rosa fand, daß das Spektrum des Duddellschen Bogens bei einer Steigerung der Kapazität im Schwingungskreise allmählich in das Funkenspektrum überging, daß dagegen durch Einführung von Selbstinduktion das Bogenspektrum wiederhergestellt wurde.

Der Zweck der vorliegenden Untersuchung dagegen war, die Spektren des Bogens zu vergleichen, einmal wenn im Schwingungskreise kräftige Schwingungen erregt wurden, das andere Mal, wenn dieser Kreis abgeschaltet war, während sonst alle Bedingungen möglichst gleich blieben.

Zu diesem Zwecke benutzte ich den Poulsenschen Generator der Station für drahtlose Telegraphie im Armstrong College. Aus dem städtischen Netz mit 240 Volt leitete ich einen Strom von ungefähr 6 Ampere durch den Bogen und die zugehörigen Regulierwiderstände, Drosselspulen usw. In dem Stromkreis war ferner ein großer Elektromagnet enthalten, der das Magnetfeld erregte, in dem der Bogen brennt. Ein langsamer Leuchtgasstrom zirkulierte durch die Kammer des Bogens und lieferte die erforderliche Atmosphäre zur Erzeugung der Schwingungen. Der Schwingungskreis bestand aus einer Kapazität von 0,002 Mikrofarad und einer Induktanz von 1632000 Ohm; diese letztere war hergestellt aus einer Spule aus blankem Kupferstab, dessen Widerstand vernachlässigt werden konnte. Die Schwingungszahl war somit 277000 in der Sekunde, während die höchste Schwingungszahl, die La Rosa benutzt hat, ungefähr 20000 in der Sekunde betrug.

Ein totalreflektierendes Prisma bildete ein Fenster am oberen Ende der Bogenkammer und gestattete, das von dem Bogen kommende Licht horizontal auf den Spalt eines Hilgerschen Spektrographen zu reflektieren. Ich nahm die Bogenspektren photographisch auf, einmal, wenn der Schwingungskreis eingeschaltet war, das andere Mal, wenn er unterbrochen war. Fig. 1 läßt die auffallende Verschiedenheit zwischen den in den beiden Fällen auftretenden Spektren erkennen. Das Spektrum (*a*), das bei abgeschaltetem Schwingungskreis aufgenommen

1) M. La Rosa, Umwandlungen des Spektrums des selbsttönenden Lichtbogens. Ann. d. Phys. (4) **29**, 249.

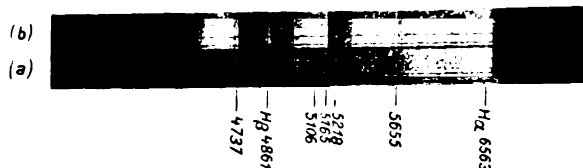


Fig. 1.

wurde, zeigt die stärksten Kupferlinien, die Häupter der Banden im Kohlenstoffspektrum und die Wasserstofflinie bei 6563 Å.-E., die ziemlich stark ist. Bei angeschlossenem Schwingungskreis hatte das Spektrum (*b*) ein ganz abweichendes Aussehen. Die Kupferlinien sind verschwunden, während die Wasserstofflinien bei 6563 Å.-E. und 4861 Å.-E. und das Bandenspektrum des Kohlenstoffs sehr kräftig sind.

Es schien schwierig, diesen Unterschied aus der Temperatur zu erklären, und eine Betrachtung des im Bogen verlaufenden Prozesses führte zu dem Schlusse, daß die Atmosphäre beim schwingenden Bogen eine wichtige Rolle spielte.

Beim Poulsenschen Lichtbogen erhält man die Stromkurve nicht durch die einfache Überlagerung einer Sinuskurve über die Gerade, welche den Gleichstrom darstellt; die Stromkurve nimmt vielmehr die Gestalt an, wie sie Fig. 2 zeigt[1]). Diese Gestalt der Kurve, die

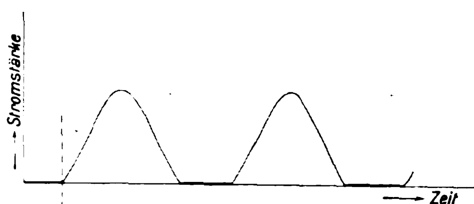


Fig. 2.

Blondel[2]) experimentell erhalten hat, ergibt sich daraus, daß die Amplitude des Wechselstromes größer ist als die des Gleichstromes. Daher ist der Bogen während eines Teiles jeder Schwingung erloschen, und während dieser Zeit wird die Atmosphäre zwischen den Elektroden rasch entionisiert. Weiter bewirkt während des Stromdurchganges das Magnetfeld, daß die Entladung aus der kürzesten Bahn zwischen den Elektroden abgelenkt wird. Die Folge davon ist, daß bei erneuter Zündung des Bogens die Entladung in einer verhältnismäßig frischen Atmosphäre vor sich geht.

Die Wirksamkeit des Bogens zur Erzeugung kräftiger Schwingungen ist davon abhängig, daß diese Entionisierung so weit getrieben wird,

1) H. Barkhausen, Das Problem der Schwingungserzeugung, 1907.
2) Blondel, Éclair. électr. **44**, 1905.

daß eine beträchtliche Spannung erforderlich wird, um den Raum zwischen den Elektroden zu durchschlagen. Bei jeder einzelnen Schwingung muß die Entladung den Zwischenraum von neuem ganz in derselben Weise durchbrechen wie die Anfangsentladung beim gewöhnlichen Funken. Beim Funken bringt aber gerade die Anfangsentladung die Linien der Atmosphäre im Spektrum hervor[1]). Wir werden sonach erwarten, daß das Spektrum der Atmosphäre vorherrschen wird, und das stimmt mit dem beobachteten Spektrum überein.

Um diesen Punkt eingehender zu erforschen, ersetzte ich die Leuchtgasatmosphäre durch eine Wasserstoffatmosphäre und photographierte wiederum die Spektren (siehe Fig. 3). Im

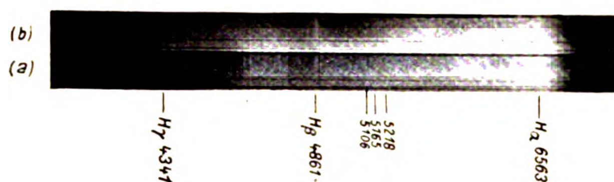


Fig. 3.

Spektrum des nicht oszillierenden Bogens (*a*) sind die Wasserstofflinien kräftig und die Kupferlinien, wenn auch schwach, vorhanden. Im Spektrum (*b*) des schwingenden Bogens sind die Wasserstofflinien stärker als im Spektrum (*a*), aber die Kupferlinien sind schwächer.

Es ist klar, daß das Spektrum des schwingenden Lichtbogens unter den Verhältnissen, wie wir sie beim Poulsenschen Generator haben, praktisch das Spektrum der Atmosphäre ist, und wir können dieses Ergebnis als eine spektroskopische Bestätigung der Theorie für die Erzeugungsweise der Schwingungen auffassen.

Ich möchte Herrn Morris Airey für die Anregung zu diesen Versuchen und für seine Ratschläge bei ihrer Ausführung meinen besten Dank ausdrücken.

1) Hemsalech, C. R. **141**, 122, 1905.

(Nach dem Manuskript aus dem Englischen übersetzt von Max Iklé.)

(Eingegangen 13. Februar 1911.)

Über das Verhältnis von Emissions- und Absorptionsvermögen bei stark absorbierenden Körpern.

Von Max Born und Rudolf Ladenburg.

Die Theorie der Wärmestrahlung beruht auf einer eigenartigen Anwendung der Sätze der Thermodynamik auf die Vorgänge der strahlenden Fortpflanzung der Energie, die heute am vollkommensten durch die elektromagnetische Lichttheorie Maxwells dargestellt werden. Es liegt hier eine gewisse Schwierigkeit vor; denn die elektromagnetische Lichttheorie gewinnt ihre Gesetze auf Grund der Vorstellung regelmäßiger Wellenzüge, während die Gesetze der Wärmestrahlung offenbar nur als Ausdruck einer starken „Unordnung" der Schwingungsvorgänge (im Sinne der statistischen Theorien) zu verstehen sind[1]). Die Möglichkeit, daß hier die Verknüpfung der thermodynamischen und elektromagnetischen Betrachtungsweise zu Widersprüchen Anlaß geben könnte, liegt vor und ist nur der Beachtung etwas entrückt worden durch die ungleich größeren Schwierigkeiten, die sich bei der Ableitung der vollständigen Strahlungsformel einstellen.

Wir sind nun in der Tat schon bei einer der einfachen, üblichen Betrachtungen zur Begründung des Kirchhoffschen Satzes auf einen Fall gestoßen, in dem Thermodynamik und Maxwellsche Theorie nicht ohne weiteres im Einklang zu sein scheinen.

Bei der Ableitung des vollständigen Kirchhoffschen Gesetzes[2]) benutzt man nämlich eine Beziehung zwischen der auf die Grenze zweier Medien auffallenden Strahlungsintensität (1), der reflektierten (ϱ) und der eindringenden (δ), und man bedient sich gewöhnlich der vom energetischen Standpunkte anscheinend selbstverständlichen Relation[3])

$$1 - \varrho = \delta,$$

welche aussagt, daß die Summe von reflektierter und durchgelassener Strahlung gleich der auffallenden Strahlung 1 ist.

Aus der Maxwellschen Theorie folgt jedoch, wie hier gezeigt werden soll, daß bei der üblichen Definition der Strahlungsintensität als des zeitlichen Mittelwertes des Poyntingschen Vektors für regelmäßige Wellenzüge diese Beziehung in absorbierenden Medien streng nicht gültig ist. Allerdings läßt sie sich im Falle schwach absorbierender Körper annäherungsweise aufrecht erhalten, ein Fall, auf den sich im allgemeinen die Betrachtungen über die Vorgänge der Wärmestrahlung (Hohlraumstrahlung) beschränken.

1) Vgl. M. Planck, Vorlesungen über die Theorie der Wärmestrahlung. Leipzig 1906, § 132, S. 134.

2) Wir verstehen darunter mit M. Laue nicht nur den Satz von der Proportionalität von Emission und Absorption, sondern die Gesamtheit der Beziehungen, welche die Abhängigkeit der Strahlung von den optischen Konstanten des Mittels darstellen. (M. Laue, Ann. d. Phys. (4) **32**, 1086, 1910, Anm. 1.) Daher bezieht sich das Folgende nicht auf die Pringsheimsche Ableitung jener Proportionalität. (E. Pringsheim, Verhandl. d. deutsch. phys. Ges. 1901, S. 81.)

3) Vgl. M. Planck, l. c., § 36, S. 36.

Die hervorgehobene Schwierigkeit steht in engem Zusammenhange mit einer Untersuchung von W. Voigt[1]) über den Zusammenhang zwischen Emissions- und Absorptionsvermögen (E und A) einer in Form einer planparallelen Platte vorausgesetzten, in parallelen Schichten homogen, aber inkohärent erregten Substanz, deren Eigenschaften auf Grund der elektromagnetischen Lichttheorie untersucht werden. Für die senkrecht zu den Begrenzungsebenen der Schicht sich fortpflanzende Strahlung findet Voigt bei Berücksichtigung der an den Grenzebenen stattfindenden Reflexionen, daß der Quotient E/A von der Länge L der Schicht nicht unabhängig ist, was offenbar eine erste Voraussetzung für die Gültigkeit des Kirchhoffschen Gesetzes wäre. Der wesentliche Grund ist — worauf unten näher eingegangen werden soll —, daß die von Voigt benützten Gesetze der Reflexion diejenigen für stark (metallisch) absorbierende Körper sind und daß daher die oben erwähnte Beziehung $1 - \varrho = \delta$ nicht erfüllt ist.

Würde nämlich diese Beziehung an den Grenzen der planparallelen Platte gelten, so zeigt die folgende kleine Rechnung[2]), daß das Verhältnis E/A auch bei beliebiger Absorption der Substanz im Innern, homogene Erregung (wie bei Voigt) vorausgesetzt, von der Länge L unabhängig ist.

Zur Berechnung des Emissionsvermögens E betrachten wir die monochromatische, linear polarisierte Intensität $E_0 dz$, die von einer unendlich dünnen Schicht dz im Abstande z von der einen Grenzebene der leuchtenden Platte (vgl. Fig. 1) in der positiven und negativen Z-Richtung emittiert wird, und legen das gewöhnliche Absorptionsgesetz zugrunde, gemäß welchem von einer Schicht der Länge z, auf die die Intensität J_0 auffällt und die die Absorptionskonstante[3]) a besitzt, der Betrag

$$J = J_0 e^{-az}$$

durchgelassen wird.

1) W. Voigt, Wied. Ann. 67, 366, 1899. [Ich verdanke Herrn Voigt den Einblick in die Korrekturen einer Arbeit von ihm „Allgemeines über Emission und Absorption usw.", die demnächst in den Nachr. d. K. Gesellschaft d. Wissenschaften zu Göttingen, Math.-phys. Kl. 1911, erscheinen wird, und in der Herr Voigt auf unsere Betrachtungen Bezug nimmt. In einem Zusatz zu dieser Voigtschen Mitteilung stellt Herr H. A. Lorentz Überlegungen an, die mit den unseren in manchen Punkten übereinstimmen. M. Born].

2) Ähnliche Ansätze finden sich z. B. bei: Zöllner, Pogg. Ann. 142, 88, 1871; H. Kayser, Handb. d. Spektroskopie, II, 184; H. v. Helmholtz, Vorl. über theoretische Physik, Bd. VI, Theorie d. Wärme (herausgeg. v. F. Richarz), § 43, S. 162; F. Kurlbaum, Wied. Ann. 67, 854, 1899; R. Ladenburg, Verh. d. deutschen phys. Ges. 12, 54, 1910.

3) Vgl. Kaysers Definitionen in Winkelmanns Handb. d. Phys. (2. Aufl.) Bd. 6, S. 240.

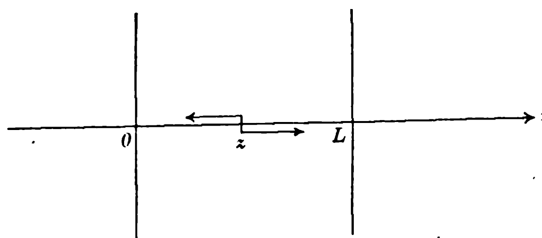


Fig. 1.

Es bezeichne ferner ϱ bzw. δ den reflektierten bzw. durchgelassenen Bruchteil der aus der Substanz auf die Grenzfläche gegen den Äther auftreffenden Intensität. Ebenso wie Voigt nehmen wir an, daß ein Strahl nach Durchlaufen der doppelten Schichtdicke mit sich nicht mehr interferenzfähig ist, so daß bei Superposition zweier derartiger Strahlen die Intensitäten, und nicht die Amplituden, zu addieren sind. Dann ergibt sich für die in der positiven z-Richtung bei Berücksichtigung der vielfachen Reflexionen austretende Gesamtintensität eine geometrische Reihe, deren Summe

$$\frac{E_0 \delta (e^{-a(L-z)} + \varrho e^{-a(L+z)}) dz}{1 - \varrho^2 e^{-2aL}}$$

ist.

Weiter nehmen wir mit Voigt an, daß die einzelnen Schichten dz homogen und inkohärent erregt werden; dann erhalten wir durch Summation (Integration des vorhergehenden Ausdrucks nach z) für das Emissionsvermögen:

$$E = \frac{E_0 \delta (1 - e^{-aL})}{a(1 - \varrho e^{-aL})}.$$

Zur Berechnung des Absorptionsvermögens andrerseits nehmen wir an, daß auf die Grenzfläche 0 die Intensität 1 auffalle und daß ϱ_1 bzw. δ_1 das Reflexionsvermögen, bzw. die Durchlässigkeit sind, wenn der Strahl aus dem Äther in die Substanz eindringt. Unter denselben Voraussetzungen der Inkohärenz wie oben ergibt sich dann für das Absorptionsvermögen, d. i. den Bruchteil der auffallenden Intensität, der weder an der ersten Grenze reflektiert, noch von der zweiten Grenzfläche durchgelassen wird,

$$A = \frac{(1 - \varrho_1)(1 - \varrho e^{-aL}) - \delta \delta_1 e^{-aL}}{1 - \varrho e^{-aL}}.$$

Gemäß unserer Annahme setzen wir nun

$$1 - \varrho_1 = \delta_1,$$
$$1 - \varrho = \delta.$$

So erhalten wir

$$A = \frac{\delta_1 (1 - e^{-aL})}{1 - \varrho e^{-aL}}$$

und

$$\frac{E}{A} = \frac{E_0}{a} \frac{\delta}{\delta_1}.$$

Also ist der Quotient E/A in der Tat unabhängig von L.

Diese Betrachtung führt dazu, die Abweichung des Resultates der Voigtschen Untersuchung vor allem in der Benutzung der strengen Grenzbedingungen für absorbierende Medien zu suchen und die Frage aufzuwerfen, welche Zusatzhypothesen man zu machen hat, um unsere einfache Grenzbedingung aufrecht erhalten zu können; um so mehr, als kürzlich Herr Laue[1]) bei Ausdehnung des Planckschen Beweises des Kirchhoffschen Satzes auf stark absorbierende Körper auch jene Grenzbedingung benutzte (vgl. die ersten beiden Gl. S. 1090).

Wir betrachten also den Vorgang der Reflexion und Brechung ebener Wellen bei senkrechter Inzidenz an der ebenen Grenze zweier absorbierender Medien verschiedener optischer Konstanten, die wir durch die Indizes 1 bzw. 2 charakterisieren wollen.

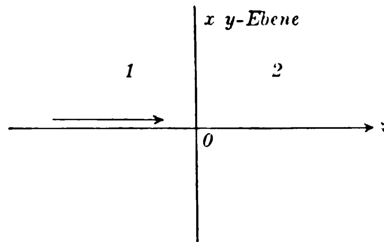


Fig. 2.

Z sei die Fortpflanzungsrichtung, die XY-Ebene die Grenzebene. Es falle ein in der Y-Richtung polarisierter Strahl von der Frequenz ν von negativem z her aus dem Medium 1 auf die Grenzebene auf, dessen Amplitude an dieser gleich 1 sei; ω sei die Lichtgeschwindigkeit, $n = \frac{\omega}{c}$ der Brechungsquotient und k der Extinktionskoeffizient[2]). Dann haben die elektrische (X) und magnetische Komponente (M) des auffallenden (Index e) bzw. reflektierten (r) und eindringenden (d) Strahls bekanntlich folgende Werte:

$$X_e = e^{-\frac{z k_1 \nu}{\omega_1}} \cos \nu \left(t - \frac{z}{\omega_1}\right),$$

$$X_r = -R e^{+\frac{z k_1 \nu}{\omega_1}} \cos \nu \left(t + \frac{z + \xi_r}{\omega_1}\right)$$

$$X_d = D e^{-\frac{z k_2 \nu}{\omega_2}} \cos \nu \left(t - \frac{z - \xi_d}{\omega_2}\right)$$

$$M_e = \alpha_1 e^{-\frac{z k_1 \nu}{\omega_1}} \cos \nu \left(t - \frac{z + \beta_1}{\omega_1}\right)$$

$$M_r = \alpha_1 R e^{\frac{z k_1 \nu}{\omega_1}} \cos \nu \left(t + \frac{z + \xi_r - \beta_1}{\omega_1}\right)$$

$$M_d = \alpha_2 D e^{-\frac{z k_2 \nu}{\omega_2}} \cos \nu \left(t - \frac{z - \xi_d + \beta_2}{\omega_2}\right);$$

hier ist:

$$R \cos \frac{\xi_r \nu}{\omega_1} = \frac{(n_2^2 - n_1^2) + (n_2^2 k_2^2 - n_1^2 k_1^2)}{(n_1 + n_2)^2 + (n_1 k_1 + n_2 k_2)^2},$$

$$R \sin \frac{\xi_r \nu}{\omega_1} = \frac{2 n_1 n_2 (k_1 - k_2)}{(n_1 + n_2)^2 + (n_1 k_1 + n_2 k_2)^2},$$

$$D \cos \frac{\xi_d \nu}{\omega_2} = \frac{n_1 (n_1 + n_2) + n_1 k_1 (n_1 k_1 + n_2 k_2)}{(n_1 + n_2)^2 + (n_1 k_1 + n_2 k_2)^2},$$

$$D \sin \frac{\xi_d \nu}{\omega_2} = \frac{n_1 (n_1 k_1 + n_2 k_2) - n_1 k_1 (n_1 + n_2)}{(n_1 + n_2)^2 + (n_1 k_1 + n_2 k_2)^2},$$

und

$$\alpha_1 \cos \frac{\beta_1 \nu}{\omega_1} = n_1; \qquad \alpha_2 \cos \frac{\beta_2 \nu}{\omega_2} = n_2;$$

$$\alpha_1 \sin \frac{\beta_1 \nu}{\omega_1} = n_1 k_1; \qquad \alpha_2 \sin \frac{\beta_2 \nu}{\omega_2} = n_1 k_2.$$

In der üblichen Weise sei die Intensität des Strahles definiert als der zeitliche Mittelwert des Poyntingschen Vektors erstreckt über eine Zeit T, die sehr groß ist gegenüber der Dauer einer Schwingung. Bei einer regelmäßigen Schwingung ist das dasselbe wie der Mittelwert über eine Periode:

$$S = \frac{c \nu}{8 \pi^2} \int_0^{\frac{2\pi}{\nu}} X \cdot M \, dt.$$

Hier ist im ersten Medium zu setzen

$$X = X_e + X_r, \qquad M = M_e + M_r,$$

und im zweiten:

$$X = X_d, \qquad M = M_d.$$

Mit Benutzung der einfachen Integralformel

$$\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \cos (x + a) \cos (x + b) \, dx = \frac{1}{2} \cos (a - b)$$

ergibt sich für den Strahl im ersten Medium

$$S_1 = S_e - S_r + S_{e,r}$$

und für den Strahl im zweiten Medium

$$S_2 = S_d,$$

wobei

$$S_e = \frac{c}{8\pi} n_1 e^{-\frac{2 k \nu}{\omega_1} z},$$

$$S_r = \frac{c}{8\pi} n_1 R^2 e^{+\frac{2 k_1 \nu}{\omega_1} z},$$

$$S_{e,r} = \frac{c}{4\pi} n_1 k_1 R \sin \nu \frac{2z + \xi_r}{\omega_1},$$

$$S_d = \frac{c}{8\pi} n_2 D^2 e^{-\frac{2 k_2 \nu}{\omega_2} x}.$$

1) M. Laue, Ann. d. Phys. (4) **32**, 1085, 1910.

2) Diese Größe k steht bekanntlich mit der oben definierten Absorptionskonstante a in der Beziehung $a = \frac{2 k \nu}{\omega} = \frac{4 \pi k}{\lambda}$, wobei λ die Wellenlänge in der absorbierenden Substanz bedeutet.

An der Grenze $z = 0$ ist, wie leicht zu sehen,

$$S_1^0 = S_2^0.$$

Im ersten Medium besteht der Vorgang erstens aus dem einfallenden Strahle S_e, zweitens aus dem reflektierten Strahle S_r, drittens aus dem Bestandteile $S_{e,r}$. Man sieht also, daß unsere Grenzbedingung $1 - \varrho = \delta$, die hier offenbar äquivalent mit $S_e^0 - S_r^0 = S_d^0$ ist, nicht erfüllt ist, weil $S_{e,r}$ auch für $z = 0$ im allgemeinen von Null verschieden ist.

Was bedeutet nun dieser Bestandteil $S_{e,r}$? Er hängt offenbar mit der Interferenz des einfallenden und des reflektierten Strahles aufs innigste zusammen; er ist nämlich eine lokale Strahlung von periodisch wechselnder Richtung, die ungefähr von den Stellen der Interferenzmaxima der beiden Wellen gegen die Stellen der Minima[1]) gerichtet ist. Im Falle schiefer Inzidenz würde diese Strahlung vermutlich in geschlossenen Bahnen kreisen[2]). Für $z = 0$ hat $S_{e,r}$ den Wert

$$S_{e,r}^0 = \frac{c}{8\pi} n_1 k_1 R \sin \frac{\xi_r \nu}{\omega_1}$$

$$= \frac{c}{8\pi} n_1 k_1 \frac{2 n_1 n_2 (k_1 - k_2)}{(n_1 + n_2)^2 + (n_1 k_1 + n_2 k_2)^2}.$$

Streng wird dieser Ausdruck Null, 1. wenn $k_1 = k_2$, d. h. wenn sich beide Medien bezüglich der Absorption gleich verhalten; 2. wenn $k_1 = 0$ ist, d. h. falls der Strahl aus einem nicht absorbierenden Medium in ein absorbierendes eintritt. Die Abweichung von dem einfachen Grenzgesetz $1 - \varrho = \delta$ findet also statt, wenn der Strahl aus einem stark absorbierenden Medium in ein Medium von anderem Extinktionskoeffizienten (inbegriffen $k_2 = 0$) eintritt. Sind alle vorkommenden Extinktionskoeffizienten als klein von 1. Ordnung zu betrachten, wie es in der Planckschen Strahlungstheorie (l. c.) geschieht, so wird $S_{e,r}$ klein von der 2. Ordnung.

Die Berechtigung des Gebrauches der Grenzbedingung $1 - \varrho = \delta$ im Falle starker Absorption (Laue, l. c.) ist also aus der elektromagnetischen Lichttheorie, die mit regelmäßigen Wellenzügen operiert, streng nicht abzuleiten.

Mit Rücksicht auf den in der Einleitung erwähnten prinzipiellen Unterschied zwischen der elektromagnetischen und der thermodynamischen Behandlungsweise der Strahlung wird die Vermutung nahe gelegt, es werde sich die Gültigkeit der einfachen Grenzbedingung dadurch wiederherstellen lassen, daß man die vollkommene „Unordnung“ der Strahlung in sogenanntem „natürlichen Lichte“ und die daraus folgende Inkohärenz in Rechnung setzt.

Man wird durch geeignete Annahmen über die Unordnung des Strahlungsvorganges das Gebiet, in dem der einfallende und der reflektierte Strahl interferieren, einzuschränken suchen. Ohne über die Art und Weise, wie das möglich ist, zunächst etwas auszusagen, wollen wir die Hypothese machen, daß der einfallende und der reflektierte Strahl nur auf einer Strecke von der Länge l in unmittelbarer Nachbarschaft der Grenzfläche interferenzfähig sind. Denken wir uns also im ersten Medium eine zur Grenze parallele Ebene E im Abstand l gelegt, so soll die einfallende Welle mit der reflektierten nur in dem Raume zwischen den beiden Ebenen interferieren, vor der Ebene E aber nicht. Vor und an der Ebene E wird also $S_{e,r}$ verschwinden, daher wird auf E der Strahlvektor den Betrag

$$S_1^* = S_e^* - S_r^*$$

haben, wo

$$S_e^* = \frac{c}{8\pi} n_1 e^{\frac{2\varkappa_1 \nu}{\omega_1} l},$$

$$S_r^* = \frac{c}{8\pi} n_1 R^2 e^{-\frac{2\varkappa_1 \nu}{\omega_1} l}.$$

Wendet man jetzt den Poyntingschen Satz auf die zwischen den beiden Ebenen befindliche Schicht an und beachtet, daß bei einem stationären Vorgange im Zeitmittel keine Änderung der elektromagnetischen Energie stattfindet, so ergibt sich

$$S_e^* - S_r^* = S_2^0 + Q,$$

wo

$$S_2^0 = S_d^0 = \frac{c}{8\pi} n_2 D^2$$

die hindurchgehende Intensität und Q die Wärme ist, die in einem Stücke der Schicht von der Grundfläche 1 in der Zeiteinheit entwickelt wird. Nun unterscheiden sich S_e^* von S_e^0, S_r^* von S_r^0, Q von 0 nur um Größen der Ordnung l; denn man erhält zunächst

$$S_e^* = S_e^0 + \frac{c n_1 \varkappa_1 \nu}{4\pi\omega_1} l + \cdots,$$

$$S_r^* = S_r^0 - R^2 \frac{c n_1 \varkappa_1 \nu}{4\pi\omega_1} l + \cdots;$$

die entwickelte Wärme aber ist

$$Q = \frac{\nu}{2\pi} \int_0^{\frac{2\pi}{\nu}} \int_{-l}^{0} \sigma (X_e + X_r)^2 dz dt,$$

wo

[1]) Da die beiden interferierenden Wellen gedämpft sind, kann man dieses Interferenzsystem nicht eigentlich als „stehende Wellen“ bezeichnen; wir sprechen daher auch nicht von „Bäuchen“ und „Knoten“.

[2]) Vgl. die allerdings nur im Falle verschwindender Absorption durchgeführten Rechnungen über den Strahlungsverlauf im Falle der Totalreflexion von A. Eichenwald, Journ. d. russ. physik.-chem. Ges. **41**, physik. Teil, S. 131—153, 1909. Reproduziert von Cl. Schaefer und G. Groß, Ann. d. Phys. (4), **32**, 648, 1910.

$$\sigma = \frac{1}{2\pi} n^2 \varkappa \nu$$

die elektrische Leitfähigkeit bedeutet, und man findet leicht[1])

$$Q = l\sigma\left(\frac{1-R^2}{2} + R\frac{\cos \nu \xi_r}{\omega_1}\right) + \cdots;$$

die Punkte deuten Glieder höherer Ordnung in l an.

Ist l sehr klein, so erhält man also approximativ die Grenzbedingung $1 - \varrho = \delta$ bei beliebigen Werten der Extinktionskoeffizienten.

Über die Annahme, die man machen muß, um die Interferenzfähigkeit der Wellen in der geschilderten Weise einzuschränken, möge hier nur bemerkt werden, daß im Falle schiefer Inzidenz der Bereich der Interferenz der einfallenden und der reflektierten Welle offenbar dann klein wird, wenn das Strahlenbündel einen kleinen Querschnitt hat. Bei diffuser Reflexion, wie sie in der Theorie der Hohlraumstrahlung wohl hauptsächlich in Betracht kommt, wird das eo ipso statthaben; denn dann wird man sich die Wand aus lauter kleinen, ebenen und gegeneinander geneigten Stücken bestehend denken können, und wenn auch ein breites Strahlenbündel auffällt, so wird es durch die Wand selbst in lauter schmale Bündel zerlegt und zerstreut.

Wir meinen, daß man die Gültigkeit der Formel $1 - \varrho = \delta$ für die Theorie der Wärmestrahlung auf dem hier angedeuteten Wege wird begründen können.

1) Die strenge Formel lautet

$$Q = \frac{\sigma}{4}\frac{\omega_1}{\varkappa_1 \nu}\left\{\left(1 - e^{\frac{2l\varkappa_1\nu}{\omega_1}}\right) + R^2\left(1 - e^{-\frac{2l\varkappa_1\nu}{\omega_1}}\right)\right\} +$$
$$+ \sigma R l \cos\frac{\nu\xi_r}{\omega_1}.$$

Göttingen und Breslau, Januar 1911.

(Eingegangen 7. Februar 1911.)

Einige Beiträge zur Theorie der Brownschen Bewegung mit experimentellen Anwendungen.
(Some Contributions to the Theory of Brownian Moments, with Experimental Applications.)

Von H. Fletcher[1]).

§ 1. Verschiebung eines in einem Gase suspendierten Teilchens infolge der Stöße seitens der Gasmoleküle.

Es sei m die Masse eines in einem Gase suspendierten kleinen sphärischen Teilchens, a sein Halbmesser, v seine Geschwindigkeit zur Zeit t, X die x-Komponente der Kraft, die durch die nicht im Gleichgewicht stehenden Stöße der Gasmoleküle entsteht, und μ der Koeffizient der inneren Reibung des Gases. Dann ist die Gleichung der Bewegung längs der x-Achse:

$$m\frac{d^2x}{dt^2} = -6\pi\mu a k\frac{dx}{dt} + X. \qquad (1)$$

In dem Gliede $6\pi\mu a k\frac{dx}{dt}$ ist k eine Funktion von a, die von den Oberflächenbedingungen des Teilchens abhängt. Durch eine Rechnung, die sich auf die Wahrscheinlichkeitstheorie gründet, fand Cunningham[1]), daß k gegeben ist durch die Gleichung

$$k = \left\{1 + \frac{1{,}63\frac{l}{a}}{f + 2(1-f)}\right\}^{-1}. \qquad (2)$$

In dieser Gleichung ist l die mittlere freie Weglänge des Gasmoleküls und f der Bruchteil der Gesamtzahl sämtlicher Stöße, die vollkommen elastisch sind. Versuche, die Herr Professor Millikan und ich[2]) an kleinen Öltröpfchen, die in Luft suspendiert waren, angestellt haben, haben diese Formel für Teilchen, die größer als $a = 5 \cdot 10^{-5}$ cm waren, bestätigt und haben dargetan, daß für Öl $f = 0$ ist, d. h. daß bei dieser Substanz sämtliche Stöße unelastisch verlaufen.

Wenn wir die Gleichung (1) mit x multiplizieren und

$$\frac{dx^2}{dt} = z$$

einsetzen, so erhalten wir:

$$\frac{m}{2}\frac{dz}{dt} + 3\pi\mu a k z = mv^2 + Xx. \qquad (3)$$

Durch eine Analyse, dieselbe, wie sie Langevin[3]) angegeben hat, findet man, daß das mittlere Quadrat der Verschiebung durch

$$\overline{x^2} = \frac{2\varepsilon t}{9\pi\mu a k} \qquad (4)$$

gegeben ist, wo ε die mittlere kinetische Energie des Gasmoleküls ist. Abgesehen von dem Faktor k ist dies dieselbe Formel, die zuerst von Einstein[4]) und später von Langevin[5]) angegeben worden ist.

§ 2. Verteilung der Verschiebungen.

Um die Chance dafür zu finden, daß in

1) Einen zusammenfassenden Bericht über diese Arbeit hat Herr Professor Millikan auf der Versammlung der American Physical Society zu Minneapolis am 29 Dezember 1910 erstattet.

1) Proc. Roy. Soc. (A) **83**, 357, 1910.
2) Phys. Rev. 1910 (April); siehe auch einen kurzen Bericht in dieser Zeitschr. **11**, 1097, 1910.
3) C. R. **146**, 530, 1908.
4) Ann. d. Phys. (4) **17**, 559, 1905.
5) C. R. **146**, 530, 1908.

einer Zeit t eine Verschiebung zwischen x und $x+dx$ erfolgt, wollen wir folgendermaßen vorgehen.

Es sei $f(x, y, z)\,dx\,dy\,dz$ eine Funktion, welche die Chance dafür angibt, daß eine Verschiebung zwischen (x, y, z) und $(x+dx,\ y+dy,\ z+dz)$ liegt. Da diese Chance nach allen Richtungen hin dieselbe sein muß, so muß $f(x, y, z)$ bei einer Achsentransformation invariant sein. Nach einem bekannten Theorem der Invariantenlehre wissen wir, daß die einzige Funktion, welche dieser Bedingung genügt, $f(x^2+y^2+z^2)$ ist. Es ist daher

$$f(x, y, z) = f(x^2+y^2+z^2)\,. \qquad (5)$$

Wenn $F(x)\,dx$ die Chance dafür ist, daß die x-Komponente der Verschiebung zwischen x und $x+dx$ liegt, dann ist die Chance dafür, daß die y-Komponente zwischen y und $y+dy$ liegt, $F(y)\,dy$, und die Chance dafür, daß die z-Komponente zwischen z und $z+dz$ liegt, $F(z)\,dz$. Dann ist:

$$\left.\begin{aligned} f(x^2+y^2+z^2)\,dx\,dy\,dz &= \\ &= F(x)\,dx\cdot F(y)\,dy\cdot F(z)\,dz\,. \end{aligned}\right\} \qquad (6)^{1)}$$

Die Auflösung liefert:

$$f(x^2+y^2+z^2) = A^3\, e^{s(x^2+y^2+z^2)} \qquad (7)^{2)}$$

und

$$F(x)\,dx = A\,e^{s x^2}\,dx\,. \qquad (8)$$

Da $F(x)$ mit zunehmendem x abnehmen muß, so muß s negativ sein; wir setzen deshalb $\alpha = -s$. A und α sind Funktionen, die nicht von (x, y, z) abhängen. Wenn wir daher N Beobachtungen an einem einzelnen Teilchen vornehmen, so ist die Anzahl n jener, welche Verschiebungen zwischen x_1 und x_2 haben, durch

$$n = NA\int_{x_1}^{x_2} e^{-\alpha x^2}\,dx \qquad (9)$$

gegeben. A und α sind durch die Gleichungen

$$N = NA\int_{-\infty}^{\infty} e^{-\alpha x^2}\,dx = AN\sqrt{\frac{\pi}{\alpha}}$$

und

$$\overline{x^2} = A\int_{-\infty}^{\infty} x^2 e^{-\alpha x^2}\,dx = A\cdot\frac{1}{2}\,\alpha^{-3/2}\sqrt{\pi}$$

oder

$$A = \sqrt{\frac{\alpha}{\pi}} \qquad (10)$$

und

$$\alpha = \frac{1}{2\,\overline{x^2}} \qquad (11)^{1)}$$

bestimmt, und $\overline{x^2}$ ist durch Gleichung (4) gegeben.

Mit Hilfe der Gleichung (9) im Verein mit den Gleichungen (4), (10) und (11) sind wir imstande, zu berechnen, wie die Verschiebungen verteilt sein müßten. Weiter erhalten wir nach einem bekannten Verfahren für die mittlere positive oder negative x-Komponente der Verschiebung die Gleichung

$$x_a = \sqrt{\frac{2}{\pi}}\sqrt{\overline{x^2}}\,. \qquad (12)$$

Für den wahrscheinlichsten Wert der Verschiebung im Raume erhalten wir:

$$r_p = \sqrt{2}\sqrt{\overline{x^2}}\,. \qquad (13)$$

Für den mittleren Wert der Verschiebung im Raume erhalten wir:

$$r_a = 2\sqrt{\frac{2}{\pi}}\sqrt{\overline{x^2}}\,. \qquad (14)$$

Für den wahrscheinlichsten Wert der Projektion der Verschiebung auf eine Ebene erhalten wir:

$$R_p = \sqrt{\overline{x^2}}\,. \qquad (15)$$

Für den mittleren Wert der Projektion der Verschiebung auf eine Ebene erhalten wir:

$$R_a = \sqrt{\pi}\sqrt{\overline{x^2}}\,. \qquad (16)$$

§ 3. Wirkung der Brownschen Bewegung auf ein Teilchen, das sich unter dem Einflusse einer konstanten Kraft bewegt.

Wenn die Geschwindigkeit, die das suspendierte Teilchen infolge der Schwere besitzt, V ist, so ist die gesamte Verschiebung b in einer Zeit t gegeben durch:

$$b = Vt + x\,, \qquad (17)$$

und wenn V_1 die hieraus ermittelte Geschwindigkeit ist, so erhalten wir:

$$V_1 = V + \frac{x}{t}\,. \qquad (18)$$

Die Chance dafür, daß diese Geschwindigkeit auftreten wird, ist dieselbe wie die dafür, daß die Verschiebung infolge der Brownschen Bewegung x ist, und diese Chance ist

$$\sqrt{\frac{\alpha}{\pi}}\,e^{-\alpha x^2}\,dx\,, \qquad (19)$$

wo α eine Funktion von t ist.

Dieser Ausdruck ergibt in Verbindung mit Gleichung (17) die Verteilung der Fallstrecken

1) Hierin ist die Annahme enthalten, daß die x-Komponente der Verschiebung von y und z unabhängig ist. Diesen Einwand hat Boltzmann gegen die Maxwellsche Arbeit über die Verteilung der molekularen Geschwindigkeit erhoben, er hat aber durch eine strengere Analyse dieselbe Endformel erhalten.

2) Dieses Verfahren ist im wesentlichen dasselbe, das Maxwell angewandt hat, um die Verteilung der molekularen Geschwindigkeiten in einem Gase zu erhalten.

1) Eine Erörterung, aus der hervorgeht, daß der auf diesem Wege erhaltene Wert für $\overline{x^2}$ derselbe ist, wie der aus Gleichung (4) gewonnene, werde ich in einer ausführlicheren Veröffentlichung geben.

während einer festgesetzten Zeit t. Für meinen Zweck ist es aber vielmehr wünschenswert, die Verteilung der Fallzeiten durch eine festgesetzte Strecke zu erfahren. Um diese zu erhalten, ersetzen wir in dem Ausdruck (19) x durch seinen Wert, wie er durch die Gleichung (17) gegeben wird, und a durch seinen Wert, wie er aus den Gleichungen (11) und (4) folgt. Dann ist unter N Wanderungen die Zahl der Fälle, daß ein Teilchen die Strecke b in einer Zeit zwischen t und $t+dt$ durchfallen wird:

$$dn = N\varkappa V t^{-1/2} e^{-\frac{\pi\varkappa^2}{t}(b-Vt)^2} dt, \tag{20}$$

wo nach Gleichung (4)

$$\varkappa = \sqrt{\frac{9\mu a k}{4\varepsilon}}$$

ist.

Unter N Beobachtungen über die Zeit des Falles durch die Strecke b ist die Zahl der Fälle, die zwischen t_1 und t_2 liegen,

$$n = N\varkappa V \int_{t_1}^{t_2} y\,dt, \tag{21}$$

wo

$$y = t^{-1/2} e^{-\frac{\pi\varkappa^2}{t}(b-Vt)^2}$$

ist. Für irgendein numerisches Problem läßt sich das Integral leicht dadurch erhalten, daß man y und t auf Koordinatenpapier aufträgt und die Quadrate zwischen den beiden Ordinaten t_1 und t_2, der Kurve und der t-Achse zählt.

In ähnlicher Weise erhält man, wenn ein elektrisches Feld, das dem Gravitationsfelde übergelagert ist, eine Geschwindigkeit V' hervorruft, und wenn V_2 die aus der gesamten Verschiebung in der Zeit t' berechnete Geschwindigkeit ist,

$$V_2 = V' + \frac{x'}{t'} \tag{22}$$

und

$$n' = N'\varkappa' V' \int_{t_1'}^{t_2'} y'\,dt', \tag{23}$$

wo

$$y' = \frac{e^{-\frac{\pi\varkappa^2}{t'}(b-V't')^2}}{\sqrt{t'}}$$

ist.

§ 4. Wirkung der Brownschen Bewegung auf den scheinbaren Wert der von einem suspendierten Teilchen getragenen elektrischen Ladung.

Die von Professor Millikan[1]) eingeführte Methode zur Messung von e besteht darin, ein isoliertes geladenes Teilchen zwischen zwei Kondensatorplatten zu bringen und seine Geschwindigkeit V_1 unter dem Einfluß der Schwere zu bestimmen und darauf seine Geschwindigkeit V_2, die es erhält, wenn das elektrische Feld angelegt ist.

Wenn E die Stärke des auf das Teilchen von der scheinbaren Masse m', der Dichte σ und dem Halbmesser a wirkenden elektrischen Feldes in absoluten elektrostatischen Einheiten ist, ferner g die Gravitationskonstante, l die mittlere freie Weglänge des Gasmoleküls und ϱ die Dichte des Gases, dann sind a und e durch die Gleichungen

$$a = \left\{\frac{9}{2}\frac{\mu V_1}{(\sigma-\varrho)g}\right\}^{1/2} \left\{\left[1 + \frac{2}{9}\frac{(\sigma-\varrho)g}{\mu V_1}\left(\frac{0{,}815\,l}{2}\right)^2\right]^{1/2} - \frac{0{,}815\,l}{2}\left(\frac{2}{9}\frac{\sigma-\varrho}{\mu V_1}g\right)^{1/2}\right\} \tag{24}$$

und

$$e = \frac{4}{3}\pi\frac{\sigma-\varrho}{E} g a^3 \frac{V_1+V_2}{V_1} \tag{25}$$

gegeben[1]).

Die scheinbare Ladung auf dem Teilchen ist sonach proportional $(V_1+V_2)V_1^{1/2}$, oder, als Funktion von t und t' ausgedrückt,

$$e = B\frac{1}{t^{1/2}}\left(\frac{1}{t}+\frac{1}{t'}\right). \tag{26}$$

Die Gleichungen (24) und (25) sind unter der Annahme abgeleitet, daß Ee und $m'g$ die einzigen Kräfte sind, die auf den Tropfen wirken, d. h. daß die Kraft X, von der im § **1** die Rede war, null ist. Diese Annahme ist niemals streng richtig, denn die Gleichungen (18) und (22) zeigen, daß V_1 und V_2 selbst bei einem Teilchen, das weder seine Größe, noch seine Gestalt, noch die elektrische Ladung, die es trägt, ändert, Variable sind. Gleichung (21) lehrt indessen, daß für Teilchen, die größer sind als $a = 0{,}0001$ cm, und die eine Strecke b von der Größe von 1 cm durchfallen, praktisch alle Fallzeiten bis auf weniger als eine Zehntelsekunde übereinstimmen werden. Jedenfalls wird, wenn wir V_1 und V_2 durch V und V' ersetzen, der Wert, den wir für e erhalten, unveränderlich sein und die von dem Teilchen getragene wirkliche Ladung darstellen.

Es müßte möglich sein, die Verteilung der Werte von e zu ermitteln, aber die mathematische Durchführung wird sehr verwickelt. Selbst wenn wir einen solchen Ausdruck erhalten würden, so würde eine außerordentlich große Zahl von Beobachtungen erforderlich sein, ehe die beobachteten und die errechneten Werte übereinstimmen würden. In der Tat, wenn 100 Beobachtungen über die Fallzeit und 100 Beobachtungen über

1) Phil. Mag., Februar 1909, und Science (N. S.) **32**, 436, 1910, sowie diese Zeitschr. 11, 1097, 1910.

1) Die Ableitung dieser Formel findet sich in Phys. Rev., April 1910.

die Zeit im elektrischen Felde eine recht gute Übereinstimmung zwischen den beobachteten und den berechneten Werten von t und t' ergeben würden, so würden $(100)^2$ oder 10 000 Beobachtungen erforderlich sein, um dieselbe Übereinstimmung zwischen den beobachteten und den berechneten Werten von e zu ergeben. Ich habe deshalb beschlossen, das Problem auf folgende Weise zu lösen. Nachdem die t und die t' mit Hilfe der Gleichungen (21) und (23) berechnet sind, ist es erwünscht, zu wissen, welches t' bei irgendeinem gegebenen t auftreten wird. Von den N Werten von t' hat der eine gerade soviel Chancen, neben t aufzutreten, wie irgendein anderer. Wenn man also N kleine Quadrate aus Pappe, auf die man die Werte von t in der durch Gleichung (21) gegebenen Verteilung geschrieben hat, in einen Kasten legt und N weitere Quadrate, auf die man die Werte von t' in der durch Gleichung (23) gegebenen Verteilung geschrieben hat, in einen zweiten Kasten und dann die Kästen gut durchschüttelt, so werden die Paare von t und t', die man gleichzeitig aus den beiden Kästen zieht, wenn man ihre Werte in Gleichung (26) einsetzt, eine ähnliche Verteilung der Werte von e ergeben, wie man sie tatsächlich beobachtet.

§ 5. Vergleich zwischen Theorie und Experiment.

In den Tabellen 1 und 3 habe ich Beispiele von Daten gegeben, die unter Verhältnissen gewonnen worden sind, wo die Verschiebungen infolge der Brownschen Bewegung nicht zu vernachlässigen sind (siehe die Fußnote 2, S. 202, Sp. 2). In den Tabellen 2 und 4 sind Werte von t und t' angegeben, die aus den in den Tabellen 1 und 3 enthaltenen Daten mit Hilfe der im § 3 entwickelten Formeln abgeleitet worden sind. t_1 und t_2 sind die Integrationsgrenzen für das Integral in Gleichung (21); n ist die Anzahl der Fälle, in denen die Fallzeiten zwischen diesen Grenzen liegen sollten, und „n beob.“ ist die Anzahl der beobachteten Fälle, die innerhalb dieser Grenzen liegen. t_1' t_2' n', n' beob. und t_1'', t_2'', n'', n'' beob. haben ähnliche Bedeutungen. Beispielsweise sagt in Tabelle 2 die Theorie voraus, daß 8 bis 9 Werte von t zwischen 19 und 20 Sekunden liegen. Tabelle 1 zeigt, daß 8 Werte innerhalb dieser Grenzen beobachtet wurden.

Die Zahlen sind in C.G.S.-Einheiten ausgedrückt. V ist in der Weise gewonnen worden, daß der Mittelwert von V_1 genommen wurde. Daß dieses Verfahren berechtigt ist, wird aus Gleichung (18) ersichtlich, denn für eine große Zahl von Werten für V_1 ist Σx null. In ähnlicher Weise wurden V' und V'' gefunden. Der Wert von a ist aus Gleichung (24) berechnet worden. k bei 23° C ist als $\left(1 + \frac{7{,}7 \cdot 10^{-6}}{a}\right)^{-1}$ angenommen worden; μ bei 23° C ist 0,0001825, und ε bei 23° C ist $6{,}25 \cdot 10^{-14}$ (dieser Wert wurde erhalten, indem $e = 4{,}90 \cdot 10^{-10}$ angenommen wurde).

Tabelle 1.

Plattenabstand 1,6 cm; Temperatur 23° C.
$b = 0{,}037$ cm, $o = 0{,}9$, 340 Volt.

t			t'	
24,2	19,0	22,0	18,0	17,6
22,2	17,0	21,6	19,0	17,2
27,0	26,4	18,0	21,0	17,4
26,6	20,6	21,4	19,4	18,8
25,0	18,4	16,8	15,8	19,6
17,2	18,8	20,8	21,0	18,4
26,4	20,8	15,6	17,8	15,4
19,0	15,4	20,0	17,4	21,0
20,8	19,4	16,6	15,8	19,0
21,2	17,2	17,0	19,2	17,2
20,0	24,8	19,8	16,9	
17,8	19,4	21,0		
20,8	19,2	17,8		
14,6	21,8	18,2		
20,3	19,3	18,2		

Tabelle 2.

$V = 0{,}00184$, $a = 37{,}5 \times 10^{-6}$, $k = 0{,}83$,
$\varkappa = 452$, $N = 45$, $N' = 21$, $V' = 0{,}00202$.

t_1	t_2	n	n beob.	t_1'	t_2'	n'	n' beob.
0	16	1 od. 2	3	0	15	0 od. 1	0
16	17	1 „ 2	2	15	16	1 „ 2	3
17	18	3 „ 4	6	16	17	2 „ 3	1
18	19	6 „ 7	5	17	18	4 „ 5	6
19	20	8 „ 9	8	18	19	4 „ 5	3
20	21	8 „ 9	7	19	20	3 „ 4	5
21	22	6 „ 7	5	20	21	2 „ 3	1
22	23	4 „ 5	2	21	22	1 „ 2	2
23	24	2 „ 3	0	22	∞	1 „ 0	0
24	25	1 „ 2	3				
25	∞	1 „ 2	4				

Tabelle 3.

Plattenabstand 1,6 cm; Temperatur 23° C.
$b = 0{,}0148$, $o = 0{,}9$; 326 Volt.

t	t'	$e \times 10^{10}$	t	t''	$e \times 10^{10}$
6,5	3,6	11,4	10,3	10,6	4,0
6,0	2,6	15,2	7,7	20,6	4,1
8,4	3,0	10,6	6,8	13,2	5,7
5,6	—	—	5,6	13,4	7,1
6,4	—	—	8,3	18,8	5,5
6,0	3,6	12,1	5,0	11,5	8,7
7,2	4,3	9,5	7,8	16,5	4,5
6,5	3,3	12,3	6,8	11,2	6,1
7,8	3,0	11,1	5,7	7,2	8,9
8,2	3,4	9,8	4,7	13,0	9,2
5,5	2,7	10,7	7,3	—	—
			7,4	15,4	5,0
			8,6	17,0	4,0

Tabelle 4.

$V = 0{,}00221$, $a = 40 \times 10^{-6}$, $k = 0{,}83$, $x = 452$, $N = 45$, $N' = 21$, $V' = 0{,}00202$.

t_1	t_2	n	n beob.	t_1'	t_2'	n'	n' beob.
0	5	0 od. 1	1	0	10	0 od. 1	2
5	6	5 „ 6	5	10	12	2 „ 3	3
6	7	9 „ 10	7	12	14	3 „ 4	3
7	8	6 „ 7	6	14	16	2 „ 3	1
8	9	2 „ 3	4	16	18	1 „ 2	2
9	∞	1 „ 0	1	18	∞	1 „ 0	1
				t_1''	t_2''	n''	n'' beob.
				0	3	1 od. 2	2
				3	3,5	4 „ 5	4
				3,5	4,0	2 „ 3	2
				4,0	∞	0 „ 1	1

In der Tabelle 5 ist eine Gegenüberstellung zwischen den beobachteten und den berechneten Werten von e gegeben. Die Zahlen in der Spalte mit der Überschrift „$e \cdot 10^{10}$ beob." sind dieselben Werte von e, die in der Tabelle 3 angegeben sind, nur in anderer Reihenfolge. Die Zahlen in der Spalte mit der Überschrift „$e \cdot 10^{10}$ ber." sind die nach dem in § 4 beschriebenen Verfahren berechneten Werte.

Tabelle 5.

$e \cdot 10^{10}$ beob.	$e \cdot 10^{10}$ ber.	$e \cdot 10^{10}$ beob.	$e \cdot 10^{10}$ ber.
4,0	4,2	9,2	11,1
4,0	4,2	9,5	10,5
4,1	4,5	9,8	11,1
4,5	5,2	10,6	11,4
5,0	5,4	10,7	11,7
5,5	5,4	11,1	12,3
5,7	5,7	11,4	12,4
6,1	5,8	12,3	12,5
7,1	7,3	14,5	13,6
8,7	8,5	15,2	18,0
8,9	8,6		

Dies sind Proben von mehreren Tabellen, die ich errechnet habe, und in denen die Fallstrecke b im Verhältnis 1 : 20 verändert wurde, und die sämtlich ungefähr dieselbe Übereinstimmung ergaben. Es ist vielleicht nicht richtig, zu sagen, daß diese Ergebnisse die oben mitgeteilten Formeln bestätigen, aber sie zeigen zur Genüge, daß die Theorie die Schwankungen vollkommen erklärt.

Wir hoffen, daß es uns möglich sein wird, hundert bis zweihundert Beobachtungen an einem einzelnen Tropfen zu machen, und dann wird die Übereinstimmung zwischen den beobachteten und den berechneten Werten viel besser werden. Es liegt auf der Hand, daß wir damit über eine sehr gute Methode verfügen werden, um die Theorie der Brownschen Bewegung in Gasen zu kontrollieren, und daß wir dadurch in der Lage sein werden, k für weite Grenzen von a und l zu bestimmen.

§ 6. Anwendung der Theorie auf die Arbeiten über e von Ehrenhaft[1]) und von Przibram[2]).

Die im vorstehenden entwickelte Theorie läßt sich nicht unmittelbar auf die Ergebnisse von Ehrenhaft anwenden, weil dieser Forscher nur ein Paar von Beobachtungen an einem einzelnen Teilchen vorgenommen hat. Man kann indessen einen Begriff von der zu erwartenden Änderung erhalten, wenn man ermittelt, wie diese sich für ein einzelnes Teilchen von der durchschnittlichen Größe seiner Teilchen gestalten würde.

Seine durchschnittliche Zeit für den Fall durch eine Strecke von 0,0112 cm aus 156 Beobachtungen an Platin ist 6,86 Sekunden, und die durchschnittliche Zeit im elektrischen Felde ist 4,18 Sekunden. Die aus diesen Zahlen ermittelten Konstanten sind $N = 156$, $V = 1{,}63 \cdot 10^{-3}$, $V' = 2{,}68 \cdot 10^{-3}$, $a = 5 \cdot 10^{-6}$, $k = 0{,}394$ und $x = 114$. Setzt man diese Werte in die Gleichungen (21) und (23) ein, so erhält man die in der nachstehenden Tabelle 6 enthaltenen Ergebnisse.

Tabelle 6.

t_1	t_2	n	n beob.	t_1'	t_2'	n'	n' beob.
0	2	2 oder 1	1	0	1	0 oder 1	1
2	3	7 „ 8	9	1	2	8 „ 9	16
3	4	10 „ 11	17	2	3	21 „ 22	32
4	5	12 „ 13	22	3	4	25 „ 26	27
5	6	12 „ 13	24	4	5	23 „ 24	27
6	7	11 „ 12	23	5	6	18 „ 19	15
7	8	10 „ 11	15	6	7	14 „ 15	9
8	9	9 „ 10	12	7	8	10 „ 11	2
9	10	8 „ 9	7	8	9	8 „ 9	6
10	12	16 „ 17	14	9	10	6 „ 7	3
12	14	11 „ 12	4	10	12	8 „ 9	2
14	16	8 „ 9	4	12	∞	6 „ 7	4
16	20	12 „ 13	4				
20	∞	15 „ 16	1				

Die Übereinstimmung erscheint bemerkenswert, wenn man bedenkt, daß seine Beobachtungen alle an verschiedenen Teilchen gemacht worden sind. Vielleicht sind die langen Zeiten zu wenig vertreten, weil es schwierig war, ein Teilchen länger als eine halbe Minute im Gesichtsfeld zu halten, und vielleicht ist aus diesem Grunde die Übereinstimmung zwischen n' und n' beob. besser als die zwischen n und n beob. Hierdurch wird dargetan[3]), daß

1) Wien. Ber. **119** (2a), Mai 1910. Diese Zeitschr.

2) Wien. Ber. **119** (2a), Juni 1910. Diese Zeitschr.

3) Es wird indessen nicht dargetan, daß sie notwendig dieselbe Größe gehabt haben müssen.

die Teilchen, die Ehrenhaft beobachtet hat, alle von derselben Größe gewesen sein können und alle dieselbe konstante Ladung getragen haben können, und daß er trotzdem ähnliche Daten erhalten haben würde wie die aus seinen Tabellen ersichtlichen.

Ich habe die Werte für e nach dem im § 4 beschriebenen Verfahren ermittelt, indem ich den letzten Faktor in der Gleichung (24) = 1 gesetzt habe, um sie mit den in den Ehrenhaftschen Ergebnissen angegebenen Werten zu vergleichen: da aber die Tabelle ziemlich lang ist, so habe ich hier nur die Gruppenwerte aufgezeichnet. In der Tabelle 7 ist n die berechnete und n beob. die beobachtete Anzahl der Werte von e, die zwischen e_1 und e_2 liegen.

Tabelle 7.

$e_1 \cdot 10^{10}$	$e_2 \cdot 10^{10}$	n	n beob.
0	1	8	0
1	2	47	17
2	3	31	27
3	4	19	34
4	5	19	20
5	6	6	16
6	7	3	10
7	8	4	13
8	9	3	6
9	10	2	3
10	∞	6	4

Da die Theorie mehr lange Fallzeiten voraussagt als beobachtet wurden, sollte man erwarten, daß sie auch mehr niedrige Werte für e voraussagt, als nach Ausweis der Tabelle 7 auftreten.

Die Arbeit von Przibram ist etwas anders behandelt worden, weil er zwei Werte für t und t' für dasselbe Teilchen erhalten hat. Eine Berechnung der Fallzeiten zeigt, daß die Abweichung nicht annähernd so groß ist wie die, welche sich in seinen Tabellen zeigt; das bedeutet nur, daß seine Teilchen von verschiedener Größe waren. Man kann aber einen Begriff von den Unterschieden zwischen zwei aufeinanderfolgenden Fallzeiten gewinnen, wenn man die Änderung für die durchschnittliche Größe seiner Teilchen berechnet.

Von 220 an Phosphornebel ausgeführten Beobachtungen (Tabelle V der Arbeit von Przibram) ist die durchschnittliche Fallzeit durch 0,0416 cm 15,2 Sekunden. Danach ist: $V = 0{,}00275$, $a = 44{,}4 \cdot 10^{-6}$, $k = 0{,}85$, $\varkappa = 499$; das ergibt für die Wahrscheinlichkeit, daß eine Fallzeit zwischen t_1 und t_2 liegen wird (siehe Gleichung (21)), die Gleichung:

$$P = 1{,}374 \int_{t_1}^{t_2} t^{-3/2} e^{-\frac{78}{t}(4{,}15 - 0{,}275)^2} dt.$$

Die Werte von P in der nachstehenden Tabelle 8 sind nach dieser Formel berechnet.

Tabelle 8.

t_1	t_2	P
12	13	0,024
13	14	0,13
14	15	0,31
15	16	0,32
16	17	0,17
17	18	0,04
18	19	0,004

Die Wahrscheinlichkeit dafür, daß zwei Zeiten nacheinander vorkommen werden, ist das Produkt aus den Wahrscheinlichkeiten dafür, daß jede für sich getrennt vorkommen wird. Beispielsweise ist die Wahrscheinlichkeit dafür, daß auf eine Zeit zwischen 14 und 15 Sekunden eine solche zwischen 16 und 17 Sekunden folgen wird, $0{,}31 \cdot 0{,}17 = 0{,}053$. Wenn eine solche Kombination eintritt, so liegt die prozentische Differenz zwischen 14 und 21. Von 110 Doppelbeobachtungen mußten 5 oder 6 eine Differenz von 14—21 v. H. infolge der vorstehend erwähnten Kombination aufweisen. Nimmt man alle möglichen Kombinationen, so erhält man:

zwischen	0 v. H. u. 7 v. H.	ungefähr	45	Beob.
„	7 „ „ „ 14 „ „	„	37	„
„	14 „ „ „ 21 „ „	„	20	„
oberhalb	21 „ „	„	10	„

Berechnet man die prozentische Differenz bei zwei aufeinanderfolgenden Fallzeiten aus der Tabelle V der Arbeit von Przibram, so erhält man:

zwischen	0 v. H. u. 7 v. H.	55	Beobachtungen.
„	7 „ „ „ 14 „ „	26	„
„	14 „ „ „ 21 „ „	16	„
oberhalb	21 „ „	13	„

Die Übereinstimmung ist gut genug, um darzutun, daß wir die Unterschiede, die er erhalten hat, aus der Theorie der Brownschen Bewegung erklären können. Diese Differenzen zeigen auch zur Genüge, weshalb er ein Übereinandergreifen der Werte von $1e$ und $2e$ oder von $2e$ und $3e$ usf. gefunden hat.

In den vorstehenden Erörterungen habe ich durchweg k zu $\left(1 + \frac{7{,}7 \cdot 10^{-6}}{a}\right)^{-1}$ angenommen. Das ist vielleicht für die Art von Teilchen, die Ehrenhaft und Przibram beobachtet haben, nicht richtig. Aber selbst, wenn man k gleich eins setzt, reicht die errechnete Abweichung noch hin, um ihre Unregelmäßigkeiten vollauf zu erklären.

Zum Schlusse möchte ich Herrn Prof. R. A. Millikan und Herrn Dr. A. C. Sunn für

ihre vielen kritischen Hinweise und Ratschläge bestens danken.

Chicago, Universität, Ryerson Physical Laboratory, 20. Januar 1911.

(Nach dem Manuskript aus dem Englischen übersetzt von Max Iklé.)

(Eingegangen 3. Februar 1911.)

Hochspannungsstörungen in Meßinstrumenten.

Von J. Zenneck.

Bei Betriebsmessungen in Hochspannungsanlagen ist man im allgemeinen auf die listenmäßigen sogenannten Präzisionsinstrumente angewiesen. Wenn man diese in die Hochspannungsleitungen selbst einschaltet, was unter Umständen notwendig ist, so ergeben sich infolge der Hochspannung Abweichungen, die man ihrem Charakter und ihrer Ursache nach in 2 Klassen einteilen kann.

1. Die normale elektrische (elektrostatische) Beeinflussung des beweglichen Systems durch das elektrische Feld im Instrument, welches in erster Linie durch die stromführenden Teile und andere damit verbundene oder isolierte Leiter im Instrument, auch durch isolierte und besonders durch geerdete Leiter außerhalb des Instruments bestimmt wird[1]).

2. Eine Hochspannungsstörung, deren Ursache Entladungen in der Dämpfungsvorrichtung sind, die dann sekundär zu starken elektrischen Kräften Veranlassung geben. In der Dämpfungsvorrichtung ist zwischen dem beweglichen Teil und dem festen nur ein sehr kleiner Abstand vorhanden. Wenn, wie es bei den listenmäßigen Instrumenten ziemlich allgemein der Fall zu sein scheint, der bewegliche Teil der Dämpfungsvorrichtung mit dem beweglichen System des Instruments leitend verbunden, der feste Teil der Dämpfungsvorrichtung von allen stromführenden Teilen des Instruments isoliert ist, so treten beim Betrieb zwischen beiden Teilen Spannungen auf, die zu Entladungen zwischen ihnen führen können. Dadurch erhält der feste isolierte Teil Ladungen, welche verhältnismäßig sehr starke Kräfte auf den beweglichen Teil der Dämpfungsvorrichtung und damit auf das bewegliche System des Instruments hervorrufen können[1]).

Während die Kräfte 1 dem Quadrat der effektiven Spannung proportional sind, treten die Störungen 2 von einer bestimmten Spannung an (derjenigen, die eben genügt, um eine Entladung in der Dämpfungsvorrichtung einzuleiten) plötzlich auf.

Bei einer bestimmten Spannung hängen die Kräfte 1 in durchaus regelmäßiger Weise von der Stellung des beweglichen Systems bezw. der Zeigerstellung ab[2]). Die Kräfte 2 dagegen können Null sein über einen großen Bereich der Skale (in welchem zufällig der bewegliche Teil der Dämpfungsvorrichtung etwas größeren Abstand von dem festen hat), während sie in einem andern Bereich der Skale in voller Größe auftreten. In der Figur sind z. B. für ein elektrodynamisches Wattmeter als Abszissen aufgetragen die Zeigerstellungen, als Ordinaten die Änderung der Zeigerstellung dadurch, daß das Instrument an eine Wechselspannung von 6000 Volt (effektiv) angeschlossen wurde. Kurve *a* zeigt die Änderung der Zeigerstellung, nachdem die Störung 2 beseitigt war (vergl. unten), d. h. also nur durch die Kräfte 1, die Kurve bezw. die schraffierte Fläche *b*[3]) dagegen für den Fall, daß sie vorhanden war, d. h. also durch die Kräfte 1[4]) und 2, wobei tatsächlich die Kräfte 2 nur im Gebiet der schraffierten Fläche wirksam waren.

Bezüglich der Kräfte 1 verhalten sich Instrumente desselben Typs nach meiner Erfahrung unter sonst gleichen Umständen wenigstens qualitativ gleich, während bezüglich der Störung 2 auch Instrumente desselben Typs ganz verschieden sein können. Das ist leicht verständlich: es genügt eine ganz geringe Unregelmäßigkeit der Fläche zwischen dem beweglichen und dem festen Teil der Dämpfungsvorrichtung, um die Störung 2 hervorzurufen.

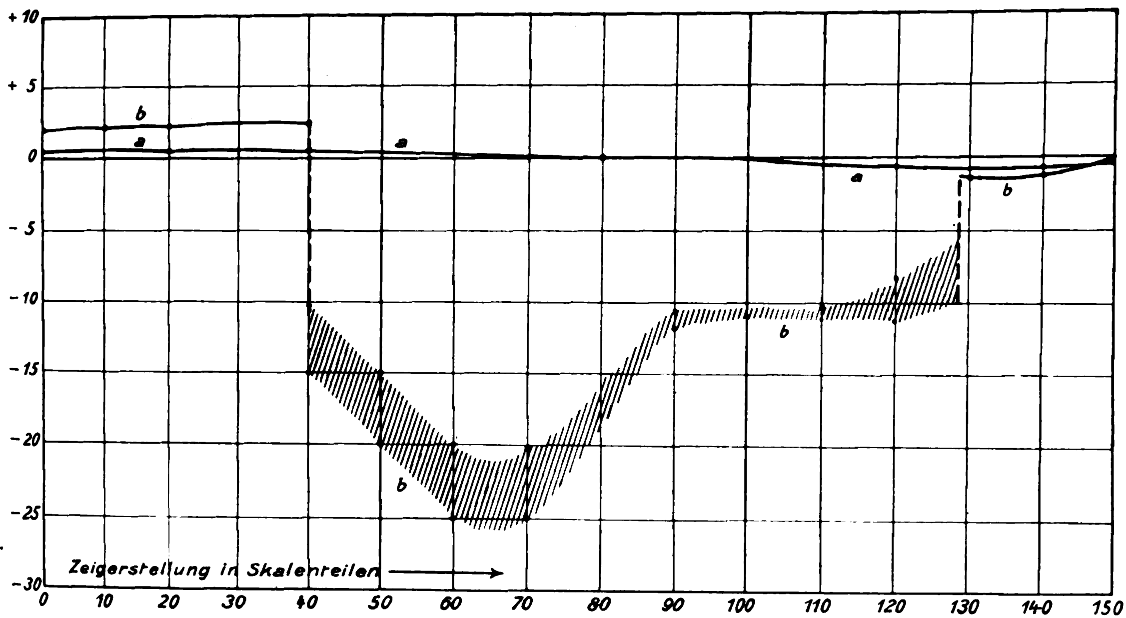
1) Die Kräfte 1 sind natürlich längst bekannt, vergl. z. B. C. Heinke, Handbuch der Elektrotechnik, II. Band, V. Abt., S. 13 (1908). „Zu beachten sind ferner die elektrostatischen Influenzerscheinuugen, welche bereits bei Spannungen von 500 Volt und darüber sich bemerkbar machen, wenn das bewegliche System besonders gut von den Metallteilen des Gehäuses isoliert ist. Die am System liegende Spannung erzeugt in demselben eine elektrostatische Ladung, welche induktiv besonders auf die unter dem Zeiger des Systems liegenden Metallmassen, z. B. das Skalenblech, einwirkt. Es entsteht dadurch ein Festhalten des Zeigers, so daß sich derselbe indifferent einstellt. Die Abhilfe ist Sache des Fabrikanten und besteht darin, daß man die betreffenden Metallmassen mit dem System leitend verbindet.“ Über die Störung 2 und ihre Ursache habe ich in der Literatur nichts finden können. — Aus einer Abhandlung von M. Höchstädter, E.T.Z. 1910, S. 469 geht hervor, daß Siemens & Halske schon vor einem Jahre ein Präzisionswattmeter gebaut hat, „bei welchem durch besondere Konstruktion Ausschläge des Zeigers allein durch statische Ladung .... gänzlich vermieden waren“.

1) Siehe vorige Spalte Note 1.

2) Vergl. J. Zenneck, Phys. Zeitschr. **11**, 896, 1910. Es ist dort eine Methode angegeben, um den durch diese Kräfte hervorgerufenen Ausschlag für die verschiedenen Zeigerstellungen zu ermittteln.

3) Die schraffierte Fläche zeigt, innerhalb welcher Grenzen in diesem Fall die Anderung der Zeigerstellung variierte.

4) Die Ausschläge durch die Kräfte 1 sind in beiden Fällen nicht genau gleich, weil das Feld im Instrument durch die leitende Verbindung in der Dämpfungsvorrichtung etwas verändert wird.



Die Größe der Ablenkung, welche durch die Kräfte 1 hervorgerufen wird, betrug für Spannungen nicht über 6000 Volt bei den Instrumenten, die ich zu untersuchen Gelegenheit hatte, nirgends mehr als einige wenige Skalenteile, meist nur Bruchteile eines Skalenteils, vorausgesetzt nur, daß man das Instrument nicht in die unmittelbare Nähe von geerdeten Leitern stellt. Die Ablenkungen durch die Kräfte 2 können dagegen schon bei 4000 Volt mehr als 10 Skalenteile betragen. Während also die Ablenkungen durch die Kräfte 1 im allgemeinen nur kleine Korrektionen der Ablesungen bedingen und für jedes Instrument in einer bestimmten Aufstellung leicht ein für allemal zu bestimmen sind[1]), können die Störungen 2 wegen ihrer bedeutenden Größe und auch einer gewissen Launenhaftigkeit (die nach dem, was über die Ursache derselben oben gesagt wurde, leicht verständlich ist) die Messungen überhaupt unmöglich machen. Sie sind noch am harmlosesten, wenn sie ziemlich groß sind. Dann zeigt häufig ein Vibrieren des Zeigers das Vorhandensein einer Störung an, während in dem Fall, wenn sie nur einige Skalenteile betragen, von vornherein kein Grund vorhanden ist, den Angaben des Instrumentes zu mißtrauen.

Nachdem die Ursache der Hochspannungsstörung 2 erkannt war, war das Mittel zu ihrer Beseitigung selbstverständlich: eine leitende Verbindung zwischen dem festen und dem beweglichen Teil der Dämpfungsvorrichtung.

1) Siehe vorige Spalte Note 2.

Ludwigshafen a. Rh., Physikalisches Laboratorium der Badischen Anilin- und Sodafabrik.

(Eingegangen 15. Februar 1911.)

Ein Ionisierungsgefäß zur Messung von Radium- und Röntgenstrahlen.

Von H. Greinacher.

Die Form des Ionisierungsgefäßes spielt bei der Messung der Radium- und Röntgenstrahlen eine große Rolle. Die häufig widersprechenden oder doch nicht übereinstimmenden Resultate, die verschiedene Forscher über ein und denselben Gegenstand erhielten, rührten des öfteren von der Verwendung verschiedener Ionisierungsgefäße her. Während es zwar für manche Untersuchungen durchaus gleichgültig ist, ob man etwa einen Platten- oder Zylinderkondensator verwendet, sind diese Formen für andere durchaus ungeeignet. Man hat daher in neuerer Zeit zum Halbkugelkondensator gegriffen, welcher den Vorteil hat, daß die in denselben eintretenden Strahlen alle gleichen Weg zurücklegen und somit alle in gleichem Maße zur Ionisierung beitragen. Die Anordnung besteht gewöhnlich in einem halbkugeligen Gefäß mit ebenem Boden, der in der Mitte mit einem kleinen kreisförmigen Loch versehen ist. In welcher Richtung nun auch die zu messenden Strahlen durch dasselbe eintreten, immer legen sie denselben Weg, nämlich gleich dem Radius der Halbkugel zurück. Diese Eigenschaft ist für alle jene Strahlen von Wert, die durch Materie eine diffuse Zerstreuung erfahren oder diffus verlaufende Sekundärstrahlen erzeugen. Denn, überdeckt man hier etwa die Eintrittsöffnung mit einer Metallfolie, wie es für Absorptionsmessungen nötig ist, so legen die von dieser Folie ausgehenden Strahlen alle den gleichen Weg zurück, alle Strahlen kommen hier also in gleicher Weise zur Geltung, während

dies bei einem Platten- bez. Zylinderkondensator natürlich nicht der Fall ist.

Allerdings können auch an der halbkugeligen Wand Sekundärstrahlen entstehen, die nun, je nach ihrer Richtung, verschiedene Wege zurücklegen. Allein diese störende Erscheinung kann man sehr weitgehend vermindern, wenn man die Wandung aus leichtem Material (etwa *Al*) nimmt.

Die Vorteile der Halbkugelform dürften heute wohl allgemein einleuchten. Eine weitere Frage ist es aber, welche Form die isoliert in das Gefäß eintauchende Meßelektrode, die zum Elektroskop führt, am besten haben soll. Diese muß vor allem so beschaffen sein, daß sie bei mäßiger Potentialdifferenz gegenüber dem Gehäuse möglichst alle Ionen auffängt. Je kleiner nun die Potentialdifferenz ist, um Sättigungsstrom zu bekommen, um so günstiger ist die Form. In dieser Hinsicht muß ein konzentrisch eintauchender Ring (Fig. 1 a) offenbar recht zweckmäßig erscheinen, eine Anordnung, wie sie z. B. in ähnlicher Weise J. Madsen[1]) verwendete. Von der konstruktiven Seite besser und in jeder Beziehung am einfachsten ist jedoch offenbar eine Stiftelektrode (Fig. 1 b). Diese scheint nur den Nachteil zu haben, daß die Ionen an der Peripherie, erstens wegen der großen Entfernung, zweitens wegen des kleinen Potentialgefälles daselbst, nur schwer zu ihr gelangen; daß also die nötige Spannung zur Erzielung des Sättigungsstromes eine bedeutend höhere sein könnte.

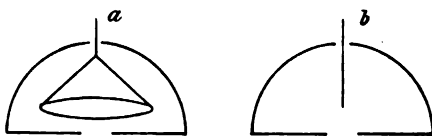


Fig. 1.

Da mir aber immerhin die Brauchbarkeit der Stiftelektrode nicht ausgeschlossen schien, so habe ich mir die Aufgabe gestellt, die Messungsergebnisse bei Verwendung von Ring- und Stiftelektroden miteinander zu vergleichen. Ich habe die Ionisierungsstromkurven aufgenommen für Elektroden von verschiedenen Dimensionen und einerseits α-Strahlen, andrerseits β-Strahlen von verschiedener Intensität verwendet.

Das Ionisierungsgefäß.

Die Konstruktion des Ionisierungsgefäßes ist wohl ohne weiteres aus Fig. 2 ersichtlich, welche

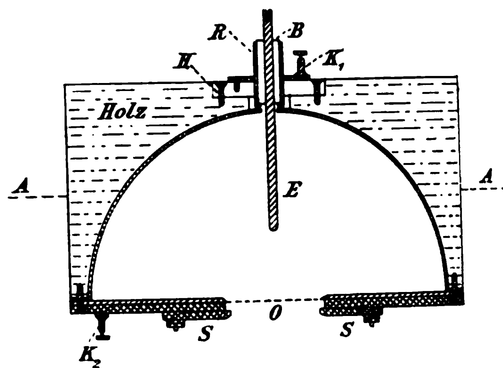


Fig. 2.

einen Schnitt in $^1/_2$ nat. Größe darstellt. Der innere Radius der Aluminiumhalbkugel (1 mm Blechdicke) beträgt 9 cm, ist also etwas größer als die Reichweite der durchdringendsten α-Strahlen (*ThC*, Reichweite: 8,6 cm), so daß α-Strahlen jeder Provenienz stets vollständig im Luftraum des Kondensators absorbiert werden. Der Boden besteht aus *Al*-Blech von 2 mm Dicke und einer Verstärkung von 4 mm dickem Messing. Diese Dicke genügt praktisch vollkommen, um alle β-Strahlen zu absorbieren. Etwa im Messing selbst gebildete sekundäre β-Strahlen werden durch das 2 mm dicke *Al* absorbiert. Läßt man also β-Strahlen von unten auffallen, so treten diese nur durch die kreisrunde Öffnung *O* ein. Dasselbe gilt für Röntgenstrahlen. Nur beim Messen der so überaus durchdringenden γ-Strahlen muß noch eine besondere Ausblendung des Strahlenbündels vorgenommen werden. In die Öffnung *O* können Blenden von verschiedener Kreisöffnung eingesetzt werden. Zum bequemen und raschen Befestigen dienen die beiden Riegel *S*. Auch können absorbierende Metallfolien verschiedener Dicke dort unter Verwendung eines besonderen Einsatzstückes eingeklemmt werden. Die Austrittsfläche der Strahlen aus den Metallfolien kommt an die Stelle der punktierten Linie. Diese liegt 2 mm tiefer als der Kugelmittelpunkt. Dies hat aber keinen wesentlichen Einfluß auf die Messungen, da auch die stets endliche Ausdehnung der Blendenöffnung ein vollkommen radiales Verlaufen aller Strahlen ausschließt.

Damit alles aus *Al* besteht und somit keine kontaktelektromotorischen Kräfte von nennenswertem Betrage vorhanden sind, ist auch die Elektrode *E* aus *Al* gewählt. Die Isolation von *E* geschieht durch den Bernsteinpfropfen *B*. Ein Schutzring *R* erlaubt, den Ionisierungsstrom im Kondensator bald durch Entladung der Elektrode (Elektroskop), bald durch Aufladung derselben (Quadrantelektrometer) zu messen. Im ersten Fall werden beide Klemmen K_1 und

1) J. P. V. Madsen, Phil. Mag. **18** (6), 909, 1909.

K_2 mit der Erde verbunden, im zweiten nur K_1, während K_2 an die Hochspannungsbatterie kommt. Der ganze Kondensator ist um eine Achse AA drehbar.

Die Messungen.

1. Mit α-Strahlen.

Die Öffnung O wurde mit einer Kreisscheibe verschlossen, auf welche ein starkes Poloniumpräparat (auf Cu-Streifen) gelegt war. Die Messung des Ionisierungsstroms geschah hier mit einem Siemensschen Drehspulgalvanometer (Empfindlichkeit: $3,3 \cdot 10^{-10}$ Amp./mm). An die Halbkugel wurde die Hochspannungsbatterie unter Zwischenschaltung eines Flüssigkeitswiderstands angelegt, während man E über das Galvanometer zur Erde ableitete. Da der Ionisierungsstrom sowohl in der einen Richtung wie in der anderen gleich groß war, wurde direkt der Ausschlag des Galvanometers bei Kommutieren der angelegten Spannung notiert.

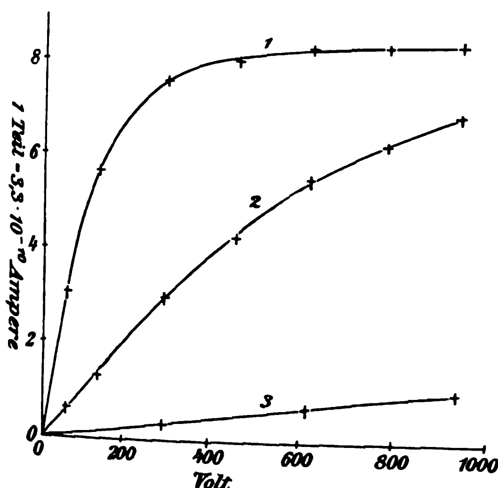


Fig. 3.

Länge des eintauchenden Stiftes: bei 1) 5,8 cm.
" " " " " 2) 3,4 "
" " " " " 3) 1 "

Fig. 3 gibt die Stromkurven für verschieden tief eintauchende Stiftelektroden, alle von 4,1 mm Dicke. Man sieht, daß, wenn man Stiftelektroden verwenden will, dieselben jedenfalls nicht zu kurz genommen werden dürfen. Bei 5,8 cm weit eintauchender Stiftlänge ist die Sättigung schon bei nicht allzu großer Spannung merklich erreicht. Viel längere Stifte sind wiederum nicht zu empfehlen, weil dann ein immer größerer Teil der von O ausgehenden Strahlen in der Elektrode E absorbiert wird. Bei der definitiv gewählten Länge von 5,8 cm betrug nach Rechnung der absorbierte Teil ca. 2‰, ein Ausfall, der dadurch, daß die Strahlen bis zur Absorption in der Elektrode immerhin noch zur Ionisierung beitragen, noch mehr verkleinert wird.

Fig. 4 zeigt den Unterschied der Kurven, wenn man einmal einen Stift allein, und einmal

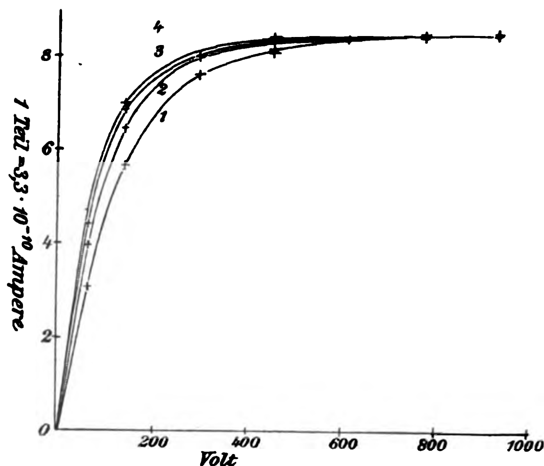


Fig. 4.

1) Mittelstift von 5,8 cm Länge allein
2) Mit Ring $D = 13$ cm, $H = 1$ cm, $d = 1$ mm.
3) " " $D = 10$ cm, $H = 1$ cm, $d = 1$ mm.
4) " " $D = 10,5$ cm, $H = 1$ cm, $d = 2$ mm.
D = Durchmesser des Ringes,
H = Höhe über dem Kondensatorboden,
d = Durchmesser des Ringdrahtes.

diesen in Verbindung mit Ringen verschiedener Dimension verwendet. Die Kurven nähern sich zwar in letzterem Fall rascher der Sättigung infolge der schon bei kleineren Spannungen an der Peripherie des Gefäßes abgefangenen Ionen. Die Spannung, bei der Sättigung erreicht wird, ist aber in allen Fällen wenig verschieden. Fig. 5 gibt noch die entsprechenden

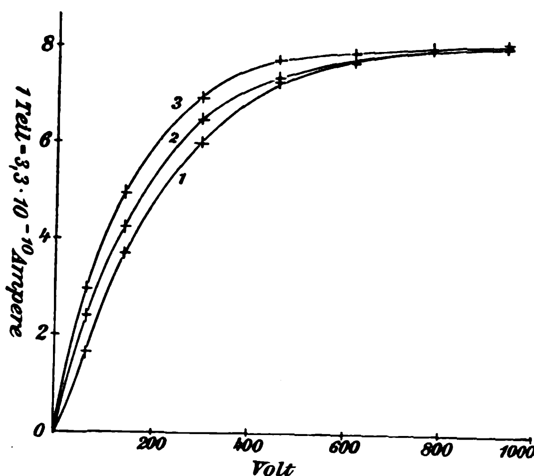


Fig. 5.

Ringe allein, befestigt an dem nur 1 cm eintauchenden Stift.
1) $D = 13$ cm, $H = 1$ cm, $d = 1$ mm.
2) $D = 10$ cm, $H = 1$ cm, $d = 1$ mm.
3) $D = 10,5$ cm, $H = 1,5$ cm, $d = 2$ mm.

Messungen, wenn Ringe allein verwendet werden. Der Vergleich mit Fig. 3 führt augenscheinlich zum Resultat, daß für α-Strahlen von kleinerer Länge (Reichweite für Polonium: 3,86 cm) die Stiftelektrode den Ringen nicht nur ebenbürtig ist, sondern diese sogar noch um vieles übertrifft. Man darf daher wohl erwarten, daß auch bei α-Strahlen von größerer Reichweite die Stiftelektrode den Ringelektroden nicht nachsteht.

Aus den Kurven ist somit als Endergebnis zu entnehmen, daß man mit einer Stiftelektrode bei α-Strahlen mit ungefähr 1000 Volt einwandfreie Messungen bekommt, sofern der Sättigungsstrom nicht über $1,4 \cdot 10^{-9}$ Ampere beträgt. Bei kleineren Strahlenintensitäten d. h. schwächeren Ionisierungen werden dann die Sättigungsströme auch bei entsprechend kleineren Spannungen bereits erreicht.

2. Mit β-Strahlen.

a) Große Intensität. Als Strahlenquelle diente hier ein in Glas eingeschlossenes Radiumpräparat von 3 mg reinem Radiumbromid. Das Präparat wurde unmittelbar auf die Öffnung des Kondensators gelegt, welch letztere mit einer *Al*-Folie von 0,1 mm Dicke verschlossen war. Der Strom war auch hier wieder so stark, daß er galvanometrisch gemessen werden konnte. Im übrigen zeigte es sich jedoch im Gegensatz zu den Ergebnissen mit α-Strahlen, daß der Ionisierungsstrom bei negativer angelegter Spannung größer war als bei positiver. Die Abweichungen nahmen zunächst mit wachsender Spannung zu, erreichten ein Maximum von etwas mehr als 5 Proz., nahmen wieder ab, um bei der Annäherung an den Sättigungsstrom zu verschwinden.

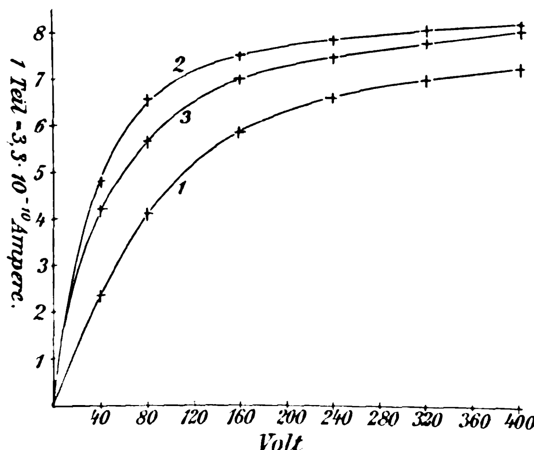


Fig. 6.

1) Stift allein, Länge 5,8 cm.
2) Ring allein, $D = 6$ cm, $H = 2$ cm, $d = 1$ mm.
3) „ „ $D = 10$ cm, $H = 1,5$ cm, $d = 1$ mm.

Ob die Erscheinung mehr mit der größeren Beweglichkeit der negativen Ionen oder den keineswegs gänzlich beseitigten Sekundärstrahlen zusammenhängt, möge hier dahingestellt bleiben.

Da im übrigen der negative und der positive Sättigungsstrom gleich groß war, so wurde wiederum für die meisten Kurven der galvanometrische Ausschlag bei Kommutieren der Spannung genommen. Fig. 6 gibt die Resultate für Stift und Ringe allein. Für β-Strahlen, welche ja im ganzen Kondensatorvolumen gleichmäßig ionisieren, scheint die Stiftelektrode augenscheinlich den Ringen nachzustehen. Von den letzteren scheint jedoch der kleinere (6 cm Durchmesser) der leistungsfähigere zu sein. Bei Annäherung an den Sättigungsstrom verschwinden aber die Unterschiede immer mehr und mehr. Es ergab sich für

Volt	Stift Länge 5,8 cm	Ring Durchm. 6 cm	Ring Durchm. 10 cm
960	8,35 mm	8,50 mm	8,60 mm
1440	8,60 mm	8,65 mm	8,60 mm

Die Stiftelektrode unterscheidet sich also schon bei 960 Volt nur noch um etwa 3 Proz. von den Ringen und gibt bei 1440 Volt innerhalb der Grenze der Beobachtungsfehler denselben Wert. Man ist daher berechtigt, die Stiftelektrode selbst bei intensiver β-Strahlung an Stelle der Ringe zu setzen. Bei einem Sättigungsstrom von $1,4 \cdot 10^{-9}$ Ampere ist bei 1400 Volt vollkommene Sättigung erreicht. Bei schwächeren Strahlungsintensitäten ist die Sättigungsspannung wieder entsprechend kleiner.

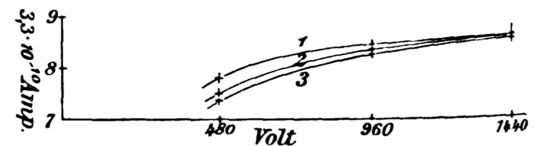


Fig. 7.

1) Stiftlänge = 5,8 cm, Dicke = 4,1 mm.
2) „ = 5,8 cm, „ = 2,0 mm.
3) „ = 5,8 cm, „ = 1,0 mm.

Fig. 7 gibt noch einen Vergleich für verschieden dicke Stiftelektroden. Bei 1000 Volt Spannung sind noch deutliche Unterschiede zu bemerken, während diese bei 1440 Volt so gut wie verschwinden. Trotz der nur geringen Überlegenheit des Viermillimeterstifts dürfte dieser doch seiner größeren Stabilität wegen den Vorzug verdienen.

b) Schwache Intensität. Es schien interessant, die Vergleiche wenigstens für die eine Strahlenart auch bei kleiner Intensität auszuführen. Es wurde, wie oben, auf das *Al*-Blättchen, das die Öffnung des Kondensators verschloß, ein schwaches Radiumpräparat gelegt. Der Strom wurde hier nach der Bronsonschen Methode der konstanten Ausschläge

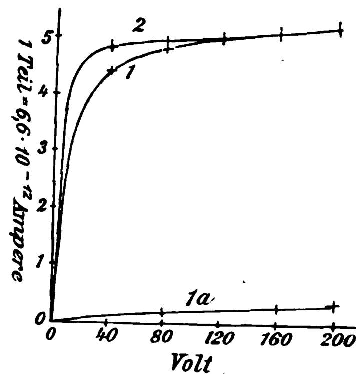


Fig. 8.

1) Stift von 5,8 cm allein.
2) Mit angehängtem Ring, $D = 10$ cm, $H = 1,5$ cm, $d = 1$ mm.
1a) Ionisierungsstrom ohne *Ra*-Präparat (Stiftelektrode).

gemessen. Wie Fig. 8 zeigt, verschmelzen sich die Kurven für Stift allein und mit angehängtem Ring schon bei etwa 120 Volt. Auf den ersten Blick scheint jedoch Sättigung in beiden Fällen nicht erreicht zu sein. Dies ist jedoch nur scheinbar, da bei der Entfernung des Radiumpräparates eine geringe Eigenionisierung im Kondensator zurückblieb. Kurve 1a zeigt den Verlauf des Ionisierungsstroms ohne besondere Bestrahlung. Es erfolgt ein beinahe linearer Anstieg, der übrigens den oberen Kurven von 120 Volt an nahezu parallel verläuft. Die oberen Kurven würden also tatsächlich unter Abzug der Eigenionisation horizontal verlaufen, d. h. sowohl für Stift als Ring ist von 120 Volt an Sättigung erreicht, und zwar beträgt der Sättigungsstrom hier $1,65 \cdot 10^{-11}$ Amp., ist also etwa 100 mal kleiner als im früheren Fall, während als Sättigungsspannung ungefähr der 10. Teil des früheren Wertes genügt.

Die beobachtete kleine Eigenleitfähigkeit im Kondensator rührte, wie hier bemerkt sei, vielleicht von einer aus dem Zimmer stammenden Strahlung her, da in dem Raume viel mit Radium gearbeitet wurde. Noch wahrscheinlicher ist es, daß im Kondensator aus dem gleichen Grunde etwas Radiumemanation vorhanden war. Dafür spricht der Umstand, daß die Eigenionisation nach Öffnen des Kondensators häufig verschieden ausfiel. Auch deutet wohl der Verlauf von 1a, der trotz der geringen Intensität erst bei hohen Feldern Sättigung verspricht, darauf hin, daß hier die schweren Emanationsatome (große Ionen) z. T. die Stromträger bildeten.

Jedenfalls konnte diese Eigenionisation stets leicht in Abzug gebracht werden. Bei den galvanometrischen Messungen (starke Ionisierung) kam sie im übrigen überhaupt nicht in Betracht.

Als Resultat der angeführten Messungen folgt also, daß die Stiftelektrode mit Vorteil an die Stelle von Ringen gesetzt werden darf. Dies gilt sowohl für die Messung von α-Strahlen als von $\beta\,(+\,\gamma\text{-})$-Strahlen verschiedenster Intensität. Es besteht kein Zweifel, daß dieses Resultat auch für γ- und Röntgenstrahlen seine Gültigkeit hat, obschon es immer noch wünschenswert bleibt, daß auch letztere Strahlen noch für sich untersucht werden.

Kapazität, Zusatzteile.

Die Stiftelektrode wurde mit einem Elster-Geitelschen Elektroskop verbunden. Dies geschah in der einfachen Weise, daß man auf E einen Messingstift aufsetzte und auf diesen das Elektroskop, welches durchbohrten Blättchenträger hatte, aufsteckte. Die Kapazität der Stiftelektrode mit Elektroskop wurde nun so bestimmt, daß man im Kondensator einen Sättigungsstrom von bekannter Stärke (nach der Bronson-Methode gemessen) herstellte und den Spannungsabfall am Elektroskop bestimmte. Hat man in der Zeit t Sekunden einen Spannungsabfall von p absol., so ist der Strom i gegeben durch

$$i = \frac{cp}{t}.$$

Ist i bekannt, so folgt hieraus ohne weiteres c. Auf diese Weise ergab sich die unbekannte Kapazität des Systems zu 9,7 cm.

Kennt man die Kapazität, so kann man nun umgekehrt mittels aufgesteckten Elektroskops auch die Ionisierungsströme in absoluten Einheiten messen. Nach einer der von Wulf[1]) angegebenen Methoden kann man ferner unter Zuhilfenahme von c auch die Kapazität der eintauchenden Stiftelektrode allein bestimmen. Es ergab sich hierfür etwa $1\frac{1}{2}$ cm.

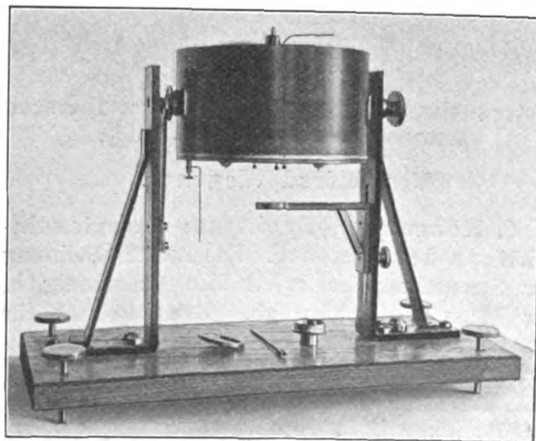


Fig 9.

1) Th. Wulf, diese Zeitschr. 10, 253, 1909.

Die Kenntnis dieses Wertes ist darum wünschenswert, weil man mit seiner Hilfe umgekehrt auch wieder die Gesamtkapazität der mit irgendeinem andern Elektrometer verbundenen Stiftelektrode ermitteln kann.

Fig. 9 gibt noch die Ansicht des fertig montierten Ionisierungsgefäßes. An der Achse, um welche dasselbe drehbar ist, sind Anschläge angebracht, so daß die Eintrittsöffnung genau nach unten, oben oder der Seite gerichtet werden kann. Die genaue Justierung geschieht mittels der Fußschrauben und einer kleinen Libelle. Auf der Abbildung sieht man an der Strahlenöffnung die drei Schräubchen der Blendenvorrichtung, welche die Metallfolien anzudrücken gestatten. Direkt darunter ist ein kleines abklappbares und in der Höhe verstellbares Tischchen, auf das die radioaktive Substanz gelegt werden kann. Will man die radioaktive Substanz (etwa pulverisierte Mineralien) direkt an den Kondensator heranbringen, so wählt man das auf dem Grundbrett sichtbare Messingtellerchen. Nachdem man auf diesem das zu untersuchende Material ausgebreitet hat, wird es in die Öffnung eingesetzt. Rechts von diesem Tellerchen sieht man noch das die Elektrode und den Blättchenträger des Elektroskops verbindende Stängelchen, ferner ein auf den Kondensator aufzusteckendes Zwischenstück, auf welches der Hals des Elektroskopgehäuses kommt.

Zum Schlusse sei noch erwähnt, daß der Halbkugelkondensator in der hier beschriebenen Ausführung von der Firma Günther & Tegetmeyer in Braunschweig hergestellt wird.

Zürich, Physikal. Instit. d. Universität, Februar 1911.

(Eingegangen 20. Februar 1911.)

Untersuchungen über die Natur der obersten Atmosphärenschichten. II [1]).

Von Alfred Wegener.

6. Höhenlage, Spektrum und Gaseinschlüsse der Meteore. Die Lichterscheinung der Sternschnuppen spielt sich vollständig in der Wasserstoffsphäre ab. Brezina hat für das Aufleuchten und Verlöschen folgende Zusammenstellung gegeben [2]):

Es fanden:	Höhe des Aufleuchtens		Höhe des Erlöschens	
	km	Zahl d. Beob.	km	Zahl d. Beob.
Al. Herschel aus Brandes' und Benzenbergs Beob.	113	17	87	210
H. A. Newton aus Beob. von 1798—1[illegible] (mit Inbegriff der v. Herschel verwendeten)	118	234	81	290
Secchi aus seinen eigenen Beobachtungen . . .	120	27	80	27
Im besonderen fanden:				
Weiß für die Perseiden (Augustmeteore) Europa,	114,6	49	87,9	49
Newton für die Perseiden, Amerika	112,4	39	90,1	39
Newton für die Leoniden (Novembermeteore) . .	154,9	78	97,8	78
Weiß für die Leoniden	132,5	4	79,8	4
" " " "	151,4	6	95,1	6

Auch sonstige Beobachtungen geben ähnliche Werte. Bessel fand aus 31 Meteoren folgende mittleren Höhen: Zwischen

0	$22\frac{1}{2}$	45	75	$112\frac{1}{2}$	150	$187\frac{1}{2}$	km u. darüber
1	—	5	14	6	2	3	Meteore,

Schmidt und Heis [1]) fanden, daß die helleren Sternschnuppen größere Höhen liefern als die schwächeren, was in der folgenden Tabelle zum Ausdruck kommt, in welcher dieselben nach Größenklassen geordnet sind (I = hellste Klasse).

	I.	II.	III.	IV.
Mittlere Höhe	122	119	81	64 km
Zahl d. Beob.	14	20	24	21.

Hiermit stimmt die Angabe in der obigen Tabelle von Brezina überein, daß die schneller bewegten und darum auch helleren Leoniden in etwas größerer Höhe aufleuchten als die Perseiden. Denning (Bristol) hält Höhen von mehr als 240 km für selten, fand aber selber bei 9 unter 26 Meteoren als mittlere Höhe des ersten Aufleuchtens 200 km. Endlich sei die anläßlich der Augustmeteore vom Jahre 1867 von der Berliner Sternwarte veranstaltete Beobachtungsreihe angeführt, nach der sich die mittlere Höhe des Aufleuchtens zu 180, die des Verlöschens zu 80 km ergab.

Es kann hier weder eine vollständige Zusammenstellung noch eine Kritik der Beobachtungen gegeben werden; doch genügen die Zahlenwerte, um zu zeigen, daß die Sternschnuppen bei etwa 150 km aufleuchten und bei etwa 80 km verlöschen, so daß sie sich ganz in der Wasserstoffsphäre abspielen.

Die Leuchterscheinung selber ist offenbar auf die nahezu adiabatische Kompression des

1) I. Teil: siehe diese Zeitschr. 12, 170, 1911.

2) Die Meteoriten vor und nach ihrer Ankunft auf der Erde; Vorträge d. Ver. z. Verbreit. naturw. Kenntnisse in Wien; Wien 1893.

1) Resultate aus zehnjährigen Beobachtungen über Sternschnuppen, Berlin 1852, S. 112.

Gases vor den Meteoriten zurückzuführen; bei der großen Geschwindigkeit (Größenordnung: 50 km pro Sekunde), mit welcher diese in die Atmosphäre eintreten, ist bereits der Wasserstoff zu träge, um auszuweichen, und wird daher bis zur Glühtemperatur komprimiert. Dies glühende Gas wirkt dann auf den Meteoriten wie eine Gebläseflamme und bringt ihn oberflächlich zum Schmelzen oder Verdampfen, was meist bis zur vollständigen Auflösung und Zerstreuung seiner Materie längs seiner Bahn in der Atmosphäre führt.

Da in den in Frage kommenden Höhen ein nennenswerter Gehalt an Sauerstoff nicht mehr vorhanden ist, so kann auch keine Verbrennung eintreten, wie man früher vielfach angenommen hat[1]; dagegen dürfte häufig eine Reduktion von Sauerstoffverbindungen eintreten, wodurch sich vielleicht manche mineralogische Eigentümlichkeiten der herabgefallenen Meteoriten erklären lassen.

Die Stärke der Lichtentwicklung muß hiernach in erster Linie von der Trägheit des Gases abhängen, welches von dem Meteor passiert wird. Daher tritt in der Geokoroniumsphäre überhaupt noch kein Glühen auf, dies Gas, dessen Trägheit außerordentlich gering anzunehmen ist, weicht vielmehr hinreichend schnell zur Seite aus[2]. Dagegen wird die Lichtentwicklung besonders lebhaft in den Fällen, in welchen das Meteor den Massenverlust in der Wasserstoffsphäre überdauert und in die Stickstoffsphäre eintritt, wo es meist mit einer Explosion endigt und seine Bruchstücke zur Erde herabfallen läßt. Die folgende Zusammenstellung über die Explosionshöhen, welche G. v. Nießl gegeben hat[3], zeigt, daß diese stets innerhalb der Stickstoffsphäre liegen:

Explosionshöhen bei Meteoritenfällen:

12. Febr. 1875, Homestead, Nordamerika	3,7	km
5. Mai 1869, Krähenberg, Bayern	8,2	„
3. Febr. 1882, Mócs, Siebenbürgen, und zwar über Mócs	8,4	„
Gyulatelke	14,4	„
13. Dez. 1807, Weston, Nordamerika	11,1	„
9. Juni 1866, Knyahinya, Ungarn	11,9	„
13. Juli 1847, Braunau, Böhmen, unter	14,8	„
15. Juli 1878, Tieschitz, Mähren, beiläufig	20,0	„
14. Mai 1864, Orgueil, Frankreich	23,0	„
19. Juni 1876, Ställdalen, Schweden	40,8	„
30. Jan. 1868, Pultusk, Polen	41,5	km
26. Mai 1751, Hraschina, Agram, Kroatien	46,7	„

1) Vgl. z. B. Valentiners Handwörterbuch d. Astronomie, Breslau 1898, II. Bd.

2) Vgl. die weiter unten angeführte Analogie zur Passage der Kometen durch die Sonnenkorona.

3) Sitz.-Ber. d. Wiener Akad. d. Wiss. **89**, 2. Abt., 283, 1884.

Es muß dahingestellt bleiben, ob bei dieser stärkeren Lichtentfaltung in der Stickstoffsphäre etwa auch die chemische Verbindung mit Sauerstoff eine Rolle spielt, der ja hier in immer größerem Betrage auftritt.

Die Erhitzung und Schmelzung geschieht nur ganz oberflächlich, da die Wärme keine Zeit hat, einzudringen. Noch nach dem Herabfallen läßt sich die tiefe Temperatur der Meteoriten feststellen.

Wenig aufgeklärt scheint bisher der Vorgang der Explosion selber zu sein. Vielleicht läßt sie sich[1] auf eine immer schneller werdende Rotation zurückführen, die schließlich zur Zersprengung des Meteors durch die Zentrifugalkraft führt. Der Beginn dieser Rotation läßt sich nicht selten durch die Schraubenform der Bahn nachweisen, welche ganz den schraubenförmigen Fallbahnen der Schneeflocken entspricht.

Von großer Bedeutung für unser Problem ist die spektroskopische Untersuchung der Sternschnuppen, da ihr Licht wenigstens teilweise von glühender Luft herrührt. Leider liegen nicht viel brauchbare Beobachtungen vor[2]. Die älteren Okularbeobachtungen zeigen nur, daß der Kern ein kontinuierliches Spektrum, der Schweif helle Linien gibt. Photographische Aufnahmen (mit dem Objektiv-Prisma) sind bisher nur Pickering und Blajko gelungen. Der erstere erhielt folgende Linien (die Intensitäten sind hinzugefügt)[3]:

486	(10)	$=H_\beta$
464	(10)	?
434	(13)	$=H_\gamma$
420	(2)	?
412	(100)	$=H_\delta$
395	(40)	$=H_\epsilon$.

Dies sind offenbar die 4 für die Photographie in Betracht kommenden Wasserstofflinien, sowie zwei andere Linien noch unbekannten Ursprungs. Für die Sicherheit der Identifizierung ist zu beachten, daß H_δ in der Tat photographisch am wirksamsten sein muß.

Blajko erhielt 2 Spektrogramme, die unter sich sehr ähnlich, aber von dem Pickeringschen verschieden sind[4]. In einer langen Reihe

1) Worauf F. Flade mich freundlichst aufmerksam machte.

2) Vollständige Literatur siehe H. Kayser, Handbuch der Spektroskopie, V. Bd., S. 58. Leipzig 1910.

3) E. C. Pickering, Spectrum of a meteor. Harvard College Observat. Circul. 20; Nat. **57**, 101, 1897; Astrophys. J. **6**, 461, 1897.

4) S. Blajko, On the spectra of two meteors. Astrophys. J. **26**, 341, 1907.

schwacher Linien zeigen sie eine einzelne, außerordentlich starke Linie, die das eine Mal zu 393, das andere Mal zu 389 $\mu\mu$ bestimmt wurde. Blajko hält die Differenz für reell und spricht die erste als eine Kalziumlinie, die zweite als eine Heliumlinie an. Ich halte sie beide für identisch mit der Stickstofflinie 391, welche auch im photographischen Nordlichtspektrum außerordentlich stark hervortritt. Dies würde also besagen, daß Blajkos Meteore in die Stickstoffsphäre eingedrungen waren, während das Pickeringsche sich in der Wasserstoffsphäre abspielte.

Bei dem letzteren wird auch berichtet, daß die Helligkeit der Linien an verschiedenen Stellen der Meteorbahn verschieden war. Leider ist es mir nicht möglich, diese Spur zu verfolgen; man sollte aber meinen, daß es unter günstigen Umständen möglich sein müßte, auf diese Weise die Änderungen in der Zusammensetzung der Atmosphäre längs der Bahn des Meteors festzustellen.

Endlich sind noch die Gaseinschlüsse zu erwähnen, die in den Meteoriten enthalten sind und sich durch Erhitzen derselben austreiben lassen. Cohen gibt in seiner „Meteoritenkunde“[1]) eine tabellarische Übersicht über 9 Gasanalysen bei Eisenmeteoriten und 10 Analysen bei Steinmeteoriten. Die ersteren zeichnen sich durch hohen Wasserstoffgehalt, die letzteren durch hohen Gehalt an Kohlensäure aus. Als Durchschnittszahlen gibt Cohen an:

	H	CO_2	CO	N	CH_4
Eisenmeteoriten	63	8	21	8	(0,6) %
Steinmeteoriten	18	72	4	2	4 %

Die Erklärung der Anwesenheit dieser Gase in den Meteoriten bietet noch manche Schwierigkeit; man hat dabei auch die Möglichkeit in Betracht gezogen, daß sie durch die Gase der Erdatmosphäre verändert, vielleicht sogar erst in dieser aufgenommen wurden. Man könnte sich denken, daß die Spalten des Meteoriten sich beim Eintritt in die Atmosphäre mit Gas füllen und nachher durch Eindringen des oberflächlichen Schmelzflusses („schwarze Adern“) geschlossen werden; nach der Untersuchungsmethode zu urteilen, scheint es sich indessen eher um Absorption als um eigentliche Einschlüsse in Hohlräumen zu handeln. Vor allem aber haben diese Gase eine große Ähnlichkeit mit denjenigen, welche sich in den Kometenschweifen spektroskopisch nachweisen lassen, und die offenbar durch die Erhitzung des den Kometenkern bildenden Meteoritenschwarms ausgetrieben werden. Es ist aus diesem Grunde sehr wahrscheinlich, daß auch in den zur Erde herabgelangenden Stücken die Gase bereits enthalten waren, als sie noch außerhalb der Erdatmosphäre einherzogen.

1) Heft I (Untersuchungsmethoden und Charakteristik der Gemengteile), Stuttgart 1894, S. 178.

7. Analysen von Luftproben aus größeren Höhen. Der Vollständigkeit halber seien auch die Versuche erwähnt, die Änderung in der Zusammensetzung der Luft mit der Höhe durch direkte Analysen nachzuweisen.

Nach Hann[1]) hat die von Miller ausgeführte Analyse der von Welsh gesammelten Luftproben folgende Werte des Sauerstoffgehaltes gegeben:

Erdoberfläche	20,92 Proz.
4100 m	20,89 „
5500 „	20,75 „
5680 „	20,89 „

Der Ballon l'Aérophile brachte aus ca. 15½ km Höhe 6 Liter Luft herab, deren Zusammensetzung nach Müntz folgende war:

O	20,79
N	78,27
Argon	0,93.

Die Werte für O und N am Erdboden sind 20,90 bzw. 78,06. Der Sinn dieser Änderung — wenn er reell ist — würde den Gasgesetzen entsprechen. Es muß deshalb dahingestellt bleiben, ob Humphreys (im I. Teil [S. 176] zitierte) Annahme richtig ist, daß innerhalb der Troposphäre die vertikale Durchmischung hinreicht, um die Volumprozente konstant zu halten.

Im ganzen sind die hier verfügbaren Höhen wohl zu gering, um auf diese Weise einen sicheren Nachweis für die Änderung der Zusammensetzung zu gestatten. Dies gilt auch für die im Jahre 1908 von Teisserenc de Bort mitgeteilten Untersuchungen[2]) (welche anscheinend noch fortgesetzt werden), zumal, da man sich hier auf eine spektroskopische Untersuchung der herabgebrachten Luft beschränkt zu haben scheint, die doch ganz ungeeignet ist, da es sich nur um geringe quantitative Differenzen handeln kann.

Kapitel III. Die Geokoroniumsphäre.

1. Das Polarlichtspektrum. Da auf photographischem Wege bisher nur die hellsten Linien des Polarlichtspektrums festgelegt werden konnten, muß sich eine umfassendere Untersuchung noch immer auf die älteren Okularbeobachtungen stützen, die aber außerordentlich ungenau sind. Wegen dieser Ungenauigkeit, die sich noch mit einer objektiven Veränderlichkeit des Spektrums paart, und der mitunter sehr

1) Lehrb. d. Meteorologie, II. Aufl., S. 8. Leipzig 1906.
2) Compt. rend. **147**, 219, 1908.

weitgehenden Kritiklosigkeit, mit der die Messungen diskutiert wurden, ist das Problem des Polarlichtspektrums immer schwieriger geworden, je mehr Beobachtungen zusammenflossen, und unsere erfahrensten Spektroskopiker scheinen heute die Hoffnung fast ganz aufgegeben zu haben, in diesem Chaos Ordnung zu schaffen. Ich bin jedoch der Überzeugung, daß die vorliegenden Anschauungen über die Zusammensetzung der Atmosphäre nicht nur imstande sind, hier den richtigen Weg zu weisen, sondern daß sie bereits die wesentlichsten Fragen lösen. Wir müssen hierzu etwas weiter ausholen.

Durch die Arbeiten von Ångström, Paulsen, Birkeland, Störmer u. a. sind alle Zweifel darüber beseitigt worden, daß das Polarlicht auf von der Sonne ausgehende Kathodenstrahlen zurückzuführen ist, welche durch das Feld des Erdmagnetismus abgelenkt werden und so auf der Schattenseite der Erde in ihre Atmosphäre eintreten[1]). In den obersten Schichten, in denen der Druck noch sehr gering ist, geschieht dann dasselbe, was wir in unseren Kathodenstrahlenröhren beobachten können: nur ein kleiner Teil der Strahlen wird zerstreut und bringt dabei eine schwache Leuchterscheinung hervor, während der Rest passiert. Bekanntlich verschwinden aber die Kathodenstrahlen, wenn der Druck etwa 0,1 mm Quecksilber erreicht; dann werden sie sogleich völlig zerstreut, das Gas ist dann undurchlässig für sie. Dementsprechend muß in der Atmosphäre die Lichtentfaltung nach unten zunehmen, bei Erreichung des Druckes von etwa 0,1 mm aber plötzlich ganz aufhören[2]). Nach der früher gegebenen Tabelle würde dies einer Höhe von 60 km entsprechen.

Eine Vergleichung mit den beobachteten Höhen des Polarlichts führt uns in ein Kapitel, das wohl ebenso schwierig ist wie dasjenige des Spektrums. Denn wenn man sich auch nicht wie Abbe in seiner umfangreichen Zusammenstellung der Höhenmessungen[3]) auf den Standpunkt zu stellen braucht, daß die Höhenmessungen prinzipiell keinen physikalischen Sinn haben, so ist doch sicher, daß vielfach Irrtümer vorkommen, indem von den beiden Beobachtern nicht dieselbe Erscheinung anvisiert wird. Obwohl z. B. Paulsen in Godthaab Höhen zwischen 0,6 und 67,8 km maß (14 unter 22 Fällen gaben Höhen innerhalb der Troposphäre!)[1]), so sind doch heute noch manche Forscher geneigt, alle Messungen unterhalb etwa 50 km als irrtümlich zu interpretieren. Hoffentlich wird die jüngst durch Störmer eingeführte photogrammetrische Methode[2]) bald ein einwandfreieres Material zu beschaffen helfen. — Trotz aller Unsicherheit läßt sich aber eins mit Bestimmtheit aussagen: daß sich besonders häufig und besonders einwandfrei der Unterrand der in Polargebieten so häufigen draperieähnlichen Formen zu etwa 60 km Höhe ergeben hat, also gerade übereinstimmend mit dem oben genannten theoretischen Wert.

Diese Draperien gehören zu den Formen strahliger Struktur; hiervon verschieden sind die homogenen Bögen, welche keine strahlige Struktur erkennen lassen und durch große scheinbare Ruhe ausgezeichnet sind. Sie liegen offenbar in viel größeren Höhen. Paulsen hat in Gemeinschaft mit La Cour während einer Überwinterung in Akureyri auf Island einen Versuch gemacht, die Höhe dieser Bögen trigonometrisch zu bestimmen[3]): „Die Entfernung der beiden Stationen war zu klein, um eine genaue Höhenbestimmung zu gestatten; aber die Messungen zeigen, daß man auch bei Zulassung von Einstellungsfehlern, die sicherlich nicht zu klein sind, dieser Art des Polarlichts mindestens Höhen von 400—500 km über dem Erdboden zuerkennen muß."

Wir werden später auf diese Form zurückkommen. Die uns zunächst interessierenden „Strahlen" reichen also, wie ersichtlich, von der Geokoroniumsphäre durch die Wasserstoffsphäre hindurch in die Stickstoffsphäre hinein. Hieraus resultiert eine große Mannigfaltigkeit des Spektrums.

Im untersten Teile treten die Stickstofflinien in den Vordergrund, von denen namentlich verschiedene sehr helle im violetten Teil des Spektrums liegen; da der unterste Teil der Strahlen stets der hellste ist, so sieht man sofort, daß die Stickstofflinien, namentlich im photographischen Spektrum, den Hauptbestandteil ausmachen müssen. Schon die älteren Okularbeobachtungen (vgl. die Tabelle weiter unten) lassen sie im sichtbaren Teil des Spektrums mit voller Deutlichkeit erkennen; namentlich gehören hierher die starken Linien 631, 530, 471 und 428 $\mu\mu$. Die letztere, und namentlich die

1) Vgl. namentlich die numerischen Auswertungen des Strahlenganges, welche Störmer gegeben und durch Modelle veranschaulicht hat: On the Trajectories of electric corpuscles in space under the influence of terrestrial magnetisme, applied to the aurora borealis and to magnetic disturbances, Archiv for Mathem. och Naturvidenskab (2) **28**, 47, 1906.

2) Vgl. Lenard, Über die Strahlen der Nordlichter, Sitz.-Ber. d. Heidelberger Akad. d. Wiss., math.-naturw. Klasse, 1910, 17. Abhdlg.

3) The Altitude of the Aurora above the Earths Surface, Terrestrial Magnetisme Vol. III, 5, 1898.

1) Observations Internationales Polaires 1882—83, Expédition Danoise, Aurores Boréales, observées a Godthaab, Copenhague 1891.

2) Compt. rend. **150**, 1631, 1910.

3) A. Paulsen, Sur les récentes théories de l'aurore polaire, Bull. de l'Académie R. des Sciences de Danmark 1906, **2**, 132.

bereits unsichtbare, aber photographisch sehr intensive Linie 391 wurden bereits von Westmann[1]), Paulsen (der auch noch 357 und 337 erhielt) u. a. photographiert[2]). Den Arbeiten des letzteren[3]) ist es hauptsächlich zu verdanken, daß die Stickstofflinien als vollkommen einwandfrei nachgewiesen betrachtet werden können.

Interessant, aber noch wenig aufgeklärt ist dabei das gelegentliche Auftreten einer lebhaften roten Linie bei 631, welche dem anodischen Stickstoffspektrum anzugehören scheint, während die meisten übrigen das Kathodenspektrum darstellen[4]). Das Auftreten dieser Linie ist stets auch für das Auge mit sichtbarer Rotfärbung der Strahlen verbunden. Vogel hat dies bereits 1872 konstatiert; er bemerkte auch, daß gleichzeitig auch 519 (die gleichfalls zum Anodenspektrum gehört) heller wurde. Ich habe in Carlheim-Gyllenskjölds Beobachtungsjournal[5]) häufig die Bemerkung gefunden, daß die Hauptpartie eines Strahlenvorhanges (Draperie) eine violette, der unterste Saum aber eine rote Farbe hatte. Auch erinnere ich mich, dies selber in Nordost-Grönland mehrfach beobachtet zu haben. Die erstere Farbe würde auf das kathodische, die zweite auf das anodische Spektrum hindeuten. Doch können wir auf diesen interessanten Unterschied, der bei Carlheim-Gyllenskjöld eingehend diskutiert wird, hier nicht näher eingehen.

Die Wasserstofflinien werden wir nicht mit gleicher Deutlichkeit markiert zu finden erwarten, da der Gehalt an Wasserstoff nach unserer früheren Tabelle nirgends größer als etwa 67 Proz. wird, und da erfahrungsmäßig das Spektrum eines Gases schon durch geringe Verunreinigungen stark geschwächt wird. Wir werden deshalb hier etwas vorsichtiger zu Werke gehen müssen, zumal, da uns die Photographie jetzt ganz im Stich läßt.

Im sichtbaren Teil kommen 4 Wasserstofflinien in Betracht, welche, der Helligkeit nach geordnet (unter gewöhnlichen Bedingungen), bei 656 (H_α), 486 (H_β), 410 (H_δ) und 434 $\mu\mu$ (H_γ), liegen. Frankland und Lockyer haben indessen nachgewiesen, daß bei sehr niedrigen Drucken, wie sie für uns allein in Frage kommen, die rote Linie 656 mehr und mehr zurücktritt und die grüne 486 die hellste wird[1]), so daß sich schließlich das ganze Spektrum auf diese eine Linie reduzieren kann, wie dies nach Scheiner übrigens auch bei den Sternnebeln beobachtet wird.

Wenden wir uns nun zu den Beobachtungen. Die umfangreichste und deshalb brauchbarste Reihe von Okularbeobachtungen hat Carlheim-Gyllenskjöld (a. a. O.) angestellt, die vollständigste Zusammenstellung aller Messungsreihen findet man in H. Kaysers Handbuch der Spektroskopie, V. Bd.[2]). Wir geben im folgenden die Messungen des ersteren wieder, die mit zwei verschiedenen Spektroskopen erhalten wurden. Die Anzahl der Fälle, in denen eine bestimmte Linie beobachtet wurde, kann hierbei als Maß für die Intensität gelten.

Spektroskop I		Spektroskop II	
Well.-Länge	Zahl d. Beob.	Well.-Länge	Zahl d. Beob.
657	1	. . . .	H_α
645	1		
631	11		
612	7		
604	4		
594	3	595	1
578	14	575	1
566	12		
557	19	558	1 (Hauptlinie)
554	3 }		
551	8 }	547	5
548	6 }		
545	3 }		
541	5 }	541	7
538	6 }		
535	9	535	9
530	8 }	530	16
526	9 }		
523	14	524	13
518	5		
515	6	513	5
504	2	505	5
500	1	500	3
		493	7
487	1	**484**	6 . . H_β
480	2		
470	1	471	16
464	1	464	8
		458	3
		{445}	3} . . (H_γ)
		{424}	2}
		411	2 . . H_δ

1) Mesure d'un Arc de Méridien au Spitzberg. Tome II, 8. Sect., C, Aurores Boréales, Stockholm 1904. — Von den zahlreichen schwachen, nur in polarisiertem Licht auf dem Negativ erkennbaren Linien, die Westmann angibt, sehen wir hier ganz ab.

2) A. a. O. Siehe auch Pickering, Photographic spectrum of the aurora. Astr. Nachr. **146** (3491), 175, 1898.

3) A. Paulsen, Über die Identität eines Teiles des Nordlichtspektrums mit dem entsprechenden Teil des Kathodenlichtspektrums des Stickstoffs, Kgl. Danske Vidensk. Selskabs. Forh. **16**, 1900 (auch Met. Zeitschr. **18**, 414, 1901.)

4) Carlheim-Gyllenskjöld (siehe später) hält außer 631 noch folgende beobachtete Linien für Bestandteile des Anodenspektrums: 580 } 575 }, 544, 541, 537, 519.

5) Observations faites au Cap Thordsen, Spitzberg, par l'Expédition Suédoise (Internationale Polarforschung 1882—83), Tome II, 1, Aurores Boréales; Stockholm 1886.

1) Vgl. Berndt, Die elektrischen Spektra von Gasen und Gasgemischen. Jahrb. d Radioaktivität u. Elektronik, **1**, 223, 1904.

2) Leipzig 1910, S. 47.

Diejenige der Wasserstofflinien, bei der die größte Intensität zu erwarten ist, nämlich 486, ist siebenmal beobachtet worden und erscheint somit als sicher nachgewiesen. Bei Kayser finden wir sie unter 41 Beobachtungsreihen 15mal vertreten. Dagegen ist die Linie 656 auf der schwedischen Expedition nur ein einziges Mal beobachtet worden, und es ist dies, wie es scheint, überhaupt das einzige Mal. Die Linie 410 wurde zweimal beobachtet, und bei Kayser ist sie auch noch in zwei weiteren Beobachtungsreihen (bei Lemström und Angot) vorhanden. Die Identifizierung der vierten Linie 434 stößt auf große Schwierigkeiten, einmal, weil bei ihr von vornherein keine große Intensität zu erwarten ist, so daß es fraglich erscheint, ob man ihre Anwesenheit postulieren soll, und dann, weil an dieser Stelle des Polarlichtspektrums offenbar mehrere Linien sehr dicht beieinanderliegen, die bei der Ungenauigkeit der Messungen schlecht oder gar nicht zu trennen sind. Namentlich liegt hier die eine der drei photographischen Hauptlinien, nämlich die Stickstofflinie 428.

Es scheint mir hiernach, daß man auch ohne Optimismus gegenüber der Zuverlässigkeit der Beobachtungen die Wasserstofflinien im Polarlichtspektrum als vorhanden zu betrachten hat, was übrigens die älteren Beobachter, wie Carlheim-Gyllenskjöld, auch ohne Bedenken taten. Gerade der Umstand, daß diese Linien in den zu erwartenden Helligkeitsabstufungen auftreten, dürfte eine Verwechslung ausschließen.

Von großem Interesse ist auch die folgende Zusammenstellung desselben Autors, nach welcher sich der Fuß der Strahlen von den oberen Partien derselben spektroskopisch unterscheidet:

Spektrum	Zahl der Linien im Gipfel d. Strahlen	Zahl der Linien im Fuß d. Strahlen
Luftspektrum	9	8
Spektrum d. Stickstoffs a. d. Anode	2	4
" " " " " Kathode	10	14
" " Wasserstoffs	3	1
unbekannt	8	4

Während also die Zahl (d. h. die Intensität) der Stickstofflinien mit wachsender Höhe abnimmt, nimmt diejenige der Wasserstofflinien zu, genau wie es nach der Theorie sein sollte. Zugleich sei schon hier darauf hingewiesen, daß auch die unbekannten Linien, zu denen namentlich die Hauptlinie 557 $\mu\mu$ gehört, mit der Höhe zunehmen.

Es ist einleuchtend, daß man bei gleichzeitiger Höhenmessung und spektroskopischer Untersuchung das Polarlicht geradezu als ein von der Natur selbst in großem Stil veranstaltetes Experiment benutzen kann, um uns vollständigen Aufschluß über die Zusammensetzung der obersten Atmosphärenschichten zu verschaffen, und es ist zu hoffen, daß bald derartige simultane Beobachtungen ausgeführt werden.

Bei der naheliegenden Frage, ob auch das Helium im Spektrum erkennbar ist, muß berücksichtigt werden, daß nach Collie und Ramsay bei schwachem Heliumgehalt am leichtesten immer die grüne Linie bei 502, nicht die gelbe Hauptlinie bei 587 $\mu\mu$ erscheint. Carlheim-Gyllenskjöld führt getrennt 500 und 505 an, die möglicherweise hiermit identisch sein können; derartige Wellenlängen findet man bei Kayser unter den 41 Beobachtungsreihen 12mal.

Von der größten Bedeutung aber sind die Beziehungen, welche sich für die vielumstrittene Hauptlinie des Polarlichtspektrums (557 $\mu\mu$) ergeben, die nach unserer Hypothese dem Geokoronium angehört. In dieser Hinsicht sind namentlich die vorerwähnten „homogenen Bögen" wegen ihrer großen Höhe von Interesse.

Das Spektrum dieser homogenen Bögen scheint bisher noch niemals Gegenstand einer gesonderten Behandlung gewesen zu sein. Doch hat mir Herr La Cour, der Mitarbeiter Paulsens auf Island, in dankenswerter Weise darüber die folgenden Mitteilungen gemacht, welche infolge von Paulsens Tod bisher noch nicht veröffentlicht worden sind:

„Die homogenen Bögen, die sich zu Anfang des Abends oder in solchen Nächten zeigten, in denen das Nordlicht sich überhaupt nicht besonders stark entwickelte, gaben im Taschenspektroskop ausschließlich **557**. Diese Linie war oft sehr stark, und wenn ich beide Augen öffnete und so die Linie auf den Nordlichtbogen als Hintergrund projiziert sah, konnte ich keinerlei Unterschied im Farbenton zwischen 557 und dem Nordlicht sehen. Ich betrachtete dies als Beweis dafür, daß der sichtbare Teil des Spektrums dieser Bögen praktisch gesprochen monochromatisch war, und ich möchte die Proben, die ich in dieser Richtung anstellte, für recht scharfe halten. Wenn das Nordlicht aber strahlige Formen annahm, oder die Bögen eine warme Farbe bekamen, wie es oft geschah, bevor sie unruhig wurden, wurden auch noch andere Linien im Spektroskop sichtbar."

Herr La Cour fügt noch hinzu, daß von dem Zeitpunkt des ersten Auftretens des Linienreichtums ab, auch alle folgenden Nordlichter derselben Nacht diesen Reichtum zeigten. — Übrigens konnte er die Wasserstofflinien in dem nur schwachen Taschenspektroskop niemals mit Sicherheit erkennen.

Bei einer Diskussion der sorgfältigen Aufzeichnungen von Carlheim-Gyllenskjöld

komme ich zu demselben Schluß, daß die homogenen Bögen ein Spektrum geben, das im wesentlichen nur aus der Hauptlinie 557 besteht. Auch dieser Autor faßt das Polarlichtspektrum als eine Übereinanderlagerung verschiedener Spektra auf, deren eines lediglich aus der Hauptlinie besteht[1]): „La raie principale forme une de ces spectres élementaires. Elle apparaît très souvent seule.“ Es werden 14 Fälle aus den Beobachtungen der einen Überwinterung angeführt, wo diese Linie allein sichtbar war. Schlägt man diese Fälle im Beobachtungsjournal nach, so findet man folgende Bezeichnungen für die Form des Nordlichtes:

1. Lueur plus forte.
2. Bande. Peu de mouvement.
3. Bande tranquille.
4., 5. Lumière diffuse.
6. Faible lueur diffuse.
7. Lueur.
8. Bande. Aucun mouvement.
9. Bande zénithale et diffuse.
10. ?
11. Quelques taches lumineuses
12. Lueur.
13. Forte lueur.
14. ?

Nicht ein einziges Mal finden sich die doch sonst fast stets erwähnten Strahlen. Man darf dies wohl als einen weiteren Beweis dafür ansehen, daß es in der Tat die homogenen Bögen sind, welche nur die Hauptlinie im Spektrum zeigen. Da diese sich durch ihre große Höhe auszeichnen, werden wir mit Notwendigkeit darauf hingewiesen, die Entstehung der „Polarlichtlinie“ gerade in den obersten Schichten der Atmosphäre zu suchen.

2. Das neue Gas Geokoronium. Die Hypothese, daß die Polarlichtlinie auf ein unbekanntes Gas zurückzuführen sei, ist nicht neu. Bereits Scheiner vermutet ein solches Gas „vielleicht von sehr kleinem spezifischen Gewicht, derart, daß es sich nur in den höheren Schichten der Atmosphäre vorfände“[2]). Huggins, Ramsay, Schuster u. a. haben allerdings darauf hingewiesen, daß die Polarlichtlinie innerhalb der Fehlergrenze mit der Hauptlinie des Kryptons zusammenfällt, und halten sie infolgedessen für identisch damit[3]). Da aber ihr Ursprung, wie soeben gezeigt, gerade in den höchsten Schichten der Atmosphäre zu suchen ist, so kann diese Erklärung bei dem außerordentlich großen spezifischen Gewicht des Kryptons meines Erachtens nicht aufrecht erhalten werden. Das gleiche gilt von den Versuchen, die Polarlichtlinie mit einer solchen des Argons zu identifizieren.

1) A. a. O. S. 170.
2) Spektralanalyse der Gestirne, Leipzig 1890, S. 341.
3) Vgl. hauptsächlich W. Ramsay, Die Gase der Atmosphäre und die Geschichte ihrer Entdeckung; Deutsch von Huth, Halle 1907, S. 146.

Unsere Hypothese eines sehr leichten Gases findet noch eine interessante Stütze in den Spekulationen, welche Mendeléeff an das von ihm aufgestellte periodische System der Elemente knüpft. Er kommt dabei nämlich zu dem Schluß, es müsse noch ein Gas geben, das leichter als Wasserstoff ist; etwa von dem Atomgewicht (einatomig) 0,4[1]). Bei der glücklichen Hand, welche dieser Forscher bei dem auf gleiche Weise vorausgesagten Element Germanium bewiesen hat, erscheint mir diese Hypothese sehr beachtenswert. Mendeléeff vermutet, daß das Koronium der Sonnenatmosphäre dies unbekannte Gas repräsentiert. Auf die Ähnlichkeit des letzteren mit unserem hypothetischen Geokoronium ist bereits mehrfach hingewiesen worden und wird im folgenden Abschnitt noch ausführlicher eingegangen werden.

Es erschien mir aus gleich zu besprechenden Gründen wünschenswert, das hypothetische Gas, wenn auch nur überschlagsmäßig, bei der numerischen Berechnung der Zusammensetzung mit zu berücksichtigen. Dazu habe ich angenommen, daß es das von Mendeléeff angegebene Molekulargewicht 0,4 besitzt, und außerdem, daß sein Partialdruck in rund 200 km Höhe gleich dem des Wasserstoffes ist. Zu der letzteren Annahme kommt man auf folgende Weise:

Die Beobachtungen der blauen Nachdämmerung von See deuten darauf hin, daß der Wasserstoff oberhalb 214 km in der Zusammensetzung zurücktritt.

Das Aufleuchten der Sternschnuppen bei 150—180, in extremen Fällen 200 km zeigt, daß von diesen Höhen abwärts der Wasserstoff der vorherrschende Bestandteil der Atmosphäre ist und das Geokoronium zurücktritt.

Aus dem Umstande, daß im Spektrum des Polarlichtes niemals die Wasserstofflinien allein sichtbar sind, muß geschlossen werden, daß die Schicht, in der dies Gas den Hauptbestandteil bildet, verhältnismäßig dünn ist; da die Wasserstofflinien außerdem stets zu den schwächeren gehören, muß der Maximalgehalt erheblich unter 100 Proz. bleiben.

Bei Berücksichtigung dieser Verhältnisse scheint mir die plausibelste Annahme die zu sein, daß die Atmosphäre in einer Höhe von rund 200 km gerade zur Hälfte aus Geokoronium und zur andern Hälfte aus Wasserstoff besteht. Aus dem so angenommenen Partialdruck läßt sich dann mit Hilfe des Molekulargewichts die Zunahme desselben bis zur Erde berechnen, und der volumprozentische Anteil an der Zusammensetzung für alle Höhen angeben,

1) Chem. Centralblatt 1904, I, S. 137; Prometheus 15.97.

wie es in der Tabelle im I. Teil dieser Arbeit geschehen ist.

Es zeigt sich dabei, daß dieser zweite Umschlag in der Zusammensetzung sich außerordentlich viel langsamer vollzieht als der bei 70 km Höhe gelegene erste. Und dies Resultat ist, wie leicht einzusehen, unabhängig von unseren numerischen Annahmen. Läßt man z. B. das Molekulargewicht des Geokoroniums von 0 bis zu dem des Wasserstoffs variieren, so dreht sich die gestrichelte Grenzlinie zwischen Wasserstoff und Geokoronium in Fig. 2 um den bei 200 km festgehaltenen Punkt von einer Lage, die nur wenig schräger ist als die in der Figur gezeichnete, bis zur vertikalen Stellung, bei der in allen Höhen oberhalb 70 km jedem der beiden Gase 50 Proz. zukommen würden. Variieren wir aber die zweite Annahme, und nehmen z. B. in 300 statt in 200 km die 50 Proz. an, so resultiert eine fast parallele Verschiebung der gestrichelten Grenzlinie. Wir müssen also schließen: wenn es hier überhaupt ein solches Gas gibt, das leichter als Wasserstoff ist, so muß sich der Übergang zu ihm sehr langsam vollziehen.

Da auf diese Weise auch das Geokoronium noch unterhalb 60 km nicht ganz verschwunden ist, so ist es verständlich, daß selten oder nie ein Polarlicht beobachtet worden ist, welches die Hauptlinie nicht gezeigt hätte.

Da nach unserer Rechnung auch am Erdboden noch ein Gehalt von etwa 0,000 58 Volumprozente Geokoronium zu erwarten sind, erscheint ein direkter Nachweis nicht ausgeschlossen. Daß bisher ein solcher nicht geführt worden ist, darf aber wohl nicht wundernehmen, wenn man sich vergegenwärtigt, mit welchen Schwierigkeiten bereits der Nachweis des Wasserstoffs verbunden ist, für welchen doch erheblich mehr (0,0033 Volumprozent) anzunehmen ist.

3. Analogie zur Sonnenatmosphäre. Durch die vorliegenden Betrachtungen wird eine außerordentlich weitgehende Analogie zwischen der Erdatmosphäre und der Sonnenatmosphäre hergestellt. Auch die letztere enthält in Gestalt der Chromosphäre eine beiderseits begrenzte Wasserstoffzone. Die merkwürdige Erscheinung, daß im Spektrum des Sonnenrandes bei der daselbst stattfindenden Umkehr der Linien auch das entsprechende helle Linienstück der Heliumlinie vorhanden ist, während die zugehörige dunkle Absorptionslinie so gut wie fehlt, hat man durch die Annahme erklärt, daß das Helium nur in einer relativ dünnen Schicht etwa am Grunde der Chromosphäre einen hinreichenden Anteil an der Zusammensetzung hat, um im Spektrum anzusprechen; ganz ähnlich stellen sich, wie oben gezeigt wurde, rein rechnerisch auch die Verhältnisse in der Erdatmosphäre.

Vor allem sehen wir aber auch bei der Sonne oberhalb der Wasserstoffsphäre noch ein anderes, offenbar leichteres Gas, das Koronium, dessen sehr ausgedehnter Bereich, die Korona, nur bei totalen Sonnenfinsternissen sichtbar wird. Auch bei diesem Gase ist die Trägheit außerordentlich gering, denn bekanntlich sind die Kometen 1680, 1843 I, 1880 I, 1882 II und 1887 I durch die Korona hindurchgegangen, ohne daß sich ein Widerstand nachweisen ließ, ebenso wie die Sternschnuppen ohne Widerstand das Geokoronium durchdringen und erst im Wasserstoff aufleuchten.

Es liegt daher sehr nahe, das Geokoronium mit dem Koronium zu identifizieren. Diese Vermutung ist schon früh geäußert worden, wurde dann aber anscheinend allgemein aufgegeben, als sich herausstellte, daß das Spektrum der Korona offenbar vom Nordlichtspektrum verschieden ist.

Abgesehen von einem schwachen kontinuierlichen Spektrum, welches von diffuser Reflexion des Lichts der Photosphäre herrührt, ist für das Koronaspektrum eine grüne Linie charakteristisch, deren Position meist zu 532,7 $\mu\mu$ angenommen wird. Die Bestimmungen sind auch hier sehr unsicher; so fanden Lockyer, Campbell u. a., daß die Wellenlänge nur 530,3 betrage[1]).

Man hat mehrfach versucht, diese Koroniumlinie in irdischen Gasen nachzuweisen. So fanden Nasini, Anderlini und Salvadori bei Untersuchung vulkanischer Produkte, Gasen der Solfatara, Fumarolen des Vesuvs usw. mehrfach eine Linie bei 531,5 resp. 531,7 und vermuten, dies sei die Koroniumlinie. Liveing und Dewar[2]) verflüssigten Luft durch flüssigen Wasserstoff und sahen in dem nicht kondensierbaren Rest, den „flüchtigsten" Gasen der Atmosphäre, außer vielen anderen unbekannten, auch eine schwache Linie bei 530,4, während sie die Nordlichtlinie 557 nicht bemerken konnten. Wenn man nicht ganz auf Kritik verzichten will, kann man wohl hiernach das Koronium auf der Erde noch nicht als nachgewiesen betrachten.

Ich halte es einstweilen für hoffnungslos, durch Vergleich des Koroniumspektrums mit dem des Geokoroniums zu einem Resultat zu kommen, solange wir von jedem nur eine einzige Linie mit Sicherheit kennen. Doch ist es offenbar unberechtigt, aus der Verschiedenheit

1) W. W. Campbell, The wawe-length of the green coronal line. Astrophys. J. **10**, 186, 1899.

2) G. D. Liveing and J. Dewar, On the spectrum of the more volatile gases of atmospheric air. Proc. Roy. Soc. **67**, 467, 1900.

der beiden Linien zu schließen, daß auch die Gase verschieden sein müssen, zumal es sich beim Polarlicht um elektrisches Leuchten, bei der Sonnenkorona aber anscheinend um Temperaturleuchten handelt. Es ist hinreichend bekannt, daß alle Elemente über mehrere, oft viele verschiedene Spektra verfügen, die je nach den Versuchsbedingungen aus unbekannten Ursachen miteinander abwechseln; insbesondere sind Bogenspektrum, Funkenspektrum, Flammenspektrum und das Spektrum in der Geißlerröhre im allgemeinen verschieden voneinander. Von der Beziehung, daß das Lichtmaximum bei Änderung der Versuchsbedingungen von der einen Linie auf die andere übergehen kann, haben wir bereits oben Gebrauch gemacht. Wer vermag da zu sagen, ob wir überhaupt in der Sonnenkorona dasselbe Spektrum zu erwarten haben wie in der Geokoroniumsphäre, selbst wenn beide Gase identisch sind? Wenngleich also eine Klärung dieses Problems der Spektren zu einer definitiven Entscheidung verlangt werden muß, so lassen sich doch meines Erachtens gegenwärtig von dieser Seite her zwingende Gründe gegen die Identität nicht angeben. Die vollkommen parallele Art des Auftretens in der Erd- und Sonnenatmosphäre scheint mir dagegen so stark für dieselbe zu sprechen, daß ich nicht anstehe, sie für sehr wahrscheinlich zu erklären.

4. Das Zodiakallicht. Die Annahme liegt außerordentlich nahe, daß auch diese letzte Schicht der Erdatmosphäre, das Geokoronium, noch einen Dämmerungsbogen verursacht, und daß dieser Dämmerungsbogen mit dem wesentlichsten Teil des Zodiakallichtes identisch ist. Pechuel-Loesche schließt seine Beschreibung der Dämmerung mit den Worten[1]): „Der letzte farbige Abendschimmer geht unmerklich in den milden Silberglanz des Zodiakallichts über." Die charakteristische Pyramidenform, in welcher dies erscheint, würde die Annahme nötig machen, daß die Massenverteilung in der Sphäre des Geokoroniums bereits Unregelmäßigkeiten unterliegt; doch gerade dies führt zu einer neuen Analogie mit der Sonnenatmosphäre, da ja auch die Sonnenkorona eine sehr eigenartige, noch unerklärte Massenverteilung zeigt.

Dies gilt zunächst allerdings nur für die Haupterscheinung. Um auch die schwache Lichtbrücke, die sich über den ganzen Himmel zieht, sowie die Lichtverstärkung im Gegenpunkt der Sonne (den „Gegenschein") zu erklären, müßte man annehmen, daß der interplanetarische Raum mit diesem leichtesten Gase in höchster Verdünnung angefüllt wäre, und man käme — die Identität des Koroniums mit dem Geokoronium vorausgesetzt — auf diese Weise dazu, die Gesamterscheinung auf eine zur Sonne gehörige, den ganzen Raum des Planetensystems erfüllende Koroniumatmosphäre zurückzuführen, von welcher die Sonnenkorona und die Geokoroniumsphäre nur lokale Verdichtungen darstellten[1]).

Dabei mag dahingestellt bleiben, ein wie großer Teil der Lichtreflexion auf die Beleuchtung kleinster, in diesem Raume verstreuter, fester Massenteilchen zurückzuführen ist, denen Seeliger sogar die Hauptrolle zuteilt[2]).

Daß es sich aber nicht lediglich um feste Partikel handelt, darauf deutet die von Respighi, Vogel und Wright gemachte Beobachtung, daß bisweilen im Spektrum des Zodiakallichtes auch die Nordlichtlinie auftritt. Hierher dürfte auch die von Brendel und Wiechert gemachte Wahrnehmung gehören, daß die Nordlichtlinie mitunter überall am Nachthimmel zu beobachten ist.

Wenn man von der Richtigkeit unserer Hypothesen ausgeht, so wird man von selbst auf eine sehr weittragende Anwendung dieser Anschauungen geführt. Es ergibt sich nämlich die Frage, ob nicht die Atmosphären der verschiedenen Himmelskörper in unserem Sonnensystem untereinander nach den Gasgesetzen im Gleichgewicht sind. Man könnte sie als lokale Verdichtungen einer das ganze Sonnensystem umspannenden Sonnenatmosphäre auffassen, so daß Druck und Zusammensetzung an jeder Planetenoberfläche eine einfache Funktion des Sonnenabstandes und der Schwerkraft des Planeten wären. Natürlich könnte dieser Satz nur für solche Gase gelten, die weder verbraucht noch erzeugt werden. Da diese Bedingung streng wohl nirgends zutrifft, so wird man auch nur eine näherungsweise Gültigkeit des Satzes erwarten.

Eine Verfolgung dieses Gedankens, für welche bereits Zöllner und Rogovski, freilich ausgehend von den früheren unvollkommenen Anschauungen über die Erdatmosphäre, Anfänge geliefert haben, würde den Rahmen der vorliegenden Arbeit überschreiten; ich hoffe an anderer Stelle auf sie zurückkommen zu können.

1) Kießling, a. a. O., S. 163.

1) Vergl. hierzu Fr. Schmidt, Das Zodiakallicht. Ein Versuch zur Lösung der Zodiakallichtfrage; Beitr. z. Geophys. **9**, 113, 1908.

2) Über kosmische Staubmassen und das Zodiakallicht. Sitz.-Ber. München **31**, 265; Seeligers Schüler K. Schwend vertritt dieselbe Ansicht in seiner Arbeit: Zur Zodiakallichtfrage (Inaug.-Diss., München 1904), welche viel Literatur enthält.

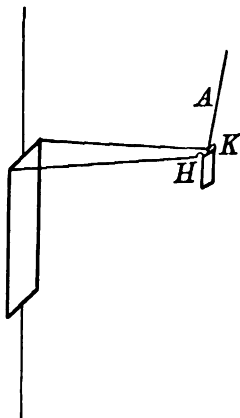
(Eingegangen 22. Februar 1911.)

Über Versuche, die Spiegelablesung zu verfeinern.

Von Wilhelm Volkmann.

Außer den neulich[1]) besprochenen Methoden mehrfacher Spiegelung sind noch einige andere Arten der Anordnung versucht worden, um kleinere Drehungen wahrzunehmen, als sie die Gauß-Poggendorffsche Spiegelablesung erkennen läßt. Manche von ihnen sind von ihren Erfindern überschätzt worden, andere sind wirklich sehr leistungsfähig, eine kritische Besprechung haben erst einige dieser Methoden erfahren, die nachfolgende Vergleichung will hier ergänzen.

Mechanische Vergrößerung des Spiegelausschlages ist mehrfach angewendet worden. Eine besonders günstige Anordnung stammt von Walter P. White[2]). Die seiner Beschreibung entnommene Figur zeigt, daß der Spiegel an



einem besonderen Faden hängt und durch zwei Spinnwebenfäden mit dem beweglichen System, der Spule eines Drehspulgalvanometers, so verbunden ist, daß die Drehung auf ein Vielfaches vergrößert wird. Die Berechnung, die White über die Leistung seiner Methode anstellt, scheint mir dieselbe zu ungünstig zu beurteilen, man hat vielmehr folgendermaßen zu rechnen: Der Spiegel, der nach den Betrachtungen auf S. 76 dieses Bandes dieser Zeitschrift die günstigste Größe hat, ist zu ersetzen durch einen schneller gedrehten, geometrisch ähnlichen, von solcher Größe, daß die Schwingungsdauer ungeändert bleibt. Der Aufhängefaden des Spiegels sei so dünn, daß seine Direktionskraft unmerklich ist, die Fadenübertragung bewirkt die n-fache Drehung mit $\frac{1}{n}$ des Drehmomentes. Ungeänderte Schwingungsdauer wird also erhalten, wenn der kleine Spiegel den n-ten Teil des Trägheitsmomentes von dem erhält, der bei der gewöhnlichen Anordnung der beste wäre (immer geometrisch ähnliche Spiegel vorausgesetzt). Jener Spiegel hat im Verhältnis zu diesem den Durchmesser

$$\sqrt[5]{\frac{1}{n}}$$

und da er sich mit n-facher Geschwindigkeit dreht, ist die Leistung der Methode

$$n\sqrt[5]{\frac{1}{n}} = \sqrt[5]{n^4}$$

mal so groß, als die der gewöhnlichen Spiegelablesung. Das Verfahren ist besonders günstig, wenn das schwingende Trägheitsmoment groß ist und der direkt befestigte Spiegel bei günstigster Größe nur durch einen unbequem großen Skalenabstand ausgenutzt werden könnte. Es empfiehlt sich auch in den von Herrn Geiger angeführten Fällen, wo man ohne Erhöhung der Empfindlichkeit eine größere Helligkeit und einen gedrungeneren Aufbau haben will. Wie hoch man n nehmen kann, hängt von der Starrheit der Fäden ab. White hat die Methode auch praktisch als gut anwendbar erprobt.

Mehrere Physiker haben versucht, mit Hilfe der Interferenzerscheinungen weiter zu kommen. Als einfach und sehr wirksam empfiehlt P. Weiß[1]) folgende Nullmethode. Von einem rechteckigen Spiegel wird ein Mittelstreifen geschwärzt und die Interferenzfigur (zweier Spalte) beobachtet, die die von den Rändern reflektierten Lichtbündel miteinander geben. Sie ist durchzogen von ziemlich scharfen dunklen Streifen. Rechnet man die Methode durch, so findet man, daß sie der gewöhnlichen nicht überlegen ist. Auch das Interferometer bietet, wie F. L. O. Wadsworth[2]) gezeigt hat, keinen Vorteil.

Die Interferenz polarisierter Strahlen benutzt Marcel Brillouin[3]) zu einer empfindlichen Methode. Die Anordnung mit dem Spiegel, die er in den Schlußsätzen seiner Abhandlung andeutet, gibt etwa die 6fache Empfindlichkeit der gewöhnlichen. Da der Aufbau immerhin recht umständlich ist, wird er nur ausnahmsweise Verwendung finden, die Berechnung sei deshalb nicht ausgeführt. Man hat die Spiegelbreite nötig, die die Versetzung des außerordentlichen Strahls gegen den ordentlichen in dem verwendeten Kalkspat und die Breite des zur Beobachtung der Streifen im Kompensator erforderlichen Gesichtsfeldes zusammen ergeben.

1) Diese Zeitschr. **12**, 183, 1911.
2) Phys. Rev. **19**, 320, 1904.

1) C. R. **128**, 876—877, 1899.
2) Phil. Mag. (5), **44**, 92—95, 1897.
3) C. R. **137**, 786—787, 1903.

A. Righi[1]) benutzt die Schattenstreifen, die zwei gleiche fast parallel übereinandergelegte Gitter geben. Er bildet ein Gitter über den Spiegel hinweg auf ein anderes so ab, daß die Streifen genau gleich breit werden und sich unter einem kleinen Winkel überkreuzen. Die Methode ist günstigenfalls 10mal so empfindlich als die gewöhnliche Spiegelablesung, denn bei guten Gittern ist eine Verschiebung um ein Hundertstel des Streifenabstandes noch gut erkennbar und die Abbildungsschärfe braucht nur wenig besser zu sein, wie bei der gewöhnlichen Spiegelablesung. Da die Schattenstreifen auch gegen Drehung eines der Gitter sehr empfindlich sind[2]), läßt sich auch eine Anordnung finden, die statt von der Spiegelbreite in ihrer Leistung von der Spiegelhöhe abhängig ist. Die Rechnung erweist sie aber als minderwertig. Eine vollständige Durchrechnung dieser Methoden an dieser Stelle dürfte überflüssig sein, weil die mehrfache Spiegelung ebenso leistungsfähig und sehr viel bequemer ist.

1) Cim. (3) **21**, 203—228; **22**, 10—34, 1887.
2) U. Behn, Ber. d. D. Phys. Ges. **8**, 205—208, 1906.

(Eingegangen 15. Februar 1911.)

Zur Theorie der Dämpfung bei Hertzschen Wellen.

Von B. Macků.

Zu der gleichgenannten Arbeit des Herrn M. K. Grober[1]) erlaube ich mir folgendes zu bemerken:

1. Aus den Anfangsbedingungen, d. h. daß für

$$t = 0$$

$$i_2 = \frac{d i_2}{d t} = 0$$

ist, ist die zweite nicht richtig. Dieselbe soll heißen, daß die Potentialdifferenz an dem Kondensator des Meßkreises gleich Null ist.

2. Eine strenge Berechnung des Stromeffektes habe ich schon früher (diese Zeitschr. **9**, 437, 1908; Jahrb. d. drahtl. Telegr. **2**, 1909 u. **3**, 1910) und allgemein durchgeführt und weit einfachere Ausdrücke erhalten.

1) Diese Zeitschr. **12**, 121, 1911.

Brünn, Physik. Inst. d. Böhm. Tech. Hochschule.

(Eingegangen 20. Februar 1911.)

Personalien.

(Die Herausgeber bitten die Herren Fachgenossen, der Redaktion von eintretenden Änderungen möglichst bald Mitteilung zu machen.)

Habilitiert: An der Technischen Hochschule Aachen Dr. Paul Levy für organische Chemie, an der Universität Leipzig Dr. Christian Füchtbauer (früher in Würzburg) für Physik, an der Universität Wien Dr. Gustav Moßler für organische und pharmazeutische Chemie.

Ernannt: Der Privatdozent an der Technischen Hochschule Berlin Dr. H. Barkhausen zum etatmäßigen a. o. Professor für Schwachstromtechnik, an der Technischen Hochschule in Dresden, der a. o. Professor an der Universität Bern Dr. Joseph Tambor zum ord. Professor für anorganische Chemie ebenda, der Adjunkt an der Zentralanstalt für Meteorologie und Geodynamik Dr. Moritz Topolansky zum Sekretär an dieser Anstalt.

Berufen: Der Privatdozent an der Technischen Hochschule Dresden Dr. Georg Brion zum a. o. Professor der Elektrotechnik an der Bergakademie Freiberg, der a. o. Professor für anorganische Chemie an der Technischen Hochschule Karlsruhe Dr. Lothar Wöhler zum ord. Professor der Chemie an der Technischen Hochschule Darmstadt, der Privatdozent an der Technischen Hochschule in Karlsruhe Dr. Max Winkelmann zum a. o. Professor für angewandte Mathematik an der Universität Jena, der Privatdozent an der Technischen Hochschule Darmstadt Dr. Paul Gast zum etatmäßigen Professor für Geodäsie an der Technischen Hochschule Aachen, der Vorstand der chemischen Sektion am K. K. Technologischen Gewerbemuseum zu Wien Dr. Paul Friedlaender zum ord. Pofessor der Chemie an der Technischen Hochschule Darmstadt.

Verliehen: Dem Privatdozenten für Elektrotechnik an der Technischen Hochschule Darmstadt Dr.-Ing. Rudolf Goldschmidt der Titel Professor.

Auszeichnung: Der Professor für rationelle Mechanik am Polytechnikum Mailand Dr. Max Abraham ist zum korrespondierenden Mitgliede des Istituto Lombardo di scienze e lettere gewählt worden.

Gestorben: Der Chemiker Dr. Emil Jacobsen in Berlin, der ord. Honorarprofessor für allgemeine Chemie an der Universität Berlin Geheimer Regierungsrat Dr. Jacobus Henricus Van't Hoff.

Ihre Entlassung genommen haben an der Universität Moskau[1]): Prof. Dr. A. Eichenwald (Physik), Prof. Dr. Peter Lebedew (Physik), Prof. Dr. A. Sokolov (Physik), Prof. Dr. N. Umow (Physik), Prof. Dr. S. Caplygin (Mechanik), Prof. Dr. B. Mlodzejewsky (Mathematik), Prof. Dr. N. Zelinsky (Chemie); Prof. Dr. V. Vernadsky (Mineralogie) und die Privatdozenten: P. Lasareff (Physik), A. Timirjazeff (Physik), A. Zinger (Physik), S. Vinogradov (Mathematik), A. Vlasov (Mathematik), A. Volkov (Mathematik), J. Zegalkin (Mathematik), A. Poljakov (Mathematik), N. Schilov (Chemie), G. Stadnikoff (Chemie), A. Tschitschibabin (Chemie), A. Titov (Chemie), V. Karandejev (Mineralogie), J. Wulf (Mineralogie).

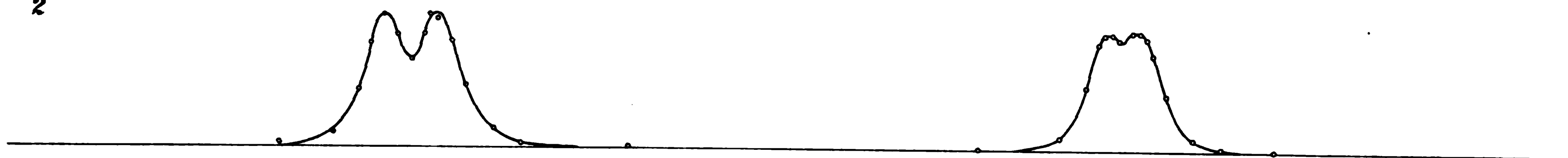
1) Von zuverlässiger, wohlunterrichteter Seite ist hierzu der Redaktion folgende Erläuterung zugegangen:

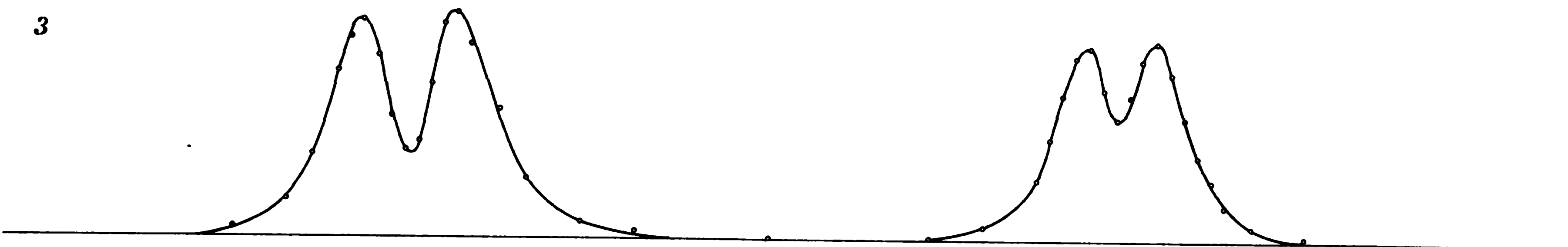
Im Januar d. J. brachen studentische Unruhen aus, und die Polizei hat auf eigene Veranlassung, ohne dem Rektor unterstellt zu sein, die Aufrechterhaltung der Ruhe in den Universitätsgebäuden in die Hand genommen. Bei diesen Verhältnissen war die gesetzlich dem Rektor zukommende Verantwortung für die Regelung des akademischen Lebens in den Universitätsgebäuden nicht mehr möglich und der Rektor Prof Dr. A. Manuiloff (Polit. Ökonomie) sowie seine Gehilfen Prof. Dr. M. Menzbir (vergl. Anatomie) und Prof. Dr. A. Minakov (Gerichtl. Medizin) legten dem Universitätssenat ihre Gesuche vor, sie von ihren Ämtern zu befreien.

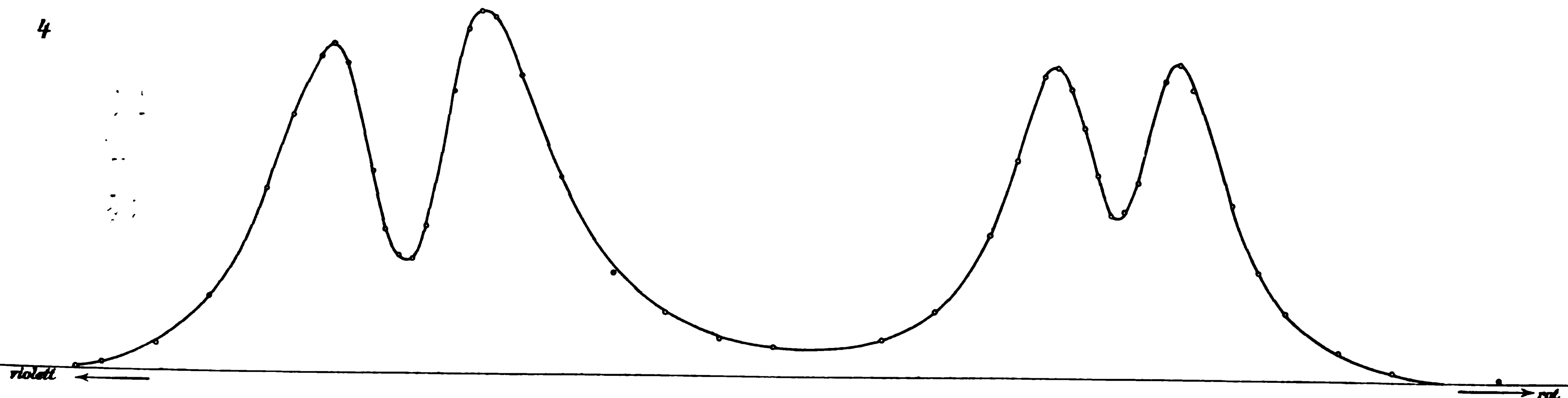
Der Senat hat sowohl die Gründe in den Gesuchen als auch die Demissionen genehmigt.

Das Ministerium hat die Demissionen der Herren als Universitätsvorstände angenommen, und überdies die genannten Herren von ihrem Lehramte an der Universität enthoben. Eine Reihe von Kollegen der entlassenen Professoren sah sich daraufhin moralisch verpflichtet, zu demissionieren. Die herrschenden anormalen Verhältnisse des akademischen Lebens haben auch eine Reihe von Privatdozenten zum Aufgeben ihrer Tätigkeit veranlaßt. Aus der Gesamtzahl von 91 Professoren hatten bis 19. Februar 21 ihre Abschiede eingereicht.

Für die Redaktion verantwortlich Professor Dr. Friedrich Krüger in Danzig-Langfuhr. — Verlag von S. Hirzel in Leipzig.
Druck von August Pries in Leipzig.







H. Brotherus, Photometrische Untersuchung der Struktur einiger Spektrallinien.

Verlag von S. Hirzel in Leipzig.

PHYSIKALISCHE ZEITSCHRIFT

No. 7. 1. April 1911. Redaktionsschluß für No. 8 am 8. April 1911. 12. Jahrgang.

INHALT:

ORIGINALMITTEILUNGEN.

Über Elektrizitätsleitung in gesättigtem Alkalimetalldampf.

Von Christian Füchtbauer.

Vor einiger Zeit[1]) habe ich gezeigt, daß zwischen Elektroden in gesättigtem Natriumdampf schon bei weniger als 200°, wo der Dampfdruck noch sehr klein ist, ein erheblicher Strom übergeht, und zwar, wie bei den Metallen und ionisierten Gasen, bei beliebig geringer Spannung.

Aufgefallen war mir dabei die starke Unipolarität der Leitung[2]), sowie das nur angenäherte Eintreten eines Sättigungsstromes, was beides auf eine besondere Rolle der Elektroden hinweist. Ich habe nun ähnliche Versuche mit Cäsiumdampf mit einem technisch vollkommneren Apparat angestellt. Die Anordnung zeigt folgende schematische Skizze:

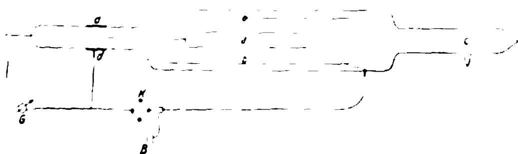


Fig. 1.

a ist die mit dem Galvanometer verbundene Meßelektrode, *b* eine zylindrische Elektrode, an welche Spannungen angelegt werden von der isolierten Batterie *B* durch Vermittelung des Kommutators *K*. Beide Elektroden sind aus Nickelblech und mittelst Platin eingeschmolzen. *d* ist ein beiderseits ins Glas eingeschmolzenes Platinröhrchen, das, als Schutzring mit der anderen Galvanometerklemme und dem Anfang der Akkumulatorenbatterie verbunden, das Überkriechen von Elektrizität längs des Glases verhindert.

Die Röhre war folgendermaßen hergerichtet. Zuerst wurde sie 4 Stunden auf 350° erhitzt unter dauerndem hohen Evakuieren mit der Gaedepumpe; dann wurde ca. 0,5 g Cäsiummetall hineindestilliert, hierauf Helium bis zu einem Druck von 196 mm hineingelassen. Das Helium strich dabei vor der Röhre über eine Schicht gleichfalls hineindestillierten Kaliums, um ihm die letzten Spuren Hahnfett usw. zu entziehen. Hierauf wurde die Röhre abgeschmolzen. Mit einem indifferenten Gas füllte ich die Röhre deshalb, um zu versuchen, ob nicht bessere Bedingungen für Ohmsches Gesetz und Sättigungsstrom dadurch erzielt werden könnten, daß außer dem Alkalidampf, der ja sehr geringen Druck hat, ein Gas von einem solchen Druck, wie man ihn sonst bei solchen Messungen meist hat, zugegen wäre. Es sollte also nur die Reibung der Ionen vergrößern. Helium wurde verwendet, um ganz sicher chemische Reaktion mit dem Alkalidampf auszuschließen. Zur Strommessung diente ein hochempfindliches Drehspulgalvanometer von Siemens[1]), bei den niedrigsten Temparaturen das etwa 10mal so empfindliche neue

1) Diese Zeitschr. **10**, 374, 1909. Vgl. auch J. J. Thomson-Marx, Elektrizitätsdurchgang in Gasen, S. 167.
2) l. c.

1) Empfindlichkeit $2,2 \times 10^{-10}$ Ampere bei dem benutzten Skalenabstand.

Modell von Hartmann & Braun, dessen Nullpunkt indes bei großen Ausschlägen lange nicht so konstant ist.

Die Röhre lag vollständig in einem elektrischen Ofen, der zur Erzielung sehr gleichmäßiger Temperatur innen einen durch Deckel geschlossenen Kupferhohlraum darstellte. Der Hauptfortschritt war eben, daß die Röhre keinen Teil mehr enthielt, der nicht mit erhitzt werden durfte.

Die Temperatur wurde mit Silberkonstantanthermoelementen gemessen, deren eine Lötstelle im Kupferofen, die zweite in Eis steckte. Es diente dazu ein Fadenzeigergalvanometer von Siemens.

Die Stromspannungskurven, die aufgenommen wurden, waren nun in der Tat sehr regelmäßig. Als z. B. die Temperatur während einer Stunde innerhalb der Fehlergrenzen der Temperaturmessung konstant war, waren die Ausschläge bis auf 2 Promille die nämlichen, wenn man die Kurve wieder rückwärts durchlief. Dabei waren zwischen der Beobachtung der identischen Ausschläge 20 bis 30 Minuten verstrichen. Dagegen wurden nach mehrtägigem Gebrauch der Röhre andere Werte bei der nämlichen Temperatur und Spannung erhalten, und zwar waren die kleinsten beobachteten Ausschläge $^2/_3$ der früher beobachteten. Deshalb teile ich nur, um von der Größe der Effekte eine Vorstellung zu geben, eine Kurve (Fig. 2) mit, in der die Ausschläge für 50 Volt und die Temperaturen angegeben sind. Meßbar wurden die Ströme mit dem Galvanometer gegen 100°, und sie wurden zur Schonung der Röhre vorläufig nur bis gegen 210° verfolgt. (In dieser sowie den folgenden Kurven sind Skalenteile des unempfindlicheren Galvanometers gemeint, dessen Empfindlichkeit oben angegeben ist.)

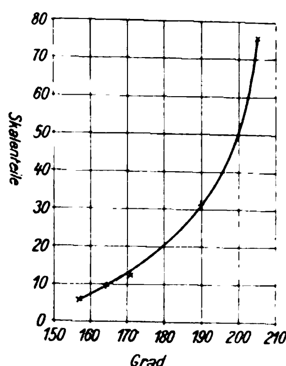


Fig. 2.

Man sieht das enorme Anwachsen der zu einer bestimmten Spannung gehörigen Stromstärke mit der Temperatur.

Weitere Schlüsse wollen wir aus dem angegebenen Grund nur aus der so konstanten Form der Kurven ziehen. Ich reproduziere in Fig. 3 2 Kurven, die bei gleicher Temperatur aufgenommen sind. Ich habe etwa 20 solcher Kurven genau aufgenommen, die alle dasselbe Verhalten zeigten. Die eine der 2 Kurven der Fig. 3 (in der Figur durch Kreise bezeichnet) entspricht positiver Spannung an der größeren (äußeren) Elektrode, die andere (durch Kreuze bezeichnete) negativer Spannung an der größeren Elektrode. Man sieht besonders an der positiven Kurve, bei der also der Strom von der größeren zur kleineren Elektrode geht, folgendes deutlich: Zwar ist ein Gebiet angenäherten Ohmschen Gesetzes, ein Gebiet angenäherten Sättigungsstromes und ein Gebiet starken Anwachsens durch Ionenstoß vorhanden. Aber die angenäherte Gültigkeit des Ohmschen Gesetzes dauert länger, als bei gleichmäßiger Volumionisation zu erwarten wäre. Eine Sättigung wird überhaupt nicht vollkommen erreicht, der Strom wächst dauernd, so daß sich an das schwächere Anwachsen im Gebiet des unvollkommenen Sättigungsstromes direkt das steile Wachsen durch Ionenstoß anschließt.

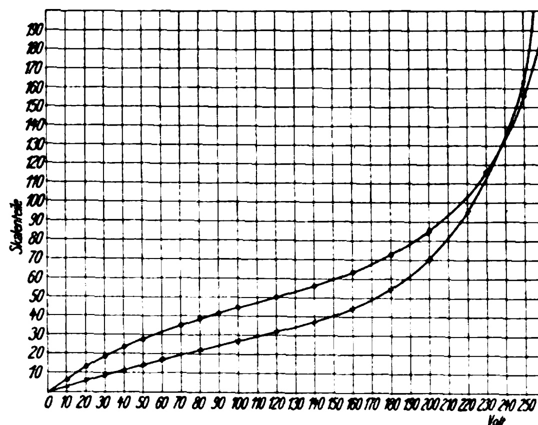


Fig. 3.

Ein ähnliches Verhalten beobachtet man nun stets, wenn die primäre (ohne Ionenstoß vorhandene) Ionisation von den Elektroden ausgeht, oder ganz, oder vorwiegend in nächster Nähe der Elektroden ihren Sitz hat. So ist z. B. die beim photoelektrischen Effekt auftretende Kurvenform experimentell diskutiert und theoretisch abgeleitet von Bloch[1]): Die Stromstärke wächst dort dauernd mit der Spannung und völlige Sättigung wird nicht erreicht. Dies rührt von dem großen Einfluß her, den bei Oberflächenionisation die Diffusion auf die Erscheinungen hat.

Zweitens legt der Umstand, daß im Gebiet

1) Le Radium 132, 1910.

der scheinbaren annähernden Gültigkeit des Ohmschen Gesetzes, wie erwähnt, der positive Strom von der größeren zur kleineren Elektrode viel stärker ist als der entgegengesetzte Strom bei gleicher angelegter Spannung, die Vermutung nahe, daß es sich nicht um gleichmäßige Volumionisation handeln kann.

Drittens floß auch ohne Anlegen irgendeiner Spannung, wenn also beide Elektroden einfach durch das Galvanometer geschlossen waren, ein mit der Temperatur stark wachsender Strom von der größeren zur kleineren Elektrode (innerhalb der Röhre). Er hängt augenscheinlich auch mit der Diffusion zusammen. Dieser Strom war ebenso regelmäßig wie der mit der Spannung beobachtete.

Dieses starke Hervortreten der Diffusion der Ionen beobachtet man sonst immer, wenn die Ionisation ganz oder vorwiegend in der Nähe der Elektroden ihren Sitz hat. In unserem Falle muß wohl die Beweglichkeit des positiven und negativen Ions äußerst verschieden, der Diffusionseffekt daher deutlich, sein, weil nach Frank im Helium die negativen Ionen Elektronen sind, und im Dampf des so stark elektropositiven Cäsiums sind sehr wahrscheinlich erst recht Elektronen die beständige Form.

Die Kurven der Fig. 3 deuten darauf hin, daß der Diffusionseffekt bei geringer Spannung neben der Spannung zur Geltung kommt, daher ist der annähernd dem Ohmschen Gesetz folgende Strom stärker, wenn das Vorzeichen der angelegten Spannung mit dem Diffusionsstrom geht, als wenn es ihm entgegen ist. Bei hoher Spannung dagegen überwiegt der Umstand, daß, wenn negative Elektronen durch die Spannung von der größeren Elektrode, an der sie zahlreicher sind, durch das Gas getrieben werden, der Ionenstoß kräftiger sein muß, als wenn im Gasraum die positiven Ionen überwiegen. Daher das stets beobachtete stärkere Ansteigen der „negativen" Kurve im Gebiet des Ionenstoßes, das stets zu einem Schneiden beider Kurven führte.

Der bei konstanter Temperatur ohne angelegte Spannung fließende Strom beweist natürlich, daß trotz der langen gleichmäßigen Temperatur kein vollständiges Gleichgewicht eingetreten ist, da ja sonst der zweite Hauptsatz verletzt wäre.

Die Frage, ob neben der Ionisation an der Oberfläche, für welche die angeführten Versuche mehr zu sprechen scheinen, noch eine nachweisbare Volumionisation des Alkalimetalldampfes vorhanden ist, bedarf der näheren Untersuchung, womit ich gegenwärtig beschäftigt bin. Bekanntlich schreiben Stark, W. Wien usw. dem positiven Ion eine wesentliche Rolle bei der Emission und Absorption der Serienspektren zu. Nach Vorstehendem kann man die gleichzeitige Absorption des Linienspektrums und Leitfähigkeit z. B. im unerregten Natriumdampf bei 200° so lange nicht im Sinn jener Theorien verwerten, als die eben aufgeworfene Frage nicht entschieden ist. Ich will damit den Zusammenhang zwischen Ionisation und Linienspektrum nicht als unwahrscheinlich hinstellen, aber ob man im erwähnten Fall die Volumionisation von der Oberflächenionisation trennen kann, ist noch unsicher.

Die Versuche mit ungesättigtem Dampf, welche diese Trennung ermöglichen und damit die Frage der Entscheidung näher bringen sollten, habe ich schon lange in Angriff genommen, jedoch waren die großen technischen Schwierigkeiten noch nicht vollkommen zu überwinden. Die Sache liegt eben so, daß beim Gleichgewicht über dem flüssigen Metall ein Dampfdruck von Elektronen besteht. Er kann sich durch den von der flüssigen Oberfläche ausgehenden Sättigungsstrom auch dann bemerklich machen, wenn die Volumionisation des Dampfes zum direkten Nachweis im ungesättigten Dampf zu schwach ist. Wenn umgekehrt schon der Dampf nachweisbar in positive und negative Ionen zerfallen sein sollte, würde sich wohl die Wirkung der Alkalimetallfläche durch Entsendung von Elektronen beim Sättigungsstrom ebenfalls bemerklich machen, und darin liegt dann eine Schwierigkeit für die Deutung von Versuchen mit gesättigtem Dampf.

Für die im vorstehenden wahrscheinlich gemachte Oberflächenionisation ergeben sich folgende Möglichkeiten: Entweder, nicht sehr wahrscheinlich, rühren die Elektronen aus den Nickelelektroden her, oder, viel wahrscheinlicher, sie gehen von der Oberfläche des geschmolzenen Cäsiums aus. Dieses kann ja beim Arbeiten mit gesättigtem Dampf die Elektroden teilweise bedecken.

Die „Verdampfung" von Elektronen aus flüssigen Alkalimetallen wäre, wenn sich die erwähnte Deutung bestätigte, analog der Elektrizitätsabgabe glühender Drähte, wie sie z. B. von Richardson besonders untersucht und theoretisch diskutiert ist.

Einfacher gestalten sich in unserm Fall die Verhältnisse vielleicht durch die niedrige Temperatur, die es gestattet, alles bei thermischem Gleichgewicht zu untersuchen.

Dementsprechend habe ich Versuche in Angriff genommen, bei denen die Nickelelektroden, eine wegen ihres Gasinhaltes bedenkliche Störungsquelle, durch reine Alkaliflächen ersetzt sind. Diese haben lediglich den Nachteil, daß bei ihnen die geometrische Form nicht so beliebig gewählt werden kann, wie bei festen Elektroden.

Daß bei den Alkalimetallen die Ströme von

ganz anderer Größenordnung sind wie in jenem Falle, und bei sehr tiefer Temperatur (beim Cäsiumdampf von ca. 90° an) schon mit dem Galvanometer meßbar sind, ist eine Eigentümlichkeit der Alkalimetalle, die vielleicht mit ihrer besonders stark elektropositiven Natur zusammenhängt.

(Eingegangen 17. März 1911.)

Unipolares Leitvermögen von Kontaktdetektoren und ihre Gleichrichterwirkung.

Von Gotthelf Leimbach.

Bereits 1874 fand F. Braun[1]) bei Stoffen wie Bleiglanz, Schwefelkies, Braunstein, Fahlerzen usw. Abweichungen vom Ohmschen Gesetz, welche besonders stark hervortraten, wenn eine der Elektroden eine kleine Berührungsfläche bot. Der Widerstand ergab sich abhängig von Richtung und Intensität des Stromes; eine Erklärung konnte für die Erscheinung jedoch nicht gefunden werden. 1901 erkannte Braun die Anwendbarkeit für den Hörempfang in der drahtlosen Telegraphie; die technische Ausführung übernahm 1905 die Gesellschaft für drahtlose Telegraphie. Inzwischen sind zahlreichen Erfindern eine große Reihe von Kombinationen, die sich im Kontakt mehr oder weniger brauchbar zum Nachweise elektrischer Schwingungen erwiesen haben, patentiert worden.

Gelegentlich der Untersuchungen über den Empfang elektrischer Wellen, die aus Mitteln der Stiftung des Herrn Dr. Krupp-v. Bohlen und Halbach für luftelektrische Forschungen bestritten wurden, kam ich bei der Auswahl geeigneter Wellendetektoren darauf, die von Austin[2]) vorgeschlagene Kombination Tellur-Silicium, die, wie er schreibt, in mancher Hinsicht noch besser als Tellur-Aluminium zu sein scheint, näher nachzuprüfen. Während Braun schon in den achtziger Jahren darauf hingewiesen hatte, daß der zu beobachtende Effekt jedenfalls nicht thermoelektrischer Natur sei, wurde ein solcher von Austin bei der Kombination Tellur-Aluminium zur Erklärung herangezogen. In einer zweiten Arbeit betonte Austin[3]) jedoch die unipolare Leitfähigkeit mehrerer Siliciumkombinationen, u. a. die von Tellur-Silicium, ohne speziell an dieser ausführlichere Untersuchungen anzustellen.

Die zur Ermittlung der unipolaren Leitfähigkeit anzuwendende einfache Methode besteht darin, Gleichspannung verschiedener Größe an den Kontakt zu legen und die resultierenden Stromstärken verschiedener Richtung zur Berechnung des scheinbaren, von Fall zu Fall variierenden Widerstandes heranzuziehen. Diese Methode übernahm ich von Austin, ohne jedoch mit Wechselstrom niedriger Frequenz die gleiche Meßreihe durchzuführen, da nach seinen Angaben wesentliche Unterschiede nicht zu erwarten waren. Tabelle I enthält eine Meßreihe an der Kombination Tellur-Silicium, bei der Tellur mit dem positiven, Silicium mit dem negativen Pole der Gleichstromquelle (Trockenelement mit Abzweigwiderstand) verbunden war.

Tabelle I.

Angelegte Spannung in Volt	Gemessene Stromstärke in Ampere	Berechneter „scheinbarer" Widerstand in Ohm
0,14	$6 \cdot 10^{-8}$	2 330 000
0,28	12	2 330 000
0,42	23	1 830 000
0,56	34	1 650 000
0,70	49	1 430 000
0,84	69	1 220 000
0,98	120	818 000

Die Tabelle zeigt die Änderung des Widerstandes mit wachsender Stromstärke im Widerspruche mit dem Ohmschen Gesetz und läßt daher nach den von H. Barkhausen[1]) entwickelten Prinzipien das System zur Erzeugung von Gleichstrom aus Wechselstrom geeignet erscheinen.

Tabelle II enthält eine zweite Meßreihe mit umgekehrter Stromrichtung. Silicium positiv, Tellur negativ.

Tabelle II.

Angelegte Spannung in Volt	Gemessene Stromstärke in Ampere	Berechneter „scheinbarer" Widerstand in Ohm
0,14	$7 \cdot 10^{-8}$	2 000 000
0,28	24	1 170 000
0,42	63	666 000
0,56	156	359 000
0,70	330	212 000
0,84	630	133 000
0,98	1 020	96 000
1,40	3 480	40 200
2,80	57 600	4 870
4,20	198 000	2 120

Die Widerstandsabnahme umfaßt bei dieser Stromrichtung drei Zehnerpotenzen, also ungleich mehr wie bei der Meßreihe der Tabelle I. Aus dem Vergleich der beiden Tabellen ergibt sich

1) F. Braun, Pogg. Ann. 1874; Wied. Ann. 1877, 1878, 1883.
2) L. W. Austin, diese Zeitschr. 8, 600, 1907.
3) Ebenda 9, 253, 1908.

1) H. Barkhausen, Das Problem der Schwingungserzeugung. Leipzig, S. Hirzel. 1907.

eine zwar nicht vollkommene, aber doch sehr starke unipolare Leitfähigkeit. Der Effekt ist in dem vorliegenden Falle weit ausgeprägter wie z. B. bei den von Austin untersuchten Kombinationen Silicium-Stahl, Kohle-Stahl und Tellur-Aluminium.

Trägt man die Spannungen als Abszissen, die Logarithmen der Widerstände als Ordinaten auf, so erhält man die Kurve der Fig. 1, aus

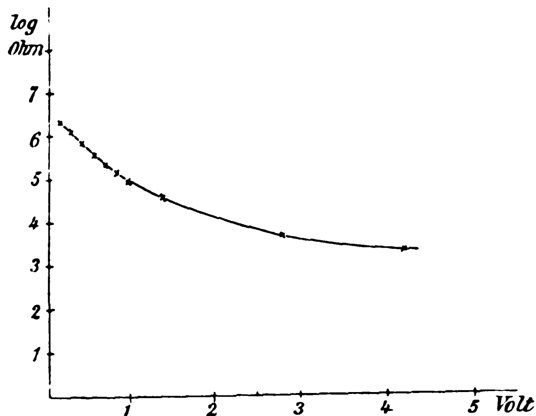


Fig. 1.

der hervorgeht, daß sich der Widerstand nach sehr raschem anfänglichem Abfall ohne Sprung asymptotisch der Abszisse oder mit anderen Worten einem wirklich Ohmschen Werte nähert.

Mehr noch wie die Widerstandskurve läßt die graphische Charakteristik die Kurve erkennen, die die den obigen Spannungswerten zugehörigen Stromwerte verbindet und die auch die Werte der umgekehrten Stromrichtung umfaßt. In Fig. 2 sind als Abszissen die angelegten Spannungen, als Ordinaten die gemessenen Stromstärken, d. h. die Werte der Tabellen I und II aufgetragen.

Die charakteristische Kurve verläuft im I. und III. Quadranten unsymmetrisch. Gleichen absoluten Spannungswerten verschiedenen Vorzeichens entsprechen ungleiche Werte der Stromstärke. Hierin liegt das Charakteristikum der unipolaren Leitfähigkeit. Beschickt man ein solches System mit Wechselstrom, so muß es als „Gleichrichter" wirken, da eine Stromrichtung begünstigt wird.

In der Tat ergab sich, wie bei der Schlömilchzelle und ähnlichen Detektoren, ein ausgesprochener Gleichstrom, wenn die Anordnung als Detektor in einen Empfänger elektrischer Wellen geschaltet war, und zwar in Übereinstimmung mit der Austinschen Beobachtung, ohne Anwendung einer äußeren elektromotorischen Hilfskraft. Die starke Unsymmetrie der Kurve ließ aber sofort erkennen, daß die Empfindlichkeit

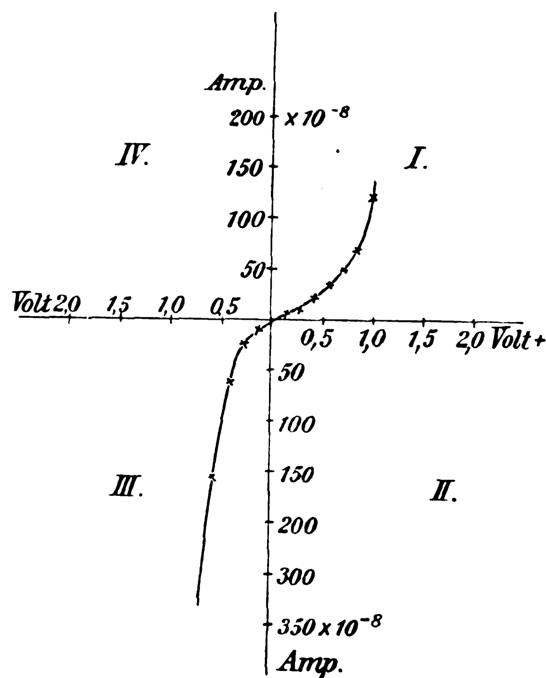


Fig. 2.

des Detektors durch eine Hilfsspannung weiter zu steigern sei. Hilfsspannungen sind bisher hauptsächlich nur beim elektrolytischen Detektor vom Typus der Schlömilchzelle angewandt worden, dessen Wirkung ganz verschieden aufgefaßt worden ist.

Eine allgemeine, von H. Brandes[1]) entwickelte Theorie für solche Gleichrichter ergibt für Kurven von der Fig. 2 als wesentliches Resultat: „Die Gleichrichterwirkung ist um so besser, je kleiner der Krümmungshalbmesser in dem betreffenden Punkte ist und je steiler die Charakteristik verläuft." Nach Brandes bestimmt also lediglich die eigenartige Form der Kurve die Gleichrichterwirkung, ohne Berücksichtigung einer etwa vorhandenen Polarisation bezw. Polarisationsänderung. Demgegenüber steht die Ansicht von M. Reich[2]) bei dem Spezialfalle der Schlömilchzelle, daß die Wirkung der Wellen in einer Entpolarisation der Zelle beruhe. Die von Reich angegebenen Versuche haben P. Ludewig[3]) zur Aufnahme von Charakteristiken der Schlömilchzelle veranlaßt und zugunsten der Reichschen Auffassung entscheiden lassen. Gegen das Brandessche Optimum der Gleichrichterwirkung spricht nach Ludewig die Steigerung der Empfindlichkeit, die man durch Verstärkung des Stromes erzielen kann. Dem Hilfsstrom ist erst da eine

1) H. Brandes, E.T.Z. 1906, S. 1015.
2) M. Reich, diese Zeitschr. **5**, 338, 1904.
3) P. Ludewig, Jahrb. f. drahtl. Telegr. **3**, 411.

obere Grenze gesetzt, wo die eigentlichen telegraphischen Zeichen durch das charakteristische Rauschen im Telephon, das regelmäßig sich ablösende Gasblasen verursachen, überdeckt werden.

Nachdem in dem Tellur-Siliciumdetektor ein Gleichrichter erkannt war, galt es zu entscheiden, ob einmal die eben geschilderte Empfindlichkeitssteigerung proportional mit der Stromstärke des Hilfsstroms, den wir mit Ruhestrom bezeichnen wollen, zu erzielen ist, bezw. ob die Stellen stärkster Krümmung in der Charakteristik sich als besonders empfindlich im Brandesschen Sinne erweisen.

Zu diesem Zwecke wurde der Tellur-Silicium-Detektor jetzt mit Hilfsspannung in einen Empfänger eingeschaltet und dieser durch elektrische Wellen hoher, aber konstanter Frequenz und Amplitude zu Schwingungen angeregt. Leider hatte eine Druckänderung den Detektor verändert, wie die im folgenden mitgeteilten Zahlen beweisen, der Einfluß ganz geringer Änderungen erweist sich damit als ganz bedeutend.

Tabelle III enthält die jedem Werte der Hilfsspannung entsprechenden Werte der Stromstärken (Ruhestrom); außerdem aber die Werte des durch die Wellen im Empfänger ausgelösten Stromes als Folge der Widerstandsherabsetzung.

Tabelle III.

Silicium negativ, Tellur positiv.

Hilfsspannung	Ruhestrom	Ausgelöster Strom
0,00 Volt	$0,00 \cdot 10^{-8}$ A.	$53 \cdot 10^{-8}$ A.
0,082	1,0	55
0,205	3,0	69
0,410	10	100
0,615	81	216
0,697	198	330

Wie man ohne weiteres erkennt, entspricht Tabelle III qualitativ der Tabelle I. Der Welleneffekt — Gleichstrom — fließt in der gleichen Richtung wie der Ruhestrom und der ausgelöste. Der in Gleichstrom umgesetzte hochfrequente Wechselstrom überwiegt anfangs bei weitem, dann macht sich die beträchtlichere Widerstandsherabsetzung durch den Ruhestrom geltend — es wirkt die Summe beider — und schließlich nur der Ruhestrom; damit muß aber das Verhältnis $\frac{\text{Ausgelöster Strom}}{\text{Ruhestrom}}$ abnehmen, wie auch aus der Tabelle ersichtlich ist.

Die Wirkung der Stromumkehr am Kontakt veranschaulicht Tabelle IV.

Wie man auf den ersten Blick sieht, wirkt der durch den Gleichrichter allein, ohne Hilfsspannung, erzeugte Strom, der von den Wellen herrührt, dem Ruhestrom entgegen. Allmählich

Tabelle IV.

Silicium positiv, Tellur negativ.

Hilfsspannung	Ruhestrom	Ausgelöster Strom
0,00 Volt	$0,00 \cdot 10^{-8}$ A.	$-80 \cdot 10^{-8}$ A.
0,082	1,0	−78
0,205	2,3	−66
0,410	4,0	−51
0,615	5,8	−39
0,820	10,5	+ 2
0,900	12,0	+70
1,050	17,0	135
1,260	48	216
1,470	111	375
1,680	297	2 220
2,100	840	5 040
2,940	8640	18 240

wird er durch den letzteren geschwächt, aber so langsam, daß sehr viel höheren Spannungswerten wie in Tabelle III erst der gleiche Stromwert entspricht. Die gegenelektromotorische Kraft scheint danach eine Größe von etwa 0,6—0,7 Volt zu haben.

Vor allem handelt es sich darum, die auffallende Stromumkehr des ausgelösten Effekts zu erklären. Beobachtet ist sie auch von anderer Seite mehrfach. Ferrié[1]) arbeitete z. B. mit einem elektrolytischen Wellenanzeiger zuerst ohne Hilfsspannung und erhielt bei Einwirkung der elektrischen Wellen anfangs einen Ausschlag des Galvanometers nach einer bestimmten Richtung. Bei zweckmäßiger Wahl der elektromotorischen Kraft erhielt er einen größeren Ausschlag nach der anderen Seite. Brandes machte die gleiche Beobachtung an einem Wehnelt-Oxydkathodenrohr und stellte fest, daß bei einer gewissen elektromotorischen Kraft der Galvanometerausschlag verschwand und endlich in die entgegengesetzte Richtung überging, genau wie in der Meßreihe der Tabelle IV.

Brandes greift zur Erklärung dieser Erscheinung wieder auf die Charakteristik zurück. Ich lasse seine Ausführungen hier wörtlich folgen, aber zweckmäßig gleich auf die in Frage kommende Charakteristik des Silicium-Tellur-Detektors bezogen, wie sie Tabelle III und IV in Fig. 3 liefert:

„Wir haben es offenbar in beiden Fällen zunächst mit einer Gleichrichter-Wirkung infolge unsymmetrischer Elektroden zu tun. Wir verschieben alsdann durch den Hilfsstrom die Stelle, an der wir die Schwingungen wirken lassen, auf der Charakteristik an einen Wendepunkt, in dem sie zu beiden Seiten symmetrisch ist, und gehen durch Vergrößerung der E. M. K. des Hilfsstromes über diesen Punkt hinaus. Während wir uns in Fig. 3 zunächst im Punkt *O*

1) G. Ferrié, C. R. 1905, 315.

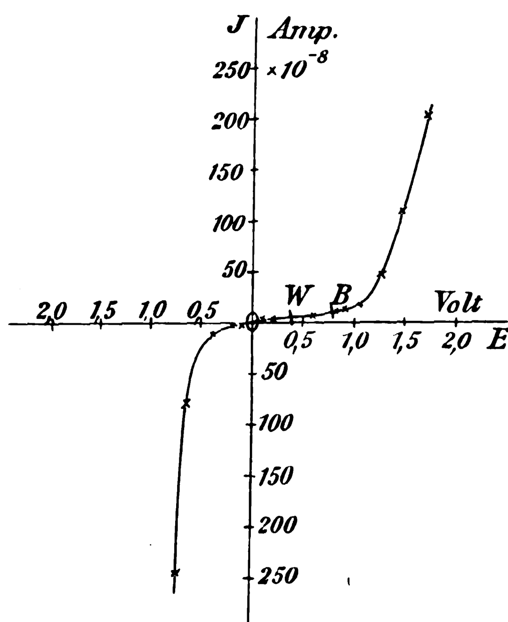


Fig. 3.

befinden, in dem wir Gleichrichtung in einem Sinne bekommen, gehen wir allmählich zu Punkt *W* über, in dem keine Gleichrichtung stattfindet und schreiten dann zu Punkt *B* fort, in dem Gleichrichtung im entgegengesetzten Sinne erfolgt und gleichzeitig verstärkte Wirkung."

Soviel über den Einfluß der Richtung des Hilfsstromes auf den Sinn der Gleichrichtung. Es bleibt noch die Frage zu beantworten, inwieweit der Hilfsstrom die Empfindlichkeit des Gleichrichters beeinflußt. Im Sinne der Brandesschen Auffassung müßte, wie oben hervorgehoben, die stärkste Gleichrichtungswirkung an den Stellen stärkster Krümmung in der Charakteristik, also bei + 1,05 und — 0,41 Volt, auftreten. In der Tat ergeben die Tabellen III und IV hier die größten Werte für das Verhältnis

$$\frac{\text{ausgelöster Strom}}{\text{Ruhestrom}},$$

nämlich 10 bezw. 8 Werte, wie sie nach Reich im günstigsten Falle bei elektrolytischen Detektoren auftreten können. Auch da ist das obige Verhältnis, wie eigene Versuche es von neuem bestätigt haben, nicht konstant, sondern besitzt ein deutliches Maximum[1]). Andererseits ist eine Steigerung des Absolutwertes des ausgelösten Stromes genau wie beim elektrolytischen Detektor durch Steigerung der Ruhestromstärke zu erreichen. Die im Telephon und Galvanometer bemerkbare Unruhe setzt auch hier der Stromsteigerung eine obere Grenze. Man wird daher gut tun, die Detektoren in der Nähe einer relativ großen Stromstärkeänderung zu benutzen, da das Ohr leichter relativ große Intensitätsänderungen als wie geringe Änderungen absolut großer Intensitäten wahrnimmt. Man darf nach diesen Ausführungen sich in praxi an die Brandesschen Gleichrichterbedingungen halten, ohne mit der Reichschen Auffassung der Depolarisation in Konflikt zu kommen, die vor allem für die Erklärung des Welleneffektes in Betracht kommt.

1) Für Kontaktdetektoren gefunden von M. C. Tissot, Soc. franç. d. Phys. N. 308, S. 4—6, 1910.

Daß Welleneffekt und der durch Erwärmung des Kontaktes erzeugte Thermostrom — wohl in manchen anderen Fällen auch — die gleiche Richtung haben, mag die Auffassung aufgebracht haben, daß der Welleneffekt ein thermoelektrischer ist. Aber auch hier ist, wie Reich es beim elektrolytischen Detektor gezeigt hat, die Größenordnung der Wellenenergie eine ganz andere und viel kleinere wie die der zur Erzeugung eines Thermostromes gleicher Größe erforderlichen Energie. Ob die Wirkung der Kontaktdetektoren sich gänzlich mit der auf Depolarisation beruhenden des elektrolytischen Detektors deckt, oder ob etwa ein stärkerer Elektronenaustritt aus der einen Elektrode die höhere Leitfähigkeit verursacht, soll hier nicht entschieden werden. Vielmehr war es mir darum zu tun, eine wohl selten auftretende und von der Natur des verwandten — sehr launischen — Siliciums offenbar stark abhängige Gleichrichterwirkung eines Kontaktdetektors zu beschreiben und mit der anderer Gleichrichter zu vergleichen. Vielleicht gelingt es, die schon zu hoher Empfindlichkeit gebrachten Kontaktdetektoren gleicher Art, soweit die Unipolarität ihrer Leitung sich dafür eignet, durch Anwendung zweckmäßig abgeglichener elektromotorischer Hilfskräfte noch empfindlicher zu gestalten.

Göttingen, Geophysikalisches Institut, den 18. Februar 1911.

(Eingegangen 20. Februar 1911.)

Über den Zusammenklang zweier einfacher Töne.

I. Zur Analyse der Resultierenden. — II. Schwebungen. — III. Kombinationstöne.

Von E. Waetzmann.

Abgesehen von einer sehr dankenswerten Arbeit von C. Stumpf[1]), finden sich in der Literatur nur wenige allgemeinere Angaben über

1) C. Stumpf, Zeitschr. f. Psychol. und Physiol. der Sinnesorgane 39, 241, 1905.

die aus zwei Primärschwingungen resultierenden Kurven. Stumpf leitet an Hand eines von K. L. und M. Schaefer gezeichneten umfangreichen Kurvenmaterials praktische Regeln zur Deutung solcher Kurven ab, im allgemeinen jedoch ohne strenge Begründung; außerdem beschränkt er sich in der Hauptsache auf den Fall gleicher Amplituden der Primärtöne. Es sollen deshalb im folgenden die Hauptmerkmale der Resultierenden für zwei der wichtigsten einfacheren Fälle, nämlich gleiche Amplituden, oder gleiche lebendige Kräfte der Primärtöne, exakt abgeleitet und besprochen werden. Ferner sollen die Folgerungen erörtert werden, die sich aus der Form der Resultierenden ziehen lassen, besonders in bezug auf Schwebungen und Kombinationstöne. Obwohl hierbei manches Bekannte erwähnt werden muß, scheint mir eine etwas ausführlichere Besprechung erwünscht, weil sich auch in der neuesten Literatur noch zahlreiche unklare und unrichtige Vorstellungen über die fraglichen Probleme finden.

§ 1.

p und q seien die Schwingungszahlen der Primärtöne, wobei $p > q$ sei; die Periodenzahl r der Resultierenden pro sec ist gleich dem größten gemeinsamen Teiler von p und q. Es genügt also zur Diskussion der Resultierenden, ein Stück der Kurve zu betrachten, das einem Zeitintervall von der Größe $\frac{1}{r}$ entspricht. Wir wollen deshalb im folgenden p und q als die relativen Schwingungszahlen der Primärtöne ansehen, so daß r stets $= 1$ ist.

Hat man es mit einem verstimmten Primärtonintervall, z. B. der verstimmten Quinte 301:200 zu tun, so genügt es trotzdem, ein Kurvenstück zu betrachten, das sich nur über $\frac{1}{100}$ sec, also die Periode der unverstimmten Quinte, hinerstreckt, da sich die Verstimmung nur durch eine Verschiebung der Zacken von Hundertstel zu Hundertstel Sekunde bemerkbar macht. Kurve a, Fig. 1, ist die Resultierende einer unverstimmten Oktave, b die einer verstimmten Quinte. Die Kurven sind mit der Rußschreibmethode aufgenommen und photographiert.

Die in b sichtbare Verschiebung der Zacken

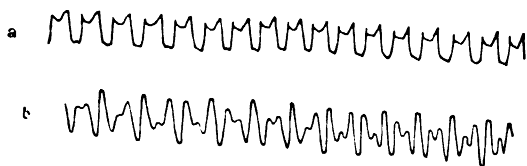


Fig. 1.

entspricht dem Wandern der Lissajousschen Figuren bei verstimmten Intervallen, ist somit auch ein genaues Kriterium für den Grad der Verstimmung. Bei der Diskussion der Resultierenden treten aber Schwierigkeiten auf, wenn die Verstimmung so groß wird, daß die Kurve mit gleichem Recht zwei benachbarten Intervallen, die durch ein Verhältnis kleiner ganzer Zahlen gegeben sind, zugeschrieben werden kann; dann kann es notwendig werden, eine ganze Periode der Resultierenden zu betrachten.

Ist die Amplitude beider Primärtöne $= a$, ihre anfängliche Phasendifferenz $= 0$, so ist die Elongation der Resultierenden

$$y = 2a \sin 2\pi \frac{p+q}{2} t \cos 2\pi \frac{p-q}{2} t.$$

y wird $= 0$, d. h. die Resultierende schneidet oder berührt die Mittellinie, wenn

$$\sin 2\pi \frac{p+q}{2} t = 0$$

oder

$$\cos 2\pi \frac{p-q}{2} t = 0$$

wird. Die Zahl der Nullstellen der Resultierenden pro Periode erhalten wir also, wenn wir prüfen, wie oft die beiden Ausdrücke innerhalb der Grenzen von $t = 0$ bis $t = 1$ gleich 0 werden. Der erste Ausdruck wird $= 0$ für

$$t = \frac{k}{p+q},$$

wo $k = 0, 1, 2, \ldots p+q-1$ ist, der zweite Ausdruck für

$$t = \frac{2k+1}{2(p-q)},$$

wo $k = 0, 1, 2, \ldots p-q-1$ ist. Der erste Ausdruck ergibt somit innerhalb einer Periode $p+q$, der zweite $p-q$, zusammen $2p$-Nullstellen. Die Zahl der Nullstellen innerhalb einer Periode der Resultierenden ist also gleich der doppelten größeren Verhältniszahl der Schwingungszahlen der Primärtöne. Dabei ist eine bloße Berührung (nicht Schnitt) der Resultierenden mit der Mittellinie doppelt zu zählen, weil hier zwei Nullstellen, je eine aus jeder der beiden Gruppen, zusammenfallen.

Zur Bestimmung der Verhältniszahl des tieferen Primärtones sind die Abstände der einzelnen Nullstellen zu betrachten. Die Zeitabstände für die der ersten Gruppe sind

$$\frac{1}{p+q} \text{ sec},$$

für die der zweiten

$$\frac{1}{p-q} \text{ sec}.$$

Von dem Anfangspunkt der beiden Primärtonkurven und damit der Resultierenden aus ge-

rechnet, liegt die erste Nullstelle der ersten Gruppe bei $t = 0$, die erste Nullstelle der zweiten Gruppe bei

$$t = \frac{1}{2(p-q)}.$$

Die erste Nullstelle der Resultierenden nächst der Anfangsnullstelle gehört also der ersten oder zweiten Gruppe an, je nachdem

$$\frac{1}{p+q} \lesseqgtr \frac{1}{2(p-q)},$$

also

$$p \lesseqgtr 3q$$

ist. Das heißt mit anderen Worten, das Stück der Mittellinie, dessen Länge einer ganzen Periode entspricht, dividiert durch den Abstand der Anfangsnullstelle von der nächstliegenden ist $= p + q$ für Intervalle, die kleiner sind als die Duodezime, und $= 2(p-q)$ für Intervalle, die größer als die Duodezime sind. Für das Intervall der Duodezime fallen die Werte $p+q$ und $2(p-q)$ zusammen; das entspricht einem Berührungspunkt der Resultierenden mit der Mittellinie. In dem Falle $p > 3q$ kann man der Gleichmäßigkeit halber statt des Abstandes der der Anfangsnullstelle benachbarten Nullstelle den der übernächsten ausmessen, und erhält alsdann auch hier durch Division dieses Abstandes in die Gesamtlänge einer Periode den Wert $p+q$. Ob der Abstand der ersten oder zweiten Nullstelle von der Anfangsnullstelle zu nehmen ist, richtet sich danach, ob auf das erste Maximum der Resultierenden ein niedrigeres oder ein höheres folgt. Man kann diese Schwierigkeit, wenn sie überhaupt als solche zu bezeichnen ist, aber umgehen, indem man einfach den größten Abstand zweier Nullstellen ausmißt, der stets einem Zeitunterschied von

$$\frac{1}{p+q} \sec$$

entspricht. Wir haben somit ein Mittel, $p+q$ aus der Resultierenden zu bestimmen; da p durch das Auszählen der Nullstellen bestimmt ist, ist hiermit auch q gegeben.

Ist der größte Abstand zweier Nullstellen nur klein, so kann infolge der Abmessungsfehler die Bestimmung von q bis zu einem gewissen Grade unsicher werden. Jedoch bietet schon die bloße Betrachtung der Form der Resultierenden ein Mittel, diese Unsicherheit zu beseitigen, indem aus der Form zu ersehen ist, ob q eine gerade oder ungerade Zahl ist. Sind p und q ungerade, so sind die beiden Hälften der ersten (und auch der zweiten) Periodenhälfte vollkommen symmetrisch in bezug auf eine in der Mitte der halben Periode auf der Mittellinie errichteten Senkrechte. Ist dagegen p oder q gerade, so findet innerhalb einer Periodenhälfte keine Symmetrie statt. Um die in gleichen Abständen auf beiden Seiten der Mitte der ersten Periodenhälfte liegenden Elongationen y_1 und y_2 der Resultierenden zu finden, haben wir in dem Ausdruck für y die Zeit

$$t = \frac{1}{4} + \delta$$

zu setzen. Dann ist:

$$y_1 = 2a \sin\left(\frac{\pi}{2}\frac{p+q}{2} - \pi(p+q)\delta\right) \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2}\frac{p-q}{2} - \pi(p-q)\delta\right),$$

$$y_2 = 2a \sin\left(\frac{\pi}{2}\frac{p+q}{2} + \pi(p+q)\delta\right) \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2}\frac{p-q}{2} + \pi(p-q)\delta\right).$$

Sind p und q ungerade, so sind $p+q$ und $p-q$ gerade; dagegen ist von den Werten

$$\frac{p+q}{2} \text{ und } \frac{p-q}{2}$$

der eine gerade, der andere ungerade, was sofort zu sehen ist, wenn man schreibt:

$$\frac{p-q}{2} + q = \frac{p+q}{2}.$$

Wir setzen jetzt in abgekürzter Form:

$$y_1 = 2a \sin\left(\frac{\pi}{2}h - \alpha\right)\cos\left(\frac{\pi}{2}k - \beta\right)$$

$$y_2 = 2a \sin\left(\frac{\pi}{2}h + \alpha\right)\cos\left(\frac{\pi}{2}k + \beta\right).$$

Nun ist für gerades h und k:

$$\sin\left(\frac{\pi}{2}h - \alpha\right) = -\sin\left(\frac{\pi}{2}h + \alpha\right)$$

und

$$\cos\left(\frac{\pi}{2}k - \beta\right) = \cos\left(\frac{\pi}{2}k + \beta\right)$$

und für ungerades h und k:

$$\sin\left(\frac{\pi}{2}h - \alpha\right) = \sin\left(\frac{\pi}{2}h + \alpha\right)$$

und

$$\cos\left(\frac{\pi}{2}k - \beta\right) = -\cos\left(\frac{\pi}{2}k + \beta\right).$$

Das besagt, daß y_1 und y_2 einander gleich sind und gleiches Vorzeichen haben, daß also vollkommene Symmetrie in bezug auf

$$t = \frac{1}{4}$$

herrscht. Auf analoge Weise läßt sich zeigen, daß für den Fall von geradem p oder q keine Symmetrie vorhanden ist. Fig. 2 und 3 illustrieren das Gesagte.

Es lassen sich noch weitere Gesetzmäßig

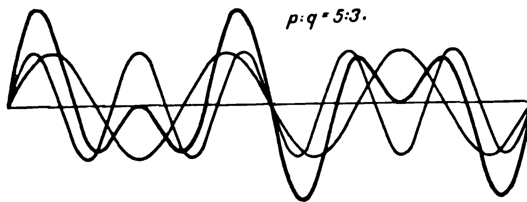


Fig. 2.

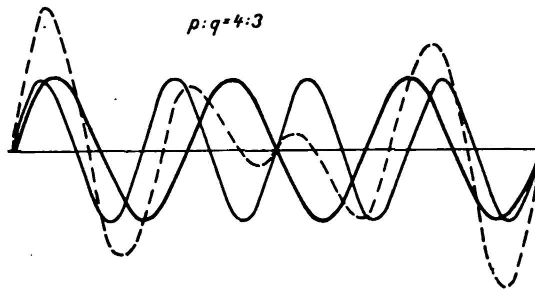


Fig. 3.

keiten auf einfache Weise ableiten, z. B., daß die in gleichen Abständen auf beiden Seiten von

$$t = \frac{1}{2}$$

liegenden Werte der Resultierenden dem absoluten Werte nach gleich sind, aber entgegengesetztes Vorzeichen haben. Zur Diskussion der Resultierenden genügt hiernach in der Regel die Betrachtung einer Periodenhälfte. Diese Gesetzmäßigkeiten dürften allgemein bekannt sein, sind jedenfalls schon von Stumpf (l. c.) besprochen worden.

Wir gehen zu dem Fall über, daß die lebendige Kraft der beiden Primärschwingungen die gleiche ist; die Elongation der Resultierenden ist bei anfänglicher Phasendifferenz o:

$$y = a_1 \sin 2\pi p t + a_2 \sin 2\pi q t,$$

hierbei ist also

$$a_1 p = a_2 q.$$

Maxima oder Minima von y (Zacken der Kurve) erhält man für Werte von t, für die

$$a_1 2\pi p \cos 2\pi p t + a_2 2\pi q \cos 2\pi q t = 0$$

oder

$$\cos 2\pi \frac{p+q}{2} t \cos 2\pi \frac{p-q}{2} t = 0$$

ist. Man erhält also zwei Gruppen diskreter Werte von t, für welche y ein Maximum oder Minimum wird:

$$t' = \frac{2k+1}{2(p+q)}$$

und

$$t'' = \frac{2k+1}{2(p-q)},$$

wo $k = 0, 1, 2, \ldots$ ist. Innerhalb einer Periode nimmt k in der ersten Gruppe die Werte

$$0, 1, 2, \ldots p+q-1$$

an, in der zweiten Gruppe die Werte

$$0, 1, 2, \ldots p-q-1.$$

Die Gesamtzahl der Maxima und Minima pro Periode, die sich aus den $p+q$ Werten y' der ersten und den $p-q$ Werten y'' der zweiten Gruppe zusammensetzt, ist somit gleich $2p$.

Die Werte y' folgen einander in Zeitabständen von

$$\frac{1}{p+q} \text{ sec},$$

die y'' von

$$\frac{1}{p-q} \text{ sec}.$$

Die dem Anfangspunkt der Periode nächstliegenden Werte von y' resp. y'' sind um

$$\frac{1}{2(p+q)} \text{ resp. } \frac{1}{2(p-q)} \text{ sec}$$

von ihm entfernt; der nächstgelegene Maximal- oder Minimalwert von y gehört also stets zur Gruppe y'. Mißt man den Abstand des Fußpunktes der von ihm auf die Mittellinie gefällten Senkrechten vom Anfangspunkt und dividiert mit diesem Abstand die Gesamtlänge der Periode, so erhält man $2(p+q)$, und damit q, da p durch das Auszählen der Zacken bekannt ist.

Wir können also in den beiden besprochenen Fällen leicht die Hauptmerkmale einer aus zwei Primärtönen zusammengesetzten Schwingungskurve angeben und dieselbe natürlich auch rückwärts analysieren. Wählt man die anfängliche Phasendifferenz nicht = o, was wir der Bequemlichkeit wegen immer tun, so bleiben die Hauptregeln erhalten. Sind weder die Amplituden noch die lebendigen Kräfte der Primärschwingungen die gleichen, so bekommt man etwas andere Resultate, die sich aber von Fall zu Fall auf ähnliche Weise wie die obigen ableiten lassen. Das Bisherige ist etwas ausführlicher besprochen worden, als an sich wohl notwendig gewesen wäre, weil es für das Folgende von Bedeutung ist.

§ 2.

Das bekannte typische Bild von Schwebungskurven erhält man nur, wenn die Amplituden der Primärtöne nicht allzu verschieden sind und ihre Schwingungszahlen p und q nahe aneinanderliegen. Die Zahl der Schwebungen pro sec ist dann $= p - q$. Sind die Amplituden beider Primärtöne gleich und ist ihre anfängliche Phasendifferenz = o, so ist die Resultierende

$$a \sin 2\pi p t + a \sin 2\pi q t.$$

Dieser Ausdruck kann in der Form geschrieben werden

$$2a \cos 2\pi \frac{p-q}{2} t \sin 2\pi \frac{p+q}{2} t.$$

Aus dieser Form wird das Auftreten der Schwebungen hergeleitet, indem

$$2a \cos 2\pi \frac{p-q}{2} t$$

als Amplitudenfaktor für den Ton von der Schwingungszahl $\frac{p+q}{2}$ aufgefaßt wird. Schwankt die Amplitude pro sec $\frac{p-q}{2}$ mal, so schwankt die Intensität $p-q$ mal, da

$$\cos^2 2\pi \frac{p-q}{2} t = \frac{1}{2}(1 + \cos 2\pi [p-q] t)$$

ist. Solange $p-q$ sehr klein ist, ist diese Auffassung auf den ersten Blick sehr bestechend, muß aber trotzdem als irreführend bezeichnet werden.

Das Auftreten einer Sinusfunktion in dem Ausdruck für die Resultierende kann nur dann als das Vorhandensein eines Tones, dessen Schwingungszahl gleich der Periodenzahl des Sinus ist, gedeutet werden, wenn der Sinus als Summand, nicht aber, wenn er als Faktor eines Produktes auftritt, dessen anderer Faktor nicht konstant ist, sondern selbst mit der Zeit variiert. Der Definition des Tones als Sinusschwingung liegt mathematisch zugrunde das Fouriersche Theorem, physikalisch die Resonanz und entsprechend physiologisch die Resonanztheorie des Hörens, die eine Konsequenz oder richtiger Voraussetzung des Ohmschen Gesetzes ist. Nur weil es mathematisch möglich ist, eine komplizierte Schwingung als Summe von Sinusschwingungen darzustellen und weil ferner diese einzelnen Summanden durch Resonatoren tatsächlich verstärkt und auch ohne Resonatoren gehört werden, ist unsere Tondefinition berechtigt. Es hätte also keinen Sinn, die Empfindung eines einfachen Tones auf das Vorhandensein einer Sinusschwingung im Außenraum zurückführen zu wollen, wenn das Ohr keinen Resonanzapparat enthielte. Entsprechend hat es physikalisch keinen Sinn, einen Schwingungsvorgang, der in einem der Resonatoren im Ohre vor sich geht, nochmals in Sinusschwingungen zerlegen zu wollen, da jetzt kein Apparat vorhanden ist, der diese Zerlegung besorgen könnte. Hiernach dürfte einleuchtend sein, daß das Auftreten eines Sinus als Faktor eines Produktes, dessen anderer Faktor auch eine Funktion der Zeit ist, das Vorhandensein eines Tones von der betreffenden Schwingungszahl weder physikalisch noch physiologisch verständlich zu machen vermag.

Jedoch könnte es zunächst erlaubt erscheinen, für sehr kleine Werte von $p-q$ aus dem Ausdruck

$$2a \cos 2\pi \frac{p-q}{2} t \sin 2\pi \frac{p+q}{2} t$$

das Auftreten eines Tones von der Schwingungszahl $\frac{p+q}{2}$ herzuleiten, da in diesem Fall die Resultierende der dem Ton von der Schwingungszahl $\frac{p+q}{2}$ entsprechenden Kurve über große Strecken hin sehr ähnlich ist. Ein langsam abklingender Ton wird ja auch als einfacher Ton empfunden, obwohl hier wie dort eine allmähliche Amplitudenänderung eintritt. Der große Unterschied ist aber der, daß im ersten Falle doch eine strenge Periode vorhanden ist, die der Analyse zugrunde gelegt werden muß. Das Resultat derselben ist dann ein ganz anderes als das Aussehen der Kurve erwarten läßt. Die Fourieranalyse ist eben äußerst labil, und deshalb muß die Periode der zu analysierenden Kurve mit allergrößter Sorgfalt bestimmt werden.

H. Starke[1]) hat eine Erklärung gesucht, weshalb ein auf $\frac{p+q}{2}$ abgestimmter Resonator nicht mittönt und glaubt den Grund hierfür darin gefunden zu haben, daß die Amplitude $p-q$ Phasensprünge pro sec erleide. Deshalb werde die Wirkung, welche einige aufeinander folgende Schwingungen des Tones $\frac{p+q}{2}$ auf den Resonator ausüben, durch die schnell folgenden entgegengesetzter Phase ausgelöscht. Hierzu ist zunächst zu bemerken, daß Phasensprünge in der Resultierenden durchaus nicht immer vorhanden sind (vgl. z. B. Fig. 3), es hängt dies von dem Verhältnis der Primärschwingungen ab. Außerdem erhält man tatsächlich ein Mittönen gewöhnlicher auf $\frac{p+q}{2}$ abgestimmter Luftresonatoren beim gleichzeitigen Ertönen von p und q, wenn das Intervall $p:q$ nicht zu groß ist. Das liegt aber natürlich nur an der starken Dämpfung der Luftresonatoren, infolge deren sie gleichzeitig auf p und q ansprechen und sich damit die Schwebungen neu bilden. Nimmt man schwach gedämpfte Resonatoren, z. B. Stimmgabeln auf Resonanzkästen, die auf $\frac{p+q}{2}$ abgestimmt sind, so hört das Mittönen derselben schon bei entsprechend kleineren Intervallen $p:q$ auf. Der wirkliche Grund dafür, daß auf $\frac{p+q}{2}$ abgestimmte Resonatoren bei entsprechend schwacher Dämpfung nicht mittönen, wenn p und q gleichzeitig angegeben werden, ist nach den obigen Ausführungen einfach der, daß der Ton

1) H. Starke, Verh. d. D. Phys. Ges. 10, 285, 1908.

$\frac{p+q}{2}$ nicht existiert; denn er tritt in der Darstellung der Resultierenden nur als Faktor eines Produktes auf.

Starke[1]) schließt ferner, daß „der Mittelton dann nicht mehr gehört werden können sollte, wenn zwischen jeder Phasenänderung weniger Schwingungen desselben liegen, als im Minimum zur Erregung eines Tones nötig sind". Er findet diese Forderung im großen ganzen im Einklang mit den Ergebnissen der Untersuchungen über die Minimalzahl von Schwingungen, welche zur Wahrnehmung der Tonhöhe nötig ist. Auch hierin kann ich Starke nicht beistimmen. Mir scheint der ganzen Überlegung wieder die Voraussetzung zugrunde zu liegen, daß schon im Außenraum ein Ton von der Schwingungszahl $\frac{p+q}{2}$, wenn auch mit Phasensprüngen, vorhanden ist, eine Auffassung, die prinzipiell abzulehnen ist. Da die auf das Ohr auftreffende Schwebungskurve durch die Ohrresonatoren in ihre ursprünglichen Bestandteile zerlegt wird, und da erst infolge der Dämpfung in den zwischen p und q liegenden Resonatoren neue schwebende Schwingungen entstehen, kann für ihre Wahrnehmung nicht das maßgebend sein, was für einen schon im Außenraum existierenden Ton gilt. Vielmehr ist die wahrscheinlichste Annahme die, daß hier schon eine Schwingung, eventuell sogar, — unter der Annahme spezifischer Energien für die Ohrresonatoren — weniger als eine Schwingung ausreicht, um einen Ton bestimmter Höhe zur Empfindung zu bringen. Übrigens möchte ich betonen, daß durch die besprochenen Ausstände die übrigen Starkeschen Ausführungen nicht berührt werden und ihren Wert behalten.

Wir können jetzt auch leicht positive Aussagen über die Schwebungen machen; der Kürze halber will ich mich auf den physikalisch interessantesten Fall beschränken, daß das Intervall der Primärtöne so gewählt ist, daß neben den beiden Primärtönen ein schwebender „Mittelton" gehört wird. Dieses Intervall reicht von etwa der großen Sekunde bis in die Nähe des Einklanges[2]). Nach obigem dürfte ohne weiteres einleuchtend sein, daß irgendwelche Zerlegung der Resultierenden für die Frage nichts entscheiden kann, sondern daß die Resultierende selbst betrachtet werden muß. Es liegen nun zwei Möglichkeiten vor. Entweder, die Ohrresonatoren besitzen spezifische Energien im Helmholtzschen Sinne, d. h. jeder Ohrresonator bringt, wie er auch erregt werden mag, nur eine bestimmte Tonhöhe zur Empfindung. In diesem Falle müßte der schwebende Ton von konstanter Höhe sein, die aber im allgemeinen nicht durch die Schwingungszahl $\frac{p+q}{2}$ gegeben ist, sondern von dem Stärkeverhältnis der Primärtöne abhängt, denn es werden diejenigen Ohrresonatoren die Tonhöhe bestimmen, die von beiden Primärtönen etwa gleich stark erregt werden[1]). Hiernach ist bei gleichen Amplituden der Primärtöne ein Schwebungston zu erwarten, der mit p und q das gleiche Intervall bildet, also etwas näher an dem tieferen Ton q als an p liegt. Diese Erwartung wird durch das Experiment bestätigt[2]). Die zweite Möglichkeit wäre die, daß die einzelnen Ohrresonatoren keine spezifischen Energien besitzen und daß dann die Form der Resultierenden, in erster Linie die Abstände ihrer Nullstellen voneinander, für die Höhe des schwebenden Tones maßgebend ist. Es wäre dann ein Ton zu erwarten, der sich nicht nur in der Stärke, sondern auch in der Höhe ändert. Für gleiche Amplituden der Primärtöne ist der Abstand der einzelnen Nullstellen der Resultierenden, und damit die in jedem Zeitmoment zu erwartende Tonhöhe aus dem im ersten Paragraphen Gesagten ohne weiteres zu entnehmen.

Tatsächlich liegen eine größere Anzahl von Angaben über beobachtete Tonhöhenschwankungen bei Schwebungen vor. Auch Helmholtz gibt an, solche Höhenschwankungen beobachtet zu haben und leitet ihre Größe rechnerisch ab[3]), ohne übrigens, was schon Stumpf[4]) hervorhebt, darauf hinzuweisen, daß diese Beobachtungen mit seiner Theorie der spezifischen Energien unvereinbar wären. Die Helmholtzschen Berechnungen dürfen nur als rohe Annäherungen angesehen werden, was schon daraus hervorgeht, daß bei seiner Art der Berechnung der schwebende Ton für gleiche Amplituden der Primärtöne konstante Höhe haben würde. Ein Blick auf Fig. 3 lehrt, daß dieses Resultat allgemein nicht richtig ist. S. Taylor[5]) bespricht den Fall gleicher Amplituden der Primärtöne ausführlich und kommt ebenfalls zu dem unrichtigen Resultat[6]), daß hierbei ein Schwanken der Höhe des schwebenden Tones nicht stattfinden könne. Dieser Irrtum ist wieder auf die einseitige Betrachtung des Faktors

1) H. Starke, l. c. S. 287.
2) Vgl. C. Stumpf, Tonpsychologie **2**, 481, 1890.

1) Betreffs des Zusammenwirkens mehrerer Ohrresonatoren vgl. C. Stumpf (l. c.).
2) C. Stumpf, l. c. S. 480 u. 481.
3) Helmholtz, Tonempfindungen. 5. Ausg. Beil. 14.
4) Stumpf, l. c. S. 474.
5) S. Taylor, Phil. Mag. **44**, **56**, 1872.
6) Bereits von Stumpf (l. c.) als unrichtig bezeichnet.

$$\sin 2\pi \frac{p+q}{2} t$$

zurückzuführen.

Wenn wirklich Tonhöhenschwankungen bei Schwebungen auftreten, so ist, wie gesagt, die Größe derselben aus der Form der Resultierenden zu ersehen. Man ist deshalb in der Lage, die günstigsten Bedingungen für die Beobachtung etwaiger Schwankungen auf einfache Weise festzustellen. Trotzdem konnte ich in zahlreichen Beobachtungsreihen, die bei verschiedenen Amplituden- und Schwingungszahlenverhältnissen der Primärtöne ausgeführt wurden, ein Schwanken der Tonhöhe mit Sicherheit nicht konstatieren. Die Primärtöne, die von offenen Pfeifen geliefert wurden, wurden aus dem Schallzimmer durch getrennte Rohrleitungen nach dem Beobachtungszimmer geleitet, wo sich die beiden Rohrleitungen vereinigten. Im Beobachtungszimmer waren seitlich an die Rohrleitung eine größere Zahl von Interferenzröhren angeschlossen. So konnten sowohl sämtliche Obertöne vernichtet, als auch das Amplitudenverhältnis der Primärtöne wenigstens für kleine Intervalle, bestimmt werden. Da trotzdem das Resultat der Beobachtungen ein negatives war, scheint es mir nicht ausgeschlossen, daß die früheren positiven Beobachtungen auf Täuschungen beruhen, für die zahlreiche Möglichkeiten vorliegen. Diese Ansicht erscheint um so wahrscheinlicher, als auch ein Beobachter wie Stumpf[1]) trotz sorgfältigster Untersuchungen ein positives Resultat nicht erhalten hat. Wenn wirklich bei Schwebungen keine Tonhöhenschwankungen in der Empfindung zustande kommen, so spricht das unbedingt für die Theorie der spezifischen Energien, die wir ja auch für die Erklärung gewisser pathologischer Erscheinungen zurzeit nicht entbehren können.

§ 3.

Die Frage, ob es möglich ist, bei ungestörter Superposition der Primärtöne aus der Form der Resultierenden Kombinationstöne herzuleiten, wird immer noch verschieden beantwortet. Neuerdings hat sich wieder Auerbach[2]) für ihre Bejahung entschieden, indem er die von W. Voigt[3]) für diesen Fall gegebene Theorie akzeptiert. Mir scheint jedoch, daß die an sich äußerst interessanten Ausführungen Voigts das Auftreten der subjektiven Kombinationstöne nicht zu erklären vermögen. Meines Erachtens liegt heute auch kein unabweisbares Bedürfnis für solche Theorie mehr vor, nachdem in neuerer Zeit, lange nach Aufstellung der Voigtschen Theorie, endlich der einwandfreie Beweis gelungen ist[1]) daß bei gestörter Superposition tatsächlich objektive Kombinationstöne entstehen. Die Annahme, daß ähnliche Verhältnisse, wie sie für das Zustandekommen objektiver Kombinationstöne im Außenraum maßgebend sind, auch im Ohr selber vorliegen, ist sehr wahrscheinlich; deshalb ist es nicht mehr notwendig, das Auftreten subjektiver Kombinationstöne auf Empfindungsvorgänge zurückzuführen, zumal auf Vorgänge, deren Realität als recht unwahrscheinlich erscheint.

Die Theorie Voigts sucht abzuleiten, daß[2]) „unser Ohr die Eigenschaft besitzt, regelmäßig wiederkehrende einzelne Impulse, deren Intensität periodisch wechselt, zu einem Ton zusammenzufassen von der Höhe, welche ein einfacher Ton mit gleicher Periode besitzt". Ich will mich auf die Besprechung des einen Spezialfalles beschränken, daß die Primärtöne gleiche lebendige Kräfte besitzen, aus dem das Auftreten der subjektiven Töne $p-q$ und $p+q$ hergeleitet wird. Zur Veranschaulichung diene Fig. 4. Die

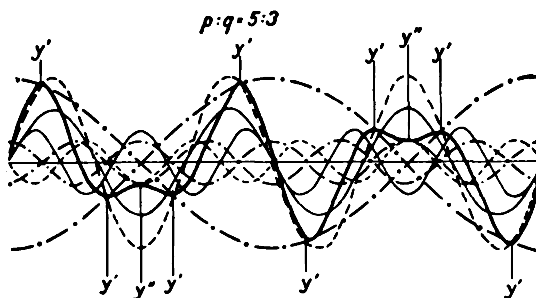


Fig. 4.

schwach ausgezogenen Kurven sind die Schwingungskurven der Primärtöne, die stark ausgezogenen die der Resultierenden. Voigt zeigt nun, daß sich die Maxima und Minima der Resultierenden in zwei Gruppen, die Gruppe der y' und die der y'' teilen lassen, deren jede auf je 2 um π gegeneinander verschobenen Sinuslinien von den Periodenzahlen $\frac{p-q}{2}$ resp. $\frac{p+q}{2}$ liegt. In die Figur sind diese Sinuslinien gestrichelt und punktiert eingezeichnet. Auf diese Gruppierung führt Voigt das Auftreten der Kombinationstöne $p-q$ resp. $p+q$ zurück. Die aus der Figur leicht ersichtliche, und wie mir scheint, sehr bedenkliche Tatsache, daß für den Ton $p+q$ viel weniger Werte y'' zur Verfügung stehen, als die Schwingungszahl dieses Tones beträgt, wird zugunsten der Theorie gedeutet, indem hierdurch, sowie durch die

1) C. Stumpf, l. c. S. 478.
2) F. Auerbach, Akustik, S. 636, 1909.
3) W. Voigt, Wied. Ann. **40**, 652, 1890.

1) K. L. Schaefer, Ann. d. Phys. **17**, 572, 1905; und E. Waetzmann, Ann. d. Phys. **20**, 837, 1906.
2) W. Voigt, l. c. S. 653.

Größenverhältnisse der y'' die Tatsache eine Erklärung finden soll, daß der Summationston in vielen Fällen gar nicht und wenn überhaupt, nur schwach gehört wird. Man könnte diese Argumentation übrigens noch erweitern und für gewisse Fälle auch auf den Differenzton anwenden. Sogenannte zwischenliegende Differenztöne nämlich, das sind solche, deren Schwingungszahlen zwischen denen der Primärtöne liegen, sind nur sehr schwer zu beobachten. Tatsächlich liegen nach der Voigtschen Theorie die Verhältnisse für das Zustandekommen des Differenztones hier ungünstiger als für die Fälle, daß das Intervall der Primärtöne kleiner als eine Oktave ist. In Fig. 5 ist z. B. die Resultierende für das Primärtonintervall 3:1 gezeichnet, außerdem die Sinuslinien, auf denen nach Voigt

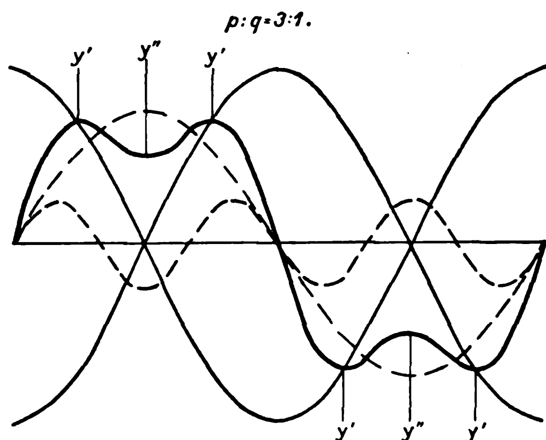


Fig. 5.

die y' liegen. Wie Figur zeigt, sind die y' ihrem absoluten Betrage nach gleich, womit nach der Voigtschen Theorie die geringe Intensität von $p - q$ erklärt werden könnte. Diese Übereinstimmung der Theorie mit dem Experiment scheint mir um so bemerkenswerter, als sich aus der Helmholtzschen Theorie die geringe Intensität der zwischenliegenden Differenztöne bisher nicht hat erklären lassen.

Trotz dieser Vorzüge werden wir die Voigtsche Ableitung schon deshalb aufgeben müssen, weil die ganze Betrachtung nicht eindeutig ist. Bei Intervallen, bei denen der Summationston, wenn auch schwach, so doch deutlich zu beobachten ist, lassen sich die y'' nicht nur auf Kurven verteilen, aus denen man auf $p + q$ Intensitätsschwankungen pro sec schließen würde, sondern auch auf Kurven, die andere Periodenzahlen ergeben, und es ist nicht einzusehen, weshalb das Ohr gerade die eine Periodenzahl $p + q$ bevorzugen sollte. Ähnlich liegen die Verhältnisse bei dem Differenzton. In Fig. 4 sind z. B. gestrichelt zwei Sinuskurven mit den Schwingungszahlen p resp. q eingezeichnet, auf denen die y'' resp. y' liegen. Hiernach könnte man erwarten, daß die y' resp. y'' Töne von den Schwingungszahlen $2q$ resp. $2p$ ergeben. Eine einfache Rechnung zeigt ganz allgemein, daß die y' stets auf einer Sinuslinie von der Periodenzahl q und der Amplitude $a_2 + a_1$ liegen; diese Sinuslinie hat zu Beginn der Periode der Resultierenden gleiche Phase mit den beiden Primärschwingungen. Analog läßt sich zeigen, daß die y'' stets auf einer Sinuslinie von der Periodenzahl p und der Amplitude $a_2 - a_1$ liegen; diese Sinuslinie ist zu Anfang der Resultierenden gegen die Primärschwingungen um π verschoben. Bei dem Intervall 5:3 in Fig. 4 würde man die Voigtsche Gruppierung deshalb be-

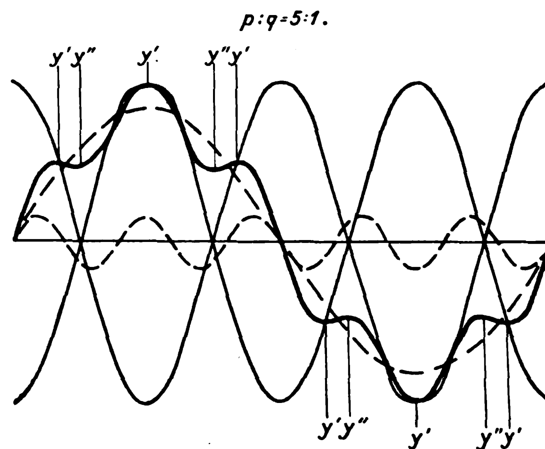


Fig. 6.

vorzugen, weil hier wirklich die y' periodisch mit der Zahl $p - q$ schwanken trotz der an sich vollkommen willkürlichen Aussonderung der y'' aus der Gesamtzahl der Maxima und Minima. Bei anderen Intervallen dagegen ist die periodische Intensitätsschwankung der y', wie z. B. aus Fig. 6 zu ersehen ist, gar nicht periodisch mit $p - q$; deshalb kann die Lagerung der y' auf die beiden um π gegeneinander verschobenen Sinuslinien von der Periodenzahl $\frac{p-q}{2}$ hier bestimmt nicht die von Voigt ihnen beigelegte Bedeutung besitzen, sondern ist eine rein formale Operation, der wir ebensowenig eine physikalische Bedeutung beimessen können, wie z. B. der Lagerung der y' auf der Sinuslinie mit der Periodenzahl p in Fig. 4. Meines Erachtens sind wir nach dem Gesagten gezwungen, die Voigtsche Theorie, so geistvoll und bestechend sie auch ist, aufzugeben.

Breslau, Physikalisches Institut, Febr. 1911.

(Eingegangen 27. Februar 1911.)

Verwendung von Barretter und Thermoelement zu Meßzwecken.

Von Max Karl Grober.

In seiner Arbeit: „Über die Empfindlichkeit der Barretter und die Zuverlässigkeit der mit ihnen ausgeführten Messungen" findet Neuhaus[1]) S. 40, daß ein Anwachsen der Dämpfung mit zunehmendem Barretterwiderstand erkennbar ist und er spricht sich bei der Zusammenfassung der Resultate dahin aus, daß das Resultat der Dämpfungsmessung auch, wenngleich in geringem Maße, vom Barretterwiderstand beeinflußt wird. Barretter mit erheblich größerem Widerstande ergeben größere Werte für das Dämpfungsdekrement. In einer Anmerkung fügt er jedoch schon hinzu, daß es nach neuesten Messungen fraglich sei, ob nicht ein Teil der beobachteten Zunahme auf sekundäre Einflüsse zu schieben sei und verweist auf die Arbeit von Kempe[2]), „Studien zum Barretter".

Hier stellt nun Kempe den Satz auf, daß die Dämpfung unabhängig vom Widerstand im Barretter und von der Wahl des Barretters ist. In seiner Arbeit S. 18 zieht er Resultate von O. Müller mit heran und findet, daß die mit dem Barretter gefundenen Dämpfungswerte identisch sind mit den Angaben des Thermoelementes und behauptet, daß die Dämpfungsmessung vom Indikator unabhängig sei. Er erklärt den Widerspruch gegen Neuhaus einmal, daß dieser den Barretterwiderstand in weit größeren Grenzen variieren konnte (hebt also zur Erklärung seine Behauptung auf) und zweitens, daß dieser mit bedeutend festeren Kopplungen arbeitete (was letzteres wohl den Ausschlag gab).

Zu der Gesamtheit der hier entstehenden Fragen will ich nun einige theoretische Bemerkungen machen; zu diesem Zwecke betrachten wir die Resonanzkurven (diese Zschr. **12**, 123, 1911, Fig. 1), wie sie entstehen bei Thermoelementen

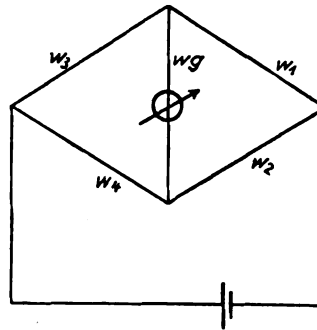


Fig. 1.

und dann bei Barrettern, um dann den Einfluß der Barretterschaltung auf diese kennen zu lernen. Alle bis jetzt durchgeführten Rechnungen setzen den Galvanometerausschlag bei Thermoindikatoren

$$a = c\int_0^\infty i^2 dt,$$

das ist also proportional der Wärmeentwicklung, wie sie im Meßinstrument stattfindet. Für Thermoelemente ist dies klar. Beim Barretter verläuft die Wirkung nun aber ganz anders. Der Barretter ist bekanntlich in einen Zweig einer Wheatstoneschen Brücke eingebaut und seine Belastung veranlaßt eine Widerstandsänderung, die dann ihrerseits einen Strom im Galvanometer hervorruft (Fig. 1).

Es ist

$$i_g = \frac{w_4 w_1 - w_3 w_2}{(w_3+w_4)(w_1+w_2)+w_g(w_1+w_2+w_3+w_4)} J.$$

Wird nun der Barretter, der in w_4 eingebaut ist, von einem zu messenden Strom getroffen, so tritt eine Temperaturänderung in demselben ein und diese veranlaßt eine Widerstandsänderung x, die ihrerseits das Brückengleichgewicht stört und im Galvanometer einen Ausschlag hervorruft, der proportional dem neuen i_g ist.

Es ergibt sich:

$$i_g = \frac{(w_4 + x)\, w_1 - w_3 w_2}{(w_3 + w_4 + x)(w_1 + w_2) + w_g (w_1 + w_2 + w_3 + w_4 + x)} J.$$

Da aber zu Beginn der Untersuchung mit dem Barretter die Brücke ausgeglichen war, d. h.

$$i_g = 0$$

war, so war auch

$$w_4 w_1 = w_2 w_3,$$

woraus sich ergibt

$$i_g = \frac{w_1 x}{(w_1 + w_2 + w_g)\, x + (w_3 + w_4)(w_1 + w_2) + w_g (w_1 + w_2 + w_3 + w_4)} J.$$

i_g sind nun den Galvanometerausschlägen proportionale Größen im Barrettersystem, x die Widerstandsänderung, die proportional der Wärmemenge ist, also auch proportional der Thermoelektrizität, die ihrerseits im Galvanometer den Ausschlag hervorruft. Es sind also i_g und x den Ordinaten der Resonanzkurven proportionale Größen, zwischen denen nun obige Beziehung besteht

$$i_g = \frac{ax}{cx + d},$$

1) Th. Neuhaus, Mitteilungen der Physikalischen Versuchsstation Halle-Cröllwitz, Nr. 14. Halle, Kaemmerer, 1909.

2) W. Kempe, Mitteilungen der Physikalischen Versuchsstation Halle-Cröllwitz, Nr. 19; ein Auszug aus beiden: diese Zeitschr. **11**, 331, 1910; Referat: Jahrbuch für drahtlose Telegraphie **4**, 286, 1910.

wobei

$$a = w_1$$
$$c = w_1 + w_2 + w_g$$
$$d = (w_3 + w_4)(w_1 + w_2) + w_g (w_1 + w_2 + w_3 + w_4)$$

sind und

$$J = 1$$

gesetzt wird, da es ja nur eine gleichmäßige Dehnung der Kurven hervorruft, die bei Reduktion auf gleiche Maximalamplitude die Kurven in ursprünglicher Form wiedergibt.

Sollte aber zwischen den mit Thermoelement und Barretter aufgenommenen Kurven Identität für abzuleitende Größen bestehen, so müßte

$$i_g = Ax$$

sein, eine Gleichung, die nur resultieren kann, wenn $c = 0$ ist, das bedeutet aber

$$w_1 + w_2 + w_g = 0,$$

was physikalisch unmöglich ist.

Die auftretende Transformation ist ein spezieller Fall der allgemeinen linearen Transformation, die auf Imaginäres ausgedehnt bei den hier in Betracht kommenden Koeffizienten den hyperbolischen Fall ergibt. Sind w und z imaginäre Größen, so sei

$$w = \frac{az + b}{cz + d}.$$

Verschwindet die Diskriminante, so liefert die Transformation einen Ausnahmefall; dies ist jedoch hier nicht möglich, da

$$\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} w_1 & 0 \\ w_1 + w_2 + w_g & (w_3 + w_4)(w_1 + w_2) + w_g (w_1 + w_2 + w_3 + w_4) \end{vmatrix} \neq 0.$$

Nun fragt es sich weiter, ob bei der Transformation Fixpunkte existieren, d. h. wird

$$x = \frac{ax}{cx + d}$$

befriedigt. Es ergibt sich hieraus

$$cx^2 + (d - a)x = 0$$
$$x_1 = 0$$
$$x_2 = -\frac{d - a}{c}.$$

Fixpunkt $x_1 = 0$ sagt aber aus, daß, wenn keine Widerstandsänderung vorhanden ist, also auch kein Brückenstrom, auch im Thermoelement keine elektromotorische Kraft erzeugt wird. Für Stromlosigkeit haben beide Instrumente den Ausschlag Null.

$$x_2 = -\frac{d - a}{c} = -\frac{w_1 w_3 + w_1 w_4 + w_2 w_3 + w_2 w_4 + w_g (w_1 + w_2 + w_3 + w_4) - w_1}{w_1 + w_2 + w_g}$$

ergibt eine sicher negative Größe, die physikalisch keine Bedeutung hat.

Wir kommen zur Transformation selbst, die wir in der Form

$$i_g = \frac{x}{\frac{c}{a} x + \frac{d}{a}}$$

schreiben; man sieht sofort, daß der Wert $\frac{c}{a} x$ ausschlaggebend ist für die Umgestaltung der Kurven; denn ist $\frac{c}{a} x$ so groß, daß wir $\frac{d}{a}$ daneben vernachlässigen können, so wird i_g konstant, die Kurven also unendlich verbreitert; tritt dagegen das Umgekehrte ein, daß $\frac{c}{a} x$ gegenüber $\frac{d}{a}$ vernachlässigt werden kann, so werden die reduzierten Kurven die ursprünglichen decken. Es kommt also bei der Barretterkonstruktion darauf an, cx klein gegen d zu machen.

Um nun numerisch auswerten zu können, müssen wir auf die Barretterkonstanten eingehen. H. Zöllich[1]) berechnet diejenige Anordnung und Abmessung der Widerstände in der Barretterschaltung, welche bei gleicher in den Barretter eingeleiteten Intensität den größten Galvanometerausschlag gibt, also das Optimum für Messungen. Ist

$$w_3 = m \cdot w_4$$
$$w_2 = n \cdot w_4,$$

so findet er es für

$$m = 0$$
$$n = \infty$$

d. h. wenn keine Brückenschaltung mehr vorhanden ist. Die numerische Auswertung ergab, daß bei

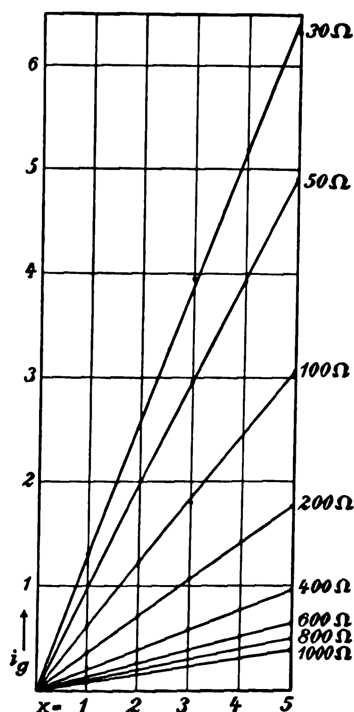
$m = 0{,}01$	$n = 100$	96 Proz.
$m = 0{,}1$	$n = 10$	82 „

des Maximalwertes ausgenutzt werden, letzteres bedeutet aber eine genügend hohe Ausnutzung des Maximalwertes der höchst erreichbaren Empfindlichkeit, zumal wenn man bedenkt, daß gegen eine Erhöhung von $m = 0{,}1$, $n = 10$ verschiedene technische Gründe sprechen. Mit diesen Zahlen will ich nun rechnen. Kempe und Neuhaus verwenden Barretter von zirka $30 - 1000\ \Omega$; x sei gleich 1, 2, 3, 4, $5\ \Omega$ gesetzt, wobei letztere Größen sicher zu hoch gegriffen sind und $w_g = 30\ \Omega$.

1) Zöllich, Über die Empfindlichkeit von Barretteranordnungen. Mitteilungen aus der Physikalischen Versuchsstation Halle-Cröllwitz, Nr. 21; und diese Zeitschr. 10, 899, 1909.

Es ergeben sich für i_g bei

$w_4 =$	30	50	100	200	400
$x = 1$	135	102	63,1	36	24
2	227	202	125	71	38
3	394	299	181	107	57
4	512	394	248	145	76
5	636	487	308	176	95



Angenähert $i_g = A \cdot x$ bei Barretterwiderständen von 30—100 Ω.
Fig. 2.

In Fig. 2 sind als Abszissen die x, als Ordinaten die i_g abgetragen und es zeigt sich, daß angenähert

$$i_g = Ax$$

ist, daß also Barretter und Thermoelement gleichwertig sind, abgesehen natürlich von der hier gar nicht zu betrachtenden Empfindlichkeit. Die ganze Angelegenheit ändert sich vollständig, sowie man Wärmestrahlung und Leitung durch die Stromzuführungsdrähte berücksichtigt; es lassen sich diese Verluste umgekehrt durch solche Messungen finden; bis jetzt existieren allerdings hierüber noch keine für numerische Berechnungen brauchbaren Angaben in der Literatur.

Dieser Satz über die Gleichwertigkeit der Messungen mit den beiden Instrumenten läßt sich aber nicht, wie es Kempe tut, dahin verallgemeinern, daß die Dämpfungsmessung überhaupt vom Indikator unabhängig ist.

Diese kurze Notiz bildete ursprünglich einen Paragraphen in meinen theoretischen Studien zum Barretter, die jedoch wegen der ziemlich umfangreichen Rechnungen in absehbarer Zeit nicht veröffentlicht werden können.

Zusammenfassung.

Die Widerstandsänderungen eines belasteten Barretters in der Brückenschaltung rufen Ausschläge des Brückengalvanometers hervor, deren Beziehung zum Belastungsstrom sich darstellen läßt durch die lineare Transformation

$$x' = \frac{ax + b}{cx + d} \, (b = 0).$$

Da aber bei den gebräuchlichen Anordnungen cx stets klein ist gegen d, so erhält man trotzdem analoge Werte wie beim Thermoelement.

Berlin-Charlottenburg.

(Eingegangen 22. Februar 1911.)

Die nicht achsensymmetrische Knickung dünnwandiger Hohlzylinder.

Von Rudolf Lorenz.

A. Knickung unter gleichmäßig verteiltem, axialen Druck.

Die Knickung eines dünnwandigen Hohlzylinders infolge der Einwirkung von Druckkräften auf seine Endflächen kann auf verschiedene Weise geschehen. Ist der Durchmesser des Zylinders klein im Verhältnis zu seiner Länge, so wird die Knickung nach der Eulerschen Theorie vor sich gehen: Der Zylinder knickt wie ein Stab von beliebigem Querschnitt derart aus, daß seine Achse sich angenähert als Sinus- oder Kosinuslinie darstellen läßt, wobei ebene Querschnitte, die vor der Verbiegnng senkrecht zur Achse des Stabes lagen, auch zur verbogenen Achse senkrecht und eben bleiben. Dieser Fall ist für eine Lagerung der Endflächen in Spitzen in Fig. 1 schematisch dargestellt.

Werden aber Länge und Durchmesser vergleichbar, oder wird die Wandstärke sehr klein im Verhältnis zum Durchmesser, so kann der Hohlzylinder auch derart knicken, daß seine Mittellinie gerade bleibt und nur die Wandungen sich unter entsprechender Dehnung in der Richtung des Umfanges ausbauchen. Hierbei verbiegt sich die Wandung derart, daß ihr Querschnitt in eine Sinuslinie übergeht, und Querschnitte des Hohlzylinders, die vorher zur Achse senkrecht lagen, deformieren sich in Kegelflächen mit der Spitze in der Zylinderachse. Derartige Knickungen, die als achsensymmetrisch

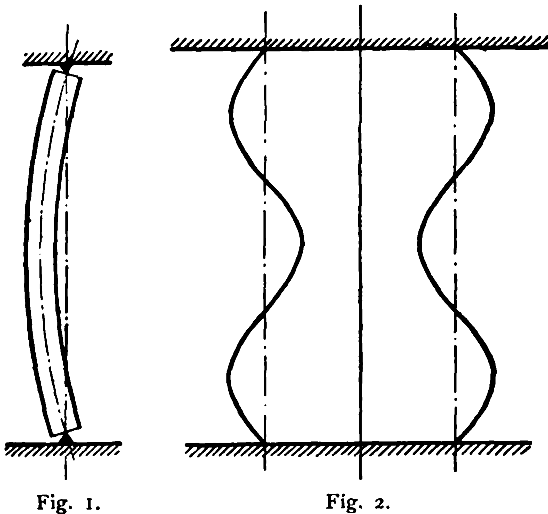


Fig. 1. Fig. 2.

bezeichnet werden, sind wohl zuerst von Lilly[1]) beschrieben worden, während sie der Verfasser theoretisch untersuchte[2]). Fig. 2 zeigt einen derartigen Fall in schematischer Darstellung.

Die Ausknickung der Wandungen braucht aber durchaus nicht immer achsensymmetrisch zu erfolgen. Es ist vielmehr auch der Fall denkbar, daß sich die Wand an der einen Stelle ausbaucht, während sie an einer anderen Stelle desselben Querschnittes senkrecht zur Achse eingedrückt wird. Auf solche Knickerscheinungen ist in der Literatur zuerst von Mallock hingewiesen worden[3]), der sie jedoch nur kurz beschreibt, ohne den Versuch zu machen, die merkwürdigen Erscheinungen, wie sie z. B. Fig. 3 zeigt, zu erklären. Ganz in neuester Zeit hat sich gelegentlich der allgemeinen Besprechung von Stabilitätsproblemen der Elastizitätstheorie Timoschenko[4]) mit der nicht achsensymmetrischen Knickung von Hohlzylindern, wenn auch nur kurz befaßt, kommt jedoch, da er nur dehnungslose Deformationen betrachtet, zu keinem abschließendem Ergebnis.

Fig. 3.

Im folgenden soll nun versucht werden, die Theorie der nicht achsensymmetrischen Knickung aufzustellen unter Benutzung der Theorie dünner Platten und Schalen, wie sie Love[1]) in seinem bekannten Werke gegeben hat. Die Ableitung dieser Theorie, wenn auch nur in der Beschränkung auf zylindrische Schalen, würde jedoch zuviel Raum in Anspruch nehmen. Es werden daher nur die Grundgleichungen und die Ausdrücke für die Biegungsmomente abgeleitet, und bezüglich der übrigen Entwickelungen auf das Lovesche Werk verwiesen. Ferner wurden im Anfange die Verschiebungen u in der Richtung der Achse als klein gegen die Verschiebungen v und w in Richtung des Umfanges bzw. des Radius vernachlässigt, während am Schlusse unserer Entwickelungen gezeigt wird, welches Resultat sich ergibt, wenn auf diese Vernachlässigung verzichtet wird. Endlich ist die Wandstärke $2h$ stets als klein gegen den Durchmesser $2r$ anzusehen.

---

1) Engineering 1908, S. 37.

2) Zeitschr. d. Ver. deut. Ing. 1908, S. 1706.

3) A. Mallock, Note on the Instability of Tubes etc. Proc. Royal Society, Series A, Vol. 81, No. A. 549, S. 388, 1908. Für den Hinweis auf die Wichtigkeit der nicht achsensymmetrischen Knickung bin ich Herrn Geh. Regierungsrat Prof. Dr. Ing. R. Krohn in Danzig zu besonderem Danke verpflichtet.

4) S. Timoschenko, Einige Stabilitätsprobleme der Elastizitätstheorie, Zeitschrift für Mathematik und Physik, **58**, 337, 1910. In dieser sehr lesenswerten Abhandlung wird am Schlusse einer reichhaltigen Sammlung von Knickproblemen auch die nicht achsensymmetrische Knickung von Hohlzylindern kurz gestreift, und dabei unter der Voraussetzung, daß die Deformation bei der Knickung als dehnungslos angesehen werden kann, ein Ausdruck für die kleinste Knicklast angegeben, der in unseren Bezeichnungen lautet

$$-\frac{T_x''}{Eh} = \frac{12}{5} \cdot \frac{m^2}{m^2-1} \cdot \frac{h^2}{r^2}\left[\frac{4}{3}\frac{l^2}{r^2} + \frac{2(m-1)}{m}\right] \qquad (a)$$

Dieser Ausdruck ist mit Gl. (16a) zu vergleichen und hierbei folgt zunächst, daß für sehr großes r nach (a) $T_x'' = 0$ wird, statt daß, wie dies auch aus (16a) und (26) hervorgeht, in diesem Falle die Knicklast des Zylinders in die eines sehr langen Bleches übergeht. Ferner zeigt aber Gl. (a), daß für $l = \infty$ auch $T_x'' = \infty$ wird, und auch dies ist unmöglich. In Gl. (16a) tritt dies auch nicht ein, da in dieser Gleichung für $l = \infty$ auch $n = \infty$ einzusetzen ist, also T_x in diesem Falle einen endlichen Wert behält. Ganz abgesehen von den Einwendungen, die Timoschenko selbst gegen die Ableitung der Gl. (a) macht, scheint mir daher die Gleichung für die Berechnung der Knicklasten von Hohlzylindern nicht brauchbar zu sein.

1) A. E. H. Love, Lehrbuch der Elastizität, deutsch von A. Timpe, Leipzig 1907, S. 568 ff., insbesondere aber § 334 und § 337.

Wir betrachten nun ein aus der Wand des Hohlzylinders herausgeschnittenes Element $abcda'b'c'd'$ von der radialen Stärke $2h$, der Höhe dx und dem Öffnungswinkel $d\varphi$, dessen Zylinderflächen $aba'b'$ und $cdc'd'$ von Kräften frei sind. (Fig. 4.) Auf die Stirnflächen $abcd$

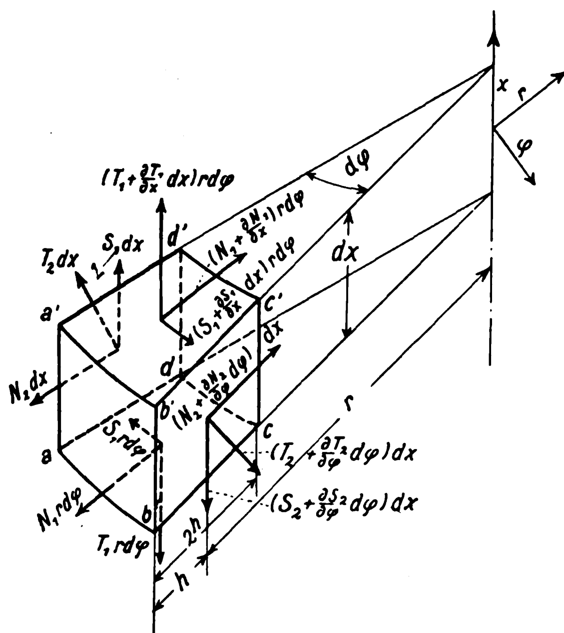


Fig. 4.

und $a'b'c'd'$ wirken dagegen Zugkräfte $T_1 r d\varphi$ bzw. $\left(T_1 + \frac{\partial T_1}{\partial x} dx\right) r d\varphi$ und Schubkräfte $S_1 r d\varphi$ und $N_1 r d\varphi$ bzw.

$$\left(S_1 + \frac{\partial S_1}{\partial x} dx\right) r d\varphi, \left(N_1 + \frac{\partial N_1}{\partial x} dx\right) r d\varphi,$$

während an den radialen Seitenflächen $aa'd'd$ und $bb'c'c$ die Kräfte $T_2 dx$, $N_2 dx$, $S_2 dx$, bezw.

$$\left(T_2 + \frac{\partial T_2}{\partial \varphi} d\varphi\right) dx, \left(N_2 + \frac{\partial N_2}{\partial \varphi} d\varphi\right) dx,$$

$$\left(S_2 + \frac{\partial S_2}{\partial \varphi} d\varphi\right) dx$$

angreifen. Alle diese Kräfte müssen sich nun an dem Element das Gleichgewicht halten und dies gibt uns für die Achsenrichtung die Gleichung

$$\left(T_1 + \frac{\partial T_1}{\partial x} dx\right) r d\varphi + S_2 dx - T_1 r d\varphi -$$
$$-\left(S_2 + \frac{\partial S_2}{\partial \varphi} d\varphi\right) dx = 0$$

oder

$$r \frac{\partial T_1}{\partial x} - \frac{\partial S_2}{\partial \varphi} = 0 .$$

Die Gleichgewichtsbedingung gegen Verschieben in der Richtung des Umfanges lautet, unter Berücksichtigung der in die Richtung φ fallenden Komponenten von N_2 und $N_2 + \frac{\partial N_2}{\partial \varphi} d\varphi$ (vgl. Fig. 5).

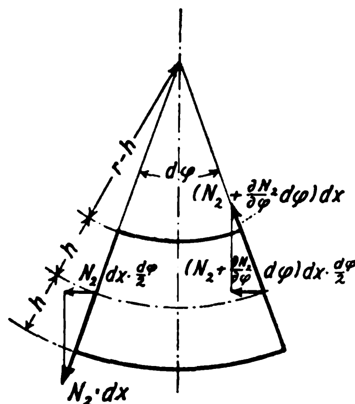


Fig. 5.

$$\left(T_2 + \frac{\partial T_2}{\partial \varphi} d\varphi\right) dx + \left(S_1 + \frac{\partial S_1}{\partial x} dx\right) r d\varphi -$$
$$T_2 dx - S_1 r d\varphi - \left(N_2 + \frac{\partial N_2}{\partial \varphi} d\varphi\right) dx \frac{d\varphi}{2} -$$
$$- N_2 dx \frac{d\varphi}{2} = 0$$

oder nach Streichung aller von höherer Ordnung kleinen Glieder

$$\frac{\partial T_2}{\partial \varphi} + r \frac{\partial S_1}{\partial x} - N_2 = 0 .$$

Endlich erhalten wir noch für die in der Richtung des Radius fallenden Kräfte die Bedingung

$$\left(N_1 + \frac{\partial N_1}{\partial x} dx\right) r d\varphi + \left(N_2 + \frac{\partial N_2}{\partial \varphi} d\varphi\right) dx -$$
$$- N_1 r d\varphi - N_2 dx + T_2 dx d\varphi + T_1 r d\varphi d\tau = 0$$

oder

$$r \frac{\partial N_1}{\partial x} + \frac{\partial N_2}{\partial \varphi} + T_2 + r T_1 \frac{\partial \tau}{\partial x} = 0 ,$$

wobei zu beachten war, daß bei der Verbiegung auch eine Komponente der Axialspannung, nämlich $T_1 r d\varphi d\tau$, in die Richtung des Radius fällt. Unter $d\tau$ wurde in diesem Ausdrucke der Kontingenzwinkel des Schnittes der verbogenen Wandfläche mit einer durch die Zylinderachse gelegten Ebene verstanden (Fig. 6), während

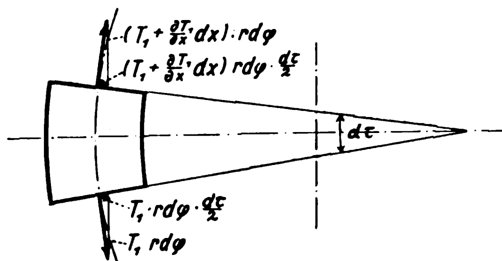


Fig. 6.

noch besonders darauf hinzuweisen ist, daß alle Kräfte T_1, T_2, usw. sich auf eine Fläche von der Breite $2h$ und der Länge 1 beziehen.

Zu diesen drei Verschiebungsgleichungen treten noch die Gleichgewichtsbedingungen gegen Verdrehen um drei zueinander senkrechte Achsen. Dies Verdrehen wird bewirkt durch die Biegungsmomente G_1 und G_2, die Torsionsmomente H_1 und H_2, und durch die Schubkräfte N_1, N_2, S_1 und S_2 (Fig. 7), wobei die

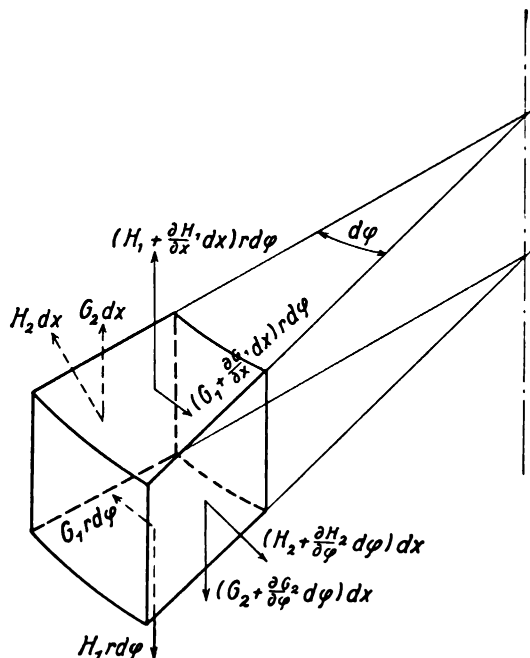


Fig. 7.

Indizes 1 und 2 sich wieder auf die Grundflächen $abcd$ bzw. auf die Seitenflächen $aa'd'd$ und die Momente sowohl wie vorher die Kräfte sich auf die entsprechenden Flächen von der Breite $2h$ und der Einheit als Länge beziehen. Die Gleichgewichtsbedingungen gegen Verdrehen lauten nun:

1. für eine Achse in der Richtung von φ, welche also den Grundkreis des Zylinders berührt

$$\left(G_1 + \frac{\partial G_1}{\partial x} dx\right) r\, d\varphi + \left(H_2 + \frac{\partial H_2}{\partial \varphi} d\varphi\right) dx - - N_1 r\, d\varphi \cdot dx - G_1 r\, d\varphi - H_2\, dx = 0$$

oder

$$r \frac{\partial G_1}{\partial x} + \frac{\partial H_2}{\partial \varphi} - r N_1 = 0;$$

2. für eine Achse parallel zur Zylinderachse

$$\left(G_2 + \frac{\partial G_2}{\partial \varphi} d\varphi\right) dx + H_1 r\, d\varphi - G_2\, dx - - \left(H_1 + \frac{\partial H_1}{\partial x} dx\right) r\, d\varphi - N_2\, dx \cdot r\, d\varphi = 0$$

oder

$$\frac{\partial G_2}{\partial \varphi} - r \frac{\partial H_1}{\partial x} - N_2 = 0;$$

3. für eine Achse in der Richtung des Radius, wobei zu beachten ist, daß die beiden Momente $H_2 dx$ und $\left(H_2 + \frac{\partial H_2}{\partial \varphi} d\varphi\right) dx$ eine Komponente $H_2\, dx\, d\varphi$ in dieser Richtung besitzen

$$H_2\, dx\, d\varphi + S_2\, dx \cdot r\, d\varphi + S_1 r\, d\varphi\, dx = 0$$

oder

$$H_2 + r(S_1 + S_2) = 0.$$

Die soeben entwickelten 6 Beziehungen zwischen den am Zylinderelement angreifenden Kräften und Momenten stellen das System der Grundgleichungen unseres Problems dar und sollen daher hier nochmals zusammengefaßt werden

$$\left.\begin{aligned} r \frac{\partial T_1}{\partial x} - \frac{\partial S_2}{\partial \varphi} &= 0 \\ \frac{\partial T_2}{\partial \varphi} + r \frac{\partial S_1}{\partial x} - N_2 &= 0 \\ r \frac{\partial N_1}{\partial x} + \frac{\partial N_2}{\partial \varphi} + T_2 + r T_1 \frac{\partial \tau}{\partial x} &= 0 \end{aligned}\right\} \quad (1)$$

$$\left.\begin{aligned} r \frac{\partial G_1}{\partial x} + \frac{\partial H_2}{\partial \varphi} - r N_1 &= 0 \\ \frac{\partial G_2}{\partial \varphi} - r \frac{\partial H_1}{\partial x} - N_2 &= 0 \\ H_2 + r(S_1 + S_2) &= 0 \end{aligned}\right\} \quad (2)$$

Durch die Gleichungen (2) werden die Schubkräfte N_1 und N_2, sowie die Summe der beiden Schubkräfte S_1 und S_2 durch die Momente G_1, G_2, H_1 und H_2 ausgedrückt. Wir suchen nun die Ausdrücke der Momente in den Verschiebungen v und w und wollen für die Biegungsmomente G_1 und G_2 die Ableitung der betreffenden Ausdrücke geben. Bezeichnen wir die Biegungsspannung in der Richtung der Zylinderachse mit σ_x, in der Richtung des Umfanges mit σ_t, ferner mit ε_x und ε_t die entsprechenden Dehnungen, mit m das Verhältnis von Längs- zu Querdehnung und endlich mit E den Elastizitätsmodul, so haben wir bekanntlich

$$\left.\begin{aligned} \sigma_x &= \frac{m^2}{m^2 - 1} E\left(\varepsilon_x + \frac{1}{m} \varepsilon_t\right) \\ \sigma_t &= \frac{m^2}{m^2 - 1} E\left(\varepsilon_t + \frac{1}{m} \varepsilon_x\right) \end{aligned}\right\} \quad (3)$$

Sind aber ϱ_x und ϱ_t die Krümmungsradien der elastischen Fläche nach der Deformation, und ist weiter y der Abstand eines Elementes in der Wand des Hohlzylinders von dieser Fläche (Fig. 8), so wird

$$\varepsilon_x = y \frac{\partial \tau}{\partial x}, \quad \varepsilon_t = \frac{y}{r} \frac{\Delta d\varphi}{d\varphi}.$$

Mit $d\varphi_1 = d\varphi + \Delta d\varphi$ ist aber nach Fig. 8

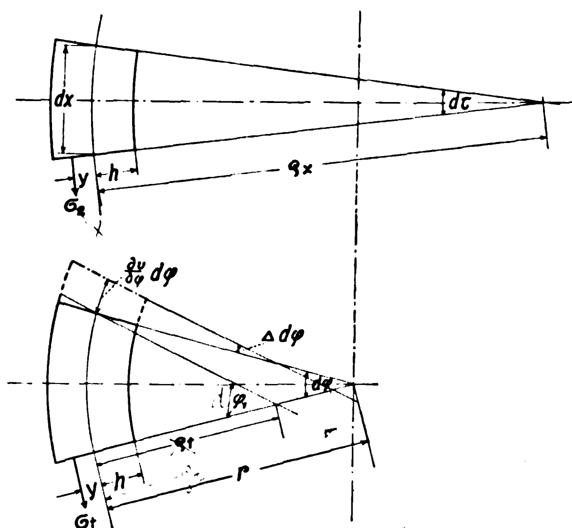


Fig. 8.

$$\varrho_t d\varphi + \varrho_t \Delta d\varphi = r d\varphi + \frac{\partial v}{\partial \varphi} d\varphi$$

also

$$\frac{\Delta d\varphi}{r d\varphi} = \frac{1}{\varrho_t} - \frac{1}{r} + \frac{1}{\varrho_t r}\frac{\partial v}{\partial \varphi}$$

oder mit

$$\frac{1}{\varrho_t} - \frac{1}{r} = \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 w}{\partial \varphi^2}$$

und mit

$$\frac{1}{\varrho_t r} \backsim \frac{1}{r^2}$$

$$\frac{\Delta d\varphi}{r d\varphi} = \frac{1}{r^2}\left(\frac{\partial^2 w}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial v}{\partial \varphi}\right).$$

Daraus folgt aber

$$\left.\begin{aligned} \varepsilon_t &= \frac{y}{r^2}\left(\frac{\partial^2 w}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial v}{\partial \varphi}\right) \\ \varepsilon_x &= y\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \end{aligned}\right\} \qquad (4)$$

wobei sich der Ausdruck für ε_x in ganz analoger Weise ergibt, wie der von ε_t. Führen wir (4) in (3) ein, so ergibt sich

$$\sigma_x = \frac{m^2}{m^2-1} E\left[\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{1}{m}\cdot\frac{1}{r^2}\left(\frac{\partial^2 w}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial v}{\partial \varphi}\right)\right] y$$

und daraus wird mit

$$G_1 = -\int_{-h}^{+h} \sigma_x y\, dy$$

$$\left.\begin{aligned} G_1 &= -D\left[\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{1}{m}\cdot\frac{1}{r^2}\left(\frac{\partial^2 w}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial v}{\partial \varphi}\right)\right] \\ G_2 &= -D\left[\frac{1}{r^2}\left(\frac{\partial^2 w}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial v}{\partial \varphi}\right) + \frac{1}{m}\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\right] \end{aligned}\right\} \qquad (5)$$

wobei unter

$$D = \frac{2}{3} E h^3 \frac{m^2}{m^2-1} \qquad (6)$$

die sogenannte **Biegungssteifigkeit** verstanden wird.

In ähnlicher Weise, die Entwickelung würde hier zu weit führen, ergibt sich für die Torsionsmomente der Ausdruck

$$H_1 = -H_2 = D\frac{m-1}{m}\cdot\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial w}{\partial \varphi} + v\right) \qquad (7)$$

und weiter

$$\left.\begin{aligned} S_1 &= \frac{1}{2} D\frac{m-1}{m}\left[\left(\frac{3}{h^2} + \frac{1}{r^2}\right)\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial \varphi}\right] \\ T_2 &= -D\frac{3}{h^2 r}\left(w - \frac{\partial v}{\partial \varphi}\right) \\ \frac{\partial \tau}{\partial x} &= \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \end{aligned}\right\} \qquad (8)$$

Führen wir nun (5) und (7) in (2) ein, so folgt

$$\left.\begin{aligned} N_1 &= -D\left(\frac{\partial^3 w}{\partial x^3} + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^3 w}{\partial x \partial \varphi^2} + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 v}{\partial x \partial \varphi}\right) \\ N_2 &= -D\left(\frac{1}{r^3}\frac{\partial^3 w}{\partial \varphi^3} + \frac{1}{r}\frac{\partial^3 w}{\partial x^2 \partial \varphi} + \frac{m-1}{m}\frac{1}{r}\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{1}{r^3}\frac{\partial^2 v}{\partial \varphi^2}\right) \end{aligned}\right\} \qquad (9)$$

und dies gibt weiter mit (1) und (8)

$$\left.\begin{aligned} &\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + \frac{2}{r^2}\frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial \varphi^2} + \frac{1}{r^4}\frac{\partial^4 w}{\partial \varphi^4} + \frac{3}{h^2 r^2} w - \frac{T_1}{D}\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{2m-1}{m}\frac{1}{r^2}\frac{\partial^3 v}{\partial x^2 \partial \varphi} + \frac{1}{r^4}\frac{\partial^3 v}{\partial \varphi^3} - \frac{3}{h^2 r^2}\frac{\partial v}{\partial \varphi} = 0 \\ &\frac{3m-1}{2m}\cdot\frac{1}{r^2}\frac{\partial^3 w}{\partial x^2 \partial \varphi} + \frac{1}{r^4}\frac{\partial^3 w}{\partial \varphi^3} - \frac{3}{h^2 r^2}\frac{\partial w}{\partial \varphi} + \frac{m-1}{2m}\frac{3}{h^2}\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{3}{h^2 r^2}\frac{\partial^2 v}{\partial \varphi^2} = 0 \end{aligned}\right\} \qquad (10)$$

die Gleichungen, denen die Verschiebungen v und w genügen müssen. Hierin bedeutet nunmehr T_1 die axiale Belastung des Hohlzylinders pro cm des Umfanges, die wir in der Folge als konstant betrachten können. Die erste der Gleichungen (1), die zur Bestimmung der Veränderungen von T_1 dienen kann, scheidet damit aus der weiteren Betrachtung aus.

Die Ausdrücke für die Deformationen, welche den beiden Gleichungen (10) genügen, müssen nun so beschaffen sein, daß v und w für $\varphi = 0$ und $\varphi = 2\pi$ die gleichen Werte annehmen.

Ein Integral der beiden Gleichungen, das dieser Bedingung genügt, ist

$$\left.\begin{aligned} v &= V\cos\nu\varphi \\ w &= W\sin\nu\varphi \end{aligned}\right\} \qquad (11)$$

wobei V und W nur Funktionen von x sind und ν eine positive ganze Zahl bedeutet. Mit Einführung dieser Ausdrücke in (10) nehmen die beiden Gleichungen die Form

$$\left.\begin{aligned} &\frac{d^4w}{dx^4} - \frac{2\nu^2}{r^2}\frac{d^2w}{dx^2} + \left(\frac{\nu^2}{r^4}+\frac{3}{h^2r^2}\right)W - \frac{T_1}{D}\frac{d^2W}{dx^2} - \frac{2m-1}{m}\frac{\nu}{r^2}\frac{d^2V}{dx^2} + \frac{\nu}{r^2}\left(\frac{\nu^2}{r^2}+\frac{3}{h^2}\right)V = 0 \\ &\frac{3m-1}{2m}\frac{\nu}{r^2}\frac{d^2W}{dx^2} - \left(\frac{\nu^3}{r^4}+\frac{3\nu}{h^2r}\right)W + \frac{m-1}{2m}\cdot\frac{3}{h^2}\frac{d^2V}{dx^2} - \frac{3\nu^2}{h^2r^2}V = 0 \end{aligned}\right\} \qquad (12)$$

an, von welcher wir bei den folgenden Betrachtungen ausgehen wollen.

Von den vielen, bei auf Knickung beanspruchten Rohren möglichen Fällen haben zwei besondere praktische Bedeutung: Erstens der Fall der freien Auflagerung der Enden und zweitens der Fall der eingespannten Enden. Im ersten Falle wäre es nun einmal möglich, daß der Zylinder auf seinen Auflageflächen gleitet, was jedoch der großen spezifischen Flächenpressung halber nur bei besonders dafür geschmierten Endflächen eintreten wird. Bei ungeschmierten Endflächen wird andererseits ein solches Gleiten ausgeschlossen sein, und diesen wohl am häufigsten auftretenden Fall wollen wir zunächst behandeln.

1. Fall. Freie Enden ohne Gleitung in den Auflageflächen.

Der Hohlzylinder ist im vorliegenden Falle so gelagert, daß sich seine Wandung wohl in einen beliebigen Winkel zu den Auflageflächen stellen kann, ohne aber auf letzteren zu gleiten. Bezeichnen wir die axiale Länge des Zylinders mit l, so lauten also unsere Grenzbedingungen hier

für $x = 0$ und $x = l$ muß $v = 0$, $w = 0$, $G = 0$ sein. Diesen Bedingungen genügt der Ansatz

$$\left.\begin{aligned} V &= B\sin\frac{n\pi x}{l} = B\sin\mu x \\ W &= A\sin\frac{n\pi x}{l} = A\sin\mu x \end{aligned}\right\} \qquad (13)$$

worin

$$\mu = \frac{n\pi}{l},$$

n wieder eine positive ganze Zahl ist und die Konstanten A und B voneinander abhängig sind. Führen wir (13) in (12) ein, so erhalten wir zunächst aus der zweiten Gleichung (12) für B

$$B = -\nu\,\frac{\frac{3m-1}{2m}\cdot\frac{\mu^2}{r^2}+\frac{\nu^2}{r^4}+\frac{3}{h^2r^2}}{\frac{3}{h^2}\left(\frac{m-1}{2m}\mu^2+\frac{\nu^2}{r^2}\right)}\cdot A \qquad (14)$$

und damit weiter aus der ersten Gl. (12) nach Elimination von A und B

$$\begin{aligned} &\frac{3}{h^2}\cdot\frac{m-1}{2m}\mu^6 + \frac{2m-1}{m}\cdot\frac{3}{h^2}\frac{\mu^4\nu^2}{r^2} + \mu^2\left\{\frac{5m-1}{2m}\frac{\nu^4}{r^2} + \frac{7m-3}{2m}\frac{\nu^2}{r^2} + \frac{m-1}{2m}\cdot\frac{3}{h^2}\right\}\frac{3}{h^2r^2} \\ &\qquad + \frac{3}{h^2}\frac{\nu^4}{r^6}(\nu^2-2) + \frac{T_1}{D}\frac{3}{h^2}\mu^2\left(\frac{m-1}{2m}\mu^2+\frac{\nu^2}{r^2}\right) = 0. \end{aligned} \qquad (15)$$

Die Auflösung dieser Gleichung nach T_1 führt uns auf den folgenden Ausdruck für die Knickbelastung

$$\begin{aligned} -\frac{T_1}{D} = &\left\{\mu^2\left(\frac{m-1}{2m}\mu^2 + \frac{2m-1}{m}\frac{\nu^2}{r^2}\right) + \frac{1}{r^2}\left(\frac{5m-1}{2m}\frac{\nu^4}{r^2} - \frac{7m-3}{2m}\frac{\nu^2}{r^2} + \frac{m-1}{2m}\frac{3}{h^2}\right)\right. \\ &\left. + \frac{\nu^4}{\mu^2r^6}(\nu^2-2)\right\}\frac{1}{\frac{m-1}{2m}\mu^2+\frac{\nu^2}{r^2}}, \end{aligned} \qquad (16)$$

den wir durch Umformung noch in

$$-\frac{T_1}{Eh} = \frac{2}{3}\frac{m^2}{m^2-1}\left\{\frac{n^2\pi^2h^2}{l^2} + \frac{h^2}{r^2}\left[2\nu^2 + \frac{\nu^2(\nu^2-2)}{\frac{n^2\pi^2r^2}{l^2}} + \frac{3\,\frac{m-1}{2m}\cdot\frac{r^2}{h^2} - \frac{5m-1}{2m}\nu^2}{\frac{m-1}{2m}\frac{n^2\pi^2r^2}{l^2}+\nu^2}\right]\right\} \qquad (16a)$$

vereinfachen können.

Jedes T_1, das dieser Gleichung genügt, stellt eine Knicklast des Hohlzylinders dar, unter deren Einfluß also die Deformationen des Zylinders dauernd wachsen, bis schließlich der Zusammenbruch erfolgt. Man erkennt diesen Charakter von T_1 am besten, wenn man in (12)

$$W = A\sin\frac{n\pi x}{l} + W_0,$$

wobei $W_0 = A_0 \sin \mu_0 x$ eine schon im Anfang vorhandene geringe Abweichung des Mantels von der genauen Zylinderform darstellt. Entfernt man dann aus den so erhaltenen beiden Gleichungen B, so erhält man für A einen Ausdruck, in dessen Nenner die linke Seite der Gleichung (15) steht. Mit einem Werte von T_1 nach Gl. (16a) verschwindet aber dieser Nenner, so daß dafür A und damit auch die Deformationen des Zylinders unendlich werden. Also stellen die nach Gl. (16a) ermittelten Werte von T_1 tatsächlich Knicklasten des Hohlzylinders dar.

Solcher Knicklasten gibt es nun zweimal unendlich viele, da in (16a) jedes positive ganzzahlige Wertepaar n und ν eingehen kann, solange

$$n > 1 \text{ und } \nu > 0$$

ist. Diese Bedingung ergibt sich aus der Überlegung, daß in der Längsrichtung des Zylinders beim Ausknicken der Wand mindestens eine Ausbauchung vorhanden sein muß, während in der Richtung des Umfanges eine derartige Beschränkung nicht vorhanden ist.

Von den zweimal unendlich vielen Knicklasten des Hohlzylinders interessieren uns nun aber nur die kleinstmöglichen, und zu deren Aufsuchung greifen wir auf Gl. (16a) zurück, die wir nach Einführung von

$$\frac{n^2 \pi^2 r^2}{l^2} = \mu_1^2 \tag{17}$$

in folgende Form bringen können:

$$-\frac{T_1}{Eh} = \frac{2}{3}\frac{m^2}{m^2-1}\frac{h^2}{r^2}\left\{\mu_1^2 + 2\nu^2 + \frac{\nu^2(\nu^2-2)}{\mu_1^2} + \frac{3\frac{m-1}{2m}\frac{r^2}{h^2} - \frac{5m-1}{2m}\nu^2}{\frac{m-1}{2m}\mu_1^2 + \nu^2}\right\}. \tag{16b}$$

Hieraus bilden wir jetzt die Differentialquotienten von $-T_1$ nach ν^2 und μ_1^2, und setzen diese gleich Null. Wir finden so

$$\left.\begin{aligned} -\frac{\partial}{\partial(\nu^2)}\left(\frac{T_1}{Eh}\right) &= \frac{2}{3}\frac{m^2}{m^2-1}\frac{h^2}{r^2}\left\{2 + 2\frac{\nu^2-1}{\mu_1^2} - \frac{\frac{5m-1}{2m}}{\frac{m-1}{2m}\mu_1^2+\nu^2} - \frac{3\frac{m-1}{2m}\frac{r^2}{h^2} - \frac{5m-1}{2m}\nu^2}{\left(\frac{m-1}{2m}\mu_1^2+\nu^2\right)^2}\right\} = 0 \\ -\frac{\partial}{\partial(\mu_1^2)}\left(\frac{T_1}{Eh}\right) &= \frac{2}{3}\frac{m^2}{m^2-1}\frac{h^2}{r^2}\left\{1 - \frac{\nu^2(\nu^2-2)}{\mu_1^2} - \frac{3\frac{m-1}{2m}\frac{r^2}{h^2} - \frac{5m-1}{2m}\nu^2}{\left(\frac{m-1}{2m}\mu^2+\nu^2\right)^2}\cdot\frac{m-1}{2m}\right\} = 0 \end{aligned}\right\} \tag{18}$$

und ein Wertepaar μ_1^2 und ν^2, das diesen beiden Gleichungen genügt, ergibt uns mit (16b) die bei einem bestimmten Werte des Verhältnisses $\frac{r}{h}$ kleinstmögliche Knicklast $-T_1$. Eine Auswertung dieser Gleichungen in geschlossener Form scheitert leider daran, daß die Bestimmungsgleichungen für ν^2 bzw. μ_1^2 von 6 bzw. 8 Grade werden. Wir sind daher zur numerischen Auflösung der Gl. (18) gezwungen und eliminieren aus ihnen zunächst $\frac{r^2}{h^2}$. Nach Einführung von

$$\lambda = \frac{\mu_1^2}{\nu^2} = \frac{n^2}{\nu^2}\cdot\frac{\pi^2 r^2}{l^2} \tag{19}$$

ergibt sich dabei

$$\nu^2 = \frac{\frac{m-1}{m}\cdot 1 + \frac{2}{\lambda^2} + \frac{\frac{5m-1}{2m}\cdot\frac{m-1}{2m}}{\frac{m-1}{2m}\lambda + 1}}{\frac{m-1}{m}\cdot\frac{1}{\lambda} + \frac{1}{\lambda^2} - \frac{1}{m}} \tag{20}$$

eine Beziehung, welche die Abhängigkeit zwischen der Anzahl der Wellen auf der Zylinderlänge von der Wellenzahl auf den Umfang angibt. Der Nenner dieser Gleichung verschwindet, mit

$$\lambda = m$$

und daraus folgt mit $m = \frac{10}{3}$, da für $\lambda > m$ den Nenner negativ und damit ν^2 imaginär würde, daß stets

$$\frac{n}{\nu} < \frac{\sqrt{m}}{\pi}\cdot\frac{l}{r} = 0{,}581\,\frac{l}{r}$$

sein muß. Wir bestimmen nunmehr aus Gl. (20) für verschiedene Werte von λ die entsprechenden Werte von ν, und führen die so erhaltenen zusammengehörigen (λ, ν) in die zweite Gl. (18) ein. Aus der sich dann ergebenden Beziehung ermitteln wir weiter $\frac{r}{h}$ und finden nach Einsetzung der Wertegruppen $\left(\frac{r}{h}, \lambda,\right)$ in Gl. (16b) endlich die gesuchten kleinsten Knicklasten $-T_{min}$. Das Resultat der Rechnung ist in der

Tabelle I.

λ		1,8	2	2,2	2,4	2,6	2,8	3	3,1	3,2	3,24	3,28	3,3	3,31	3,32	3,33
ν		1,95	2,11	2,29	2,57	2,92	3,48	4,42	5,27	6,89	8,53	11,48	13,99	16,42	19,80	29,4
$\frac{r}{h}$		9,9	12,03	14,35	19,25	25,63	37,7	62,8	90,6	148	217	444	663	932	1325	2944
$-\frac{T_1}{Eh}$		0,228	0,191	0,158	0,143	0,0908	0,0633	0,0385	0,0267	0,01498	0,0123	0,00548	0,00349	0,00261	0,00183	0,000823
$\frac{nr}{l}$		0,833	0,952	1,078	1,268	1,497	1,856	2,44	2,96	3,97	4,87	6,63	8,10	9,39	11,46	17,13
n für	$\frac{r}{l} = 5$	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1,34	1,62	1,88	2,29	3,43
	1	1	1	1,078	1,268	1,497	1,856	2,44	2,96	3,97	4,78	6,63	8,10	9,39	11,46	17,13
	0,5	1,67	1,90	2,16	2,54	2,99	3,71	4,90	5,90	7,90	9,6	13,4	16,2	18,8	22,9	34,3
	0,1	8,33	9,52	10,78	12,68	14,97	18,56	24,4	29,6	39,7	47,8	66,3	81,0	93,9	114,6	171,3
	0,05	16,7	19,0	21,6	25,4	29,9	37,1	49,0	59,0	79	96	134	162	188	229	343
	0,01	83,3	95,2	107,8	126,8	149,7	185,6	244	296	397	478	663	810	939	1146	1713

Tabelle I wiedergegeben und im Diagramm Fig. 9 graphisch dargestellt. Wie sich auch schon aus den drei Gleichungen (16b) und (18) erkennen

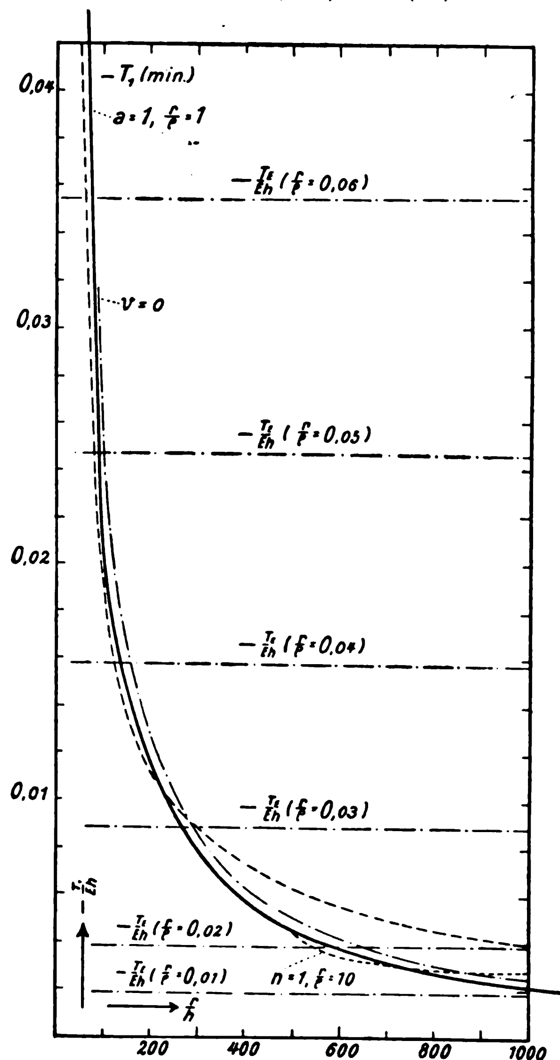


Fig. 9.

läßt, ergibt sich dabei die merkwürdige Tatsache, daß die kleinste Knicklast nur vom Verhältnisse des Radius zur halben Wandstärke, $\frac{r}{h}$ oder was dasselbe ist, vom Verhältnisse des Durchmessers zur Wandstärke abhängt.

Die unter der Einwirkung der kleinsten Knicklasten auftretenden Anzahl ν von Wellen auf dem Umfange des Hohlzylinders ist in Fig. 10 in Abhängigkeit von $\frac{r}{h}$ dargestellt, und in derselben Figur ist auch die Zahl n der (halben) Wellen in der Längsrichtung des Zylinders eingetragen. Da n nach Gl. (19) auch noch von

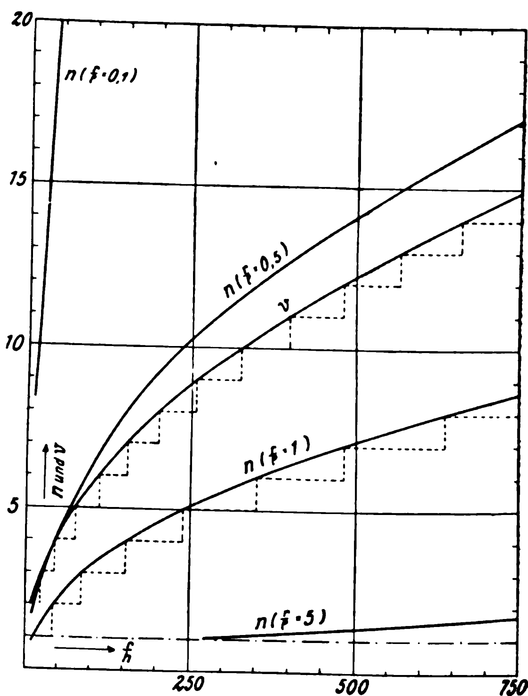


Fig. 10.

Tabelle II.

		$\frac{r}{h}$	20	40	60	80	100	150	200	250	300	400	500	600	800	1000
$n=1$	$\frac{r}{l}=1$	ν	1,144	2,58	3,48	4,08	4,62	5,37	6,17	6,77	7,26	8,11	8,82	9,42	10,45	11,75
	„	$-\frac{T_1}{Eh}$	0,182	0,050	0,033	0,9257	0,011	0,0150	0,012	0,00976	0,00914	0,0074	0,00635	0,0058	0,00456	0,00392
	$\frac{r}{l}=10$	ν	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1,96	17,8	25,9
	„	$-\frac{T_1}{Eh}$	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	0,0044	0,00296	0,00284
$\nu=0$		$-\frac{T_1}{Eh}$	0,127	0,0634	0,0423	0,0318	0,0254	0,0169	0,0127	0,0101	0,00847	0,00634	0,00508	0,00423	0,00318	0,00254
$\nu=2$		$-\frac{T_1}{Eh}$	0,119	0,612	0,0416	0,0314	0,0259	0,0168	0,0126	0,0101	0,00842	0,00623	0,00507	0,00422	0,00314	0,00260

Tabelle III.

$\mu_1=\frac{n\pi r}{e}$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	15	20	25	30
$\frac{r}{h}$	3,48	4,35	7,07	11	16,18	24,6	29,9	38,9	48,4	59,4	122	231	367	522
$-\frac{T_1}{Eh}$	0,205	0,49	0,346	0,223	0,154	0.1115	0,084	0,0642	0,0523	0,0427	0,0225	0,01105	0,00682	0,00486

$\frac{r}{l}$ abhängt, so ergibt sich für jedes $\frac{r}{l}$ eine besondere Kurve, und alle diese Kurven hören bei $n=1$ auf. Es mag an dieser Stelle bemerkt werden, daß selbstverständlich in Wirklichkeit nur ganzzahlige ν und n auftreten können, so daß statt der stetigen Kurven für ν und n treppenförmige erscheinen würden, wie sie für ν und $\frac{r}{l}=1$ auch eingetragen wurden. Es erschien indessen richtiger, die stetigen Kurven aufzuzeichnen, da sich aus diesen leicht die oberen und unteren ganzzahligen Werte für v und n ermitteln lassen, mit deren Kenntnis aus (16b) dann ohne weiteres $-T_{\min}$ folgt.

Ist nun aus Fig. 10 $n=1$ ermittelt worden, so bestimmt sich ν und damit auch $-T_1$ nicht mehr aus den beiden Gleichungen (18), sondern nur aus der ersten. Diese wird dann nach ν aufzulösen sein, und dies gelingt, da sie in ν^2 vom dritten Grade ist. Leider sind die so entstehenden Beziehungen recht unübersichtlich, und sollen aus diesem Grunde hier auch nicht wiedergegeben werden. Auch ihre numerische Auswertung ist dadurch recht erschwert, daß sowohl ν^2 als auch $-T_1$ in diesem Falle außer von $\frac{r}{h}$ auch noch von $\frac{r}{l}$ abhängen. Es wurde daher die Bestimmung der kleinsten Knicklast $-T_{1(n=1)}$ nur für zwei Werte des Verhältnisses $\frac{r}{l}$ ausgeführt und die Ergebnisse in Tabelle II wiedergegeben. Außerdem sind die Werte von $-T_{1(n=1)}$ in Fig. 9 eingetragen. Man erkennt, daß für kleinere Werte von $\frac{r}{h}$ die Knicklasten $-T_{1(n=1)}$ nicht unwesentlich kleiner werden, als die aus den beiden Gl. (18) ermittelten $-T_{\min}$.

Zwei Fälle bedürfen noch einer besonderen Untersuchung, und zwar sind dies die Fälle $\nu=1$ und $\nu=0$. Im Falle $\nu=1$ treten, wie sich leicht zeigen läßt, Wellen auf dem Umfange des Hohlzylinders nicht auf, der kreisförmige Querschnitt bleibt vielmehr erhalten, nur erscheint sein Mittelpunkt, entsprechend der Ausknickung in der Längsrichtung verschoben. Daher treten in diesem Fall im Hohlzylinder Biegungsmomente auf, und es ist nicht ohne weiteres möglich, die unseren Entwickelungen zugrunde liegende Voraussetzung, daß die axiale Belastung des Hohlzylinders $T_1=\text{const}$ sei, aufrecht zu erhalten. Dies ist vielmehr nur möglich, wenn die Höhe des Hohlzylinders nicht groß ist im Verhältnis zum Radius, wenn also der Zylinder weit genug von der Eulerschen Knicklast entfernt ist. Unter Beachtung dieser Voraussetzung sind die in Tabelle III zusammengestellten Werte der Knicklasten $-T_{1(\nu=1)}$ für $\nu=1$ zu benutzen. Die Werte ergaben sich aus der zweiten Gleichung (18) mit (16b).

Im Falle $\nu=0$ endlich bilden sich auf dem Umfange überhaupt keine Wellen und die Deformation des Hohlzylinders verläuft dann

achsensymmetrisch. Der Fall ist bereits untersucht worden[1]) und soll daher hier nur kurz gestreift werden, weil damals der Einfluß der Querkontraktion nicht berücksichtigt werden konnte. Aus der zweiten Gl. (18) ergibt sich mit $\nu = 0$

$$\mu_1^2 = \sqrt{3}\,\frac{r}{h}, \quad n = \frac{\sqrt[4]{3}}{\pi}\,\frac{l}{\sqrt{rh}} \tag{21}$$

und damit aus (16b)

$$-\frac{T_1(\nu=0)}{Eh} = \frac{4}{3}\,\frac{m^2}{m^2-1}\cdot\frac{h}{r}. \tag{22}$$

Beide Gleichungen sind mit den Gl. (24) und (25) des erwähnten Aufsatzes identisch. Der Vollständigkeit halber sind in Tabelle II für verschiedene Werte $\frac{r}{h}$ die zugehörigen Knicklasten angegeben und auch in Fig. 10 eingetragen.

Ein besonderes Interesse bietet noch die Untersuchung des Falles $\nu = 2$. Es wird hierfür aus der zweiten Gleichung (18)

$$\mu_1^2 = \frac{2m}{m-1}\left\{-4 + \sqrt{\frac{m-1}{2m}\left(3\,\frac{m-1}{2m}\,\frac{r^2}{h^2} - 2\,\frac{5m-1}{m}\right)}\right\} \tag{23}$$

und damit aus (16b)

$$\left.\begin{aligned} -\frac{T_1(\nu=2)}{Eh} &= \frac{8}{3}\,\frac{m^2}{m^2-1}\cdot\frac{m}{m-1}\,\frac{h^2}{r^2}\left\{2\,\frac{2m-1}{m} - 4 + \sqrt{\frac{m-1}{2m}\left(3\,\frac{m-1}{2m}\,\frac{r^2}{h^2} - 2\,\frac{5m-1}{m}\right)}\right\} \\ &\backsim \frac{4}{\sqrt{3}}\,\frac{m^2}{m^2-1}\cdot\left(\frac{h}{r} - \frac{3{,}2}{\sqrt{3}}\,\frac{h^2}{r^2}\right). \end{aligned}\right\} \tag{24}$$

Die sich hieraus für verschiedene Werte von $\frac{r}{h}$ ergebenden kleinsten Knicklasten sind in Tabelle II enthalten. Wie daraus hervorgeht, schmiegt sich die Kurve der $-T_{1(\nu=2)}$ eng an die $-T_{1\,\min}$ an, namentlich bei höheren Werten von $\frac{r}{h}$ und nähert sich an diesen Stellen auch der Kurve der $-T_{1(\nu=0)}$ außerordentlich, so daß etwa für $\frac{r}{h} = 40$ für überschlägige Rechnungen Gl. (24) zur Bestimmung der Knicklast verwendet werden kann.

Nach den bisherigen Entwickelungen sind wir nun imstande, für einen dünnwandigen Hohlzylinder mit freien Enden unter Benutzung der Tabellen I bis III und der Fig. 9 und 10 die kleinsten Knicklasten anzugeben, und haben nur noch das hier behandelte Gebiet der Knikkung durch Ausweichen der Wandung von dem Gebiete der Eulerschen Knickung abzugrenzen. Schreiben wir den bekannten Ausdruck für die Eulersche Knicklast in der Form

$$-\frac{T_E}{Eh} = \frac{\pi^2 r^2}{l^2}\left(1 + \frac{h^2}{r^2}\right), \tag{25}$$

so erkennen wir, daß für einigermaßen beträchtliche Werte von $\frac{r}{h}$ der Klammerwert in 1 übergeht, also $-T_E$ von $\frac{r}{h}$ nahezu unabhängig wird. Damit erscheinen aber in Fig. 9 die Kurven der $-T_E$ als Parallele zur Achse der $\frac{r}{h}$ und sind als solche auch eingetragen.

[1]) Zeitschr. d. Ver. deut. Ing. 1908, S. 1706.

Man erkennt, daß für größere Werte von $\frac{r}{l}$ die Knicklast $-T_{1\,\min}$ beträchtlich kleiner wird als die Eulersche, während sich für kleinere und kleinste $\frac{r}{l}$ das Verhältnis umkehrt.

Wächst nun bei dem Hohlzylinder der Radius r im Verhältnis zu h und auch zu l immer weiter, so können wir in Gl. (16a) den unter der Klammer stehenden Faktor von $\frac{h^2}{r^2}$ vernachlässigen. Wir erhalten dann als Knicklast im Grenzfalle $r = \infty$ mit $n = 1$

$$-\frac{T_1(r=\infty)}{Eh} = \frac{2}{3}\,\frac{m^2}{m^2-1}\,\pi^2\,\frac{h^2}{l^2}, \tag{26}$$

eine Gleichung, die uns die Knicklast eines sehr langen Bleches darstellt, wie sie auch von Reißner (Zentralblatt der Bauverwaltung 1909, Nr. 14) gefunden wurde.

Es bleibt jetzt noch zu untersuchen, wann bei einem dünnwandigen Hohlzylinder die Bruchlast durch Zerdrücken kleiner wird, als die kleinste Knicklast. Beachten wir nun, daß $-\frac{T_1}{2h}$ die spezifische Druckbelastung des Materials darstellt, so erkennen wir, daß der Zylinder eher zerdrückt, als zerknickt wird, wenn

$$-\frac{T_1}{2h} > K_d$$

oder

$$-\frac{T_1}{Eh} > \frac{2K_d}{E} \tag{27}$$

wird. Nun liegt aber bei den meisten Materialien $\frac{2K_d}{E}$, unter K_d die spezifische Bruchbelastung für Druck verstanden, zwischen 1 : 200

und 1:500, so daß in den meisten Fällen die Gefahr einer Zerdrückung größer ist, als die Gefahr des Zusammenbruches unter der Knicklast. Da jedoch vielfach eine größere Sicherheit gegen Knickung vorgesehen wird, als gegen Zerdrücken, so ist in jedem Falle eine Untersuchung über die Sicherheit angebracht, die ein solcher Hohlzylinder gegen Knickung bietet.

Die Bestimmung der Abmessungen eines Hohlzylinders, der bei einer gegebenen Länge l eine Last P tragen soll, geschieht am besten in folgender Weise. Es sei k_d die zulässige Druckbeanspruchung des Materials, dann folgt aus

$$P = 2\pi r \cdot 2h \cdot k_d$$

das Produkt rh. Wird für den Zylinder ferner eine S-fache Sicherheit gegen Knickung vorgeschrieben, so ist mit

$$-\frac{T_1}{Eh} = \frac{2S \cdot k_d}{E}$$

die Größe $\frac{T_1}{Eh}$ gegeben. Aus der Tabelle I oder bequemer aus der Fig. 9 folgt dann das hierzu gehörige Verhältnis $\frac{r}{h}$, womit dann auch die Einzelwerte r und h zu bestimmen sind. Soweit das nicht schon aus der Fig. 9 hervorgeht, wäre dann noch nach Gl. (25) zu untersuchen, ob etwa für diesen Zylinder die Eulersche Knicklast in Frage kommt, bzw. welche Sicherheit er gegen ein Ausknicken seiner Mittellinie nach dieser Gleichung bietet.

Beispiel I. Als erstes Beispiel wählen wir den untersten Ring eines gußeisernen Turmes, der bei einer Höhe von 700 mm eine Last von 1000 t tragen soll. Bei $S = 12$ facher Sicherheit, einem Elastizitätsmodul $E = 800000$ kg/qcm und einer zulässigen Druckbeanspruchung $k_d = 600$ kg/qcm erhalten wir

$$rh = \frac{P}{4\pi k_d} = \frac{1000000}{4\pi \cdot 600} = 133 \text{ qcm}$$

und weiter

$$-\frac{T_1}{Eh} = \frac{2 \cdot S \cdot k_d}{E} = \frac{2 \cdot 12 \cdot 600}{800000} = 0{,}018$$

Aus Fig. 9 folgt damit

$$\frac{r}{h} = 120$$

und daraus weiter

$r = 126{,}2$ cm ~ 1250 mm $h = 1{,}057 \sim 11$ mm, entsprechend einer Wandstärke $\delta = 22$ mm.

Beispiel II. Wird derselbe Hohlzylinder aus Flußeisen mit $k_d = 1000$ kg/qcm und $E = 2200000$ kg/qcm hergestellt, so ergibt sich

$$-\frac{T_1}{Eh} = \frac{2 \cdot 12 \cdot 1000}{2200000} = 0{,}0109.$$

Damit folgt aus Fig. 9

$$\frac{r}{h} = 210,$$

ferner wird

$$rh = \frac{1000000}{4 \cdot \pi \cdot 1000} = 79{,}6$$

und damit

$r = 130$ cm $= 1300$ mm $h = 0{,}612$ cm $\sim 6{,}5$ mm, entsprechend einer Wandstärke $\delta = 13$ mm.

Beispiel III. Wenn aus konstruktiven Gründen verlangt wird, daß der soeben betrachtete Hohlzylinder einen Durchmesser von 4 m entsprechend einem $r = 200$ cm besitzt, und dabei die gleiche Sicherheit gegen Knickung bietet, wie vorher, so ist damit die Knicklast pro cm gegeben. Es wird nämlich mit $S = 12$

$$-T_1 = \frac{12 \cdot 1000000}{2\pi \cdot 200} = 9560 \text{ kg/cm}.$$

Wählen wir versuchsweise $h = 0{,}6$ cm, so folgt daraus für Flußeisen

$$-\frac{T_1}{Eh} = \frac{9560}{2200000 \cdot 0{,}6} = 0{,}00723$$

und damit aus Fig. 9

$$\frac{r}{h} \sim 330,$$

woraus sich weiter mit $r = 200$ cm ein $h = 0{,}607$ cm entsprechend einer Wandstärke von $\delta \sim 12$ mm ergibt.

Die vorliegenden Entwickelungen gelten unter der Voraussetzung, daß erstens die Verschiebungen u gegenüber v und w vernachlässigt werden können und daß zweitens die erste der Gleichungen (1) nicht berücksichtigt zu werden braucht. Die zuletzt genannte Bedingung ist dabei die Folge der ersten, da für zwei Unkannte auch nur zwei Bedingungsgleichungen vorhanden sein dürfen, andernfalls das Problem überbestimmt wäre. Es handelt sich jetzt noch darum, festzustellen, ob diese Vernachlässigungen nennenswerten Einfluß auf die Resultate haben oder nicht.

Zu diesem Zwecke wollen wir die Voraussetzungen und Beschränkungen gänzlich fallen lassen, wir wollen ferner berücksichtigen, daß bei der Deformation des Zylinders die von uns als selbstverständlich vorausgesetzte gleichmäßige Verteilung der Axialkraft T nicht erhalten bleibt, vielmehr

$$T_1 = T_{10} + \Delta T_1 \qquad (8\,\text{a})$$

wird, wobei unter T_{10} die konstante Belastung in den Endquerschnitten und unter ΔT_1 die sich darüberlagernde zusätzliche Axialkraft verstanden sei. Wir beachten ferner, daß ΔT_1 und auch T_2 sowohl von Biegungsgrößen als auch von Dehnungsgrößen abhängig sind, von denen wir bisher die ersteren in T_2 vernachlässigt hatten, und setzen daher mit Love

$$\left.\begin{aligned}
T_1 &= D\Big[\frac{3}{h^2}\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{1}{r}\Big(\frac{1}{m}\cdot\frac{3}{h^2}-\frac{2m+1}{2m(m-1)}\cdot\frac{1}{r^2}\Big)\frac{\partial v}{\partial \varphi}+\\
&\quad+\frac{2m^2-2m-3}{2m(m-1)}\cdot\frac{1}{r}\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}-\frac{2m+1}{2m(m-1)}\cdot\frac{1}{r^3}\frac{\partial^2 w}{\partial \varphi^2}-\frac{1}{m}\cdot\frac{3}{rh^2}w\Big]\\
T_2 &= -D\Big[\frac{m+2}{2m(m-1)}\cdot\frac{1}{r}\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}+\frac{2m+1}{2(m-1)}\frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 w}{\partial \varphi^2}+\\
&\quad+\frac{3}{rh^2}w-\Big(\frac{3}{rh^2}-\frac{2m+1}{2(m-1)}\frac{1}{r^2}\Big)\frac{\partial v}{\partial \varphi}-\frac{3}{mh^2}\frac{\partial u}{\partial x}\Big].
\end{aligned}\right\} \quad (8\text{b})$$

Da wir ferner u nicht mehr vernachlässigen wollen, erhalten wir auch für S_1 und S_2 geänderte Ausdrücke, nämlich

$$\left.\begin{aligned}
S_1 &= \frac{m-1}{2m}D\Big[\frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 w}{\partial x\,\partial \varphi}+\Big(\frac{3}{h^2}+\frac{1}{r^2}\Big)\frac{\partial v}{\partial x}+\frac{3}{h^2 r}\frac{\partial u}{\partial \varphi}\Big]\\
S_2 &= \frac{m-1}{2m}D\Big[\frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 w}{\partial x\,\partial \varphi}-\Big(\frac{3}{h^2}-\frac{1}{r^2}\Big)\frac{\partial v}{\partial x}-\frac{3}{rh^2}\frac{\partial u}{\partial x}\Big],
\end{aligned}\right\} \quad (8\text{c})$$

während sich die Ausdrücke für G_1, G_2, H_1, H_2, N_1, N_2 nicht ändern.

Wir setzen diese Werte für die Spannungsresultanten in die Gl. (1) und (2) ein und erhalten damit an Stelle von Gl. (10)

$$\left.\begin{aligned}
&3\frac{r}{h^2}\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\frac{m-2}{2m}\cdot\frac{3}{rh^2}\frac{\partial^2 u}{\partial \varphi^2}+\frac{m+1}{2m}\cdot\frac{3}{h^2}\frac{\partial^2 v}{\partial x\,\partial \varphi}+\\
&\quad+\frac{2m^2-2m-3}{2m(m-1)}\cdot\frac{\partial^3 w}{\partial x^3}-\frac{m^2+2}{2m(m-1)}\cdot\frac{1}{r^2}\frac{\partial^3 w}{\partial x\,\partial \varphi^2}-\frac{1}{m}\cdot\frac{3}{h^2}\frac{\partial w}{\partial x}=0\\
&-\frac{m+1}{2m}\cdot\frac{3}{h^2}\cdot\frac{\partial^2 u}{\partial x\,\partial \varphi}-\frac{m-1}{2m}\cdot\frac{3r}{h^2}\frac{\partial^2 v}{\partial x^2}-\frac{3}{rh^2}\cdot\frac{\partial^2 v}{\partial \varphi^2}-\frac{3m^2-5m-1}{2m(m-1)}\cdot\frac{1}{r}\frac{\partial^3 w}{\partial x^2\,\partial \varphi}+\\
&\quad+\frac{3}{2(m-1)}\cdot\frac{1}{r^3}\frac{\partial^3 w}{\partial \varphi^3}+\frac{3}{rh^2}\frac{\partial w}{\partial \varphi}=0\\
&-\frac{3}{mrh^2}\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{2m-1}{m}\cdot\frac{1}{r^2}\frac{\partial^3 v}{\partial x^2\,\partial \varphi}+\frac{1}{r^4}\frac{\partial^3 v}{\partial \varphi^3}-\frac{3}{r^2h^2}\frac{\partial v}{\partial \varphi}+\frac{\partial^4 w}{\partial x^4}+\frac{2}{r^2}\frac{\partial^4 w}{\partial x^2\,\partial \varphi^2}+\\
&\quad\frac{1}{r^4}\frac{\partial^4 w}{\partial \varphi^4}+\frac{m+2}{2m(m-1)}\cdot\frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}+\frac{2m+1}{2(m-1)}\cdot\frac{1}{r^4}\frac{\partial^2 w}{\partial \varphi^2}+\frac{3}{r^2h^2}w-\frac{T_1}{D}\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}=0.
\end{aligned}\right\} \quad (10\text{a})$$

In diese Gleichung führen wir nun die Werte

$$u = A\sin\nu\varphi\cos\mu x \qquad v = B\cos\nu\varphi\sin\mu x \qquad w = C\sin\nu\varphi\sin\mu x, \quad (13\text{a})$$

welche den Grenzbedingungen $x=0$ und $x=l$, $u=v=G_1=0$ genügen, ein und erhalten damit, nach Elimination der Konstanten A, B, C für die kritische Belastung, die Knicklast, den folgenden Ausdruck

$$\left.\begin{aligned}
-\frac{T_{10}}{D}r^2 &= \mu_1^2+2\nu^2-\frac{3(m+1)}{2m^2}+\frac{1}{\mu_1^2}\Big(\nu^4-e\nu^2+\frac{m^2-1}{m^2}3\frac{r^2}{h^2}\Big)-\\
&\quad-\frac{a'}{m-1}\frac{\nu^4}{N}-\frac{b'}{m-1}\frac{\nu^6}{\mu_1^2 N}-3\frac{r^2}{h^2}\Big[\frac{c'}{m-1}\frac{\nu^2}{N}+\frac{d'}{m-1}\cdot\frac{\nu^2}{\mu_1^2 N}\Big],
\end{aligned}\right\} \quad (16\text{c})$$

wobei unter

$$\frac{a'}{m-1}=\frac{-12m^5+3m^4+14m^3+8m^2-7m-1}{2m^2(m-1)^2(m+1)}=-7{,}60$$

$$\frac{b'}{m-1}=\frac{-10m^4+3m^3+11m^2+3m-2}{2m^2(m-1)(m+1)}=-4{,}42$$

$$\frac{c'}{m-1}=\frac{2m^3+4m^2-2m-1}{m^2(m+1)}=+2{,}31$$

$$\frac{d'}{m-1}=\frac{m^2-1}{m^2}=0{,}91$$

$$e=\frac{12m^4-3m^3-15m^2-3m+2}{2m^2(m^2-1)}=5{,}32$$

$$N=\mu_1^4+\frac{2m-1}{m-1}\mu_1^2\nu^2+\nu^4$$

verstanden ist, während für μ_1 der Ausdruck (17) einzusetzen ist. Der Ausdruck (16c) für T_{10} ist schon etwas vereinfacht, und zwar wurde in ihm h^2 gegen r^2 und l^2 vernachlässigt. Führen wir in (16c) noch (19) ein und schreiben weiter

$$N_2 = \lambda^2 + \frac{2m-1}{m-1}\lambda + 1,$$

so erhalten wir für T_{10} einen Ausdruck analog der Gl. (16a)

$$\left.\begin{aligned} -\frac{T_{10}}{Eh} = \frac{2}{3}\frac{m^2}{m^2-1}\Big[\frac{n^2\pi^2 h^2}{l^2} + \frac{h^2}{r^2}\Big\{\nu^2\left(2+\frac{1}{\lambda}\right) - \frac{3(m+1)}{2m^2} - \frac{c}{\lambda} - \left(\frac{a'}{m-1} + \frac{b'}{m-1}\cdot\frac{1}{\lambda}\right)\frac{1}{N_2}\Big\} \\ + \frac{3}{r^2}\Big\{\frac{n^2-1}{m^2}\cdot\frac{1}{\lambda} - \left(\frac{c'}{m-1} + \frac{d'}{m-1}\frac{1}{\lambda}\right)\frac{1}{N_2}\Big\}\Big]. \end{aligned}\right\} \quad (16d)$$

Gl. (16c) und (16d) stellen die vollständigeren und genaueren Ausdrücke für die Knicklast dar, die dafür natürlich auch erheblich komplizierter gebaut sind als die Gl. (16) und (16a). Damit wird aber auch ihre Behandlung viel umständlicher, und wir wollen uns aus diesem Grunde darauf beschränken, aus den beiden Ausdrücken für die Knicklast nur einige wenige Schlüsse zu ziehen.

Zunächst folgt aus (16d) für sehr kurze Zylinder, d. h. für sehr großes r und sehr kleines l mit $n = 1$

$$-\frac{T_{10}}{Eh} = \frac{2}{3}\frac{m^2}{m^2-1}\cdot\frac{\pi^2 h^2}{l^2}$$

wieder der Ausdruck (26).

Wir differentiieren weiter T_{10} in (16c) nach μ_1^2 bei konstant gehaltenem ν und erhalten damit eine Beziehung zwischen μ_1 und $\frac{h}{r}$ bei einem bestimmten Werte von ν und diese Beziehung gibt an, für welchen Wert von μ_1 bei gegebenen Werten von $\frac{r}{h}$ und ν der kleinste Wert von T_{10} auftritt. Setzen wir diese zusammengehörigen Werte von μ_1, $\frac{r}{h}$ und ν in (32) ein, so erhalten wir den zugehörigen Wert von T_{10}. Die Werte von T können nun in Fig. 9 eingetragen werden, sie liegen sämtlich in der direkten Nachbarschaft der Kurve $T_{1\,\min}$, deren Werte sonach hinreichend genau sind.

2. Fall. Eingespannte Endflächen.

Bei eingespannten Endflächen verschwinden an diesen Stellen sowohl die Deformationen, als auch der Differentialquotient $\frac{\partial w}{\partial x}$ und die Grenzbedingungen lauten demnach

für $x = 0$ und $x = 1$

muß $v = 0$, $w = 0$ und $\frac{\partial w}{\partial x} = 0$

sein.

Diese Grenzbedingungen lassen sich durch das folgende Integral der Gleichung (12) erfüllen

$$\left.\begin{aligned} v &= Be^{\mu x} \\ w &= Ae^{\mu x} \end{aligned}\right\}. \quad (13a)$$

Zwischen den Konstanten A und B besteht hierbei die Beziehung

$$B = -\frac{\nu}{r^2}\cdot\frac{\frac{\nu^2}{r^2} + \frac{3}{h^2} - \frac{3m-1}{m}\mu^2}{\left(-2\frac{m-1}{2m}\mu^2 + \frac{\nu^2}{r^2}\right)\frac{3}{h^2}}A = -\nu f(\mu)A \quad (14a)$$

und nach Einsetzung dieses Wertes von B in die zweite Gleichung (12) erhalten wir bei entsprechender Umformung

$$\left.\begin{aligned} \frac{m-1}{2m}\mu^6 - \left(\frac{2m-1}{m}\frac{\nu^2}{r^2} + \frac{m-1}{2m}\frac{T_1}{D}\right)\mu^4 + \left\{\frac{5m-1}{2m}\frac{\nu^4}{r^2} - \frac{7m-3}{2m}\frac{\nu^2}{r^2} + \frac{m-1}{2m}\frac{3}{h^2} + \frac{T_1}{D}\nu^2\right\}\mu^2 \\ - \frac{\nu^4}{r^6}(r^2-2) = 0. \end{aligned}\right\} \quad (15a)$$

Lösen wir nun diese Gleichung nach μ auf, so erhalten wir 6 Wurzeln μ, von denen je zwei derart zueinander gehören, daß ihr Quadrat gleich ist. Danach lauten also die Ausdrücke für die Verschiebungen

$$\left.\begin{aligned} v &= -\sum_1^3 \cdot (A_n e^{\mu_n x} + A_n' e^{-\mu_n x})\,\nu f(\mu_n), \\ w &= \sum_1^3 (A_n e^{\mu_n x} + A_n' e^{-\mu_n x}) \end{aligned}\right\} \quad (28)$$

und die darin enthaltenen 6 Konstanten bestimmen sich aus den Grenzbedingungen, welche nach Einführung von (28) in folgender Form erscheinen:

$$\left.\begin{aligned} &\Sigma(A_n + A_n') = 0 \\ &\Sigma f(\mu_n)(A_n + A_n') = 0 \\ &\Sigma \mu_n (A_n - A_n') = 0 \\ &\Sigma(A_n e^{\mu_n l} + A_n' e^{-\mu_n l}) = 0 \\ &\Sigma f(\mu_n)(A_n e^{\mu_n l} + A_n' e^{-\mu_n l}) = 0 \\ &\Sigma \mu_n (A_n e^{\mu_n l} - A_n' e^{-\mu_n l}) = 0. \end{aligned}\right\} \quad (29)$$

Da nun diese Gleichungen in den Konstanten A_1 bis A_3' homogen sind, muß die Determinante der Koeffizienten der A verschwinden, also

$$\Sigma(+1\cdot f_1\cdot \mu_2\cdot e^{-\mu_2 l}\cdot f_3 e^{\mu_3 l}\cdot -\mu_3 e^{-\mu_3 l})=0 \qquad (30)$$

und diese Gleichung stellt uns die Bedingung dar, welcher die drei Werte T_1, μ bzw. n und ν genügen müssen. Leider ist diese Gleichung transzendent und von so komplizierter Bauart, daß auf ihre numerische Auswertung verzichtet werden muß.

B. Knickung durch äußeren Druck.

Wir gehen bei der Betrachtung des vorliegenden Falles von den nämlichen Entwickelungen aus, die uns zu den Gleichungen für die Knickung unter axialem Druck geführt haben. Wir betrachten jedoch, wie dies schon bei der Einführung des Kontingenzwinkels $d\tau$ geschah, das Element von vornherein im deformierten Zustande und haben infolgedessen in den Gleichungen (1) für r den Krümmungsradius ϱ_t einzuführen. Zu den in der Richtung des Radius wirkenden Kräften tritt dann noch die von dem äußeren Druck p herrührende Kraft $p\,\varrho_t\,d\varphi\,dx$ hinzu, so daß nunmehr die Gleichgewichtsbedingung für diese Richtung lautet:

$$\varrho_t\frac{\partial N_1}{\partial x}+\frac{\partial N_2}{\partial \varphi}+T_2+\varrho_t T_1\cdot\frac{\partial \tau}{\partial x}+p\,\varrho_t=0. \qquad (1\text{a})$$

Setzen wir nun mit **Bryan**, der einen speziellen Fall des vorliegenden Problems zuerst behandelte[1]),

$$\varrho_t=r-\frac{\partial^2 w}{\partial \varphi^2}-\frac{\partial v}{\partial \varphi} \qquad (31)$$

in (1a) ein, so erhalten wir, unter Vernachlässigung aller von der zweiten Ordnung kleinen Größen

$$\left.\begin{aligned} r\frac{\partial N_1}{\partial x}+\frac{\partial N_2}{\partial \varphi}+T_2+rT_1\frac{\partial \tau}{\partial x}&\\ +p\left(r-\frac{\partial^2 w}{\partial \varphi^2}-\frac{\partial v}{\partial \varphi}\right)&=0, \end{aligned}\right\} \qquad (1\text{b})$$

während sich die Gleichungen (2) bis (9) und die beiden ersten Gleichungen (1) nicht ändern. Mit $T_1=0$, wie wir es hier annehmen wollen, lautet nunmehr die erste Gl. (10)

$$\left.\begin{aligned} \frac{\partial^4 w}{\partial x^4}+\frac{2}{r^2}\frac{\partial^4 w}{\partial x^2\partial \varphi^2}+\frac{1}{r^4}\frac{\partial^4 w}{\partial \varphi^4}+\frac{3}{h^2 r^2}w-\frac{p}{rD}\left(r-\frac{\partial^2 w}{\partial \varphi^2}-\frac{\partial v}{\partial \varphi}\right)+\frac{2m-1}{m}\frac{1}{r^2}\frac{\partial^3 v}{\partial x^2\partial \varphi}+&\\ +\frac{1}{r^4}\frac{\partial^3 v}{\partial \varphi^3}-\frac{3}{h^2r^2}\frac{\partial v}{\partial \varphi}&=0 \end{aligned}\right\} \qquad (10\text{b})$$

und weiter mit (11) die erste Gl. (12)

$$\left.\begin{aligned} \frac{\partial^4 W}{\partial x^4}-\frac{2\nu^2}{r^2}\frac{\partial^2 W}{\partial x^2}+\frac{\nu^4}{r^4}W+\frac{3}{h^2 r^2}W-\frac{p}{rD}(r+\nu^2 W+\nu V)-\frac{2m-1}{m}\cdot\frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 V}{\partial x^2}+&\\ +\frac{\nu}{r^2}\left(\frac{\nu^2}{r^2}+\frac{3}{h^2}\right)V&=0 \end{aligned}\right\} \qquad (12\text{a})$$

und die zweiten Gleichungen (10) und (12) bleiben ungeändert.

Diese Gleichung hat zunächst ein partikuläres Integral, das sich aus

$$\left.\begin{aligned} V&=0\\ \frac{d^4 W}{dx^4}+\frac{3}{h^2r^2}W-\frac{p}{D}&=0 \end{aligned}\right\} \qquad (32)$$

ergibt und beliebigen Grenzbedingungen anpassen läßt. Es stellt die unter dem Einfluß des Druckes p eintretende achsensymmetrische Verzerrung dar und soll nicht weiter verfolgt werden, da es für die Beurteilung der Knickerscheinungen ohne Belang ist[2]).

Wir wollen in der Folge nur den zuerst betrachteten Fall der freien Enden weiter verfolgen und führen zu diesem Zwecke für V und W die Ausdrücke (13) ein. Damit bleibt aber auch der Ausdruck (14) für die Integrationskonstante B unverändert und aus der Einführung von (13) und (14) in (12a) folgt nach Elimination von A und B unter Streichung des Gliedes $\frac{p}{D}$

$$\left.\begin{aligned} \frac{3}{h^2}\frac{m-1}{2m}\mu^6+\frac{2m-1}{m}\frac{3}{h^2}\frac{\mu^4\nu^2}{r^2}+\mu^2\left\{\frac{5m-1}{2m}\frac{\nu^4}{r^2}-\frac{7m-3}{2m}\cdot\frac{\nu^2}{r^2}+\frac{m-1}{2m}\frac{3}{h^2}\right\}\frac{3}{h^2r^2}+&\\ +\frac{3}{h^2}\frac{\nu^4}{r^6}(\nu^2-2)-\frac{p}{D}\frac{\nu^2}{r}\left\{\mu^2\left(\frac{m-1}{2m}\cdot\frac{3}{h^2}-\frac{3m-1}{2m}\cdot\frac{1}{r^2}\right)+\frac{\nu^2}{r^2}\left(\frac{3}{h^2}-\frac{1}{r^2}\right)-\frac{3}{h^2r^2}\right\}&=0. \end{aligned}\right\} \qquad (15\text{a})$$

Lösen wir diese Gleichung nach p auf, so erhalten wir für den „kritischen", d. h. den für die Beurteilung der Knicksicherheit maßgebenden Druck p_K unter Vernachlässigung von $\frac{1}{r^2}$ gegen $\frac{1}{h^3}$

---

1) Siehe **Love**, S. 636.

2) Vgl. **R. Lorenz**, Z. d. V. d. I., 1908, S. 1706 ff., wo dieses Integral ausführlich behandelt wurde.

$$\frac{p_K}{D\,r}=\left\{\mu^4\left(\frac{m-1}{2m}\mu^2+\frac{2m-1}{m}\frac{\nu^2}{r^2}\right)+\frac{\mu^2}{r^2}\left(\frac{5m-1}{2m}\frac{\nu^4}{r^4}-\frac{7m-3}{2m}\frac{\nu^2}{r^2}+\frac{m-1}{2m}\cdot\frac{3}{h^2}\right)+\right.$$
$$\left.+\frac{\nu^4}{r^4}(\nu^2-2)\right\}\frac{1}{\left(\frac{m-1}{2m}\mu^2+\frac{\nu^2-1}{r^2}\right)\nu^2}. \qquad (33)$$

Die weitere Behandlung dieser Gleichung wird nun dadurch außerordentlich erleichtert, daß bei einer Knickung durch äußeren Druck in der Längsrichtung des Hohlzylinders stets nur eine Welle auftreten kann, d. h. daß in (33) immer $n=1$, also

$$\mu=\frac{\pi}{l}$$

einzusetzen ist. Setzen wir nun weiter

$$\mu_1=\pi\frac{r}{l},$$

so folgt aus (33) mit (6)

$$\frac{p_K}{E}=\frac{2}{3}\frac{m^2}{m^2-1}\frac{h^3}{r^3}\left\{\mu^4\cdot\left(\frac{m-1}{2m}\mu_1^2+\frac{2m-1}{m}\nu^2\right)+\mu_1^2\left(\frac{5m-1}{2m}\nu^4-\frac{7m-3}{2m}\nu^2+\right.\right.$$
$$\left.\left.+\frac{m-1}{2m}\cdot 3\frac{r^2}{h^2}\right)+\nu^4(\nu^2-2)\right\}\frac{1}{\left(\frac{m-1}{2m}\mu_1^2+\nu^2-1\right)\nu^2}, \qquad (34)$$

oder, wenn wir $m=\frac{10}{3}$ einführen,

$$\frac{p_K}{E}=0{,}732\frac{h^3}{r^2}\left\{\mu_1^4(0{,}35\mu_1^2+1{,}7\nu^2)+\mu_1^2\left(2{,}35\nu^4-3{,}05\nu^2+1{,}05\frac{r^2}{h^2}\right)+\right.$$
$$\left.+\nu^4(\nu^2-2)\right\}\frac{1}{(0{,}35\mu_1^2+\nu^2-1)\nu^2}. \qquad (34a)$$

Setzen wir hierin abkürzungsweise

$$\left.\begin{aligned}0{,}732\left\{\mu_1^4(0{,}35\mu_1^2+1{,}7\nu^2)+\mu_1^2(2{,}35\nu^4-3{,}05\nu^2)+\nu^4(\nu^2-2)\right\}\frac{1}{(0{,}35\mu_1^2+\nu^2-1)\nu^2}&=Y_\nu\\ 0{,}732\frac{1{,}05\mu_1^2}{(0{,}35\mu_1^2+\nu^2-1)\nu^2}&=Z_\nu\end{aligned}\right\} \qquad (35)$$

so gelangen wir zu folgendem sehr einfachen Ausdruck für den kritischen Druck

$$\frac{p_K}{E}=Y_\nu\frac{h^3}{r^3}+Z_\nu\frac{h}{r}. \qquad (36)$$

In die Gl. (35) und (36) kann jeder Wert von ν eingehen, solange nur

$$\nu>2$$

ist. Daraus folgt, daß ein bestimmter Hohlzylinder einfach unendlich viele kritische Drücke besitzt, und es handelt sich für uns jetzt darum, die kleinsten davon zu bestimmen.

Zu diesem Zwecke berechnen wir uns für $\nu=2, 3, 4$ usw. und für verschiedene Werte von μ_1 die zugehörigen Y_ν und Z_ν, die in Fig. 11 graphisch zusammengestellt sind. Wir bilden weiter für zwei Werte ν und $\nu+1$ die Gleichung (36), und subtrahieren diese beiden Gleichungen voneinander. Dann erhalten wir

$$\frac{1}{E}(p_{K(\nu+1)}-p_{K\nu})=$$
$$=\frac{h^3}{r^3}\left\{(Y_{\nu+1}-Y_\nu)-(Z_\nu-Z_{\nu+1})\frac{r^2}{h^2}\right\}$$

und daraus ist zu schließen, daß $p_{K(\nu+1)}<p_{K\nu}$ wird, falls

$$\frac{r^2}{h^2}>\frac{Y_{\nu+1}-Y_\nu}{Z_\nu-Z_{\nu+1}}$$

ist. Die Beziehung

$$\frac{r^2}{h^2}=\frac{Y_{\nu+1}-Y_\nu}{Z_\nu-Z_{\nu+1}} \qquad (37)$$

stellt aber $\frac{r}{h}$ in Abhängigkeit von μ_1 dar, solange $\nu=\text{const}$ festgehalten wird, und hieraus sind für verschiedene Werte von ν und μ_1 die entsprechenden Werte von $\frac{r}{h}$ berechnet und in Fig. 12 die Abhängigkeit des Verhältnisses $\frac{r}{h}$ von μ_1 und ν graphisch wiedergegeben. Die Kurven in Fig. 12 trennen die $\frac{r}{h}\mu_1$-Ebene in eine Reihe von Flächenstreifen, von denen jeder das Gebiet darstellt, innerhalb dessen der kritische Druck p_k für einen bestimmten, das Gebiet kennzeichnenden Wert von ν ein Minimum wird. Fällt also für einen gegebenen Hohlzylinder, d. h. bei bekanntem μ_1 und $\frac{r}{h}$ der Punkt $\mu_1, \frac{r}{h}$

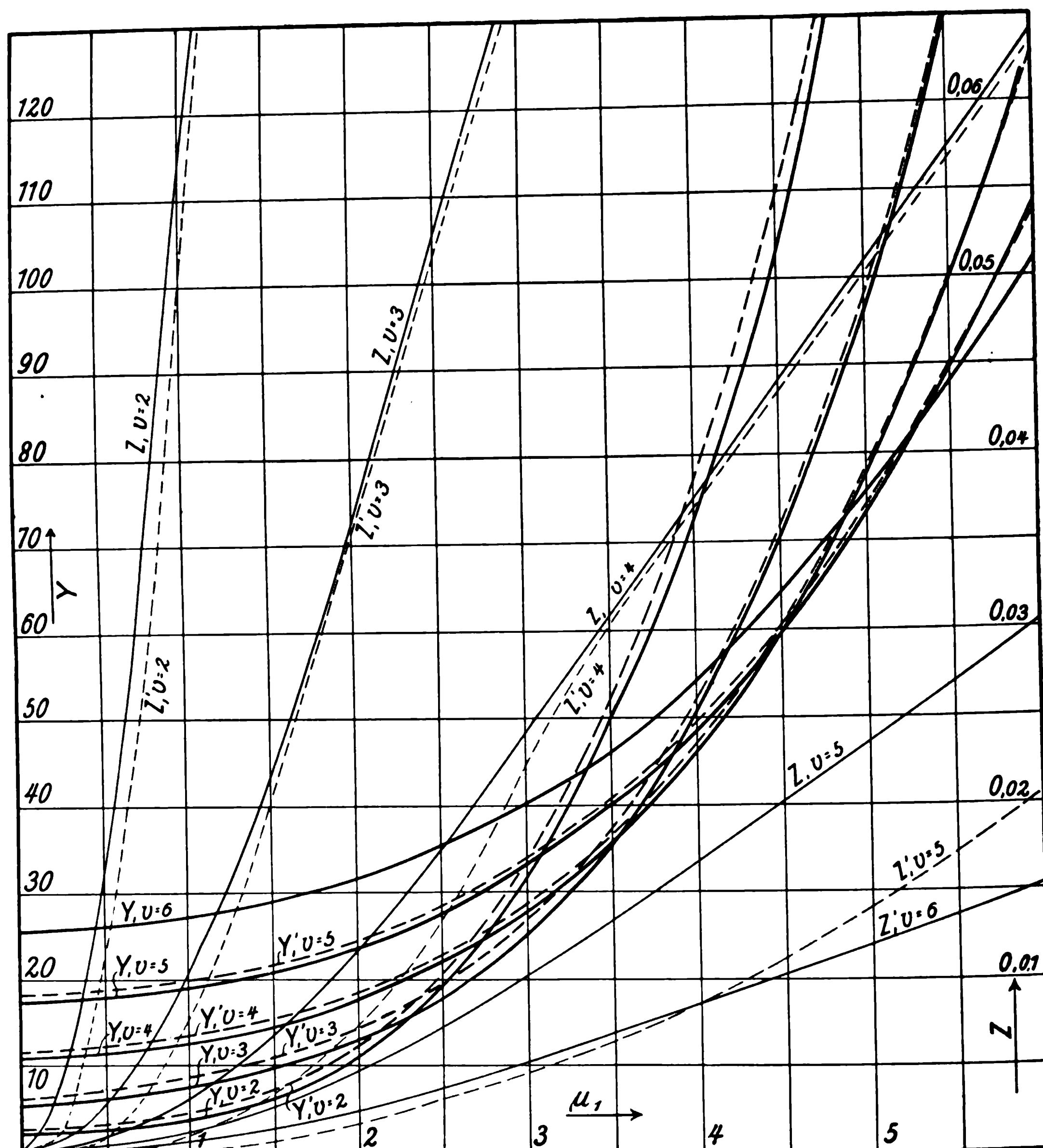


Fig. 11.

z. B. in das Gebiet $\nu = 4$, so ermittelt sich nach Festlegung der Größen Y_4 und Z_4 aus Fig. 11 mit $\nu = 4$ der kritische Druck aus (36).

Damit ist aber auch gleichzeitig der Weg gegeben, auf welchem man zur Ermittelung des kritischen Druckes eines Hohlzylinders mit bekannten Abmessungen gelangt. Aus dem Radius r, der Länge l und der halben Wandstärke h bestimmt man sich $\mu_1 = \pi \frac{r}{l}$ und $\frac{r}{h}$, und sucht nun den Punkt $\mu_1 \frac{r}{h}$ in Fig. 12 auf. Fällt dieser Punkt in das Gebiet $\nu = a$, so findet man weiter aus Fig. 11 die zu $\nu = a$ und μ_1 gehörigen Werte von Y und Z und erhält mit diesen aus (36) den gesuchten kritischen Druck.

Aus der Fig. 12 folgt weiter, daß mit abnehmendem μ_1, d. h. mit wachsender Länge des Zylinders im Verhältnis zum Radius auch die Zahl der auf dem Umfang beim Knicken auftretenden Wellen abnimmt, bis sie schließlich für sehr lange Zylinder gleich 2 wird. Für diesen Fall können wir aber auch den kritischen Druck genau angeben. Dann ist nämlich $\mu_1 = 0$ und damit wird

$$\frac{p_{k0}}{E} = \frac{2}{3} \cdot \frac{m^2}{m^2 - 1} \cdot \frac{\nu^2(\nu^2 - 2)}{\nu^2 - 1} \cdot \frac{h^3}{r^3} \qquad (38)$$

oder da hierbei stets $\nu = 2$ zu setzen ist,

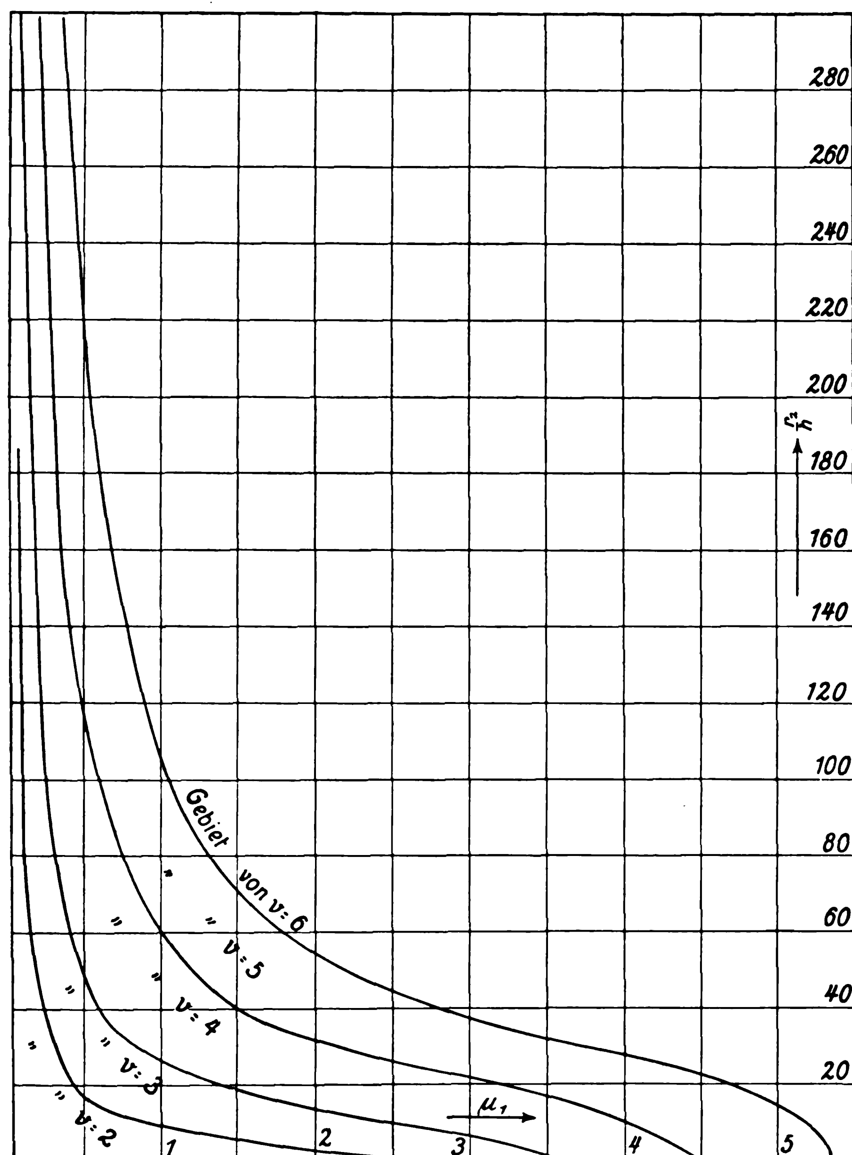


Fig. 12.

$$\frac{p_{k0}}{E} = \frac{16}{9} \frac{m^2}{m^2 - 1} \frac{h^3}{r^3}. \qquad (38a)$$

Der Fall eines sehr langen Hohlzylinders ist nun schon von Bryan[1]) behandelt worden, während Forchheimer den kritischen Druck eines Ringes bestimmt hat. Bryan ging bei seinen Untersuchungen davon aus, daß die Deformationen eines sehr langen Hohlzylinders als dehnungslos, d. h. als reine Biegungsdeformationen anzusehen sind und fand hierbei

$$\frac{p_{k0}}{E} = 2 \frac{m^2}{m^2 - 1} \frac{h^3}{r^3}. \qquad (39)$$

Die gleiche Voraussetzung liegt auch den Untersuchungen von Föppl zugrunde, der aber, da er nur einen Ring von geringer Länge betrachtete, die Querkontraktion vernachlässigen durfte. Er fand hierbei den kritischen Druck

$$\frac{p_k}{E} = \frac{8}{3} \frac{h^3}{r^3}. \qquad (40)$$

Der Bryansche Wert des kritischen Druckes unterscheidet sich nun von dem unseren um $\frac{2}{9} \frac{m^2}{m^2 - 1} \cdot \frac{h^3}{r^3}$ und dieser Unterschied erklärt sich dadurch, daß wir in unserer Rechnung an verschiedenen Stellen h^2 gegen r^2 vernachlässigen mußten, weil sich sonst die Ausdrücke zu umfangreich gestaltet hätten. Der viel einfachere Bryansche Fall dagegen, der hier nur als

1) Love, S. 637.

Grenzfall erscheint, läßt sich ohne eine solche Vernachlässigung durchführen. Der Vergleich der beiden Werte von p_k nach (38a) und (39) läßt übrigens noch den Schluß ziehen, daß unsere Rechnungen die kritischen Drücke ein wenig zu klein ergeben und daß man sonach mit unseren Ausdrücken etwas zu sicher rechnen wird.

Aus Fig. 12 folgt ferner das merkwürdige Ergebnis, daß mit wachsendem Verhältnis $\frac{r}{h}$ auch die Zahl der auf den Umfang entfallenden Wellen wächst. Dies anscheinend paradoxe Resultat wird aber sofort erklärlich, wenn man einmal einen Hohlzylinder von großem Durchmesser und verhältnismäßig kleiner Länge, also von großem μ, betrachtet. Ein solcher Hohlzylinder wird nicht nur an zwei Stellen einknicken, da ja die von den beiden Stellen hinreichend weit entfernten Teile des bedeutenden Umfanges von den Deformationen an zwei Stellen gar nicht, oder nur sehr wenig berührt werden. Er kann sich also an einer ganzen Reihe von Stellen einbeulen, und zwar an um so mehr Stellen, je dünner die Wand, je größer also $\frac{r}{h}$ ist. Damit ist aber auch dies Resultat erklärt.

Wie bei der Ermittelung der axialen Knicklast, so wollen wir auch hier versuchen, den kritischen Druck p auch ohne Vernachlässigung von u und unter Benutzung der Gl. (8a) bis (8c) zu bestimmen. Hierbei bleibt Gl. (1b) unverändert, ebenso die ersten beiden Gl. (10a), während die letzte Gl. (10a) entsprechend (10b) lautet:

$$\left.\begin{aligned}&\frac{\partial^4 w}{\partial x^4}+\frac{2}{r^2}\frac{\partial^4 w}{\partial x^2\partial\varphi^2}+\frac{1}{r^4}\frac{\partial^4 w}{\partial\varphi^4}+\frac{m+2}{2m(m-1)}\cdot\frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}+\frac{2m+1}{2(m-1)}\frac{1}{r^4}\frac{\partial^2 w}{\partial\varphi^2}+\frac{3}{r^2h^2}w-\\&-\frac{p}{rD}\left(r-\frac{\partial^2 w}{\partial\varphi^2}-\frac{\partial v}{\partial\varphi}\right)+\frac{2m-1}{m}\frac{1}{r^2}\frac{\partial^3 v}{\partial x^2\partial\varphi}+\frac{1}{r^4}\frac{\partial^3 v}{\partial\varphi^3}-\frac{3}{r^2h^2}\frac{\partial v}{\partial\varphi}-\frac{3}{mrh^2}\cdot\frac{\partial u}{\partial x}=0.\end{aligned}\right\}\quad(10c)$$

Auch diese Gleichung hat ein partikuläres Integral, das der achsensymmetrischen Verzerrung durch äußeren Druck entspricht und das den Gleichungen

$$\left.\begin{aligned}&\frac{\partial^4 w}{\partial x^4}+\frac{m+2}{2m(m-1)}\cdot\frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}+\frac{3}{r^2h^2}w-\\&\qquad-\frac{p}{D}-\frac{3}{mrh^2}\frac{\partial u}{\partial x}=0\\&\frac{3r^2}{h^2}\frac{\partial^2 u}{\partial x^3}+\frac{2m^2}{2m(m-1)}\frac{2m-3}{}\frac{\partial^3 w}{\partial x^3}-\frac{1}{m}\cdot\frac{3}{h^2}\frac{\partial w}{\partial x}=0\end{aligned}\right\}\quad(32a)$$

genügen muß. Für die Beurteilung der Knickerscheinungen ist dieses Integral ohne Bedeutung, und soll aus diesem Grunde hier auch nicht weiter besprochen werden.

Wir können daher für die Folge in Gl. (10c) das Glied $\frac{p}{D}$ auslassen [durch Elimination von $\frac{\partial u}{\partial x}$ aus (10a) und (10c) würde es von selbst verschwinden] und erhalten nun weiter durch Einführung des Ansatzes (13a) unter Entfernung der Konstanten A, B und C

$$\left.\begin{aligned}\frac{p_K'}{E}=\frac{2}{3}\frac{m^2}{m^2-1}\Bigg\{&\frac{h^3}{r^3}\left[\frac{2m-1}{m}\mu_1^2+\nu^2+\left(\frac{\mu_1^4}{\nu^2}+\frac{\mu_1^2}{m}\right)\cdot\frac{\mu_1^4+\frac{2m-1}{m-1}\mu_1^2\nu^2+\nu^4}{\mu_1^4-\frac{2m+1}{m}\mu_1^2+\frac{2m-1}{m-1}\mu_1^2\nu^2-\nu^2+\nu^4}\right]+\\&+3\frac{m-1}{m+1}\cdot\frac{h}{r}\left[\nu^2-\frac{\mu_1^2}{m}+\left(\frac{\mu_1^2}{m}-\nu^2+1\right)\frac{\mu_1^4+\frac{2m-1}{m-1}\mu_1^2\nu^2+\nu^4}{\mu_1^4-\frac{2m+1}{m}\mu_1^2+\frac{2m-1}{m-1}\mu_1^2\nu^2-\nu^2+\nu^4}\right]\Bigg\}\end{aligned}\right\}\quad(34b)$$

oder

$$\frac{p'}{E}=Y_\nu'\frac{h^3}{r^3}+Z_\nu'\frac{h}{r},\qquad(36a)$$

worin abkürzungsweise wie früher mit $\mu_1=\frac{\pi r}{e}$

$$\left.\begin{aligned}Y_\nu'&=\frac{2}{3}\frac{m^2}{m^2-1}\left[\frac{2m-1}{m}\mu_1^2+\nu^2+\left(\frac{\mu_1^4}{\nu^2}+\frac{\mu_1^2}{m}\right)\cdot\frac{\mu_1^4+\frac{2m-1}{m-1}\mu_1^2\nu^2+\nu^4}{\mu_1^4-\frac{2m+1}{m}\mu_1^2+\frac{2m-1}{m-1}\mu_1^2\nu^2-\nu^2+\nu^4}\right]\\Z_\nu'&=2\cdot\frac{m^2}{(m+1)^2}\left[\nu^2-\frac{\mu_1^2}{m}+\left(\frac{\mu_1^2}{m}-\nu^2+1\right)\cdot\frac{\mu_1^4+\frac{2m-1}{m-1}\mu_1^2\nu^2+\nu^4}{\mu_1^4-\frac{2m+1}{m}\mu_1^2+\frac{2m-1}{m-1}\mu_1^2\nu^2-\nu^2+\nu^4}\right]\end{aligned}\right\}\quad(35a)$$

gesetzt wurde. Für verschiedene Werte von μ_1 und ν sind nun die Werte von Y_ν' und Z_ν' berechnet und in Fig. 11 gestrichelt eingetragen worden. Man erkennt, daß Y_ν' immer etwas größer ist als Y_ν, während umgekehrt Z_ν' im Anfang viel kleiner ist als Z_ν, sich diesem aber mit wachsendem μ_1 asymptotisch annähert. Demnach sind die nach der genaueren Methode ermittelten Werte des kritischen Druckes p_K' kleiner als die unter Vernachlässigung von u gefundenen Werte und diesen bei Berechnungen von Hohlzylindern, die unter äußerem Druck stehen, stets vorzuziehen.

Für unendlich lange Hohlzylinder, d. h. für $\mu_1 = 0$ geht Gl. (34b) über in

$$\frac{p_K}{E} = \frac{8}{3} \frac{h^3}{r^3} \cdot \frac{m^2}{m^2 - 1}, \tag{41}$$

also eine der Gl. (40) ganz entprechende Form.

Eine Prüfung der Ergebnisse unserer Theorie an Hand des vorliegenden Versuchsmaterials ist kaum mit einiger Sicherheit durchzuführen. Dies liegt in erster Linie daran, daß alle Versuche an genieteten oder geschweißten Rohren vorgenommen wurden, und diese Rohre hatten infolge der Verbindungen wahrscheinlich erheblichere Unsymmetrie, als es den Grundlagen unserer Berechnung entspricht. Es ist daher nicht anders zu erwarten, daß die Versuche an genieteten Rohren zum Teil wesentlich geringere kritische Drücke ergeben, als die Rechnung sie erwarten läßt. Hierbei ist auch noch zu beachten, daß wir in unserer Rechnung von vornherein h^2 gegen r^2 vernachlässigt haben, weil sonst die Rechnung außerordentlich viel komplizierter geworden wäre, und diese Vernachlässigung führt, wie sich überschläglich erkennen läßt, auf zu große Werte von Y_ν' und wahrscheinlich auch von Z_ν'. Endlich sind die Werte von Y_ν' und Z_ν', nach denen die Fig. 11 gezeichnet wurde, nur mit dem Rechenschieber ermittelt, und auch diese Berechnung ergibt namentlich für Z_ν', das als kleine Differenz zweier beträchtlicher Werte erscheint, leicht zu große Zahlen.

Um wenigstens ein Bild über das Verhältnis der Rechnungswerte zu den Beobachtungswerten von p_K zu ermitteln, wählen wir aus den Versuchen auf der Kaiserlichen Werft in Danzig[1]) drei aus und vergleichen hiermit noch den bei Bach[2]) mit E bezeichneten Versuch. Wir finden

Versuch Nummer		1	5	6	E
Durchmesser $2r$	mm	1000	1000	1000	1371
Wandstärke $2h$	mm	8,1	11,3	11,0	6,35
Länge l	mm	1062	1980	1065	914
$100 \frac{h}{r}$		0,81	1,13	1,10	0,463
μ_1		1,46	0,789	1,47	2,34
ν		5	4	5	6
Y_ν'		21,3	13,0	21,3	35,2
Z_ν'		0,0005	0,0003	0,0005	0
$\frac{p_K}{E} \cdot 10^6$		15,35	22,1	32,0	3,52
p_K mit $E = 2 \cdot 10^6$	kg/qcm	30,7	44,2	64	7,04
$p_{K\,\text{eff}}$ beobachtet	kg/qcm	24	32	45	9
$\frac{p_K}{p_{K\,\text{eff}}}$		1,28	1,37	1,42	0,783

Mit Ausnahme des Versuchs E ergaben sich also alle Beobachtungswerte von p_K erheblich kleiner als die Rechnungswerte, doch ist es bemerkenswert, daß die Rechnungsergebnisse um so besser mit den Beobachtungswerten übereinstimmen, je kleiner das Verhältnis $h:r$ ist. Es wäre sehr interessant, das Verhältnis der berechneten zu den beobachteten Werten festzustellen, für den Fall, daß die Rechnung ohne Vernachlässigung durchgeführt wird. Leider scheinen sich dem aber Schwierigkeiten entgegenzustellen, deren Überwindung kaum möglich erscheint.

Solange diese Rechnung nicht durchgeführt ist, empfiehlt es sich, zur Berechnung von Rohren, die unter äußerem Druck stehen, die Gl. (36a) zu verwenden und dabei die Wandstärke so zu bemessen, daß der äußere Druck ein Bruchteil des kritischen Druckes p_K wird, also

$$p = 0{,}1\, p_K \text{ bis höchstens } 0{,}25\, p_K$$

zu setzen, was einer zehn- bis vierfachen Sicherheit gegen Knickung entspricht.

Zusammenfassung.

Im Anschluß an die Lovesche Theorie dünner Platten und Schalen wurde die nicht

1) Vgl. Bach, Z. d. Ver. d. Ing. 1894, S. 689 u. f.
2) Bach, Die Maschinenelemente, 7. Aufl., S. 191.

achsensymmetrische Knickung dünner Hohlzylinder unter axialem und radialem äußerem Drucke untersucht. Hierbei wurde zunächst von der ersten Näherung der Loveschen Theorie ausgegangen, und im Anschluß daran beide Probleme auch in der zweiten Annäherung untersucht. In beiden Fällen ist hierbei die Annahme gemacht worden, daß das Quadrat der Wandstärke als klein gegenüber dem Quadrate des Radius vernachlässigt werden kann. Die Rechnungsergebnisse sind graphisch aufgetragen und im Falle der Rohre unter äußerem Druck mit den bisher vorliegenden Beobachtungswerten verglichen worden.

(Eingegangen 22. Januar 1911.)

Über Ladungsbestimmungen an Nebelteilchen.

Von Karl Przibram.

In einer früheren Notiz[1]) habe ich gezeigt, daß bei Anbringung der Cunningham-Millikanschen Korrektur die Maxima der Verteilungskurve der 1200 an Tropfen des Phosphornebels gemessenen Ladungswerte sich dem Elementarquantum und seinen Vielfachen nähern. Auffallend blieb aber die große Streuung der Werte und die starken Unterschreitungen des Elementarquantums. Vor kurzem hat nun Herr E. Regener[2]) ähnliche Messungen ausgeführt, und gelangt zu Resultaten, die denen R. A. Millikans sehr nahe kommen. Die starke Streuung und insbesondere die Unterschreitungen bei meinen Versuchen führt Herr Regener darauf zurück, daß bei meinem Kondensator mit nahezu kubischem Luftraum Störungen durch Wandladungen auftreten, die bei seiner Anordnung (Verhältnis der Tiefe zur Höhe des Kondensators = 6 : 1) wegfallen.

Ich bin um so eher geneigt, einer derartigen Deutung meiner Ergebnisse beizutreten, als ich schon früher[3]) bei Beobachtung in unmittelbarer Nähe der Wand auf starke Störungen gestoßen war und ferner zeigen konnte, daß die Ladungswerte nach dem Fehlergesetz um die Stellen größter Häufigkeit verteilt sind[4]).

Nach dem Erscheinen der Arbeit des Herrn Regener habe ich meine Messungen mit einem verbesserten Kondensator (Platten 10 × 10 mm im Abstand 1 mm) wieder aufgenommen. Im folgenden gebe ich vorläufig die bisher gewonnenen Resultate, denen ich bald genauere folgen lassen zu können hoffe. Tabelle I gibt als Beispiel die erste mit dem neuen Kondensator an einem Tröpfchen des Phosphornebels erhaltene Beobachtungsreihe. Die Tabellen II bis IV geben die aus derartigen Serien gebildeten mittleren Zeiten und die daraus berechneten Radien a, nach Cunningham, die Ladungen e' nach Stokes und e nach Cunningham. Die Ladungen sind negativ.

Die dauernde Beobachtung ein und desselben Teilchens hat keine Schwierigkeit; die Streuung ist unvergleichlich geringer als früher, und durch Mittelbildung aller Ladungen gelange ich für Kalilaugetröpfchen (elektrolytischer Sauerstoff) zum Werte $5{,}13 \cdot 10^{-10}$ e. s. E. Der Abweichung um 4,7 Proz. vom Werte $4{,}9 \cdot 10^{-10}$ kann ich im gegenwärtigen Stadium meiner Versuche kein besonderes Gewicht beilegen.

Der Phosphornebel gibt im Mittel, die Dichte der Tröpfchen provisorisch gleich 1 gesetzt,

Tabelle I.

Phosphor.
Spannung 85 Volt.
Fallstrecke 0,0660 cm.

Fallzeit in sec	Hebezeit in sec
17,3	9,6
17,7	9,2
20,3	9,0
17,0	10,1
15,1	9,4
18,1	10,2
Mittel	
17,58	9,58

$a = 5{,}1 \cdot 10^{-5}$
$e = 5{,}7 \cdot 10^{-10}$
$e' = 7{,}0 \cdot 10^{-10}$

Tabelle II.

Kalilauge ($s = 1{,}10$) in Sauerstoff ($\mu = 1{,}98 \cdot 10^{-4}$).
Fallstrecke 0,0660 cm. Feld 2,73 e. s. E.

Fallzeit in sec	Hebezeit in sec	$a \cdot 10^5$	$e' \cdot 10^{10}$	$e \cdot 10^{10}$	
40,9	5,0	3,5	7,30	5,17	
35,5	5,15	3,5	7,85	5,83	
30,4	7,9	3,8	5,98	4,51	
27,6	6,8	4,0	7,30	5,50	
24,3	8,6	4,3	6,93	5,28	
22,9	8,75	4,4	6,83	5,28	
22,5	9,8	4,5	6,45	5,06	
21,9	10,1	4,6	6,50	5,06	
21,9	8,7	4,6	7,15	5,61	
20,4	10,6	4,8	6,60	5,17	
18,5	16,0	5,0	5,66	4,51	
15,2	22,9	5,6	5,84	4,73	
25,62	1,4	4,1	32,0	24,97	= 4,99 × 5
					Mittel 5,13

1) Diese Zeitschr. **12**, 62, 1911; Wiener Bericht **119**, 1719, 1910.
2) Diese Zeitschr. **12**, 135, 1911.
3) Wiener Ber. **119**, 1723, 1910.
4) Wiener Ber. **119**, 1724 und 19. Januar 1911.

Tabelle III.
Phosphor ($s = 1,0$) in Luft ($\mu = 1,80 \cdot 10^{-4}$).
Fallstrecke 0,0660 cm.

Feld in e. s. E.	Fallzeit in sec	Hebezeit in sec	$a \cdot 10^5$	$e' \cdot 10^{10}$	$e \cdot 10^{10}$
2,83	28,6	5,05	3,9	7,98	6,0
2,60	26,95	4,95	4,1	9,15	7,0
2,60	23,56	4,90	4,3	10,2	7,8
2,60	23,53	5,06	4,3	10,1	7,8
2,83	23,44	5,2	4,3	8,85	6,8
2,83	23,35	5,1	4,4	9,05	7,0
2,60	22,15	7,0	4,5	7,97	6,2
2,83	22,75	6,35	4,5	7,73	6,0
2,60	21,31	6,09	4,6	9,15	7,1
2,83	21,85	6,4	4,6	7,85	6,2
2,83	21,08	6,78	4,7	7,8	6,2
2,60	21,1	6,0	4,7	9,25	7,3
2,60	19,15	7,32	4,9	8,62	6,8
2,60	18,3	9,82	5,0	7,27	5,8
2,83	17,58	9,58	5,1	7,0	5,7
2,60	16,87	9,1	5,2	8,18	6,6
2,83	15,75	9,2	5,5	6,7	5,4
2,60	15,45	13,0	5,5	7,19	5,9
2,60	13,3	19,1	6,0	6,98	5,8
2,60	12,3	27,5	6,2	6,70	5,5
2,60	12,0	29,7	6,3	6,74	5,6
2,60	11,95	27,5	6,3	6,95	5,8
2,83	11,65	22,26	6,4	7,03	5,9
2,65	28,76	2,75	3,9	14,5	10,8 = 5,4 × 2
0,863	24,45	12,4	4,3	14,7	11,3 = 5,65 × 2
2,60	20,26	3,97	4,8	13,4	10,6 = 5,3 × 2
2,60	16,78	3,86	5,2	15,5	12,5 = 6,25 × 2
0,863	14,6	34,4	5,7	15,3	12,5 = 6,25 × 2
2,60	15,9	2,5	5,4	23,1	18,8 = 6,26 × 3

Mittel 6,25

Tabelle IV.
Schwefelqualm ($s = 1$) in Luft ($\mu = 1,80 \cdot 10^{-4}$).
Fallstrecke 0,0660 cm.

Feld in e. s. E.	Fallzeit in sec	Hebezeit in sec	$a \cdot 10^5$	$e' \cdot 10^{10}$	$e \cdot 10^{10}$
2,80	36,4	3,1	3,4	10,7	7,7
2,80	30,1	3,4	3,8	11,0	8,2
2,80	28,1	4,5	4,0	8,5	6,5
2,73	27,8	5,8	4,0	7,5	5,7
2,80	27,4	4,9	4,0	8,0	6,1
2,63	26,3	5,6	4,1	8,35	6,4
2,80	26,4	4,7	4,1	8,98	6,9
2,63	24,45	5,5	4,3	8,85	6,8
2,73	23,5	7,01	4,4	7,28	5,7
2,66	22,2	6,35	4,5	8,4	6,6
2,80	22,6	7,75	4,5	6,79	5,4
2,63	20,48	7,5	4,7	7,9	6,2
2,73	18,8	11,2	5,0	6,42	5,1
2,66	17,8	10,2	5,1	7,15	5,7
2,73	17,36	10,04	5,2	7,33	5,9
2,66	15,45	12,9	5,5	7,05	5,8
2,66	13,03	23,4	6,1	6,47	5,1
2,73	12,4	20,85	6,2	7,1	5,9
2,73	12,4	26,15	6,2	6,5	5,4
2,80	30,43	1,85	3,8	19,3	14,4 = 7,2 × 2
2,80	25,15	2,35	4,2	17,1	13,1 = 6.55 × 2

Mittel 6,23

$6,25 \cdot 10^{-10}$, Schwefelqualm[1]) ebenso $6,23 \cdot 10^{-10}$. Daß diese Werte in Übereinstimmung mit dem ersten Maximum der früher angegebenen Verteilungskurve wesentlich höher liegen, läßt sich ungezwungen durch die Annahme, die Dichte der Tröpfchen sei infolge der gelösten Substanzen (etwa phosphorige Säure $s = 1,65$, Schwefelsäure $s = 1,85$) größer als 1, erklären. Die Dichte 1,4 würde in beiden Fällen beiläufig genügen, um den Mittelwert der Ladung auf $4,9 \cdot 10^{-10}$ zu bringen[2]). Ob die stärkere Streuung bei Phosphor- und Schwefelnebel, die sich namentlich im Auftreten höherer Ladungswerte bei den kleineren Tröpfchen äußert, auf Mängel der Beobachtung, auf eine unzulängliche Korrektur oder auf verschiedene Dichten der einzelnen Tröpfchen deutet, möchte ich noch nicht entscheiden.

Nachtrag bei der Korrektur (22. März 1911): Einige neuere Messungen an kleineren Tröpfchen mit Radien bis herab zu $2,0^{-5}$ cm haben ähnliche, nur begreiflicherweise noch etwas unregelmäßigere Werte ergeben, die **keine** Tendenz zeigen, den Elektronenwert zu unterschreiten.

1) Schwefelqualm enthält verhältnismäßig viele ungeladene Teilchen, entsprechend der geringen Ionisation der Schwefelflamme (G. C. Schmidt, Ann. d. Phys. **10**, 704, 1903; L. Bloch, C. R. **148**, 782, 1909).

2) An anderer Stelle (Wiener Ber. **119**, 1723, 1910) wurde aus einer allerdings sehr rohen Schätzung des Phosphorgehaltes der Luft geschlossen, daß die Abweichung der Tropfendichte von der Einheit den Ladungswert kaum um 10 Proz. beeinflussen dürfte; doch war damals die Cunninghamsche Korrektur noch nicht berücksichtigt worden, die der Dichte einen größeren Einfluß einräumt, so daß hier kein Widerspruch vorliegt. — Betrachtet man den Wert $4,9 \cdot 10^{-10}$ wenigstens für große Tropfen als hinreichend fundiert, so geben Messungen wie die vorliegenden ein Mittel, die Dichte minimaler Substanzmengen in Nebelform zu bestimmen.

Wien am 3. März 1911.

(Eingegangen 6. März 1911.)

Über die Frage des Elementarquantums der Elektrizität.

(Zum Teil Erwiderung an die Herren E. Regener, R. A. Millikan und H. Fletcher.)

Von Felix Ehrenhaft.

Gegen die nach meiner Methode erschlossenen Ladungsbestimmungen an ultramikroskopischen Einzelteilchen, durch welche ich zu der Vermutung gekommen bin, daß es in der Natur Elektrizitätsmengen zu geben scheint, die kleiner sind, als das derzeit zu $4,9 \cdot 10^{-10}$ e. s. E. festgelegte Elektron, sind einige Einwendungen erhoben worden. Wenn diese auch größtenteils

in meiner vorerschienenen Abhandlung[1]) in dieser Zeitschrift entkräftet erscheinen, will ich doch zur Klärung der Fragen einiges ergänzen.

Die Einwendung Regeners[2]) bezüglich der Homogenität meines Kondensators, eingerichtet für Ultramikroskopie, vorschraubbar vor das Zeiß-Achromatobjektiv *B*, ist nicht stichhältig, da der Plattendurchmesser desselben 5 mm beträgt (S. 95 l. c. wurde dieser leider irrtümlich zu 4 mm angegeben); wofern man auf die sonst kreisrunde Form der Beugungsscheibchen verzichtet, kann die Plattendistanz auch unter 1,5 mm verringert werden, was durch einfaches Hineinschrauben der die Platten des Kondensators bildenden Schrauben *SS* erfolgt. In der Skizze (Fig. 1) ist der Teil des Kondensatorraumes, in dem die Beobachtungen erfolgen, durch den kleinen Kreis in der Mitte gekennzeichnet; der Kondensator steht daher dem Regeners an Homogenität in keiner die Versuche beeinträchtigenden

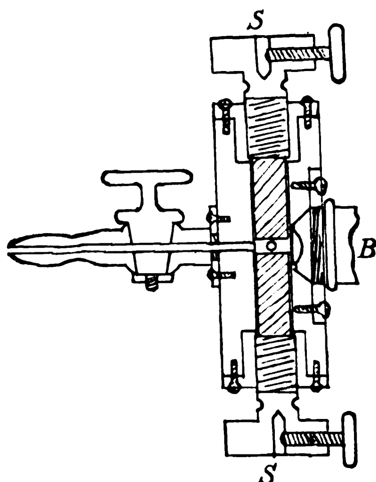


Fig. 1. Natürl. Größe. Beobachtungsobjektiv *B*. Achse des Beleuchtungsobjektives *S* senkrecht zur Zeichenebene. Der Kreis zwischen den Kondensatorplatten ist das Gesichtsfeld, in dem beobachtet wird. Ist aber senkrecht zur Zeichenebene zu denken.

Weise zurück, da bei den Messungen vorzitierter Abhandlung die Plattendistanz fast ausschließlich 1 mm betrug, bei wenigen Messungen 1,5 mm, die Entfernung der den Kondensator direkt abschließenden Frontlinse des Objektivs von der Beobachtungsebene beträgt 3 mm. Aber auch mit einem vor ein Zeiß-Achromatobjektiv *AA* geschraubten Kondensator (Beleuchtungsobjektiv *AA* nach Abschrauben der vordersten Linse oder besser a_3, Plattendurchmesser zur Plattendistanz wie 14:1,5) bei Verwendung äußerster Ultramikroskopie (Skizze Fig. 2) weichen meine Resultate in keiner Weise von den bisherigen ab; es kann die Unstimmigkeit auch nicht am Kondensator gelegen haben, denn Herr Regener ist selbst an Metallpartikeln ähnlich wie ich nicht zur Übereinstimmung mit dem Elektronenwerte gekommen[1]). Letzteren Kondensator hatte ich schon lange vor Regeners Einwand bei Zeiß konstruieren lassen, er hat durch Objektiv *AA* den Vorteil längerer Beobachtungsstrecken, den Nachteil lichtschwächerer Beugungsscheibchen. E. Regener hat als Kriterium für ein störungsfreies Feld die Möglichkeit, ein und dasselbe Partikel vielmals hintereinander steigend und fallend beobachten zu können, hingestellt. Dieses Kriterium ist bei meinen Anordnungen durchaus erfüllt gewesen, trotz der wesentlich geringeren Tiefenschärfe der andern Objektive als der des Achromats *AA*, auf welche es nach meiner Ansicht vor allem ankommt. Dr. Anton Kailan hat ein ultramikroskopisches Goldpartikel, hergestellt in trockener Kohlensäure, über 80mal ohne Abweichung fallend und steigend beobachtet, trotzdem dieses Partikelchen viel kleiner ist, als die

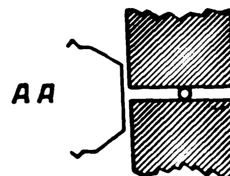


Fig. 2. Natürl. Größe. Beobachtungsobjektiv *AA*. Achse des Beleuchtungsobjektives a_3 (Zeiß) senkrecht zur Zeichenebene. Bezügl. des Gesichtsfeldes wie bei Fig. 1.

großen Tröpfchen Regeners, und ein Verfolgen des Partikels bei mit dem Beobachtungsmikroskop fest verbundenen Kondensator ausgeschlossen ist. Dagegen beobachtet Herr Erich Regener kleine Tröpfchen, indem er die beleuchtenden Strahlen schräg gegen die Achse des Mikroskops richtet, so daß die einzelnen Teilchen als helle Pünktchen auf schwach erleuchtetem Grunde erscheinen. Es gelangen bei einer solchen Anordnung aber außer den von den Teilchen reflektierten, die Beugungsscheibchen erzeugenden Strahlen noch ein Teil der beleuchtenden Strahlen in das Mikroskop, welche auch ohne Vorhandensein der Teilchen die Erleuchtung des Gesichtsfeldes bewirken, und gerade dieser Rest der direkten Strahlen überflutet das von den ultramikroskopischen Partikeln in das Mikroskop gebeugte Licht, so daß sich diese alle der Beobachtung entziehen. Denn nur in der korrekten Anordnung der Beleuchtung unter voller Ausnutzung des optischen Kontrastes ist der Fortschritt der ultramikrosko-

1) Diese Zeitschr. **12**, 94, 1911.
2) Diese Zeitschr. **12**, 141, 1911.

1) Diese Zeitschr. **12**, 139, 1911.

pischen Anordnung nach Siedentopf gelegen. Millikan benutzt sogar bloß ein Fernrohr (Kathetometer), das wohl bloß viel größere Partikel zu beobachten gestattet. Wenn nunmehr alle Beobachter jetzt bereits am Einzelteilchen messen und sich von jenen Mittelwertsmethoden, gegen welche ich scheinbar nunmehr durchaus anerkannte prinzipielle Einwendungen erhoben habe[1]), abgewandt haben, so kommen sie alle der von mir aufgestellten zweiten Forderung, zur Erschließung der kleinsten Ladungen am Einzelteilchen die Messungen bis an die Grenze der optischen Möglichkeiten durchzuführen, noch nicht nach. Die untere Grenze der Partikelgröße aller dieser Beobachter liegt nunmehr über $3{,}1 \cdot 10^{-5}$ cm, und unter 32 Tröpfchen dieser und höherer Größenordnung fand Regener nur 7 mal die angeblich kleinste Elementarladung zwischen 4,59 und $5{,}53 \cdot 10^{-10}$ e.s.E. Wie ich aber bereits vor Erscheinen der in Diskussion gezogenen Abhandlung Regeners geschlossen habe, scheinen im allgemeinen Partikel mit einem Radius der ultramikroskopischen Größenverordnung vielfach Ladungen zu tragen, die kleiner sind als das derzeit zu $4{,}9 \cdot 10^{-10}$ e.s.E. festgelegte Elektron[2]). Die ultramikroskopisch noch leicht sichtbar zu machende Größenordnung der Radien für in Flüssigkeitssuspensionen nicht absetzende kolloidale Goldpartikel liegt je nach Erzeugung der Suspension zwischen 0,4 bis $3{,}5 \cdot 10^{-6}$ cm und darunter, der in Flüssigkeiten absetzenden Goldpartikel von $4{,}5 \cdot 10^{-6}$ cm aufwärts. Also selbst die großen kolloidalen Goldteilchen sind wesentlich kleiner als die von vorerwähnten Autoren angegebenen Tröpfchen Wassers oder Öles; die Radien der Goldpartikel, an welchen ich gemessen habe, liegen zwischen 3 und $10 \cdot 10^{-6}$ cm. Hie und da ist es mir gelungen, ein größeres orangefarbiges Goldteilchen vom Radius $15 \cdot 10^{-6}$ cm durch raschen Luftstrom vor das Mikroskop zu bringen. Aus obenerwähnten optischen Gründen gestattet jedoch die Versuchsanordnung Regeners, Millikans und auch die jetzt in Benutzung stehende Versuchsanordnung Karl Przibrams nicht, an so kleinen Tröpfchen exakte Versuche zu machen.

Aber auch Herr Regener hat die Ladungen der Teilchen, welche von der Verdampfung bezw. Zerstäubung einer Silberelektrode[3]) in getrockneter Luft herrühren, nicht auf das Elementarquantum $4{,}9 \cdot 10^{-10}$ e. s. E. bezw. dessen Vielfaches zurückführen können und damit eigentlich ähnliche Unstimmigkeiten und Unterschreitungen konstatiert wie ich. Er begründet dies aber damit, daß die im Lichtbogen gebildeten Stickoxyde sowie Ozon mit dem Silberpartikelchen Verbindungen eingehen und hält daher das Material für ungeeignet. Anderseits läßt er es dahingestellt, ob ich nicht Nebelpartikel beobachtet hätte. Ich habe bereits vom ersten Anbeginn auf diese Umstände geachtet[1]) und deshalb die Messungen in Luft, die wochen- und monatelang vorher auf das sorgfältigste getrocknet war, vorgenommen[2]). Stickoxyde und Ozon sind gasförmig und es ließe sich daher, falls Regener Nebel, entstehend durch Lösung der Stickoxyde in Wasser, beobachtet haben sollte, das nur durch eine unzureichende Trocknung der Luft erklären. Der Unterschied zwischen großen Nebelpartikeln und ultramikroskopischen kolloidalen Silberpartikeln ist aber typisch, von mir mehrmals beschrieben und nicht zu verkennen[3]). Aber selbst wenn nicht Silberpartikel, sondern Teilchen von Silbersalzen oder Silberoxyde beobachtet würden, lassen sich selbst unter Zugrundelegung des spezifischen Gewichtes dieser Verbindungen noch viele Ladungen finden, die selbst nach der durchaus zu große Werte ergebenden Stokesschen Formel berechnet, noch immer die Ladungen des Elektrons 4,9 wesentlich unterschreiten. In vollständig getrockneter Luft bleiben jedoch die Stickoxyde und der Ozon gasförmig und können, falls sie überhaupt mit Silber in Reaktion treten, nur Dichteänderungen bewirken, die nicht ausreichen, die Unterschreitungen des Elektronenwertes aufzuklären (vgl. Nr. 2 vom 8. XI. diese Zeitschrift; **12**, 99, 1911). Eine Reaktion solcher Gase mit ultramikroskopischen Goldpartikeln, von welchen ich in vorerwähnter Abhandlung Serienmessungen angegeben habe, erscheint aber nach den derzeitigen Kenntnissen der Chemie vollständig ausgeschlossen. Jedenfalls aber sind die Einwendungen E. Regeners auf diese Partikel ultramikroskopischen Goldes nicht anwendbar.

Schon vor der Publikation E. Regeners habe ich auch in völlig getrockneter[4]) Kohlensäure Messungen in vorerwähntem für äußerste Ultramikroskopie eingerichteten Kondensator (Plattendistanz 1,5 mm, Kondensatordurchmesser 14 mm, Beobachtungsobjektiv *AA*, Beleuchtungsobjektiv *AA* ohne Frontlinse oder besser a_3, beobachtete Fallstrecke $310 \cdot 10^{-4}$ cm völlig schwarzes Gesichtsfeld) Serienmessungen an ultramikroskopischen Goldpartikeln vorgenommen; ich führe hier aus vielen anderen gleichartigen und auch

1) Wiener Bericht IIa, **119**, 826.
2) Diese Zeitschr. **12**, 103, 1911.
3) Diese Zeitschr. **12**, 139, 1911.

1) Wiener Akademieberichte, Bd. CXIX, Abt. IIa, S. 25.
2) Diese Zeitschr. **12**, 95, 1911.
3) Wiener Akademieberichte, Bd. CXIX, Abt. IIa, S. 26; diese Zeitschr. **11**, 622, 623, 1910.
4) Trocknung wie diese Zeitschr. **12**, 95, 1911.

Ultramikroskopisches Gold in absolut getrockneter Kohlensäure.
(Koeffizient der inneren Reibung $= 1{,}5 \cdot 10^{-4}$, mittlere Weglänge $6{,}5 \cdot 10^{-6}$ cm.)

Absolutes elektrostatisches Feld	Fallzeit in Sekunden	Hebezeit in Sekunden	Radius 10^6 cm berechnet nach Stokes	Cunningham $f = 0$	Cunningham $f = 1$	Absolute elektrostatische Ladung 10^{10} Stokes	Cunningham $f = 0$	Cunningham $f = 1$
			Partikel 1.					
0,67	4,5	14,0	Mittel 8,55	6,22	4,57	3,27	1,24	0,51
	4,5	15,6						
	4,1	14,7						
	4,3	15,7	$a_{min} = 8{,}1$	5,8	4,3		1,12	
	4,6	14,8						
	5,3	15,8						
	4,6	15,5						
	4,5	14,9						
	4,8	15,2						
	4,3	13,9						
	5,0	16,3	$a_{max} = 9{,}0$	6,6	5,0		1,69	
	3,7	15,8						
	4,6	17,1						
	4,1	15,9						
	4,4							
			Partikel 2.					
0,62	16,4	27,9	Mittel 7,56	5,32	3,90	0,5	0,36	0,32
	20,2	27,8		$a_{max} = 5{,}9$			$e_{max} = 0{,}40$	
	21,2	23,6		$a_{min} = 5{,}0$			$e_{min} = 0{,}33$	

für sehr kleine Partikel noch viel längeren Messungsserien zwei typische an, die übrigen werde ich in ihrer Vollständigkeit in den Berichten der Wiener Akademie der Wissenschaften veröffentlichen.

Bei Partikel 1 beträgt die mittlere Abweichung der elektrischen Bewegung 0,37 Sek. (7,5 Proz.), bei der Fallbewegung 0,84 Sek. (5,5 Proz.). Es ergibt sich daraus eine mittlere Brownsche Komponente in der Zeit t für die elektrische Bewegung zu $11 \sqrt{t} \cdot 10^{-4}$ cm, für die Fallbewegung zu $4{,}4 \cdot \sqrt{t} \cdot 10^{-4}$ cm Verschiebungen, die gegen die Fallstrecke $310 \cdot 10^{-4}$ cm nicht in Betracht kommen. Die theoretisch zu erwartende Komponente würde $20 \sqrt{t} \cdot 10^{-4}$ cm betragen[1]). Die Partikel beugten orangefarbiges Licht selektiv ins Mikroskop, wofern sie nicht allzu klein sind, so daß man wegen Lichtschwäche über Farbe nichts mehr aussagen kann und wurden etwa $^1/_2$ Stunde nach der Erzeugung der Suspension gemessen. Unter Zugrundelegung derselben Widerstandsformel, die Millikan und Regener zur Definition ihrer Teilchengrößen benutzen (Cunningham $f = 0$), ergibt Partikel 2 eine Ladung unter dem zehnten Teile der Elektronenladung, Partikel 1 den vierten Teil derselben. Wollte man diese erheblichen Ladungsunterschreitungen, die ersichtlicherweise nicht durch Brownsche Bewegung vorgetäuscht sein können (in der Tabelle sind die den Maximal- bezw. Minimalwerten entsprechenden Größen der Ladung und des Radius angeführt und zeigen, daß die Schwankungen der Serien ohne jeden Belang sind), auf den Umstand zurückführen, daß diese kleinen Partikel kolloidalen Goldes eine wesentlich geringere Dichte, entgegen allen bisherigen Annahmen, als die des Goldes besitzen, dann müßte unter der Voraussetzung, daß die Partikel die derzeit zu $4{,}9 \cdot 10^{-10}$ e. s. E. festgesetzte Elektronenladung getragen hätten, dem Partikel 1 die Dichte 3,6, dem Partikel 2 jedoch die Dichte 0,52 zugeschrieben werden, also für kolloidales Gold doch völlig unplausible Dichten. Unter Voraussetzung dieser Dichten müßte aber Partikel 1 den Radius $17 \cdot 10^{-6}$, Partikel 2 sogar einen Radius $43 \cdot 10^{-6}$ cm gehabt haben, was aber schon in Anbetracht der außerordentlichen Lichtschwäche dieser Partikel, die viel weniger Licht ins Mikroskop abbeugen als Nebelpartikel dieser Größenordnung, mir sehr unwahrscheinlich erscheint. Anderseits könnte man zu dem Schlusse gelangen, daß die ultramikroskopischen Partikel nur mit kleinen Bruchteilen des Elektrons geladen sind, oder daß die Bewegungsgesetze, die den Prämissen der klassischen Mechanik oder der Gastheorie entspringen, zu Konsequenzen führen, die in der Natur nicht begründet

1) Diese Zeitschr. 12, 98, 1911.

sind oder daß noch Umstände mitspielen, die bisher weder von mir noch von den andern Herren Mitarbeitern aufgeklärt werden konnten. Das Partikel 2 trägt selbst, nach Stokes berechnet, eine Ladung von etwa dem zehnten Teil der Elektronenladung. Ob aber da die zuerst von Karl Przibram und neuerdings von Millikan[1]) gegen meine Ergebnisse herangezogenen Einwendungen der elektrischen Reibung, die bisher bloß für Partikel von der Größenordnung der Molekeln und da auch nicht einwandfrei herangezogen wurden, für Partikel, die noch über 100 Millionen Molekeln umfassen, extrapoliert werden dürfen, schiene erst eines begründeten Nachweises bedürftig, um so mehr, als ich auf eine Umladung eines ultramikroskopischen Goldpartikels durch Radiumbestrahlung wohl durch eine Änderung der elektrischen Steigzeit schließen konnte, dagegen trotz Änderung der elektrischen Steigzeit die Änderungen der Fallzeiten des Partikels in dieser Serie nicht eingetreten ist, welche notwendigerweise hätte erfolgen müssen, wenn bereits bei dieser Größenordnung man daran denken dürfte, daß die Reibung eine Funktion der elektrischen Ladung wäre (kolloidales Gold). Elektrische Hebezeiten 15,4, 13,7, 11,7, 15,0, 14,0, 15,6, 14,8, — 16,7, 4,3, 1,5, 1,1 usw. Sek., dazwischen Fallzeiten 11,7, 10,0, 10,7, 11,1, 11,9, 10,6, — 10,7, 10,0, 10,0, 10,0 usw. (Nach dem Striche Radium wirksam.)

Man kann sagen, daß Herr Millikan die Fallformel unter Voraussetzung einer unteilbaren Elektronenladung $4,9 \cdot 10^{-10}$ e. s. E. bestimmt, eine Methode, die offenbar nicht dazu führen kann, die Größe der Elektronenladung aus den Gesetzen der Mechanik zu bestimmen, und das wäre wohl das Problem, das an allen Materialien, bei allen Erzeugungsweisen, gelöst werden müßte, wofern man in der Elektronenladung eine fundamentale Naturkonstante erblicken will. In seiner nachbesprochenen Abhandlung gibt Herr Fletcher an, es wäre Herrn Millikan der Nachweis gelungen, daß bei kleinen Öltröpfchen sämtliche Stöße der Luftmolekeln unelastisch verlaufen (Cunningham $f = 0$). Dieser Nachweis ist in den von den Herren veröffentlichten Arbeiten bisher nirgends enthalten, sondern es wurde gerade diese sonst nicht begründete Widerstandsformel lediglich vorausgesetzt. Nach meiner Ansicht kann jedoch, ich zitiere da einen Gedankengang W. Ostwalds in einer andern Frage der Molekularphysik, eine solche Bestimmung der Elektronenladung nur dann bindend sein, wenn diese erwähnte Freiheit geschwunden ist, d. h. daß die Fallformel durch andere Gründe bestimmt wird als durch den, daß die gesuchte Übereinstimmung zum Elektronenwert erhalten bleibt. Wenn man nun gar noch für kleine Partikel andere Dichten annimmt als bei größeren Massen, dann kann man mit zwei Freiheiten solcher Art in den beiden, den Radius und die Ladung bestimmenden Gleichungen[1]) Übereinstimmungen mit dem Elektronenwerte jederzeit leicht erzielen. Damit erscheint jedoch das Elektron mit dem Werte $4,9 \cdot 10^{-10}$ e. s. E. als unveränderliche Naturkonstante vorausgesetzt, nicht aber erwiesen. Herr Regener führt selbst an, daß bei Annahme der unbekannten Größe $f = 1$ in den Cunninghamschen Formeln (daher auch für $f = \frac{1}{2}$, berechtigter nach Kundt und Warburg) sich wie bei meinen Messungen aus seinen und aus Millikans Messungen ergibt, daß mit abnehmendem Radius diese größeren Tröpfchen abnehmende Ladungen tragen, und dies erscheint nur natürlich und schließt sich völlig an meine Experimente an ultramikroskopischen Metallen an.

Im übrigen möchte ich mich auf die Fragen der Berechtigungen dieser oder jener Korrektur derzeit noch nicht einlassen, weil diese Frage für die von mir vermutete Unterschreitung der Elektronenladung nicht von prinzipieller Bedeutung ist, denn selbst unter Zugrundelegung der die größten Ladungswerte ergebenden Stokesschen Formel lassen sich, wie nachgewiesen, Unterschreitungen feststellen.

In bezug auf die in dieser Zeitschrift **12**, 161, 1911 neuerschienenen Abhandlungen der Herren R. A. Millikan und Harvey Fletcher muß ich, um allen Mißverständnissen vorzubeugen, darauf hinweisen, daß es Herrn Millikan entgangen zu sein scheint, daß meine erste Abhandlung, in der die Elektrizitätsmengen an ultramikroskopischen Einzelteilchen gemessen wurden, im Anzeiger der Wiener Akademie der Wissenschaften bereits am 14. März 1909, Nr. 7, erschienen ist, während Millikans erste Notiz in der Phys. Rev. **29**, 560, sich auf einen erst am 23. Oktober 1909 gehaltenen Vortrag bezieht. Meine diesbezügliche Abhandlung erschien im März 1909[2]), Millikans Fernrohrbeobachtungen an — Wassertröpfchen im Februar 1910[3]). Die Bemerkung Millikans, ich hätte an Schwärmen geladener Teilchen beobachtet, ist irrig, denn ich habe auch in dieser ersten Untersuchung durchaus an Einzelteilchen beob-

1) Diese Zeitschr. **12**, 163, 1911.

1) Diese Zeitschr. **12**, 97, 1911, Gleichungen (1), (2).
2) Wiener Akademieberichte Bd. CXVIII, Abt. IIa, S. 321, März 1909; diese Zeitschr. **10**, 308, 1909.
3) Phil. Mag., Februar 1910, S. 209. In dieser wird meine Abhandlung S. 220 zitiert.

achtet, aber bei der Berechnung ebenso wie Millikan in vorzitierter Abhandlung noch gewisse Mittelwerte gebildet. Daß auch Herr Millikan in seiner vorzitierten Abhandlung selbst auch noch Mittelwerte bildete, geht klar aus dem Umstande hervor, daß ich in meiner erneuerten Abhandlung vom Mai 1910[1]) aus vorzitierter Arbeit Millikans unter Benutzung seiner experimentellen Daten die Ladung seiner einzelnen Wassertröpfchen ohne die von Millikan vorgenommenen Mittelwertsbildungen errechnet habe. Ferner muß ich feststellen, daß ich nirgends die Gültigkeit der Stokesschen Formel vorausgesetzt habe, sondern im Gegenteil in meinen Publikationen 7 Monate vor Millikan auf die Notwendigkeit von Korrekturen an dieser Formel für so kleine Teilchen hingewiesen und die Cunninghamsche Korrektur vor allen anderen Beobachtern angeführt habe[2]).

Durch die Ergebnisse meiner in dieser Zeitschrift erschienenen Abhandlung[3]), die Millikan zur Zeit seiner Entgegnung noch nicht gekannt haben kann, sowie der vorliegenden Abhandlung ist erwiesen, daß bei geeigneter ultramikroskopischer Versuchsanordnung die glänzende Übereinstimmung der Serienmessungen nicht nur, wie dies bei Millikans Fernrohranordnung bis zu Partikeln von $1 \cdot 10^{-4}$ cm Radius, sondern bei kolloidalem Golde sich noch bis an die Grenze der äußersten Ultramikroskopie eindeutig erweisen läßt. Bei Kenntnis dieser Arbeiten hätten Millikan und Fletcher gewiß anders argumentiert. Nimmt man die extremsten Werte der Fallzeiten bezw. der Steigzeiten irgendeiner meiner Serien zusammen, dann ergeben sich aus Abweichungen durch die Brownsche Bewegung z. B. Ladungsgrenzen zwischen $1{,}12$ und $1{,}69 \cdot 10^{-10}$ statt des Mittels $1{,}24 \cdot 10^{-10}$ e. s. E. oder bei Partikel 2 $0{,}4 \cdot 10^{-10}$ bezw. $0{,}33 \cdot 10^{-10}$ statt des Mittels $0{,}36 \cdot 10^{-10}$ e. s. E.

Wenn Millikan bei kleineren Partikeln bisher keine Übereinstimmung erhielt, so ist das ersichtlicherweise in seiner für größere Partikel geeigneten Fernrohranordnung gelegen, bei der großen Tiefenschärfe eines Fernrohres dürften auch schieflaufende Partikel mit gemessen werden und dies könnte bei für ein Fernrohr zu kurz bemessenen Fallstrecken erhebliche Abweichungen geben. Die Vergrößerung meiner ersten ultramikroskopischen Anordnung war 250fach. Die dabei benutzte Fallstrecke betrug $102 \cdot 10^{-4}$ cm. Millikans Kathetometeranordnung, einer Bemerkung dieses Autors in bezug auf Herrn Przibrams Mikroskopvergrößerung zufolge, betrug ca. den zehnten Teil meiner oben erwähnten. Eine genaue Angabe gibt Millikan leider nicht. Daß bei Beobachtungen mit dem Fernrohr, unter Berücksichtigung seiner viel kleineren Vergrößerung, eine für ultramikroskopische Beobachtung große Fallstrecke zu Mißerfolgen führen muß, ist selbstverständlich. Wenn Millikan daher in bezug auf meine Experimente Schlüsse ziehen will, dann müßte er dieselben Mittel verwenden wie ich. Überdies habe ich schon wiederholt darauf hingewiesen, daß die spezifisch viel schwereren Metallsuspensionen etwa $^1/_2$ Stunde nach Erzeugung trotz ihrer außerordentlichen Kleinheit mit viel größerer Regelmäßigkeit und mit ganz geringen Brownschen Bewegungen sich beobachten lassen, wie etwa die spezifisch viel leichteren Öl- oder Wassertröpfchen anderer Beobachter. Das vorerwähnte, von Anton Kailan 80mal gehobene und gesenkte Partikel ergibt aus den extremsten Werten der Fallzeiten der Serie $5{,}1 \cdot 10^{-6}$ beziehungsweise $6{,}5 \cdot 10^{-6}$ cm Radius und diese Extreme mit den Extremen der elektrischen Hebezeiten kombiniert $1{,}1$ bezw. $0{,}8 \cdot 10^{-10}$ e. s. E. Ladung. Durch diese Argumente und durch die vorangeführten Serien an Gold in Kohlensäure werden alle Einwendungen Millikans und Fletchers bezüglich der Brownschen Bewegung hinfällig. Über das Verhalten größerer Partikel habe ich mich bisher noch jeder Aussage enthalten. Den wichtigsten Punkt meiner Ergebnisse erwähnte auch Herr Millikan, der denn auch durch Millikans Schlüsse in keiner Weise tangiert wurde. Daß mit ultramikroskopischer Beobachtungsmethode in ganz homogenem Kondensator sich an ultramikroskopischen Metallpartikeln Serienmessungen an Einzelteilchen in absolut getrockneter Luft oder Kohlensäure vornehmen lassen, deren Einzelwerte wie immer kombiniert, den Elektronenwert ganz erheblich unterschreiten, mag man zur Definition der Partikelgröße welche der Fallformeln immer verwenden. Ohne auf die Betrachtungen Fletchers[1]) über die Brownsche Bewegung näher einzugehen, ist aus vorerwähnten Gründen klar, daß die Abweichungen meiner Werte vom Elementarquantum keine Zufallsabweichungen sind, sondern die Schwankungen der Fallzeiten und der elektrischen Hebezeiten durch Brownsche Bewegung ziehen nur ganz enge Grenzen für die Größe der Ladung. Ferner kann die Brownsche Bewegung in einer Serie keineswegs die Abweichungen der Mittelwerte dieser Serien voneinander erklären. Wenn Herr Fletcher folgert, daß so starke Abweichungen der Ladung an demselben Einzel-

1) Wiener Akademieberichte Bd. CXIX, Abt. IIa, S. 825.
2) Ebendort S. 800.
3) 1. Februar 1911, S. 99, 100.

1) Diese Zeitschr. 12, 202, 1911.

teilchen, wie er sie in Tabelle 5 angibt, durch Brownsche Bewegung vorgetäuscht sein können, so ist dies eben nur unter seiner Voraussetzung möglich, daß die beobachteten Zeiten für den Fall Schwankungen von 4,7—10,3 Sek. in die elektrischen von 2,7—20,6 Sek. aufweisen. Solche Schwankungen sind aber bei meinen Serien an ultramikroskopischen Metallpartikeln von mir niemals beobachtet worden. Die Abweichungen der von Millikan mit oberwähnter für Fernrohranordnung und große Partikeln zu kurz bemessenen Fallstrecke gemessenen Messungsserie[1]) überschreiten überdies die für ein Tröpfchen vom Radius $4 \cdot 10^{-5}$ cm theoretisch zu erwartende Brownsche Bewegung. Aber selbst wenn sie vorhanden wären, bleiben trotzdem durch die Argumentationen Fletchers jene Serien ganz unerklärt, deren Einzelbeobachtungen, beliebig kombiniert, fortgesetzt viel kleinere Werte ergeben als die Elektronenladung. Denn durch die Brownsche Bewegung können bloß Verteilungen der Werte einer Serie nach einem Fehlerverteilungsgesetze erklärt werden, um Mittelwerte, die ein Vielfaches der Elektronenladung sein müßten, es bleiben aber jene Serien ganz unerklärt, die bei Metallpartikeln ganz minimale Brownsche Bewegungen zeigen und deren alle Kombinationen Ladungen ergeben, die tief unter dem derzeit angenommenen Elementarquantum liegen. Es ist also einleuchtend, daß Fletchers Überlegungen an meinen Serien auch ihn zu meinen Schlüssen führen müssen und die Ladungsunterschreitungen in keiner Weise aufklären können. Es wäre interessant, wenn er seine Betrachtungen auf meine Serienmessungen erstrecken würde, die ich in der Wiener Akademie der Wissenschaften zu veröffentlichen im Begriffe stehe. Die Anwendung auf alle von mir gemessenen Einzelteilchen verschiedener Größe vertritt er selbst nicht einmal ernstlich, denn es entbehrt jeder Begründung, eine Theorie der Brownschen Abweichungen, die nur für lange Serien an einem und demselben Partikel gültig ist, an Partikel ganz verschiedenen Radius zu erproben, es müssen dann alle Schlüsse ohne meritorische Bedeutung sein, wie dies Fletcher in bezug auf Anwendung seiner Theorie auf die verschiedenen Teilchen meiner Abhandlung vom Mai 1910 ja selbst zugibt. Im Gegenteil, das wäre gleichbedeutend damit, die bei mir übrigens ganz geringen Schwankungen der Brownschen Bewegung mit den in der Natur begründeten Abweichungen der Größen der einzelnen Partikel und der Ladungen der Teilchen zusammenzuwerfen. Es werden dadurch Dinge zusammengebracht, die man zu trennen bestrebt sein muß. Und daß die Partikel von ganz verschiedenem Radius sind, geht eindeutig schon aus ihren je nach Fallzeit auch verschiedenen Lichtintensitäten hervor[1]). Also auch in diesem Punkte sind Fletchers Argumentationen nicht stichhaltig.

1) diese Zeitschr. 12, 162, 1911.

Als Resultat dieser Arbeit sei zusammengefaßt:

1. Der von Regener erhobene Einwand der Inhomogenität meines Kondensators für Achromatobjektiv B beruht auf einem Mißverständnis und einem Druckfehler (Verhältnis der Tiefe zur Höhe 5:1 und darunter); auch der von mir schon lange verwendete Kondensator (Achromat AA, eingerichtet für Ultramikroskopie, Verhältnis 14:1,5 und darunter) ergibt gleiche Resultate.

2. Die von Regener, Millikan, Przibram benutzte Anordnung schließt aus optischen Gründen die Beobachtung kleiner ultramikroskopischer Partikel aus, erhebliche Ladungsunterschreitungen habe ich konstatiert an ultramikroskopischen Teilchen, welche von obengenannten Herren bisher noch nicht untersucht wurden.

3. Stickoxyde, entstehend im Lichtbogen, sind Gase und können nur bei Vorhandensein von Wasser Kondensationsnebel bilden. Wasser war aber bei meinen Versuchen vollständig ausgeschlossen; überdies ergeben Serienmessungen an Gold in trockener Luft oder Kohlensäure ebenfalls erhebliche Unterschreitungen des Elementarquantums.

4. Die durch Brownsche Bewegung bedingte Schwankung der Fall- und Hebezeiten in ihren extremsten Werten einer Serie kombiniert, gibt enge Grenzen für den mittleren Radius und die mittlere Ladung eines Partikels. Es sind also meine Abweichungen vom Elementarquantum keine Zufallsabweichungen, sondern scheinen in der Natur begründet. Die diesbezüglichen Einwendungen Fletchers und Millikans sind schon durch diesen Umstand widerlegt, es bleiben überdies alle meine Serien an Gold und Silber unerklärt, deren Werte, wie immer kombiniert, an Metallen Ladungen ergeben, die kleiner sind als das Elektron. Würden dagegen die Goldpartikel Elektronenladung tragen, dann müßte die Dichte des kolloidalen Goldes 0,5 betragen.

5. Serienmessungen am ultramikroskopischen Golde in absolut trockener Luft oder Kohlensäure, die Größe der Partikel durch irgendeine der Widerstandsformeln definiert, geben erhebliche Ladungsunterschreitungen; definiert nach der von Millikan benutzten

1) Wien. Bericht IIa, 119, 834.

Formel leicht bis zum 12. Teile des Elektrons. Entweder ist also $4,9 \cdot 10^{-10}$ e. s. E. nicht die kleinste in der Natur vorkommende Elektrizitätsmenge, oder die Fallformeln der klassischen Mechanik bezw. der Gastheorie ergeben bei diesen Partikelgrößen Resultate, die in der Natur nicht begründet sind, oder es spielen noch Umstände mit, die uns derzeit nicht bekannt sind. Käme man aber anderseits zu dem durch die vielfach außerordentlich geringe Intensität der von den Partikeln abgebeugten Lichtpunkte schon unwahrscheinlichen Schlusse, daß diese Metallpartikel in Gasen eine so gelockerte Struktur hätten, daß diese Dichten möglich wären, dann wäre man aber auch bei den kolloidalen Suspensionen in Flüssigkeiten auch zu dem weiteren vielleicht ganz bemerkenswerten Schlusse genötigt, die Dichten der suspendierten Körper ganz wesentlich geringer anzusetzen. Dies widerspricht aber unseren geltenden Anschauungen über die Kolloide.

Derzeit eine Entscheidung über die verschiedenen angeführten Möglichkeiten zu treffen, liegt mir fern.

6. Jedenfalls aber gestattet diese ultramikroskopische Methode noch Partikel von einem halben Billionsten Teile eines Grammgewichtes gleichsam wiederholt einzeln auf die Wage zu legen und dessen elektrische Ladung zu schätzen.

Ich bin den Herren Dr. A. Kailan und R. Neumann von Ettenreich für Ablesungen bei den Messungen verpflichtet.

Ich erwähne dankend eine Subvention von 2000 Kronen der Kaiserl. Akademie der Wissenschaften in Wien zur Fortführung dieser Untersuchungsmethoden aus den Erträgnissen der Pontischen Stiftung.

Wien, I. Physikal. Institut d. K. K. Universität, 3. März 1911.

(Eingegangen 7. März 1911.)

Zu den Abhandlungen von F. Ehrenhaft: „Über die Frage nach der atomistischen Konstitution der Elektrizität.“

Von A. Joffé.

Für die Beurteilung der von Herrn F. Ehrenhaft publizierten Messungen könnte ein Umstand von Bedeutung sein, der noch nicht diskutiert worden ist: Die Art der Herstellung der untersuchten Teilchen (Lichtbogen mit Metallelektroden) läßt mit Sicherheit erwarten, daß im Untersuchungsraum außer den mikroskopischen und ultramikroskopischen (die bis an die Grenze der Sichtbarkeit heruntergingen), auch eine große Anzahl von noch kleineren geladenen Teilchen anwesend waren. Diese letzteren würden aber die Fallgeschwindigkeit der größeren Teilchen deutlich beeinflussen können etwa auf folgendem Wege:

1. Das Eigenfeld des untersuchten Teilchens wird die Verteilung der amikroskopischen Teilchen in seiner Umgebung verändern und zwar so, daß die entgegengesetzt geladenen vorherrschen. Die Wanderung im Gravitationsfelde wird dadurch wenig, die im elektrischen Felde stark verlangsamt.

2. Durch die Anhäufung der Ladungen in der Nähe der Kondensatorplatten wird das elektrische Feld in dem untersuchten Teil geschwächt. Da aber das Feld nur kurze Zeit unterhalten werden kann, ist eine Entladung der weniger beweglichen Teilchen an den Elektroden nicht zu erwarten.

Beides würde zu einer Unterschätzung der wirklichen Ladungen führen und zwar um eine von Fall zu Fall variable Größe, je nach der Dichte der amikroskopischen Teilchen. Da es sich um unsichtbare Teilchen handelt, liegen für die Abschätzung der Größenordnung ihrer Wirkung keine Anhaltspunkte vor.

Eine Absonderung der zu untersuchenden Teilchengrößen etwa auf Grund verschiedener Fallgeschwindigkeiten könnte aber diesen Umstand zum größten Teil wegschaffen.

Die Messungen von Millikan sind von diesem Einfluß frei, da hier in die staubfreie Luft nur wenige recht große Tropfen eingeführt wurden.

St. Petersburg, Physikalisches Laboratorium des Polytechnikums.

(Eingegangen 6. März 1911.)

Zahl der Zentren von Lichtemission und Intensitätsverhältnis verschiedener Interferenzordnungen.

Bemerkung zur Antwort von Herrn Stark[1]).

Von Peter Paul Koch.

In einer Bemerkung[2]) zu der in der Überschrift genannten Veröffentlichung Starks[3]) hatte ich gezeigt, daß die Ergebnisse derselben erst dann für experimentell bewiesen gelten können, wenn die Konstanz des in den Formeln vorkommenden Plattenkoeffizienten $\frac{n}{m}$ in dem in Anspruch genommenen Geltungsbereich mit der erforderlichen Genauigkeit von rund 1 Proz. dargetan ist.

1) Diese Zeitschr. **12**, 104, 1911.
2) Diese Zeitschr. **12**, 12, 1911.
3) Sitzungsber. d. k. Akad. d. Wissensch. in Wien **119**, 779, 1910. Ann. (4) **33**, 1449, 1910.

Man kann sich leicht überzeugen, daß das Konstantsetzen des Faktors C in der Antwort Starks im selben Maße unberechtigt ist wie bei dem entsprechenden Faktor der Originalarbeit, solange eben die experimentellen Unterlagen für die Konstanz von $\frac{n}{m}$ nicht beigebracht sind.

Da jedoch Stark weiterhin selbst zugibt, daß seine Resultate einer experimentellen Nachprüfung hinsichtlich der Konstanz von $\frac{n}{m}$ bedürfen und da er diesbezüglich neue Versuche in Aussicht stellt, sehe ich vorläufig keine Veranlassung, mich in weitere Diskussionen einzulassen.

München, Physikalisches Institut der Universität, 3. März 1911.

(Eingegangen 6. März 1911.)

Bemerkung zu meinem Aufsatze: „Einige neuere physikalische Projektions-Demonstrationen" [1]).

Von W. Biegon v. Czudnochowski.

In dem oben genannten Aufsatze ist S. 36, Fig. 10, eine Vorrichtung zur Demonstration des Entstehens von Mischfarben aus den drei Grundfarben mit Bezug auf die Grundlagen der Dreifarbenphotographie beschrieben und abgebildet.

Dazu habe ich berichtigend zu bemerken, daß die l. c. erwähnte besondere Anordnung zuerst von der Firma Leppin & Masche in Berlin, und zwar bereits im Januar/Februar 1909 in den von ihr herausgegebenen „Berichten" beschrieben worden ist. In anderer, m. E. übersichtlicherer Form, allerdings unter Anwendung einer Dreifachlaterne, habe ich selbst die gleiche Demonstration im Sommer 1907 bei öffentlichen Vorträgen vielfach ausgeführt[2]); „gleich" bedeutet hier: es werden ebenfalls durch monochromatische Lichtbündel in den drei Grundfarben einander zum Teil überdeckende Farbenfelder hergestellt. Diese Felder waren: 2 Dreiecke, 1 Rhombus, so daß ein sechsstrahliger Stern resultierte; das Verfahren ist bei Anwendung eines Spiegelchromoskops nach Ives auch bei Einfachapparaten benutzbar.

1) Diese Zeitschr. **12**, 32–39, 1911.
2) Vgl. Zeitschr. f. d. physikal. u. chem. Unterricht **21**, 268, **Fig. 1 u. 2**, 1908 („Die Farbenphotographie, ihre Entwickelung und gegenwärtige Ausbildung", l. c., S. 267—274 und 338—342).

Die Apparate zur Darstellung von Schallkurven sind zuerst von der Firma Leppin & Masche, und zwar in Gemeinschaft mit Herrn Prof. Martens unter Zugrundelegung der Martensschen Zweispiegelmembrane[1]) auf Grund eingehender Versuche konstruiert worden. Die Apparate sind auch bereits in den „Berichten" der genannten Firma, Jahrgang 1910, Heft 1, beschrieben worden, wo auch Original-Schallkurven wiedergegeben sind, welche die Herren F. F. Martens und O. Leppin zusammen aufgenommen haben.

1) Vgl. F. F. Martens, Verhandl. d. Dtsch. Phys. Ges. **11**, 63 u. f., 1909.

Berlin-Wilmersdorf, den 13. Februar 1911.

Uran- und Neodymaggregate. (Uranium and Neodymium Aggregates.)

Von W. W. Strong.

In meiner unter dieser Überschrift in dieser Zeitschrift **11**, 668, 1910, veröffentlichten Arbeit habe ich es versäumt, der Carnegie-Institution zu Washington dankend zu erwähnen. Die in der genannten Arbeit geschilderte Untersuchung ist mit Hilfe von Zuwendungen ausgeführt worden, die seitens der Carnegie-Institution zu Washington Herrn Professor Harry C. Jones gewährt worden sind.

In der oben genannten Arbeit hätte ich ferner des Umstandes gedenken müssen, daß die dort beschriebene Untersuchung eine unter der Leitung des Herrn Professor Jones ausgeführte Fortsetzung der Untersuchungen über die Absorptionsspektren von Lösungen bildet, die im hiesigen Institut während der letzten fünf Jahre unter der Leitung des Herrn Professor Jones mit Hilfe von Zuwendungen aus der Carnegie Institution zu Washington ausgeführt worden sind. Über diese Untersuchungen haben Herr Professor Jones und seine Mitarbeiter bereits zehn Arbeiten[1]) und zweiundeinhalb Monographien veröffentlicht.

1) Wegen des Verzeichnisses der aus dem hiesigen Institut hervorgegangenen Veröffentlichungen über die Absorptionsspektren von Lösungen sehe man: Publication of the Carnegie Institution of Washington No. **130**, 145, 1910, sowie auch Ztschr. f. phys. Chem. **74**, 379, 1910.

Physikalisch-Chemisches Institut der Johns-Hopkins-Universität, 16. Januar 1911.

(Nach dem Manuskript aus dem Englischen übersetzt von Max Iklé.)

(Eingegangen 7. Februar 1911.)

PHYSIKALISCHE TECHNIK.

Ein leistungsfähiger und schnell wirkender Apparat zur Destillation von Quecksilber.

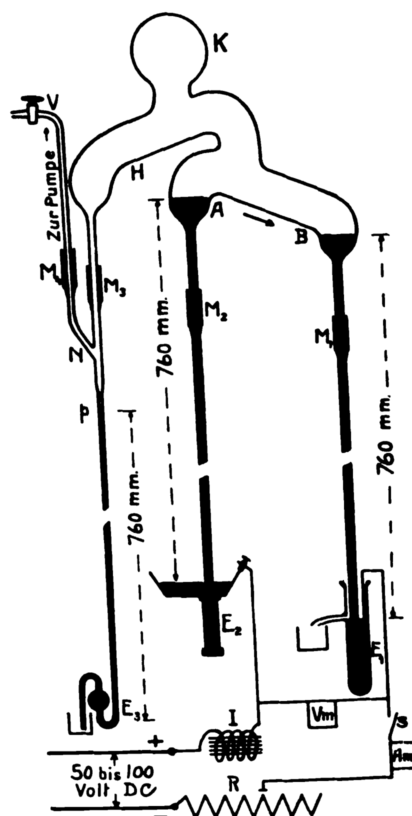
Von Ch. T. Knipp.

Vorrichtungen zum Destillieren sind so einfach und allgemein bekannt, daß der Verfasser es nur mit einem gewissen Zögern unternimmt, eine neue Form einer solchen Vorrichtung zu beschreiben. Fast jedes Laboratorium reinigt ja Quecksilber nach seiner besonderen Art und Weise. Von den zahlreichen „trockenen" Reinigungsmethoden sind jedoch zwei besonders hervorzuheben, die Weinholdsche Methode und die Methode von Hulett[1]). Die erstere Methode beruht auf der Destillation unter vermindertem Druck, während nach der zweiten außerdem noch ein kleiner Luftstrahl durch die Masse des Quecksilbers hindurchgetrieben wird. Durch Einwirkung des Luftstromes werden dabei die metallischen Verunreinigungen oxydiert. Beide Methoden geben gute Resultate, und die Wirkung der durch das Quecksilber aufsteigenden Luft, selbst nur bei Zimmertemperatur, ist jetzt allgemein anerkannt.

Der Verfasser hat im Jahre 1905 in einer kurzen Abhandlung, die er der „American Association for the Advancement of Science" auf ihrer Versammlung in New-Orleans vorlegte, eine neue Form eines Quecksilberdestillationsapparates beschrieben, bei dem das Prinzip der Quecksilberdampflampe angewendet wird[2]). Im folgenden soll diese Vorrichtung in der Gestalt, die sie nach mehrjährigem Gebrauch im Laboratorium angenommen hat, beschrieben werden.

Man kann häufig beobachten, daß sich Quecksilber an den weniger erhitzten Stellen von Quecksilberdampflampen niederschlägt. Wenn nun an eine solche Lampe eine Vorlage von geeigneter Gestalt angeschmolzen wird, kann das Quecksilber fortlaufend gesammelt werden und erweist sich als ein Produkt von sehr großer Reinheit. Damit sich aber aus dieser Lampe ein für die Praxis brauchbarer Destillationsapparat ergibt, muß ihre Gestalt noch in mehreren Punkten abgeändert werden. Die beigegebene Zeichnung veranschaulicht alle wesentlichen Teile des Destillationsapparates. Der Quecksilberlichtbogen wird zwischen den Elektroden A und B aufrecht erhalten. Diese Elektroden bestehen aus Quecksilber und stehen durch die engen Schenkel BE_1 und AE_2 von barometrischer Länge mit den Gefäßen E_1 und E_2 in Verbindung, die den Quecksilbervorrat enthalten. Die Gefäße E_1 und E_2 sind unmittelbar durch einen Regulierwiderstand und eine Induktionsspule mit einer passenden Gleichstromquelle verbunden; es ist empfehlenswert, in den Stromkreis einen Ausschalter, ein Amperemeter und ein Voltmeter einzuschalten, wie in der Figur gezeigt ist.

Die Vorlage HK kann sehr verschiedenartig gestaltet sein, die gezeichnete Form ist vielleicht die geeignetste. Durch die Neigung des Rohres H



wird das sich verdichtende Quecksilber abgeleitet und läuft aus dem Destillationsapparat durch ein kapillares Ausflußrohr M_3E_3 ab, das in seinem unteren Ende in S-Form gebogen ist. Indem das Quecksilber in Tropfen durch dieses Rohr hindurchfließt, wirkt es wie eine kontinuierliche Quecksilberpumpe. Die Vakuumpumpe, mittels deren der Apparat beim Inbetriebsetzen zuerst ausgepumpt wird, wird an einen Rohransatz N angeschlossen, der zweckmäßig an das obere Ende dieses Ausflußrohres angeschmolzen wird. M_1, M_2, M_3, M_4 sind Quecksilberverschlüsse.

1) Hulett, Phys. Rev. **21**, December 1905.
2) Science **23**, March 16, 1906.

Der Betrieb dieses Destillationsapparates ist sehr einfach, und wenn er einmal in Gang gesetzt ist, braucht er nur wenig Überwachung. Die Gefäße E_1 und E_2 werden mit dem zu destillierenden Quecksilber gefüllt und die Mündung des Ausflußrohres in ein kleines Becherglas mit reinem Quecksilber eingetaucht. Dann wird die Vakuumpumpe (es genügt jede leistungsfähige automatische Pumpe) in Gang gesetzt und die Stellung der Gefäße E_1 und E_2 so gewählt, daß das Quecksilber, aus dem die Elektroden A und B bestehen, bis zu der in der Figur angegebenen Höhe ansteigt. Das Quecksilber in der Ausflußröhre sollte nun in einem Punkte p etwa 5 oder 6 cm unter dem Stutzen N stehen. Um den Lichtbogen zu bilden, ist es nur nötig, das Gefäß E_2 ein wenig anzuheben und für einen Augenblick einen Strom von Quecksilber in der Röhre AB hinunterfließen zu lassen. Wenn das Vakuum die richtige Höhe hat, sollte der Bogen sich sofort bilden, wenn der Strom unterbrochen wird. Die Stromstärke muß dann richtig eingestellt werden. Nach 15 oder 20 Minuten kann das Ventil V geschlossen werden, vorausgesetzt, daß keiner der verschiedenen Quecksilberverschlüsse undicht ist. Das Quecksilber wird hauptsächlich aus dem Gefäß E_2 entnommen, und dieses sollte daher eine große Oberfläche haben und ziemlich flach sein. Das Gefäß E_1 ist mit einem Überlauf versehen.

Die Leistung des Destillationsapparates, d. h. die Menge des in der Zeiteinheit destillierten Quecksilbers, hängt von der Größe des Apparates und von der Stärke des angewendeten Stromes ab. In dem zuerst gebauten Apparat hatte das Rohr AB etwa 20 mm Durchmesser. Hierbei ergaben sich bei einer Stromstärke von 4 Ampere etwa 500 g Quecksilber in der Stunde. Die Klemmenspannung war hierbei 21 Volt. Bei später gebauten Apparaten war das Rohr AB 40 mm im Durchmesser und 25 mm lang. Die Vorlage HK war entsprechend größer. Mit einem solchen Apparat erzielte ich mit einem Strom von 10 Ampere etwa 1 kg Quecksilber in der Stunde. Die Potentialdifferenz an den Klemmen war 23 Volt. Der Apparat ist in Deutschland patentiert und wird in einer für die Praxis zweckmäßigen Form durch die Firma E. Leybold's Nachfolger in Köln hergestellt.

Um die Reinheit des destillierten Quecksilbers zu prüfen, wurde Zinkamalgam zur Destillation benutzt. Die Prüfung des Destillates auf Zinkgehalt wurde nach einem von Hulett vorgeschlagenen, auf der Messung der elektromotorischen beruhenden Verfahren ausgeführt. 1 mm Ablenkung des Galvanometers entsprach annähernd 0,0005 Volt. Die erhaltenen Ergebnisse sind in der folgenden Tabelle enthalten.

Nr.	Zinkamalgam	Destillat von Zinkamalgam	Galvanometerausschlag
2a	1 : 700000	—	2,17 mm
100	1 : 370000	—	4,00 mm
a	—	1 : 1740	0,61 mm
b	—	1 : 1740	0,19 mm
c	—	1 : 1740	0,52 mm

Aus den beiden ersten Nummern der Tabelle 2a und 100 sehen wir, daß ein Galvanometerausschlag von 1 mm einem Zinkgehalt von 1 : 1500000 entspricht. Die Proben unreinen Quecksilbers a, b und c waren verhältnismäßig mit Zink sehr stark verunreinigte Amalgame, trotzdem zeigte sich in den Destillaten, die an drei verschieden gestalteten Vorlagen aufgefangen wurden, kaum ein Spur von Zink. Das Vergleichsmaterial, mit dem die obigen Proben in der Prüfungszelle verglichen wurden, war vor kurzem gekauftes, zweimal destilliertes Handelsquecksilber, das außerdem mehrfach und sorgfältig nach der „nassen" Methode gereinigt worden war. Zahlreiche andere Prüfungen unter verschiedenen Bedingungen wurden vorgenommen und zeigten alle, daß der beschriebene Destillationsapparat ein Produkt von sehr hoher Reinheit gibt. Selbst aus sehr unreinem Ausgangsmaterial erhält man durch eine einzige Destillation sehr reines Quecksilber. So wurde beispielsweise ein Quecksilber versuchsweise destilliert, das sehr stark mit Zink verunreinigt war. Nachdem 3—4 kg überdestilliert waren, wurde der Strom unterbrochen, und der Apparat blieb über Nacht stehen. Am nächsten Morgen war die Anode mit einer 4 mm dicken Schicht von Zink überzogen, das beim Abkühlen des Quecksilbers auskristallisiert war. Trotzdem enthielt das Destillat kaum eine Spur von Zink. In diesem Falle war der Lichtbogen bei sehr geringer Stromdichte unterhalten worden, und die Durchschnittstemperatur[1]) des Bogens war daher sehr weit unter dem Schmelzpunkt des Zinks geblieben.

Der Rückstand kann in dem Apparat bleiben, sollte aber von Zeit zu Zeit herausgenommen werden; wie oft, das hängt natürlich von der Unreinheit des destillierten Quecksilbers ab. Wenn verhältnismäßig reines Quecksilber verarbeitet wird, können 25—35 kg übergetrieben werden, ohne den Apparat auszuräumen.

1) Knipp, Phys. Rev. 31, August 1910.

(Eingegangen 27. Februar 1911.)

BESPRECHUNGEN.

M. Tscherning, Hermann von Helmholtz und die Akkommodationstheorie, übersetzt von Dr. med. M. Thorey. 8. VI u. 106 S. mit 23 Abbildungen und Bildnis. Leipzig, Joh. Ambr. Barth. 1910. M. 3.40

In dem Buche wird Tschernings Auffassung vom Akkommodationsmechanismus skizziert, er erwähnt und behandelt die Wirkung des Ziliarmuskels, die wirkliche Form der Linse und die irrige Auffassung, daß man sich den Glaskörper als eine Flüssigkeit, statt einer soliden Masse gedacht habe usw.

Was gegen Helmholtz' Akkommodationstheorie angeführt worden ist, wird ausführlich behandelt, in erster Reihe Tschernings eigene Untersuchungen, aber auch die Untersuchungen anderer.

Es ist sehr interessant — man meine über die Akkommodationstheorie was man will — das Buch zu lesen, und es ist zu begrüßen, daß Dr. Thorey das Buch in die deutsche Sprache übersetzt hat, ohne daß die frische Darstellung dabei nennenswert gelitten hat.

K. K. K. Lundsgaard.

Tagesereignisse.

Die **83. Versammlung Deutscher Naturforscher und Ärzte** findet vom **24. bis zum 30. September 1911** in **Karlsruhe** statt. In der ersten allgemeinen Sitzung wird Geheimer Rat Dr. Karl Engler über Zerfallsprozesse in der Natur sprechen. Das vorläufige Programm liegt der nächsten Nummer der Physikalischen Zeitschrift bei.

Ferienkurse Jena. Vom 3.—16. Aug. 1911. (Für Damen und Herren.) Es werden im ganzen mehr als 50 verschiedene Kurse gehalten, meist zwölfstündige.

Naturwissenschaftliche Abteilung: Naturphilosophie; Botanik; botanisch-mikroskopisches Praktikum; Zoologie; zoologisches Praktikum; Astronomie; Geologie; Chemie; Physik; Physiologie; physiologische Psychologie.

Ausführliche Programme sind kostenfrei durch das Sekretariat der Ferienkurse (Jena, Gartenstraße 4) zu haben.

Personalien.

(Die Herausgeber bitten die Herren Fachgenossen, der Redaktion von eintretenden Änderungen möglichst bald Mitteilung zu machen.)

Habilitiert: An der Technischen Hochschule Danzig Dr.-Ing. Rudolf Plank für Elastizitäts- und Wärmelehre, an der Technischen Hochschule Aachen Dr. Fr. Dörinckel für Theoret Eisenhüttenkunde.

Ernannt: Der Direktor des Physikalischen Laboratoriums der Badischen Anilin- und Sodafabrik in Ludwigshafen Professor Dr. Jonathan Zenneck zum ord. Professor der Experimentalphysik an der Technischen Hochschule Danzig, der a. o Professor für anorganische Chemie an der Universität Berlin Dr. Franz Fischer zum ord. Professor für Elektrochemie an der Technischen Hochschule Berlin, der Assistent am Physikalischen Institut der Universität Heidelberg Dr J. Laub zum ord. Professor für theoretische Physik und Geophysik an der Universität La Plata, Dr. W. Buchanan vom Electrical College in London zum Professor der Elektrotechnik an der Universität zu Johannesburg, der ord. Professor an der Universität Klausenburg und Dozent an der Akademie für Sozial- und Handelswissenschaften zu Frankfurt a. M. Dr. Ludwig Schlesinger zum ord. Professor der Mathematik an der Universität Gießen, der a. o. Professor an der Universität Lausanne Dr. Louis Pelet-Jolivet zum ord. Professor der anorganischen Chemie ebenda, der Privatdozent für physikalische Chemie an der Universität Jena Dr. Robert Marc zum a. o. Professor ebenda, der Observator an der Sternwarte zu Upsala Dr. Osten Bergstrand zum Direktor derselben und ord. Professor der Astronomie an der Universität Upsala, der Oberingenieur bei der Allgemeinen Elektrizitäts-Gesellschaft Fritz Emde zum etatsmäßigen Professor für Elektrotechnik und Maschinenbau an der Bergakademie Clausthal, der Privatdozent an der Universität Innsbruck Dr. Heinrich von Ficker zum a.o. Professor für Meteorologie an der Universität Graz.

Verliehen: Dem Observator am Meteorologischen Institut in Berlin Dr. Oskar Kiewel, dem Privatdozenten für physikalische Chemie, speziell theoretische Metallurgie an der Technischen Hochschule Aachen Dr. Karl Bornemann der Titel Professor, dem etatsmäßigen Professor für Mechanik und Maschinenlehre an der Bergakademie Clausthal Oskar Hoppe der Titel Geh. Bergrat, dem ord. Professor für Geodäsie und praktische Astronomie an der Technischen Hochschule Stuttgart Dr. Ernst Hammer der persönliche Adel.

In den Ruhestand: Der Professor der Mathematik am Yale College in New Haven Andrew W. Phillips, Geh. Bergrat Prof. O. Hoppe in Clausthal.

Gestorben: Der Chemiker Dr. Artur Bucky in Berlin, der Professor der Chemie am Ligurinerkloster bei Sitten (Schweiz) Cuvrier infolge Explosion chemischer Stoffe während des Vortrags, der frühere ord. Professor der Chemie Dr. Jacob Maarten van Bemmelen in Leiden, der frühere Professor der Chemie an der Ecole des Sciences in Rouen Dr. August Houpeau, der ord. Professor für reine und angewandte Mathematik an der Universität Toulouse Dr. Amadée Paraf, der Professor der Chemie am Polytechnischen Institut zu Worcester, Mass., Dr. Leonard P. Kinnicutt.

Gesuche.

Für die Redaktion verantwortlich Professor Dr. Friedrich Krüger in Danzig-Langfuhr. — Verlag von S. Hirzel in Leipzig.
Druck von August Pries in Leipzig.

PHYSIKALISCHE ZEITSCHRIFT

No. 8. 15. April 1911. 12. Jahrgang.
Redaktionsschluß für No. 9 am 22. April 1911.

INHALT:

ORIGINALMITTEILUNGEN.

Über die β-Strahlen des aktiven Niederschlags des Thoriums.

Von Otto v. Baeyer, Otto Hahn und Lise Meitner.

Vor kurzem haben v. Baeyer und Hahn[1]) eine Untersuchung über das magnetische Spektrum der β-Strahlen einheitlicher radioaktiver Produkte veröffentlicht. Dabei kamen die Verfasser zu dem Resultat, daß die β-Strahlen verschiedener radioaktiver Substanzen (besonders der Thoriumgruppe) ein diskontinuierliches magnetisches Linienspektrum ergeben, wobei eine einheitliche Substanz immer durch eine oder mehrere wohldefinierte β-Strahlengruppen charakterisiert ist.

Bei der Fortführung der Versuche haben wir uns zunächst auf die Untersuchung der β-Strahlen des aktiven Niederschlags des Thoriums beschränkt und unser besonderes Augenmerk auf die Eigenschaften der β-Strahlengruppen gerichtet. So wurde die Geschwindigkeit der einzelnen β-Strahlen bestimmt, ihre Homogenität und ihr Verhalten bei dem Durchdringen von absorbierenden Substanzen untersucht.

I. Bestimmung der Geschwindigkeit der β-Strahlen des aktiven Niederschlags des Thoriums.

Die Messung der Geschwindigkeit geschah in der üblichen Weise durch Bestimmung der magnetischen Ablenkbarkeit, d. h. des Wertes von $H\varrho$ (H Feldstücke in Gauß, ϱ Krümmungsradius in cm). Unter Zugrundelegung des Wertes für

1) v. Baeyer u. Hahn, diese Zeitschr. 11, 488, 1910.

$$\frac{e}{m_0} = 1{,}77 \cdot 10^7 \text{ elektromag. Einh.}$$

und der aus dem Relativitätsprinzip folgenden Beziehung zwischen Masse und Geschwindigkeit läßt sich dann die Geschwindigkeit berechnen.

Die Anordnung zur Aufnahme des magnetischen Spektrums war dieselbe wie die bei den früheren Versuchen verwandte.

Die Apparatdimensionen waren folgende: Abstand der photographischen Platte von der aktiven Substanz $d = 40{,}0$ mm
vom Spalt $d_1 = 12{,}5$ mm.
Ist a die gemessene Ablenkung eines Strahles, so gilt angenähert

$$2\varrho = \frac{d\,d_1}{a}.$$

Die Feldstärke in der zur Ablenkung dienenden Spule wurde gemessen durch Vergleich mit einer Spule von bekannter Windungszahl[1]).

Die zur Ablenkung dienende Spule hatte einen Durchmesser von 15 cm und eine Länge von 20 cm.

Bei einer Stromstärke von 3,5 Amp. ergab die Messung in der Mitte der Spule eine Feldstärke von 107,6 Gauß.

Die Aufnahme erfolgte in diesem Feld mit einem aktivierten Messingdraht von 0,2 mm Durchmesser und etwa 10 mm Länge, dessen γ-Strahl Aktivität etwa 0,1 mg Radium entsprach. Eine Expositionsdauer von 3 Stunden genügte schon, um ein Bild zu erhalten. Direkt ausmeßbar waren nur die stärker ablenkbaren

1) Für die leihweise Überlassung einer solchen Spule sind wir Herrn Prof. E. Gehrcke zu großem Dank verpflichtet.

Strahlen. Da das Spaltbild etwa 0,2 mm breit war, so mußte bei der Ausmessung der photographischen Platte unter einem von Zeiß hergestellten sogenannten Fokometer auf die Mitte der Streifen eingestellt werden. Immerhin ließ sich die Lage des am stärksten auftretenden β-Strahls des Thorium A bis auf wenige Hundertstel Millimeter genau bestimmen. Da der Abstand dieses Streifens vom unabgelenkten Strahl $a = 1{,}98$ mm betrug, so ließ sich der Krümmungsradius auf etwa 2 Proz. genau bestimmen.

Es ergab sich $H\varrho = 1380$ Gauß cm.

Aus dem Wert für $H\varrho$ ergibt sich die Geschwindigkeit dieses β-Strahles (die Lichtgeschw. $= 1$ gesetzt) $\beta = 0{,}63$.

Auf dieselbe Weise wurden die drei anderen noch gut meßbaren Streifen ausgemessen. Die Werte für β sind in der Fig. 1 angegeben, in

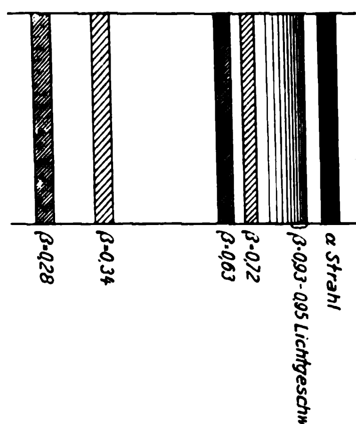


Fig. 1. Das magnetische Spektrum der β-Strahlen des aktiven Niederschlags des Thoriums.

der das magnetische Spektrum des aktiven Niederschlags des Thoriums schematisch dargestellt ist.

Das wenig abgelenkte Spaltbild des Thorium D ließ sich nicht ausmessen. Man kann aber auf Vergrößerungen (siehe z. B. Fig. 2) das Verhältnis der Aufspaltung dieses Streifens zu der des starken Th-A-Streifens angenähert bestimmen. Man erhält so

$$H\varrho = 4000 \text{ bis } 5000; \beta = 0{,}93 - 0{,}95.$$

II. Homogenität der β-Strahlen.

Bei den erwähnten Versuchen fiel es auf, daß ebenso, wie schon früher bemerkt wurde, die schnellen β-Strahlen keine scharfen Spaltbilder ergeben. Es erschien deshalb wünschenswert, die Aufnahmen in dieser Hinsicht möglichst zu verbessern, um ein Bild von der Homogenität der einzelnen Strahlengruppen zu erhalten.

Zu diesem Zwecke benutzten wir zur Ablenkung stärkere magnetische Felder von etwa 200 — 300 Gauß, wobei auf Homogenität der Magnetfelder kein besonderer Wert gelegt wurde.

Die Anordnung unterschied sich von der früheren darin, daß wir die Spaltbreite möglichst herabsetzten bis zu 0,1 mm. Vor allem aber wurde bei diesen Versuchen die photographische Platte nicht wie früher senkrecht zum Strahlengang angeordnet, sondern annähernd parallel mit dem Strahlengang, so daß der untere Rand der Platte den Spalt berührt. Auf diese schon mehrfach angewendete Weise erhält man auf der Platte ein Bild des ganzen Verlaufs der Strahlenbündel vom Spalt an.

Aus Aufnahmen dieser Art kann man schließen, ob die Verbreiterung der Streifen durch sekundäre Einflüsse, z. B. durch Reflexion der Strahlen am Spalt, bedingt ist. Ferner kann man den Einfluß verschieden starker Exposition auf die Schärfe der Spaltbilder erkennen. Denn naturgemäß nimmt die Intensität der Strahlung mit der Entfernung vom Spalte ab. Wirklich homogene Strahlen müssen bei starker und schwacher Exposition annähernd gleich breite Spaltbilder ergeben, während die Spaltbilder inhomogener Strahlen, wenn letztere nur ein Intensitätsmaximum besitzen, bei schwacher Exposition schmäler werden.

Das Schiefstellen der photographischen Platte hat noch einen anderen Vorteil, der darin beruht, daß die von den β-Strahlen zu durchdringende Schicht vergrößert wird, was sicherlich dazu beiträgt, die photographische Wirksamkeit speziell der schnellen β-Strahlen zu erhöhen.

Versuchsergebnisse.

Eine auf diese Weise erhaltene Photographie ist in Fig. 2 dargestellt.

Als Strahlungsquelle diente ein aktivierter Messingdraht von 0,2 mm Dicke.

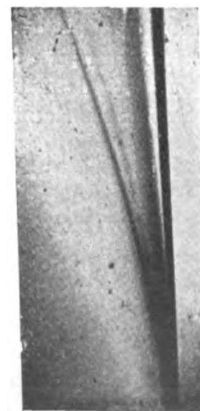


Fig. 2.

Man sieht ohne weiteres, daß die stark abgelenkten β-Strahlen (*Th A*)[1]) scharfe Streifen ergeben, deren Breite überall annähernd gleich ist, während dies bei dem wenig abgelenkten β-Strahl (*Th D*) keineswegs der Fall ist.

Bei näherer Betrachtung dieses letzteren Streifens sieht man, daß er nach Seite der α-Strahlen hin scharf begrenzt ist. Der Zwischenraum zwischen ihm und dem Streifen der α-Strahlen ist vollkommen klar, was ein Beweis dafür ist, daß Sekundärstrahlung oder andere diffuse Strahlen, die vom Spalt oder den Wänden des Apparates ausgehen, hier keine Rolle spielen.

Ferner erkennt man, daß die Hauptintensität des Thorium-*D*-Streifens in einem schmalen Bereich liegt, der nicht wesentlich breiter wie der α-Strahl ist; dies deutet darauf hin, daß die Strahlen des *Th D* aus einem verhältnismäßig homogenen Strahl bestehen, über den sich ein schwächeres, nach der mehr ablenkbaren Seite erstreckendes kontinuierliches Spektrum überlagert. Eine Grenze nach Seite der ablenkbareren Strahlen läßt sich infolge der gleichmäßig abnehmenden Intensität nicht angeben.

Man muß also daraus den Schluß ziehen, daß die β-Strahlen des *Th D* nicht so vollkommen homogen sind wie die Streifen des *Th A*, auch bei Verwendung des unendlich dünnen aktiven Niederschlages als Strahlungsquelle.

Es mag hier erwähnt werden, daß wir eine große Anzahl von Aufnahmen unter den verschiedensten Versuchsbedingungen angestellt haben. So wurde das Material des aktivierten Drahtes variiert (Kohle, Aluminium, graphitiertes Papier), ferner als Unterlage verschiedene Materialien verwendet, oder die Unterlage bis zu 5 mm von dem aktiven Draht entfernt. Niemals aber erhielten wir einen merkbaren Unterschied in dem Verhalten der schnellen β-Strahlen.

Stellt man diese Ergebnisse zusammen mit den Erfahrungen, die wir in der zitierten Arbeit mit *Rd E*[2]); ferner mit den schnellen β-Strahlen von Mesothorium gemacht haben, die sich zwar elektroskopisch als komplex erwiesen haben, aber durch magnetische Ablenkung nicht aufgespalten werden konnten, so ist man wohl berechtigt, allgemein den Schluß zu ziehen, daß in der Homogenität der von einheitlichen Substanzen ausgehenden β-Strahlen ein bedeutender Unterschied zwischen den schnelleren und langsameren besteht. Die β-Strahlen von etwa 70—80 Proz. Lichtgeschwindigkeit an aufwärts sind mehr oder minder inhomogen, während die Strahlen kleinerer Geschwindigkeit eine beträchtliche Homogenität besitzen.

1) Die sehr langsamen β-Strahlen von 0,34 bezw. 0,28 Proz. Lichtgeschwindigkeit sind auf den mit dieser Anordnung erhaltenen Photographien nicht wahrzunehmen.

2) Vgl. auch die Versuche von Gray, Proc. Royal Soc. **84**, 136, 1910.

III. Verhalten der β-Strahlen bei dem Durchdringen von Materie.

Die Inhomogenität schneller β-Strahlen kann darin ihren Grund haben, daß die Strahlen ursprünglich mit ungleicher Geschwindigkeit von der radioaktiven Substanz ausgeschleudert werden.

Diese Annahme, die man natürlich nicht ohne weiteres von der Hand weisen kann und die ja früher tatsächlich gemacht wurde, erscheint jetzt nach den Erfahrungen mit den langsameren Strahlen, die sich als überraschend homogen zeigen, ziemlich unwahrscheinlich. Näherliegend ist es, nach einer sekundären Ursache zu suchen, die die bei der Emission homogenen Strahlen nachträglich inhomogen macht.

Hierfür kommen nach unseren jetzigen Kenntnissen zweierlei Möglichkeiten in Betracht.

1. Es können die β-Strahlteilchen bei dem Durchdringen der Materie Geschwindigkeits- und Richtungsänderungen erfahren.

2. Es können die β-Strahlteilchen bei dem Aufprall auf Materie Sekundärstrahlen erzeugen, d. h. eine diffuse Strahlung erregen, deren Geschwindigkeit nach den vorliegenden Beobachtungen durchschnittlich etwas kleiner ist wie die der Primärstrahlung.

Solche Geschwindigkeitsänderungen der β-Strahlen sind schon mehrfach konstatiert worden, zuletzt von W. Wilson[1]).

Wir haben einige Aufnahmen des magnetischen Spektrums gemacht, bei denen die Substanz mit verschieden dicken absorbierenden Schichten bedeckt war.

Wurde der aktivierte Draht mit dünnem Aluminium bedeckt, so ergab sich eine deutliche Verschiebung der langsameren β-Strahlen. Fig. 3 zeigt eine gleichzeitige Aufnahme eines

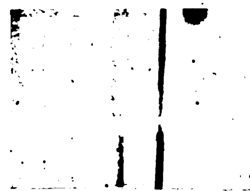


Fig. 3. Geschwindigkeitsänderung der langsamen β-Strahlen.

unbedeckten Drahtes und eines mit 0,045 mm überdeckten. In dem unteren Teil, der dem unbedeckten Draht entspricht, sieht man wieder links neben dem α-Streifen den sehr kräftigen

1) J. A. Crowther, Proc. Cambr. Phil. Soc. **15**, 442, 1910; W. Wilson, Proc. Royal Soc. **84**, 141, 1910.

Thorium-*A*-Streifen und dicht daneben, ganz schwach angedeutet, den weniger stark abgelenkten Streifen.

In dem oberen Teil der Figur, der das magnetische Spektrum des durch 0,045 mm Aluminium hindurchgegangenen β-Strahlen darstellt, sind die beiden Streifen von fast gleicher Intensität, da natürlich der stärker abgelenkte Streifen durch Absorption mehr an Intensität verloren hat wie der andere. Beide Streifen sind deutlich gegenüber den unteren Streifen verschoben, ohne daß dabei ihre Breite bedeutend zugenommen hätte. Dies zeigt, daß die β-Strahlen der Geschwindigkeit 0,63 bzw. 0,72 in 0,045 mm Aluminium einen beträchtlichen Geschwindigkeitsverlust erleiden, der für alle β-Teilchen einer Geschwindigkeit ungefähr gleich ist.

Die Fig. 4 zeigt eine Aufnahme nach der in II genannten Anordnung, wobei als Strahlungs-

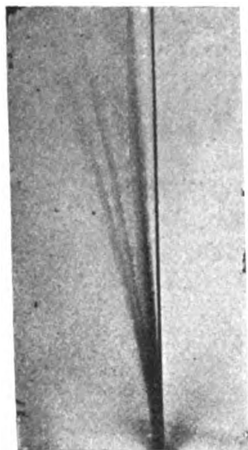


Fig. 4.

quelle ein Glasröhrchen von 0,3 mm Durchmesser und etwa 0,03 — 0,04 mm Wandstärke diente, das mit einem Radiothorpräparat[1]) gefüllt war. Die Homogenität der in ihrer Geschwindigkeit geänderten weichen Strahlen ist gegenüber der Aufnahme (Fig. 2) nicht wesentlich vermindert.

Die Geschwindigkeiten, die den verschobenen Streifen entsprechen, wurden in der oben beschriebenen Weise bestimmt und ergaben folgende Werte:

ohne Aluminium
0,63 Proz. Lichtgeschw.
0,72 „ „

mit 0,045 mm Aluminium bedeckt
0,57 Proz. Lichtgeschw.
0,68 „ „

Wir gingen nun dazu über, das Verhalten der schnellen β-Strahlen zu untersuchen und mußten dazu natürlich dickere Absorptionsschichten verwenden. Hier entsteht nun die Schwierigkeit, daß man die absorbierende Schicht nicht beliebig dick wählen kann, da die Streuung der β-Strahlen eine scheinbare Verbreiterung des aktivierten Drahtes bedingt, wodurch die Spaltbilder ebenfalls verbreitert werden. Wir mußten deshalb statt dickerer Schichten (über 0,5 mm Alum.), Schichten von größerer Dichte (Kupfer bzw. Platin) verwenden, unter der Annahme, daß Vergrößerung der Dichte ebenso wirkt, wie Vergrößerung der Dicke der Aluminiumschichten.

Wir konnten noch bei Zwischenschalten von Schichten, die etwa 1 mm Aluminium entsprechen (es wurde 0,32 mm Kupfer verwendet), deutliche Bilder erhalten. Die absorbierende Schicht wurde in allen Fällen möglichst dicht um den aktivierten Draht gebracht. Um den unabgelenkten Streifen zu erhalten, wurde hierbei eine Zeitlang ohne Magnetfeld exponiert. Es wurden mit folgenden absorbierenden Schichten Aufnahmen gemacht: 0,2, 0,5, 1 mm Aluminium, 0,32 mm Kupfer, 0,05, 0,1 mm Platin. Alle Aufnahmen (bis auf die mit 1 mm Aluminium) zeigen deutlich einen wenig abgelenkten Streifen maximaler Intensität und daran anschließend nach Seite der langsamen Strahlen ein mehr oder minder breites kontinuierliches Spektrum. Die Ausmessung der erhaltenen Bilder bietet nun natürlich die schon oben erwähnte Schwierigkeit, man kann aber mit ziemlicher Genauigkeit die Lage der einen Kante, die nach Seite des unabgelenkten Streifens liegt, bestimmen.

Die Ausmessung dieses Abstandes ergab, daß eine Verschiebung von der Größe, wie man sie nach den Wilsonschen Messungen erwarten sollte, nicht zu konstatieren war.

Nach Wilson müßte ein β-Strahl, für den $H\varrho = 4800$ ist, nach Durchdringen von 0,5 mm Aluminium einen Wert von $H\varrho = 3850$, von 1 mm Aluminium $H\varrho = 2900$ ergeben.

Da der Abstand der scharfen Kante von dem unabgelenkten Streifen bei unseren Versuchen etwa 0,42 mm betrug, der sich auf etwa 0,03 — 0,04 mm genau bestimmen ließ, hätte sich eine so große Verschiebung sicherlich feststellen lassen. Daraus geht also hervor, daß ein Teil der schnellen β-Strahlen selbst nach Durchdringen von 0,32 mm Kupfer einen Geschwindigkeitsverlust erleidet, der kleiner ist wie 1 Proz. (Eine Änderung von 10 Proz. im Werte von $H\varrho$ bedingt erst eine Geschwindigkeitsänderung von etwa 1 Proz.)

1) Radiothor ergibt dieselben β-Strahlen wie *Th* (*A*, *B*, *C*, *D*) bis auf den sehr langsamen β-Strahl des *Th X*, der durch die Glaswandung absorbiert wird.

Wenn nun auch ein Teil des β-Strahlenbündels seine ursprüngliche Geschwindigkeit, soweit die Meßgenauigkeit reicht, beibehält, so kann doch im übrigen eine Geschwindigkeitsänderung eintreten, die nicht ohne weiteres zu erkennen ist, da wir hier mit ursprünglich inhomogenen Strahlen arbeiten.

Betrachtet man daraufhin die oben erwähnten Aufnahmen, so fällt auf, daß die Breite des β-Strahlstreifens im ganzen bei diesen Versuchen beträchtlich schmäler ist, wie bei den Versuchen ohne absorbierende Substanz. Dies war ja auch zu erwarten, da die absorbierende Substanz die Intensität langsamer β-Strahlen in viel höherem Grade schwächt wie die der schnellen. Wäre nun lediglich eine solche einfache Absorption vorhanden, so müßte man durch hinreichend dicke absorbierende Schichten ein beliebig homogenes β-Strahlenbündel erzielen können. Die Versuche zeigen aber, daß selbst nach Durchdringen von 1 mm Aluminium (oder einer äquivalenten Dicke) eine deutliche Inhomogenität bestehen bleibt. So ändert sich bei Aluminium diese Inhomogenität zwischen 0,2 und 0,5 mm überhaupt nicht mehr merkbar, so daß man die beiden Bilder nicht voneinander unterscheiden kann. Dies zeigt deutlich, daß hier nicht allein der Absorptionseffekt vorliegt, sondern daß ein Teil der β-Strahlen in der absorbierenden Substanz einen Geschwindigkeitsverlust erleidet. Durch diese Art der Geschwindigkeitsänderung, die im Gegensatz zu dem Verhalten der langsamen β-Strahlen, nicht alle β-Strahlteilchen betrifft, würde ein ursprünglich homogener β-Strahl inhomogen werden.

Wir haben einige Versuche angestellt, die geeignet sind, diese Schlüsse zu stützen, wenn sich auch bei der hier angewendeten Methode nur qualitative Ergebnisse erzielen lassen. Wir haben dazu analog, wie es Wilson (l. c.) bei seinen elektroskopischen Messungen gemacht hat, das absorbierende Blech direkt vor die photographische Platte gebracht.

Bei dieser Anordnung kann lediglich die absorbierende Wirkung in Frage kommen, während eine Geschwindigkeitsänderung sich nicht bemerkbar machen kann. Dabei muß man allerdings auf eine durch Streuung der β-Strahlen bedingte Verbreiterung des Streifens nach beiden Seiten rechnen. Bringt man nun andrerseits dieselbe absorbierende Substanz, wie oben, direkt über dem aktiven Draht an, so muß sich ein Inhomogenwerden bemerkbar machen; d. h. der so erhaltene Streifen muß im Vergleich mit dem vorher erhaltenen nach Seite der langsameren Strahlen verbreitert sein. Dieser Versuch ließ sich ohne weiteres für Platin von 0,05 mm Dicke anstellen und ergab dabei das erwartete Resultat. Bei Aluminium ist der Versuch nicht so einfach auszuführen. Denn bei 0,2 mm Dicke zeigt die in beiden Fällen erhaltene Photographie keinen Unterschied, d. h. bei dieser Dicke liegt eine eventuell auftretende Inhomogenität innerhalb des durch Absorption ausgeblendeten Geschwindigkeitsbereichs.

Bei 0,5 mm Aluminium ist nun die Streuung schon so merkbar, daß die Aufnahme mit dieser Schicht vor der photographischen Platte einen nach beiden Seiten stark verbreiterten Streifen ergibt, der einwandfreie Schlüsse nicht zuläßt. Wir glauben aber unbedenklich den indirekten Schluß ziehen zu dürfen, daß 0,5 mm Aluminium durch reine Absorption ein mindestens ebenso enges Geschwindigkeitsbereich ausblendet wie das vorher verwendete 0,05 mm Platin (was auf gleiche Dichte bezogen 0,4 mm Aluminium entspricht), d. h. wir vergleichen eine Aufnahme, bei der der aktivierte Draht mit 0,5 mm Aluminium bedeckt ist, mit einer Aufnahme, bei der 0,05 mm Platin vor der photographischen Platte angebracht ist. Die Beobachtung der beiden Aufnahmen zeigt einen sehr deutlichen Unterschied, indem der durch 0,5 mm Aluminium hindurchgegangene β-Strahl wesentlich inhomogener ist.

Es mag noch hinzugefügt werden, daß selbstverständlich alle diese Aufnahmen unter möglichst gleichen Bedingungen durchgeführt wurden. Dabei ist aber ein Umstand auffallend, daß nämlich in allen Fällen, wo die absorbierende Schicht die aktive Substanz bedeckt, die erhaltenen Aufnahmen intensiver waren, als wenn unter sonst gleichen Umständen dieselbe absorbierende Schicht vor der photographischen Platte angebracht war. Ob sich dieser Unterschied allein durch Streuung oder mehrfache Reflexion erklären läßt, mag dahingestellt bleiben.

Wendet man die Ergebnisse dieser Versuche auf die in II erhaltenen Versuche an, so läßt sich folgendes bemerken:

Dient ein aktivierter Draht als Strahlungsquelle, so haben die β-Strahlen die Möglichkeit, die verschiedensten Dicken zu durchdringen. Die langsamen β-Strahlen müßten nach dem vorherigen dadurch am meisten an Homogenität verlieren wegen der für verschiedene Dicken verschiedenen Geschwindigkeitsänderung; da dies tatsächlich nicht der Fall ist, so folgt daraus, daß sie praktisch nur von der Oberfläche kommen. Verwendet man als Strahlungsquelle eine aktive Substanz von endlicher Dicke, so tritt eine Verwaschung ein. Dies zeigt z. B. eine Photographie (Fig. 5), die mit Radiothor in einer Glasrinne von 0,3 mm Breite aufgenommen wurde; speziell der sehr lang-

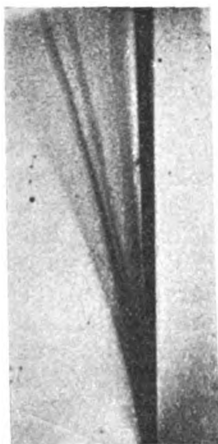


Fig. 5.

same dem *Th X* angehörende β-Strahl ist ziemlich verwaschen.

Die schnellen β-Strahlen können, wie wir gesehen haben, nach Durchdringen von 0,2 mm Messing wohl noch auf der photographischen Platte bemerkbar sein. Es ist demnach nach dem Vorigen durchaus möglich, daß jedenfalls ein Teil der Inhomogenität der schnellen β-Strahlen bei dem Durchdringen des aktivierten Drahtes entsteht. Dagegen sprechen allerdings Versuche mit sehr dünnen aktivierten Kohlefäden, ferner ein Versuch, bei dem ein schmaler Aluminiumblechstreifen von 0,03 mm Dicke aktiviert wurde. Diese Versuche ergaben nämlich keineswegs homogenere Strahlen. Es erscheint demnach als das wahrscheinlichste, daß die Inhomogenität größtenteils in unmittelbarer Nähe des Ausgangspunktes der β-Strahlen entsteht, durch den Effekt der Reflexion bezw. Sekundärstrahlung, der nach den Untersuchungen von Kowarik, immer eine Geschwindigkeitsänderung mit sich bringt und gerade bei schnellen β-Strahlen besonders stark auftritt.

Die hier beschriebenen Versuche sind natürlich noch zu ergänzen durch Versuche mit Strahlen mittlerer Geschwindigkeit z. B. 85 Proz. Lichtgeschw. Die Schwierigkeit solcher Versuche liegt darin, daß man zur Erzielung einwandfreier Resultate mit unendlich dünnen aktiven Schichten arbeiten muß. Dadurch ist die Auswahl unter den radioaktiven Substanzen auf einige wenige beschränkt. Der aktive Niederschlag des Radiums ist wohl das geeignetste Material, hat aber den großen Nachteil der geringen Lebensdauer.

Es scheint von Interesse, die Eigenschaften der einzelnen β-Strahlengruppen und gleichzeitig auch der Kathodenstrahlen zusammenzustellen.

β-Strahlen von unendlich dünnen Schichten	über 80 Proz. Lichtgeschwindigkeit inhomogen	zeigen bei dem Durchtritt durch absorbierende Schicht keine oder sehr geringe Geschwindigkeitsänderung des Intensitätsmaximums. Homogene Strahlen werden inhomogen	ergeben bei dem Auftreffen auf Materie kräftige reflektierte [1]) bezw. Sekundärstrahlung von durchschnittlich geringer Geschwindigkeit
	unter 80 Proz. Lichtgeschwindigkeit homogen	zeigen starke Geschwindigkeitsänderung, wobei die Homogenität wenig gestört wird.	geringe Reflexion bezw. Sekundärstrahlung [1])
Kathodenstrahlen	etwa 20 Proz. Lichtgeschwindigkeit	zeigen starke Geschwindigkeitsänderung des Intensitätsmaximums [2]), zugleich werden homogene Strahlen inhomogen.	kräftige Reflexion bezw. Sekundärstrahlung [3]) mit Geschwindigkeitsverlust [4])

Aus dieser Zusammenstellung geht hervor, daß die einheitliche Geschwindigkeitsänderung der Elektronenstrahlung bei dem Durchtritt durch Materie ein Effekt ist, der besonders stark bei langsamen β-Strahlen auftritt, während das Inhomogenwerden Hand in Hand geht mit dem Auftreten von Sekundärstrahlen, das merkwürdigerweise ein Minimum bei mittlerer Geschwindigkeit zeigt.

IV. Anwendung der erhaltenen Resultate auf die elektroskopische Bestimmung von Absorptionskurven radioaktiver Substanzen.

Die vorstehend mitgeteilten Resultate stehen teilweise im Widerspruch mit den von Hahn und Meitner aus früheren Ionisationsmessungen gezogenen Folgerungen. Hahn und Meitner hatten für die Absorption der β-Strahlen einheitlicher radioaktiver Produkte im Aluminium ein Exponentialgesetz gefunden und daraus gefolgert, daß die β-Strahlen einheitlicher Produkte durch ganz bestimmte Geschwindigkeiten charakterisiert sind, die auch beim Durchgang durch Materie unverändert erhalten bleiben.

Die vorangestellten photographischen Befunde zeigen, daß diese Folgerungen nicht zu-

1) F. Kowarik und W. Wilson, Phil. Mag. **20**, 866, 1910.
2) Warburg, Berl. Ber. 267, 1902; Leithäuser, Ann. d. Phys. **15**, 283, 1904.
3) Starke, Wied. Ann. **66**, 49, 1898; Ann. d. Phys. **3**, 75, 1900; Austin und Starke, Ann d. Phys. **9**, 271, 1902.
4) E. Gehrcke, Ann. d. Phys. **8**, 20, 1902.

lässig sind. Denn danach sind die schnellen β-Strahlen über 70—80 Proz. Lichtgeschwindigkeit, wie sie z. B. von dem aktiven Niederschlag des Thoriums ausgehen, inhomogen. Da die Absorption dieser Strahlen unter den angewandten Versuchsbedingungen nach einem Exponentialgesetz erfolgt, so kann das Exponentialgesetz kein Kriterium für die Homogenität der Strahlen sein, wie Hahn und Meitner im Gegensatz zu anderen Forschern angenommen hatten[1]). Es beweist nur, daß die β-Strahlen bei dem Durchtritt durch Aluminium ihr „Durchdringungsvermögen" nicht ändern. Dies ist nur möglich, wenn durch den kombinierten Vorgang der Absorption und andere sekundäre Wirkungen die Form der Intensitätsverteilung sich nicht oder nur wenig ändert, d. h. wenn die zu den einzelnen Geschwindigkeiten des inhomogenen β-Strahlbündels gehörigen Intensitäten annähernd in demselben Verhältnis mit zunehmender Dicke der absorbierenden Schicht abnehmen.

Die Untersuchung der Absorptionskurven der langsamen homogenen β-Strahlen von radioaktiven Substanzen ist direkt nicht möglich, da die langsameren Strahlen Körpern angehören, die nicht getrennt von ihren Zerfallsprodukten — zumindest nicht für die zu den Messungen erforderliche Zeit — hergestellt werden können.

Natürlich behalten trotz der gewonnenen Ergebnisse die Absorptionskurven der β-Strahlen radioaktiver Substanzen ihre Bedeutung als analytisches Hilfsmittel; denn wenn sie auch nicht gestatten, die Homogenität eines β-Strahles zu bestimmen oder zwei β-Strahlen von sehr kleiner Geschwindigkeitsdifferenz nachzuweisen, so leisten sie doch die besten Dienste, um β-Strahlengruppen größerer Geschwindigkeitsdifferenz zu erkennen, speziell in dem Gebiet der schnelleren β-Strahlen, wo die photographische Methode ganz zu versagen scheint.

V. Zusammenstellung der Resultate.

1. Es wurde die Geschwindigkeit der einzelnen β-Strahlen des aktiven Niederschlages des Thoriums bestimmt.

2. Es wurde konstatiert, daß die β-Strahlen des aktiven Niederschlages von über 70—80 Proz. Lichtgeschwindigkeit inhomogen sind, während sie unter dieser Geschwindigkeitsgrenze homogen sind.

3. Langsame homogene β-Strahlen unter 70—80 Proz. Lichtgeschwindigkeit erleiden bei dem Durchgang durch Materie (0,045 mm Al.) einen Geschwindigkeitsverlust, ohne dabei wesentlich inhomogen zu werden.

1) W. Wilson, l. c.

Schnelle homogene β-Strahlen erleiden bei dem Durchgang durch Materie einen jedenfalls sehr geringen Geschwindigkeitsverlust, werden aber gleichzeitig durch sekundäre Einflüsse inhomogen.

Berlin, Physikalisches Institut und I. Chemisches Institut der Universität.

(Eingegangen 13. März 1911.)

Über einige Beobachtungen über die Polarisation des von Metallgittern gebeugten Lichtes. (Vorläufige Mitteilung.)

Von Béla Pogány.

Während die Polarisation des gebeugten Lichtes bei Glasgittern und bei Metalldrahtgittern schon so vielfach ein Gegenstand der Messung gewesen ist, wurde dieselbe bei Metallreflexionsgittern nur wenig untersucht. Auf Anregung von Herrn Prof. W. Voigt unternahm ich es daher einige Beobachtungen hierüber im Göttinger Physikalischen Institute anzustellen. Da gerade in der letzten Zeit mehrfach über andere, mit dem genannten Probleme im Zusammenhang stehende Fragen gearbeitet worden ist, so möchte ich einige der bisherigen Resultate hier kurz mitteilen. Die ausführliche Darstellung meiner Untersuchungen wird an anderer Stelle veröffentlicht werden.

Meine Beobachtungen habe ich an zwei Plangittern von der Gitterkonstante, $E = 0{,}001761$ mm, von Rowland ausgeführt, wobei die Gitterfurchen, wie üblich, zur Einfallsebene senkrecht orientiert waren. Das einfallende Licht war monochromatisch und unter 45^0 zur Einfallsebene polarisiert. Gemessen habe ich sowohl die relative Phasenverzögerung δ der zu den Furchen parallel und normal schwingenden elektrischen Komponenten, wie auch das doppelte Azimut 2ψ des elektrischen Vektors, nachdem diese Phasenverzögerung kompensiert war. Bei der außerordentlichen Kleinheit der Gitterkonstante der Rowlandgitter kann eine Farbe bei festgehaltenem Einfallswinkel nur an wenigen Stellen beobachtet werden. Bisher wurde meistens bei wenigen Farben und variablem Einfallswinkel beobachtet, auch um der Dispersion der Metallkonstanten aus dem Wege zu gehen. Meine Messungen dagegen erstrecken sich bei unveränderlichen Einfallswinkeln in den Spektren verschiedener Ordnungen von $\lambda = 620\ \mu\mu$ und $668\ \mu\mu$ bis $\lambda = 347\ \mu\mu$ und fanden auf diese Weise bei allen möglichen Beugungswinkeln statt. Im sichtbaren Gebiet habe ich die Methode des Glimmerkompensators, im Ultraviolett die von Prof. Voigt angegebene und von seinen Schülern

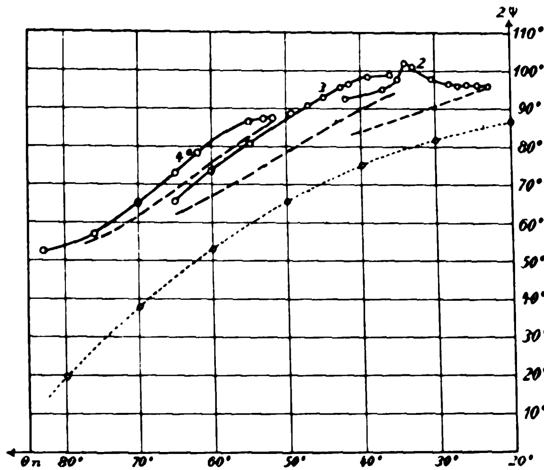


Fig. 1.

schon öfters benutzte und beschriebene photographische Methode angewandt. Das eine von den Gittern zeigte eine starke Dissymmetrie sowohl in bezug auf die Intensitätsverteilung, wie auch bezüglich der Polarisation. Bei senkrechter Inzidenz war das gebeugte Licht an einer bestimmten Stelle sogar merklich depolarisiert. Intensitätsmessungen habe ich nicht angestellt, aber die Dissymmetrie war mit bloßem Auge deutlich zu erkennen und außerdem übertrafen die bei der Photographie nötigen Belichtungszeiten auf der einen Seite zwei- bis dreifach diejenigen der entsprechenden Stellen der anderen Seite des Gitters. Das zweite Gitter lieferte ausnahmslos regelmäßig polarisiertes Licht und es wurde auch sowohl in bezug auf Intensitätsverteilung, wie der Polarisation als ziemlich symmetrisch befunden. Vereinzelte Dissymmetrien in der Polarisation habe ich allerdings auch bei diesem zweiten Gitter konstatiert; aber größere befinden sich nur in den Spektra erster und zweiter Ordnung. Die nachstehend

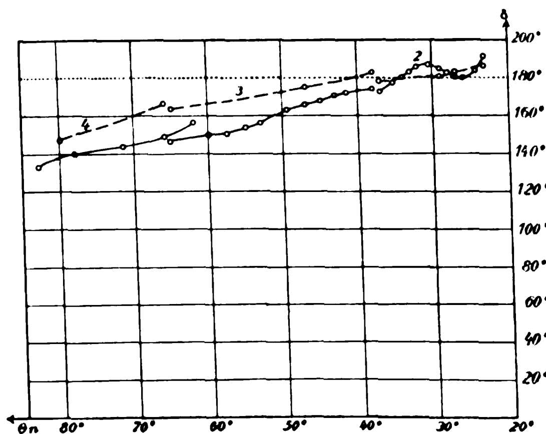


Fig. 2.

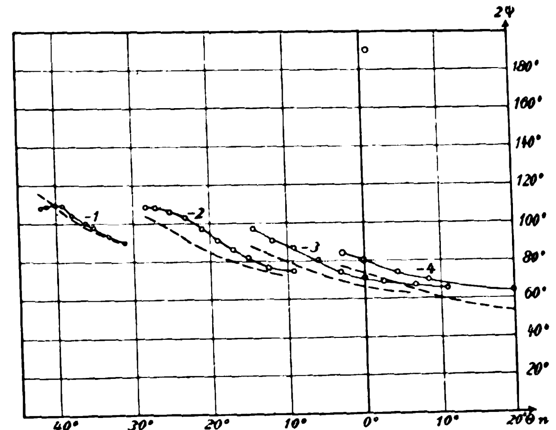


Fig. 3.

mitgeteilten Messungen wurden an diesem Gitter ausgeführt.

Die ausgezogene Kurve in Fig. 1 zeigt den Verlauf der Werte von 2ψ von der einen Seite des Gitters herrührend bei senkrechter Inzidenz als Funktion des Beugungswinkels Θ_n, diejenige in Fig. 2 den Verlauf von δ. Die ausgezogenen Kurven in Fig. 3 und 4 zeigen das entsprechende bei einem Einfallswinel $\Theta = 60^0$.

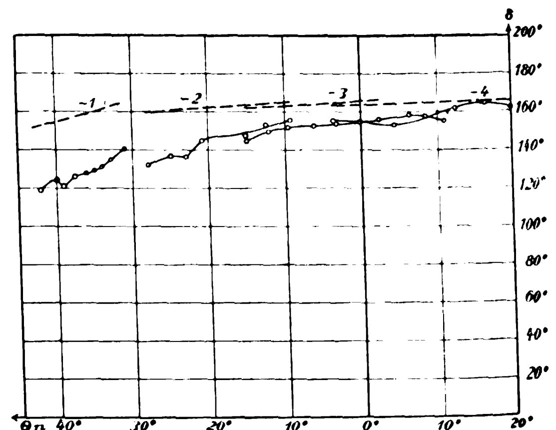


Fig. 4.

δ nimmt im allgemeinen mit zunehmendem Beugungswinkel ab, während 2ψ abnimmt, wenn man sich von der Richtung des direkt reflektierten Strahles entfernt.

Die Beobachtungen wurden zunächst mit der Theorie von Lord Rayleigh[1]) verglichen, welcher die beschränkenden Annahmen zugrunde liegen, daß das Gittermaterial ein vollkommen reflektierendes Metall ($n = \infty$) ist und daß die Tiefe der Furchen klein ist gegen die Lichtwellenlänge. Das Verhältnis von Gitterkonstante

1) Lord Rayleigh, Roy. Soc. Proc. **79**, 399, 1907.

und Lichtwellenlänge kann dagegen beliebig sein. Die Vergleichung zeigte keine befriedigende Übereinstimmnng der Theorie mit den Beobachtungen.

Herr Prof. Voigt[1]) erweiterte daher diese Theorie, indem er die Annahme der vollkommenen Reflexion fallen ließ. Seine Rechnung gibt für die (komplexen) Amplituden der parallel und normal zu den Furchen schwingenden elektrischen Komponenten die Ausdrücke

$$\mathfrak{R}_k' = -\frac{2\,\mathfrak{E}\gamma(\mathfrak{n}-\gamma)}{(\mathfrak{n}+\gamma_k)}\left(i\mu\zeta_k - \mu^2[\sum_k]\gamma_h\zeta_h\zeta_g\right)$$

und

$$\left.\begin{aligned}\mathfrak{R}_k = \frac{2\mu\mathfrak{n}^2\gamma\mathfrak{E}}{(\mathfrak{n}\gamma+1)(\mathfrak{n}\gamma_k+1)}\Big\{i(1 &- \alpha\alpha_k)\zeta_k - \mu(\sum_k)(\mathfrak{n}[\gamma_h^2 - gl\alpha_h]\\ &+ \gamma_h)(1-\alpha\alpha_h)\frac{\zeta_h\zeta_g}{\mathfrak{n}\gamma_h+1}\Big\}.\end{aligned}\right\} \quad (1)$$

Dabei bedeuten: k die Ordnungszahl des Spektrums, die ζ_k die Koeffizienten in der Fourierschen Reihenentwicklung

$$z = S\zeta_k e^{ikpx},\quad k \text{ von } -\infty \text{ bis } +\infty,$$

des Gitterprofils, also

$$\left.\begin{aligned}\zeta_k = \frac{1}{2}(c_k - is_k),\quad \zeta_{-k} = \frac{1}{2}(c_k + is_k),\\ \text{aber } \zeta_0 = 0,\end{aligned}\right\} \quad (2)$$

$\mathfrak{E}$ die einfallende Amplitude,

$$\mu = \frac{2\pi}{\lambda},\quad p = \frac{2\pi}{E},\quad p = \mu l,$$

λ die Lichtwellenlänge, γ den Kosinus, α den Sinus des Einfallswinkels, Θ, γ_h und α_h diejenigen des h-ten Beugungswinkels Θ_h, und schließlich $\mathfrak{n} = n(1 - i\varkappa)$ den komplexen Brechungsindex. Die Summe $(\sum_k)$ ist dabei zu erstrecken über alle Wertsysteme (h, g), welche den Bedingungen

$$h + g = k$$

$$\sin\Theta_h - \sin\Theta = \frac{h\lambda}{E},\quad -1 < \sin\Theta_h < 1,$$

genügen, wobei E die Gitterkonstante bedeutet. Für $\mathfrak{n} = \infty$ erhält man aus (1) die Rayleighschen Formeln. Das Gitterprofil ist nun unbekannt, wir setzen es aber gemäß den oben zitierten Beobachtungen als merklich symmetrisch voraus, also

$$\zeta_k = \zeta_{-k} = \frac{1}{2}c_k.$$

Begnügt man sich mit Formeln erster Annäherung, d. h. streicht man die Summen $(\sum_k)$, welche in den $\zeta - s$ zweiter Ordnung sind, so fallen die zurückbleibenden ζ_k aus den Ausdrücken für $\operatorname{tg}\delta$ und $\operatorname{tg}\psi$ heraus. Verfährt man auf diese Weise mit den Rayleighschen Formeln und berechnet dann aus ihnen δ und 2ψ, so erhält man bei senkrechter Inzidenz die Kurven, die in Fig. 1 und 2 punktiert gezeichnet sind. Der qualitativ ähnliche Verlauf bei 2ψ ist unverkennbar, für δ dagegen ergeben die Rayleighschen Formeln den konstanten Wert von 0^0 resp. 180^0.

Eben diese Resultate haben Herrn Prof. Voigt bewogen, die oben erwähnte Erweiterung der Theorie vorzunehmen. Seine Formeln fordern eine Kenntnis von n und $\varkappa$ als Funktion der Wellenlänge. Diese wurde durch Reflexionsbeobachtungen am polierten Rande des Gitters verschafft und die Fig. 5 zeigt die so erhaltenen

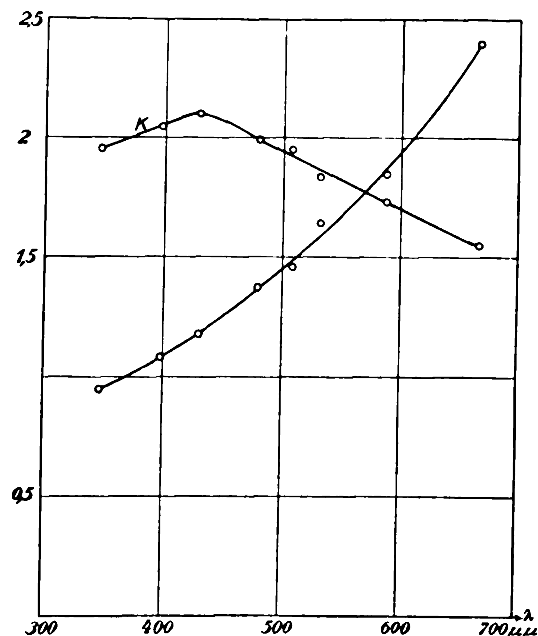


Fig. 5.

Werte von n und $\varkappa$ als Funktionen der Wellenlänge. Geht man mit diesen Werten von n und $\varkappa$ in die Voigtschen Formeln erster Annäherung ein, so erhält man für δ und 2ψ die gestrichelten Kurven der Figuren 1—4. Man kann die so erzielte Übereinstimmung bei 2ψ als eine ziemlich gute bezeichnen, besonders, wenn man die immerhin etwas problematische Annahme der Kleinheit der Tiefe der Gitterfurchen gegen die Wellenlänge des Lichtes in Betracht zieht. Bei δ ist die Übereinstimmung besonders bei großen Beugungswinkeln nicht so gut, immerhin ist der Fortschritt, welchen die Voigtschen Formeln gegenüber den Rayleighschen gleicher Annäherung bedeuten, gerade hier recht deutlich zu erkennen. Dabei steckt in diesen Formeln, wie schon oben

1) W. Voigt, Göttinger Nachr. 1911.

erwähnt, keine aus den Beobachtungen zu bestimmende Konstante.

Eine Prüfung der Theorie durch die Formeln zweiter Annäherung bietet Schwierigkeiten, da sich das Profil der Furche bei der Kleinheit derselben durch direkte Beobachtung nicht bestimmen läßt. Eine mikroskopische Beobachtung des Gitters gibt über nichts anderes Auskunft, als das Verhältnis der Breite der Furche zu dem Abstand von den Nachbarfurchen — ein Parameter von immerhin für die Verwertung der Theorie beträchtlicher, aber leider nicht entscheidender Bedeutung. Ich habe die Berechnungen in einem bestimmten Falle (Spec. zweiter Ordnung, bei senkrechter Inzidenz) für ein nach Plausibilität hypothetisch angenommenes Furchenprofil mit den Formeln zweiter Annäherung durchgeführt, wobei ich die Tiefe der Furche variiert habe. Die so berechneten Kurven sind im allgemeinen gegen die erster Annäherung um einen geringen Betrag in der Richtung nach den beobachteten Kurven hin bloß verschoben. Auf diese Fragen soll in der endgültigen Publikation ausführlicher eingegangen werden.

Daß manche Metallgitter in bezug auf Intensitätsverteilung sich dissymmetrisch verhalten, wurde schon von J. Fröhlich[1]) gelegentlich ausführlicher Messungen über dieses Problem bemerkt. In neuester Zeit wurde die Frage der Intensitätsverteilung in ihrer Abhängigkeit vom Gitterprofil von R. W. Wood und A. Trowbridge[2]) nach einer sinnreichen Methode und mit gutem Erfolg in Angriff genommen. Die genannten Forscher haben dabei Gitter mit geradlinigen Profilen konstruiert, welche einen großen Prozentsatz der Energie in einem einzigen Spektrum konzentrierten. Am ausgeprägtesten tritt diese Eigenschaft bei Nr. 8 der von ihnen untersuchten Gitter mit der Konstanten 0,0123 mm auf, bei welchem für $\lambda = 0,0043$ mm 70 Proz. der Gesamtenergie im Spektrum erster Ordnung links enthalten ist, während dem Spektrum erster Ordnung rechts nur 8 Proz. zufällt, so daß das Intensitätsverhältnis der beiden Spektren 8,7 beträgt. Mit demselben Gitter beobachtete Wood bei $\lambda = 0,0086$ mm für das zentrale Bild eine Intensität von 66 Proz. und für das Spektrum erster Ordnung links 34 Proz. Auch diesen Fall habe ich der theoretischen Berechnung unterworfen.

Fernrohr und Kollimator standen bei diesen Beobachtungen fest unter einem Winkel von $29-30^0$ und das zu untersuchende Gitter wurde gedreht. Als Gesamtenergie wurde dabei die Summe der Energiemengen bezeichnet, welche durch Drehung des Gitters bei konstantem λ nach und nach auf den Bolometerstreifen fielen. Auf diese Weise stammen die einzelnen Anteile, die den verschiedenen Spektren und dem zentralen Bilde entsprechen, von verschiedenen Einfallswinkeln her und das bringt bei der Vergleichung mit der Theorie eine gewisse Komplikation mit sich, da die Theorie sich zunächst in Prozenten der bei einem festen Einfallswinkel einfallenden Energie ausdrückt. So muß man sich schon aus dem Grunde bei der Vergleichung auf Intensitätsverhältnisse beschränken.

Leider ist aus dem Protokoll nicht zu ersehen, was unter links und rechts verstanden werden soll. Nach dem im Phil. Mag.[1]) mitgeteilten Grundriß des Apparates, wie auch nach der Tafel der Spektren kann nach obiger Bezeichnung das intensive Spektrum sowohl dasjenige + 1 ter, wie auch — 1 ter Ordnung gewesen sein, je nachdem man das Gitter in einer bestimmten Lage betrachtet hat, oder in der anderen, welche aus der ersten entsteht, wenn man das Gitter um 180^0 in seiner Ebene dreht. Um also zu sehen, inwiefern die oben zitierten Theorien von dieser Erscheinung Rechenschaft geben, mußte ich die Berechnung für beide Fälle durchführen.

Bei allen derartigen Überlegungen kommt natürlich in Betracht, daß die eine der fundamentalen Annahmen der Rayleighschen Theorie, die auch Herr Prof. Voigt übernommen hat, nämlich die Kleinheit der Furchentiefe τ neben der Wellenlänge λ, in Wirklichkeit meist schlecht erfüllt ist. Man wird sich daher mit einer rohen Annäherung der Resultate der Theorie an diejenigen der Beobachtung zufrieden geben müssen.

Ganz besonders gewinnt diese Bemerkung bei der ersten der oben erwähnten Beobachtungen (für $\lambda = 0,0043$ mm) Bedeutung, wo $\tau/\lambda = {}^3/_8$ ist.

Günstiger liegen die Verhältnisse bei der zweiten Beobachtung (für $\lambda = 0,0086$ mm), wo $\tau/\lambda = {}^3/_{16}$.

Der Rechnung ist das in Fig. 6 gezeichnete

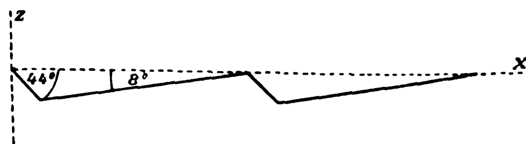


Fig. 6.

Furchenprofil zugrunde gelegt. Im Woodschen

1) J. Fröhlich, Wied. Ann. 15, 587, 1882.
2) A. Trowbridge und R. W. Wood, diese Zeitschr. 11, 1161, 1910.

1) A. Trowbridge, Phil. Mag. (6) 20, 768, 1910.

Protokoll ist nur der eine Winkel (8^0) angegeben, ich habe den anderen zu ungefähr 44^0 angenommen, da die beiden Winkel bei allen anderen mit dem Karborundkristall geritzten Gittern ungefähr die Summe 52^0 besitzen. Da es sich ja nur um mehr qualitative Schlüsse handelt, so habe ich der Einfachheit halber die Rayleighschen Formeln benutzt, um so mehr, als man nach den Beobachtungen von A. Trowbridge[1]), Rubens und Hagen[2]) für diese großen Wellenlängen bei Gold der vollkommenen Reflexion tatsächlich sehr nahe kommt.

Macht man nun die Annahme, daß das intensivere Spektrum -1 ter Ordnung ist, so erhält man bei $\lambda = 0{,}0043$ mm für das Intensitätsverhältnis

$$\frac{J_{-1}}{J_{+1}} = 6{,}6\,,$$

im entgegengesetzten Falle

$$\frac{J_{+1}}{J_{-1}} = 9{,}7\,.$$

Wie gesagt, können diese berechneten Werte nicht als ganz sichergestellt gelten wegen der Größe von τ/λ, doch glaube ich aus ihnen schließen zu können, daß das intensive Spektrum dasjenige $+1$ ter Ordnung war.

Bei den Quarzreststrahlen von $\lambda = 0{,}0086$ mm habe ich für die Intensität des zentralen Bildes berechnet $J_Z = 68{,}6$ Proz., für diejenige des Spektrums erster Ordnung links $J_{-1} = 27$ Proz., also

$$\frac{J_Z}{J_{-1}} = 2{,}5\,,$$

während nach Wood sich dafür 2 ergibt. Hält man an der Annahme fest, daß bei $\lambda = 0{,}0043$ mm das intensive Spektrum $+1$ ter Ordnung ist, so ergibt sich aus der von Wood mitgeteilten Spektraltafel, daß das Spektrum erster Ordnung links für $\lambda = 0{,}0086$ mm ein Spektrum -1 ter Ordnung, bei einem Einfallswinkel von ungefähr $-7{,}5^0$ ist.

Die zur Berechnung der Intensität des zentralen Bildes verwandten Formeln der Theorie, die also die Amplituden des von der gefurchten Fläche direkt reflektierten Lichtes liefern, lauten (für $\mathfrak{n} = \infty$) bei Beibehaltung der obigen Bezeichnungen folgendermaßen:

$$\mathfrak{R}' = -\mathfrak{E}'\left[1 - 2\mu^2\gamma(S)\zeta_h\zeta_{-h}\gamma_h\right]$$

für die elektrische Komponente parallel den Furchen, und

$$\mathfrak{R}\gamma = \mathfrak{E}\left[\gamma - 2\mu^2(S)\zeta_h\zeta_{-h}\frac{(1-\alpha\alpha_h)^2}{\gamma_h}\right] \qquad (3)$$

für diejenige senkrecht zu den Furchen.

1) A. Trowbridge, Wied. Ann. **65**, 618, 1898.
2) Rubens und Hagen, Ann. d. Phys. **11**, 1903.

Wie aus (2) und (3) ersichtlich ist, treten in den Formeln (3) die Koeffizienten der Sinusglieder der Fourierreihe des Gitterprofils nur quadratisch auf. Das sagt aus, daß die von den beiden Seiten eines unsymmetrischen Gitters herrührenden, direkt reflektierten Wellen trotz der Dissymmetrie des Gitterprofils sowohl in ihrer Intensität, wie in ihrem Polarisationszustand symmetrisch sein müssen, wenigstens bis zu dem Grade der Genauigkeit, bis zu welchem die Formeln zweiter Annäherung der Theorie reichen. Die Intensitätsmessungen von J. Fröhlich[1]) an einem dissymmetrischen Gitter zeigen, daß diese Forderung der Theorie sich in ziemlich guter Übereinstimmung mit der Erfahrung befindet. Die Messungen, die ich an dem im Anfang erwähnten unsymmetrischen Gitter ausführte, haben gezeigt, daß man dasselbe vom Polarisationszustand sagen kann.

1) J. Fröhlich, l. c.

Göttingen, Physikalisches Institut, 2. März 1911.

(Eingegangen 4. März 1911).

Über die Turbulenzreibung verschiedener Flüssigkeiten.

(Bemerkung zu der Arbeit von Frau Margrete Bose und Herrn E. Bose.)

Von Th. v. Kármán.

In einer in dieser Zeitschrift **12**, 126, 1911 veröffentlichten Arbeit teilten Frau M. Bose und Herr E. Bose interessante Beobachtungen über die Zähigkeit verschiedener Flüssigkeiten im hydraulischen (turbulenten) Strömungszustande mit. Auf Grund ihres Versuchsmaterials gelangen die Verfasser — ebenso wie Herr Bose und Herr Rauert in einer früheren Mitteilung — zu der Auffassung, daß die Flüssigkeiten in dem geordneten (Poiseuilleschen) und in dem turbulenten (hydraulischen) Strömungszustande verschiedene Zähigkeitskonstanten besitzen; so ist z. B. Alkohol im Poiseuilleschen Zustande zähflüssiger als Wasser, während es bei turbulenter Strömung scheinbar dünnflüssiger ist. Nun scheint es mir, die Verfasser haben es übersehen, daß dieses Verhalten der verschiedenen Flüssigkeiten eine natürliche Folge der mechanischen Ähnlichkeitsgesetze ist und daß die von ihnen eingeführte „spezifische Zähigkeit im turbulenten Zustande" auf Grund einer einfachen Ähnlichkeitsbetrachtung aus der im Poiseuilleschen Zustande gemessenen Zähig-

keitskonstante und aus der Dichte berechnet werden kann, sobald die Abhängigkeit der Ausflußzeit (oder Ausflußgeschwindigkeit) von dem Triebdruck experimentell festgelegt ist.

In der Tat folgert man unmittelbar aus der allgemeinen hydrodynamischen Differentialgleichung:

$$\varrho \frac{\partial u}{\partial t} + \varrho\left(u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z}\right) = -\frac{\partial p}{\partial x} + \eta \Delta u$$

usw. (u, v, w die Geschwindigkeitskomponenten, ϱ die Dichte, p der Druck, η die Zähigkeitskonstante), daß bei derselben geometrischen Anordnung, d. h. bei Benutzung desselben Apparates die mechanische Ähnlichkeit bewahrt bleibt, falls die Größen

$$\frac{\varrho}{t^2},\quad p,\quad \frac{\eta}{t}$$

in demselben Verhältnis geändert werden. Der Ausflußvorgang verläuft daher in unserem Falle im mechanischen Sinne ähnlich, wenn die Größen

$$\frac{\varrho}{z^2},\quad p,\quad \frac{\eta}{z}$$

(z die Ausflußzeit für eine bestimmte Flüssigkeitsmenge, p der Triebdruck) in demselben Verhältnis stehen. Setzt man nun nach den Boseschen Versuchen

$$-\log z = A_t + B_t \log p$$

und

$$10^{-A_t} = \alpha,$$
$$B_t = n,$$

so wird

$$z = \frac{\alpha}{p^n}.$$

Als „spezifische Zähigkeit im turbulenten Zustande" wird die Verhältniszahl

$$\zeta_T = \frac{\alpha_s}{\alpha_w}$$

betrachtet, wobei die Indizes die für eine beliebige beobachtete Substanz und die für Wasser charakteristischen Größen andeuten sollen. Nun ist offenbar

$$\zeta_T = \frac{\alpha_s}{\alpha_w} = \frac{z_s'}{z_w}\left(\frac{p_s}{p_w}\right)^n;$$

Betrachten wir aber mechanisch ähnliche Vorgänge, so gelten nach den oben erwähnten Ähnlichkeitsregeln die Beziehungen

$$\frac{z_s}{z_w} = \frac{\varrho_s}{\varrho_w}\frac{\eta_w}{\eta_s}$$
$$\frac{p_s}{p_w} = \frac{\eta_s}{\eta_w}\frac{z_w}{z_s} = \left(\frac{\eta_s}{\eta_w}\right)^2\frac{\varrho_w}{\varrho_s}$$

und wir erhalten

$$\zeta_T = \left(\frac{\varrho_s}{\varrho_w}\right)^{1-n}\left(\frac{\eta_s}{\eta_w}\right)^{2n-1}.$$

Setzen wir noch

$$\frac{\eta_s}{\eta_w} = \zeta_P,$$

d. h. gleich der spezifischen Zähigkeitskonstante im Poiseuilleschen Zustande, so erhalten wir die Gleichung:

$$\zeta_T = \zeta_P^{2n-1}\left(\frac{\varrho_s}{\varrho_w}\right)^{1-n}.$$ [1]

Nach den Boseschen Beobachtungen kann man in erster Annäherung im Mittel für sämtliche Flüssigkeiten $n = 0{,}6173$ setzen; mit diesem Werte ergibt sich die nachstehende Zahlentafel, als Vergleich für die berechneten und beobachteten Werte der Zähigkeit im turbulenten Strömungszustande ζ_T.

Flüssigkeit	ζ_P	ζ_T gemessen	ζ_T berechnet
Äthylalkohol	1,150	0,942	0,944
Äthylazetat	0,766	0,891	0,900
Benzol	0,585	0,875	0,844
Toluol	0,555	0,842	0,833
Azeton	0,291	0,699	0,685
Chloroform	0,500	1,016	0,991
Bromoform	1,832	1,717	1,723
Quecksilber	1,408	2,920	2,937

Berücksichtigt man, daß der Exponent n einen rohen Mittelwert für sämtliche Flüssigkeiten bedeutet, so muß die Übereinstimmung als eine überraschend gute[2]) bezeichnet werden (sie ist noch mehr zufriedenstellend, wenn man die „Turbulenzgerade" nach den Boseschen Ausgleichrechnungen durch die „Wendetangente" ersetzt), dank der Exaktheit der Boseschen Messungen. Man kann daher als sicheres Ergebnis feststellen, daß man keinen Grund hat, von verschiedener Zähigkeit der Flüssigkeiten im Poiseuilleschen und im turbulenten Zustande zu sprechen, daß vielmehr die scheinbare relative Zähigkeit bei turbulenter Strömung durch die Poiseuillesche Konstante und die Dichte völlig bestimmt ist.

1) Die oben stehende Betrachtung ist ganz analog der Reynoldschen Betrachtung über den „Flüssigkeitswiderstand" bei Strömungen in Röhren. Für den Flüssigkeitswiderstand gilt allgemein die Formel $W = \eta U f\left(\frac{U\varrho}{\eta}\right)$; ebenso kann man in unserem Falle schreiben $z = \frac{\eta}{p} g\left(\frac{p\varrho}{\eta^2}\right)$, woraus unser Resultat unmittelbar folgt.

2) Bei Benzol beträgt die Abweichung allerdings 3,9 v. H.; es ist jedoch interessant, daß das Reynoldsche Kriterium für die kritische Geschwindigkeit (diese Zeitschr. **12**, 128, 1911) ebenfalls für Benzol die größte Abweichung liefert, so daß die Vermutung nahe liegt, daß der Wert der Zähigkeitskonstante ζ_P für Benzol nicht ganz richtig bestimmt ist.

(Eingegangen 8. März 1911.)

Der Wärmeübergang in Rohrleitungen [1]).

Von Wilhelm Nusselt.

Die Wärmeübergangszahl ist die Wärmemenge, die in der Zeiteinheit von der Flächeneinheit eines Körpers an eine daran grenzende Flüssigkeit abgegeben wird, wenn der Temperaturunterschied zwischen der Oberflächentemperatur und der mittleren Temperatur der über der Fläche befindlichen Flüssigkeitsschicht 1^0 beträgt. Diese Zahl ist für wärmetechnische Fragen von großer Bedeutung und war wenig systematisch durchforscht. Die nachfolgend beschriebenen Versuche behandelten das Problem für ein durch ein gerades zylindrisches Rohr strömendes Gas.

Nach obiger Definition ist die von einem Oberflächenelement dF der Rohrwand von der Temperatur T_0 an die strömende Flüssigkeit von der mittleren Temperatur T_m in der Zeiteinheit übergeführte Wärme

$$Q = \alpha \cdot (T_0 - T_m) \cdot dF.$$

Diese Wärme ist anderseits nach dem Grundgesetz der Wärmeleitung

$$Q = -\lambda_{\text{Wand}} \frac{\partial T}{\partial \nu} \cdot dF,$$

wenn λ_{Wand} die Wärmeleitzahl der Flüssigkeit bei der Temperatur T_0 der Rohrwand und ν die nach der Flüssigkeit gerichtete Normale im Flächenelement ist.

Das Gleichsetzen beider Ausdrücke gibt für die Wärmeübergangszahl die Gleichung

$$\alpha = -\frac{\lambda_{\text{Wand}} \dfrac{\partial T}{\partial \nu}}{T_0 - T_m}.$$

Die Wärmeübergangszahl ist also proportional dem Temperaturgefälle an der Rohrwand. Die Temperaturverteilung im Rohr muß die Differentialgleichung der Wärmeleitung für strömende Flüssigkeiten erfüllen, in der die Geschwindigkeitskomponenten der Strömung vorkommen, die durch die Stokesschen hydrodynamischen Gleichungen bedingt sind. Man ersieht aus diesen Gleichungen, daß das Temperaturgefälle und damit die Wärmeübergangszahl von dem Strömungsfeld bei ähnlicher Strömung, also von der mittleren Geschwindigkeit w, von der Dichte ϱ, der Wärmezahl λ, der Zähigkeit η, und der spezifischen Wärme c_p bei konstantem Druck der Flüssigkeit und vom Durchmesser d des Rohres abhängen wird. Die Versuche zeigen, daß sich diese Abhängigkeit durch ein Produkt von Potenzfunktionen mit den unabhängig Veränderlichen als Basis und mit konstanten Exponenten darstellen läßt. Setzt man demzufolge zunächst

$$\frac{\partial T}{\partial \nu} = b \cdot w^{n_1} d^{n_2} \varrho^{n_3} \lambda^{n_4} \eta^{n_5} c_p^{n_6} (T_m - T_0),$$

so folgt aus Dimensionsbetrachtungen, daß die Exponenten sich auf zwei unabhängige zurückführen lassen. Es muß sein

$$n_2 = n_1 - 1$$
$$n_3 = n_1$$
$$n_6 = -n_4$$
$$n_5 = -n_1 - n_4.$$

Damit wird die Gleichung für die Wärmeübergangszahl

$$\alpha = b \cdot \lambda_{\text{Wand}} \cdot \frac{w^n \varrho^n c_p^m}{d^{1-n} \lambda^m \eta^{n-m}}.$$

Wegen der hohen Zahl von Größen, von denen der Wärmeübergang in Rohren abhängt, beschränkte ich mich bei den Versuchen darauf, die einflußreichsten zu verändern. Ich ließ den Rohrdurchmesser und die Oberflächenbeschaffenheit unverändert, benutzte also für alle Versuche dasselbe Rohr. Unverändert auf 100^0 wurde auch die Oberfläche des Rohres gehalten, während die Temperatur des durch das Rohr strömenden Gases in geringen Grenzen geändert wurde. Es wurden Versuchsreihen mit Luft ausgeführt, deren Druck und Geschwindigkeit geändert wurden. Zur Festlegung des Einflusses der Wärmeleitfähigkeit auf den Wärmeübergang diente noch je eine Versuchsreihe mit Kohlensäure und Leuchtgas bei unverändertem Druck, aber veränderlicher Geschwindigkeit.

Die Versuchsanordnung ist durch die gestellte Aufgabe vollkommen gegeben. Die Rohrwand ist auf eine Temperatur T_0 zu bringen, die verschieden ist von der Eintrittstemperatur des durch das Rohr strömenden Gases. Zur Berechnung des Wärmeüberganges sind zu messen: die Temperatur der inneren Rohroberfläche, die längs eines meßbaren Rohrstückes an das Gas abgegebene Wärme, die mittlere Temperatur des Gases und seine mittlere Geschwindigkeit. Durch die Heizung des Rohres mit einem Dampfmantel wurde eine gleichmäßige Oberflächentemperatur erreicht, die nahe an der Sättigungstemperatur des Dampfes lag. Die übergehende Wärme wurde aus der Temperatursteigerung des Gases und der durch das Rohr strömenden Menge bestimmt.

Die Versuchseinrichtung [1]), siehe Fig. 1, bestand aus einem nahtlos gezogenen Messingrohr C von 22,01 mm innerem und 26 mm äußerem Durchmesser, in das die Luft durch das Rohr A ein- und B austrat. Die Druckluft wurde von dem dreistufigen Kompressor des Laboratoriums ge-

1) Der ausführliche Bericht ist in dem von dem Verein deutscher Ingenieure herausgegebenen Forschungsheft abgedruckt.

1) Die Versuche wurden im Maschinenlaboratorium der Kgl. Sächs. Techn. Hochschule zu Dresden ausgeführt.

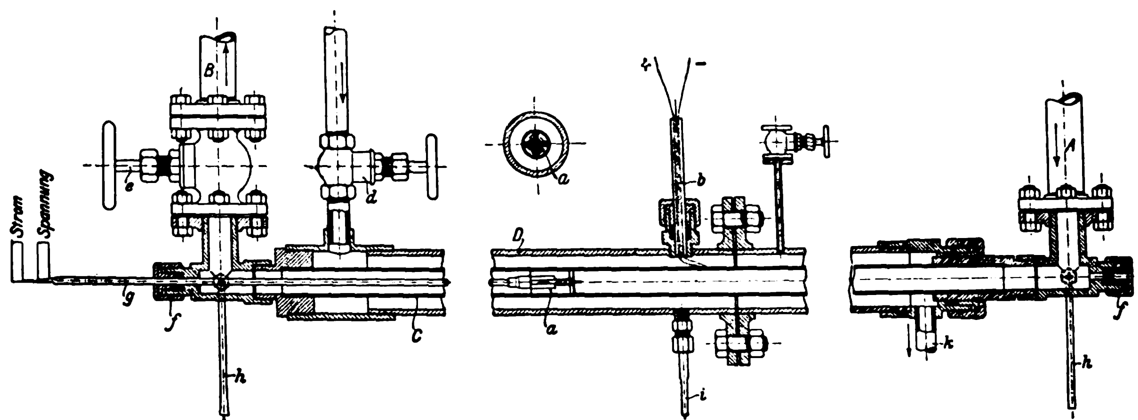


Fig. 1. Schnitt durch das Versuchsrohr.

liefert. Von ihm wurde die Luft in drei hintereinander geschaltete Windkessel gedrückt. Nach dem Durchgang durch die Kessel strömte die Luft durch eine Kühlschlange. Durch Änderung der Kühlwassermenge wurde die Eintrittstemperatur der Luft in das Versuchsrohr, das an den Kühler angeschlossen war, gleichbleibend geregelt. Am Ende des Versuchsrohres war ein Drosselventil *e* zur Regelung der Durchflußmenge angebracht. Nach dem Durchströmen einer weiteren Kühlvorrichtung, welche die erhitzte Luft auf Zimmertemperatur abkühlte, wurde die Gasmenge mit einer nassen Gasuhr gemessen. Über das Messingrohr war ein weites Gasrohr *D* geschoben, auf der einen Seite mit dem Messingrohr verschraubt und am andern Ende in einer Stopfbüchse geführt, um der verschiedenen Ausdehnung von Eisen und Messing Rechnung zu tragen. Der Zwischenraum zwischen beiden Rohren wurde mit Wasserdampf geheizt. Der Dampf wurde von einem Lokomobilkessel geliefert und trat nach dem Durchgang durch einen Wasserabscheider und ein Drosselventil *d* in den Mantel des Versuchsrohres ein. Mit einem bei *i* angeschlossenen Quecksilbermanometer wurde der Dampfdruck gemessen und durch das Drosselventil unveränderlich gehalten. Um den Dampfraum zu vergrößern und den Druck besser einregeln zu können, war bei *k* ein kleiner Kessel angeschaltet. Durch eine Kühlschlange trat das Kondensat aus.

Bei den Versuchen mit Leuchtgas wurde das Gas von einer kleinen Schieberluftpumpe aus der städtischen Leitung in das Rohr gepumpt und nach dem Durchgang durch die Gasuhr in einem Verbrennungsofen verbrannt.

Durch ein Differentialthermoelement, dessen Lötstellen im Rohrquerschnitt lagen — eine in der Rohrachse und die andre in der Nähe der Rohrwand —, war festgelegt worden, daß im Rohrquerschnitt Temperaturunterschiede bis zu 5^0 C bestanden. Um die mittlere Temperatur der Luft im Rohrquerschnitt zu messen, wurde der Draht eines Widerstandsthermometers gleichmäßig über den Rohrquerschnitt verteilt. Chemisch reiner Platindraht von 0,1 mm Durchmesser wurde auf die Stirnseite eines Glimmerkreuzes spiralförmig in vier Windungen gewickelt. Die Glimmerstreifen waren auf ein Kreuz von Vulkanfiber genietet, das auf das Ende eines 2 m langen Messingrohres *g* von 5 mm Durchmesser geschraubt war. Das Kreuz paßte in das Messingrohr *C* und zentrierte so das Widerstandsthermometer *a*. Das Messingröhrchen wurde am Ende des Versuchsrohres durch die Stopfbüchse *f* eingedichtet und darin verschoben, so daß mit dem Widerstandsthermometer die Temperatur an jeder Stelle des Versuchsrohres gemessen werden konnte. Durch eine am Messingrohr angebrachte Marke wurde die Lage des Widerstandsdrahtes im Rohr festgelegt. Die Strom- und Spannungsdrähte zur Messung des Widerstandes des Thermometers lagen isoliert in dem Messingröhrchen. Der Widerstand wurde nach der Kompensationsmethode gemessen.

Als Normalmaß bei der Eichung diente ein von O. Wolff geliefertes Normalwiderstandsthermometer, das von der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt an die Wasserstoffskala angeschlossen worden war.

Das Widerstandsthermometer, das vor den Versuchen künstlich gestaltet wurde, hatte bei 0^0 1,86950 Ω Widerstand.

Die Temperatur des Messingrohres wurde an seiner Außenseite durch ein angelötetes Thermoelement *b* aus Kupfer-Konstantandrähten gemessen.

Zur Messung des statischen Druckes im Rohr wurde bei Drücken über 3 at ein mit einem Quecksilbermanometer verglichenes Dop-

pelfederkontrollmanometer benutzt, das bei h angeschlossen war. Kleinere Drücke wurden mit den Quecksilbermanometern gemessen.

Die durch das Versuchsrohr strömende Gasmenge wurde mit nassen Gasuhren gemessen, die mit der 40 cbm fassenden Gasglocke des Laboratoriums geeicht worden waren.

Bei den Versuchen mit Kohlensäure und Leuchtgas wurde täglich eine dem Windkessel entnommene Probe nach dem Verfahren von Hempel analysiert.

Im Verlauf eines Versuchs wurden sämtliche Ablesungen alle 5 Minuten ausgeführt. Die Temperatur im Rohr wurde meist an zwei Stellen gemessen, an die abwechselnd das Widerstandsthermometer geschoben worden war. Die Versuchsdauer betrug 1—2 Stunden.

Es sei T_0 die äußere Oberflächentemperatur des Rohres, T_1 die mittlere Lufttemperatur an der ersten Meßstelle, T_2 die Temperatur im Abstand l von jener, V die Menge des in der Stunde durch die Vorrichtung strömenden Gases in cbm bei 1 at und 15° C, C_p die spezifische Wärme des Gases bei gleichbleibendem Druck für 1 cbm bei 15° und 1 at, r_i der innere und r_a der äußere Rohrdurchmesser und

$$\lambda = 55\,\text{WE/st}^{-1}\,\text{m}^{-1}\,\text{Gr}^{-1}$$

die Wärmeleitzahl des Messings. Die gesuchte Wärmeleitzahl gibt dann die Gleichung

$$\alpha = \frac{1}{\dfrac{2\,r_a\,\pi\,l}{V\,C_p \ln \dfrac{T_0 - T_1}{T_0 - T_2}} - \dfrac{r_a}{\lambda} \ln \dfrac{r_a}{r_i}}.$$

Bei der Besprechung der Versuchsergebnisse soll der Einfluß der geänderten Größen auf den Wärmeübergang gesondert betrachtet werden.

Die Abhängigkeit des Wärmeüberganges von der Geschwindigkeit.

In das Schaubild Fig. 2 sind die erhaltenen Werte der Versuche mit Druckluft eingetragen, in Fig. 3 und 4 die Versuchsreihen mit Kohlensäure und Leuchtgas. Die einzelnen Versuchsreihen wurden bei ungefähr gleichem mittleren Druck und gleicher mittlerer Temperatur ausgeführt. Wir entnehmen ihnen zunächst die schon bekannte starke Zunahme des Wärmeüberganges mit der Geschwindigkeit. Bei den Kurven geringen Druckes zerfällt der Verlauf in zwei Äste, die durch einen sanften Übergang aneinandergrenzen. Der Knick liegt bei der kritischen Geschwindigkeit, und wir sehen, daß durch die bei dieser Geschwindigkeit eintretende Änderung des Strömungsgesetzes im Rohr die Abhängigkeit des Wärmeüberganges von der mittleren

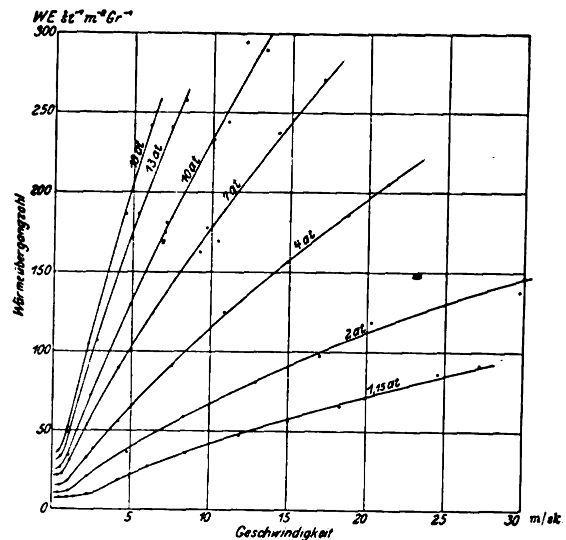


Fig. 2. Wärmeübergang an Druckluft.

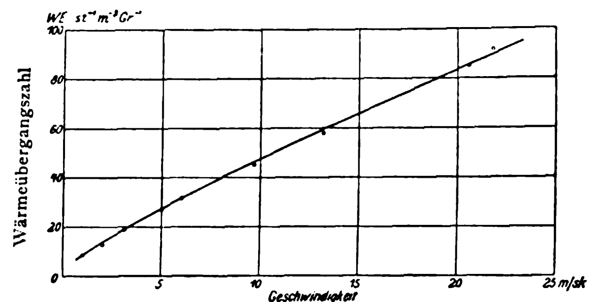


Fig. 3. Wärmeübergang an Kohlensäure.

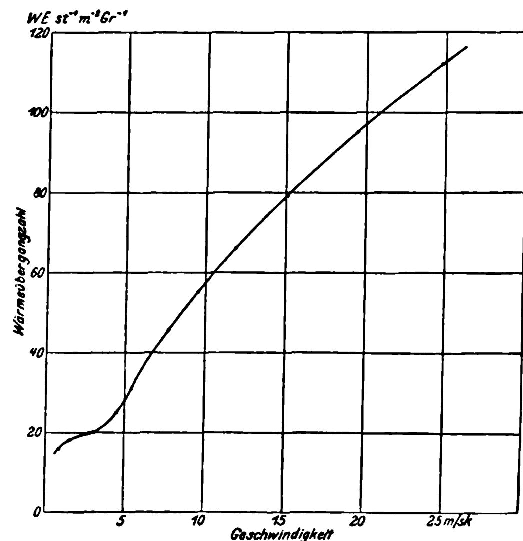


Fig. 4. Wärmeübergang an Leuchtgas.

Geschwindigkeit wesentlich beeinflußt wird. Bei der unter der kritischen Geschwindigkeit stattfindenden Parallelströmung der Flüssigkeitsteilchen ist

der Wärmeübergang nahezu unabhängig von der mittleren Geschwindigkeit, während er nach eingetretener Wirbelung stark mit ihr wächst. Verlängert man in Fig. 2 die beiden Zweige der Kurve bei 1 at bis zu ihrem Schnittpunkt, so kann man diesen Wert als kritische Geschwindigkeit betrachten. Sie liegt bei 2,0 m/sec, während die aus der Reynoldschen Formel berechneten Werte 1,60 bezw. 10,2 m/sec sind.

Die Luft trat aus dem Zuführrohr durch ein Knie in das Meßrohr ein; 15 cm entfernt davon lag die eine Temperaturmeßstelle. Um zu prüfen, ob diese Strecke genügte, um die heftige durch das Knie erzeugte Wirbelung zum Abklingen zu bringen, wurden die Versuche bei 1 at nach dem Vorschalten einer 2 m langen Beruhigungsstrecke wiederholt. Der Wärmeübergang wurde etwas kleiner, während die kritische Geschwindigkeit unverändert blieb.

Bei höheren Drücken, also größerer Dichte wurde die kritische Geschwindigkeit in umgekehrtem Verhältnis kleiner.

Die kritische Geschwindigkeit für Leuchtgas ergibt sich aus dem Versuch zu 4,0 m/sec.

Bei der Darstellung der Ergebnisse durch eine Formel wollen wir uns auf die Zustände oberhalb der kritischen Geschwindigkeit beschränken, die ja in praktischen Fällen meist vorliegen. Wir gehen von der Gleichung

$$\alpha = A w^m$$

aus. Läßt sich die gefundene Zahlenreihe durch diese Formel ausdrücken, so müssen die in einem Achsenkreuz aufgetragenen Logarithmen von α und w auf einer Geraden liegen.

In das Schaubild 5 sind die Logarithmen der Versuchspunkte eingetragen. Man sieht, daß sowohl über wie unter der kritischen Geschwindigkeit die Punkte ausgezeichnet auf einer Geraden liegen. Die Konstanten der Gleichung wurden nicht graphisch bestimmt, sondern nach dem Verfahren des Minimums der Summe der Fehlerquadrate berechnet. Die Dichte konnte für die Punkte einer Versuchsreihe nicht ganz gleich erhalten werden. Sie wurde auf die mittlere Dichte der Versuchsreihe nach der für die Abhängigkeit von der Dichte (bezogen auf Wasser = 1000) gefundenen Beziehung umgerechnet. Die Ergebnisse sind in Zahlentafel 1 enthalten. Man ersieht daraus, daß der Exponent der Geschwindigkeit unabhängig von der Dichte und der Art des Gases ist.

Zahlentafel 1.

Stoff	Dichte	m	Anzahl der Versuche
Druckluft	1,273	0,798	8
„	2,146	0,749	11
„	4,366	0,784	8
„	7,861	0,773	8
„	11,12	0,798	12
„	14,66	0,799	5
„	17,56	0,765	5
Leuchtgas	0,509	0,799	7
Kohlensäure . . .	1,851	0,756	8

Aus den Versuchen mit Druckluft ergibt sich als Mittelwert

$$m = 0,7801.$$

Bei der Mittelwertbildung wurde jeder Wert mit der Anzahl der Versuche belastet.

Die Abhängigkeit des Wärmeüberganges von der Dichte.

Nach der Bestimmung des mittleren Ex-

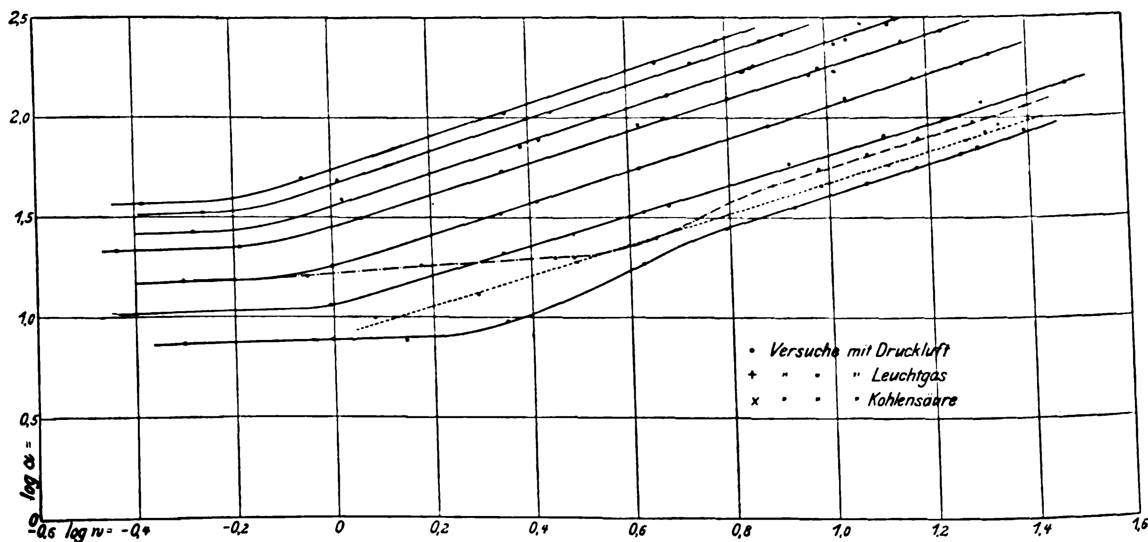


Fig. 5.

ponenten der Geschwindigkeitsfunktion wurden die Beiwerte A für jede Versuchsreihe berechnet, indem die Summe der Fehler von log α zu einem Minimum gemacht wurde.

Die Werte sind in Zahlentafel 2 enthalten.

Zahlentafel 2. Druckluft.

Dichte ϱ	Beiwert A
1,273	6,827
2,146	10,83
4,366	18,68
7,861	29,27
11,12	38,08
14,66	49,08
17,56	56,72

Trägt man A über der Dichte ϱ auf, Fig. 6, so erkennt man die starke Zunahme des

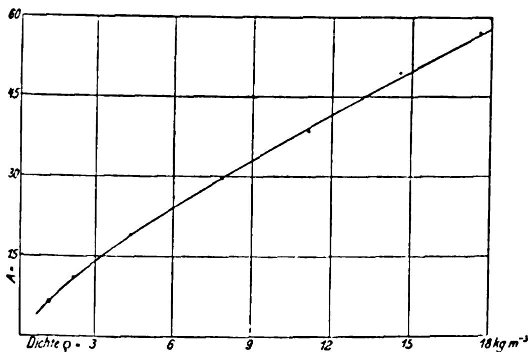


Fig. 6. Abhängigkeit des Wärmeüberganges von der Dichte der Druckluft.

Wärmeüberganges mit der Dichte der strömenden Flüssigkeit. Es liegt nahe zu versuchen, die Abhängigkeit der Größe A von ϱ ebenfalls als Potenzfunktion darzustellen. In Fig. 7 sind die Logarithmen beider Größen auf-

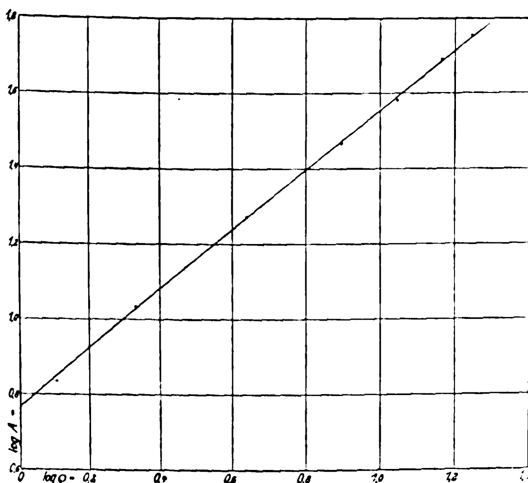


Fig. 7.

getragen, die ausgezeichnet auf einer Geraden liegen. Nach der Methode der kleinsten Quadrate wurden die Konstanten berechnet.

Man gelangt so zu folgender Formel für den Wärmeübergang an Druckluft:

$$\alpha = A\, w^m$$
$$A = B\,\varrho^n$$
$$n = 0{,}7936$$
$$B = 5{,}768$$

also

$$\alpha = 5{,}768\ \varrho^{0{,}7936}\ w^{0{,}7801}.$$

Die von der Theorie geforderte Gleichheit der Exponenten m und n wird also innerhalb der Versuchsgenauigkeit sehr gut bestätigt. Setzen wir demzufolge

$$\alpha = B\,(w\varrho)^n,$$

so liefert die Rechnung für die Konstanten die Zahlenwerte

$$B = 5{,}772 \quad \text{und} \quad n = 0{,}7856,$$

und wir erhalten für den Wärmeübergang an Druckluft im Messingrohr die Gleichung

$$\alpha = 5{,}772\,(w\varrho)^{0{,}7856}$$

bei einer Mitteltemperatur der Luft von 35°.

Die Abhängigkeit des Wärmeüberganges von der spezifischen Wärme, der Wärmeleitfähigkeit und der Zähigkeit.

Während wir uns zur Festlegung der Abhängigkeit des Wärmeüberganges von der Geschwindigkeit und der Dichte rein auf die Versuche stützten, müssen wir zur Bestimmung des Einflusses der Wärmeleitfähigkeit, der Zähigkeit und der spezifischen Wärme die am Anfang aufgestellte Formel zu Hilfe nehmen.

Zu den Versuchen über den Wärmeübergang an Druckluft, Leuchtgas und Kohlensäure seien noch Werte für den Wärmeübergang in einem Rohr an überhitzten Wasserdampf herangezogen, die ich aus den Versuchen von Knoblauch und Jakob zur Bestimmung der spezifischen Wärme des überhitzten Wasserdampfes[1]) berechnet habe. Die hieraus gewonnenen Übergangszahlen zeigen klar den Einfluß der Dichte und Geschwindigkeit. Mit Benutzung des von mir gefundenen Exponenten 0,786 ließen sich die Werte gut durch die Formel wiedergeben:

$$\alpha_{\text{überhitzter Wasserdampf}} = 10{,}79\,(w\varrho)^{0{,}786}.$$

Zahlentafel 3 enthält die für die verschiedenen Stoffe gefundenen Werte B.

1) Siehe Zeitschrift des Vereins deutscher Ingenieure 1907, S. 81.

Zahlentafel 3.

Stoff	Beiwert B
Druckluft	5,772
Kohlensäure	4,774
Leuchtgas	15,45
Überhitzter Wasserdampf	10,79

Zu den weiteren Betrachtungen ist die Kenntnis der Wärmeleitfähigkeit und der Zähigkeit der untersuchten Gase nötig.

Die kinetische Gastheorie liefert für Gase eine Beziehung zwischen der Wärmeleitfähigkeit, der Zähigkeit und der spezifischen Wärme bei konstantem Volumen, die lautet:

$$\lambda = \varepsilon \eta c_v.$$

ε ist eine Konstante.

Für eine Reihe von Gasen sind die Veränderlichen dieser Gleichung[1]) bekannt. Berechnet man daraus ε, so ergibt sich eine angenäherte Konstanz von ε für Gase gleicher Atomzahl und Abnahme von ε mit zunehmender Atomzahl in folgender Weise:

Atomzahl	1	2	3	4	5	6
ε	2,50	1,74	1,51	1,23	1,28	1,24

ε ändert sich noch etwas mit der Temperatur, aber für verschiedene Gase nicht in gleichem Sinne.

Die Wärmeleitfähigkeit und die Zähigkeit sind bei allen Gasen unabhängig von Druck und nehmen mit der Temperatur zu. Für unsere Zwecke genügt eine lineare Interpolationsformel. Es sei die Wärmeleitfähigkeit

$$\lambda = \lambda_0 (1 + \alpha t)\,\mathrm{WE/st^{-1}\,m^{-1}\,Gr^{-1}},$$

die Zähigkeit

$$\eta = \eta_0 (1 + \beta t)\,\mathrm{kg\,st\,m^{-2}}.$$

Die Zahlentafel 4 enthält für die untersuchten Gase diese Konstanten.

Zahlentafel 4.

Gas	$\lambda_0\,10^4$	$\alpha\,10^5$	$\eta_0\,10^{12}$	$\beta\,10^5$
Luft	189	228	489	303
Kohlensäure	121	385	398	343
Wasserdampf	192	434	255	443
Leuchtgas	506	300	420	300

Diese Werte bilden die Mittelwerte der vorhandenen Beobachtungen. Der Wert λ_0 für Wasserdampf ist nach obiger Gleichung berechnet, wobei für ε nach der angeführten Zahlenreihe zu 1,51 gesetzt wurde. Für Leuchtgas ist η_0 aus der bei unseren Versuchen beobachteten kritischen Geschwindigkeit berechnet worden. α und β mußten für Leuchtgas geschätzt werden.

Die Theorie gibt für den Wärmeübergang die Gleichung

$$\alpha = b\,\lambda_{\mathrm{Wand}} \left(\frac{w\varrho}{\eta}\right)^n \left(\frac{\eta c_p}{\lambda}\right)^m.$$

Es ist nun zu prüfen, ob sich die Ergebnisse in der Zahlentafel 4 durch diese Gleichung darstellen lassen. Es muß dann sein

$$B = \frac{b\,\lambda_{\mathrm{Wand}}}{\eta^n} \left(\frac{\eta c_p}{\lambda}\right)^m.$$

Setzt man die Zahlenwerte ein, so erhält man 4 Gleichungen von der Form

$$y = b x^m.$$

Zahlentafel 5 enthält die Zahlenwerte.

Zahlentafel 5.

Stoff	$x\,10^9$	$y\,10^5$
Druckluft	6,29	1,260
Kohlensäure	6,81	1,263
Leuchtgas	5,08	1,083
Überhitzter Wasserdampf	6,73	1,237

Die Zahlenwerte geben eine sehr befriedigende Bestätigung des Ansatzes. Infolge der geringen Änderung von x wird aber die Bestimmung des Exponenten m sehr unsicher. Die Veränderliche x kann man umformen, indem man einführt

$$x = \frac{c_p}{\varepsilon c_v} = \frac{\varkappa}{\varepsilon}.$$

$\varkappa$ und ε sind beide in gleichem Sinne und in geringem Grade von der Atomzahl abhängig, so daß die Unsicherheit in der Bestimmung des Exponenten aus den Versuchen praktisch ohne Einfluß ist. Wir wollen zur angenäherten Festlegung von m den Wärmeübergang an Wasser heranziehen. Die darüber vorliegenden Versuche liefern leider sehr weit auseinander liegende Werte. Die Versuche von Stanton scheinen die genauesten zu sein. Für die Konstanten unserer Versuchsanordnung liefert seine Formel für $w = 1$ m/sec

$$\alpha = 7800\ \mathrm{WE/st\,qm\,Grad}$$

und es wird für Wasser

$$y = 6320 \cdot 10^{-8}, \quad x = 42{,}4 \cdot 10^{-9}.$$

Die durch diese 5 Wertepaare gelegte Potenzfunktion liefert den Exponenten

$$m = 0{,}85,$$

während wir für n 0,786 gefunden haben.

Da beide Exponenten wenig verschieden sind, wollen wir sie zur Vereinfachung gleich setzen, $m = n$. Die Formel geht dann über in

$$\alpha = b\,\lambda_{\mathrm{Wand}} \left(\frac{w \varrho c_p}{\lambda}\right)^n.$$

1) Die in der ausführlichen Arbeit mitgeteilten Zahlen sind Mittelwerte aus den vorhandenen Beobachtungen, die den Sammelwerken von Winkelmann und Landolt und Börnstein entnommen sind.

Unsere Versuche geben mit dieser Gleichung die in Zahlentafel 6 enthaltenen Werte für b.

Zahlentafel 6.

Medium	b
Druckluft	36,0
Leuchtgas	36,5
Kohlensäure	33,9
Überhitzter Wasserdampf	33,5

In Anbetracht der noch bestehenden Unsicherheit in der Kenntnis der Wärmeleitfähigkeit der Gase ist die Übereinstimmung der Konstanten b sehr gut zu nennen. Wir wollen unserer Endformel die aus den Versuchen mit Druckluft sich ergebende Konstante zugrunde legen, da die meisten Versuche mit Luft ausgeführt wurden und ihre Wärmeleitzahl am genauesten bekannt ist.

Nach der am Anfang aufgestellten Beziehung muß der Wärmeübergang mit zunehmendem Rohrdurchmesser abnehmen, und zwar umgekehrt proportional der Potenz

$$d^{1-n} = d^{0,214}.$$

Führt man diese Abhängigkeit vom Durchmesser noch in die Formel ein, so erhält man für den Wärmeübergang in einem Rohre die neue Gleichung

$$\alpha = 15,90 \frac{\lambda_{\text{Wand}}}{d^{0,214}} \left(\frac{w\, C_p}{\lambda}\right)^{0,786} \text{WE/st qm Grad},$$

worin zu setzen ist für:

w die mittlere Strömungsgeschwindigkeit des Gases im Rohr in m/sec,

C_p die spezifische Wärme des Gases in WE/cbm bei dem im Rohr herrschenden Druck und der dort vorhandenen mittleren Temperatur,

λ die Wärmeleitzahl des Gases bei der mittleren Gastemperatur in WE/st m Grad,

λ_{Wand} die Wärmeleitzahl des Gases bei der Temperatur der Rohrwand, d der innere Rohrdurchmesser in m.

Der Anwendung der Formel auf den Wärmeübergang an Flüssigkeiten, wofür sie sinngemäß auch gelten muß, steht unsere geringe Kenntnis der Wärmeleitzahl und ihrer Veränderlichkeit mit der Temperatur im Wege.

Der Druckabfall Δ für die Längeneinheit des Rohres läßt sich ebenso wie die Wärmeübergangszahl, durch das Produkt von Potenzfunktionen darstellen, wie die Versuche vieler Autoren gezeigt haben. Ist d der Rohrdurchmesser, ϱ die Dichte der strömenden Flüssigkeit, η deren Zähigkeit, so ist

$$\Delta = a \cdot \frac{w^n \varrho^{n-1} \eta^{2-n}}{d^{3-n}}.$$

Es wurde vermutet, daß zwischen diesem Exponenten und dem Exponent in der Formel für die Wärmeübergangszahl ein Zusammenhang besteht und deshalb der Druckabfall des Rohres gemessen. Das Rohr wurde mit drei Anbohrungen in $^1/_2$ m Abstand versehen, mit welchen die Druckdifferenz an der aufeinanderfolgenden Meßstelle mit Wassermanometern gemessen wurde.

Obgleich die erste Bohrung um das 50fache des Rohrdurchmessers von der Eintrittsmündung der Luft in das Versuchsrohr ablag, war der Druckabfall längs des Rohres noch nicht konstant, sondern nahm von der ersten Meßstrecke zur benachbarten ab. Diese Abnahme war aber für jede Geschwindigkeit prozentual die gleiche, so daß in der Gleichung nur das konstante Glied a abnahm, während der Exponent n für beide Meßstrecken derselbe blieb. Ist V das pro Stunde

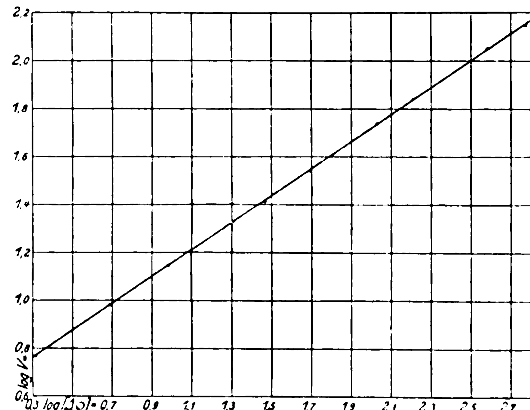


Fig. 8.

durch das Versuchsrohr strömende Flüssigkeitsvolumen umgerechnet auf 1 at und 15°, so wird nach obiger Gleichung

$$\Delta \cdot \varrho = C \cdot V^n.$$

C war für die ausgeführten Versuche konstant. In der Fig. 8 sind in einem rechtwinkligen Achsenkreuz log V und log $(\Delta\varrho)$ für die Versuchspunkte aufgetragen. Sie liegen auf einer Geraden von der Neigung

$$n = 1,776.$$

Der Exponent für die Abhängigkeit des Wärmeüberganges von der Geschwindigkeit war

$$m = 0,786,$$

also ungefähr um 1 kleiner als n für den Druckabfall.

(Eingegangen 17. Februar 1911.)

Periodische Widerstandsänderungen feiner Metallfäden, die durch Wechselströme zum Glühen gebracht werden, sowie Ableitung ihrer thermischen Eigenschaften bei hoher Temperatur.

(Variazioni periodiche di resistenza dei filamenti metallici sottili resi incandescenti con correnti alternate e deduzione delle loro proprietà termiche a temperatura elevata.)

Von O. M. Corbino.

1. In einem wechselstromdurchflossenen Stromkreise zeigt sich das Vorhandensein eines Leiters, dessen Widerstand mit der Stromstärke veränderlich ist, durch eine Änderung des Gesetzes, nach welchem diese sich zeitlich entwickelt. Der Strom wird infolgedessen nicht mehr sinusförmigen Verlauf zeigen, selbst dann nicht, wenn dies das Gesetz für die Änderung der elektromotorischen Kraft ist. Diese Formänderung nun wird sich im allgemeinen durch die Überlagerung einiger Oberschwingungen über die Grundschwingung zeigen, welch letztere bei weitem vorwiegen wird, wenn die Widerstandsschwankungen gering sind.

Das oszillographische Verfahren ist in diesem letztgenannten Falle wenig brauchbar, denn geringe Änderungen der Stromform können dabei verborgen bleiben, und die eingeführten Oberschwingungen können schwer trennbar sein. Dagegen hat sich mir die Anwendung der Braunschen Röhre mit einer Art von Differentialspule als sehr nützlich erwiesen. Die Art ihrer Anwendung will ich sogleich beschreiben.

Auf die Röhre wirken, senkrecht zueinander, eine kleine Spule A und eine sehr große Spule B; letztere besteht aus zwei vollkommen identischen, getrennten Wickelungen; die Wickelung ist zu diesem Zwecke nicht mit einem einzigen Drahte ausgeführt worden, sondern mit zwei parallelen Drähten. Durch die eine der beiden Wickelungen fließt ein sinusförmiger Strom, der von der Leitung durch einen Ohmschen Widerstand abgezweigt ist. Durch die andere Wickelung geht der Strom, der den veränderlichen Widerstand durchlaufen hat. Der erstgenannte Strom durchfließt ferner die vorerwähnte kleine Spule A, während mittels einer in den anderen Stromkreis eingeschalteten zusätzlichen Selbstinduktion die Zeitkonstanten der beiden Stromkreise gleich gemacht werden.

Die große Spule B wird somit gleichzeitig von dem normalen Strome und von dem zu untersuchenden durchflossen. Diese beiden greifen in der Weise an, daß die Verschiebungen, die der Lichtkreis infolge der beiden Ströme erleidet, in entgegengesetztem Sinne erfolgen. Wenn demnach diese beiden Ströme irgendwie veränderlich, untereinander aber absolut identisch, sind, so bleibt das Lichtpünktchen in seiner Normallage in Ruhe. Unter diesen Verhältnissen ist die Wirkung eines der beiden Ströme allein auf die Röhre sehr stark, so stark, daß das Lichtpünktchen beim Maximum der Stromstärke vollständig von der Fluoreszenzscheibe fortgeht und auf die Glaswand fällt.

Wir wollen den normalen Strom im ersten Stromkreise mit

$$i = A \sin \omega t$$

bezeichnen; der Strom im zweiten Kreise sei

$$i' = A_1 \sin \omega t + B_1 \cos \omega t + A_2 \sin 2\omega t + B_2 \cos 2\omega t + \cdots,$$

wo, wenn der Stromverlauf wenig gestört ist, sämtliche Koeffizienten von B_1 an klein gegenüber A_1 sind.

Die vertikale Verschiebung des Lichtflecks wird infolge des gleichzeitigen Vorhandenseins beider Ströme durch

$$y = (A_1 - A) \sin \omega t + B_1 \cos \omega t + A_2 \sin 2\omega t + B_2 \cos 2\omega t + \cdots$$

gegeben sein, während die horizontale Verschiebung durch

$$x = K \sin \omega t$$

gegeben sein wird, wo K eine Konstante ist.

Es werden sich somit auf der Scheibe mehr oder minder komplizierte Kurven zeichnen; diese werden sich leicht photographieren lassen und in manchen Fällen einer einfachen Deutung zugänglich sein. Der praktische Erfolg des Verfahrens beruht darauf, daß, wenn man

$$A_1 = A$$

macht, wenn man also die stärkste Komponente von i' kompensiert, daß dann die Verschiebung y jede geringste Störung der Form des durch den veränderlichen Widerstand fließenden Stromes anzeigt.

2. Als Beweis für den Vorteil, den man aus der geschilderten einfachen Anordnung ziehen kann, will ich zunächst die Ergebnisse mitteilen, die man erhält, wenn der veränderliche Widerstand von einigen Metallfadenlampen gebildet wird. Diese Ergebnisse haben es mir möglich gemacht, einige der Schlußfolgerungen zu bestätigen, zu denen ich in einer früheren Arbeit über die thermischen Schwankungen wechselstromdurchflossener dünner Fäden[1]) gelangt war.

Es galt dabei zu beweisen, daß, wenn man mit W die mittlere im Drahte verausgabte Leistung bezeichnet, die nach einer unbestimmten Funktion $f(T)$ der absoluten Temperatur T emittiert wird, wenn man ferner mit c seine Wärmekapazität innerhalb der Grenzen bezeichnet, zwischen denen die Temperatur

1) O. M. Corbino, diese Zeitschr. 11, 413, 1910.

schwankt, und zwar in mechanischen Einheiten gemessen, weiter mit ϑ die von seiner mittleren Temperatur T_m an gemessene Temperatur des Drahtes, und wenn man

$$Q = af(T_m) + f'(T_m) = aW + \left(\frac{dW}{dt}\right)_{T_m}$$
$$= a\left[W + r_m \frac{dW}{dr}\right]$$

setzt, daß dann die Temperaturschwankungen sinusförmig verlaufen, und zwar so, daß, wenn die elektromotorische Kraft $e_0 \sin \omega t$ ist,

$$\vartheta = \Theta \cos(2\omega t - \varphi) \qquad (1)$$

wird, wo

$$\Theta = -W \frac{\cos\varphi}{Q} = -W \frac{\sin\varphi}{2c\omega} \qquad (2)$$

und

$$\operatorname{tang}\varphi = \frac{2c\omega}{Q} \qquad (3)$$

ist.

Die Verzögerung φ der Schwankungen von ϑ wird somit auf Grund der periodischen Änderungen der augenblicklichen Leistung w berechnet, die ihrerseits durch

$$w = W(1 - \cos 2\omega t)$$

gegeben ist.

Der augenblickliche Widerstand r wird mit dem mittleren Widerstande r_m durch die Beziehung

$$r = r_m(1 + a\vartheta) \qquad (4)$$

verbunden sein.

Die Formeln gestatten uns also, vorauszusagen, welche Änderung der Faden an der Stromform hervorrufen wird.

Die Stromstärke wird nämlich durch

$$i = \frac{e_0 \sin\omega t}{r_m(1 + a\vartheta)}$$

gegeben sein, oder, da $a\vartheta$ klein gegenüber 1 ist, durch

$$i = \frac{e_0 \sin\omega t}{r_m}[1 - a\Theta\cos(2\omega t - \varphi)],$$

woraus

$$\left.\begin{array}{l} i = \dfrac{e_0}{r_m}\left[\left(1 + \dfrac{a\Theta}{2}\cos\varphi\right)\sin\omega t \right. \\ \left. - \dfrac{a\Theta}{2}\sin\varphi\cos\omega t - \dfrac{a\Theta}{2}\sin(3\omega t - \varphi)\right] \end{array}\right\} \qquad (5)$$

folgt.

Wir haben also eine Komponente mit $\sin\omega t$ und zwei Komponenten von viel kleinerer Amplitude mit $\cos\omega t$ und $\sin(3\omega t - \varphi)$.

Dieser Strom fließt, wie erwähnt, durch die eine Wickelung der großen Differentialspule, während man durch die andere einen unabhängigen Strom mit $\sin\omega t$ schickt, dessen Stärke man regulieren kann. Man kann dann bewirken, daß die Wirkung der Komponente mit $\sin\omega t$ auf den Lichtfleck verschwindet. Es bleiben also nur die beiden übrigen Komponenten wirksam, abgesehen von der Horizontalverschiebung mit $\sin\omega t$, welche die kleine Spule hervorruft. Hierzu ist erforderlich, daß der Kompensationsstrom außerordentlich fein regulierbar ist.

Bei meinen Versuchen speiste die städtische elektromotorische Kraft von ungefähr 105 Volt und 42 Perioden 12 Osramlampen von 16 oder von 32 Kerzen Stärke. Die große Differentialspule hatte solche Abmessungen, daß sie mit nur einem der einander entgegenwirkenden Stromkreise (Widerstand $^2/_3$ Ohm, Selbstinduktion etwa 4 Millihenry) bei einem Gleichstrom von 150 Milliampere auf der Scheibe der Braunschen Röhre eine Verschiebung von 12 mm hervorbrachte, so daß der Höchststromstärke, die durch einen einzelnen der Stromkreise fließt, eine sehr große Ablenkung von mehr als 400 mm entsprechen würde.

Trotzdem ist, wenn man statt der Metallfadenlampen einen unveränderlichen Widerstand benutzt, die Kompensation vollkommen, und die Figur, die der Lichtkreis zeichnet, geht dann in eine horizontale Gerade über, als ob nur die kleine Spule A auf die Röhre wirkte. Mit den Lampen dagegen erhielt ich Ergebnisse, die vollkommen der Theorie entsprechen.

Wenn man den Kompensationsstrom immer stärker werden läßt, bis die Komponente mit $\sin\omega t$ in der Vertikalverschiebung y verschwindet, — was man daran erkennt, daß die Maxima von y in der rechten und in der linken Hälfte der Kurve sich gleich hoch erheben —, so zeigt die Kurve die in Fig. 1 wiedergegebene Gestalt. Der Ausgangspunkt der Achsen muß immer ein doppelter Punkt der Kurve sein, wenn die Zeitkonstanten der beiden Stromkreise gleich sind; denn nach welchem Gesetz auch immer r sich mit der Zeit ändern mag, der Strom muß gleich-

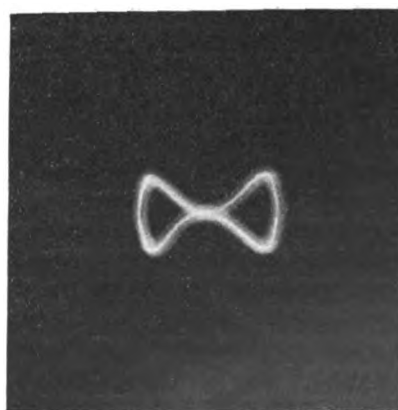


Fig. 1.

zeitig in beiden Kreisen zweimal in jeder Periode Null werden. Wir haben hierin ein ausgezeichnetes Kriterium zur Abgleichung eben dieser Zeitkonstanten. Wenn ich nun auch das Glied mit $\cos \omega t$ (mit Hilfe einer dritten kleinen Spule, die in passender Weise gespeist wurde) mehr und mehr kompensierte, so wurde der Ausschlag in der y-Richtung, der bereits im Vergleich zu den früheren Verhältnissen sehr klein war, noch kleiner; da nun in diesem Falle (wenn die Kompensation ausreichend war) nur die Komponente mit $\sin(3\omega t - \varphi)$ in vertikaler Richtung und die Horizontalverschiebung mit $\sin \omega t$ übrig blieben, so mußte ich die bekannte Lissajoussche Kurve für die orthogonale Zusammensetzung einer Schwingung mit ihrer zweiten Oberschwingung erhalten. Das Zeichen für die genaue Kompensation wird dadurch gegeben, daß die sechs Maxima von y zu je dreien auf zwei zur x-Achse parallele Geraden fallen. Die Fig. 2, die diesem Falle entspricht, bestätigt die Voraussage, und aus der erhaltenen Form ist noch weiter abzuleiten, daß φ sehr nahezu 90^0 ist.

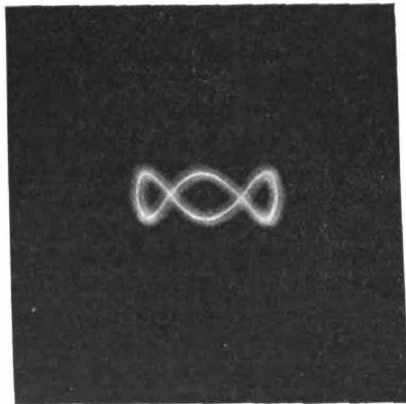


Fig. 2.

Infolgedessen ist die Amplitude der Komponente von y mit $\cos \omega t$, die nach Gleichung (5) durch

$$\frac{a\Theta}{2} \sin \varphi \frac{e_0}{r_m}$$

gegeben wird, sehr nahezu, praktisch sogar ganz gleich jener der Komponente mit $\sin(3\omega t - \varphi)$. Hierdurch erklärt es sich denn auch, warum man, ohne daß man diese Komponente kompensiert, die Kurve in 8-Form der Fig. 1 erhält, die der Kurve für die orthogonale Zusammensetzung einer Schwingung mit ihrer Oktave ähnelt, während sie in Wirklichkeit die Zusammensetzung der Grundschwingung mit $\sin \omega t$ und zweier Schwingungen von nahezu gleicher Amplitude mit $\cos \omega t$ und $\sin(3\omega t - \varphi)$ ist, wo φ nahezu gleich 90^0 ist.

Mit 32kerzigen Lampen erhielt ich Figuren, die den vorstehenden analog waren.

Hat man mit den beiden Kompensationsströmen die Isolierung der zweiten Oberschwingung in der Verschiebung y erreicht, ungefähr wie in Fig. 2, so kann man das Maß für $a\Theta$ erhalten. Zu diesem Zwecke braucht man nur auf dem Schirme die Amplitude dieser zweiten Oberschwingung auszuwerten[1]), sie durch Vergleichung mit der Verschiebung, die ein durch eine der Wickelungen der Differentialspule fließender Gleichstrom von bekannter Intensität hervorbringt, in Milliampere auszudrücken, und die Effektivstromstärke und somit die Maximalstromstärke auszurechnen, die den Wert von $\frac{e_0}{r_m}$ liefert.

Auf diese Weise erhielt ich (bei einer Klemmenspannung von 103 Volt):

$a\Theta = 0{,}0143 \pm 0{,}0006$ für die 32kerzig. Lampen,
$a\Theta' = 0{,}0207 \pm 0{,}0005$ für die 16kerzig. Lampen.

Diese Zahlen stellen nach Formel (4) das Maß für die größte Änderung des elektrischen Widerstandes des Fadens in den verschiedenen Phasen des Betriebsstromes dar; diese Änderung erfolgt mit einer Verzögerung von nahezu 90^0 gegen die Schwingungen der von dem Faden absorbierten Arbeit.

Unter Zugrundelegung des Wertes von a, den Ebeling[2]) für Metallfäden der Lampen dieser Gattung bestimmt hat, also des Wertes $\frac{1}{1500}$, mußte man sonach schließen, daß die Temperaturschwankungen eine Amplitude von ungefähr 10^0 bei den 32kerzigen Lampen und eine solche von ungefähr 15^0 bei den 16kerzigen haben. Es handelt sich demnach um sehr geringe Temperaturschwankungen, und nicht um solche von 250^0, wie sie Ebeling nach dem oszillographischen Verfahren für dieselben Lampen gefunden zu haben glaubte.

Viel schwerer wird eine genaue Berechnung von $\cos \varphi$, weil φ so nahe bei 90^0 liegt. In diesem Gebiete bringt vielmehr ein kleiner Fehler in der Bewertung von φ einen verhältnismäßig großen Fehler bei der Messung von $\cos \varphi$ mit

1) Die hier wiedergegebenen Photographien sind durch die zylindrische Wand der Röhre hindurch von der Vorderseite der Fluoreszenzscheibe aufgenommen worden. Wenn man den Kunstgriff anwendet, auf die Röhre in der Längsrichtung eine gleichstromdurchflossene Spule wirken zu lassen, so reduziert sich der kreisförmige Fleck auf einen sehr hellen Punkt, den ein deutlich von ihm getrennter Hof umgibt. Daher zeigt dann die Kurve einen sehr feinen inneren Streifen, der sehr genaue Einstellungen auf der Rückseite der in Millimeter geteilten Scheibe gestattet.

2) Ebeling, Ann. d. Phys. (4) **27**, 391, 1908.

sich, und deshalb ist die Benutzung der ersten Gleichung der Formel (2) wenig ratsam[1]).

Der Fehler hat dagegen wenig Einfluß auf den Wert von $\sin \varphi$, den man innerhalb der bei diesen Untersuchungen erreichten Annäherungsgrenzen gleich 1 setzen kann.

Wir können daher die zweite Gleichung der Formel (2) benutzen und darin

$$\sin \varphi = 1$$

setzen. Wir erhalten dann:

$$\frac{c}{a} = \frac{W}{2\omega a \Theta}.$$

Daher wird denn für die 32kerzigen Lampen, — wo $\omega = 2\pi \cdot 42$ und $W = 103$ Volt $\cdot \frac{3,9}{12}$ Ampere ist —,

$$\frac{c}{a} = 4,4$$

und für die 16kerzigen Lampen, — wo $W = 103$ Volt $\cdot \frac{2,4}{12}$ Ampere ist —,

$$\frac{c'}{a'} = 1,9$$

sein.

Die beschriebenen Versuche[2]) gestatten mithin, das Verhältnis $\frac{c}{a}$ zwischen der Wärmekapazität und dem Temperaturkoeffizienten des Fadens bei der Betriebstemperatur abzuleiten. Diese Elemente sind beide einer direkten experimentellen Messung nicht zugänglich. Um von der Wärmekapazität c zu der spezifischen Wärme k — ausgedrückt in kleinen Kalorien — zu gelangen, braucht man nur die Masse M der Fäden zu kennen; diese wurde durch Wägung der Fäden nach vorsichtigem Zerbrechen der Birne bestimmt. Ich erhielt so für die Fäden der 32kerzigen Lampen:

$$M = 0,0097 \text{ g},$$

und für die der 16kerzigen Lampen:

$$M' = 0,0044 \text{ g}.$$

Folglich ist:

$$\frac{k}{a} = 108$$

und

$$\frac{k'}{a'} = 103.$$

Die Kenntnis des Wertes von a würde uns sonach gestatten, den Wert der spezifischen Wärme k bei der hohen Betriebstemperatur zu bestimmen. Unter Annahme des Wertes $\frac{1}{1500}$ für a, wie er sich aus den Messungen von Ebeling ableiten läßt, findet man beispielsweise

$$k = 0,072.$$

Es ist aber sicherlich vorsichtiger, wenn man zur unabhängigen Veränderlichen nicht die Temperatur wählt, sondern den spezifischen Widerstand. Dieses Verhältnis $\frac{k}{a}$ mißt in der Tat die Wärmemenge, die 1 Gramm des Fadens bei seiner Erwärmung absorbiert, dividiert durch die daraus folgende Änderung der Widerstandseinheit. Das gefundene Ergebnis sagt uns also folgendes aus:

Um den Faden bei der Betriebstemperatur um so viel zu erwärmen, daß sich sein Widerstand um ein Tausendstel ändert, ist für jedes Gramm seiner Masse ein Zehntel einer kleinen Kalorie erforderlich.

Außer der Bestätigung der oben angeführten Theorie liefern uns sonach die gewonnenen Ergebnisse bemerkenswerte Angaben über die thermischen Konstanten des Fadens, die bei dem gegenwärtigen Stande unserer experimentellen Hilfsmittel auf andere Weise nicht abgeleitet werden konnten.

Rom, Physikalisches Institut der Kgl. Universität.

(Nach den Korrekturbogen von Lincei Rendic. (1) **20**, 223—228, 1911 aus dem Italienischen übersetzt von Max Iklé.)

(Eingegangen 4. März 1911.)

1) Es sei noch erwähnt, daß, während für die erste Oberschwingung die beträchtliche Induktanz (4 Millihenry) jeder der Wickelungen der großen Spule gleichsam nicht vorhanden ist, da die beiden Stromkreise vollkommen gesperrt sind und von gleichen Strömen durchflossen werden, die gegenseitige Induktion also die Selbstinduktion der einzelnen Wickelung vernichtet, daß dies dagegen nicht für die zweite Oberschwingung gilt, die durch die eine Wickelung fließt und in der anderen einen Strom induziert, der nur einen Bruchteil von ihm beträgt und sich vektorial mit ihm zusammensetzt. Diesen induzierten Strom, der im Kompensationskreise fließt, mußte man berücksichtigen, um den oben berechneten Wert der Verschiebung zu korrigieren, denn er wirkt, indem er sich mit dem induzierenden Strom zusammensetzt, ebenfalls auf die Braunsche Röhre. Die Korrektion beträgt ungefähr ½ v. H. und ist daher zu vernachlässigen. Dagegen kann der Fehler, den diese Ursache an dem gemessenen Werte von $\cos \varphi$ zur Folge hat, merklich sein.

2) Analoge Untersuchungen an Z-Lampen für 105 Volt und 32 Kerzen, die mit 102 Volt gespeist wurden, ergaben:

$$a\Theta = 0,015;$$
$$\frac{c}{a} = 3,4.$$

Strahlung von Antennen.

(Mitteilung aus dem Kais. Telegraphen-Versuchsamt.)

Von C. Fischer.

§ 1. Die folgenden Ausführungen haben den Zweck, die Größe der Strahlung von Antennen

zu bestimmen. In einer früheren Arbeit[1]) habe ich gezeigt, wie man das Strahlungsdekrement und unter Kenntnis der Effektivwerte von Kapazität und Selbstinduktion auch den Strahlungswiderstand eines Luftleitergebildes mit Hilfe genauer Resonanzkurven messen kann. Die experimentellen Schwierigkeiten bei der Aufnahme genauer Resonanzkurven waren aber derartig, daß von weiteren Versuchen nach der dort angegebenen Kathode abgesehen werden mußte. Die folgenden Messungen sind deshalb auf einem andern Wege angestellt, der zwar nicht so genaue Resultate liefert (schätzungsweise 5 Proz. Fehler), dafür aber viel weniger Schwierigkeiten bietet und ein schnelleres Arbeiten ermöglicht.

I. Experimenteller Teil.

§ 2. Wir betrachten zunächst wieder, wie in der erwähnten Arbeit Antennen, wie sie von P. Drude[2]) des öfteren behandelt worden sind, d. h. im wesentlichen Spulen mit angehängten Endkapazitäten (Käfigantennen) (Fig. 1a). Solche

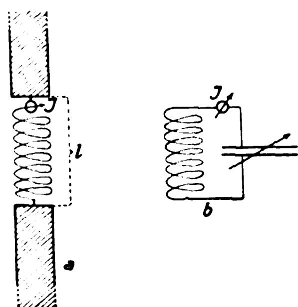


Fig. 1a u. b.

Systeme haben den Vorteil, daß man die Luftleiter fast ausschließlich als einen offenen Kondensator ansehen kann, während das magnetische Feld wesentlich auf die nächste Umgebung der Spule konzentriert ist. Unter diesen Voraussetzungen kann man dann, wie in oben erwähnter Arbeit ausführlicher gezeigt wurde, die beiden Luftleiter durch einen Kondensator von gleicher Kapazität ersetzen (Fig. 1b). Indem das magnetische Feld, die Wellenlänge und der Joulesche Widerstand dadurch nur wenig verändert werden, unterscheidet sich dieses geschlossene System (Fig. 1b) von dem offenen (Fig. 1a) allein dadurch, daß es nicht strahlt.

Die Strahlung des offenen Systems kann dann auch behandelt werden wie jeder Energieverlust in einem Kondensator. Insofern werden wir abweichend von früher hier als Strahlungswiderstand nicht den Widerstand bezeichnen, der, in den Strombauch des Systems eingeschaltet, einen der Strahlungsenergie entsprechenden Verlust hervorrufen würde, sondern wir beziehen ihn hier auf den Strom, der zwischen Spule und Luftleiter fließt.

An dem Gesagten ändert sich nichts, wenn man zur Verlängerung der Eigenwellenlänge der Antenne nicht nur eine Spule verwendet, sondern zu dem durch die Antennen dargestellten offenen Kondensator einen geschlossenen Kondensator C_1 (Fig. 2a) parallel schaltet. Das diesem System entsprechende geschlossene System gibt Fig. 2b schematisch wieder.

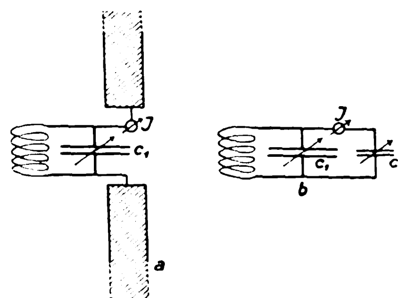


Fig. 2a, b.

Nur Systeme von der Form Fig. 1a und 2a kommen im folgenden zur Anwendung. Erregt werden dieselben durch einen magnetisch gekoppelten, ungedämpft schwingenden Kreis von gleicher Wellenlänge.

Der induzierte Strom möge in dem Hitzdrahtinstrument J_1, das in die Zuleitung zur Antenne eingeschaltet ist[1]), den Ausschlag α_0 hervorrufen. In dem geschlossenen System (Fig. 1b resp. 2b) wird man denselben Ausschlag erhalten, wenn man vor den Ersatzkondensator, der als verlustfrei angenommen wird, einen bestimmten Widerstand R schaltet. Dieser Widerstand ist identisch mit der als Strahlungswiderstand definierten Größe[2]).

§ 3. Zunächst sei ein Beispiel angeführt, das den Gang der Messung zeigen soll. Als Antenne wurde die in der eingangs erwähnten Arbeit beschriebene verwendet. In Fig. 5 I ist dieselbe schematisch dargestellt. Ihre Eigenwellenlänge war 200 m, durch eine Spule und einen Parallelkondensator war die Wellenlänge

1) C. Fischer, Annalen d. Phys. **32**, 979, 1910.
2) Annalen d. Phys. 11, 957, 1903.

1) Die Stelle, wo das Hitzdrahtinstrument eingeschaltet wird, ist theoretisch gleichgültig. Am empfindlichsten wird aber die Anordnung Fig. 2 für ein großes C_1, wenn das Instrument zwischen C_1 und die Antenne, resp. zwischen C_1 und C_2 geschaltet wird.
2) Der Ersatzkondensator ersetzt dabei nicht nur die Kapazität, sondern auch die Selbstinduktion der Luftleiter. Auf die Größe des Ersatzwiderstandes hat dies keinen Einfluß.

auf 1750 *m* vergrößert. Ein ungedämpft schwingender Primärkreis induzierte einen Strom, der in dem Hitzdrahtinstrumente[1]) J (Fig. 2a) den Ausschlag $\alpha_0 = 0{,}8$ hervorrief. Dann wurden die Luftleiter durch einen Kondensator C_2 (Fig. 2b) von etwa $400 \cdot 10^{-21}$ C. G. S. ersetzt. Wurden vor den Kondensator verschiedene Widerstände R geschaltet, so waren jetzt die Ausschläge α des Hitzdrahtinstrumentes folgende:

$R =$	20	22,5	25	26,25	27,5	30	Ω
$\alpha =$	0,895	0,845	0,795	0,770,	0,755	0,71	

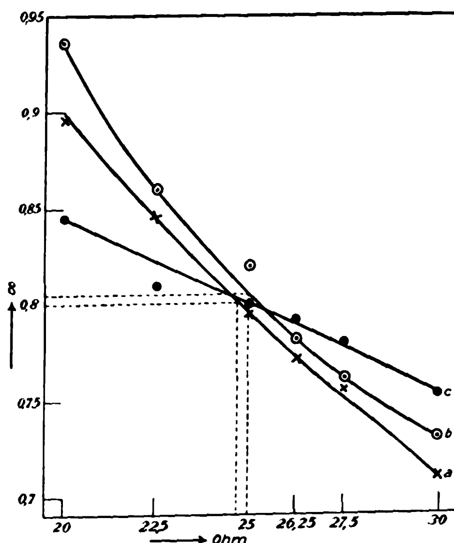


Fig. 3.

In Fig. 3a sind diese Werte durch Kreuze (X) eingetragen. Aus der Kurve geht hervor, daß der Ausschlag $\alpha_0 = 0{,}8$ für 24,7 Ω erreicht wird, d. h. der Strahlungswiderstand ist $R_\Sigma = 24{,}7\ \Omega$.

Die Messungen konnten nur ausgeführt werden bei trockenem Wetter. Sobald die isolierten Hartgummiknüppel feucht waren, ergab sich ein weit größerer Ersatzwiderstand, offenbar infolge von Ableitung in den verdorbenen Isolatoren. Auch Absorption in benachbarten nassen Gebäudeteilen war nicht ausgeschlossen. Nach einem Regen mußte 2 Tage lang gewartet werden, bis der Widerstand asymptotisch wieder auf den Normalwert für gute Isolatoren zurückgekommen war. Z. B. ergab sich für $\lambda = 2120$ m der Ersatzwiderstand zu ca. 27 Ω. Unmittelbar nach dem Regen war ein Ersatzwiderstand von 45 Ω notwendig.

1) Es wurde dazu ein 0,1-Watt-Hitzdrahtinstrument von **Hartmann & Braun** verwendet. Die Widerstände waren bei den meisten Versuchen aus dünnem Manganindraht hergestellt und durch Steckkontakte leicht auswechselbar. Zuweilen kamen auch selbstinduktionslose Schiebewiderstände in Anwendung.

§ 4. Die erste Frage, welche beantwortet werden muß, ist die, in welchem Maße der Ersatzwiderstand bei gleicher Wellenlänge von den Dimensionen der eingeschalteten Spule und des Parallelkondensators abhängt. War bei dem in § 3 beschriebenen Versuche eine flache mehrlagige Spule von $L = 11{,}8 \cdot 10^5$ cm Selbstinduktion verwendet, so wurde jetzt eine einlagige Zylinderspule ($h/2r = 1$) von ungefähr der gleichen Selbstinduktion $L = 12{,}1 \cdot 10^5$ cm genommen bei der gleichen Wellenlänge von 1750 m. Die Messung ergab folgende Werte $\alpha_0 - 0{,}805$ und

$R =$	20	22,5	25	26,25	27,5	30	Ω
$\alpha =$	0,935	0,86	0,82	0,78	0,76	0,73	

Fig. 3b zeigt durch die mit Kreisen markierten Punkte, daß der Strahlungswiderstand $R_\Sigma = 25\ \Omega$ ist. Trotz der starken Verschiedenheit in den geometrischen Dimensionen der Selbstinduktion weicht dieser Wert also nur sehr wenig von dem früher gefundenen Werte ($R_\Sigma = 24{,}7\ \Omega$) ab.

Bei einem weiteren Versuche wurde die obige Wellenlänge von 1750 m durch Einschalten einer mehrlagigen flachen Spule von $L = 4{,}45 \cdot 10^5$ cm und eines entsprechend größeren Kondensators hergestellt. Es wurden bei $\alpha_0 = 0{,}8$ folgende Werte gefunden:

$R =$	20	22,5	25	26,25	27,5	30	Ω
$\alpha =$	0,845	0,81	0,80	0,79	0,78	0,75.	

Aus der durch Punkte gekennzeichneten entsprechenden Kurve (Fig. 3c) ergibt sich als Strahlungswiderstand auch hier wieder $R_\Sigma = 25\ \Omega$.

Die genannten 3 Werte für R_Σ stimmen innerhalb der Grenzen der Beobachtungsfehler überein. Es ergibt sich hieraus und aus sämtlichen folgenden Versuchen, daß bei gleicher Wellenlänge der Strahlungswiderstand in weiten Grenzen als unabhängig angesehen werden kann von den Dimensionen des Systems, das zur Wellenverlängerung zwischen die Luftleiter eingeschaltet wird.

§ 5. Von diesem Ergebnis werden wir im folgenden immer Gebrauch machen. Es soll nun die Frage beantwortet werden, wie der Strahlungswiderstand von der Wellenlänge des strahlenden Systems abhängt. Nach dem eben Gesagten ist es gleichgültig, durch welche Kombination von eingeschalteter Selbstinduktion und parallel geschalteter Kapazität die jeweilige Wellenverlängerung hergestellt wurde. Andererseits ist aber zu berücksichtigen, daß die Meßgenauigkeit mit wachsendem Parallelkondensator C_1 (Fig. 2a) immer mehr herabgedrückt wird. Aus Fig. 3 ist zu ersehen, daß die Kurve c für den größeren Parallelkondensator flacher verläuft.

Die Abhängigkeit des Strahlungswiderstandes

von der Wellenlänge wurde zwischen den Grenzen $\lambda = 800$ m und $\lambda = 4000$ m untersucht und zwar wieder an derselben Antenne wie oben. Die Resultate sind in folgender Tabelle zusammengestellt:

$\lambda =$	800	1052	1060	2057	2115	2895	4000 m
$R_\Sigma =$	8,5	13,0	13,5	29,0	30,5	42 / 42—44	59,8 Ω.

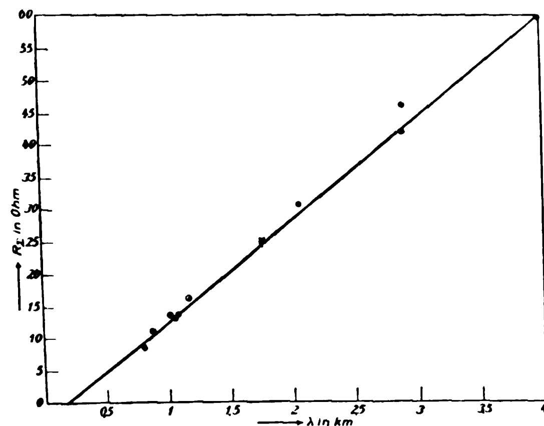


Fig. 4.

In Fig. 4 sind die Werte als Punkte eingezeichnet, die in § 3 und § 4 genannten Resultate sind durch Kreuze markiert, endlich sind drei nach der in meiner früheren Abhandlung angegebenen Methode an Systemen von der Form der Fig. 1a aus Dekrementwerten erhaltene Resultate durch Kreise in die Figur eingetragen, nämlich:

$\lambda =$	880,2	1028	1174,9 m
$R^\Sigma =$	11	13,4	16,1 Ω.

Allerdings ist bei diesen Werten zu berücksichtigen, daß sie unter einer etwas abweichenden Definition des Strahlungswiderstandes erhalten sind[1]).

Der Verlauf der Kurve zeigt, daß bei den verwendeten Luftleitern innerhalb der angegebenen Grenzen der Strahlungswiderstand näherungsweise eine lineare Funktion der Wellenlänge ist. Die Gerade geht nicht genau durch den Nullpunkt. Wir setzen daher annähernd

$$R_\Sigma \sim \lambda - \beta.$$

Auffallend ist, daß die Zahl β von derselben Größenordnung ist wie die Eigenwellenlänge (200 m) der Luftleiter ohne zwischengeschaltete Spulen oder Kondensatoren. Es liegt aber die Möglichkeit vor, die letzte Tatsache durch einen Messungsfehler zu erklären, insofern, als eine Induktion des Primärsystems auf die Luftleiter stattgefunden hat, die nachher im geschlossenen System wegfiel. Tatsächlich konnten geringfügige Unterschiede in den Resultaten nachgewiesen werden, wenn Antenne und Gegengewicht vertauscht wurden. Bei den Orientierungsversuchen, als welche die vorliegenden Messungen aufzufassen sind, wurde auf diese Frage nicht weiter eingegangen. Für größere Wellenlänge können wir mit genügender Genauigkeit Proportionalität zwischen R und λ annehmen. Unter der auf Grund der folgenden Messungen erlaubten Annahme, daß dieses Gesetz auch bei andern Luftleitersystemen Gültigkeit hat, bedarf es deshalb nur einer einzigen Messung bei einer gegen die Eigenwelle großen Wellenlänge, um den Strahlungswiderstand für jede andere Wellenlänge desselben Luftleitersystems berechnen zu können.

§ 6. Es entsteht die weitere Frage: Wie ändert sich der Proportionalitätsfaktor zwischen R und λ mit den Dimensionen der Luftleiter? Zur Beantwortung der Frage wurden die einzelnen Größen, die in Betracht kommen konnten, nacheinander variiert.

Es stand für den vertikalen Luftleiter ein Teleskopmast zur Verfügung, der isoliert auf dem Dache des Gebäudes aufgestellt war. Seine Höhe konnte zwischen 5 und 25 m stetig variiert werden. Durch eine isolierte Durchführung stand der Mast mit dem darunter befindlichen Meßraum in Verbindung. Um die Selbstinduktion der Zuleitung zu verkleinern, war dieselbe teilweise reusenförmig gebaut. Ein horizontales Gegengewicht konnte in 20 m Höhe über dem Erdboden im Hofe gespannt werden.

Der Mast wurde mit Drähten bespannt, um ihm eine größere Kapazität und Leitfähigkeit zu geben. Die Größe des Gegengewichtes wurde jedesmal durch Ausprobieren so gewählt, daß der Spannungsknoten des ganzen Systems in der Mitte der eingeschalteten Verlängerungsspule lag. Daß diese wesentliche Voraussetzung der Meßmethode erfüllt war, wurde daraus erkannt, daß die Systeme: „Antenne — Spule — Erde" und „Gegengewicht — Spule — Erde" gleiche Wellenlänge zeigten. Zu dem Zwecke wurden die Systeme induktiv durch einen als Stationsprüfer geschalteten Wellenmesser erregt; als Indikator diente ein aperiodischer Detektorkreis[1]) mit Fernhörer.

§ 7. Es handelt sich zunächst um die Abhängigkeit des Strahlungswiderstandes von der Höhe der Antenne. Für dasselbe Gegengewicht wurden 2 Antennen von gleicher Kapazität, aber von verschiedener Masthöhe nacheinander gebaut. Im ersten Falle wurde der Teleskopmast bei einer Höhe von 20,6 m über dem Dache mit 4 vertikalen Drähten bespannt,

1) Vgl. S. 296 rechts Fußnote 2).

1) Vgl. K. Bangert, diese Zeitschr. 11, 126, 1910.

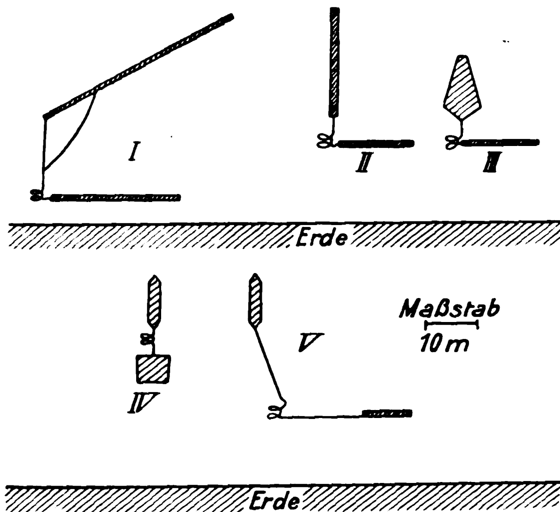


Fig. 5.

die annähernd die Kanten eines Prismas bildeten (Fig. 5 II)[1]). Im zweiten Falle wurde der Mast auf 12,6 m Höhe herabgekurbelt und zur Wiederherstellung derselben Kapazität die 4 Drähte in Form einer Doppelpyramide gespannt (Fig. 5 III). Für die erste Antenne ergaben sich folgende Resultate:

$$\lambda = 1900 \quad 1000 \text{ m}$$
$$R_\Sigma = 99 \quad 47 \ \Omega$$

und für die zweite Antenne

$$\lambda = 1900 \quad 1000 \text{ m}$$
$$R_\Sigma = 104-108 \quad 55 \ \Omega.$$

Daraus erhellt, daß die Antennenhöhe in den angegebenen Grenzen nur einen geringen Einfluß auf den Strahlungswiderstand hat. Wir wollen hier so weit gehen, daß wir den Strahlungswiderstand als unabhängig von der Antennenhöhe annehmen. Die geringen Abweichungen können nämlich, wie aus dem Folgenden hervorgeht, aus der geringen Verschiedenheit der Eigenwelle der Systeme, d. h. der Wellenlänge der Luftleiter ohne Verlängerungsspule und Kondensator, erklärt werden.

§ 8. In der Tat, wenn wir die Größe der Strahlungswiderstände, die sich aus den eben genannten Messungen ergaben, mit dem an der Antenne I (Fig. 5) bei gleicher Wellenlänge gefundenen Wert vergleichen, so ergibt sich, daß hier die Widerstände ca. viermal so groß sind als dort. Allem Anschein nach kommt für diesen Unterschied die Eigenwelle λ_0 des Systems als hauptsächliche Variable in Betracht. Dort war die Eigenwelle ca. 200 m, hier für die hohe Antenne (Fig. 5 II) ca. 102 m und für die niedrigere (Fig. 5 III) 95 m. Machen wir nun den Ansatz:

$$R = A \frac{\lambda - \beta}{\lambda_0^2},$$

wobei wir für die Rechnung $\beta = \lambda_0$ setzen, so ergibt sich für die Antenne I der Wert $A = 6,3 \cdot 10^{13}$ cm² sec⁻¹ und für die beiden anderen Stationen II und III $A = 5,6 \cdot 10^{13}$ und $5,4 \cdot 10^{13}$ $\text{cm}^2 \text{sec}^{-1}$.

Es sei noch eine vierte Messung angeführt, welche an den Luftleitern vorgenommen ist, die für die Station des Telegraphen-Versuchsamtes nach den Forderungen von P. **Drude** gebaut sind und von denen F. **Kiebitz** eine genaue Beschreibung im Jahrbuch der drahtlosen Telegraphie[1]) veröffentlicht hat (Fig. 5 IV). Die Eigenwellenlänge ist 76 m; als Strahlungswiderstände ergaben sich

$$\lambda = 2500 \quad 1900 \quad 1100 \text{ m}$$
$$R_\Sigma = 228 \quad 175 \quad 108 \ \Omega.$$

Hiernach wird aus der obigen Formel der Proportionalitätsfaktor $A = 5,4 \cdot 10^{13}$ $\text{cm}^2 \text{sec}^{-1}$ berechnet.

Die Faktoren A zeigen trotz der verschiedenen Antennenformen eine auffällige Gleichheit. Annähernd gleich waren bei den 4 Formen die senkrechten Abstände l_0 zwischen dem untersten Punkte der Antenne und der Ebene des Gegengewichts, d. h. die Länge l_0 des vertikal herabhängenden Verbindungsdrahtes zwischen der Spule und der Antenne, nämlich $l_0 =$ ca. 5 m.

§ 9. Um einen Fall zu konstruieren, wo l_0 viel größer war, wurde eine fünfte Antenne gebaut (Fig. 5 V). Von dem untersten Punkte des Luftleiters der Station Fig. 5 IV wurde eine 16,4 m lange Leitung schräg herunter in das Meßzimmer geführt. Der Normalabstand zwischen dem untersten Antennenpunkte und der Ebene des Gegengewichtes war ca. 16 m. Als Gegengewicht diente ein 25 qm großes, über den Hof gespanntes rechteckiges Drahtnetz mit einer horizontalen, 16,4 m langen Zuleitung. Es ergab sich $R_\Sigma = 233 \ \Omega$ für $\lambda = 3,5$ km, während die Eigenwelle $\lambda_0 = 165$ m war. Setzen wir hier[2])

$$R_\Sigma = A \cdot \frac{\lambda}{\lambda_0^2},$$

so ergibt sich $A = 18,2 \cdot 10^{13}$, d. h. ein 3,3mal so großer Wert wie früher. Auffallend ist, daß auch l_0 hier ungefähr 3,3mal so groß war.

Wir können also die Messungen an den 5 Antennenformen in die eine Formel zusammenfassen

1) Die Figuren 5 sind maßstäbliche Zeichnungen der Luftleiter. Die Gegengewichte sind, weil ihre Abmessungen für das Folgende keinen Wert haben, als horizontale Striche gezeichnet, während sie in Wirklichkeit entsprechend der Fig. 2 meiner eingangs erwähnten Arbeit horizontale Drahtflächen waren.

1) F. **Kiebitz**, Jahrb. d. drahtl. Tel. **3**, 558, 1910.

2) Würden wir von λ das zweifelhafte Korrektionsglied $\beta = \lambda_0 = 165$ m abziehen, so ergäbe sich $A = 19 \cdot 10^{13}$.

$$R_{\Sigma} = B \cdot l_0 \cdot \frac{\lambda}{\lambda_0^2}, \qquad (1)$$

indem wir das Korrektionsglied β vernachlässigen, d. h. indem wir annehmen, daß die Kurven, welche die Abhängigkeit zwischen R_{Σ} und λ angeben, durch den Nullpunkt hindurchgehen.

§ 10. Es seien hier nochmals die einzelnen Daten, aus denen die Formel gewonnen wurde, zusammengestellt.

Poyntingschen Vektors in einer durch den Sender gelegten Ebene darstellen, strahlenähnlich auseinandergehen, während sie, je mehr sich die Höhe der Antenne dem Werte $\lambda/2$ nähert (konstantes λ, λ_0 und l_0 vorausgesetzt) immer mehr in die Richtung senkrecht zum Sender konzentriert werden. Es liegt dann kein Bedenken vor, anzunehmen, daß die Energieabgabe, d. h. der Strahlungswiderstand, dabei konstant bleibt.

Antenne Fig. 5	λ_0 m	l_0 m	$R\Sigma = C(\lambda - \beta) \cdot 10^5$		$R\Sigma = A \frac{\lambda - \beta}{\lambda_0^2} \cdot 10^{13}$	$R\Sigma = B \frac{\lambda - \beta}{\lambda_0^2} l_0$
			β	C gemessen	$A =$	$B =$
I	200	(5,5)	200	1,6	6,3	$(3,8) \cdot 3 \cdot 10^{10}$
II	102	5	102	5,4	5,6	$3,7 \cdot 3 \cdot 10^{10}$
III	95	5	95	6,0	5,4	3,6 "
IV	76	4,8	76	9,6	5,5	3,8 "
V	165	16	0	6,6	18,1	3,8 "

Aus der Tabelle ist zu ersehen, daß der Wert $B = 3,8 \cdot c$, in die Gleichung (1) eingesetzt, es gestattet, sämtliche Strahlungswiderstände, die in vorliegender Arbeit gemessen wurden, zurückzuberechnen, wenn auch nur mit annähernder Genauigkeit. Ich gebe zu, daß die Anzahl der Versuche, die zu der Formel geführt haben, nur eine geringe ist. Da ich aber dieselben vorläufig leider nicht fortsetzen kann, und da andererseits die Formel, wie ich in folgendem zeigen werde, in gutem Einklang mit den von M. Abraham für lineare Sender berechneten Werten zu stehen scheint, so halte ich die Veröffentlichung schon jetzt für berechtigt.

In den folgenden Betrachtungen wollen wir zunächst die experimentell gefundenen Resultate mit den aus der Theorie herzuleitenden Anschauungen in Einklang zu bringen versuchen, um dann den Abrahamschen Wert für das Strahlungsdekrement einer linearen Antenne mit der Gleichung (1) in Beziehung zu bringen.

II. Erklärungsversuch.

§ 11. Zunächst sei auf den scheinbaren Widerspruch eingegangen zwischen der Tatsache[1]), daß die Reichweite einer Antenne mit der Höhe wächst und der hier angenommenen Unabhängigkeit des Strahlungswiderstandes von der Höhe der Antenne. Man muß dabei bedenken, daß jeder senkrecht angeordnete Sender als ein gerichteter Sender aufzufassen ist: er strahlt in der Richtung senkrecht zur Erdoberfläche gar nicht, längs der Erdoberfläche am stärksten. Ist der Sender sehr niedrig, so werden die Linien, welche die Richtung des

1) Vgl. F. Kiebitz, Ann. d. Phys. **32**, 960, 1910. Auf Folgerungen die sich aus dieser Arbeit und der vorliegenden ergeben, werde ich später eingehen.

Da eine solche Konzentration der Strahlung in die Äquatorebene der Station für die Fernwirkung günstig sein muß, so ist auch die experimentell gefundene Tatsache, daß, je höher die Sende- bzw. die Empfangsstation, desto besser der Empfang ist, erklärlich, ohne daß R_{Σ} ein anderes zu sein braucht.

§ 12. Ein zweiter Gedanke, der der Erörterung bedarf, ist der, daß für den Strahlungswiderstand nur der vertikale Abstand der beiden Endkapazitäten in Frage kommt. Wir denken uns als Beispiel einen Oszillator von der in Fig. 6 angegebenen Form. Knickt man den-

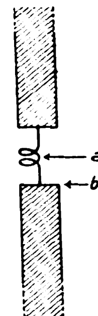


Fig. 6.

selben bei a um und legt das angehängte Gegengewicht parallel zur Erdoberfläche in eine solche Höhe, daß die Kapazität und Wellenlänge nicht beeinträchtigt wird, so ändert man dadurch den Strahlungswiderstand nicht. Anders muß es dagegen sein, sobald man die Biegung in einem andern Punkte, z. B. im Strombauch b, ausführt, d. h. ein Stück der Selbstinduktion horizontal legt. Dieses Stück ist als ein horizontaler Oszillator aufzufassen, der über einer reflektierenden Ebene angebracht ist. Wenn die Entfernung

dieses Leiterstückes vom Erdboden klein ist gegenüber der Wellenlänge, so wird es zur Strahlung des Oszillators nichts beitragen. Allgemein kann demnach für den Strahlungswiderstand nur der in senkrechter Richtung gemessene stromführende Teil einer Antenne in Betracht kommen[1]). So wird im besonderen ein linearer, symmetrischer Sender, dessen eine Hälfte vertikal, die andere horizontal über dem Boden angeordnet ist, in einer Höhe, die klein gegenüber der Wellenlänge ist (trotzdem sei $\lambda = 2l$ vorausgesetzt) genau die Hälfte des Strahlungswiderstandes aufweisen, wie ein gleich langer, völlig vertikaler Sender gleicher Wellenlänge. Man kann also den horizontalen Ast unter Beibehaltung der Wellenlänge durch eine ganz beliebige Anordnung von Kapazität und Selbstinduktion ersetzen, vorausgesetzt, daß keine vertikalen Stromteile dadurch hinzugefügt werden. Aus dem Gesagten folgt ferner die bekannte Tatsache, daß der Strahlungswiderstand eines geerdeten linearen Senders halb so groß ist, wie der eines vertikal angeordneten (doppelt so langen) symmetrischen Senders gleicher Wellenlänge.

§ 13. Um nun die Gleichung (1) mit der aus der Theorie von M. Abraham[2]) folgenden Gleichung für den Strahlungswiderstand einer linearen Antenne in Beziehung zu bringen, machen wir für ein vertikal angeordnetes System mit Gegengewicht von der Form der Fig. 1a folgenden Ansatz:

$$R_\Sigma = 0{,}61 \frac{l_0}{L_0} \sqrt{\frac{L + L_0}{C}}. \qquad (2a)$$

Die Größen L_0 und L denken wir uns in den Strombauch eingeschaltet, C in den Spannungsbauch; l_0 ist die Länge des vertikalen stromführenden Drahtes, L_0 der Effektivwert der Selbstinduktion dieses Drahtes. L bedeutet die Selbstinduktion der Spule, durch welche die Wellenverlängerung herbeigeführt ist, so daß $L + L_0$ der Wert der Selbstinduktion ist, der für die Wellenlänge in Frage kommt. C soll endlich die gegenseitige Kapazität der beiden Luftleiter bedeuten. Für einen geerdeten Sender machen wir den gleichen Ansatz, während wir für einen Sender, dessen untere Hälfte vom Strombauch an horizontal über der Erde angeordnet ist, aus genannten Gründen (vgl. § 12) die Hälfte dieses Wertes ansetzen, nämlich:

$$R_\Sigma = 0{,}305 \frac{l_0}{L_0} \sqrt{\frac{L + 2L_0}{C}}. \qquad (2b)$$

In diesen zwei Gleichungen ist Gleichung (1) enthalten. Denken wir uns nämlich die Versuche mit Systemen der Form der Fig. 1 angestellt, d. h. mit völlig vertikal angeordneten Systemen, bei denen die Wellenverlängerung nur durch eine Spule erfolgt, so wäre bei sämtlichen Versuchen die Selbstinduktion L dieser Verlängerungsspule sehr groß gegenüber der Selbstinduktion L_0 der Luftleiter. Unter dieser Annahme können wir setzen

$$\lambda = 2c \cdot \pi \sqrt{LC}$$

und

$$\lambda_0 = 2c \cdot \pi \sqrt{L_0 C}.$$

Mit Hilfe dieser Gleichungen ersetzen wir L, C und L_0 in Gleichung (2a) durch λ und λ_0 und erhalten

$$R_\Sigma = 0{,}61 \cdot 2\pi c \cdot l_0 \cdot \frac{\lambda}{\lambda_0^2} = 3{,}83 \cdot c \cdot l_0 \cdot \frac{\lambda}{\lambda_0^2}$$
$$= B \cdot l_0 \cdot \frac{\lambda}{\lambda_0^2},$$

wobei die Größe B mit der in § 9 experimentell gefundenen übereinstimmt.

Auf die Antenne Fig. 5 IV, deren sämtliche Teile vertikal angeordnet sind, läßt sich die Gleichung (2a) ohne Bedenken anwenden. Bei den Antennen Fig. 5 I, II und III war der horizontale Teil, d. h. das Gegengewicht als selbstinduktionslos anzusehen. Nach dem in § 12 Gesagten gilt demnach auch hier die Gleichung (2a), worin für l_0 der Abstand zwischen dem tiefsten Punkte des oberen Luftleiters und der Ebene des Gegengewichtes zu setzen ist. Für die Antenne Fig. 5 V dagegen ist die Formel (2b) für den geknickten Sender anzuwenden, und zu berücksichtigen, daß

$$L_0 \cdot C \cdot 4\pi^2 c^2 = \frac{\lambda_0^2}{2}$$

ist.

Außerdem ist die Formel für den linearen Sender in der empirischen Formel (2) enthalten. Denn für einen linearen Sender von der Wellenlänge $\lambda = 4l$ haben wir für L_0, L, l_0 und C entsprechend obiger Definition in die Gleichungen (2a) und (2b) folgende Werte einzusetzen:

	L_0	l_0	L	C
Gerader symmetrischer Sender	$2l \lg nat \frac{2l}{r}$	$2l$	0	$\frac{l}{8 \lg nat \frac{2l}{r}} \cdot \frac{1}{c^2}$
Geerdeter, symmetrischer Sender	$l \lg nat \frac{2l}{r}$	l	0	$\frac{l}{4 \lg nat \frac{2l}{r}} \cdot \frac{1}{c^2}$
rechtwinklig gebogener Sender	$l \lg nat \frac{2l}{r}$	l	0	$\frac{l}{8 \lg nat \frac{2l}{r}} \cdot \frac{1}{c^2}$

1) Dementsprechend konnte die 16 m lange Zuleitung zum Gegengewicht der Antenne V nichts zur Strahlung beitragen.

2) M. Abraham, Wied. Ann. 66, 435, 1898.

Danach ergibt sich für den geerdeten und den geknickten Sender derselbe Strahlungswiderstand, nämlich $R_\Sigma = 1{,}22 \cdot c$ C.G.S., d. h. 36,6 Ω, für den geraden, symmetrischen Sender wird $R_\Sigma = 2{,}44 \cdot c$ C. G. S. oder 73,2 Ω.

Diese Widerstände sind hier im Strombauch eingeschaltet zu denken. Wenn wir aus ihnen nach der Gleichung

$$\mathfrak{d} = \pi R \sqrt{\frac{C}{L}}$$

die Strahlungsdekremente berechnen wollen, so müssen wir sie uns über den ganzen Leiter gleichmäßig verteilt denken, und von diesen Werten geht dann der Effektivwert in die Gleichung ein. Dann ergibt sich für den geerdeten und den symmetrischen geraden Sender

$$\mathfrak{d}_\Sigma = \frac{1{,}44}{\lg \mathrm{nat} \frac{2l}{r}},$$

d. h. der von M. Abraham berechnete Wert und für den geknickten Sender

$$\mathfrak{d}_\Sigma = \frac{1{,}22}{\lg \mathrm{nat} \frac{2l}{r}}.$$

Aus dem Gesagten folgt, daß die Gleichungen (2) für die beiden extremen Fälle

1) $L = 0$ und 2) L_0 klein gegen L

den Strahlungswiderstand überschlägig zu berechnen gestatten, im 2. Falle allerdings vielleicht nur bei Antennen von der besprochenen Form.

Es sei im folgenden noch einiges über die durch die Strahlung hervorgerufenen Dekrementwerte bei solchen Systemen mitgeteilt.

§ 15. Als Strahlungsdekrement ist das Verhältnis der pro Periode abgegebenen Energie zur doppelten Gesamtenergie anzusehen. Da nun nach unserer Definition der Strahlungswiderstand auf die Stromamplitude J_A am untersten Ende der Antenne, nicht auf diejenige (J_0) im Strombauch bezogen ist, so hat man anzusetzen[1])

$$\mathfrak{d}_\Sigma = \frac{1}{2} \cdot \frac{\frac{1}{2} R_\Sigma J_A^2 \cdot \lambda/c}{\frac{1}{2} L J_0^2}. \qquad (3)$$

Für Systeme von der Form Fig. 1 ist deshalb von vornherein über das Strahlungsdekrement zahlenmäßig nichts auszusagen, da das Verhältnis $J_A^2 : J_0^2$ nicht bekannt ist. Es liegt nahe, zu versuchen, aus den Messungen und Rechnungen von P. Drude[1]) über die Wellenlänge solcher Oszillatoren auch die Stromstärke am Ende der Spule im Verhältnis zu der im Strombauch zu berechnen. Dabei kommt man auf Resultate, welche den Tatsachen widersprechen. Dies mag daraus zu erklären sein, daß die für die Wellenlängenberechnung angängige Voraussetzung, daß die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Stromes längs der Spule konstant sei, für die vorliegende Untersuchung nicht gemacht werden darf.

Wir können aber annähernd über den Faktor von $J_A^2 : J_0^2$ folgende Überlegung anstellen.

Obige Gleichung (3) kann man schreiben in der Form

$$\mathfrak{d}_\Sigma = R_\Sigma \pi \sqrt{\frac{C}{L}} \cdot \frac{J_A^2}{J_0^2}.$$

Andererseits ist nach den Gleichungen (2), wenn die Selbstinduktion (L_0) der Antenne klein gegen die der eingeschalteten Spule (L) ist,

$$R_\Sigma \sim \sqrt{\frac{L}{C}}.$$

Es ist also das Strahlungsdekrement der Antenne dann nur von dem Verhältnis der beiden Stromamplituden abhängig, d. h. es muß mit wachsender Spule erst langsam und dann von einer gewissen Grenze an sehr schnell abnehmen[2]).

§ 16. Berechnen kann man das Strahlungsdekrement bei einer Schaltung, wie sie in Fig. 2a angegeben ist. Es werde dort nur der Kondensator C_1 variiert, der als quasistationär vorausgesetzte Strom in der Spule sei J_0, der durch die Kondensatoren C_1 resp. C_2 fließende Strom sei J_1 resp. J_2. Dann kann man mit großer Annäherung setzen

$$\frac{J_2}{J_1} = \frac{C_2}{C_1}$$

oder

$$\frac{J_2^2}{J_0^2} = \frac{C_2^2}{(C_1 + C_2)^2}$$

oder

$$\frac{J_2^2}{J_0^2} \sim \frac{1}{\lambda^4}.$$

Setzt man nun das Strahlungsdekrement proportional dem Verhältnis der pro Periode ausgestrahlten und der Gesamtenergie, d. h.

$$\mathfrak{d}_\Sigma \sim \frac{R_\Sigma J_2^2 \lambda}{J_0^2},$$

1) Aus der Stromverteilung auf einem offenen Schwingungskreis kann man nach M. Abraham das Strahlungsdekrement berechnen. Hier ist gezeigt, daß es unter einigen vereinfachenden Annahmen bei bestimmten Antennenformen genügt, den Strom an zwei Stellen zu kennen.

1) P. Drude, Ann. d. Phys. 11, 957, 1903.

2) Auf Grund der anderen Definition des Strahlungswiderstandes in der eingangs erwähnten Arbeit des Verfassers ist statt des dort gefundenen Wertes $R\Sigma = 16\,\Omega$ ein größerer Wert nach der jetzigen Definition zu setzen. Der Unterschied ist aber auf Grund von Messungen unter 1 Proz. anzusetzen.

so kann man dafür schreiben

$$\mathfrak{d}_\Sigma \sim R_\Sigma \cdot \frac{1}{\lambda^3}.$$

Da nun R_Σ proportional zu λ ist, so ergibt sich also

$$\mathfrak{d}_\Sigma \sim \frac{1}{\lambda^2} \sim \frac{1}{C_1 + C_2} \sim \frac{1}{1 + \frac{C_1}{C_2}}.$$

Die besprochene Schaltung wird vielfach als Empfangsschaltung verwendet und durch Erfahrung ist schon längst bewiesen, daß der Kondensator C_1 eine bestimmte Größe nicht überschreiten darf. Im Telegraphen-Versuchsamt gilt als Regel, daß C_2 nicht größer als die Antennenkapazität sein darf. Das hieße nach obiger Gleichung, daß für $C_1 = C_2$ das Dekrement auf die Hälfte des Wertes für $C_1 = 0$ herabsinkt.

Variiert man andererseits bei konstanter Wellenlänge die Größen L und C_1, so zeigt die Rechnung, daß in diesem Fall die Dekremente sich verhalten müssen umgekehrt proportional den Gesamtkapazitäten, d. h.

$$\frac{\mathfrak{d}}{\mathfrak{d}'} = \frac{C'_1 + C_2}{C'_1 + C_2}.$$

Ein Resultat, das schon in der erwähnten früheren Arbeit[1]) des Verfassers experimentell bestätigt ist.

Zusammenfassung.

§ 17. Der Strahlungswiderstand einer Käfigantenne mit Gegengewicht, bezogen auf die Stromamplitude in den Zuleitungen, ist bei gleicher Wellenlänge unabhängig von den Dimensionen des Systems, durch welches die Wellenverlängerung hervorgerufen wird, und unabhängig von der Antennenhöhe. Es gelingt, für den Strahlungswiderstand eine Formel aufzustellen, in der sowohl die nach M. Abraham berechneten Werte für lineare Antennen, wie auch die an fünf verschiedenen Antennen gemessenen Werte enthalten sind.

1) Vgl. S. 990, Fußnote 2

Berlin.

(Eingegangen 24. Februar 1911.)

Eine Näherungstheorie für die Antenne mit großem Widerstande.

Von James E. Ives.

Bei den Theorien über die Antennen der drahtlosen Telegraphie wird gewöhnlich angenommen, daß der Ohmsche Widerstand so klein ist, daß er vernachlässigt werden kann[1]). Es ist jedoch denkbar, daß dies manchmal nicht zutrifft. Wenn z. B. das Empfängersystem angenähert aperiodisch ist, so muß sein Ohmscher Widerstand groß sein im Vergleiche zu dem Verhältnisse von Selbstinduktion zu Kapazität. Einen derartigen Fall hat Rüdenberg[2]) auf sehr interessante Weise behandelt.

In einer der letzten Nummern der Physical Review[3]) habe ich eine Näherungstheorie für die Erregung eines linaren Oszillators mit hohem Widerstand durch elektrische Wellen entwickelt, wobei ich ihn als System mit einem Freiheitsgrade behandelte. Diese Theorie kann auch auf die geradlinige Antenne übertragen werden, wenn man die Erde als vollkommen guten Leiter auffaßt. Dann verhält sich die Antenne wie ein halber linearer Oszillator von der doppelten Länge. Diesen Oszillator wollen wir den äquivalenten Oszillator nennen.

Wir wollen außerdem annehmen, daß die Frequenz der erregenden Wellen nicht sehr von der Eigenfrequenz der Antenne abweicht. Der Versuch zeigt, daß sich in diesem Falle am unteren Ende der Antenne ein Strommaximum und am oberen freien Ende ein Potentialmaximum ausbildet. Ladungsdichte und Stromstärke ändern sich daher von Punkt zu Punkt längs der Antenne, und Selbstinduktion, Widerstand und Kapazität können deshalb nicht in der gewöhnlichen Weise bestimmt werden. Geht man vom unteren Ende aus, so ist das Potential proportional einer Sinusfunktion und der Strom proportional einer Kosinusfunktion der Entfernung x.

Das Potential in jedem Punkte wird durch

$$V \sin \frac{\pi x}{2h}$$

gegeben, wo V die Potentialdifferenz zwischen dem freien Ende und der Erde und h die Länge der Antenne ist. Die gesamte Elektrizitätsmenge q, die auf ihr verteilt ist, ergibt sich daraus zu

$$q = \int_{x=0}^{x=h} cV \sin \frac{\pi x}{2h}\, dx = \frac{2}{\pi} chV,$$

wo c die Kapazität pro Längeneinheit ist. Es ist aber $ch = C$ die Kapazität wie sie in der üblichen Weise für quasistationäre Ströme berechnet wird. Daher haben wir[4])

$$q = \frac{2}{\pi} CV.$$

1) Siehe z. B. Abraham, diese Zeitschr. **2**, 329 bis 334. 1901.
2) Ann. d. Phys. **25**, 446—466, 1908.
3) Vol. **31**, 200—203, 1910.
4) Siehe Fleming, Electric Wave Telegraphy S. 194.

Wenn i der Strom am Fuße der Antenne ist, so ist der Strom i_x an jedem anderen Punkte gegeben durch

$$i_x = i \cos \frac{\pi x}{2h}.$$

Der gesamte mit der Antenne verbundene magnetische Fluß Φ ist

$$\Phi = \int_{x=0}^{x=h} p\, i_x\, dx = \int_{x=0}^{x=h} p\, i \cos \frac{\pi x}{2h}\, dx = \frac{2}{\pi} p h i,$$

wo p die Selbstinduktion pro Längeneinheit bedeutet. Da aber hp gleich der Selbstinduktion L des Drahtes für quasistationäre Ströme ist, so können wir schreiben

$$\Phi = \frac{2}{\pi} L i.$$

Der gesamte Ohmsche Spannungsabfall der Antenne ist

$$\int_{x=0}^{x=h} r\, i_x\, dx = \int_{x=0}^{x=h} r\, i \cos \frac{\pi x}{2h}\, dx = \frac{2}{\pi} r h i = \frac{2}{\pi} R i,$$

wo r der Ohmsche Widerstand pro Längeneinheit und R der gesamte Ohmsche Widerstand der Antenne ist.

Wenn der Ohmsche Widerstand, wie wir annehmen, groß ist, dann wird der „Strahlungswiderstand" dagegen klein sein und kann hier vernachlässigt werden. Aus obigen Werten der gesamten Elektrizitätmenge, des magnetischen Flusses und des Ohmschen Spannungsabfalles der Antenne können wir die äquivalente Kapazität, Selbstinduktion und Widerstand des äquivalenten linearen Oszillators berechnen.

Die äquivalente Kapazität ist

$$\frac{1}{\pi} C,$$

da die Antenne und ihr Bild als Kapazitäten in Serie angesehen werden können. Die äquivalente Selbstinduktion ist

$$\frac{4}{\pi} L,$$

und der äquivalente Widerstand

$$\frac{4}{\pi} R.$$

Diese drei Werte wollen wir mit C', L' und R' bezeichnen.

Die Gleichung für die elektromotorischen Kräfte der Antenne lautet nun:

$$\frac{d(L'i)}{dt} + R'i + \frac{q}{C'} = E e^{-\alpha t} \sin\left(a t - \frac{\pi}{2}\right) = - E e^{-\alpha t} \cos a t, \qquad (1)$$

wo

$$E e^{-\alpha t} \sin\left(a t - \frac{\pi}{2}\right)$$

die elektromotorische Kraft ist, die der Antenne durch die erregenden Wellen aufgedrückt wird, unter der Annahme, daß sie gegen das elektrische Feld der Wellen um 90° verzögert ist; α ist der Dämpfungsfaktor und a die Frequenz multipliziert mit 2π.

Die Gleichung kann auch so geschrieben werden:

$$\left.\begin{aligned} &\frac{d^2 i}{dt^2} + \frac{R'}{L'}\frac{di}{dt} + \frac{i}{L'C'} \\ &= \frac{E(\alpha^2 + a^2)^{\frac{1}{2}}}{L'} e^{-\alpha t} \sin\left(a t + tan^{-1} \frac{\alpha}{a}\right). \end{aligned}\right\} \qquad (2)$$

Da $\alpha = \delta n$, wo δ das logarithmische Dekrement des erregenden Wellenzuges, n ihre Frequenz ist und $a = 2\pi n$, so gilt

$$\frac{\alpha}{a} = \frac{\delta}{2\pi}.$$

Wenn die Dämpfung des erregenden Wellenzuges klein ist, dann ist δ und folglich auch $\frac{\alpha}{a}$ klein. Wir wollen das annehmen und

$$tan^{-1} \frac{\alpha}{a}$$

vernachlässigen, so daß

$$(\alpha^2 - a^2)^{\frac{1}{2}} = a$$

wird.

Zur Bequemlichkeit setzen wir

$$\frac{R'}{L'} = 2\beta,$$

$$\frac{1}{L'C'} = b^2 + \beta^2$$

und

$$\frac{Ea}{L'} = A.$$

Gleichung (2) heißt dann:

$$\frac{d^2 i}{dt^2} + 2\beta \frac{di}{dt} + (b^2 + \beta^2) i = A e^{-\alpha t} \sin a t. \qquad (3)$$

Die Anfangsbedingungen sind für $t = 0$

$$i = 0, \qquad \frac{di}{dt} = 0.$$

Die allgemeine Lösung der Gleichung (3) kann durch bekannte Methoden gefunden werden; sie lautet:

$$i = A_1 e^{-\alpha t} \sin(a t + \varepsilon_1) + B_1 e^{-\beta t} \sin(b t + \varepsilon_2), \qquad (4)$$

wo:

$$A_1 = \frac{[[(\alpha - \beta)^2 - (a^2 - b^2)]^2 + 4a^2(\alpha - \beta)^2]^{\frac{1}{2}}}{[(\alpha - \beta)^2 - (a^2 - b^2)]^2 + 4a^2(\alpha - \beta)^2} A$$

$$B_1 = \frac{\left[\frac{a^2}{b^2}[(\alpha - \beta)^2 + (a^2 - b^2)]^2 + 4a^2(\alpha - \beta)^2\right]^{\frac{1}{2}}}{[(\alpha - \beta)^2 - (a^2 - b^2)]^2 + 4a^2(\alpha - \beta)^2} A$$

$$\varepsilon_1 = tan^{-1} \frac{2a(\alpha - \beta)}{(\alpha - \beta)^2 - (a^2 - b^2)}$$

$$\varepsilon_2 = tan^{-1} \frac{-2b(\alpha - \beta)}{(\alpha - \beta)^2 + (a^2 - b^2)}.$$

Der Strom in der Antenne ist also die Summe zweier gedämpfter Sinusfunktionen der Zeit, von denen die eine Periode und Dämpfung der erregenden Wellen, die andere die der Eigenschwingungen der Antenne besitzt. Die relativen Amplituden der zwei Schwingungen hängen von dem Verhältnis ihrer Dämpfungsfaktoren und ihrer Perioden ab.

Da

$$b = \sqrt{\frac{1}{L'C'} - \frac{R'^2}{4L'^2}}$$

ist, verschwinden die Schwingungen mit der eigenen Periode, wenn

$$R = \pi \sqrt{\frac{L}{C}}. \qquad (5)$$

Wir kommen daher zu dem sehr interessanten Ergebnisse, daß die Antenne aperiodisch schwingt, wenn R gleich oder größer als dieser Wert ist. Die Frequenz der freien Schwingung der Antenne ist $\frac{b}{2\pi}$, folglich ihre Periode T

$$T = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{1}{L'C'} - \frac{R'^2}{4L'^2}}}. \qquad (6)$$

Setzen wir die Werte für L', R' und C' ein, so erhalten wir

$$T = \frac{4}{\sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{\pi^2 L^2}}}. \qquad (7)$$

Wenn R und der „Strahlungswiderstand" beide sehr klein sind, so reduziert sich Gleichung (7) zu der bekannten Näherungsformel für die Periode der geraden Antenne

$$T = 4\sqrt{LC}. \qquad (8)$$

Gleichung (8) wird meistens aus der Voraussetzung entwickelt, daß eine ebene Welle längs der Antenne fortschreitet und an den Enden reflektiert wird. Wir erhalten dadurch aus den Formeln

$$v = \frac{\lambda}{T} \quad \text{und} \quad v = \frac{1}{\sqrt{pc}},$$

wo v die Fortpflanzungsgeschwindigkeit elektrischer Wellen in einem Drahte und λ die Wellenlänge ist:

$$T = 4h\sqrt{pc} = 4\sqrt{LC}.$$

Gleichung (8) unterscheidet sich von der bekannten Thomson-Formel

$$T = 2\pi\sqrt{LC}$$

für die Periode eines geschlossenen Kreises, der eine lokalisierte Kapazität C und Selbstinduktion L besitzt, dadurch, daß der Faktor $\frac{\pi}{2}$ fehlt. Die hier entwickelte Methode der Behandlung der Antennenschwingung durch Untersuchung des mittleren Potentials und Stromes zeigt deutlich wie das $\frac{\pi}{2}$ in Gleichung (8) verschwindet, da L und R mit diesem Faktor multipliziert werden.

Abraham[1]) hat gezeigt, daß die Stromenergie in einer geraden Antenne

$$\frac{1}{4} L i^2$$

ist, d. h. sie ist halb so groß wie bei einem quasistationären Strom von der Größe i. Das kommt daher, daß die Energie von dem Quadrate des Stromes abhängt. Die effektive Selbstinduktion auf diese Weise berechnet, ist

$$\frac{1}{2} L \quad \text{statt} \quad \frac{2}{\pi} L.$$

Wir sehen daraus, daß bei nicht quasistationären Strömen die effektive Selbstinduktion keine unveränderliche Größe ist, sondern von der Berechnungsweise abhängt. Wenn wir von dem Mittelwert des über die Antennen verteilten magnetischen Flusses (Li) ausgehen, so erhalten wir

$$\frac{2}{\pi} L$$

dafür; gehen wir aber von dem Mittelwerte der Energie

$$\left(\frac{1}{2} L i^2\right)$$

aus, so erhalten wir

$$\frac{1}{2} L.$$

Die Betrachtung einer mechanischen Analogie mag einiges Licht auf diese Art der Behandlung der Antenne mit großem Widerstande werfen.

Wir wollen die transversalen Schwingungen einer elastischen Schnur betrachten. v_x und q_x seien Geschwindigkeit und Ausschlag in jedem Punkte x, M die Hälfte der Gesamtmasse, l die Länge und R die Hälfte der Kraft, die nötig wäre, um die innere und äußere Reibung der ganzen Schnur zu überwinden, wenn jeder Punkt derselben sich mit der Geschwindigkeit eins bewegte. M entspricht dann der Selbstinduktion L der Antenne, und R ihrem Ohmschen Widerstande. Wir wollen annehmen, daß

$$q_x = q \sin \frac{\pi x}{l},$$

wo q der Ausschlag der Schnur in ihrem Mittel-

1) Diese Zeitschr. 2, 333, 1901.

punkte ist. Dann wird v_x in jedem Punkte gegeben durch

$$v_x = v \sin \frac{\pi x}{l},$$

wo v die Geschwindigkeit der Schnur in ihrem Mittelpunkte ist. Die mittlere Geschwindigkeit ist

$$\frac{2}{\pi} v$$

und das äquivalente Moment der Schnur

$$\frac{4}{\pi} M v \quad \text{oder} \quad M' v,$$

wenn

$$\frac{4}{\pi} M = M'.$$

Ebenso wird die mittlere Reibungskraft durch $R' v$ dargestellt, wobei

$$R' = \frac{4}{\pi} R.$$

Der Normaldruck, der in jedem Punkte der Schnur angreift und sie ins Gleichgewicht zurückzubewegen sucht, ist $\frac{T}{\varrho}$, wobei T die Spannung der Schnur und ϱ ihr Krümmungsradius in dem betreffenden Punkte ist. Für kleine Krümmung gilt

$$\frac{1}{\varrho} = \frac{d^2 q_x}{d x^2} = -\frac{\pi^2}{l^2} q \sin \frac{\pi x}{l}.$$

Der Normaldruck in jedem Punkte x auf der Schnur ist daher

$$-\frac{T \pi^2}{l^2} q \sin \frac{\pi x}{l}.$$

Die gesamte Kraft, welche die Schnur in die Gleichgewichtslage zurücktreibt, ist

$$-\int_{x=0}^{x=l} \frac{T \pi^2}{l^2} q \sin \frac{\pi x}{l} dx = -\frac{2 \pi T}{l} q.$$

Setzt man

$$\frac{2 \pi T}{l} = S,$$

so ist die rücktreibende Kraft $-Sq$.

Die Bewegungsgleichung der Schnur, behandelt als ein System mit einem Freiheitsgrade, ist dann

$$\frac{d(M'v)}{dt} + R'v + Sq = 0$$

oder

$$M' \frac{d^2 q}{d t^2} + R' \frac{dq}{dt} + Sq = 0.$$

Die Periode der gedämpften Schnur

$$T = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{S}{M'} - \frac{R'^2}{4 M'^2}}}.$$

Setzt man die Werte für M' und R' ein, so erhält man

$$T = \frac{4}{\sqrt{\frac{2T}{Ml} - \frac{R^2}{\pi^2 M^2}}}.$$

Wenn R klein ist gegen M, so verwandelt sich dies in

$$T = 4 \sqrt{\frac{Ml}{2T}}.$$

Setzt man

$$M = \frac{ml}{2},$$

wo m die Masse pro Längeneinheit ist, so erhalten wir

$$T = 2l \sqrt{\frac{m}{T}},$$

die wohlbekannte Formel für die Periode einer ungedämpften Schnur.

Die Schnur hört auf zu schwingen, sobald

$$R = \pi \sqrt{\frac{2MT}{l}}.$$

Das ist der kritische Reibungswiderstand, der die Schnurbewegung nichtschwingend (aperiodisch) macht. Daß es einen solchen kritischen Widerstand tatsächlich gibt, kann man leicht zeigen, indem man ein Gummiband, das in Luft frei schwingt, in Glyzerin eintaucht. Wenn es in einem solchen zähen Medium aus seiner Gleichgewichtslage gezogen und dann losgelassen wird, so schwingt es nicht um diese Gleichgewichtslage, sondern kehrt einfach dahin zurück.

Universität Cincinnati, Januar 1911.

(Aus dem Englischen übersetzt von Hilde Barkhausen.)

(Eingegangen 22. Februar 1911.)

Über eine neue Interferenzerscheinung im parallelen Licht.

Von Hans Schulz.

Die bisher bekannten Interferenzerscheinungen im parallelen Licht werden zumeist mit Hilfe von Planparallelplatten erzeugt. Die Systeme der Interferenzkurven haben dann stets zwei Symmetrieachsen, deren Lage für alle Wellenlängen die gleiche ist[1]). Die hier zu beschreibende Interferenzerscheinung, welche unter Benutzung eines geeigneten gleichschenkligen Prismas und eines Planspiegels sehr leicht hervorzubringen ist, hat im Gegensatz dazu nur noch eine Symmetrieachse, welche mit dem Haupt-

1) Lummer, Wied. Ann. **23**, 49—84, 1884; **24**, 417—439, 1885; Müller-Pouillet, Lehrbuch der Phys. II, 2, S. 751—767, 1907.

schnitt des Prismas zusammenfällt, und die Lage der Punkte extremen Gangunterschiedes ist von der Wellenlänge abhängig.

Es sei gegeben ein gleichschenkliges Prisma von der Höhe h mit dem Winkel an der Spitze 2ϱ (Fig. 1). Parallel zur Basis des Prismas im Abstande a von der Spitze befindet sich ein Planspiegel. Fällt nun auf die Fläche AB des

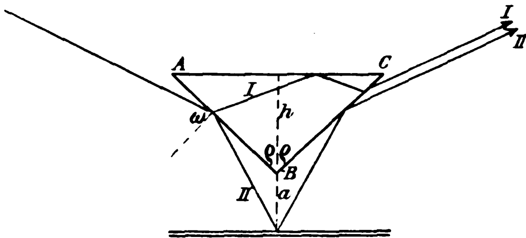


Fig. 1.

Prismas ein Strahl unter dem Winkel ω auf, so wird er teils gebrochen (längs I), teils reflektiert (längs II). Der gebrochene Teil wird an der Basisfläche des Prismas reflektiert und tritt aus Fläche BC aus unter dem Winkel ω gegen diese Fläche; der reflektierte Teil wird am Spiegel zurückgeworfen und verläßt endlich die Fläche BC unter dem gleichen Winkel ω. Wie aus der Figur sofort ersichtlich, ist der Gangunterschied der parallel zueinander austretenden Teilwellen I und II nur abhängig vom Einfallswinkel ω, da die Kombination Prisma-Spiegel ersetzt gedacht werden kann durch zwei Planparallelplatten, deren eine aus Luft, deren andere aus dem Material des Prismas besteht (Fig. 2).

Um den Gangunterschied zu bestimmen, den zwei unter einem beliebigen Winkel ω einfallende ebene Wellen, welche senkrecht zum

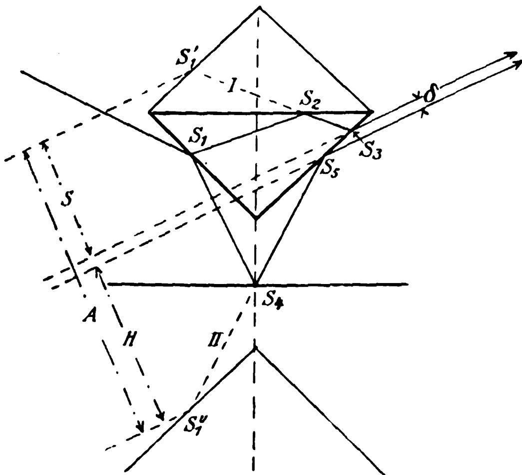


Fig. 2.

Hauptschnitt fortschreiten, erhalten, denken wir uns das System Prisma-Spiegel durch die oben erwähnten Planparallelplatten ersetzt. Dann haben die Spiegelbilder des Strahles vor Brechung und Reflexion den senkrechten Abstand A. (Die gebrochene Teilwelle I wird an der Basisfläche des Prismas, die Teilwelle II an dem Planspiegel gespiegelt) und es ist

$$A = 2(a+h)\cos(\varrho-\omega). \tag{1}$$

Die Hebung des reflektierten Strahles ist

$$H = 2a\frac{\sin\varrho\cdot\sin 2\omega}{\cos\omega}. \tag{2}$$

Die Senkung des gebrochenen Strahles hingegen ist

$$S = 2h\cdot\frac{\sin\varrho\cdot\sin(\omega-\omega')}{\cos\omega'}, \tag{3}$$

wobei der Brechungswinkel ω' durch die Relation

$$\sin\omega = n\cdot\sin\omega' \tag{4}$$

bestimmt ist und n den Brechungsquotienten der Prismensubstanz für die Wellenlänge λ bezeichnet. Demnach ist der Abstand der Strahlen nach Brechung und Reflexion gegeben durch

$$\left.\begin{aligned}\delta = A - H - S = 2a\cos(\varrho+\omega)\\ + 2h\cdot\frac{\cos\omega}{\cos\omega'}\cos(\varrho-\omega').\end{aligned}\right\} \tag{5}$$

Die gesamte Wegdifferenz der Strahlen ist dann also

$$\Delta = -\frac{2nh\cdot\sin\varrho}{\cos\omega'} + \frac{2a\sin\varrho}{\cos\omega} + \delta\cdot\operatorname{tg}\omega,$$

welches nach einigen Umformungen ergibt

$$\Delta = 2a\sin(\varrho+\omega) - 2hn\cdot\sin(\varrho-\omega'). \tag{6}$$

Ein Extremwert des Gangunterschiedes tritt ein, wenn $\frac{d\Delta}{d\omega} = 0$ ist. Dies ergibt

$$\left.\begin{aligned}\frac{d\Delta}{d\omega} = a\cdot\cos\omega'\cdot\cos(\varrho+\omega)\\ + h\cdot\cos\omega\cos(\varrho-\omega') = 0,\end{aligned}\right\} \tag{7}$$

welche Bedingung identisch ist mit

$$\delta = 0, \tag{5a}$$

d. h. ein Extremwert des Gangunterschiedes tritt ein, wenn die Teilwellen I und II sich in sich selbst vereinigen. Dieser Extremwert, welcher ein Minimum ist, wenn $\Delta > 0$ ist[1]), wird gleich Null, wenn

$$\varrho = 90 - \omega + \omega', \tag{8}$$

was sich aus Gleichung (6) mit (5a) durch Elimination von a und n ergibt. Ferner folgt aus diesen Gleichungen

$$\frac{a}{h} = \frac{n\cdot\cos\omega}{\cos\omega'}. \tag{9}$$

Da hier zur Erzeugung der Interferenzerscheinung nur zwei Bündel mitwirken, also

1) Ist $\Delta < 0$, so ist nur der Strahl I mit II zu vertauschen, um für Δ einen positiven Wert zu erhalten.

die Intensitätsverteilung stets sinusförmig ist, so wird die Erscheinung dann am deutlichsten wahrnehmbar sein, wenn die Intensität der interferierenden Wellen gleich wird und somit die Minima vollständige werden. Setzt man voraus, daß die Reflexionsverluste an der Basisfläche des Prismas und am Planspiegel gleich sind, was mit großer Näherung immer geschehen kann, wenn beide Flächen versilbert sind, so folgt, daß die Intensität der durch Brechung mit Reflexion bei S_1 erzeugten Teilwellen I und II gleich sein muß. Falls nur in der Einfallsebene polarisiertes Licht benutzt wird, führt dies auf die leicht abzuleitende Bedingung

$$\frac{\sin(\omega - \omega')}{\sin(\omega + \omega')} = -\frac{1}{\sqrt{2}} = \sigma. \qquad (10)$$

Setzt man

$$p = \frac{1 + \sigma}{1 - \sigma}, \qquad (11)$$

so folgt

$$\sin \omega = n \sqrt{\frac{1 - p^2}{n^2 - p^2}}. \qquad (12)$$

Gleichung (8) und (12) bestimmen dann eindeutig den Prismenwinkel ϱ als Funktion des Brechungsindex. Ebenso ist $\frac{a}{h}$ eindeutig bestimmt. Die absoluten Größen von a und h hängen von der willkürlichen Wahl von h ab; je größer h ist, desto enger sind die Interferenzkurven, weil bei größerem a und h der Wert von Δ proportional h wächst und damit die Anzahl der Wellenlängen $\frac{\Delta}{\lambda}$ für gegebenes ω.

Um ein Urteil über die Beobachtungsmöglichkeit zu erhalten, seien hier einige Worte von ω und ϱ in Abhängigkeit vom Brechungsindex angegeben.

n	ω	ϱ	$\frac{a}{h}$
1,50	78° 46′	52° 4′	0,386
1,51	78° 38′	51° 51′	0,391
1,52	78° 30′	51° 39′	0,396
1,53	78° 21′	51° 27′	0,402
1,54	78° 13′	51° 15′	0,407

Die Werte von ω, ϱ und $\frac{a}{h}$ ergeben sich der Reihe nach aus den Gleichungen (12), (8) und (9).

Die Lage der Maxima ist bestimmt durch

$$\Delta = \frac{(2\mu + 1)\lambda}{2} \qquad (\mu = 1, 2, 3, \ldots). \quad (13)$$

Die zugehörigen Winkelwerte ergeben sich aus einer Gleichung 4. Grades. In erster Näherung ergibt sich nun aus (6) unter Berücksichtigung von (8), also wenn $d\omega$ die Abweichung von dem Winkelwert ω_0 des extremen Gangunterschiedes darstellt:

$$\Delta = \frac{h \cdot \cos \omega_0}{n} [p^2 - n^2] \, d\omega^2 \qquad (14)$$

oder

$$\left.\begin{aligned} d\omega &= \sqrt{\frac{n \cdot \Delta}{h \cdot \cos \omega_0 \cdot (p^2 - n^2)}} \\ &= \sqrt{\frac{(2\mu + 1) n}{2 \cdot \cos \omega_0 (p^2 - n^2)} \cdot \frac{\lambda}{h}} \end{aligned}\right\} \qquad (15)$$

Es sind also in erster Näherung die Abstände der Interferenzstreifen von dem Minimum des Gangunterschiedes proportional den Quadratwurzeln aus den ungeraden Zahlen, wie auch bei den Newtonschen Ringen. Die ersten Potenzen von $d\omega$ verschwinden bei der Ableitung identisch. Mit geringer Abänderung gilt die Ableitung auch für einen beliebigen endlichen Extremwert von Δ. Für endliche Winkeldifferenzen verschwindet die Symmetrie.

Für Strahlen endlicher Neigung folgt nach einer ziemlich umständlichen Rechnung, die ich der Kürze halber hier nicht wiedergebe[1])

$$\left.\begin{aligned} +\Delta &= 2a \sin(\varrho + \omega) \cos \vartheta \\ &- 2h(\sin \varrho \sqrt{n^2 - 1 + \cos^2 \vartheta \cdot \cos^2 \omega} \\ &- \cos \vartheta \cdot \cos \varrho \cdot \sin \omega), \end{aligned}\right\} \quad (16)$$

wobei ϑ die Neigung der Strahlen gegen den Hauptschnitt darstellt. Die Formel geht für $\vartheta = 0$ in die oben für den Hauptschnitt abgeleitete über. Wie schon aus der zum Hauptschnitt symmetrischen Anordnung folgt, ist die Erscheinung selbst symmetrisch zum Hauptschnitt, denn der Gangunterschied für Werte $\pm \vartheta$ ist der gleiche.

Durch Entwicklung nach Potenzen von ϑ läßt sich zeigen, daß, wenigstens in unmittelbarer Nähe von ω_0, einem Minimum des Gangunterschiedes, die Interferenzkurven geschlossene Kurven sind, die in erster Näherung als Ellipsen anzusprechen sind.

Die Abhängigkeit der Lage des Minimums des Gangunterschiedes, das ich kurz als Zentralpunkt der Erscheinung bezeichne, von der Verschiebung der Platte ergibt sich aus Gleichung (7). In Fig. 3 ist diese Abhängigkeit des Winkels ω_0 von $\frac{a}{h}$ dargestellt und zwar für den Fall $n = 1,5$ und $\varrho = 50°$. Es folgt daraus, daß der Zentralpunkt der Erscheinung mit wachsendem $\frac{a}{h}$ zu kleineren Winkeln ω_0 wandert und daß die Abnahme der Winkel mit stetig zunehmendem $\frac{a}{h}$ wächst.

1) Die Ableitung geschah mit Hilfe der von M. Lange in seiner Dissertation (Rostock 1909) abgeleiteten Formeln, welche in sehr bequemer Weise die optische Länge ergeben.

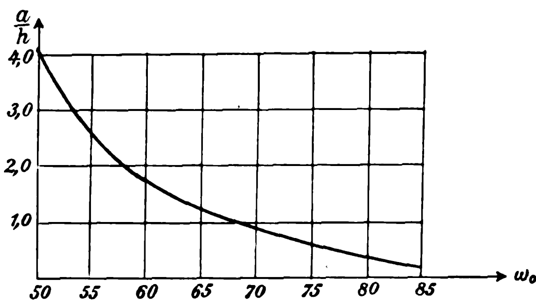


Fig. 3.

Geht man nun von dem monochromatischen Licht der Wellenlänge λ, dem der Brechungsindex n des Prismenmaterials zugeordnet sei, über zur Wellenlänge $\lambda + \partial\lambda$, so folgt, daß die Zentralpunkte für die beiden Wellenlängen nicht zusammenfallen. Aus Gleichung (6) folgt zunächst für den Gangunterschied

$$\Delta_{\lambda+\partial\lambda} = \Delta_\lambda + \frac{2h \cdot dn \cdot \sin\varrho}{\cos\omega'}, \qquad (17)$$

wobei der Wellenlänge $\lambda + \partial\lambda$ der Brechungsindex $n - d \cdot n$ entspricht. Das Minimum des Gangunterschiedes für die Wellenlänge $\lambda + \partial\lambda$, welches durch die Bedingung

$$\frac{d(\Delta_{\lambda+\partial\lambda})}{d\omega} = 0 \, .$$

gegeben ist, kann also nicht gleichzeitig mit der Bedingung

$$\frac{d\Delta_\lambda}{d\omega} = 0$$

bestehen.

Zur Orientierung über die Größenverhältnisse sei in Fig. 4 die Abhängigkeit des Gangunterschiedes vom Einfallswinkel gegeben, aus welcher unmittelbar hervorgeht, daß der Durchmesser des ersten Ringes, in der Lage $\Delta = 0$ ein Minimum vorausgesetzt, für den Fall

$$n_D = 1{,}5175, \quad \varrho = 51^0 34', \quad h = 10 \text{mm}$$

nahezu $^1/_2{}^0$ beträgt, also ohne starke Vergrößerung gut wahrnehmbar ist.

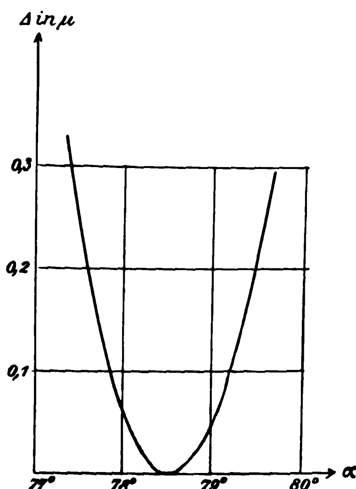


Fig. 4.

Alle diese Folgerungen habe ich, wenigstens qualitativ, geprüft an einem Glasprisma, dessen Brechungsexponent = 1,6489 war, und für welches der sich unter Zugrundelegung der Formeln (11), (12), (8) und (9) ergebende Prismenwinkel $\varrho = 48^0 20'$ gewählt worden war bei einer Höhe von 10 mm.

Das Prisma P war auf einem horizontal gelagerten Tischchen befestigt (Fig. 5), welches mittelst dreier Stellschrauben regulierbar war. Ihm gegenüber war auf einem zweiten Tischchen der Spiegel S befestigt; das Spiegeltischchen war in Richtung der Halbierungslinie des Prismenwinkels parallel zu sich selbst beweglich.

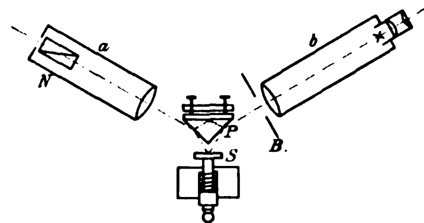


Fig. 5.

Das Licht einer Quecksilberlampe fiel durch das Kollimatorrohr a, dessen Spalt durch eine Irisblende ersetzt worden war, auf das Prisma auf und wurde mit dem Okularrohr b beobachtet. Es zeigten sich dann bei roher Justierung zwei Blendenbilder, welche unter Benutzung der Regulierschrauben des Prismentisches zur Deckung gebracht werden konnten. Sobald die Bilder sich deckten, traten Interferenzstreifen auf, die zunächst als Teile von Kreisen bzw. Ellipsen anzusprechen waren. Lag die Hauptebene des Prismas in der Ebene der optischen Achsen der Fernrohre, so erhielt man durch Verstellung des Spiegels gegenüber dem Prisma sehr leicht das Zentrum der Erscheinung, eine Anzahl gefärbter elliptischer Interferenzkurven. Diese erhielten ihre größte Schärfe, wenn hinter der Blende des Kollimatorrohres ein Nicholsches Prisma N angebracht wurde, dessen Polarisationsebene mit dem Hauptschnitt des Prismas zusammenfiel. Das direkt vom Spiegel in das Okularrohr eindringende Licht wurde durch eine passende, vor dem Objektiv des Okularrohres angebrachte Blende B vernichtet. Besonders hervorzuheben ist, daß die Interferenzkurven auch bei mäßiger Beschaffenheit der Flächen leicht zu erhalten sind, während die zu Interferenzversuchen benutzten Planparallel-

platten von sehr guter Beschaffenheit sein müssen, um einigermaßen definierte Streifen bzw. Ringe zu geben. Trotz der relativ geringen Ansprüche an die Vollkommenheit des Apparates ist seine Verwendungsfähigkeit als Meßapparat für geringe Längen bzw. Längendifferenzen eine sehr große. Die Beschreibung der Versuche und Messungen, welche mit Hilfe dieses Apparates ausgeführt worden sind, soll in einer besonderen Abhandlung erfolgen.

Optische Anstalt C. P. Goerz, Friedenau Februar 1911. (Eingegangen am 6. März 1911.)

Bemerkung zu einer Mitteilung des Herrn P. P. Koch.

Von J. Stark.

Beim Vergleich der im letzten Heft dieser Zeitschrift **12**, 268, 1911 erschienenen Mitteilung des Herrn P. P. Koch mit meiner vorausgehenden Mitteilung[1]) muß man schließen, daß Herr Koch diese entweder nicht genau gelesen oder mißverstanden hat. Ich habe in ihr dargelegt, daß es nicht auf den $\frac{n}{m}$ enthaltenden Faktor, sondern allein auf die Größe m ankommt, und habe bezüglich jenes Faktors und $\frac{n}{m}$ keine Versuche in Aussicht gestellt. In einem der nächsten Hefte der Annalen werden die von mir in Aussicht gestellten, nunmehr abgeschlossenen Beobachtungen über das photographische Schwärzungsgesetz veröffentlicht und im Anschluß daran die irrtümlichen Ansichten des Herrn P. P. Koch klargestellt werden, welche er in der vorliegenden von ihm begonnenen Diskussion und in seiner in den Annalen der Physik veröffentlichten spektralphotometrischen Untersuchung geäußert hat.

1) Diese Zeitschr. **12**, 104, 1911.

Aachen, 7. April 1911, Physik. Inst. d. Techn. Hochschule.

(Eingegangen 8. April 1911.)

BESPRECHUNGEN.

A. Johnsen (Kiel), **Wachstum und Auflösung der Kristalle.** Ein Vortrag, gehalten auf der 82. Versammlung Deutscher Naturforscher und Ärzte in Königsberg am 20. September 1910. gr. 8. 27 Seiten mit 10 Figuren. Leipzig, W. Engelmann. 1910. Preis 60 Pfg.

Redner sucht zum ersten Male eine Theorie zu begründen, welche Kristallwachstum und Kristallauflösung aus einem einzigen Prinzipe herleitet und insbesondere jeder Erscheinung der Auflösung eine solche des Wachstums gegenüberstellt. Unter konstanten Bedingungen geht ein Kristallkörper (d. h. ein Kristall von beliebiger natürlicher oder künstlicher Form) in untersättigter Lösung durch Übergangsformen — „Auflösungskörper" — hindurch in den „Endkörper der Auflösung" über, der bei weiterer Auflösung nur die Größe seiner Flächen, nicht aber deren Zahl und Art ändert; in übersättigter Lösung geht der Kristallkörper analog durch „Wachstumskörper" hindurch in den „Endkörper des Wachstums" über. Die Flächen dieser Endkörper ergeben, wenn man sie durch die Längen ihrer Achsenschnitte ausdrückt, im allgemeinen komplizierte Zahlen; diese Zahlen nähern sich den einfachen Zahlen des Hauyschen Gesetzes um so mehr, je weniger untersättigt oder übersättigt die Lösung ist, in der sich der Endkörper bildet. Hauys Gesetz der einfachen Zahlen gilt also im allgemeinen nur für einen Grenzfall, nämlich für die in gesättigter Lösung stabilen Flächen.

Die endgültige Flächenumgrenzung (Endkörper) des wachsenden Kristalles ist von dem Übersättigungsgrade abhängig, genau wie der endgültige Habitus (Endkörper) des sich auflösenden Kristalles von dem Untersättigungsgrade abhängig ist.

Ein idealer Kristall bleibt bei der Auflösung wie beim Wachstum konvex, nur auf unebenen Flächen bilden sich bei der Auflösung „Ätzgrübchen", beim Wachstum „Wachstumshügel"; unterwirft man also einen ebenflächigen Kristall der Auflösung, so entstehen die Flächen des Auflösungskörpers an den Ecken und Kanten, als ob sie angefeilt würden, und wandern von hier jede mit einer konstanten, ihr unter den betreffenden Bedingungen eigentümlichen Geschwindigkeit nach dem „Urpunkt der Auflösung" hin, in welchem der Kristall verschwindet; ebenso gehen beim Wachstum eines sich bildenden Kristalles die Flächen von dem „Urpunkt des Wachstums" aus und verschieben sich parallel sich selbst jede mit einer konstanten, ihr unter den betreffenden Bedingungen eigentümlichen Geschwindigkeit.

Unterwirft man einen unregelmäßigen, d. h. „verzerrten" Kristall dem Wachstum, so wird seine Form immer regelmäßiger, er wird idealisiert; unterwirft man ihn aber der Auflösung, so wird die Verzerrung immer stärker, er wird karikiert.

An den Endkörpern ändert sich, wie bemerkt, Zahl und Art der Flächen nicht, wohl aber ändert sich im allgemeinen das Größenverhältnis der Flächen; die Form des Endkörpers bleibt im allgemeinen nicht konstant und ist von der Form des Ausgangskörpers abhängig. Eine aus einem Kristall hergestellte Kugel bedeckt sich beim Wachstum mit Flächen kleinster Wachstumsgeschwindigkeit, bei der Auflösung aber mit Flächen größter Auflösungsgeschwindigkeit; unter Geschwindigkeit ist stets die Normalgeschwindigkeit der Flächenparallelverschiebung verstanden.

Alles dieses wird auf Grund besonderer mit Steinsalz angestellter Experimente aus einem einzigen Prinzipe hergeleitet, dem Prinzipe der „virtuellen Flächen", d. s. alle an dem betreffenden Kristallkörper nicht reell auftretenden, aber denkbaren ebenen Flächen, die man als Tangentialebenen an die Ecken und Kanten des Kristallkörpers legt, und von denen sich ebenda diejenigen in einer übersättigten oder untersättigten Lösung realisieren können, deren

relative Verschiebungsgeschwindigkeiten in einem bestimmten Spielraum liegen.

In 22 der 32 Kristallsymmetrieklassen sind der Urpunkt des Wachstums und derjenige der Auflösung miteinander sowie mit dem Schwerpunkte identisch und rein konstruktiv zu ermitteln; in den übrigen 10 Symmetrieklassen lassen sich die Urpunkte von vornherein nicht festlegen.

Autoreferat.

Berichtigungen.

In der Arbeit von W. W. Wood, Das Echelette-Gitter für das ultrarote Spektrum (diese Zeitschr. 11, 1109, 1910), ist bei der Übersetzung 1 Zoll = 6,3 cm^2 gesetzt; es muß natürlich heißen 1 Zoll = 2,54 cm.

In meiner, diese Zeitschr. 12, 261, 1911, publizierten Abhandlung „Über die Frage des Elementarquantums der Elektrizität", sind bei Partikel I (S. 264) die Zahlen der Kolonne Hebezeiten in sec und Fallzeiten in sec umzutauschen. Es soll also richtig lauten

Fallzeiten (14,0 .... 15,9) Hebezeiten (4,5 .... 4,4).

Felix Ehrenhaft.

Tagesneuigkeiten.

Starke Überfüllung des höheren Lehrfaches mit Kandidaten der Mathematik. Aus den Kreisen der Deutschen Mathematikervereinigung wird vor dem Studium der mathematischen Fächer, wegen der starken Überfüllung, die für die nächsten Jahre zu erwarten ist, gewarnt. Die Gesamtzahl der Studierenden der Mathematik an den preußischen Universitäten in der Höhe von 2000 übersteigt die Zahl der Anstellungsmöglichkeiten bereits um mindestens 600, so daß die jetzt mit dem Studium Beginnenden, wenn nicht die Zahl erheblich zurückgeht, vermutlich längere Zeit bis zur festen Anstellung werden warten müssen. Der normale Bedarf verlangt jährlich vielleicht 250 neue Mathematik Studierende, während in den letzten fünf Jahren gegen 400 vorhanden waren.

Personalien.

(Die Herausgeber bitten die Herren Fachgenossen, der Redaktion von eintretenden Änderungen möglichst bald Mitteilung zu machen.)

Habilitiert: An der Universität München Dr. Rudolf Pummerer für Chemie, an der Universität Marburg Dr. E. Take für Physik und physikalische Technik, an der Technischen Hochschule Zürich Dr. S. Gugenheim für Elektrotechnik.

Ernannt: Der Privatdozent an der Universität Leipzig Dr. Heinrich Ley zum a. o. Professor der Chemie an der Universität Münster, der Professor der allgemeinen Chemie an der Universität von Chicago Dr. Alexander Smith in gleicher Eigenschaft an der Columbia-Universität in Newyork, der Privatdozent an der Universität Münster Prof. Dr. Max Dehn zum a. o. Professor der Mathematik an der Universität Kiel, Dr. phil. Adolf Eyme zum etatsmäßigen Chemiker bei der Geologischen Landesanstalt in Berlin, der Direktor der Siemens-Schuckert-Werke Professor Dr.-Ing. Walter Reichel zum ord. Professor für Elektrotechnik, insbesondere für den Bau elektrischer Bahnen an der Technischen Hochschule Berlin, der a.o. Professor der mechanischen Technologie an der Universität von Illinois George Alfred Goodenough zum ord. Professor der Thermodynamik daselbst.

Berufen: Der a.o. Professor an der Universität Wien Dr. Egon Ritter v. Schweidler zum ord. Professor der Physik an der Universität Innsbruck.

In den Ruhestand: Der Professor für Forstmathematik und Vermessungskunde an der Forstakademie Tharandt Geh. Hofrat Dr. Max Friedrich Kunze.

Gestorben: Der Ingenieur und Physiker Hans Hildebrand in Berlin-Wilmersdorf, der Professor an der School of Pharmacy der Pharmaceutical Society of Great Britain John Attfield in Ashlands, der ord. Honorarprofessor für chemische Technologie an der Freien Universität Brüssel Dr. Henri Bergé, der Professor für chemische Warenkunde an der Handelsakademie in Wien Schulrat Eduard Hanausek, der Professor für Physik und Photographie an der Techn. Hochschule Darmstadt Prof. Dr. Karl Fritsch.

Die **Liste der Demissionen an der Universität Moskau** ist zu vervollständigen: Prof. Dr. V. Ceraski (Astronomie) und die Privatdozenten S. Finikov (Mathematik), A. Reformatsky (Chemie), J. Samoilov (Mineralogie) und A. Pavlov (Mineralogie).

Aus der Gesamtzahl von 91 Professoren und 274 Privatdozenten haben 11 emeritierte Professoren, 14 etatsmäßige Professoren und 79 Privatdozenten ausscheiden müssen. Die 11 emeritierten Professoren haben statutsmäßig die Berechtigung, ihre Vorträge bis zum Semesterschluß (14. Mai) fortzusetzen. Die 14 etatsmäßigen Professoren mußten, nachdem ihre Demissionen genehmigt waren, die Vorlesungen und die Arbeit in den Instituten mitten im Semester abbrechen; gleichfalls mußten die 79 Privatdozenten ihre Vorlesungen sofort einstellen.

Berichtigung zur Notiz in dieser Zeitschr. 12, 224, 1911. Statt Prof. Dr. Capligin lies Prof. Dr. Tschapligin (Mechanik), statt A. Tetov lies Prof. A. Titov (Chemie).

Vorlesungsverzeichnis für das Sommersemester 1911.

Technische Hochschule Aachen.

Stark: Experimentalphysik II: Optik, Thermodynamik, 4; Physikalisches Praktikum (mit Steubing und Meyer), a) Praktische Übungen aus allen Teilen der Physik für Anfänger, 4 oder 6, b) Anleitung zu selbständigen physikalischen Untersuchungen (Dissertationen), tägl. — **Seitz:** Theoretische Physik: Theorie der elektrischen Schwingungen und elektromagnetische Lichttheorie, 2; Experimentalphysik, enzyklopädischer Kursus: Wärme, Schall, Licht, 2. — **Meyer:** Elektromagnetische Schwingungen und Wellen: Drahtlose Telegraphie, mit Demonstrationen, 1. — **Polis:** Klimatologie, 2; Ausgewählte Kapitel der Meteorologie II, 1; Meteorologische Technik, mit Übungen, 1. — **Steubing:** Photographie I, für Anfänger, 1, Übungen, 2 bis 3; Theorie der Wärmestrahlung, 1. — **Timpe:** Ausgewählte Kapitel der Hydrodynamik, 1. — **Grotrian:** Allgemeine Elektrotechnik, 5; Theoretische Elektrotechnik, 2; Elektrotechnisches Praktikum, 8. — **Rasch:** Elektrische Bahnen, 1; Einleitung in die Elektrotechnik, 2; Konstruktionslehre der Elektrotechnik, 3; Elektrotechnische Konstruktionsübungen, 2. — **Finzi:** Elektrische Zentralanlagen und Leitungen, 2, Übungen, 2; Elektromotorische Antriebe in Berg- und Hüttenwerken, 2. —

Bredt: Organische Experimentalchemie I, 4; Allgemeine Übersicht über die organische Chemie, 2; Organisches Praktikum (mit Levy). — **Classen:** Allgemeine und anorganische Experimentalchemie, 4; Anorganisches Praktikum (mit Clören, Fischer, Scheen, Hallmann und Weise); Elektroanalytisches und elektrochemisches Praktikum (mit Fischer). — **Rau:** Chemische Technologie II, 2, IV, 2; Entwerfen von chemischen Apparaten und Fabrikanlagen, 4; Chemisch-technisches Praktikum (mit Lambris und Kron). — **Ruer:** Physikalische Chemie II, Übungen für Hüttenleute, 3, für Chemiker, 1 Vormittag, für Fortgeschrittene, tägl. außer Sonnabend; Ausgewählte Kapitel der physikalischen Chemie, 1. — **v. Kapff:** Chemische Technologie der Gespinstfasern: Färberei, Bleicherei usw., 2, Übungen, 4. — **Fischer:** Maßanalyse, 1; Ausgewählte Kapitel der Elektrochemie, 1. —

Blumenthal: Höhere Mathematik I, 6, Übungen, 2; Ausgewählte Kapitel der Mathematik: Praxis der Differentialgleichungen, 2 g. — **Kutta:** Höhere Mathematik III, 3; Elemente der Differential- und Integralrechnung, 5, Übungen, 1. — **Kötter:** Darstellende Geometrie, 4, Zeichnen, 4; Elemente der darstellenden Geometrie, 2, Zeichnen, 2.

— **Reißner**: Mechanik I, 4, Übungen, 1, II, 3, Übungen, 1; Flugtechnische Aerodynamik, 3. — **Gast**: Praktische Geometrie I, 3, II, 2; Geodätisches Praktikum I, 2; Planzeichnen und Geodätisches Praktikum II, 4; Geographische Ortsbestimmung, 2; Eisenbahntrassieren, 2. — **Haußmann**: Markscheiden und Feldmessen II, 3, Übungen, 1 Tag; Ausgleichungsrechnung, 1, Übungen, 2. — **Wandhoff**: Markscheiderische Zeichen- und Rechenübungen, 2. —

Universität Basel.

Hagenbach: Experimentalphysik I, 6; Physikalisches Praktikum für Vorgerücktere, tägl., für Anfänger (mit Veillon und Zickendraht), 8; Demonstrationen für Lehramtskandidaten, 1; Physikalisches Kolloquium, 14tägig, 2 *g*. — **VonderMühll**: Einleitung in die mathematische Physik, 5 (1 *g*), Übungen, 2 *g*; Ein Kapitel der mathematischen Physik, 4; Mathematisch-physikalische Übungen, 2 *g*. — **Veillon**: Handfertigkeitspraktikum (mit Zickendraht), 2. — **Flatt**: Pädagogisches Seminar, mathematisch-naturwissenschaftliche Abteilung II, 2. — **Zickendraht**: Magnetismus (theoretisch), 1. —

Rupe: Chemisches Vollpraktikum, tägl.; Chemie der Benzolderivate, 3; Chemisches Kränzchen (mit Fichter), 1 *g*. — **Fichter**: Anorganische Experimentalchemie, 6; Analytisches Halbpraktikum für Anfänger, 9; Chemisches Vollpraktikum: Anorganische und elektrochemische Übungen und Arbeiten, tägl. — **Kreis**: Chemie der Nahrungs- und Genußmittel I, 2. Übungen in der Untersuchung von Lebensmitteln, 4; Arbeiten im Laboratorium für angewandte Chemie, tägl. —

Fueter: Differential- und Integralrechnung II, 4, Übungen zur Integralrechnung, 1 *g*; Partielle Differentialgleichungen, 4, Seminar (mit Spieß), 1 *g*. — **Riggenbach**: Ausgewählte Abschnitte der sphärischen Astronomie, 2. — **Spieß**: Analytische Geometrie der Ebene und des Raumes, 5. —

Universität Berlin.

Rubens: Experimentalphysik I: Mechanik, Akustik, Wärmelehre, 5, Mathematische Ergänzung, 1 *g*; Physikalisches Kolloquium, $1^1/_2$ *g*; Arbeiten im physikalischen Laboratorium für Geübtere (mit Wehnelt), tägl. — **Planck**: Theoretische Optik, 4, Übungen, 1 *g*. — **Wehnelt**: Physikalisches Praktikum für Anfänger I und II (mit Blasius), 7, für Pharmazeuten, 3, Mathematische Ergänzungen, 1 *g*. — **Warburg**: Ausgewählte Kapitel aus der theoretischen Physik, 2. — **Blasius**: Medizinerkurs, $3^1/_2$; Übungen, 1 *g*. — **Neesen**: Atmosphärische Elektrizität, Gewitter und Blitzableiter, 1 *g*. — **E. Meyer**: Technische Physik der Verbrennungskraftmaschinen, 2. — **Krigar-Menzel**: Theorie der Elastizität und Hydrodynamik, 4. — **F. Martens**: Elektrische und magnetische Demonstrationsversuche, 2 *g*. — **Weinstein**: Theorie der Wärmeverbreitung, 3; Naturgesetze, 1 *g*. — **Börnstein**: Experimentalphysik II, 5; Physikalische Unterrichtsübungen, 4; Physikalische Arbeiten, tägl. — **Fock**: Atom- und Elektronentheorie, 1; Ausgewählte Kapitel der Kristallographie, 1 *g*. — **Gehrcke**: Elemente der höheren Mathematik, $1^1/_2$. — **Grüneisen**: Eigenschaften der Wechselströme, 2. — **Kiebitz**: Elektrische Schwingungen, 1. — **O. Hahn**: Radioaktive Probleme, 1. — **Henning**: Thermodynamische Temperaturskala und Temperaturmessung, 2. — **v. Baeyer**: Neuere Arbeiten aus der Physik, 1. — **Regener**: Gasentladungen (experimentell), $1^1/_2$. — **Reichenheim**: Physik der Sonne, mit Experimenten, 1. — **Hellmann**: Theorie und Gebrauch der meteorologischen Instrumente, 2; Meteorologisches Kolloquium für Vorgeschrittene, 1 *g*; Anleitung zu meteorologischen Arbeiten (Übungen), 20 *g*. — **Schmidt**: Geophysikalische Anwendungen oszillierender Funktionen, 2; Geophysikalisches Kolloquium, $1^1/_2$ *g*. — **Leß**: Einführung in die Klimatologie, 1; Über die jeweiligen Witterungsvorgänge, 1 *g*. — **Scheffer**: Angewandte wissenschaftliche Photographie, 1. —

Fischer: Praktische Arbeiten im chemischen Laboratorium (mit Gabriel, Pschorr, Diels, Leuchs und Stähler), tägl., Kursus für Mediziner, 6. — **Nernst**: Anorganische Chemie, 5; Kinetische und thermodynamische Theorien chemischer Prozesse, 1 *g*; Physikochemisches Kolloquium, 1 *g*; Praktische Übungen und Arbeiten im physikalisch-chemischen Laboratorium: a) anorganisch-chemisches Praktikum (mit Marckwald), tägl., b) physiko-chemische Übungen, 7, c) physiko-chemische Arbeiten (mit v. Wartenberg), tägl. — **Wichelhaus**: Technologie für Chemiker, mit Experimenten und Exkursionen, 4; Übungen für Anfänger und Geübtere, tägl.; Anleitung zu chemisch-technischen Untersuchungen: Methoden der chemischen Technik, tägl. — **Liebermann**: Organische Chemie II, 5; Praktische Übungen im Laboratorium, tägl. — **Thoms**: Pharmazeutische Chemie, organischer Teil, 4; Chemisch-analytische Übungen im Pharmazeutischen Institut, tägl. — **Biedermann**: Sprengstoffe, 2; Künstliche Farbstoffe, 2. — **Gabriel**: Organische Experimentalchemie, 5. — **Pschorr**: Alkaloide, 1. — **Rosenheim**: Anorganisch-chemisches Praktikum (mit R. J. Meyer), tägl.; Übungen in der Experimentalchemie (mit R. J. Meyer), 8; Praktische Übungen in der Gas- und Maßanalyse, 4. — **Traube**: Quantitative chemische Analyse, 1. — **v. Buchka**: Geschichte der Chemie, 2; Chemie der Nahrungsmittel, Genußmittel und Gebrauchsgegenstände, 4. — **Jacobson**: Besprechung chemischer Tagesfragen, 1. — **Emmerling**: Gärungschemie, 1. — **R. J. Meyer**: Beziehungen zwischen physikalischen Eigenschaften und chemischer Zusammensetzung, 1 *g*. — **Spiegel**: Chemische Konstitution und physiologische Wirkung, 1. — **Neuberg**: Anleitung zu wissenschaftlichen Arbeiten auf dem Gebiete der Biochemie, tägl.; Anleitung zur Darstellung organisch-chemischer Präparate (organisch-chemisches Praktikum), tägl.; Tier- und pflanzenchemische Übungen, 6. — **Sachs**: Chemie der Farbstoffe, 1 *g*. — **Koppel**: Anorganische Isomerie, 1 *g*. — **Diels**: Die wichtigsten Arbeitsmethoden der organischen Chemie, 1. — **Meisenheimer**: Organische Experimentalchemie, 3, Ergänzungen, 2; Theorie der Gärung, mit Experimenten, 1; Anorganisch- und organisch-chemisches Praktikum, tägl. — **Byk**: Kinetische Gastheorie und ihre Stellung innerhalb der Physik, 1. — **Großmann**: Besprechung chemisch-technischer und wirtschaftlicher Tagesfragen, 1; Technische Exkursionen und Besichtigung von Fabrikanlagen, 2, Erläuterungen, 1 *g*. — **Löb**: Elektrochemie I, 1; Physikalische Biochemie I, 1; Physiologisch-chemisches Laboratorium, tägl. — **Köthner**: Experimentierkunst des Theophrastus Paracelsus, 1. — **Mannich**: Qualitative chemische Analyse, unter Berücksichtigung der Methoden des Arzneibuchs, 1; Quantitative chemische Analyse unter Berücksichtigung der Methoden des Arzneibuchs, 1. — **v. Wartenberg**: Physikalisch-chemische Rechenübungen, 1 *g*. — **Stähler**: Spezielle anorganische Chemie mit Experimenten, 3. — **Houben**: Chemische Entdeckungen und ihre Geschichte, 1. — **Weigert**: Theoretische Grundlagen chemisch-technischer Prozesse, 1. — **Lockemann**: Die Theorien der modernen Chemie, 1. — **Lenz**: Untersuchung von Nahrungs- und Genußmitteln, $1^1/_2$; Mikrochemische Analyse (Übungen), 2. — **Leuchs**: Chemie der Kohlenhydrate, 1. — **Eucken**: Die Wahrscheinlichkeitstheorie in der Naturwissenschaft, 1. — **Pringsheim**: Chemie der Pflanzenstoffe, 1 *g*. —

Schwarz: Integralrechnung, 4, Übungen, 14tägig, 2 *g*; Variationsrechnung, 4; Ausgewählte Anwendungen der elliptischen Funktionen, 2 *g*; Mathematische Kolloquien für Vorgeschrittenere, 14tägig, 2 *g*; Mathematisches Seminar (mit Frobenius und Schottky), 2 *g*. — **Foerster**: Geschichte der mittelalterlichen Astronomie, 2 *g*; Grundlehren der astronomischen Meßkunst, 1 *g*; Zustände und Erscheinungen der obersten Regionen der Erdatmosphäre, 1 *g*. — **Helmert**: Schwerkraft und Erdgestalt, 1; Landesaufnahme, 1 *g*. — **Frobenius**: Theorie der algebraischen Gleichungen II, 4. — **Schottky**: Funktionentheorie II, 4; Krümmungstheorie der Kurven und Flächen, 4. — **Struve**: Praktische Astronomie, mit Übungen an den In-

strumenten, 3. — **Cohn**: Potentialtheorie: Figur und Rotation der Himmelskörper, 3; Neuere Theorien der Himmelsmechanik, 2; Übungen zur sphärischen Astronomie, 2 *g*. — **Lehmann-Filhés**: Differentialrechnung, 4, Übungen, 1 *g*; Störungen der Mond- und Planetenbewegung, 1 *g*. — **Hettner**: Einführung in die Determinantentheorie, 2. — **Knoblauch**: Theorie der krummen Flächen II, 4; Analytische Geometrie, 4; Theorie der Raumkurven II, 1 *g*. — **Scheiner**: Himmelsphotographie, 1; Kolloquium, 1 *g*. — **Marcuse**: Theorie und Handhabung geographisch-, nautisch- und aeronautisch-astronomischer Instrumente, mit Übungen und Demonstrationen, $1^1/_2$; Luftschiffahrt in allgemeiner Darstellung mit Lichtbildern, 1. — **Schur**: Gewöhnliche Differentialgleichungen, 4; Einleitung in die Funktionentheorie, 4. — **Kohlschütter**: Geographische Landmessung II, 1, Übungen, 1 Nachmittag *g*. — **Witt**: Dioptrik des Fernrohrs, 2; Einführung in das wissenschaftliche Rechnen, 2. —

Technische Hochschule Berlin.

Kurlbaum: Experimentalphysik, 4, für Architekten, 2; Physikalische Übungen, 8. — **F. Dolezalek**: Experimentalphysik, 4; Physikalische Übungen, 8; Physikalische Chemie, 2. — **Kalischer**: Die physikalischen Grundlagen der Elektrotechnik I, 2; Elektromagnetismus und Induktion mit besonderer Berücksichtigung der Elektrotechnik, 4; Grundzüge der Elektrochemie, 2. — **Krigar-Menzel**: Theorie des Lichts, 4; Theorie der Wärmeleitung und der Strahlung, 2. — **Grunmach**: Magnetische und elektrische Maßeinheiten und Meßmethoden, 2; Physikalische Maßbestimmungen und Meßinstrumente, Übungen, 10. — **Felgentraeger**: Maß- und Gewichtswesen II, 2; Die Meßinstrumente des Chemikers, 2. — **Glatzel**: Meßapparate und Meßmethoden der drahtlosen Telegraphie nebst Demonstrationen, 2. — **Groß**: Mechanische Wärmetheorie, 4; Ausgewählte Kapitel aus der mechanischen Wärmetheorie, 2; Einleitung in die Potentialtheorie, 2; Theorie des Galvanismus, 2; Gastheorien, 2; Grundzüge der Energetik, 2. — **Zehnder**: Angewandte Physik: Allgemeine Übersicht über technische Betriebe, mit Projektionen und Exkursion, 2; Physikalisches Praktikum mit besonderer Berücksichtigung der Telegraphentechnik, 3—6. — **Kaßner**: Luft, Luftdruck, Sonnenschein, Wind, Temperatur, Gewitter, 1. — **Slaby**: Elektromechanik I: Einführung in die Elektrotechnik, 4, II: Hochfrequenztechnik und Theorie der Wechselstrommotoren, 2, Übungen im Elektrotechnischen Laboratorium (mit W e d d i n g), 4 Tage. — **Strecker**: Elektrotelegraphie, 2. — **Franke**: Elektrische Schwachstromanlagen, 2, Übungen, 4; Das Bergwerks-, Feuer- und Unfallmeldewesen, 2. — **N. N.**: Elektromaschinenbau I und II, 4, Übungen, 8; Übungen im Elektrotechnischen Versuchsfelde, 4; Elektrische Kraftanlagen und Bahnen, 2, Übungen, 4. — **Wedding**: Übungen in Elektromechanik, 4; Elektrotechnische Meßkunde, 2; Beleuchtungstechnik, 2; Enzyklopädische Elektrotechnik mit Experimenten, 2. — **Benischke**: Allgemeine Wechselstromtechnik, 4. — **Breslauer**: Berechnung und Prüfung elektrischer Maschinen nach den in der Praxis herrschenden Gepflogenheiten, 2. — **Gerstmeyer**: Prüfung elektrischer Maschinen und Apparate, 2. — **Kallmann**: Betriebstechnik für Elektrizitätswerke und Straßenbahnen, 1; Elektrische Einrichtungen moderner Zentralen und Leitungsnetze, 1. — **Zehme**: Elektrische Stadtschnellbahnen und Vorortsbahnen, 2. — **E. Meyer**: Mechanik I, 4, Übungen und Festigkeitslaboratorium, 3; Technische Physik der Verbrennungskraftmaschinen, 2. — **W. Hartmann**: Kinematische Geometrie und theoretische Kinematik, 2; Maschinengetriebe: Anwendungen der Kinematik, 2. — **Leist**: Technik der Kälteerzeugung, 4; Mechanik I, 4, Übungen, 2, II, 4, Übungen, 2. — **v. Parseval**: Aeronautische Triebwerke, 1. —

Hofmann: Experimentalchemie II, 4; Abriß der Experimentalchemie, 2; Analytische Chemie: Qualitative Analyse, 1; Praktische Arbeiten im anorganischen Laboratorium, tägl. — **Liebermann**: Organische Chemie II: Aromatische Reihe, zyklische Verbindungen, Farbstoffe, Alkaloide usw., 5; Praktische Arbeiten im organischen Laboratorium, tägl. — **Fischer**: Praktische Arbeiten im elektrochemischen Laboratorium, tägl.; Angewandte Elektrochemie: Elektrometallurgie, Galvanoplastik und Galvanostegie, quantitative Analyse durch Elektrolyse, 4. — **Miethe**: Spektralanalyse, mit Übungen, 2; Photochemie und photomechanische Prozesse, 2; Konstruktionstypen photographisch-optischer Instrumente, 1; Praktische Arbeiten im photochemischen Laboratorium für Photochemie, tägl.; Photographische Übungen in den gebräuchlichen Prozessen, 16. — **v. Buchka**: Chemie der Nahrungsmittel mit Berücksichtigung der Nahrungsmittelanalyse und Bakteriologie, 4; Geschichte der Chemie, 2. — **Holde**: Untersuchung der Kohlenwasserstofföle und verwandter Produkte: Schmieröle, Treiböle, Leuchtöle, Paraffin, Zeresin, Asphalt usw., 2. — **Traube**: Thermochemie, 2; Physikalisch-chemische Übungen, 3; Radioaktivität und Elektronentheorie, 1. — **Witt**: Chemische Technologie I, 4; Glas, Keramik, Apparatenkunde, 4; Praktische Arbeiten im technisch-chemischen Institut, tägl. — **Arndt**: Einführung in die physikalische Chemie, 2; Technische Anwendungen der physikalischen Chemie, 1. — **Binz**: Veredlung der Textilfasern I, 1. — **Byk**: Chemie der photographischen Prozesse, 1. — **Guertler**: Die heterogenen Gleichgewichte, 2. — **Hauser**: Einführung in die mathematische Behandlung chemischer Probleme, 2; Kolloquium über anorganische und analytische Chemie, für Anfänger, 2. — **Hilpert**: Kolloquium über physikalisch-chemische Fragen aus der Hüttenkunde, 1. — **Hinrichsen**: Chemische Atomistik, Einführung in die theoretischen Grundanschauungen der modernen Naturwissenschaft, 1 *g*. — **Jurisch**: Übungen im Entwerfen von chemischen Anlagen, 4; Luftrecht, 1. — **Lehmann**: Über Farbenphotographie, 1. — **Simonis**: Repetitorium der organischen Chemie, 2; Qualitative und quantitative Analyse organischer Verbindungen, 1. — **Stavenhagen**: Einführung in die Experimentalchemie, 2. — **Ullmann**: Ausgewählte Kapitel aus der Farbenindustrie, 1. — **Voswinckel**: Terpene und Kampfer, 1. — **Wolffenstein**: Die neueren Arzneimittel und ihre Fabrikation, 2. —

Dziobek: Höhere Mathematik: Differential- und Integralrechnung, Analytische Geometrie, 6, Übungen, 2. — **Haentzschel**: Elemente der Mechanik, 4. — **Hettner**: Höhere Mathematik: Differential- und Integralrechnung, Analytische Geometrie, 6, Übungen, 2; Differentialgleichungen, 2. — **Jolles**: Darstellende Geometrie II, 4, Übungen, 4. — **Lampe**: Höhere Mathematik: Differential- und Integralrechnung, Analytische Geometrie, 6, Übungen, 2; Bestimmte Integrale und Differentialgleichungen, 2. — **Scheffers**: Darstellende Geometrie II, 5, Übungen, 5. — **Wallenberg**: Niedere Analysis und Algebra, 2; Variationsrechnung, 2; Funktionentheorie II, 2; Repetitorium der höheren Mathematik: Differential- und Integralrechnung, sowie analytische Geometrie I, 2. — **Fuchs**: Elliptische Funktionen, 2. — **Lichtenstein**: Fouriersche Reihen mit Anwendung auf die mathematische Physik, 2. — **Salkowski**: Darstellende Geometrie I, 5, Übungen, 5. — **Werner**: Niedere Geodäsie, 4 und 2; Geodätisches Praktikum II, 2; Praktische Übungen im Feldmessen, 4; Planzeichnen, Übungen, 2; Höhere Geodäsie, 2. —

Universität Bern.

Forster: Experimentalphysik I: Allgemeine Physik, Akustik, Optik, 6; Wärmelehre (Schluß), 1 *g*; Repetitorium der Physik, 2; Physikalisches Praktikum, für Anfänger, 4, für Vorgeschrittene, nach Verabredung; Theoretisch-praktischer Kurs der Photographie, 2. — **Gruner**: Ausgewählte Kapitel aus der kinetischen Gastheorie, 1; Analytische Mechanik, 3, Übungen, 1; Theorie der Strahlung, 2. — **Blattner**: Elektrische Bahnen, 1; Grundzüge der Elektrotechnik, 1. — **Luterbacher**: Mechanik II: Flüssigkeiten und Gase, 2; Elemente der Meteorologie, 1. —

Kohlschütter: Anorganisch-chemisches Praktikum, tägl.; Spezielle Chemie und Elektrochemie der Schwermetalle und Nichtmetalle, 4; Analytisch-chemisches Praktikum für Mediziner, 8; Praktikum für Gasanalyse (mit Ephraim), 3. — **Tambor**: Organische Chemie, 6, Repetitorium, 1; Organisches Praktikum, tägl.; Einführung in die Chemie der organischen Farbstoffe, 2; Repetitorium der Chemie der karbo- und heterozyklischen Verbindungen, 1. — **Lampe**: Neuere Arbeiten aus dem Gebiete der organischen Chemie, 1. — **Mai**: Repetitorium der anorganischen Chemie, 1. — **Ephraim**: Analytische Chemie, 3; Repetitorium der anorganischen Chemie, 2. — **Woker**: Physikalisch-chemische Biologie, 2—3; Kolloquium über Probleme der physikalisch-chemischen Biologie, 1; Die für die Biologie wichtigen Kapitel aus dem Gebiete der Katalyse, 1; Die Fermente, 1. — **Schaffer**: Chemie der Nahrungs- und Genußmittel I, 2; Technologie der Lebensmittelgewerbe, nach Verabredung. —

Graf: Kugelfunktionen II, mit Repetitorium, 3; Besselsche Funktionen II, mit Repetitorium, 3; Integralrechnung, mit Repetitorium, 3; Differentialgleichungen, 2; Funktionentheorie, 2; Renten- und Versicherungsrechnung, 2; Mathematisches Seminar (mit Huber), $1^1/_2$. — **Ott**: Algebraische Analysis I, 2; Differentialrechnung, 2; Analytische Geometrie der Ebene I, 2; Goniometrie und ebene Trigonometrie, 2; Mathematische Übungen, 1. — **Huber**: Sphärische Astronomie II, 2; Analytische Geometrie des Raumes mit Theorie der Flächen zweiten Grades, 3; Theorie der Enveloppen und Brennlinien, 2. — **Mauderli**: Orientierung am Himmelsgewölbe nach Sternbildern und Sternkoordinaten, 1, Übungen, 1 Abend. — **Benteli**: Elemente der darstellenden Geometrie, 4; Praktische Geometrie, Übungen auf dem Terrain, 3. — **Crelier**: Synthetische Geometrie I, 2; Zentralprojektion, 2; Nichteuklidische Geometrie (Fortsetzung), 1—2. — **Moser**: Versicherungsmathematik: Das Gesetz der mittleren Krankheitsdauer in der Theorie der Krankenversicherung und sein Zusammenhang mit Besselschen Funktionen, nach Verabredung; Mathematisch-versicherungswissenschaftliches Seminar, 1—2. — **Bohren**: Wahrscheinlichkeitsrechnung mit Anwendungen, 2—3. —

Universität Bonn.

Kayser: Experimentalphysik II: Magnetismus, Elektrizität, Optik, 5; Laboratorium für Anfänger (mit Eversheim), 8, für Vorgeschrittene, tägl.; Physikalisches Kolloquium, 2 *g*. — **Eversheim**: Die elektrischen Meßinstrumente, 1; Die Anwendung der Elektrizität bei spektroskopischen Arbeiten, 1; Grundzüge der Elektrotechnik, 1 *g*. — **Pflüger**: Theorie des Lichtes, 4, Übungen, 1 *g*. — **Bucherer**: Einführung in die mathematische Physik, 2 *g*. — **Grebe**: Mechanische Wärmetheorie, 2; Luftschiffahrt, 1 *g*. — **Bernoulli**: Fouriersche Reihen mit Anwendungen auf physikalische Probleme, 1. —

Anschütz: Experimentalchemie I: Anorganische Chemie, 6; Kolloquium über neuere Arbeiten auf dem Gebiete der Chemie, 1; Chemisches Praktikum für Anfänger und Vorgeschrittene, sowie für Nahrungsmittelchemiker (mit Rimbach, Frerichs und Kippenberger), tägl., für Mediziner (mit Rimbach), tägl. außer Sonnabend. — **Rimbach**: Physikalische Chemie II: Thermochemie und Elektrochemie, 2; Hauptanwendungen der Thermodynamik in der Chemie, 1 *g*; Analytische Chemie II: Maß-, Gas- und Elektroanalyse, 2; Übungen in physikalisch-chemischen Meßmethoden, 3 *g*; Gasanalytische Übungen (mit Gewecke), 3 *g*. — **Frerichs**: Pharmazeutische Chemie II (organisch), 3, III: Zyklische Verbindungen, 1; Arzneimittelprüfung, 1; Übungen im Sterilisieren von Arzneimitteln, 1. — **Kippenberger**: Grundzüge der Nahrungsmittelchemie, 2; Chemische Technologie, organischer Teil, ausschließlich der Farbstoffchemie, mit Exkursionen, 2; Besprechung technisch-chemischer Betriebskontrollen, 1 *g*; Einführung in die chemische Großtechnik II: Organisch-chemische Betriebe, mit Exkursionen, 1. — **Laar**: Wissenschaftliche Grundlagen der photographischen Verfahren, 1; Photographische Chemie II: Organische Verbindungen, 1; Wissenschaftlich-photographisches Praktikum, tägl. — **Mannheim**: Chemie der Drogen und Pflanzenstoffe, 2; Übungen in Wasser- und Harnanalyse, tägl. — **Meerwein**: Aromatische Verbindungen oder Benzolderivate, 3. — **Gewecke**: Polarimetrie und Refraktometrie und ihre Anwendungen in der Chemie, mit Übungen, 1; Übungen in Unterrichtsversuchen, 2. —

Study: Einleitung in die Differentialgeometrie, 4; Mathematisches Seminar: Oberstufe (mit London), 14tägig, 2 *g*. — **London**: Elemente der Differential- und Integralrechnung, 4, Übungen, 1 *g*; Axonometrie und Perspektive mit Zeichenübungen, 2. — **Hausdorff**: Theorie der Differentialgleichungen, 4; Behandlung einfacher Aufgaben für mittlere Semester (mit J. O. Müller und Blaschke). — **C. Müller**: Einführung in die Geodäsie mit Übungen, 2 *g*. — **J. O. Müller**: Variationsrechnung, 3. — **Blaschke**: Algebraische Gleichungen: Galoissche Theorie, 4, Übungen (mit J. O. Müller), 2. — **Küstner**: Theorie der Bahnbestimmung der Planeten und Kometen II, 3; Astronomisches Kolloquium für Vorgeschrittene, 1 *g*; Praktische Übungen im astronomischen Beobachten (mit Mönnichmeyer), tägl. — **Mönnichmeyer**: Himmelsmechanik I, 2 *g*. —

Technische Hochschule Braunschweig.

Diesselhorst: Experimentalphysik: Mechanik, Akustik, Optik, 4; Thermodynamik, 2, Übungen, 1; Physikalisches Praktikum I und II (mit Rau); Physikalisches Kolloquium, 14tägig, 2 *g*. — **Rau**: Entladung der Elektrizität durch Gase, 1; Theorie der Wechselströme, 1. — **Bergwitz**: Atmosphärische Elektrizität, 1. — **Peukert**: Elektrotechnik, 4; Elektromotoren, 2; Grundzüge der Elektrochemie, 2; Blitzableiter und elektrische Sprengmethoden, 2; Elektrotechnisches Praktikum (mit Koch), 6; Arbeiten im elektrotechnischen Laboratorium (mit Koch), für Fortgeschrittenere. — **Brünig**: Elektrotechnische Konstruktionen, 2, Übungen, 2. — **Mosler**: Telegraphie und Telephonie, 2; Die elektrische Ausrüstung der Hebezeuge, 1; Drahtlose Telegraphie, 2; Einführung in die Automobiltechnik, 1. — **Limmer**: Photographische und farbenphotographische Übungen, 4; Einführung in die allgemeine Photographie, 2 *g*; Farbenphotographie, 1. —

Meyer: Organische Experimentalchemie, 6; Chemische Technologie der Faserstoffe, 1; Arbeiten im chemischen Laboratorium (mit Biehringer und Posner); Chemisches Kolloquium (mit Baur), *g*. — **Biehringer**: Analytische Chemie, 2; Chemisch-technische Rechnungen, 1; Heizstoffe und Kesselspeisewasser, 2, Übungen, 1. — **Baur**: Elektrochemie, 2; Chemische Technologie I, 4; Arbeiten im Laboratorium für physikalische Chemie und Elektrochemie (mit Sichling). — **Reinke**: Chemische Technologie II 2, 4; Chemisch-technische Analyse II, 2; Enzyme, 2; Arbeiten im Laboratorium für chemische Technologie II und landwirtschaftlich-chemische Gewerbe (mit Rinckleben), Seminaristische Übungen, monatlich 2 *g*. — **Beckurts**: Abwässerreinigung, 1; Wasser- und Harnuntersuchung, 1; Pharmazeutische Chemie, 4; Arbeiten im Laboratorium für pharmazeutische Chemie und Nahrungsmittelchemie und in der Nahrungsmitteluntersuchungsstelle (mit Troeger, Peters, Frerichs und Emde). — **Troeger**: Analytische Chemie, 2; Repetitorium der anorganischen und organischen Chemie, 2; Gasanalyse, 1, Praktische Übungen. — **Emde**: Ausgewählte Kapitel aus der organischen Chemie mit besonderer Berücksichtigung der stickstoffhaltigen Verbindungen, 1. —

Fricke: Analytische Geometrie und Algebra, 2; Differential- und Integralrechnung I, 4, Übungen, 2; Einleitung in die Funktionentheorie, 2; Einleitung in die Theorie der elliptischen Funktionen, 2. — **Timerding**: Darstellende Geometrie, 4, Übungen, 6; Algebra, 2; Geometrie der Bewegung, 2. — **Wernicke**: Statik starrer und elastisch-fester Körper, 4, Übungen, 2. — **Schlink**: Technische Mechanik I: Statik, 6, Übungen und Repetitorium, 3, III: Hydraulik, 4, Übungen und Repetitorium, 2; Ausgewählte Kapitel aus der Theorie des Brückenbaues,

1. — **Näbauer**: Geodäsie II, 3, Übungen, 1; Grundzüge der sphärischen Astronomie: Direkte astronomische Bestimmung der geographischen Koordinaten und des Azimuts, 2, Übungen, 2; Vermessungsübungen I (mit Biersack), 5, II, 9; Planzeichnen (mit Biersack), Übungen, 2. —

Universität Breslau.

Lummer: Experimentalphysik I: Mechanik, Akustik, Wärme, 5; Physikalisches Praktikum für Geübtere (mit Pringsheim und Schaefer), tägl., für Anfänger (mit Schaefer und Waetzmann), 3 oder 6, für Pharmazeuten (mit Ladenburg), 3; Physikalisches Kolloquium (mit Pringsheim und Schaefer), 2 *g*. — **Pringsheim**: Theoretische Physik VI: Kinetische Theorie der Materie und der Elektrizität, 4; Übungen des mathematisch-physikalischen Seminars, 14tägig, 2 *g*. — **Schaefer**: Theorie der Elektrizität und des Magnetismus, 4. — **Waetzmann**: Einführung in die theoretische Physik II, 2. — **Ladenburg**: Elektromagnetische Wellen und drahtlose Telegraphie, mit Experimenten, 1½. — **von dem Borne**: Grundriß der Witterungskunde, unter besonderer Berücksichtigung wirtschaftlicher und hygienischer Gesichtspunkte, 1 *g*; Physik der Erdfeste: Geophysik, 2; Geophysikalische Übungen und Besprechungen, *g*. — **Riesenfeld**: Photographisches Praktikum, 2; Die Photographie und ihre Technik, 1 *g*. —

N. N.: Allgemeine Experimentalchemie I: Unorganische Chemie, 6; Chemisches Kolloquium (mit Braun), 14tägig, 2 *g*; Praktische Übungen und Arbeiten im chemischen Institute, analytische Abteilung (mit Braun), ganz- oder halbtägig, organische Abteilung, ganztägig; Chemische Kurse für Mediziner und Landwirte, 4. — **Gadamer**: Anorganische Experimentalchemie, mit besonderer Berücksichtigung der Pharmazie, 6; Prüfung der Arzneimittel, 1 *g*; Praktisch-chemische Übungen, mit besonderer Berücksichtigung der Pharmazie, der forensischen Chemie und der Nahrungsmittelchemie, tägl.; Kleines chemisches Praktikum, 6. — **Ehrlich**: Landwirtschaftliche Technologie II: Die Gärungsindustrien, mit Exkursionen, 2; Die Enzyme und ihre Bedeutung für das Pflanzen- und Tierleben, 1 *g*; Die Verteilung der Milch (Molkerei usw.), 1; Chemische, biochemische und technische Arbeiten im landwirtschaftlich-technologischen Institut, für Anfänger und Fortgeschrittene, tägl. außer Sonnabend; Praktische Übungen und Untersuchungen auf dem Gebiete der Zucker-, Brennerei- und Brauereitechnik, 4. — **Braun**: Analytische Chemie II, 1; Chemische Tagesfragen, 1; Besprechung der analytischen Arbeiten, für Anfänger, 1 *g*, für Vorgeschrittene, 1 *g*. — **Herz**: Einführung in die physikalische Chemie, 2; Die physikalisch-chemischen Grundlagen der analytischen Chemie, 2; Grundlagen der Maßanalyse, 1; Anwendungen der Maßanalyse, mit besonderer Berücksichtigung des Deutschen Arzneibuches, 1; Besprechungen zur qualitativen Analyse, 1 *g*. — **Meyer**: Physikalische Chemie I, 2; Thermochemie und Thermodynamik, 1; Physikalisch-chemisches Kolloquium (mit Sackur), 1 *g*. — **Sackur**: Die Beziehungen zwischen chemischer Konstitution und physikalischen Eigenschaften, 2; Einführung in die Chemie, 2; Physikalisch-chemisches Praktikum, 3. — **Fischer**: Die Adsorption, 1. — **Gaebel**: Übungen im stöchiometrischen Rechnen für Anfänger, 1; Ausgewählte Kapitel aus der Chemie der Nahrungsmittel, 2. — **Langheld**: Synthetische Methoden der organischen Chemie, 2. —

Sturm: Geometrische Verwandtschaften I, 4; Polyeder, 1; Übungen des mathematisch-physikalischen Seminars, 2 *g*. — **Kneser**: Funktionentheorie, 3; Fouriersche Reihen und Differentialgleichungen der Physik, 3; Übungen des mathematisch-physikalischen Seminars über Fouriersche Reihen, 2 *g*. — **N. N.**: Vorlesungen aus dem Gebiete der Mathematik. — **Franz**: Sphärische Astronomie, 4; Grundlagen der astronomischen Ortsbestimmung, 1 *g*; Großes astronomisches Praktikum, tägl.; Kleines astronomisches Praktikum, 2. — **Schnee**: Differential- und Integralrechnung, 4, Übungen zur Differentialrechnung, 2; Ausgewählte Kapitel der Zahlentheorie, 2. —

Technische Hochschule Breslau.

Lummer: Experimentalphysik: Mechanik, Akustik, Wärme, 5; Physikalisches Praktikum, 3. — **von dem Borne**: Die wissenschaftlichen Grundlagen der Luftschifffahrt: Theorie der Flugzeuge, 2; Aeronautische und meteorologische Übungen, 2; Grundzüge der Meteorologie, 1; Physik der Erdfeste, 2. — **Hilpert**: Elektrotechnik I und II, 4; Elektromaschinenbau II, 2; Apparatebau, 2; Übungen im Elektromaschinenbau und Apparatebau, 4; Elektrotechnisches Laboratorium I, 4, II, 6, III, 8. — **Euler**: Elektrotechnische Meßkunde, 2; Elektrische Kraftanlagen, 2, Übungen, 4. — **N.N.**: Telephonie, 2. —

Schenck: Physikalische Chemie I und II, 2; Anorganische Technologie I und II, 2; Physikalisch-chemisches Praktikum für Fortgeschrittenere, tägl.; Übungen in physikalischer Chemie und Elektrochemie, 4; Chemisches Kolloquium (mit Semmler und Stock), 14tägig, 2 *g*. — **Semmler**: Großes organisch-chemisches Praktikum, tägl.; Kleines organisch-chemisches Praktikum, 10; Organische Experimentalchemie, 4; Abriß der organischen Chemie, 2. — **Stock**: Anorganisch-chemisches Praktikum, ganz- oder halbtägig, tägl.; Analytische Chemie, 3. — **Nauß**: Einführung in die Gastechnik, 1. —

Carathéodory: Höhere Mathematik II, 4, Übungen, 2; Höhere Mathematik für Chemiker und Hüttenleute, 3, Übungen, 1; Ausgewählte mathematische Probleme der Technik, 4. — **Hessenberg**: Darstellende Geometrie, 2, Übungen, 4; Graphische Statik, 2, Übungen, 2. — **Steinitz**: Höhere Mathematik I, 4, Übungen, 4; Vektoranalysis, 2. —

Bergakademie Clausthal i/H.

Valentiner: Physik II, 5; Physikalisches Praktikum; Mechanische Wärmetheorie, 2. —

Biltz: Allgemeine Chemie II, 7; Elektrolytische Dissoziation, 1; Qualitative und quantitative chemische Analyse, Praktikum, tägl.; Maßanalyse, 3; Lötrohrprobieren II, 3. — **Mecklenburg**: Elektrolyse, mit Übungen, 3. — **N.N.**: Gasanalyse, mit Übungen, 3. —

Rothe: Höhere Mathematik (Integralrechnung) und Mechanik II, 7; Mathematisches Praktikum, 3 *g*; Abriß der Ausgleichungsrechnung, 2. —

Universität Czernowitz.

v. Geitler: Experimentalphysik II, 4½; Physikalisches Praktikum für Anfänger II, a) für Physiker und Mathematiker, 6, b) für Chemiker und Naturhistoriker, 3; Physikalische Übungen für Vorgeschrittene, 3; Anleitung zu wissenschaftlichen Arbeiten, tägl. *g*; Optik: Interferenz, Beugung, Doppelbrechung, 2 *g*. — **Radakovic**: Elektrizität und Magnetismus (Fortsetzung), 5; Seminar für mathematische Physik, 2 *g*; Proseminar für mathematische Physik, 2 *g*. — **Conrad**: Einleitung in die Meteorologie II, 4; Ausgewählte Kapitel aus der theoretischen Meteorologie II, 1. —

Pomeranz: Allgemeine Chemie II, 5; Pharmazeutische Chemie, 3; Chemische Übungen für Anfänger, tägl. außer Sonnabend; Praktische Übungen für Vorgeschrittene, tägl. —

Plemelj: Funktionentheorie, 5; Übungen im mathematischen Seminar, 2 *g*. — **Hahn**: Differential- und Integralrechnung II, 4, Übungen, 2 *g*; Theoretische Arithmetik (Fortsetzung), 2. —

Technische Hochschule Danzig.

Zenneck: Experimentalphysik II: Magnetismus, Elektrizität, 4; Kleines physikalisches Praktikum, 4; Großes physikalisches Praktikum, tägl. — **Kalähne**: Einführung in das physikalische Praktikum: Mechanik, Akustik, Wärmelehre, 1; Theoretische Ergänzungen zur Experimentalphysik, 1; Photographie und photographische Reproduktionsverfahren, 1, Übungen, 3; Arbeiten im photographischen Laboratorium, für Fortgeschrittene, 3. — **Straßer**: Spektroskopie, 1. — **Roeßler**: Elektrotechnik I, 4, Laboratorium

I, 4, II, 2, Laboratorium II und III, 9; Projektierung elektrischer Anlagen, Übungen, 4; Berechnung und Entwurf elektrischer Maschinen (mit Roth), 1, Übungen, 4. — **Roth**: Elektrotechnische Meßkunde, 2. — **Grix**: Elektrische Bahnen, 2, Übungen, 4; Berechnung elektrischer Leitungsnetze, 2. — **Wex**: Post und Telegraphenamt, 1. —

Ruff: Anorganisch-chemische Technologie I, 3, III: Technische Elektrochemie, 1; Chemisches Kolloquium, 2 *g*; Praktikum im anorganisch-chemischen Laboratorium, tägl.; Praktikum im elektrochemischen Laboratorium, tägl. — **Wohl**: Organisch-chemische Technologie I, 4, II, 4; Untersuchung von Heizstoffen und Gasanalyse, 3; Praktikum im organisch-chemischen Laboratorium, tägl.; Praktikum im Laboratorium für landwirtschaftliche Gewerbe, tägl. — **Krüger**: Physikalische Chemie II: Thermodynamik, Chemische Prozesse, Elektrochemie, Photochemie, 3; Kleines physikalisch-chemisches Praktikum II, 4; Großes physikalisch-chemisches Praktikum, tägl. — **Plato**: Qualitative chemische Analyse, 2. — **Jellinek**: Angewandte physikalische Chemie II: Anwendung der theoretischen Elektrochemie auf technische Prozesse (Elektrolytische Chlorindustrie, Akkumulatoren), sowie Grundzüge der Metallographie, 2. —

v. Mangoldt: Höhere Mathematik I, 6, Übungen, 1. — **Lorenz**: Einführung in die Mechanik, Übungen, 2; Ausgewählte Kapitel aus der Mechanik, 2 *g*. — **Schilling**: Darstellende Geometrie, 3, Übungen, 4; Graphische Statik, 2, Übungen, 3. — **Sommer**: Höhere Mathematik II, 2, Übungen, 1; Einführung in die höhere Mathematik, 5; Vektoranalysis, 1. — **v. Brunn**: Himmelsmechanik I, 2. — **Pröll**: Anleitung zur Behandlung mechanischer Aufgaben, 1, Übungen, 2; Theorie der Propeller für Luftfahrzeuge, 1 *g*; Kreiseltheorie und ihre Anwendungen, 1. — **Eggert**: Geodäsie I, 2, II, 2; Praktische Übungen im Feldmessen, 4; Geodätisches Praktikum I und II, 2; Geographische Ortsbestimmung, 2. —

Technische Hochschule Darmstadt.

Schering: Experimentalphysik: Magnetismus, Elektrostatik, Elektrische Ströme, 5; Physikalisches Praktikum (mit Zeißig), 4 Nachmittage; Selbständige Arbeiten aus dem Gebiete der Physik (mit Zeißig), nach Verabredung; Elektrische Schwingungen und elektrische Wellen, Maxwells Theorie der Elektrizität, 2. — **Zeißig**: Experimentalphysik: Magnetismus, Elektrostatik, Elektrische Ströme, 4, Repetitorium, 1. — **Meisel**: Theorie der optischen Instrumente II, 2; Populäre Astronomie, 2. — **N.N.**: Photographische Übungen mit einleitenden Vorträgen, 2; Einführung in die Elektronentheorie, 1 *g*. — **Wirtz**: Allgemeine Elektrotechnik I: Elemente der Elektrotechnik, 3; Elektrotechnische Meßkunde I: Meßinstrumente und Meßmethoden, 2; Grundzüge der Telegraphie und Telephonie, 2; Radiotelegraphisches Praktikum, 1/2 Tag. — **Kittler**: Allgemeine Elektrotechnik II: Gleich- und Wechselstromtechnik, Theoretischer Teil, 4, Übungen (mit Petersen), 2; Übungen im elektrotechnischen Laboratorium (mit Wirtz und Sengel), tägl.; Selbständige Arbeiten für Vorgeschrittenere, nach Verabredung. — **Sengel**: Konstruktion elektrischer Maschinen und Apparate, 3, Übungen, 3; Elektrische Licht- und Kraftanlagen, 2, Übungen, 2; Grundzüge der Elektrotechnik, 2. — **Petersen**: Ausgewählte Kapitel aus dem Gebiete der Gleichstrom- und Wechselstromtechnik, 1; Grundzüge der Hochspannungstechnik, 1. — **Goldschmidt**: Elektrischer Antrieb von Hebemaschinen und industrielle elektrische Betriebe, 2; Referate aus elektrotechnischen Fachblättern, Kolloquium, 1 *g*. —

Wöhler: Anorganische Experimentalchemie, spezieller Teil, 4; Theoretische Chemie I, 2; Chemisches Praktikum (mit Kolb, D'Ans und Schaeffer), tägl. außer Sonnabend. — **Finger**: Ausgewählte Kapitel aus der organischen Chemie, 2; Teerfarbstoffe, 4; Praktikum im Laboratorium für organische Chemie (mit Schwalbe), tägl. außer Sonnabend; Farbstoff- und Färbereipraktikum (mit Schwalbe), nach Verabredung. — **Kolb**: Elemente der Agrikulturchemie, 3; Analytische Chemie I, 2; Methoden der organischen Analyse, 1; Kolloquium über anorganische Chemie, 1. — **Schwalbe**: Chemische Technologie der Gespinstfasern: Bleicherei, Färberei, Zeugdruck, 1; Zwischenprodukte der Teerfarbenfabrikation, 1 *g*; Natürliche und künstliche Riechstoffe, 1 *g*; Synthese und Konstitutionsermittlung organischer Stoffe, 1 *g*; Organisch-chemisches Praktikum, nach Verabredung; Färberei-Praktikum, nach Verabredung. — **Heyl**: Pharmazeutische Chemie: Anorganischer Teil, 2, Organischer Teil, Repetitorium, 1; Ausmittelung der Gifte, 1; Pharmakognosie, 1, Übung, 1. — **Dieffenbach**: Elektrochemie, 2; Chemische Technologie, 2; Metallurgie, 2; Chemisches Praktikum für Elektrochemiker (mit Neumann und Moldenhauer), tägl. außer Sonnabend; Elektrochemisches Praktikum (mit Neumann und Moldenhauer), tägl. außer Sonnabend; Chemisch-technisches Praktikum (mit Neumann und Moldenhauer), tägl. außer Sonnabend. — **Neumann**: Ausgewählte Kapitel aus der technischen Elektrochemie, 1; Hüttenmännische Probierkunst, mit Übungen, 2. — **Moldenhauer**: Ausgewählte Kapitel aus der theoretischen Elektrochemie, 1 *g*; Elektrochemische Übungen, 3 *g*; Die Methoden der chemisch-technischen Analyse, 1. — **Vaubel**: Theoretische Chemie II, 2, Übungen, 3; Stöchiometrische Berechnungen, 1; Die maschinellen Hilfsmittel der chemischen Technik, $1^1/_2$; Photochemie, 1. — **D'Ans**: Ausgewählte Kapitel aus der allgemeinen Chemie, 2; Chemie der Mineralogie und Geologie, 1. — **Sonne**: Chemisch-technische Untersuchung von Explosivstoffen, 1. — **Weller**: Untersuchen von Nahrungsmitteln, Genußmitteln und Gebrauchsgegenständen, 8, Übungen, 1. —

Graefe: Repetitorium der Elementarmathematik, 3, Übungen, 2; Höhere Mathematik, 3, Übungen, 2; Ausgewählte Kapitel aus der höheren Mathematik, 2. — **Horn**: Höhere Mathematik I, einschließlich Elemente der höheren Algebra, 5, Übungen, 3; Ausgewählte Kapitel aus der Theorie der Differentialgleichungen, nebst Anwendungen, 3. — **Dingeldey**: Höhere Mathematik I, einschließlich Elemente der höheren Algebra, 6, Übungen, 3; Höhere Mathematik II, 2, Übungen, 1. — **Wiener**: Darstellende Geometrie I, 4, Übungen, 6; Kurvenkonstruktionen, 2–3; Arbeiten im mathematischen Institut (mit Gay), 3. — **Müller**: Darstellende Geometrie I, 4, Übungen, 6; Das Problem der genauen und der angenäherten Geradführung, 2. — **Hohenner**: Geodäsie, 4; Ausgewählte Kapitel aus der Geodäsie, 2; Geodätische Übungen I, 3 Nachmittage; Ausarbeitung der geodätischen Vermessungen A, 4. — **N.N.**: Katasterwesen, 1; Geodätische Übungen II, 4; Ausarbeitung der geodätischen Vermessungen B, 2. — **N.N.**: Geographische Orts- und Zeitbestimmung, 2, Übungen, 2. — **Gasser**: Aeronautik, 2; Katastertechnische Berechnungen, 1 *g*. — **Henneberg**: Technische Mechanik, 3, Übungen (mit Graefe), 2; Mechanik I, 6; Hydrodynamik, 1; Reine Kinematik, 2. — **Blaeß**: Ausgewählte Abschnitte aus der technischen Mechanik, 2. —

Technische Hochschule Dresden.

Hallwachs: Experimentalphysik II: Elektrizität II, Optik, 5; Physikalisches Praktikum (mit Toepler) I, 6 oder 3, II, einschließlich Laboratoriumstechnik, für Fortgeschrittene, 9; Praktikum für größere physikalische Arbeiten (mit Toepler), 20. — **Luther**: Photographische Optik, mit Übungen und Demonstrationen, 2; Photographisches Praktikum, für Anfänger und Vorgeschrittene, 4 und 8; Selbständige Arbeiten im wissenschaftlich-photographischen Institut, ganz- und halbtägig. — **Toepler**: Theoretische Physik I: Ausgewählte Abschnitte aus der Mechanik, 3. — **Dember**: Radioaktivität, 1. — **Görges**: Allgemeine Elektrotechnik I, 3; Theorie des Wechselstromes I, 4; Elektrotechnisches Praktikum für Anfänger, 4; Elektrotechnische Übungen für Geübtere, 8; Größere elektrotechnische Spezialarbeiten, 20. — **Kübler**: Elektromaschinenbau I, 2, III, 2; Elektrotechnische Konstruktionsübungen für Elektroingenieure, 12, für Maschinen- und Fabrikingenieure, 4. — **Barkhausen**: Telephonie und

Telegraphie, 2; Drahtlose Telegraphie und Telephonie, 1. —

Hempel: Experimentalchemie (anorganische), 6; Anorganisch-chemisches Praktikum: Qualitative Analyse, 12, Quantitative Analyse, technische Titriermethoden, Gasanalyse, tägl. außer Sonnabend. — **v. Meyer**: Organisch-technische Chemie, 3; Geschichte der Chemie, besonders der chemischen Technik seit Beginn des 19. Jahrhunderts, 1; Organisch-chemisches Praktikum, tägl. außer Sonnabend. — **Foerster**: Physikalische Chemie I, zugleich Einführung in die Elektrochemie, 3, II (Fortsetzung), 1 *g*; Elektrische Öfen, 2; Praktikum für Elektrochemie, 12; Praktikum für größere Arbeiten auf dem Gebiete der Elektrochemie und physikalischen Chemie, tägl. außer Sonnabend. — **Möhlau**: Chemie und chemische Technologie der organischen Farbstoffe, 5; Praktikum für Farbenchemie, 12; Praktikum für Farbenchemie bzw. Färbereitechnik, tägl. außer Sonnabend; Praktikum für größere Arbeiten auf dem Gebiete der Farbenchemie bzw. Färbereitechnik, tägl. außer Sonnabend. — **Renk**: Übungen im Untersuchen von Nahrungs- und Genußmitteln, tägl. außer Sonnabend; Praktikum für Nahrungsmittelchemiker, tägl. außer Sonnabend. — **Lottermoser**: Experimentalchemie der Kolloide, 1. — **v. Walther**: Chemie der heterozyklischen Verbindungen der Chemie des Piridins und Chinolins, 2. — **Dietz**: Die chemische Technologie der Mörtel und Zemente, 1; Die chemische Technologie des Glases, 1. — **König**: Arzneimittel der organischen Chemie, 2. — **Thiele**: Erzeugung von Licht, 1. —

Helm: Höhere Mathematik III, 3, Übungen (mit Naetsch), 1; Analytische Mechanik, 3, Übungen, 1; Versicherungstechnisches Seminar, 1 *g*, Übungen, 2. — **Krause**: Höhere Mathematik I, 5, Übungen, 2; Theorie der Differentialgleichungen, 4; Mathematisches Seminar, 1 *g*. — **Ludwig**: Darstellende Geometrie I, 3, Übungen, 4; Theorie der geometrischen Verwandtschaften, 3; Übungen über höhere Geometrie, 1 *g*. — **Naetsch**: Sphärische Trigonometrie, 2; Analytische Geometrie der Kegelschnitte, 3. — **Heger**: Raumakustik, 1. — **Pattenhausen**: Methode der kleinsten Quadrate, 2, Übungen, 1; Höhere Geodäsie I, 2, Übungen, 1; Sphärische Astronomie I, 2, Übungen, 1; Vorübungen zum Planzeichnen für Vermessungsingenieure (Schriftzeichnen), 2; Planzeichnen II, 2 und 4; Skizzieren geodätischer Instrumente, Übungen, 2; Triangulierungsübungen, 4; Geodätisches Praktikum I, 4, II, 4; Geodätisches Praktikum für Architekten, 4, für Feldmesser, 8; Größere Terrainaufnahmen, 2 Wochen. — **Hugershoff**: Katastervermessung I, 1, Übungen, 2. —

Universität Erlangen.

Wiedemann: Experimentalphysik II: Wärme, Akustik, Optik, 5; Physikalisches Praktikum für Anfänger, 2; Physikalisches Halbpraktikum, 20; Physikalisches Vollpraktikum, tägl. außer Sonnabend. — **Reiger**: Ausgewählte Kapitel aus der theoretischen Physik, 2; Thermodynamik, 2; Übungen zur theoretischen Physik, 1 *g*. —

Fischer: Organische Experimentalchemie, 5; Praktische Übungen im Chemischen Laboratorium (mit Busch) a) Analytisch-chemische Übungen, tägl. außer Sonnabend, b) Vollpraktikum, tägl. außer Sonnabend; Praktikum für Mediziner (mit Gutbier), 4. — **Paal**: Pharmazeutische Chemie: Anorganischer Teil, 3; Ausmittelung von Giften, 1; Ausgewählte Kapitel der physiologisch-chemischen Analyse, 1; Chemisches Praktikum, ganz- und halbtägig, tägl.; Pharmazeutisch-chemisches Praktikum I, 16, II, 20; Physiologisch-chemisches Praktikum: Harnanalyse usw., 3; Arbeiten auf dem Gebiete der Nahrungs- und Genußmittel, ganz- und halbtägig, tägl. — **Busch**: Qualitative und quantitative chemische Analyse II: Metalloide, 2; Technische Chemie: Organische Großindustrie, mit Exkursionen, 2. — **Henrich**: Ausgewählte Kapitel aus der organischen Chemie, 2; Darstellung organischer Präparate auf elektrochemischem Wege, 2; Anleitung zur Ausführung selbständiger wissenschaftlicher Untersuchungen, *g*. — **Gutbier**: Spezielle anorganische Chemie, mit besonderer Berücksichtigung der physikalischen Chemie, 2; Chemisches Seminar für Chemiker und Pharmazeuten, 2; Photographie, 1, Exkursionen, 1 Vormittag *g*. — **Jordis**: Physikalische Chemie II, 2; Elektrochemisches und physikalisch-chemisches Praktikum, für Anfänger, 4, für Fortgeschrittene, 20 und 40; Chemisches Seminar, 2. —

Gordan: Invarianten, 4. — **Noether**: Integralrechnung, 4; Mechanik II, 1; Algebraische Funktionen, 3; Synthetische Geometrie (durch Baldus), *g*; Mathematisch-Physikalisches Seminar, *g*. — **Schmidt**: Analytische Geometrie des Raumes, 4; Bestimmte Integrale, 4; Ausgewählte Kapitel der Elementarmathematik (durch Baldus), *g*; Mathematisch-Physikalisches Seminar, *g*. —

Physikalischer Verein und Akademie zu Frankfurt a. M.

Wachsmuth: Experimentalphysik: Wellenlehre und Schall, 1; Ausgewählte Kapitel der Wärmelehre, 1; Physikalisches Kolloquium, 14 tägig, $1^1/_2$; Physikalisches Vollpraktikum für Fortgeschrittene, tägl.; Physikalisches Praktikum für Anfänger, 8. — **Linke**: Ausgewählte Kapitel aus der Geophysik, 1; Geophysikalische Übungen, 2. — **Déguisne**: Die Wechselstrommaschine, 2; Elektrotechnisches Vollpraktikum für Fortgeschrittene, tägl.; Elektrotechnisches Praktikum für Anfänger, 8; Praktische Übungen in Hochfrequenz-Messungen, 2. — **Seddig**: Spektroskopie, 1; Praktikum für wissenschaftliche Photographie, 8. —

Freund: Organische Experimentalchemie II: Benzolderivate, mit besonderer Berücksichtigung der Technologie, 2; Großes chemisches Praktikum, tägl.; Kleines chemisches Praktikum, 8; Färbereichemisches Praktikum (mit Mayer), 2. — **Lorenz**: Theoretische Chemie auf mathematischer Grundlage (ohne Experimente), 1; Ausgewählte Kapitel aus der Elektrometallurgie, 1; Großes Praktikum der physikalischen Chemie und Elektrochemie, tägl.; Kleines Praktikum der physikalischen Chemie und Elektrochemie, 8. — **Mayer**: Die Probleme der Chemie im Wandel der Zeiten, 1. — **Becker**: Angewandte Chemie und Bakteriologie in Industrie, Handel und Gewerbe, chemisch-technische Warenkunde, Ausgewählte Kapitel der kolonialen Technik, 2; Kleines chemisches Praktikum (Übungen in der Untersuchung und Beurteilung von Handelswaren im chemischen Laboratorium), 5. —

Brendel: Algebraische Analysis mit Übungen, 3; Analytische Mechanik, 2; Mathematisches Seminar: Kolloquium über ausgewählte Kapitel der Analysis, 2. — **Patzig**: Versicherungsrechnung, 2, Übungen, 1. —

Universität Freiburg i. Br.

Himstedt: Experimentalphysik: Magnetismus, Elektrizität, Optik, Elektrooptik, 5; Übungen aus der theoretischen Physik, 1 *g*; Physikalisches Kolloquium, 2 *g*; Physikalisches Praktikum (mit Koenigsberger und Reinganum), für Mediziner und Pharmazeuten, 1 Nachmittag, für Naturwissenschaftler, 2 Nachmittage; Übungen im Experimentieren und in der Vorführung von Demonstrationsversuchen (mit Gaede), 3 *g*; Anleitung zu selbständigen Arbeiten, tägl. — **Koenigsberger**: Elemente der partiellen Differentialgleichungen mit ihren physikalischen Anwendungen: Akustik, Wärmeleitung, 4; Elektrische Strahlungen, 1; Anleitung zu selbständigen Arbeiten, tägl. — **Reinganum**: Anwendungen von Kugelfunktionen und Zylinderfunktionen in der Physik, mit Übungen, 2; Anleitung zu selbständigen Arbeiten, tägl. — **Gaede**: Elektrotechnik I: Gleichstrom, 1. —

Gattermann: Organische Experimentalchemie, 5; Chemisches Praktikum (mit Willgerodt, Fromm, Meigen), tägl. außer Sonnabend; Übungen im Experimentieren und Vortragen für künftige Lehrer der Chemie I (anorganisch), 2 *g*; Chemisches Kolloquium, 1 *g*. — **Willgerodt**: Anorganische Experimentalchemie, 5; Organische Technologie mit Exkursionen, 2. — **Meyer**: Physikalische Chemie, 2; Radioaktivität, 1; Photographie mit praktischen Übungen und Demonstrationen, 2; Physikalisch-chemisches Übungspraktikum, 3; Selbständige physikalisch-chemische

Arbeiten. — **Edinger**: Einführung in die organischen Arbeitsmethoden, 2. — **Fromm**: Hydroaromatische Verbindungen: Terpene und Kampfer, 2; Repetitorium der organischen Chemie für Mediziner, 2, Repetition, 1. — **Meigen**: Quantitative Analyse, systematischer Teil, 2; Gasanalytisches Praktikum, 2; Seminar für anorganische Chemie, 1. — **N. N.**: Qualitative Analyse, einschließlich Spektral- und Mikroanalyse, 3, Übungen, 2; Ionenlehre, 1. —

Stickelberger: Integralrechnung, 5, Übungen, 1—2; Infinitesimalgeometrie, 3. — **Heffter**: Analytische Geometrie der Ebene, 4, Übungen, 1 *g*; Analytische Mechanik, 4, Übungen, 1½ *g*. — **Bolza**: Variationsrechnung, 3, Übungen, 1 *g*. — **Loewy**: Theorie der algebraischen Gleichungen, 4; Grundlagen der Geometrie, allgemein verständlich, 2; Theorie der sozialen Versicherungen, 2; Besprechung algebraischer Fragen, 1. — **Seith**: Schulmathematik (ausgewählte Kapitel), 2. —

Universität Gießen.

König: Experimentalphysik I: Mechanik, Akustik, Wärme, 4½, Mathematische Ergänzungen, 1; Physikalisches Praktikum für Mathematiker und Naturwissenschaftler, 6, für Vorgeschrittene, nach Verabredung, für Chemiker, Mediziner und Pharmazeuten, 3; Leitung selbständiger physikalischer Arbeiten, tägl.; Physikalisches Kolloquium (mit Fromme), 2. — **Fromme**: Thermodynamik, 3; Übungen in der theoretischen Physik, 1; Niedere Geodäsie, 3, Praktische Übungen, 1 Nachmittag. — **Schmidt**: Radioaktivität, mit Experimenten, 2; Arbeiten für Vorgeschrittene über Elektronenlehre, ganz- und halbtägig. — **Noack**: Physikalisches Praktikum für Handfertigkeit, mit Experimentierübungen, 3. — **Uller**: Elektrotechnisches Praktikum (mit Cermak), 2. — **Cermak**: Über Elektronentheorien der Metalle, theoretisch und experimentell, 1. —

Naumann: Organische Experimentalchemie, $5^1/_4$; Physikalische Chemie (Molekül, Atomgewichtszahlen, Gasgesetz, Massenwirkungsgesetz), mit Anwendungen auf technische Chemie und Übungen in Berechnungen, $1^3/_4$; Praktische Übungen und Untersuchungen im chemischen Laboratorium (z. T. mit Feist), tägl.; Chemische Übungen für Mediziner, tägl. — **Möser**: Analytische Chemie I: Qualitative Analyse, 2. — **Feist**: Pharmazeutisch-chemische Präparate, anorganischer Teil, 2; Chemie der menschlichen Genußmittel, 1; Die wichtigsten Gesetze für Apotheker und Nahrungsmittelchemiker, 1. — **v. Liebig**: Chemie der Pflanzenstoffe: Natürliche Farbstoffe, 1; Grundanschauungen der Chemie in ihrer geschichtlichen Entwicklung, 1 *g*. — **Beschke**: Einführung in die organische Chemie, 2. — **Elbs**: Chemisches Praktikum, tägl., für Landwirte, tägl. außer Sonnabend; Elektrochemisches Praktikum, tägl.; Chemische Übungen für Mediziner (mit Brand), 5; Chemisches Kolloquium, 1½ *g*; Anorganische Experimentalchemie, $5^1/_4$; Synthetische Darstellung der Kohlenstoffverbindungen, 1. — **Brand**: Chemische Technologie II: Technologie der organischen Stoffe, mit Exkursionen, 2; Chemische Technologie für Nichtchemiker, mit Exkursionen, 2. — **Thomae**: Allgemeine Kolloidchemie und Ultramikroskopie, 1; Besprechung kolloidchemischer und ultramikroskopischer Originalarbeiten, 1. —

Netto: Analytische Geometrie der Ebene, 4; Bestimmte Integrale, 3; Übungen des mathematischen Seminars, 1. — **Graßmann**: Elemente der Algebra, 3; Analytische Mechanik I, 4, Übungen, 14tägig, 1. —

Universität Göttingen.

Riecke: Experimentalphysik I: Mechanik, Akustik und Optik, 3; Praktische Übungen im physikalischen Institute (mit Voigt, Simon, Bestelmeyer, Rümelin, Madelung, Försterling und Busch), 8; Wissenschaftliche physikalische Arbeiten Vorgeschrittener, tägl. außer Sonnabend; im Seminar: Ausgewählte Probleme der Gastheorie, 1. — **Michelson**: Theorie und Anwendungen der Interferenz des Lichtes, 4 *g*. — **Voigt**: Einführung in die Kristallphysik, 4; Magnetooptik, 2 *g*; Wissenschaftliche physikalische Arbeiten Vorgeschrittener, tägl. außer Sonnabend. — **Wiechert**: Geophysik: Erdkörper, Erdbeben, Erdmagnetismus, Polarlicht, 4; Vermessungswesen, praktischer Teil: Feldmessung mit Übungen, 4; Geophysikalisches Praktikum, nach Verabredung; Elektronentheorie und Relativitätsprinzip, 2; im Seminar: Vorträge der Mitglieder über Fragen der Geonomie, Geodäsie und Geophysik, 1. — **Prandtl**: Elastizität und Festigkeit, 3; Mechanikpraktikum I, für Anfänger (mit v. Karman und Renner), 3; Thermodynamisches Praktikum, 3; Anleitung zu selbständigen Arbeiten auf dem Gebiete der Mechanik und Wärmelehre, tägl. außer Sonnabend. — **Simon**: Angewandte Elektrizitätslehre II, 4; Elektrotechnisches Praktikum (mit Busch) I, 3, II für Fortgeschrittene, 3; Anleitung zu selbständigen Untersuchungen auf dem Gebiete der angewandten Elektrizität, tägl.; im Seminar: Vorträge der Mitglieder über Fragen der angewandten Elektrizitätslehre, 2. — **Born**: Magnetismus, 2; Theorie der Wärmestrahlung, 2. — **Bestelmeyer**: Praktikum der Elektronik und Radioaktivität (mit Madelung), 4. — **Angenheister**: Kosmische Physik, 1; Meteorologie, 2; Erdmagnetisches Praktikum, 1. — **Winkler**: Kursus in physikalischer Handfertigkeit, 4. —

Wallach: Allgemeine Chemie II: Organische Experimentalchemie, 5; Chemische Übungen im Laboratorium (mit Polstorff, Kötz, Borsche, Sielisch), Voll- und Halbpraktikum, tägl. außer Sonnabend; Chemisches Praktikum für Mediziner, 4 Nachmittage; Besprechung der wissenschaftlichen Arbeiten der Fortgeschritteneren, tägl. *g*. — **Tammann**: Elektrochemie, 3; Physikalisch-chemisches Praktikum für Anfänger, ganztägig; Physikalisch-chemische Arbeiten, ganz- und halbtägig; Kolloquium, 1 *g*. — **Polstorff**: Pharmazeutische Chemie, anorganischer Teil, 4; Gerichtlich-chemische Analyse, 2; Chemisches Kolloquium für Pharmazeuten, 1 *g*. — **Fischer**: Chemische Technologie, mit Exkursionen, 1½, Übungen nach Verabredung, *g*. — **Zsigmondy**: Kolloidchemie, 1 *g*; Neuere Forschungen auf dem Gebiete der anorganischen Chemie, 1; Praktikum der anorganischen Chemie und der Kolloidchemie, ganz- und halbtägig. — **Kötz**: Einführung in die Chemie, 3; Prinzipien und Theorien analytischer und anorganischer Prozesse, 1; Der Wert der vergleichenden Chemie für Lehre und Forschung, 1; Exkursionen zur Kenntnis der chemischen Technologie, für Lehramtskandidaten, 1 Woche *g*; im Seminar: Vorträge der Mitglieder über Fragen der chemischen Technologie, 1 *g*. — **Coehn**: Photochemie und Spektralanalyse, mit Demonstrationen, 1; Photographisches Praktikum für Anfänger, 3; Photochemische Arbeiten, ganz- und halbtägig. — **Borsche**: Chemie der hydroaromatischen Verbindungen: Terpene und Kampfer, 2; Organisch-chemisches Repetitorium für Fortgeschrittenere, 1; Färbereichemische Übungen, 3. — **Sielisch**: Synthetische Methoden der organischen Chemie, 1 *g*. —

Klein: Einführung in die Differential- und Integralrechnung, 4; Wahrscheinlichkeitsrechnung und Versicherungsmathematik (mit Bernstein), 2 *g*. — **Hilbert**: Mechanik der Kontinua, 4; im Seminar: Vorträge der Mitglieder über verschiedene Gegenstände der reinen Mathematik (mit Toeplitz), 2. — **Runge**: Numerisches Rechnen mit Übungen, 6; Photogrammetrie mit Übungen, 3; im Seminar: Vorträge der Mitglieder über Fragen der Aerodynamik (mit Prandtl), 2. — **Landau**: Elemente der Zahlentheorie, 4; im Seminar: Mathematische Übungen für mittlere Semester, 1, für höhere Semester, 1. — **Hartmann**: Allgemeine Astrophysik, 1; Übungen zur allgemeinen Astronomie und Astrophysik, 2; Leitung astronomischer und astrophysikalischer Arbeiten für Fortgeschrittene, 12 *g*. — **Ambronn**: Geographische Ortsbestimmungen mit besonderer Berücksichtigung der bei Landesvermessungen gebräuchlichen Methoden, 2; Die Methode der kleinsten Quadrate mit Anwendung auf astronomische, geodätische und physikalische Aufgaben, 1; Besprechung neuerer astronomischer Literatur und Vorträge der Studierenden, 14 tägig, 2—3 *g*; Übungen im astronomischen Beobachten für Anfänger und für Lehramtskandidaten, 4—5; Leitung selbständiger astronomischer Arbeiten für Fortgeschrittene,

tägl. — **Bernstein**: Wahrscheinlichkeitsrechnung, 3; Versicherungsrechnung, 1. — **Toeplitz**: Theorie der Funktionen einer reellen Veränderlichen, 2. — **Haar**: Differentialgleichungen, 4; Allgemeine mathematische Astronomie, 2. — **Weyl**: Analytische Geometrie, 4; Übungen zur Differential- und Integralrechnung, 2. — **v. Kármán**: Dynamik starrer Körper, insbesondere Theorie des Kreisels, 2. —

Universität Graz.

Benndorf: Experimentalphysik II, 4; Mathematische Ergänzungen, 2; Physikalische Übungen I, für Chemiker und Naturhistoriker, 6 *g*, II, für Mathematiker und Physiker, 6 *g*; Anleitung zu wissenschaftlichen Arbeiten für Vorgeschrittene, 4 *g*; Physikalisches Konversatorium, 14tägig, 2 *g*. — **Waßmuth**: Elektromagnetische Lichttheorie, 5; Übungen im Seminar für mathematische Physik, 3 *g*. — **Streintz**: Die Wärmesätze und ihre Anwendung auf Probleme der Chemie (Fortsetzung), 2. —

Scholl: Organische Experimentalchemie, 5; Chemische Übungen für Anfänger, tägl. außer Sonnabend, für Lehramtskandidaten, tägl. außer Sonnabend, für Mediziner, 4, für Vorgeschrittene, tägl. — **Schrötter**: Chemie der Methanderivate I, 4. — **Kremann**: Maßanalyse, 2; Ausgewählte Kapitel der modernen anorganischen Chemie (die Wernersche Theorie der komplexen Salze), 2; Elektroanalytisches und -synthetisches Praktikum, für Vorgeschrittene, 2 Halbtage *g*; Anleitung zu wissenschaftlichen Arbeiten auf dem Gebiete der physikalischen Chemie, tägl. — **Hemmelmayr v. Augustenfeld**: Chemische Technologie organischer Stoffe: Organische Farbstoffe, 2. —

Dantscher v. Kollesberg: Funktionentheorie (Fortsetzung), 5; Mathematisches Seminar I, 2 *g*. — **Daublebsky v. Sterneck**: Differential- und Integralrechnung (Fortsetzung), 5; Mathematisches Seminar, 2 *g*. — **Streißler**: Darstellende Geometrie, 3. — **Hillebrand**: Die Methoden der geographischen Ortsbestimmung, 3; Theorie der Meteoriten, für Vorgeschrittene, 1; Über den Bau des Fixsternsystems, für Vorgeschrittene, 1. —

Technische Hochschule Graz.

v. Ettingshausen: Physik, 5; Elektrotechnik, 3, Übungen, 8. — **Streintz**: Physik II: Wärmelehre, 3; Der Bleiakkumulator und das Akkumulatorproblem, $1^1/_2$.

Emich: Organische Chemie II, 5; Anleitung zu wissenschaftlichen Arbeiten im chemischen Laboratorium, für Vorgeschrittene; Anleitung zur mikrochemischen Analyse, für Vorgeschrittene, nach Verabredung. — **Andreasch**: Qualitative chemische Analyse, 2, Laboratoriumsunterricht und Übungen, 16; Chemische Technologie der organischen Stoffe, 4; Laboratorium und Übungen in der organisch-technisch-chemischen Analyse, 20; Anleitung zu wissenschaftlichen Arbeiten aus dem Gebiete der organischen Chemie und der chemischen Technologie organischer Stoffe, für Vorgeschrittene. — **B. Reinitzer**: Laboratoriumsunterricht und Übungen in der chemischen Maßanalyse, 20; Chemische Technologie der anorganischen Stoffe, 4; Laboratoriumsunterricht und Übungen in der Darstellung anorganisch-chemischer Präparate, 20; Anleitung zu wissenschaftlichen Arbeiten aus dem Gebiete der anorganischen Chemie und der chemischen Technologie anorganischer Stoffe, für Vorgeschrittene, nach Verabredung. — **v. Cordier**: Geschichte der Chemie, 2. — **v. Hemmelmayr**: Organische Elementaranalyse, 2. — **Fuhrmann**: Chemie der Nahrungs- und Genußmittel, 3, Übungen, 4; Praktische Photographie, 4 Wochen. —

Hocevar: Mathematik I, 6, Übungen, 2. — **Stelzel**: Elemente der höheren Mathematik, 4. — **Peithner v. Lichtenfels**: Mathematik II, 3, Übungen, 2. — **Schüßler**: Darstellende Geometrie, 3, Übungen, 6, Seminarübungen, 2; Projektive Geometrie I, 2, Übungen, 1. — **Wittenbauer**: Allgemeine Mechanik II: Statik, 4, Übungen, 3 und 2; Technische Mechanik II, 3. — **Pöschl**: Theorie und Anwendungen der Schwingungen mechanischer Systeme, 2. — **Klingatsch**: Niedere Geodäsie, 4; Geodätische Feldübungen, 4; Sphärische Astronomie, 2; Katastervermessung, 3, Übungen, 9. —

Universität Greifswald.

Mie: Theoretische Optik, 4, Übungen, 1 *g*; Physikalische Übungen für Studierende der Naturwissenschaften, 6; Leitung selbständiger physikalischer Untersuchungen, tägl.; Physikalische Experimentierübungen I: Handfertigkeitsübungen (mit Herweg), 2; Besprechungen neuerer physikalischer Arbeiten (mit Starke), 2 *g*. — **Starke**: Experimentalphysik I: Mechanik, Akustik, Wärme, 4, Mathematische Ergänzungen, 1 *g*; Physikalisches Praktikum für Mediziner und Pharmazeuten, 2. — **Schreber**: Physikalische Experimentierübungen II: Übungen im Zusammenbauen und Demonstrieren physikalischer Apparate, 2; Dampfmaschinen und Gasmotoren, 1 *g*; Die wissenschaftlichen Grundlagen von Luftschiffahrt und Flugtechnik, 1. — **Herweg**: Theorie der Ionen in Elektrolyten und Gasen, mit Experimenten, 1. —

Auwers: Anorganische Experimentalchemie, 6; Chemisches Praktikum, tägl. außer Sonnabend, für Pharmazeuten und Nahrungsmittelchemiker (mit Scholtz), tägl. außer Sonnabend, für Mediziner (mit Strecker), $3^1/_2$, Erläuterungen, $^1/_2$ *g*. — **Scholtz**: Pharmazeutische Chemie, organischer Teil, 3; Chemie der Nahrungs- und Genußmittel, 2; Sterilisationskursus für Pharmazeuten, 2; Pharmazeutisches Kolloquium, 1 *g*. — **Roth**: Radioaktivität, mit Experimenten, 1; Atom- und Molekulargewichtsbestimmung, mit Demonstrationen, 1; Physikalisch-chemische Übungen, $3^1/_2$—$7^1/_2$; Übungen in der rechnerischen Behandlung einfacher physikalisch-chemischer Aufgaben, 1 *g*. — **Posner**: Chemie der Benzolderivate, 2; Theorie und Praxis der Photographie, 1, Übungen, 2, Exkursionen, 2 *g*. — **Strecker**: Gewichtsanalyse, 2; Titrieranalyse, 1; Gasanalytisches Praktikum, 3. — **Eisenlohr**: Petroleum und Spiritus, 1. —

Engel: Analytische Mechanik I, 4, Übungen, $1^1/_2$ *g*; Einführung in die Theorie der Transformationsgruppen, 4; Partielle Differentialgleichungen (Fortsetzung), 2 *g*. — **Vahlen**: Algebra II, 4, Übungen, 1 *g*; Elastizität und Festigkeit, 1 *g*. —

Universität Halle.

Dorn: Experimentalphysik II: Elektrizität, Magnetismus, Licht, 4; Physikalisches Laboratorium: a) Übungspraktikum, 6, b) Halbpraktikum, 3, c) Arbeiten von Geübten, tägl.; Mechanische Theorie der Wärme, 2 *g*. — **Schmidt**: Theoretische Optik, 4; Physikalisches Kolloquium, 14tägig, 2 *g*. — **Thiem**: Praktische Photographie, 2. —

Vorländer: Allgemeine Experimentalchemie II: Organische Chemie, 5; Praktische Übungen im chemischen Laboratorium (in der pharmazeutischen Abteilung mit Schulze), tägl. außer Sonnabend; Chemisches Praktikum für Mediziner (mit Schulze), 4; Übungen in der Gasanalyse, 4 *g*; Über die Natur der Radikale, 1 *g*. — **Schulze**: Darstellung und Prüfung der Arzneimittel I, 2; Die chemische Untersuchung der Drogen und galenischen Präparate, 1 *g*. — **Baumert**: Chemie der Nahrungs- und Genußmittel, 2; Praktische Übungen im Laboratorium für Nahrungsmittelchemie, tägl. außer Sonnabend; Die wichtigsten Lebensmittel und deren Verfälschungen, 1 *g*. — **Erdmann**: Chemische Technologie II: Lichterzeugung und elektrische Energie, Salz, Keramik, Metallgewinnung, Explosivstoffe, Verarbeitung organischer Rohstoffe, 2; Praktische Übungen im Laboratorium für angewandte Chemie, tägl. außer Sonnabend. — **Tubandt**: Elektrochemie, 2; Physikalisch-chemisches und elektrochemisches Praktikum, tägl. außer Sonnabend; Kleines Praktikum, 6. —

Cantor: Theorie der elliptischen Funktionen, 5; Übungen des mathematischen Seminars, 14tägig, 2 *g*. — **Wangerin**: Differentialrechnung, mit Übungen, 5; Die partiellen Differentialgleichungen der mathematischen Physik, 5; Übungen des mathematischen Seminars, 14tägig, 2 *g*. — **Gutzmer**: Variationsrechnung, 4; Höhere Algebra,

4; Übungen des mathematischen Seminars, 14tägig, 2 *g*. — **Eberhard**: Analytische Geometrie der Ebene, 4, Übungen, 1 *g*. — **Buchholz**: Höhere Mechanik: Die allgemeine Theorie der Variation der Konstanten a) nach Lagrange, b) nach Jacobi, und ihre Anwendung auf das Problem der Planetenbewegung, 2; Praktische Übungen in geographischer Ortsbestimmung mit Theodoliten und Sextanten, 2. —

Technische Hochschule Hannover.

Precht: Experimentalphysik: Magnetismus und Elektrizität, 4; Mechanische Wärmetheorie, 2; Arbeiten im Laboratorium der Physik (mit Leithäuser), 4; Luftschiffahrt, 2. — **Leithäuser**: Photographie, 2, Übungen, 2. — **Kohlrausch**: Grundzüge der Elektrotechnik, 2; Theoretische Elektrotechnik, 4; Elektrotechnisches Laboratorium I (mit Beckmann, Brückmann, Kempe und Bischoff), 8, II, nach Verabredung, III, für Maschineningenieure, 8. — **Heim**: Elektrische Anlagen II (mit Herzberg), 3, Übungen, 2; Entwerfen von elektrischen Maschinen und Transformatoren (mit Herzberg), 3, Übungen, 2; Elektrische Bahnen, Elektrotechnischer Teil, 2; Elektrische Kraftübertragung, 2. — **Beckmann**: Praktische Elektrotechnik für Anfänger I, 1; Elektrotechnische Meßkunde I 1, 2, II, 1; Induktionsmotoren, 1 *g*. — **Brückmann**: Einführung in die Rechnung mit vektoriellen Größen, 1 *g*; Elektrotechnisches Seminar, 14tägig, 2. —

Seubert: Grundzüge der Chemie, 6; Arbeiten im Laboratorium der anorganischen Chemie (mit Eschweiler, Kircher und Schliephacke), tägl. außer Sonnabend. — **Eschweiler**: Maßanalyse, 2. — **Behrend**: Physikalische Chemie, 4; Arbeiten im Laboratorium der organischen Chemie (mit Decker und Grohmann), tägl. außer Sonnabend. — **Decker**: Einführung in die Patentliteratur, 1; Synthese natürlicher Stoffe, 1. — **Jänecke**: Metallurgie, 1. — **Ost**: Landwirtschaftliche chemische Technologie, 3; Farbstoffe und Färberei, 2; Arbeiten im Laboratorium der technischen Chemie (mit Schliemann), tägl. außer Sonnabend. — **Bodenstein**: Grundzüge der technischen Elektrochemie, 2; Elektrochemische Übungen (mit Meinecke), 4; Arbeiten im elektrochemischen Institut (mit Meinecke), tägl. außer Sonnabend; Übungen in der Elektroanalyse (mit Meinecke), 7. — **Laves**: Grundzüge der physiologischen Chemie, mit Demonstrationen, 2. —

Kiepert: Höhere Mathematik II, 5, Übungen, 1, Repetition, 1; Theorie und Anwendung der Differentialgleichungen, 3; Ausgewählte Kapitel der Mathematik: Analytische Geometrie der Ebene und des Raumes, 4. — **Müller**: Höhere Mathematik I A, 6, Übungen, 2, II, 3, Übungen, 1. — **Wieghardt**: Grundzüge der höheren Mathematik für Architekten und Chemiker, 3, Übung, 1; Ausgewählte Kapitel der Elastizitätslehre, 1; Über die für die technische Mechanik wichtigen Differentialgleichungen, 1. — **Rodenberg**: Darstellende Geometrie (mit Richter und Pabst), 3, Übungen, 6; Darstellende Geometrie I (mit Richter und Pabst), 3, Übungen, 6. — **Oertel**: Grundzüge der praktischen Geometrie (mit Petzold), 2, Übungen, 3; Praktische Geometrie, Planzeichnen (mit Petzold), 4; Geodäsie I (mit Petzold), 2, Übungen, 6; Grundzüge der astronomischen Ortsbestimmung, mit Übungen, 2. — **Petzold**: Sphärische Trigonometrie mit Anwendungen auf die Geodäsie und die Grundzüge der sphärischen Astronomie, 1. — **Weber**: Mechanik I (mit Wickert und Witte): Grundzüge der Mechanik, 4, Seminarübungen, 1; Ausgewählte Kapitel der technischen Mechanik (mit Wickert und Witte), 1; Die Aeromechanik und ihre Anwendung auf Motorluftschiffe und Flugzeuge (mit Wickert und Witte), 1, Übung, 1. —

Universität Heidelberg.

Lenard: Experimentalphysik: Optik, Elektrizität und Magnetismus, 4; Physikalisches Praktikum (mit Becker), 6; Wissenschaftliche Arbeiten Fortgeschrittener im physikalischen und radiologischen Laboratorium, tägl. außer Sonnabend; Physikalisches Seminar und Kolloquium, 1 *g*. — **Pockels**: Theoretische Optik, 4; Theoretisch-physikalische Übungen, 1 *g*; Einführung in die Elektronentheorie, 1. — **Becker**: Radiologie: Radioaktivität mit Demonstrationen, 2. — **Ebler**: Radioaktivität und radioaktive Substanzen, 1. — **Ramsauer**: Mathematische und historische Erläuterungen zur Experimentalphysik: Optik, Magnetismus, Elektrizität, 2. — **F. Schmidt**: Photographisches Praktikum für Anfänger und Vorgeschrittene, 2. — **Mertens**: Einführung in die Maschinentechnik I, mit Exkursionen, 2 *g*, II, für Fortgeschrittene, 1 *g*. —

Curtius: Experimentalchemie I: Allgemeine Chemie und Metalloide, 5; Chemisches Praktikum für Anfänger und Geübtere auf den Gebieten der anorganischen, organischen, physikalischen, analytischen, pharmazeutischen Chemie und Gärungschemie (mit Jannasch, Knoevenagel, Trautz, Stollé, Mohr, Darapsky, Franzen, Ebler und Muckermann), tägl. außer Sonnabend; Chemisches Praktikum für Mediziner, halbtägig, für Anfänger (mit Knoevenagel), 4. — **Jannasch**: Titrieranalyse, 2; Ausmittelung der Gifte, 1; Gasanalytisches Praktikum (mit Franzen), 3; Chemisches Praktikum zur Untersuchung der Nahrungs- und Genußmittel, 1 Vormittag. — **Knoevenagel**: Chemische Technologie, anorganische Prozesse, mit Ausflügen, 2; Praktische Anwendung organischer Farbstoffe in der Färberei und Druckerei der Textilfasern. — **Trautz**: Physikalische Chemie II, 3, Theoretische Übungen, 1; Einführung in die mathematischen Hilfsmittel der physikalischen Chemie, 2; Praktische Einführung in die physikalische Chemie und Elektrochemie, 4—6 Wochen. — **Krafft**: Organische Chemie, 4; Praktisch-chemische Arbeiten und Übungen im Laboratorium, tägl. außer Sonnabend; Chemisches Praktikum für Anfänger, tägl. außer Sonnabend. — **Dittrich**: Quantitative Analyse durch Elektroanalyse, mit Übungen, 1; Experimentierübungen, für künftige Lehrer, 2; Chemisches Praktikum für Anfänger und Nichtchemiker, sowie für Vorgeschrittenere, tägl. außer Sonnabend; Chemisches Praktikum in analytischer und organischer Chemie, 4 Wochen. — **Stollé**: Pharmazeutische Chemie I (anorganisch), 2; Analytische Methoden der organischen Chemie, 1. — **Mohr**: Besprechung neuerer organisch-chemischer Arbeiten, 1. — **Darapsky**: Heterozyklische Verbindungen, 1; Repetitorium der anorganischen Chemie, 2. — **Franzen**: Gasanalyse und Gasvolumetrie, 1; Biochemie der Pflanzen, 2; Praktische Einführung in die Bakteriologie und Gärungschemie, nach Verabredung. — **Muckermann**: Über neuere Arzneimittel, 1; Repetitorium der Chemie für Pharmazeuten, 2. — **Müller**: Komprimierte und verflüssigte Gase und ihre Anwendungen in der Chemie, 1; Metallurgie I, 1. —

Königsberger: Differential- und Integralrechnung, 4; Variationsrechnung, 1; Übungen im mathematischen Unter- und Oberseminar, 2. — **Wolf**: Elemente der Meteorologie, 2 *g*; Ausgewählte Kapitel aus der Spektralanalyse, 1 *g*. — **Cantor**: Zahlentheorie, mit Einschluß der Lehre von den quadratischen Formen, 4; Determinanten, 2; Politische Arithmetik, 2. — **Koehler**: Analytische Geometrie der Ebene, 3; Synthetische Theorie der Flächen zweiter Ordnung, 1. — **Boehm**: Funktionentheorie, 4; Vektorenrechnung mit Anwendungen, 4. — **Bopp**: Theorie und Geschichte spezieller hoherer ebener Kurven, 2. — **Kopff**: Sphärische Astronomie, 1. —

Universität Innsbruck.

Tumlirz: Theorie der Wärme, 5; Übungen im mathematisch-physikalischen Seminar, 2 *g*. — **v. Lerch**: Die Eigenschaften der Gase in kinetischer Auffassung, 3. — **Hammerl**: Elektrotechnik I: Über Gleichstrommaschinen und Motoren, 2 *g*. — **Exner**: Luftelektrizität, 2; Sonnenstrahlung, 2; Wettervorhersage, 1. — **v. Ficker**: Böen und Gewitter, 1. —

Brunner: Allgemeine Chemie II: Organische Chemie,

5; Praktische Übungen im chemischen Laboratorium, tägl.; Chemische Übungen für Mediziner, 6. — **Hopfgartner**: Pharmazeutische Chemie, 5. — **Zehenter**: Ausgewählte Kapitel aus der chemischen Technologie anorganischer Stoffe, mit Exkursionen, 2. — **Tollinger**: Die physikalisch-chemischen Eigenschaften der Milch und ihre Bedeutung für die Untersuchung auf Verfälschung und Käsereitauglichkeit, 2. —

Gmeiner: Anwendung der Infinitesimalrechnung auf die Geometrie (Fortsetzung), 3; Funktionen komplexer Veränderlicher, 2; Übungen im mathematischen Seminar, 2 *g*. — **Zindler**: Analytische Geometrie der Ebene und des Raumes, mit Übungen (Fortsetzung), 4; Ausgewählte Abschnitte der Elementar-Mathematik einschließlich didaktischer Fragen, 2; Mathematisches Seminar für Anfänger: Einführung in die Differentialrechnung und die Integralrechnung (Fortsetzung), 1 *g*. — **Menger**: Elemente der darstellenden Geometrie (Fortsetzung), 2 *g*. — **Prey**: Bahnbestimmung von Planeten und Kometen, 4. —

Universität Jena.

Wien: Experimentalphysik I: Mechanik, Akustik, Wärme, 5; Physikalisches Praktikum (mit Baedeker), a) für Physiker, 6, b) für Chemiker und Pharmazeuten, 4, c) für Mediziner, 4; Leitung physikalischer Spezialuntersuchungen (mit Straubel und Baedeker), tägl. — **Auerbach**: Thermodynamik: Theorie der Wärme, 4; Atomistik und kinetische Gastheorie, 2; Das naturwissenschaftliche Weltbild, 1. — **Ambronn**: Benutzung des Polarisationsmikroskops bei histologischen Untersuchungen, 1; Übungen in der Handhabung des Mikroskops und seiner Nebenapparate, 2; Übungen zur Dunkelfeldbeleuchtung und Ultramikroskopie, für Fortgeschrittene, 1. — **Straubel**: Interferenz und Beugung, 1. — **Simons**: Einführung in die Technik, 1; Freie Energieschwingungen in der Elektrotechnik, einschließlich drahtloser Telegraphie, 2; Landwirtschaftliche Maschinen II, 2; Elektrotechnisches Praktikum, 3; Praktikum für Fortgeschrittene. — **Baedeker**: Ausgewählte Kapitel der Optik: Dispersion, Emission, Absorption, Spektralanalyse, 1. —

Knorr: Allgemeine Experimentalchemie I: Anorganische Chemie, 5; Analytisch-chemisches Praktikum (mit Wolff), Voll- und Halbpraktikum, tägl.; Praktikum für Mediziner (mit Wolff), 6 und 3; Praktikum in der organischen Abteilung und Anleitung zu wissenschaftlichen Arbeiten (mit Rabe), tägl. — **Wolff**: Maßanalyse, 2; Elektrolyse und elektrolytisches Praktikum, 2. — **Immendorff**: Grundzüge der anorganischen und organischen Chemie (Experimentalchemie), 5; Über wichtige bakterielle Vorgänge auf dem Gebiete der Landwirtschaft, 1; Großes und kleines chemisches Praktikum für Landwirte; Agrikulturchemisches Seminar für Fortgeschrittene, 14 tägig, 2 *g*. — **Vongerichten**: Chemische Technologie: Anorganische Großindustrie, 2; Technisch-chemisches Praktikum; Allgemeine Übersicht über die chemische Industrie, 1 *g*. — **Matthes**: Pharmazeutische Chemie II: Organische Chemie, 3; Darstellung und Untersuchung chemisch-pharmazeutischer Präparate, Ausmittelung der Gifte, 15; Theoretische und praktische Übungen in der Sterilisierung der Arzneimittel und Verbandstoffe; Praktische und theoretische Übungen aus dem Gebiete der Nahrungsmittelchemie. — **Rabe**: Chemie der aromatischen Verbindungen, 2. — **Marc**: Einführung in die physikalische Chemie II: Elektrochemie, mit Übungen, 2; Anleitung zum selbständigen Arbeiten auf physikalisch-chemischem Gebiete. — **Schneider**: Chemie der Kolloide, 1. —

Thomae: Elliptische Funktionen, 5. — **Haußner**: Differential- und Integralrechnung I, mit Übungen, 5; Analytische Geometrie der Ebene, 4, Proseminar, 2 *g*; Theorie und Anwendung der Determinanten, 2; Einführung in die Variationsrechnung, 2; Mathematisches Seminar, 14 tägig, 1 *g*. — **Frege**: Analytische Mechanik II, 4. — **Knopf**: Zeit- und Ortsbestimmung, mit Übungen, 4; Praktische Übungen in der Geländeaufnahme: Nivellieren usw., 2; Methode der kleinsten Quadrate, 3. — **Winkelmann**: Mathematische Näherungsmethoden, 3, Übungen, 1. — **Thaer**: Darstellende Geometrie I, mit Übungen, 6. —

Technische Hochschule Karlsruhe.

Lehmann: Experimentalphysik, 4, Ergänzende Demonstrationen, 2; Physikalisches Laboratorium (mit Sieveking), 6; Seminar für Experimentalphysik, 2 *g*; Anleitung zu selbständigen Arbeiten im physikalischen Laboratorium, nach Verabredung. — **Sieveking**: Einführung in die mathematische Physik, 3; Repetitorium der Physik, 2; Elektronentheorie, 1. — **Schmidt**: Photographisches Praktikum (mit Vorträgen über die Theorie der Photographie, ferner Darstellung lichtempfindlicher Präparate), 4; Exkursionen, 1 Nachmittag. — **Arnold**: Dynamobau I: Allgemeiner Teil und Gleichstrommaschinen, 2, III: Wechselstrom-Kommutatormaschinen, 2; Übungen im Konstruieren elektrischer Maschinen und Apparate, 4; Elektrotechnisches Laboratorium I (mit Schleiermacher), 9, II, 8; Exkursionen zur Besichtigung elektrischer Anlagen, nach Verabredung. — **Schleiermacher**: Grundlagen der Elektrotechnik und Meßkunde, 2; Theoretische Elektrizitätslehre, 4. — **Teichmüller**: Allgemeine Elektrotechnik, 2; Elektrotechnisches Seminar, 2; Elektrische Leitungen und Verteilung elektrischer Energie, 2, Übungen, 2; Elektrische Beleuchtung, 2; Exkursionen zur Besichtigung elektrischer Anlagen nach besonderer Festsetzung. — **Hallo**: Theorie des Wechselstromes I, 2, Übungen, 2, II, einschließlich Transformatoren und Induktionsmotoren, 2, Übungen, 2. — **Hausrath**: Instrumente und Apparatebau, 2; Ergänzungen zur drahtlosen Telegraphie, 1. — **Schwaiger**: Elektrische Bahnen und elektromotorische Betriebe, 2, Übungen, 2; Elektrische Kraftwerke und Schaltanlagen, 2, Übungen, 2. — **Schultheiß**: Geschichte und Wesen der Witterungsvoraussage, 1. —

Engler: Organische Chemie I, 4; Ausgewählte Kapitel der organischen Chemie, 1; Organisch-chemisches Kolloquium (mit Staudinger), 1; Theoretische Chemie, 1; Chemisches Laboratorium, tägl. außer Sonnabend. — **Bunte**: Chemische Technologie I: Baumaterialien, Glas, Keramik usw., 2, II: Chemische Großindustrie, 2; Übungen in der technischen Analyse (mit Eitner), 4 und 3; Arbeiten im chemisch-technischen Laboratorium, tägl. außer Sonnabend; Technologische Exkursionen. — **Haber**: Physikalische Chemie II, 2; Chemie der Elektronen, 1; Demonstrationen technisch-elektrochemischer Prozesse (mit Askenasy), 3; Physikalisch-chemisches und elektrochemisches Kolloquium für Vorgeschrittene, 2; Physikalisch-chemisches und elektrochemisches Laboratorium, tägl. außer Sonnabend; Physikalisch-chemischer und elektrochemischer Einführungskurs (mit Leiser). — **Askenasy**: Prozesse der elektrochemischen Großindustrie, 2. — **Dieckhoff**: Pharmazeutische Chemie, 2; Analytische Chemie I, 2. — **Eitner**: Methoden der technischen Analyse, 2; Ausgewählte Kapitel der technischen Analyse, 1; Spezielle Technologie der Gasbeleuchtung, 1, Übungen, 4. — **Just**: Chemie der flüssigen und komprimierten Gase, 1. — **Kast**: Moderne Spreng- und Treibmittel, 2. — **Leiser**: Anwendung der Differential- und Integralrechnung in der Chemie, 1; Einleitende Vorträge in physikalischer Chemie und Elektrochemie: Physikalisch-chemische Meßmethoden, 1. — **Rupp**: Chemische und mikroskopische Untersuchung der Nahrungsmittel und Gebrauchsgegenstände, 2. — **Skita**: Chemie der Farbstoffe und Technologie der Textilindustrie II, 2; Praktische Übungen in Färberei und Druckerei, 2. — **Staudinger**: Organische Chemie II, 2. — **Steinkopf**: Methoden der organischen Chemie, 1; Chemie der heterozyklischen Verbindungen, 1. — **Ubbelohde**: Industrie des Petroleums, der Fette und Harze, 1. — **N.N.**: Chemie der Metalle, 2; Physikalisch-chemische Grundlagen der Analyse, 1; Praxis des deutschen Patentwesens, 1. —

Disteli: Darstellende Geometrie II, 4, Übungen, 4; Übungen in Perspektive, 3. — **Heun**: Mechanik I und II, 4, Übungen, 2; Mechanisches Seminar, 4 *g*. — **Krazer**: Höhere Mathematik II, 2; Grundlehren der höheren

Mathematik, 4. — **Stäckel**: Höhere Mathematik I, 6, Übungen, 2. — **Mohrmann**: Übungen in den Grundlehren der höheren Mathematik, 2. — **Vogt**: Elementare und analytische Geometrie, 3, Übungen, 1; Projektionslehre, 2, Übungen, 4. — **Winkelmann**: Theorie und Anwendungen des Kreisels in elementarer Behandlung, 2; Theorie der Schwingungen, 3. — **Haid**: Geodätisches Praktikum II, 6, III, 3; Größere Vermessungsübung, 2 Wochen. — **Bürgin**: Katastervermessung I, 2, Übungen, 2; Plan- und Terrainzeichnen, 2 und 4. —

Universität Kiel.

Dieterici: Experimentalphysik II: Optik, Elektrizität, 5; Physikalisches Praktikum für Anfänger: a) für Mathematiker und Naturwissenschaftler, 8, b) für Mediziner und Pharmazeuten, 4, für Fortgeschrittene, tägl. — **Weber**: Potentialtheorie und Elektrostatik, 4; Meteorologie, 1; Theorie physikalischer Messungsapparate mit Übungen, 1; Ausgewählte physikalische Messungen und Untersuchungen, tägl. außer Sonnabend; Kolloquium mit Vortragsübungen, 2 *g*. — **Zahn**: Elektrische Meßmethoden I: Gleichstrommessungen, 1; Besprechung ausgewählter Kapitel der theoretischen Physik: Elektronentheorie und Relativitätsprinzip, 1 *g*. —

Harries: Anorganische Experimentalchemie, 5; Chemisches Praktikum I: Anorganische Abteilung (mit Biltz), tägl. außer Sonnabend, II: Organische Abteilung, tägl., für Mediziner (mit Feist), 4; Chemische Gesellschaft (Vorträge über neue Arbeiten auf allen Gebieten der Chemie) (mit Rügheimer, Biltz, Feist, Preuner und Mumm), 2 *g*. — **Rügheimer**: Pharmazeutisch-chemisches Praktikum, tägl. außer Sonnabend; Pharmazeutische Chemie (organischer Teil), 3; Ausgewählte Kapitel aus dem Gebiet der physikalischen Chemie, 1 *g*. — **Biltz**: Analytische Chemie, 2; Ausgewählte Kapitel der chemischen Technologie II: Organische Betriebe, 2, Exkursionen, *g*. — **Stoehr**: Alkaloide, 1. — **Feist**: Die grundlegenden Theorien der Chemie, 1; Die moderne Eisengroßindustrie, 1 *g*; Einführung in das praktische Studium der Chemie, 1 *g*. — **Preuner**: Einführung in die Elektrochemie, 2; Elektroanalytische Übungen, 2—3 Wochen. — **Mumm**: Die wichtigsten Arbeitsmethoden der organischen Chemie, 1. —

Pochhammer: Einleitung in die Algebra und Determinantenlehre, 4; Funktionentheorie, 4; Übungen im mathematischen Seminar, 1 *g*. — **Harzer**: Rotationsprobleme der Mechanik des Himmels, 3; Über Differenzenrechnung, 1 *g*. — **Landsberg**: Differentialrechnung, 4, Übungen, 1 *g*; Analytische Mechanik, 4. — **Kobold**: Niedere Geodäsie, 2; Geodätische Übungen, 2 *g*. — **Wilkens**: Bewegungsverhältnisse der Doppel- und mehrfachen Sternsysteme, 1. — **Neuendorff**: Ausgewählte Kapitel der technischen Mechanik, besonders graphische Statik, mit Zeichenübungen, 4. —

Universität Königsberg.

Kaufmann: Experimentalphysik I: Mechanik, Akustik, Wärme, 5, Ergänzungen, 1 *g*; Physikalische Übungen für Anfänger, 3, für Vorgeschrittene, tägl. außer Sonnabend; Physikalisches Kolloquium, 2 *g*. — **Volkmann**: Einführung in das Studium der theoretischen Physik, 4, Übungen und Ergänzungen unter besonderer Berücksichtigung der Methodik wissenschaftlichen Zahlenrechnens, 1 *g*; Mathematisch-physikalisches Laboratorium: a) Physikalisch-praktische Übungen und Arbeiten für Anfänger und Vorgerückte, 6, b) Leitung großer spezieller Arbeiten, ganztägig; Handfertigkeitspraktikum, 2 *g*. —

Klinger: Organische Chemie, 4; Chemisches Praktikum für Mediziner, 3 Nachmittage; Übungen im Laboratorium (mit Benrath und Blochmann), tägl. außer Sonnabend; Vorprüfungen bei qualitativer Analyse, 1 *g*; Besprechung neuerer Arbeiten (mit Benrath und Blochmann), 1 *g*. — **Stutzer**: Chemie für Landwirte, 3; Praktische Übungen im chemischen Laboratorium für Anfänger und für Fortgeschrittene, tägl. außer Sonnabend; Agrikulturchemie: Ernährung der Pflanzen, 2 *g*. — **Blochmann**: Ausgewählte Kapitel aus der technischen Chemie, mit anschließenden Besichtigungen von Fabrikanlagen, 1 Nachmittag; Analytische Chemie: Quantitative Analyse, 2; Besprechung ausgewählter Kapitel aus der technischen Chemie, 1 *g*. — **Rupp**: Pharmazeutische Chemie: Aromatische Reihe, 3; Übungen im pharmazeutisch-chemischen Laboratorium, tägl. außer Sonnabend; Über Arzneimittelprüfung, 1 *g*. — **Benrath**: Einführung in die physikalische Chemie, 2; Konstitutionsbeweise, 1 *g*. —

Meyer: Analytische Geometrie der Ebene, 3, Übungen, 1 *g*; Einleitung in die Zahlentheorie, 4, Übungen, 1 *g*. — **Schoenflies**: Differentialgleichungen, 4; Übungen im mathematischen Seminar, für Fortgeschrittene, $1^1/_2$ *g*. — **Battermann**: Geographisch-astronomische Ortsbestimmung, 2, Übungen, 2 Nachmittage, *g*. — **Kaluza**: Differentialrechnung, 4, Übungen, 1 *g*; Allgemeine Mengenlehre, 1, Kolloquium, 1 *g*. — **Bieberbach**: Darstellende Geometrie, 2, Übungen, 2; Einführung in die Galoische Theorie der algebraischen Gleichungen: Dreiteilung des Winkels, Gleichung 5. Grades usw., 2. —

Universität Leipzig.

Wiener: Experimentalphysik I: Mechanik, Wärme, Akustik, 5, Mathematische Ergänzungen, 1; Selbständige physikalische Arbeiten für Vorgeschrittene, tägl.; Physikalisches Praktikum (mit Jaffé), 9, für Mediziner, 3, für Pharmazeuten (mit Scholl und Jaffé), 3; Physikalisches Kolloquium (mit Des Coudres), 2 *g*. — **Des Coudres**: Elektrizität und Magnetismus (Maxwellsche Theorie), 4, Ergänzungen bzw. Übungen, 1 *g*; Selbständige physikalische Arbeiten für Vorgeschrittene, tägl. — **v. Oettingen**: Geometrisch-perspektivisches Zeichnen, 1 *g*. — **Marx**: Theorie der Ätherfrage, 1. — **Scholl**: Einführung in die Elektrotechnik: Gleich- und Wechselstromtechnik in elementarer Behandlung, mit Experimenten, 2; Übungen in Aufbau und Vorführung physikalischer Schulversuche, 2. — **Fredenhagen**: Einführung in die theoretische Physik, 2. — **Jaffé**: Elemente der statistischen Mechanik, 1. — **Lilienfeld**: Experimentelle und technische Kapitel aus dem Gebiete tiefster Temperaturen, 1 *g*. — **Donner**: Handfertigkeitsunterricht, 3. —

Beckmann: Organische Chemie, mit besonderer Berücksichtigung ihrer Anwendung, 5; Chemisches Praktikum, tägl., für Mediziner und Zahnärzte, 6; Arbeiten auf dem Gebiete der Nahrungsmittelchemie, tägl.; Pharmazeutisch-chemisch-toxikologisches Praktikum, tägl.; Chemisches Vollpraktikum für Vorgerücktere (mit Heller, Deussen, Scheiber, Sieverts und Waentig), tägl.; Chemisch-technisches Praktikum (mit Heller), tägl. — **Hantzsch**: Anorganische Chemie, 5, Ergänzung, 1 *g*; Chemisches Praktikum für Analytiker (mit Schaefer), tägl., für Mediziner, 6; Pharmazeutisch-chemisch-toxikologisches Praktikum (mit Schaefer), tägl.; Chemisches Vollpraktikum für Vorgerücktere (mit Stobbe und Rassow), tägl. — **Le Blanc**: Überblick über die theoretische und technische Elektrochemie, mit Demonstrationen, 3; Physikalisch-chemische Betrachtung des Weltalls, 1; Physikalisch-chemisches Praktikum (mit Drucker und Freundlich), tägl.; Photochemisch-photographisches Praktikum (mit Schaum), tägl.; Chemisches Praktikum für Analytiker (mit Böttger), tägl.; Physikalisch-chemischer Einführungskurs; Darstellung elektrochemischer Präparate (mit Schall und Drucker), 4 oder 8; Photochemische Übungen: Spektralanalyse, mikrochemische Analyse, photographische und photochemische Methoden (mit Schaum), 4; Physikalisch-chemisches Kolloquium (mit Schaum, Böttger, Drucker und Freundlich), $1^1/_2$ *g*. — **Stobbe**: Organische Experimentalchemie: Die aromatischen Verbindungen, 2. — **Wagner**: Chemisches Praktikum für Lehrer: Schulversuche, Analyse und Präparate, tägl., Didaktische Besprechungen: Massenwirkungsgesetz, 1 *g*; Technik der Experimentalchemie und Demonstration von Schulversuchen, 1 *g*. — **Rassow**: Chemische Technologie,

Brenn- und Leuchtstoffe sowie ausgewählte anorganische Betriebe, mit Exkursionen, 2; Gewinnung und Verwendung der technisch wichtigen Metalle, mit Exkursionen, 1; Technisch-chemisches Praktikum, tägl. — **N.N.**: Physikalisch-chemische Methoden der Konstitutionsbestimmung bei organischen Verbindungen, 1; Valenz und Elektrovalenz, 1. — **Schaum**: Absorption und Lumineszenz, mit Demonstrationen, 1 *g*; Anleitung zur Projektion, 1. — **Böttger**: Quantitative (Maß- und Gewichts-)Analyse, mit Demonstrationen, 2. — **Heller**: Chemie der organischen Farbstoffe, 2. — **Deussen**: Das neue Deutsche Arzneibuch (5. Ausgabe), 1. — **Drucker**: Chemisches Rechnen, 1. — **Freundlich**: Kapillarchemie: Chemie der Kolloide und verwandte Gebiete, 2. — **Scheiber**: Konstitutionsbestimmung organischer Verbindungen, 2. — **Sieverts**: Katalyse, mit besonderer Berücksichtigung technischer Prozesse, 1. — **Ostwald**: Experimentelle Kolloidchemie II: Die wissenschaftlichen und technischen Anwendungen der Kolloidchemie, 1. — **Waentig**: Anwendung physikalischer Methoden in der Nahrungsmittelchemie, 1. — **Schaefer**: Methodik und Technik der analytischen Chemie, mit Demonstrationen, 2. —

Hölder: Allgemeine Theorie der Funktionen einer komplexen Veränderlichen, 4; Algebraische Gleichungen, 2; Mathematisches Seminar: Übungen in Funktionentheorie, 1 *g*. — **Bruns**: Sphärische Astronomie, 4; Praktische Analysis II, 2 *g*; Übungen zur Instrumentenkunde, *g*; Praktische Übungen in der Sternwarte, *g*. — **Rohn**: Analytische Geometrie der Ebene, 4, Übungen (mit Koebe), 1 *g*; Projektive Geometrie, 2; Kegelschnitte und Flächen 2. Gr. vom invariantentheoretischen Standpunkt, 2. — **Herglotz**: Ausgewählte Kapitel der Differential- und Integralrechnung (Fortsetzung), 4; Randwertaufgaben der Potentialtheorie, 2; Mathematisches Seminar: Übungen zur Infinitesimalrechnung und zu den gewöhnlichen Differentialgleichungen (mit Koebe), 1 *g*. — **N.N.**: Theoretische Astronomie: Planeten und Kometenbahnen, 2. — **Koebe**: Gewöhnliche Differentialgleichungen, 4; Algebraische Analysis, 2. —

Universität Marburg.

Richarz: Experimentalphysik I: Mechanik, Akustik, Optik, 5; Physikalisches Kolloquium, 2 *g*; Physikalisches Praktikum (mit Feußner und Schulze), 6; Leitung eigener Untersuchungen, tägl. — **Feußner**: Theoretische Physik: Elektrizität und Magnetismus, 4; Theoretisch-physikalisches Seminar, 2 *g*. — **Schulze**: Hydrodynamik und Akustik, 2; Ausgewählte Kapitel der Elektrizitätslehre, 1. — **Wegener**: Optische Erscheinungen der Atmosphäre, 1. —

Zincke: Experimentalchemie I: Anorganische Chemie, für Chemiker und Mediziner, 6; Praktische Übungen in anorganischer, organischer und analytischer Chemie, sowie selbständige chemische Arbeiten (mit Fries), tägl., für Mediziner, halbtägig; Praktisch-chemischer Kursus für Mediziner (mit Fries), 4. — **Schmidt**: Anorganische Chemie mit besonderer Berücksichtigung der Pharmazie und Medizin, 6; Praktische Übungen in der analytischen und forensischen Chemie, sowie in der Untersuchung der Nahrungs- und Genußmittel und selbständige chemische Arbeiten (mit Keller); Qualitative Analyse, *g*. — **Fittica**: Theoretische Chemie, 2; Neuere Geschichte der Chemie, 1 *g*. — **Thiel**: Physikalische Chemie, 4; Einführung in die physikalische Chemie mit theoretisch-chemischen Übungen, 1 *g*; Photochemisches und photographisches Praktikum, 2; Anleitung zu selbständigen wissenschaftlichen Arbeiten, tägl. — **Reißert**: Chemie der organischen Farbstoffe, 2. — **Fritsch**: Pyridinderivate, 1 *g*. — **Fries**: Ausgewählte Kapitel aus der anorganischen Chemie, 3; Chemisches Kolloquium, 2 *g*; Chemisches Repetitorium für Mediziner: Organische Chemie, 1. — **Keller**: Untersuchung von Trinkwasser, Harn usw., 2; Grundlagen und Methoden der Maßanalyse, 1; Prüfung von Arzneimitteln, 1 *g*; Übungen im Sterilisieren, 2. — **Flade**: Elektrochemie, 2; Elektrochemisches Praktikum, 3. —

Hensel: Differentialrechnung, 4; Höhere Zahlentheorie, 4; Mathematisches Proseminar, 1 *g*; Mathematisches Seminar, 1 *g*. — **Neumann**: Gewöhnliche Differentialgleichungen, 3; Abelsche Funktionen, 3; Mathematisches Seminar, 2 *g*. — **v. Dalwigk**: Funktionentheorie, 4, Ergänzungen und Übungen, 1; Graphische Statik, 2, Übungen, 2; Physikalische Technologie für zukünftige Verwaltungsbeamte, 2. — **Hellinger**: Analytische Geometrie, 4; Mathematische Übungen für Anfänger (Analytische Geometrie, Differentialrechnung), 2; Einführung in die Mengenlehre, 2. —

Universität München.

Röntgen: Experimentalphysik II: Wärme und Elektrizität, 5; Anleitung zu selbständigen Arbeiten, tägl.; Praktische Übungen im physikalischen Laboratorium (mit Koch und Wagner), 12; Handfertigkeitskurs, 6. — **Sommerfeld**: Mechanik der Kontinua: Hydrodynamik, Akustik, Elastizität, für Anfänger, 4, Seminar: Übungsaufgaben, 14tägig, 1 *g*; Ausgewählte Teile der Elektrodynamik und Mechanik vom Standpunkt des Relativitätsprinzips, 3, Seminar: Vorträge der Mitglieder über Relativität, 14tägig, 1 *g*; Selbständige Arbeiten im Institut für theoretische Physik, tägl. — **Graetz**: Physik, experimentell II: Mechanik, Akustik, Optik, 5; Einleitung in die theoretische Physik, 3; Praktikum für physikalische Demonstrationen, 4; Anleitung zu selbständigen Arbeiten, tägl. *g*. — **Donle**: Doppelbrechung und damit zusammenhängende Erscheinungen, 2. — **Laue**: Thermodynamik, mit besonderer Berücksichtigung der chemischen Anwendungen, 2, Übungen, 1 *g*. — **Koch**: Grundzüge der Physik des Wechselstroms, mit Demonstrationen, 1. — **Schmauß**: Die Grundlagen der Wetterprognose, 2; Einfluß der Alpen auf das Klima der schwäbisch-bayerischen Hochebene, 1. — **Wagner**: Mathematische Ergänzungen zur Experimentalphysik II, 1; Die Entladung der Elektrizität durch Gase, mit Experimenten, 1. — **Debye**: Einführung in die theoretische Optik, mit Demonstrationen, 4; Elektronenoptik: Zeeman-Effekt, lichtelektrische Wirkungen usw., 1. —

v. Baeyer: Organische Experimentalchemie, 5; Praktische Arbeiten im chemischen Laboratorium (mit Piloty, Vanino und Prandtl in der unorganischen, mit Dimroth, Dieckmann und Wieland in der organischen Abteilung), tägl. außer Sonnabend; Chemisches Praktikum für Mediziner (mit Piloty und Vanino), 4; Praktische Arbeiten im chemischen Laboratorium für fortgeschrittenere Mediziner (mit Piloty), ganz- oder halbtägig. — **Paul**: Anorganische Chemie mit besonderer Berücksichtigung ihrer Anwendung, 5; Nahrungsmittelchemie I, 2; Pharmazeutisch-chemische Präparatenkunde: Organische Präparate, 3; Chemisches Praktikum: Praktische Übungen, einschließlich physikalisch-chemischer, elektro-chemischer und nahrungsmittel-chemischer Arbeiten, tägl. außer Sonnabend; Pharmazeutisch-chemisches Praktikum: Praktische Übungen, einschließlich der Übungen in den für den Apotheker wichtigen Sterilisationsverfahren (die pharmazeutisch-chemischen Übungen mit Heiduschka), tägl. außer Sonnabend. — **Piloty**: Über analytische Chemie II, 3; Elektrolytisches Praktikum, 4 bis 5 wöchentliche Kurse. — **Dimroth**: Teerfarbstoffe und ihre Anwendung, 3. — **Prandtl**: Spezielle unorganische Experimentalchemie I: Alkalimetalle, Erdalkalien und Schwermetalle, 4; Praktikum für Gasanalyse, 4. — **Dieckmann**: Stereochemie, 1. — **Wieland**: Organische Technologie, mit Exkursionen, 2; Hydroaromatische Verbindungen und Terpene, 1. — **Heiduschka**: Neuere Arzneimittel, 1; Ausmittelung von Giften: Gerichtliche Chemie, 2; Chemische Wertbestimmung von Drogen und galenischen Arzneimitteln, 1. — **Schlenk**: Die Elemente der physikalischen Chemie II, 2; Zusammenhänge zwischen Farbe und Konstitution organischer Verbindungen, 1; Physikalisch-chemisches Praktikum, 4 ev. 8. —

Lindemann: Analytische Geometrie des Raumes, 5; Theorie der elliptischen Funktionen, 5; Mathematisches

Seminar: Aufgaben zur Funktionentheorie, 1 1/2 *g*. — **v. Seeliger**: Wahrscheinlichkeitsrechnung und Methode der kleinsten Quadrate, 4; Praktische Übungen an den Instrumenten der Sternwarte (mit Großmann). — **Voß**: Einleitung in die Theorie der partiellen Differentialgleichungen, 4; Einleitung in die Invariantentheorie, 3; Mathematisches Seminar, 2. — **Pringsheim**: Integralrechnung, 5, Geometrische Ergänzungen, 2. — **Brunn**: Elemente der höheren Mathematik, 4. — **Doehlemann**: Darstellende Geometrie II: Axonometrie, Perspektive, 4, Übungen, 2; Theorie der geometrischen Konstruktionen, 4, Übungen, 1 *g*. — **Hartogs**: Algebra II, 4; Algebraische Analysis, 5. —

Technische Hochschule München.

Ebert: Experimentalphysik II: Elektrophysik II, Optik, 4; Physikalisches Praktikum, 4 oder 8; Anleitung zu wissenschaftlichen Arbeiten auf dem Gebiete der Physik, nach Verabredung. — **K. Fischer**: Grundzüge der Physik: Optik, Elektrizität, Magnetismus, 3; Apparate und Methoden des physikalischen Unterrichts an Mittelschulen II: Optik, Elektrizität und Magnetismus, 3; Physikalische Optik, 2. — **Knoblauch**: Kinetische Gastheorie, 2; Technisch-physikalisches Praktikum, 4; Anleitung zur Ausführung wissenschaftlicher Arbeiten auf dem Gebiete der technischen Physik, nach Verabredung. — **Emden**: Anwendungen der Thermodynamik auf kosmologische Probleme, 2; Die Entwicklung der Luftschiffahrt und Flugtechnik, 2. — **von und zu Aufseß**: Photometrie, speziell Astrophotometrie, 2. — **Urban**: Unterrichtskurse in praktischer Photographie, 1, Übung, 3. — **Voit**: Angewandte Physik: Heizung, Lüftung, Akustik der Gebäude, Blitzableiter, Übungen, 2; Schwachstromtechnik: Telegraphie, Telephonie und drahtlose Telegraphie, 2. — **Heinke**: Einführung in die Elektrotechnik, Übungen, 2, Praktikum, 2; Elektrotechnik für Maschineningenieure, 3; Elektrische Meßtechnik, 3; Elektrotechnisches Praktikum I: Meßtechnik und Photometrie, 4 und 2; Elektrotechnisches Praktikum für Vorgeschrittene, 20—32. — **Ossanna**: Theorie und Konstruktion der elektrischen Maschinen III: Transformatoren und Asynchronmotoren, 4; Elektrotechnisches Praktikum II: Messungen an Maschinen, Umformern und Transformatoren, 4 und 2; Entwerfen von elektrischen Maschinen, 4; Entwerfen von Wechselstrom-Kommutatormotoren, 4. — **Kadrnozka**: Bau und Betrieb elektrischer Anlagen I: Elektrische Lichtbetriebe, 3, II: Erzeugung und Verteilung elektrischer Arbeit, 2, Übungen: Entwerfen elektrischer Anlagen, 4. —

Muthmann: Allgemeine Experimentalchemie einschließlich der Grundzüge der organischen Chemie, 5; Chemisches Praktikum im analytischen und elektrochemischen Laboratorium, 10, 20 oder 30; Praktikum in der technischen Gasanalyse (mit Hofer), 3; Spezielle Arbeiten auf dem Gebiete der unorganischen Chemie und der Elektrochemie, 30. — **Lipp**: Organische Chemie, 5; Chemisches Praktikum im organischen Laboratorium, 20—30; Spezielle Arbeiten auf dem Gebiete der organischen Chemie, 30. — **Rohde**: Heterozyklische Verbindungen I, 2. — **Hofer**: Analytische Chemie der Metalle und Metalloide nebst Gewichts- und Maßanalyse I, 4; Die elektrochemischen Prozesse, 2. — **Schultz**: Chemische Technologie mit Brennmaterialienlehre und Feuerungskunde V: Organische Farbstoffe, Färberei, 4; Praktikum im chemisch-technischen Laboratorium, 20—30; Spezielle Arbeiten auf dem Gebiete der technischen Chemie, 30; Chemisches Praktikum, 3. — **Lintner**: Chemie der Nahrungs- und Genußmittel, 2; Gärungschemisches Praktikum, 30; Grundzüge der organischen Chemie und Einführung in die Technologie und Warenkunde mit besonderer Berücksichtigung der Gärungsgewerbe, 4. —

v. Dyck: Höhere Mathematik IV, 2, Übungen, 2; Mehrfache Integrale, 3; Mathematisches Seminar, Kolloquium (mit Finsterwalder und Burkhardt), 2. — **Burkhardt**: Höhere Mathematik II, 6, Übungen, 2; Ausgewählte Fragen der Differential- und Integralrechnung, 2. — **Finsterwalder**: Grundzüge der höheren Mathematik, 4, Übungen, 2; Analytische Mechanik, 4. — **Liebmann**: Trigonometrie, Übungen, 1. — **Burmester**: Darstellende Geometrie II, 4, Übungen, 4; Kinematik, 3. — **Schmidt**: Vermessungskunde II, 4, Praktikum, 4; Hauptvermessungsübungen, 2 Wochen; Katastertechnik II, 3, Praktikum IV, 8 und 2; Kartierungsübungen, 4. — **N.N.**: Ausgleichungsrechnung nach der Methode der kleinsten Quadrate, 2. — **Föppl**: Technische Mechanik I: Einführung in die Mechanik, 4, IV: Dynamik, 3, Übungen, 2; Praktikum im mechanisch-technischen Laboratorium, 2. —

Universität Münster.

Schmidt: Experimentalphysik: Mechanik, Akustik, Wärme, 5; Physikalisches Praktikum für Anfänger (mit Matthies), 3 oder 6, für Fortgeschrittene (mit Konen), tägl.; Physikalisches Seminar (mit Konen und Matthies), 14tägig, 2 *g*. — **Konen**: Einführung in die theoretische Physik, 4, Übungen, 1 *g*; Übungen in Demonstrationsversuchen und in der Anfertigung einfacher Apparate (mit Thiel), 3. — **Matthies**: Elektrotechnik, 2. —

Salkowski: Organische Chemie, 5; Chemie der Metalle, 2 *g*; Chemisches Praktikum im Laboratorium, tägl. außer Sonnabend, für Mediziner (mit Kaßner und Thiel), 6. — **Kaßner**: Über Gifte und ihren Nachweis in Untersuchungsobjekten, 1 *g*; Anorganische Chemie, mit besonderer Berücksichtigung der Medizin und Pharmazie, 4; Kolloquium über pharmazeutische Präparate und die Gegenstände des Deutschen Arzneibuchs, 1; Ausgewählte Kapitel aus der chemischen Technologie, mit besonderer Berücksichtigung der Brennstoffe und ihrer Ausnützung, 1; Pharmazeutisch-chemische, maßanalytische und toxikologische Übungen, Darstellung chemischer Präparate, Übungen in Elementar-Analyse, für Vorgerückte Bearbeitung wissenschaftlicher oder technischer Aufgaben, 25. — **N.N.**: Physikalische Chemie I, 3; Theoretisch-chemische Übungen, 1 *g*. — **Bömer**: Analyse der Nahrungs- und Genußmittel I, 1 *g*; Repetitorium der Nahrungsmittelchemie, 2 *g*. —

Killing: Differential- und Integralrechnung I, 4, Übungen, 1 *g*; Übungen des mathematischen Unterseminars, 2 *g*. — **v. Lilienthal**: Analytische Geometrie der Ebene, 4, Übungen, 1 *g*; Einleitung in die Theorie der Differentialgleichungen, 4; Übungen des mathematischen Oberseminars, 2 *g*. — **Dehn**: Mechanik I, 4; Methoden der darstellenden Geometrie, mit Übungen, 4. — **Plaßmann**: Über den Mond, 2 *g*; Optische Eigenschaften der Atmosphäre: Refraktion, Absorption, Szintillation, Polarisation, 2; Zeit- und Ortsbestimmung, mit besonderer Rücksicht auf die Kolonien, 2; Übungen im Beobachten und Rechnen, *g*. — **Schewior**: Theorie der geodätischen Instrumente, 2; Übungen im Gebrauch geodätischer Instrumente, 3 *g*. —

Akademie Posen.

Spies: Mechanik der flüssigen und luftförmigen Körper, Akustik, 2; Physikalisches Kolloquium, 1; Physikalische Übungen, 3; Übungen für Vorgeschrittene, nach Verabredung. — **Könnemann**: Physik der Erde und der oberen Planeten, 1. —

Wörner: Chemie der zyklischen Kohlenstoffverbindungen, 2; Chemische Übungen, 2. —

Kummerow: Synthetische Geometrie der Kegelschnitte in Verbindung mit neuerer und darstellender Geometrie, 2; Sphärische Trigonometrie nebst Anwendung auf die mathematische Erd- und Himmelskunde, 1. —

Universität Prag.

Lampa: Experimentalphysik II, 5; Physikalisches Praktikum II, a) für Physiker und Mathematiker, 6, b) für Chemiker und Naturhistoriker, 3; Anleitung zu wissenschaftlichen Arbeiten für Vorgeschrittene, tägl. *g*. — **Einstein**: Mechanik diskreter Massenpunkte, 3; Thermodynamik, 2. — **Spitaler**: Meteorologische Instrumente: Beobachtung und Berechnung, 2, Praktikum, 1; Wetterprognose, 2. —

Goldschmiedt: Organische Chemie, 5; Chemische Übungen, tägl. außer Sonnabend, für Mediziner, halbtägig, tägl. außer Sonnabend; Anleitung zu wissenschaftlichen Untersuchungen, tägl. *g*. — **Rothmund**: Physikalische Chemie II: Elektrochemie, Thermochemie, Photochemie, 4; Physikalisch-chemisches Praktikum, 4; Anleitung zu wissenschaftlichen Untersuchungen, tägl. außer Sonnabend. — **Kirpal**: Chemische Großindustrie, 3. — **Hönigschmid**: Qualitative chemische Analyse, 2; Quantitative chemische Analyse, 2. — **Fortner**: Chemie der Nahrungsmittel mit Demonstrationen, 3. —

Pick: Differential- und Integralrechnung II, 3; Zahl und Grenzwert, 2 *g*; Seminar, 2 *g*. — **Grünwald**: Liniengeometrie, 3; Hyperkomplexe Zahlen in der Geometrie, 2. — **Weinek**: Über astronomische Hilfsinstrumente, Theorie des Sextanten und Prismenkreises, 3; Übung im astronomischen Beobachten, 2; Theorie der Sonnenfinsternisse und verwandten Erscheinungen, 1 *g*. — **Oppenheim**: Theorie der Abbildung mit Anwendung auf die Lehre der Kartenprojektionen, 3. — **Scheller**: Astronomische Ortsbestimmungen auf Reisen, 2. —

Technische Hochschule Prag.

Tuma: Physik: Elektrostatik, Stationäre Elektrizitätsströmungen, Magnetische Wirkungen des elektrischen Stromes, Magnetische Induktion, 5, Praktikum, 3; Physik für Kulturingenieure und Geodäten, 3; Physikalisches Praktikum für Lehramtskandidaten, 6. — **Pichl**: Meteorologie und Klimatologie: Klimatologisches Praktikum, 1. — **Puluj**: Allgemeine Elektrotechnik, 2, Praktische Übungen, 3; Spezielle Elektrotechnik, 2; Elektromechanische Konstruktionen, 1. —

Meyer: Allgemeine Experimentalchemie: Kohlenstoffverbindungen, 6; Praktische Übungen in der qualitativen Analyse, 25; Analytische Chemie (quantitative), 2, Praktische Übungen, 29; Anleitung zu wissenschaftlichen chemischen Untersuchungen für Geübtere, 30. — **Storch**: Chemie der Metalle und technische Metallgewinnung, 2; Maßanalyse und chemische Arithmetik, 1; Physikalische Chemie II: Thermochemie, 2, III: Elektrochemie, 3, Übungen, 4; Anleitung zu wissenschaftlichen chemischen Untersuchungen, 15; Physikalische Methoden der Untersuchung von Nahrungsmitteln, 1, Übungen, 3. — **Außerwinkler**: Photographie, 1, Übungen, 4. — **v. Gintl**: Chemie der Nahrungs- und Genußmittel, 2, Übungen, 6; Praktische Unterweisung in der chemischen Untersuchung von Rohstoffen und Gebrauchsartikeln, 1, Übungen, 4; Untersuchung der Milch und Butter und Analyse der Fette, 1; Praktische Übungen in der Ausführung von Heizgasuntersuchungen, 1; Enzyklopädie der technischen Chemie, 2. — **Ditz**: Chemische Technologie anorganischer Stoffe, 7, Übungen, 28. — **v. Georgievics**: Chemische Technologie organischer Stoffe, 6½, Übungen, 26½. — **Harpf**: Technologie des Schwefeldioxydes, 2. —

Carda: Mathematik I, 4; Elemente der höheren Mathematik, 2, Übungen, 1; Mathematik für Handelslehrer, 3. — **Kowalewski**: Mathematik IIa, 5, Übungen, 2; Ausgewählte Kapitel der höheren Mathematik, 2. — **Rosmanith**: Versicherungsmathematik I, 3, II, 3. — **Janisch**: Darstellende Geometrie, 3, Konstruktive Übungen, 8, 5 und 6; Ausgewählte Kapitel aus der darstellenden und projektiven Geometrie, 3, Übungen, 4. — **Stark**: Enzyklopädie der Mechanik I, 2; Graphische Statik, 2, Konstruktive Übungen, 2; Mechanik II, 4, Repetitorium, 1, III, 3. — **Adamczik**: Elemente der niederen Geodäsie, 4 und 2; Niedere Geodäsie, 4½, Übungen, 6; Grundzüge der sphärischen Astronomie, 3, Übungen, 2; Anwendungen der Geodäsie auf Kulturtechnik, 2, Übungen, 2. — **Haerpfer**: Stereophotogrammetrie, 1. — **Grünwald**: Algebraische Bewegungen und geometrische Transformationen, 2. —

Universität Rostock.

Heydweiller: Experimentalphysik: Allgemeine Physik, Akustik, Wärme, 5; Physikalische Übungen, mit Handfertigkeitsunterricht (mit Weber), 8, für Mediziner und Pharmazeuten, 4; Wissenschaftliche physikalische Arbeiten, tägl.; Physikalisches Seminar (mit Weber), 1. — **Weber**: Analytische Mechanik, 3, Übungen, 1; Geometrische und physikalische Optik, 2. —

Michaelis: Anorganische Chemie, 5; Übungen im chemischen Laboratorium: a) Großes Praktikum, tägl. außer Sonnabend, b) Kleines Praktikum, 9, c) Toxikologisches Praktikum (mit Stoermer), 4, d) Übungen für Mediziner, 4, e) Übungen für Nahrungsmittelchemiker (mit Kunckell), 4. — **Stoermer**: Chemie der Benzolderivate, 4; Maßanalyse, 1; Chemie der Zuckerarten, 1. — **Kümmell**: Elektrochemie, 3; Kleines elektrochemisches Praktikum, 4; Elektrochemische Analysen und Präparate, 4; Physikochemisches Vollpraktikum: Leitung selbständiger Arbeiten, tägl. — **Kunckell**: Repetitorium der pharmazeutischen Chemie mit Gesetzeskunde, 3; Chemische Untersuchung der Arzneimittel, 1; Examinatorium für Pharmazeuten, 2; Über ausgewählte Kapitel der chemischen Technik mit Exkursionen für Pharmazeuten, 1. —

Staude: Analytische Geometrie der Ebene, 4; Analytische Geometrie des Raumes, 4; Mathematisches Seminar, 2. —

Universität Straßburg.

Braun: Experimentalphysik I: Mechanik, Molekularphysik, Optik, 5; Physikalische Übungen, 5 oder 10; Übersichtskursus für Mediziner, 3; Wissenschaftliche physikalische Arbeiten, tägl. außer Sonnabend; Physikalisches Kolloquium (mit Cohn), 2 *g*. — **Cohn**: Theorie der Wärme, 3; Übungen zur theoretischen Physik, 1; Wissenschaftliche physikalische Arbeiten. — **Mandelstam**: Telegraphen- und Fernsprechtechnik, 2, Übungen, 3. — **Hergesell**: Grundzüge der Aerologie, 2; Meteorologisches und geophysikalisches Kolloquium, 2 *g*; Meteorologische Arbeiten für Geübtere, *g*. —

Thiele: Allgemeine Experimentalchemie, organischer Teil, 5; Chemisches Praktikum für Anfänger und Vorgeschrittene (mit Wedekind und Straus), tägl.; Kolloquium über organische Chemie, 1 *g*. — **Schär**: Pharmazeutische Chemie, 5; Ausgewählte Arzneistoffe der nord- und südamerikanischen Pharmazie, 2; Die ätherischen Öle und Kampferarten in pharmakognostisch-chemischer Beziehung, 1 *g*; Übungen und Untersuchungen im Laboratorium des pharmazeutischen Instituts, tägl. außer Sonnabend; Chemisches Praktikum für Nahrungsmittelchemiker (mit Rosenthaler), tägl. außer Sonnabend; Pharmakognostisches Praktikum I (mit Rosenthaler), 3, II, 3. — **Rose**: Chemische Technologie der schweren Metalle, 3; Die Mineralfarben, 1 *g*. — **Wedekind**: Theoretische und physikalische Chemie, 3; Die radioaktiven Stoffe und die Lehre vom Atomzerfall, 1; Gasanalyse, mit Übungen, 2; Physikalisch-chemisches Praktikum, 4½; Kolloquium über die Fortschritte der anorganischen und physikalischen Chemie, 14tägig, 1 Abend *g*. — **Rosenthaler**: Physikalische und chemische Prüfungsmethoden des 5. Deutschen Arzneibuchs, 1; Öle und Fette in nahrungsmittelchemischer Beziehung, 1. — **Straus**: Die Teerfarbstoffe und ihre Anwendung in der Färberei I, 3. —

Weber: Bestimmte Integrale und Einleitung in die Funktionentheorie, 4; Zahlentheorie, 2; Übungen des mathematischen Oberseminars (mit Wellstein, v. Mises und Epstein), 1½ *g*. — **Schur**: Allgemeine Theorie der Kurven und Flächen, 4; Einleitung in die Vektoranalysis, 2; Übungen des mathematischen Seminars, für Vorgerückte, 1 *g*. — **Wellstein**: Integralgleichungen, 3; Invariantentheorie, 3; Übungen im Unterseminar, 1. — **Bauschinger**: Praktische Astronomie mit Übungen für Anfänger, 5; Astronomische Beobachtungen für Geübtere, nach Verabredung. — **Simon**: Geschichte der Mathematik in der Renaissance, 2. — **v. Mises**: Darstellende Geometrie, 4, Übungen, 4 *g*; Wahrscheinlichkeitsrechnung, 2; Seminarübungen in angewandter Mathematik, 1½ *g*. — **Epstein**: Grundlagen der Analysis und Einführung in die Funktionenlehre, 2. — **Wirtz**: Der Bau des Fixsternhimmels, 1. —

Technische Hochschule Stuttgart.

Koch: Experimentalphysik: Elektromagnetismus, Induktion, Akustik, Optik, Elektrooptik, 4; Theoretische Physik (Mathematische Ergänzungen zur Experimentalphysik), 2; Übungen im physikalischen Laboratorium (mit Szivessy), I für Anfänger, tägl. außer Sonnabend, II für Vorgerücktere, tägl.; Handfertigkeitspraktikum in Physik, für Vorgeschrittene, 2—3. — **Wallot:** Theorie der Wärme II, 2. — **Veesenmeyer:** Elektrotechnische Konstruktionselemente, 2, Übungen, 4; Elektrische Maschinen und Apparate II, 3; Elektrotechnische Maschinenkonstruktionen, 8; Elektrische Arbeitsübertragung, 3; Die Elektrizität in der Landwirtschaft, 1; Projektieren elektrischer Anlagen, Übungen, 4. — **v. Dietrich:** Elektrische Beleuchtung, 3; Elektrotechnische Meßkunde II, 2; Elektrotechnisches Laboratorium, Ubungen II (mit Herrmann), tägl. außer Sonnabend, III. — **Herrmann:** Elektrische Zentralanlagen und Leitungen, 2; Elektrotechnische Meßkunde I, 2; Elektrotechnisches Laboratorium, Übungen I (mit Kazenmaier und Brauburger), II. —

v. Hell: Unorganische Chemie, 4; Organische Chemie, 2; Theoretische Chemie, 2; Übungen im Laboratorium für reine und pharmazeutische Chemie (mit Kauffmann, Schmidt, Bauer und Dieterle), tägl. außer Sonnabend. — **Müller:** Physikalische Chemie, 2; Technische Chemie, 2; Metallurgie, 1; Übungen im Laboratorium für Elektrochemie und Technische Chemie (mit Wegelin), tägl. außer Sonnabend. — **Häußermann:** Chemische Technologie der Baumaterialien, 1. — **Küster:** Pharmazeutische Chemie, organischer Teil, 2; Toxikologie, mit Demonstrationen, 1. — **Kauffmann:** Repetitorium der unorganischen Chemie, 2; Kolloquium über organische Chemie, 2; Farbenchemie unter besonderem Eingehen auf die Chemie mehrkerniger Benzolderivate, 2. — **Schmidt:** Analytische Chemie, 2; Ausgewählte Kapitel der organischen Chemie, 2. — **Bauer:** Arbeitsmethoden des Deutschen Arzneibuchs, 1; Die Entwicklungsgeschichte der organischen Chemie im XIX. Jahrhundert, 1. — **Philip:** Technische und Handelsanalysen organischer Produkte, 1. — **Rohland:** Anwendungen der physikalischen Chemie auf technische Analysen und Prozesse, 1 *g*; Technologie der Mörtel- und Tonmaterialien, 1 *g*; Chemie der unorganischen Kolloide, 1 *g*. —

Haller: Trigonometrische Übungen, 2. — **Stübler:** Mathematische Geographie, mit Übungen, 2. — **Faber:** Höhere Mathematik I, 6, Übungen, 2, III, mit Übungen, 3. — **Mehmke:** Mathematisches Seminar (mit Faber), 1; Darstellende Geometrie (mit Stübler) I, 3, Übungen, 4, II, 1, Übungen, 2; Punktrechnung (mit Stübler), 3, Übungen, 1. — **Wölffing:** Krümmungstheorie, 3; Partielle Differentialgleichungen, 1 *g*. — **Roth:** Perspektive, 2. — **v. Weyrauch:** Einleitung in die mathematische Theorie der Elastizität, 2; Aerostatik und Aerodynamik, 2. — **Kriemler:** Technische Mechanik: Dynamik und Hydraulik, 6, Übungen, 6. — **v. Hammer:** Praktische Geometrie I: Vermessungskunde (mit Heer), Übungen, 4 und 2, II, 5, Messungsübungen II für Bauingenieure, 4; Geodätische Schlußübungen (mit Heer), 14 Tage; Ausgleichungsrechnung: Methode der kleinsten Quadrate, 2; Direkte Zeit- und geographische Ortsbestimmung, Übungen, 1. — **Heer:** Geodätische Übungen für Lehramtskandidaten, 3; Praktische Geometrie, Messungs- und Rechnungsübungen für Geodäten, 5. — **A. Baumann:** Ausführliche Behandlung wichtiger Fragen des Kraftfahrzeugbaus, 2; Flugmaschinen und ihre konstruktiven Einzelheiten, 2. —

Universität Tübingen.

Paschen: Experimentalphysik: Mechanik, Optik, 5; Physikalische Übungen für Anfänger, 4, für Fortgeschrittene, halbtägig; Selbständige wissenschaftliche Untersuchungen, ganztägig. — **Waitz:** Theorie des Lichtes, 3, Übungen, 2; Populäre Astronomie, 2. — **Gans:** Theorie des Magnetismus, 2; Praktische Physik I, 1; Physikalisches Kolloquium, 1. —

Wislicenus: Allgemeine Chemie II: Organische Chemie, 5, Ergänzungen, 1; Analytisch-chemisches Praktikum (mit Bülow), ganz- oder halbtägig; Pharmazeutisch-chemisches Praktikum (mit Weinland), ganz- oder halbtägig; Präparative Arbeiten (mit Kliegl), ganztägig; Physikalisch-chemische Übungen (mit Magnus); Anleitung zu selbständigen Untersuchungen (mit Bülow und Weinland), ganztägig. — **Thierfelder:** Physiologische Chemie der Eiweißstoffe, Fette und Kohlehydrate, 2; Praktisch-chemische Übungen für Anfänger I: Qualitative Analyse, 6, II: Quantitative Analyse, 6; Physiologisch-chemische Arbeiten für Geübtere, tägl. — **Bülow:** Analytische Chemie II, 2; Theoretische Erörterungen zu den praktischen Laboratoriumsarbeiten, 2. — **Weinland:** Chemie der Arzneistoffe II: Organischer Teil, 2; Quantitative Untersuchung der Arzneimittel, 1; Nachweis von Giften für gerichtliche Zwecke, 1; Metallammoniak-Verbindungen, 1. — **Kliegl:** Zyklische Verbindungen II: Mehrkernige Benzolderivate und heterozyklische Verbindungen, 2; Kolloquium über organische Chemie, 1. — **Magnus:** Thermochemie und Elektrochemie, 2; Einführung in die höhere Mathematik für Chemiker, 1. —

v. Brill: Analytische Geometrie des Raumes, 3; Theorie der Krümmung der Flächen, 4; Übungen im mathematischen Seminar, 2. — **Maurer:** Höhere Analysis I, 4; Theorie und Anwendung der Determinanten, 3; Übungen im mathematischen Seminar, 2. — **Perron:** Theorie der Differentialgleichungen, 4; Zahlentheorie, 3; Übungen im Seminar, 1. — **Happel:** Sphärische Trigonometrie mit Übungen, 2; Praktische Übungen in einfachen Vermessungen: Trigonometrische Messungen, Orts- und Zeitbestimmungen, 2; Politische Arithmetik mit besonderer Berücksichtigung der Versicherungsmathematik, 2. — **Rosenberg:** Sphärische Astronomie mit besonderer Berücksichtigung der astronomisch-geographischen Ortsbestimmung, 2, Praktische Übungen, 1; Astrophysikalisches Praktikum, 1. —

Universität Wien.

Lecher: Experimentalphysik für Lehramtskandidaten und Mediziner II, 5. — **Exner:** Physikalisches Praktikum für Lehramtskandidaten, 6, für Chemiker und Naturhistoriker, 6; Physikalische wissenschaftliche Arbeiten Vorgeschrittener, tägl. — **Hasenöhrl:** Mechanik II, 3; Optik III, 2; Proseminar für theoretische Physik, 1 *g*; Seminar für theoretische Physik, 1 *g*; Besprechung neuerer Arbeiten über theoretische Physik (mit Ehrenhaft, Nabl und Frank), 1. — **Jäger:** Ausgewählte Kapitel der Molekularphysik und Elektronik, 1. — **Meyer:** Elemente der theoretischen Physik II: Magnetismus, Elektrizität und elektromagnetische Optik, 3. — **Haschek:** Physikalisches Praktikum für Vorgeschrittene, 8, für Lehramtskandidaten, 6; Allgemeine Sätze der Physik, 2. — **K. Przibram:** Die experimentellen Grundlagen der Elektronentheorie (Fortsetzung), 1. — **Ehrenhaft:** Ausgewählte Kapitel aus der Theorie der Kolloide, 1. — **Nabl:** Geometrische Optik (Fortsetzung), 2. — **Frank:** Das Relativitäsprinzip, seine Grundlagen und seine Anwendungen, 2; Einführung in die angewandte Mechanik, 1. — **Heß:** Die modernen Theorien der atmosphärischen Elektrizität, 1. — **Trabert:** Einleitung in die Meteorologie II, 2; Barometrische Höhenmessung (mathematisch), 1. — **Defant:** Ausgewählte Kapitel aus der meteorologischen Optik, 1. —

Wegscheider: Theoretische und physikalische Chemie I: Stöchiometrie, 5; Physikalisch-chemisches Kolloquium, 1; Chemische Übungen für Anfänger, tägl. außer Sonnabend; Arbeiten im I. chemischen Laboratorium für Vorgeschrittene (mit Wenzel und Pollak), tägl. — **N. N.:** Experimentalchemie II: Organische Chemie, 5. — **Herzig:** Pharmazeutische Chemie, 5; Übungen aus pharmazeutischer Chemie, tägl. außer Sonnabend. — **Lippmann:** Einleitung in die organische Chemie, 2. — **R. Pribram:** Kolloidchemie, 2. — **Franke:** Anleitung zur Ausführung chemisch-wissenschaftlicher Arbeiten, tägl.; Chemische Übungen für Vorgeschrittene, tägl., für Anfänger, tägl. außer Sonnabend, für Philosophen, halbtägig, für Mediziner, 4; Pflanzenchemie I (Fortsetzung), 1; Übungen in der Ausführung chemischer Schulversuche, 4. — **Pollak:** Che-

mische Technologie der Rohstoffe des Tierreiches, mit Exkursionen, 2; Repetitorium der analytischen Chemie für Pharmazeuten, 2; Übungen über ausgewählte Kapitel der pharmazeutischen Chemie, 4. — **Wenzel**: Chemische Technologie: Zement, Glas, Ton, 1. — **Billiter**: Atomistik, 1. — **M. Kohn**: Chemisches Repetitorium, 2. — **Abel**: Phasenlehre, 2. — **Moßler**: Die Prüfungsmethoden der organischen und galer. Präparate der Pharmakopöe, mit Demonstrationen, 2. —

v. Escherich: Funktionentheorie, 5; Proseminar für Mathematik, 1 *g*; Seminar für Mathematik, 2 *g*; Mathematische Statistik, 3. — **Mertens**: Algebra (Fortsetzung), 5; Übungen im mathematischen Seminar, 2; Übungen im mathematischen Proseminar, 1 *g*; Wahrscheinlichkeitsrechnung, 3. — **Wirtinger**: Differential- und Integralrechnung, 5, Übungen, 1 *g*; Mathematisches Seminar, 2 *g*; Mathematisches Proseminar (Fortsetzung der Übungen und Ergänzungen zum Mittelschullehrstoff), 1 *g*. — **G. Kohn**: Synthetische Geometrie (Fortsetzung), 4, Übungen, 1 *g*; Differentialgeometrie I, 2. — **Tauber**: Versicherungsmathematik, 6. — **Blaschke**: Einführung in die mathematische Statistik II, 3. — **Hanni**: Vektoranalysis: Beispiele und Anwendungen, 1. — **v. Schrutka**: Theorie der Kettenbrüche, 1. — **Hepperger**: Praktische Astronomie, 2; Astrophysik, 3. — **Ebert**: Geographische Ortsbestimmungen, 3. — **Schram**: Zeitrechnung verschiedener Völker und Umrechnung von Daten, 1. —

Technische Hochschule Wien.

Jäger: Physik, 5. — **Mache**: Physik: Wärmelehre, Optik und Akustik, Elektrizitätslehre, 2, 4 bzw. 5. — **Sahulka**: Elektrotechnik 4½, Praktische Übungen I (mit Reithoffer), 4; Elektrotechnische Meßkunde, 2. — **Reithoffer**: Allgemeine Elektrotechnik, 2; Allgemeine Wechselstromtechnik, 2. — **Pichelmayer**: Dynamobau, 3, Konstruktionsübungen I, 4, II, 8; Elektrotechnik, Praktische Übungen II, 4. — **Hochenegg**: Elektrische Stromverteilung, 3; Bau und Betrieb elektrischer Anlagen, Übungen, 4. — **Grau**: Elektrisches Beleuchtungswesen, 1. — **Jüllig**: Elektrische Telegraphie und Eisenbahn-Signalwesen, 2. —

Bamberger: Übungen im Laboratorium der allgemeinen Experimentalchemie, 20; Enzyklopädie der technischen Chemie, 3. — **Suida**: Organische Chemie I, 5; Chemische Technologie organischer Stoffe, 5, Übungen, 20. — **Vortmann**: Analytische Chemie, 4, Übungen, 20. — **Moser**: Die technische Analyse anorganischer Stoffe, 2; Repetitorium der anorganischen Experimentalchemie, 2; Chemie der seltenen Elemente, 2. — **v. Jüptner**: Theoretische und physikalische Chemie I, 1½, II, 2; Chemische Technologie anorganischer Stoffe, 5, Übungen, 20. — **Praetorius**: Ausgewählte Kapitel aus der physikalischen Chemie organischer Verbindungen, 1; Chemische Kinetik, 1. — **Skrabal**: Die Theorie der Oxydationsprozesse, 2. — **Böck**: Arbeitsmethoden in der organischen Chemie, 2; Moderne Anschauungen auf dem Gebiete der theoretischen organischen Chemie, 1. — **Paweck**: Technische Elektrochemie, 2. — **Abel**: Kolloidchemie, 1; Chemische Statik, 1. — **Lippmann**: Synthese der Benzolderivate, 3. — **Eder**: Photochemie und angewandte Photographie, 1; Photographisches Praktikum, 4. — **Strache**: Beleuchtungswesen und Gasindustrie, 1½. — **Erban**: Chemische Textilindustrie III und IV, 1. — **Ruß**: Repetitorium der anorganisch-chemischen Großindustrie, 1½. —

Zsigmondy: Mathematik I, 5, Korrepetitionen, 2. — **Rothe**: Mathematik I, 5; Analytische Geometrie, 2. — **Czuber**: Mathematik II, 5. — **N. N.**: Grundlehren der höheren Mathematik, 4, Korrepetitionen, 1. — **v. Schrutka**: Übungen im Gebrauche des logarithmischen Rechenschiebers, 1. — **Tauber**: Versicherungsmathematik I, 3, II, 3. — **Blaschke**: Einführung in die mathematische Statik, 3. — **Müller**: Darstellende Geometrie, 4, Konstruktives Zeichnen, 6, Seminar, 2; Konstruktive Behandlung einiger Flächenarten, 2, Konstruktionsübungen, 2. — **Schmid**: Darstellende Geometrie und konstruktives Zeichnen, 4, Konstruktionsübungen, 6; Projektive Geometrie II, 3, Konstruktionsübungen, 2. — **Finger**: Mechanik I, 7½. — **N. N.**: Mechanik I, 7½. — **Saliger**: Allgemeine Mechanik, 3. — **Jung**: Einführung in die Vektoranalysis, 1. — **Girtler**: Theorie des Kreisels, 2; Dynamik der materiellen Punktsysteme im allgemeinen und des starren Körpers im besonderen, 2. — **Leon**: Analytische Mechanik des elastischen, festen Körpers, 2. — **Pollack**: Praktische Übungen zu den Elementen der niederen Geodäsie, 5. — **Dolezal**: Praktische Geometrie, 7½, Übungen, 10; Situationszeichnen, 3, Geodätischer Kurs, 4; Geodätisches Seminar, 2, Übungen, 2. — **Dokulil**: Technische Terrainlehre, 1½. — **Schumann**: Sphärische Astronomie, 4; Übungen im Beobachten und Rechnen, 3½; Geodätische Rechenübungen, 2½. —

Universität Würzburg.

Wien: Experimentalphysik II: Elektrizität und Optik, 5; Praktische Übungen im physikalischen Institut, 4 bzw. 10; Anleitung zu selbständigen Arbeiten, tägl. — **Cantor**: Einleitung in die theoretische Physik, 4. — **Harms**: Theorie des elektrischen Stromes in Gasen, 2. —

Buchner: Organische Experimentalchemie, 5; Analytisch-chemisches Praktikum (mit Manchot), ganz- und halbtägig, tägl. außer Sonnabend; Chemisches Praktikum für Mediziner (mit Reitzenstein und Pauly), 8; Praktikum für präparative Arbeiten, tägl.; Anleitung zu selbständigen Untersuchungen (mit Manchot), tägl.; Physikalisch-chemischer Einführungskurs (mit v. Halban), 8. — **Medicus**: Chemische Technologie, 4; Pharmazeutische Chemie, anorganischer Teil, 5; Praktikum für Pharmazeuten, halb- und ganztägig; Praktikum in allen Richtungen der angewandten Chemie und Nahrungsmittelanalyse, halb- oder ganztägig. — **Manchot**: Maßanalyse, unter Berücksichtigung der durch das deutsche Arzneibuch vorgeschriebenen Methoden, 1. — **Reitzenstein**: Die wirtschaftliche Bedeutung der chemischen Großindustrie, 1. — **Pauly**: Biochemie II: Nichteiweißartige Substanzen des Tierkörpers, 1. — **Emmert**: Stereochemie, 1; Übungen zur allgemeinen Chemie (mit v. Halban), 1 *g*. — **v. Halban**: Elektrochemie, 1. —

Rost: Theorie der Funktionen einer komplexen Veränderlichen II, 4; Darstellende Geometrie II, 4, Übungen, 4; Sphärische Astronomie, 2; Ausgewählte Kapitel der Elementarmathematik, 2; Übungen zur Differential- und Integralrechnung für Fortgeschrittene, 2 *g*; Anleitung zu selbständigen wissenschaftlichen Arbeiten, tägl. *g*; Astronomisches Praktikum für Anfänger und Geübte, nach Verabredung, *g*. — **v. Weber**: Analytische und synthetische Geometrie der Kegelschnitte, 4, Ergänzungen und Übungen, 1½ *g*; Analytische Mechanik II: Dynamik der starren Körper, 4, Übungen, 1½ *g*. — **Hilb**: Differentialgleichungen der theoretischen Physik, 4, Übungen, 1 *g*; Algebra II, 4. —

Universität Zürich.

Kleiner: Experimentalphysik, 5; Physikalisches Praktikum für Anfänger, ½ Tag, für Vorgerücktere, tägl. — **Einstein**: Physikalische Optik, 4; Ausgewählte Kapitel der theoretischen Physik, 2; Physikalisches Seminar, 1. — **Adler**: Theorie elektrischer Meßinstrumente, 1. — **Greinacher**: Kathoden-, Röntgen-, Anoden- und Kanalstrahlen, mit Experimenten, 1. —

Werner: Organische Experimentalchemie, 5; Chemisch-analytisches Praktikum für Chemiker, tägl.; Chemisches Praktikum für Vorgerücktere: Präparative Arbeiten, Ausführung selbständiger Arbeiten, tägl.; Chemisches Halbpraktikum, für Naturwissenschaftler, halbtägig. — **Abeljanz**: Quantitative chemische Analyse mit Berücksichtigung der elektrolytischen Methoden, 2; Chemie und Untersuchung der Nahrungs- und Genußmittel, 1, Übungen, 4 oder 8; Anleitung zu chemischen Arbeiten im Laboratorium, 1;

Chemisches Kolloquium, 1 *g*; Chemisches Praktikum für Mediziner und Veterinäre, 3 Tage, für Naturwissenschaftler, 3 Tage, für Lehramtskandidaten, 6. — **Pfeiffer**: Aromatische Chemie II, inkl. Farbstoffe, 3; Heterozyklische Verbindungen, inkl. Alkaloide, 2; Kolloidchemie, 1. — **Grün**: Technologie der Stickstoffverbindungen, 1. —

Zermelo: Differential- und Integralrechnung II, 4; Funktionentheorie, 4; Mathematische Übungen, für Vorgerücktere, 2. — **Weiler**: Darstellende Geometrie II, mit Übungen, 4; Analytische Geometrie II, mit Übungen, 3. — **Gubler**: Politische Arithmetik: Anleihens- und Versicherungsrechnung, 2. — **Du Pasquier**: Flächentheorie, 4; Mathematische Behandlung statistischer Grundlagen für Lebensversicherung und Bevölkerungstheorie, 2; Übungen über Differential- und Integralrechnung II, 1. — **Wolfer**: Geographische Ortsbestimmung, 3; Übungen im astronomischen Beobachten, 3; Einleitung in die Astrophysik, 2. — **De Quervain**: Die meteorologischen und physikalischen Grundlagen der Luftschiffahrt, 1; Ausgewählte Kapitel der Meteorologie II, mit Besprechung der jeweiligen Wetterlage, 1. —

Technische Hochschule Zürich.

H. F. Weber: Physik: Elektrizitätslehre, 4, Repetitorium, 1; Prinzipien der Elektrotechnik, 2; Einführung in die Wechselstromtheorie, 2; Elektromechanik, 2; Elektrotechnisches Laboratorium, 8 und 16; Wissenschaftliche Arbeiten in Physik, 8, 12 und 24. — **Weiß**: Physik, 4, Repetitorium, 1; Physikalisches Praktikum für Anfänger, 4, für Elektroingenieure, 6; Wissenschaftliche Arbeiten in den physikalischen Laboratorien, 8, 12 und 24. — **Schweitzer**: Physik II, 3, Ergänzungen, 1, Repetitorium, 1, Übungen, 1; Wechselstrommotoren in graphischer Behandlung, 1. — **Cherbuliez**: Geschichte der Physik von Newton bis zum Ende des 18. Jahrhunderts II, 2; Geschichte der Äther-Theorien, 1. — **Heinemann**: Entwicklungsgeschichte der Technik I: Telegraphie und Telephonie, 1 *g*. — **Perrier**: Ausgewählte Kapitel aus der Physik des Äthers, 2. — **Wyßling**: Elektrische Zentralanlagen I, 2; Elektrische Bahnen, 2. — **Tobler**: Schwachstromtechnik, 1. — **Farny**: Bau von Dynamomaschinen I, 3; Besondere Kapitel aus dem Dynamobau, 3. — **Barbieri**: Photographie II, 1; Photogrammetrie, 1; Photographisches Praktikum, 2. — **de Quervain**: Die meteorologisch-physikalischen Grundlagen der Luftschiffahrt, 1; Ausgewählte Kapitel der Meteorologie II, mit Besprechung der Wetterlage, 1. —

Treadwell: Analytische Chemie II, 2; Chemisch-technische Analyse, 4, Übungen, 1; Probierkunde II, mit Übungen, 2; Analytisches Praktikum, 16; Analytisch-chemisches Praktikum, 24, für Vorgerücktere, tägl.; Chemisches Praktikum, 10 und 4. — **Boßhard**: Anorganische chemische Technologie: Alkalien, Chlor, Phosphate, 3, Repetitorium, 1; Chemische Technologie der Baumaterialien, 2, Repetitorium, 1; Technologie der Kohlehydrate und der Gärung, 2; Technisch-chemisches Praktikum, 16 und 24; Chemisches Praktikum für Vorgerücktere, tägl. — **Bredig**: Physikalische Chemie I, 2, Repetitorium, 1; Technische Elektrochemie, 2, Repetitorium, 1; Physikalisch-chemisches und elektrochemisches Praktikum für Anfänger, 8; Elektrochemisches Praktikum für Elektrochemiker, 4; Physikalisch-chemisches und elektrochemisches Laboratorium für Vorgerücktere, tägl. — **Céré-sole**: Künstlich organische Farbstoffe, 3, Repetitorium, 1; Beleuchtungsindustrie, 1; Explosivstoffe, 1; Technisch-chemisches Praktikum, 16 und 24; Chemisches Praktikum für Vorgerücktere, tägl. — **Constam**: Brennstoffe, 1. — **Grete**: Agrikulturchemische Untersuchungsmethoden, 2 *g*. — **Hartwich**: Pharmazeutische Chemie, 5; Ätherische Öle, 1; Toxikologie, 2; Pharmazeutisch-chemisches Praktikum, 12; Technische Mikroskopierübungen II: Genußmittel und Gewürze, 4; Chemische Untersuchung von Nahrungs- u. Genußmitteln, tägl.; Pharmakognostische Übungen für Vorgerückte, tägl.; Warenkunde, 1. — **Schmidlin**: Spezielle anorganische Chemie: Seltene Erden und radioaktive Elemente, 1; Theoretische Chemie der Farbstoffe, 1. — **Schulze**: Organische Chemie 3, Repetitorium, 1; Agrikulturchemie II: Fütterungslehre, 2; Übungen im agrikulturchemischen Laboratorium, 4 und 8; Agrikulturchemisches Praktikum für Vorgerücktere, 24. — **Willstätter**: Organische Chemie, 6, Repetitorium, 1, II: Benzolderivate, 2, Repetitorium, 1; Analytisches Praktikum, 16; Analytisch-chemisches Praktikum, 24; Chemisches Praktikum für Vorgerücktere, tägl.; Chemisches Praktikum, 10. — **Winterstein**: Physiologische Chemie, 2; Anleitung zu den Übungen im agrikulturchemischen Laboratorium, 1. —

Franel: Höhere Mathematik II, 5, Repetitorium, 1, Übungen, 2. — **Baeschlin**: Vermessungskunde I, 3, Übungen, 3, III, 4, Übungen II, 8; Größere Vermessungsübung, 2 Wochen. — **Beyel**: Darstellende Geometrie, 2; Die Grundlagen der Geometrie, 2. — **Burger**: Graphische Vervielfältigung mit Übungen, 2. — **Dumas**: Theorie und Anwendung der Reihen, 2. — **Du Pasquier**: Mathematische Behandlung statistischer Grundlagen für Lebensversicherung und Bevölkerungstheorie, 2; Flächentheorie, 4. — **Geiser**: Ebene algebraische Kurven, 4. — **Großmann**: Anwendungen der darstellenden Geometrie, 2, Übungen, 2; Nichteuklidische Geometrie, 4; Mathematisches Seminar (mit Hurwitz), 2. — **Hirsch**: Höhere Mathematik II, 5, Repetitorium, 1, Übungen, 2; Lineare Differentialgleichungen. — **Hurwitz**: Algebraische Gleichungen, 4. — **Kienast**: Elastizitätstheorie, 2. — **Kollros**: Anwendungen der darstellenden Geometrie, 2, Übungen, 3; Geometrie, 2; Mathematische Übungen, 2. — **Kraft**: Synthetisch-analytische Mechanik (Grundlage: geometrischer Kalkül), 3; Analytische Mechanik, 3; Vektoranalysis, 3; Geometrisches Rechnen, Anwendung: Konstruktion der ebenen Kurven höheren Grades, 2. — **Meißner**: Mechanik I, 6, Repetitorium, 1, Übungen, 2; Hydrodynamik, 2. — **Rudio**: Anwendungen der höheren Mathematik, 4. — **Wolfer**: Geographische Ortsbestimmung, 3; Übungen im astronomischen Beobachten, 3; Einleitung in die Astrophysik, 2. —

Für die Redaktion verantwortlich Professor Dr. Friedrich Krüger in Danzig-Langfuhr. — Verlag von S. Hirzel in Leipzig.
Druck von August Pries in Leipzig.

PHYSIKALISCHE ZEITSCHRIFT

No. 9. | 1. Mai 1911. Redaktionsschluß für No. 10 am 6. Mai 1911. | 12. Jahrgang.

INHALT:

ORIGINALMITTEILUNGEN.

Selektive Absorption und anomale Zerstreuung (Diffusion) des Lichtes in ausgedehnten Gasmassen.

Von W. H. Julius.

§ 1. Resonanz und Dämpfung. — Man erklärt die Lichtzerstreuung durch die Annahme, daß in den Molekülen des Mediums Elektronen vorhanden sind, die durch quasielastische Kräfte in ihrer Gleichgewichtslage gehalten werden. Solche Elektronen besitzen eine eigene Schwingungsperiode T; ihre Bewegung wird durch Resonanz verstärkt, wenn das einfallende Lichtbündel Wellen von derselben Periode enthält. Da das Licht des sichtbaren Spektrums 500 Billionen Impulse in der Sekunde an ein Elektron in Resonanz abgibt, so ist es begreiflich, daß das Elektron bereits in äußerst kurzer Zeit eine große Amplitude erlangen kann, selbst wenn die Impulse nur schwach sind.

Wellen von einer etwas abweichenden Periode T' bringen die Elektronen auch zum Schwingen; sie drücken ihnen die Periode T' auf, doch ist die Amplitude der aufgedrückten Schwingungen um so kleiner, je größer $\pm(T-T')$ ist. Es scheint jedoch, als ob wir bei der Erklärung von Erscheinungen, die das Spektrum von Gasen betreffen, damit kaum zu rechnen brauchten. Helmholtz hat nämlich ganz allgemein die Abhängigkeit der Intensität erzwungener Schwingungen von der Periodendifferenz $(T-T')$ und von der Dämpfung der Eigenschwingungen untersucht[1]). Ist die Dämpfung klein, dann tritt ein merkliches Mitschwingen nur dann auf, wenn T' sehr wenig von T verschieden ist. Wenden wir seine Formel auf schwingende Elektronen an, deren Bewegung, wie Interferenzerscheinungen bei großen Gangunterschieden zeigen, so wenig gedämpft ist, daß nach 300 000 Schwingungen die Intensität sicher nicht unter $^1/_{10}$ gesunken ist, dann finden wir, daß die Energie der erzwungenen Schwingungen von der Periode T' bereits kleiner ist als $^1/_{10}$ der Energie der Resonanzschwingungen von der Periode T, wenn zwischen den zwei entsprechenden Wellenlängen ein Unterschied von nur 0,01 Å. besteht. Der Bereich von deutlich wahrnehmbarem Mitschwingen erstreckt sich demnach nicht weiter, als über ein paar Hundertstel Å.

Bei einem Elektron in Resonanz kann natürlich die Amplitude nicht unbegrenzt zunehmen, und zweifellos wird die quasi-elastische Kraft bei sehr großem Ausschlage nicht mehr proportional dazu sein. Überschreitet die Amplitude eine gewisse Grenze, dann löst sich das Elektron aus dem molekularen Verbande und bewegt sich selbständig fort: die Bestrahlung hat zur Ionisation geführt. Lichtabsorption ist aber nicht immer mit Ionisation verbunden; die obengenannte Grenze wird offenbar in den meisten Fällen nicht überschritten; es muß also eine Ursache bestehen, wodurch der Amplituden-Vergrößerung Einhalt getan wird. Formell bringt man solch eine Ursache in Rechnung durch Einführung eines Widerstandes, der sich der Bewegung des Elektrons widersetzt und seiner Geschwindigkeit proportional gesetzt wird. Die Bewegungsgleichungen eines Elektrons, das unter dem Einfluß einer (periodischen) elektrischen Feldstärke (XYZ) steht, haben daher folgende Gestalt:

$$m\frac{d^2x}{dt^2}+h\frac{dx}{dt}+kx=cX \text{ usw.} \qquad (1)$$

worin m die Masse, c die Ladung des Elektrons bedeutet, während k die Größe der quasi-

1) Helmholtz, Die Lehre von den Tonempfindungen, 1877, S. 233 und 642.

elastischen Kraft, h die Größe des Widerstandes bestimmt.

Wir setzen uns die Aufgabe, das Wesen des Dämpfungsfaktors h näher zu studieren und zu untersuchen, welchen Einfluß die Dämpfungsursachen auf die Intensität des Lichtes haben, das sich durch gasförmige Medien von großer Ausdehnung, wie z. B. die Atmosphären von Sonne und Sternen, fortpflanzt.

§ 2. Hinweis auf einige Ergebnisse der Dispersionstheorie. — Man weiß, daß die Dispersionstheorie die Frage beantwortet, wie eine gegebene periodische elektrische Kraft in einem Medium fortgepflanzt wird, in welchem sich eine große Anzahl von Elektronen befindet, deren Bewegung sich durch Gleichungen von der angegebenen Form darstellen läßt[1]).

Enthält das Medium pro cm³ $\mathfrak{N}$ gleichartige Moleküle, jedes versehen mit einigen verschiedenartig gebundenen Elektronen, so daß eine beschränkte Anzahl von Eigenperioden vorhanden ist, dann hat man nur die allgemeinen Gleichungen des elektromagnetischen Feldes auf das beladene Medium anzuwenden, und findet als Lösung — in den für unseren Zweck geeigneten Bezeichnungen von W. Voigt[2]) — die folgende Formel:

$$\left.\begin{aligned}\mathfrak{n}^2 = n^2(1-i\varkappa)^2 &= 1 + \Sigma \frac{4\pi\mathfrak{N}\frac{e^2}{m}}{\frac{k}{m} + i\frac{h}{m}\nu - \nu^2} \\ &= 1 + \Sigma \frac{\varrho}{\nu_o^2 + i\nu'\nu - \nu^2}.\end{aligned}\right\} \quad (2)$$

Darin bedeutet $\mathfrak{n}$ den komplexen, n den reellen Brechungsindex, $\varkappa$ den Dämpfungskoeffizienten, ν die Schwingungszahl der betrachteten Lichtart in der Zeit 2π. Die Bedeutung von ϱ, ν_o und ν' erkennt man aus der Formel. Daß $\sqrt{\frac{k}{m}} = \nu_o$ die Frequenz der Eigenschwingung eines Elektrons bei Abwesenheit von Dämpfung und von wechselnder Feldstärke ist, zeigt sich, wenn man in Gl. (1) $h = 0$ und $X = 0$ setzt. Jede Elektronengattung liefert ein Glied in der Summe.

Eine Scheidung der reellen Glieder von den imaginären in Gl. (2) führt zu den Beziehungen

$$\left.\begin{aligned}n^2(1-\varkappa^2) &= 1 + \Sigma \frac{\varrho(\nu_o^2-\nu^2)}{(\nu_o^2-\nu^2)^2+\nu'^2\nu^2} \\ 2n^2\varkappa &= \Sigma \frac{\varrho\nu'\nu}{(\nu_o^2-\nu^2)^2+\nu'^2\nu^2},\end{aligned}\right\} \quad (3)$$

woraus n und $\varkappa$ zu berechnen sind. Dieses Problem wird viel einfacher und kaum minder allgemein, wenn wir die Aufmerksamkeit jedesmal auf die Umgebung einer der Eigenfrequenzen ν_o beschränken. Wir setzen dann in Gl. (2) das Glied, das sich auf das gewählte ν_o bezieht, heraus und deuten die übrigen Glieder der Summe durch einen wechselnden Index h an:

$$\left.\begin{aligned}\mathfrak{n}^2 = 1 &+ \Sigma \frac{\varrho_h}{\nu_h^2 + i\nu'_h\nu - \nu^2} \\ &+ \frac{\varrho}{\nu_o^2 + i\nu'\nu - \nu^2}.\end{aligned}\right\} \quad (4)$$

Da wir nur Werte von ν betrachten, die nahe bei ν_o gelegen sind, kann unter dem Summenzeichen ν_o für ν geschrieben werden und das Glied $i\nu'_h\nu_o$ kann gegenüber $\nu_h^2 - \nu_o^2$ vernachlässigt werden. Schreiben wir noch $\nu - \nu_o = \mu$, also $\nu^2 - \nu_o^2 = 2\nu_o\mu$, dann geht (4) über in

$$\mathfrak{n}^2 = 1 + \Sigma \frac{\varrho_h}{\nu_h^2 - \nu_o^2} - \frac{\varrho}{\nu_o(2\mu - i\nu')}$$

oder

$$\mathfrak{n}^2 = n_o^2 - \frac{\varrho}{\nu_o(2\mu - i\nu')}, \quad (5)$$

wobei n_o den Brechungsindex darstellt, der in dem kleinen von uns betrachteten Spektralgebiete obwalten würde, falls da keine Eigenfrequenz ν_o vorhanden wäre.

Wenn man diese vereinfachte Gleichung in den reellen und imaginären Teil spaltet und nach n und $\varkappa$ auflöst, so ist der Gang der Funktionen noch nicht sehr übersichtlich. Wir wollen daher zuerst noch den speziellen Fall betrachten, daß der Modul des komplexen zweiten Gliedes für alle Werte von μ innerhalb des betrachteten Gebietes klein ist gegen n_o^2. Dann kann $\mathfrak{n}^2 - n_o^2$ durch $2n_o(\mathfrak{n} - n_o)$ ersetzt werden und durch Trennung des reellen Teiles vom imaginären findet man

$$n = n_o - \frac{\varrho\mu}{n_o\nu_o(4\mu^2+\nu'^2)} \quad (6)$$

$$n\varkappa = \frac{\varrho\nu'}{2n_o\nu_o(4\mu^2+\nu'^2)}, \quad (6a)$$

woraus der symmetrische Gang von n und $n\varkappa$ als Funktionen von μ leicht abzuleiten ist.

Man sieht nämlich, daß $n = n_o$ wird für $\mu = 0$, daß für einen beliebigen positiven Wert von μ (also an der violetten Seite von ν_o) n um einen gewissen Betrag kleiner ist als n_o

1) Die Bewegungsgleichungen des Elektrons, die Lorentz als Ausgangspunkt nimmt (The theory of electrons, S. 139) enthalten zwei Glieder mehr und sind dadurch allgemeiner als Gl. (1). Bei dem Probleme, das uns beschäftigt, können wir jene zwei Glieder weglassen, da wir 1. kein äußeres Magnetfeld zu beachten haben und 2. die Ergebnisse nur auf Zwischenstoffe von geringer Dichte anwenden wollen.

2) W. Voigt, Magneto- und Elektro-Optik, 1908, S. 107.

während für einen ebenso großen negativen Wert von μ (also an der roten Seite) n ebensoviel größer ist als n_o. Bei $\mu = -{}^1/_2\,\nu'$ erreicht n ein Maximum:

$$n = n_o + \frac{\varrho}{4\,n_o\,\nu_o\,\nu'},$$

bei $\mu = +{}^1/_2\,\nu'$ ein Minimum:

$$n = n_o - \frac{\varrho}{4\,n_o\,\nu_o\,\nu'}.$$

Der Schwächungskoeffizient $n\varkappa$ hat bei $\mu = 0$ ein Maximum im Betrage von $\frac{\varrho}{2\,n_o\,\nu_o\,\nu'}$, wird halb so groß bei $\mu = \pm{}^1/_2\,\nu'$, das heißt also gerade dort, wo das Maximum und das Minimum von n gefunden wurde, und nähert sich bei weiterer Zunahme von μ beiderseits der o. Fig. 1 (entlehnt aus Voigt, l. c. S. 115)

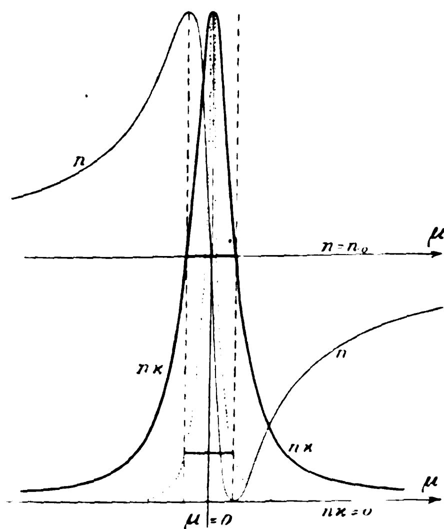


Fig. 1.

zeigt den Verlauf der zwei Funktionen. Man kann ν' als ein Maß für die Breite der dunklen Linien betrachten, die im Spektrum entstehen. Die Dunkelheit nimmt nämlich viel schneller ab als der Wert von $n\varkappa$, da die Stärke des durchgelassenen Lichtes (falls die Schicht nicht zu dick ist, siehe § 5) $I = I_o\,e^{-\frac{4\pi}{\lambda}n\varkappa\cdot z}$ beträgt, wenn z den im Gase zurückgelegten Weg bedeutet. Die punktierte Kurve stellt den Verlauf des reziproken Wertes der Intensität dar, wenn man voraussetzt, daß in der Mitte $I = {}^1/_{100}\,I_o$ ist, so daß bei $\mu = \pm{}^1/_2\,\nu'$, wo $n\varkappa$ halb so groß ist als in der Mitte, $I = {}^1/_{10}\,I_o$ wird. Beinahe die ganze dunkle Linie fällt so zwischen $\mu = -{}^1/_2\,\nu'$ und $\mu = +{}^1/_2\,\nu'$ [1]).

[1]) Wir werden später sehen, daß in dem Licht, das die Sonnenatmosphäre durchsetzt hat, die scheinbare Breite der Absorptionslinien noch geringer sein muß, da ein Teil der Lichtschwächung auf Diffusion beruht und dieser Teil einem anderen Gesetze folgt.

§ 3. **Fälle von stärkerer Anomalie der Dispersionskurve.** — Da es unser Ziel ist, die Ergebnisse der Theorie auf die Erklärung des Sonnenspektrums anzuwenden und dabei vielleicht nicht immer angenommen werden darf, daß der Modul von $\frac{\varrho}{\nu_o(2\mu - i\nu')}$ klein ist gegenüber n_o^2 (wenn es sich z. B. um sehr starke Linien handelt, wie die Calciumlinien H und K), kehren wir zu der Gl. (5) zurück. Durch Trennung des reellen Teiles vom imaginären erhalten wir

$$n^2 - n^2\varkappa^2 - n_o^2 = \frac{-2\varrho\mu}{\nu_0(4\mu^2 + \nu'^2)}$$

und

$$n^2\varkappa = \frac{{}^1/_2\,\varrho\,\nu'}{\nu_o\,(4\mu^2 + \nu'^2)}.$$

Substitution der zweiten Gleichung in die erste ergibt:

$$n^2 - n_o^2 = \frac{-2\varrho\mu + {}^1/_2\,\varrho\,\nu'\varkappa}{\nu_o(4\mu^2 + \nu'^2)} \qquad (7)$$

oder

$$n - n_o = \frac{-\varrho\mu + {}^1/_4\,\varrho\,\nu'\varkappa}{{}^1/_2(n + n_o)\,\nu_o\,(4\mu^2 + \nu'^2)},$$

woraus

$$\left.\begin{aligned} n = n_o &+ \frac{{}^1/_4\,\varrho\,\nu'\varkappa}{{}^1/_2\,(n + n_o)\,\nu_o\,(4\mu^2 + \nu'^2)} \\ &- \frac{\varrho\mu}{{}^1/_2\,(n + n_o)\,\nu_o\,(4\mu^2 + \nu'^2)}. \end{aligned}\right\} \qquad (8)$$

Einen ähnlichen Verlauf, wie zufolge Gl. (6) n in Bezug auf n_o hat, zeigt nach Gl. (8) n in Bezug auf $n_o + \delta$, wo δ das zweite Glied vorstellt und also von n und $\varkappa$ abhängt. Durch dieses Glied δ wird jedoch der Charakter der Kurve kaum merklich verändert, da ${}^1/_4\,\nu'\varkappa$ klein ist gegen μ. Selbst innerhalb des Schwächungsgebietes ist der Einfluß von δ gering. Betrachten wir z. B. die Stelle im Spektrum, wo $\mu = {}^1/_2\,\nu'$ ist. Da wird das Verhältnis des zweiten zum dritten Gliede

$$ {}^1/_4\,\nu'\varkappa : \mu = {}^1/_4\,\nu'\varkappa : {}^1/_2\,\nu' = {}^1/_2\,\varkappa.$$

Experimentelle Daten, woraus man für Calcium die Werte von $\varkappa$ berechnen könnte, sind mir nicht bekannt. Für Natriumdampf aber hat man für den maximalen Wert von $n\varkappa$ 10^{-3} gefunden [1]), so daß an der betrachteten Stelle $n\varkappa = 5 \times 10^{-4}$, also ${}^1/_2\,\varkappa = {}^1/_n \times 2{,}5 \times 10^{-4}$ ist. Für größere Werte von $\pm\mu$ nimmt das obige Verhältnis schnell ab. Man kann daher das zweite Glied in der rechten Seite von Gl. (8) vernachlässigen.

Indessen kommt in dem Nenner des dritten

[1]) W. Voigt, l. c. S. 142.

Gliedes der veränderliche Faktor $\frac{1}{2}(n + n_o)$ vor, wo in (6) der konstante Faktor n_o steht. Daraus folgt, daß jetzt unsere Dispersionskurve die vollkommen symmetrische Gestalt der durch Gl. (6) dargestellten, nicht aufweist. Den Charakter der Abweichung erkennt man, wenn man Gl. (7) mit Weglassung des Gliedes $\frac{1}{2}\varrho\nu'\varkappa$ so schreibt:

$$n^2 = n_o^2 - \frac{2\varrho\mu}{\nu_o(4\mu^2 + \nu'^2)}.$$

In Bezug auf den Schnittpunkt P der horizontalen Linie n_o^2 (Fig. 2) mit der Vertikalen

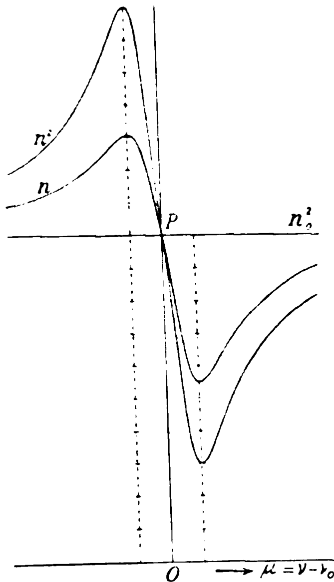


Fig. 2.

$\mu = 0$ ist die Kurve, die n^2 darstellt, symmetrisch. Nehmen wir $n_o = 1$ an, dann fällt die Linie n_o mit der Linie n_o^2 zusammen. Zeichnen wir in dieselbe Figur die Kurve ein, deren Ordinaten die Wurzeln der Ordinaten der ersten Kurve sind, so sehen wir, daß die „Anomalie" des Brechungsindex n an der violetten Seite größer ist als an der roten. Es ist die Frage, ob sich bei Gasen Fälle ergeben, wo der Unterschied groß genug ist, um wahrgenommen zu werden.

§ 4. **Über die Bedeutung des Dämpfungsfaktors.** – Eine stets vorhandene Ursache für Dämpfung liegt in der Tatsache, daß ein schwingendes Elektron einen Teil seiner Bewegungsenergie nach allen Seiten ausstrahlt und so durch Zerstreuung verliert. Hat es die veränderliche Geschwindigkeit v, dann erfährt es von seinem eigenen Felde eine Kraft, die in erster Annäherung seiner Beschleunigung $\frac{dv}{dt}$ proportional ist und sich daher als Trägheit äußert, doch kommt darin auch ein Glied vor, das proportional $\frac{d^2v}{dt^2}$ ist, nämlich[1]):

$$r = \frac{2}{3}\frac{c^2}{c^3}\frac{d^2v}{dt^2}.$$

Ist nun die Bewegung periodisch, $v = b\cos\nu t$, dann hat man $\frac{d^2v}{dt^2} = -\nu^2 v$, deshalb

$$r = -\frac{2}{3}\frac{\nu^2 c^2}{c^3}\frac{dx}{dt},$$

wenn x der Ausschlag zur Zeit t ist.

Dieses Glied der Kraft kann also als der Ausdruck eines Widerstandes betrachtet werden, der proportional der Geschwindigkeit und entgegengesetzt gerichtet ist. Der Zahlenwert des Koeffizienten ist klein, und daß die daraus entstehende Dämpfung in der Tat sehr gering ist, sieht man auch aus den bekannten Interferenz-Erscheinungen bei großen Gangunterschieden, die uns zeigen, daß nach 100000 Schwingungen die Amplitude eines Elektrons nur wenig abgenommen hat. Die Absorption des einfallenden Lichtes, die sich unter anderem in Temperaturerhöhung zeigt, kann aus der genannten Dämpfungsursache nicht erklärt werden. Die zerstreute Energie bleibt Strahlungsenergie von solchen Periodenzahlen, die in dem ursprünglichen Lichtbündel enthalten sind.

Zur Erklärung der eigentlichen Absorption nimmt Lorentz an, daß die Schwingungen eines Elektrons nur während einer beschränkten Zeit τ ungestört fortdauern, und daß dann, z. B. bei Zusammenstößen, seine Energie an andere Systeme übertragen wird[2]). Diese Vorstellung bringt er in der Formel zum Ausdruck, indem er für den Dämpfungsfaktor h schreibt: $\frac{2m}{\tau}$. Es ist indessen nicht nötig, unter τ die Zeit zu verstehen, die im Mittel zwischen zwei Zusammenstößen verstreicht; bereits nach einer viel kürzeren Zeit τ kann die Amplitude von einem in Resonanz (oder nahezu in Resonanz) befindlichen Elektron so groß geworden sein, daß auch die übrigen Bestandteile des Moleküls, zu dem es gehört, ihren Bewegungszustand sehr merklich verändert und einen Teil seiner Energie dauernd aufgenommen haben. In diesem Fall kann man bereits von Absorption sprechen; bei den Zusammenstößen kommt dann weiter ein

1) Lorentz, The theory of electrons, p. 49; Encyklopädie der math. Wiss. V2, 188; Abraham, Theorie der Elektrizität II, S. 72, 123. In der obigen Formel ist e in C. G. S.-Einheiten ausgedrückt, die auf dem Coulombschen Gesetz beruhen.

2) Lorentz, The theory of electrons, p. 141.

Austausch zustande, der sich unter anderem als Temperaturerhöhung bemerkbar macht.

Zufolge dieser Vorstellung kommt daher Absorption von Strahlungsenergie nur dann zustande, wenn durch Resonanz gewisse Elektronen so stark in Bewegung versetzt werden, daß sie Energie auf nicht umkehrbare Weise an andere Teile des Systems, zu dem sie gehören, übertragen. Über die näheren Bedingungen dieses Prozesses kann man nur Vermutungen aussprechen. Lorentz hat gezeigt[1]), daß der dämpfende Einfluß von Zusammenstößen, angenähert durch ein Glied in der Bewegungsgleichung, das proportional mit der Geschwindigkeit des Elektrons ist, ausgedrückt werden kann. Wenn jedoch der Absorptionsprozeß innerhalb der Moleküle bereits beginnt, bevor sie von neuem zusammengestoßen sind (was Lorentz für wahrscheinlich hält, l. c., S. 142), ist es sehr wohl denkbar, daß ein gewisser Schwellenwert der Geschwindigkeit, also ein gewisser Schwellenwert der Amplitude, von dem Resonator überschritten sein muß, bevor eine bleibende Energieübertragung an andere Teile desselben Systems stattfindet[2]). Ist der Zusammenhang wirklich so, dann werden Wellen, die dem Elektron wegen mangelhafter Resonanz nur kleine mittlere Geschwindigkeiten erteilen, gar nicht absorbiert werden: der der Absorption zuzuschreibende Teil des Dämpfungsfaktors würde in einem gewissen Abstande von der Mitte der Absorptionslinie absolut Null werden. Das ist natürlich nur eine Hypothese, für die wir ohne tiefere Kenntnis von dem Bau der Moleküle keine weitere Grundlage geben können, und die nur an der Brauchbarkeit der Schlußfolgerungen geprüft werden kann.

Strahlt weißes Licht durch ein dünnes Gas, dessen freie Eigenschwingungen scharf abgegrenzt sind[3]), dann ist nach § 1 das Spektralgebiet, wo kräftiges Mitschwingen erfolgt, für jede Elektronensorte nur wenig breiter als das Gebiet der Eigenschwingungen, aber streng genommen erstreckt sich das Mitschwingen mit abnehmender Intensität unbegrenzt nach beiden Seiten von der Linie aus. Nach der Annahme gilt das letztere für die Absorption nicht; diese ist auf einen Teil des Resonanzgebietes beschränkt.

Anders ist es mit dem Anteil, den die Zerstreuung oder Diffusion an der Dämpfung hat. In dem Gebiete stärkster Absorption tritt sie in den Hintergrund, denn der Faktor $\frac{2\nu^2 e^2}{3c^3}$ beträgt z. B. für Natriumlicht ungefähr 2×10^{-20}, während für den ganzen Dämpfungsfaktor in Natriumdampf $h = m\nu' = 7 \times 10^{-28} \times 11{,}2 \times 10^{10} = 7{,}8 \times 10^{-17}$ gefunden wurde[1]). Dem gegenüber steht, daß man nicht, wie im Falle der Absorption, an der Proportionalität dieses Dämpfungseffektes mit der Geschwindigkeit zu zweifeln braucht, auch wenn diese klein wird[2]). Die Zerstreuung erstreckt sich über das ganze Spektrum, welches auch die Eigenperioden der Elektronen seien.

Unabhängig von der Absorptions- und Dispersionstheorie hat denn auch Rayleigh bewiesen, daß ein Lichtbündel von der Intensität I_o und der Wellenlänge λ die folgende Intensität besitzt, nachdem es den Weg x in einem Gase vom Brechungsindex n zurückgelegt hat, in dem $\mathfrak{N}$ zerstreuende Moleküle per cm³ vorhanden sind:

$$I = I_o e^{-\frac{32\pi^3(n-1)^2}{3\lambda^4\mathfrak{N}}x}. \qquad (9)$$

Die Größe $s = \frac{32\pi^3(n-1)^2}{3\lambda^4\mathfrak{N}}$ ist der Zerstreuungskoeffizient. Wenn Δ die Dichte des Gases ist, so kann man $\frac{n-1}{\Delta} = R$ für eine gegebene Strahlengattung als konstant annehmen. Da Δ proportional $\mathfrak{N}$ gesetzt werden kann, z. B. $\Delta = f\mathfrak{N}$, so ist auch $\frac{n-1}{\mathfrak{N}} = fR$ eine Konstante für jede bestimmte Lichtsorte. Führt man dies ein, so wird

$$s = \frac{32\pi^3\mathfrak{N}f^2R^2}{3\lambda^4} = \frac{32\pi^3\Delta fR^2}{3\lambda^4}, \qquad (10)$$

1) Lorentz, The theory of electrons, Anm. 57.

2) Diese Auffassung verträgt sich sehr gut mit der neuen Planckschen Strahlungshypothese (Verhandl. der Deutschen Physik. Gesellsch. 13, 138), derzufolge die Aufnahme von Strahlungsenergie durch Resonanz stetig verlaufen soll, die Abgabe von Energie bei der Emission hingegen unstetig, nach Lichtquanten. — Gesetzt, ein Elektron werde wegen Unvollkommenheit der Resonanz nur bis zu einer solchen Amplitude erregt, daß es zwar selbst Lichtquanten aussenden kann, daß jedoch die durch seine Bewegung veranlaßten Eigenschwingungen der übrigen, anders gestimmten Elektronen desselben Moleküls den zur Emission erforderlichen Schwellenwert der Amplitude nicht erreichen. Dann wird ein Teil der einfallenden Strahlungsenergie durch das primär erregte Elektron zerstreut, aber es findet keine Absorption statt, keine Umwandlung der ursprünglichen Energie in solche anderer Art.

3) Vollkommen scharf ist die Abgrenzung der entsprechenden Wellenlängengebiete nicht, wegen Störungen bei Zusammenstößen und wegen dem Doppler-Effekte.

1) Aus Beobachtungen von Hallo über magnetische Drehung der Polarisationsebene im Natriumdampf berechnete Voigt $\nu' = 11{,}2 \times 10^{10}$. Siehe Voigt, l. c. S. 142.

2) Diese Aussage bedarf vielleicht einer Einschränkung im Hinblick auf die Plancksche Strahlungshypothese, insofern auch die Zerstreuung des Lichtes nur nach bestimmten Quanten erfolgt. Aber jedenfalls muß das einer Eigenfrequenz zugeordnete Spektralgebiet, wo Zerstreuung stattfindet, breiter sein, als das Gebiet der Absorption.

worin R die Refraktionskonstante des Mediums ist.

Der Zerstreuungskoeffizient ist folglich umgekehrt proportional mit der vierten Potenz der Wellenlänge, proportional mit der Dichte, mit der trägen Masse, die im Mittel pro zerstreuendes Teilchen im Medium vorhanden ist, und mit der zweiten Potenz der Refraktionskonstanten. Da diese letztere in der Nähe der Eigenperiode stark variiert, auch wenn der Dämpfungsfaktor sehr klein oder sogar $= 0$ gesetzt wird (Voigt, l. c. S. 118), so zeigt die Diffusion in diesem Gebiete des Spektrums stark voneinander abweichende und ziemlich beträchtliche Werte; sie verschwindet nur bei Wellen, die sich im Medium mit derselben Geschwindigkeit wie im freien Äther fortpflanzen, d. h. für $R = 0$ oder $n = 1$.

Die Wirkungen von Absorption und Diffusion können von zwei Gesichtspunkten aus betrachtet werden. Erstens kann man sich fragen, welchen Einfluß die beiden Dämpfungsursachen auf die Elektronenbewegung und dadurch auf die optischen Eigenschaften des Mediums (gekennzeichnet durch n und $\varkappa$) haben. Zweitens kann man, wenn das einfallende Licht bekannt ist, die Stärke und die Zusammensetzung des Lichtes beim Verlassen des absorbierenden Mediums untersuchen.

Bis hierher haben wir uns nur mit der ersten Frage beschäftigt. Wir kamen zu dem Schlusse, daß für Wellen, die zu der allernächsten Umgebung der Eigenschwingungen eines Gases gehören, der Dämpfungsfaktor h als die Summe von zwei Gliedern aufgefaßt werden kann:

$$h = \frac{2m}{\tau} + \frac{2\nu^2 e^2}{3c^3}. \tag{11}$$

Wir sahen ferner, daß im mittelsten Teile dieses engen Bereiches das erste Glied groß ist gegen das zweite, daß jedoch höchstwahrscheinlich der Wert dieses ersten Gliedes schon in kurzem Abstande von jeder der Eigenperioden bis auf 0 abnimmt, so daß in den übrigen Teilen des Spektrums nur der Einfluß des zweiten Gliedes bestehen bleibt.

Der Parameter h ist daher nicht konstant, selbst wenn wir nur einen so kleinen Teil des Spektrums betrachten, daß die Veränderlichkeit des Faktors ν^2 außer acht gelassen werden kann. Das schließt aber nicht aus, daß Fig. 1 doch den Verlauf des Brechungsindex als Funktion der Schwingungszahl in der Hauptsache richtig wiedergibt, da für alle in Frage kommenden Werte von h der Charakter der Dispersionskurve derselbe ist. So bleibt z. B. mit großer Annäherung die Beziehung gelten, daß das Maximum und das Minimum von n dort auftreten, wo $\mu = \pm {}^1/_2\, \nu'$ ist, wenn nämlich an diesen Stellen des Spektrums das zweite konstante Glied von h bereits vorherrscht. Hingegen muß der Abstand zwischen Maximum und Minimum größer als ν' sein, wenn an den Stellen, wo μ die Werte $\pm {}^1/_2\, \nu'$ passiert, die Funktion ν' (oder h) schnell zunimmt mit abnehmendem μ.

§ 5. Strahlung durch eine sehr ausgedehnte Atmosphäre. — Gehen wir nun zur Behandlung der zweiten Frage über, nämlich wie die Zusammensetzung eines Lichtbündels beim Verlassen einer sehr dicken Gasschicht, etwa der Atmosphäre eines Himmelskörpers, beschaffen ist, wenn angenommen wird, daß die Emissionskurve der ursprünglichen Lichtquelle einen kontinuierlichen Verlauf hat.

Offenbar kann die Antwort nicht dadurch gegeben werden, daß man einfach für jede Strahlengattung die Werte von $n\varkappa$, die aus den Formeln (3) oder (6a) hervorgehen, wenn darin, zufolge Gl. (11),

$$\nu' = \frac{h}{m} = \frac{2}{\tau} + \frac{2}{3}\,\frac{\nu^2 e^2}{c^3 m}$$

geschrieben wird, in eine Gleichung von der Form

$$I = I_o e^{-\frac{4\pi}{\lambda} n\varkappa \cdot z} \tag{12}$$

einsetzt (worin z den ganzen in der Gasschicht zurückgelegten Weg bedeutet). Selbst wenn die Gasmasse vollkommen homogen wäre, würde dieser Weg zu einem ganz falschen Ergebnis führen. Während der Teil der Lichtschwächung, der von der Absorption herrührt, in geometrischer Reihe fortschreitet, wenn die Schichtdicke in arithmetischer Reihe zunimmt, so gilt das für den Teil, der von der Zerstreuung abhängt, nicht. Wenn die Gasschicht sehr dick ist, muß man beachten, daß von jedem Elektron eine gewisse Menge zerstreuten Lichtes von der betrachteten Wellenlänge ausgeht, die es seiner ganzen Umgebung entnimmt, und die sich teilweise dem durchgelassenen Bündel hinzuaddiert. Die Abschwächung des Bündels muß daher langsamer gehen als nach Gl. (12), die den Intensitätsverlust durch Absorption darstellt[1].

Schuster[2]) war der erste, der den Einfluß der Diffusion des Lichts in ausgedehnten Gasmassen mit demjenigen von Absorption und Emission ausführlich verglich. Auf Grund des

1) Rayleigh hat dies nicht berücksichtigt bei Ableitung der Gl. (9); sein Ergebnis liefert nur die Abschwächung, die das ursprüngliche Bündel durch Zerstreuung erfährt, und enthält das zerstreute Licht selbst nicht.

2) Schuster, Radiation through a foggy atmosphere. Astroph. Journ. 21, 1, 1905.

Kirchhoffschen Gesetzes untersuchte er für verschiedene Verhältnisse von Absorptions- und Zerstreuungskoeffizient, unter welchen Umständen eine Atmosphäre von gegebener Dicke dunkle oder helle Spektrallinien liefern müßte.

Das Problem wurde folgendermaßen angefaßt: Eine Atmosphäre von der Dicke t werde von einer Oberfläche $S_1 S_2$ (Fig. 3) bestrahlt,

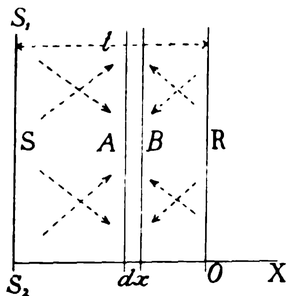


Fig. 3.

die pro cm² die Energiemenge S (dem Wellenlängenbereich zwischen λ und $\lambda + d\lambda$ angehörend) nach allen Richtungen gleichmäßig verteilt aussendet. Nun beginnt Schuster mit der Berechnung der Veränderung, die der gesamte Energiestrom in einer dünnen Schicht dx in der Atmosphäre erfährt. Von links empfängt die Schicht die Menge A pro cm² (die im allgemeinen kleiner sein wird als S, obwohl sie außer den von $S_1 S_2$ kommenden Strahlen auch noch die Eigenstrahlung von dem zwischen $S_1 S_2$ und der Schicht dx gelegenen Teil der Atmosphäre umfaßt). Davon absorbiert die betrachtete Schicht $\varkappa A dx$[1]), während durch Zerstreuung die Energie um $sAdx$ vermindert wird, aber dieser Teil ist nicht verloren, sondern wird zur Hälfte nach rechts, zur Hälfte nach links gesendet. Ferner empfängt die Schicht von rechts eine Energiemenge B pro cm² (bestehend aus zerstreuter Strahlung und Eigenstrahlung vom äußersten Teile der Atmosphäre); davon werden $\varkappa B dx$ durch Absorption und $sBdx$ durch Diffusion entzogen, wovon jedoch $\frac{1}{2} sBdx$ nach links und $\frac{1}{2} sBdx$ nach rechts geht. Und endlich strahlt die Schicht selbst nach beiden Seiten die Energie $\varkappa E dx$ aus, wenn E das Emissionsvermögen des schwarzen Körpers bei der Temperatur der Schicht ist.

Alles dies läßt sich in die zwei folgenden Gleichungen zusammenfassen:

$$\left.\begin{aligned} \frac{dA}{dx} &= \varkappa (E - A) + \frac{1}{2} s (B - A) \\ \frac{dB}{dx} &= \varkappa (B - E) + \frac{1}{2} s (B - A) \end{aligned}\right\} \quad (13)$$

Wird nun angenommen, daß die Temperatur in der Atmosphäre überall gleich sei, so daß man E, $\varkappa$ und s als konstant ansehen darf, dann können A und B als Funktionen von x bestimmt werden. Es werde x nach rechts positiv gerechnet und der Nullpunkt an die äußerste Grenze der Atmosphäre gelegt, dann ist die Energie R, die nach außen ausgestrahlt wird, gleich dem Werte von A für $x = 0$, während überdies an der Grenze $B = 0$ wird. Ferner hat man die Bedingung, daß für $x = -t$, $A = S$ sein muß.

Diese Angaben genügen, um für R zu dem Ausdruck zu gelangen:

$$R = 2\alpha \frac{[(1+\alpha) e^{\alpha(\varkappa+s)t} + (1-\alpha) e^{-\alpha(\varkappa+s)t}] E + 2(S - E)}{(1+\alpha)^2 e^{\alpha(\varkappa+s)t} - (1-\alpha)^2 e^{-\alpha(\varkappa+s)t}}, \qquad (14)$$

worin $\alpha = \sqrt{\dfrac{\varkappa}{\varkappa + s}}$.

Um die Art dieser verwickelten Beziehung einigermaßen zu übersehen, hat Schuster für das Verhältnis $\frac{\varkappa}{s} = \beta$ und für das Produkt $s \cdot t$ einfache Zahlenwerte gewählt und in allen jenen Fällen $\frac{R}{S}$ als Funktion von $\frac{E}{S}$ ausgerechnet und graphisch dargestellt.

Was die Ergebnisse dieser Rechnung und weitere Schlußfolgerungen betrifft, so verweise ich auf die Originalarbeit.

Als Funktionen von der Wellenlänge hat Schuster $\varkappa$ und s nicht näher betrachtet.

Uns liegt nun daran, gerade den selektiven Charakter dieser Größen in den Vordergrund zu stellen, und dazu ist der einfache Ausdruck von großer Bedeutung, in welchen Gleichung (14) übergeht, im Falle man den Absorptionskoeffizienten $\varkappa$ gleich Null setzt. Bezeichnen wir die in diesem Falle pro cm³ austretende Energiemenge mit R_0, so ist[1])

$$R_0 = \frac{2}{2 + s \cdot t} S. \qquad (15)$$

Bevor wir zu der Anwendung dieser Formel übergehen, sei noch eben daran erinnert, daß

1) Ich habe die Bezeichnungen Schusters unverändert aufgenommen und muß daher aufmerksam machen, daß der hier gebrauchte Koeffizient $\varkappa$ nicht derselbe ist wie der in § 2, § 3 und § 4 dieser Arbeit benutzte, sondern die Bedeutung hat, die in Gl. (12) dem Ausdruck $\frac{4\pi}{\lambda} n\varkappa$ zukommt.

1) Schuster, l. c. S. 6.

Schuster bei der Ableitung von Gl. (14) angenommen hatte, daß die Temperatur der Gasmasse überall dieselbe und die Strahlungsstärke unabhängig von der Richtung sei. Da diese Bedingungen in der Atmosphäre eines Himmelskörpers natürlich nicht erfüllt sind, geben Gl. (14) und (15) nur eine erste Annäherung und muß der Einfluß der genannten Umstände später besonders untersucht werden.

In § 4 führten wir die Hypothese ein, daß das erste Glied des Dämpfungsfaktors in kleinem Abstande von der Eigenfrequenz verschwindet, und daß deshalb in allen Fällen, wo die Gasschicht dick genug ist, um auch die Zerstreuung merklich zu machen, das eigentliche Absorptionsgebiet auf den mittelsten Teil der dunklen Linien beschränkt ist. Auf Grund dessen halten wir Gl. (15) für alle übrigen Teile des Spektrums für gültig, bei dem Sonnenspektrum z. B. also auch bis zu einer gewissen Tiefe innerhalb der Fraunhoferschen Linien.

Die Gl. (15) sagt aus, daß mit zunehmender Schichtdicke t die Stärke der austretenden Strahlung vermindert wird, doch langsamer als es der Fall sein würde, wenn für die Zerstreuung dasselbe Gesetz gälte wie für die Absorption. Wäre z. B. $s \cdot t = 98$, so daß 2 Proz. des einfallenden Lichtes durchgelassen würde, dann würde bei Verdoppelung der Schicht noch gut 1 Proz. die Atmosphäre verlassen; hätte dagegen derselbe Verlust in der ersten Schicht durch Absorption stattgefunden, dann hätte eine Schicht von der doppelten Dicke nur 0,04 Proz. durchgelassen.

Selbst ein äußerst kleiner Absorptionskoeffizient müßte in einer so enorm dicken Gasschicht, wie die Sonnenatmosphäre es ist, eine beträchtliche Lichtschwächung zur Folge haben. Die Schmalheit der meisten Fraunhoferschen Linien und die Verwaschenheit einiger derselben scheint uns daher leichter verständlich, wenn wir annehmen dürfen, daß der Absorptionskoeffizient bereits in sehr kleinem Abstande von der Mitte der Linie gleich Null ist, und daß die Lichtverteilung im übrigen durch Diffusion und andere Einflüsse (anomale Refraktion, Beugung) beherrscht wird[1]).

Eine kräftige Stütze findet diese Hypothese vor allem in der Tatsache, daß sich eine Zahl von astrophysikalischen Erscheinungen sehr übersichtlich und zusammenhängend damit erklären lassen, wie z. B. die systematische Versetzung der Fraunhoferschen Linien, und wenn wir überdies die Strahlbrechung berücksichtigen, verschiedene Unregelmäßigkeiten in dem Aussehen dieser Linien, nebst vielen Ergebnissen der spektroheliographischen Untersuchungen.

Führen wir jetzt in Gl. (15) den aus Gl. (10) folgenden Wert des Zerstreuungskoeffizienten ein, dann haben wir

$$R_0 = \frac{3\lambda^4}{3\lambda^4 + 16\pi^3 \Delta f t \cdot R^2} S.$$

Wir wollen nun die Größe R_0 in ihrer Abhängigkeit von λ betrachten. Beschränken wir die Aufmerksamkeit immer auf einen Teil des Spektrums, der nur einige Ångströmsche Einheiten umfaßt, dann können wir dafür λ^4 und S als Konstanten behandeln und setzen

$$R_o = \frac{a}{a + b R^2} S. \tag{16}$$

Hierin ist die Konstante b proportional zur Dichte der Gasmasse, zur Dicke der Schicht und zur mittleren Masse der zerstreuenden Teilchen. Je größer jede dieser Größen ist, desto kleiner ist (für jeden Wert von λ) die Stärke des austretenden Lichtes. In dem betrachteten kleinen Teil des Spektrums ist nur der Faktor R^2 schnell veränderlich mit λ, falls nämlich in diesem Gebiete eine Absorptionslinie gelegen ist.

Der oberste Teil von Fig. 4 soll $R = \frac{n-1}{\Delta}$ als Funktion von λ[1]) vorstellen. Der Koordinatenursprung entspricht der Wellenlänge λ_o einer Eigenschwingung; die Linie $P_1 P_2$, die als Ordinate $\frac{n_o - 1}{\Delta}$ hat, würde den Verlauf von R wiedergeben, falls bei λ_o keine Absorptionslinie auftritt.

Wenn t groß genug ist, können wir dort, wo R nicht zu klein ist, im Nenner von (16) a gegenüber $b R^2$ vernachlässigen; R_0 ist also in diesem Bereich nahezu umgekehrt proportional mit R^2. Wir sehen, daß der Einfluß der Zerstreuung an der roten Seite größer ist als an der violetten Seite der Absorptionslinie, falls (wie es in der Skizze angenommen ist) n_o größer ist als 1. Indessen wird bei sehr starken

1) Die Frage kann sich erheben, ob man Anhaltspunkte dafür hat, wie groß ungefähr der Zerstreuungseffekt ist, den man in einer Gasmasse von den Dimensionen der Sonnenatmosphäre billigerweise erwarten kann. Zufolge der Theorie von Rayleigh wird durch molekulare Zerstreuung in der Atmosphäre das mittlere Sonnenlicht bei senkrechtem Einfall auf ungefähr 95 Proz. abgeschwächt. In Gl. (15) würde also für diesen Fall $s.t = 0{,}1$ sein. Nehmen wir, um Zahlen zu erhalten, an, daß die Sonnenatmosphäre 50 mal so dick ist wie die Erdatmosphäre bei gleicher mittlerer Dichte, dann wäre $s.t = 5$ und daher $R_0 = \frac{2}{7} S$. Das ist kein unvernünftiges Ergebnis. Es folgt daraus, daß die Sonnenatmosphäre, sogar bei geringerer Dichte als der angenommenen, zu merklichen Diffusionserscheinungen Veranlassung geben kann, besonders in der Nähe der Absorptionslinien.

1) In dieser Figur nimmt λ von links nach rechts zu; die Reihenfolge der Lichtarten ist also entgegengesetzt wie in den Figuren 1 und 2, wo die Frequenzen ν als Abszissen gewählt waren.

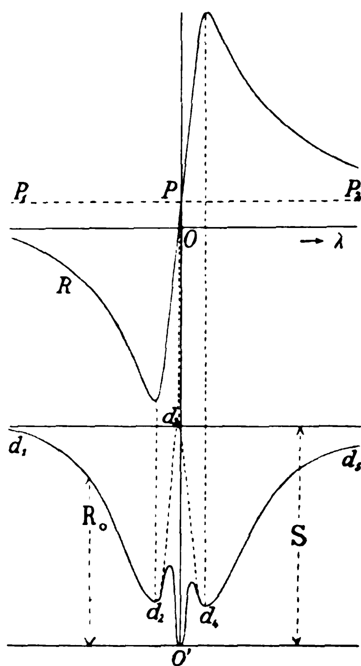


Fig. 4.

Linien die Verschiedenheit dadurch wieder teilweise aufgehoben, daß nach § 3 das Minimum des Brechungsindex weiter unter n_o, als das Maximum über n_o liegt.

Wenn wir dies beachten, so können wir (wenn vorläufig nur die Zerstreuung, nicht die Absorption berücksichtigt wird) die Intensität des durchgelassenen Lichtes durch eine Kurve darstellen, die ungefähr die Gestalt $d_1 d_2 d_3 d_4 d_5$ haben wird (Fig. 4, untere Hälfte). Der Scheitel d_3 liegt nicht bei λ_o, sondern ist ein wenig nach dem Violetten verschoben. Falls man deshalb das Gebiet zwischen d_2 und d_4, wo der durch Zerstreuung verursachte Lichtverlust ein Minimum durchläuft, als Emissionslinie auffaßte, so würde man dieser eine kleinere Wellenlänge zuschreiben müssen als der Absorptionslinie, und die Anwendung des Doppler-Prinzips würde dann zu dem Trugschluß führen, daß der emittierende Dampf sich dem Beschauer nähere.

Streng genommen ist es nicht erlaubt, die Formeln (15) und (16) auf das ganze Gebiet zwischen d_2 und d_4 anzuwenden, denn wo $\varkappa$ nicht Null ist, gilt die Gleichung (14). Nehmen wir an, daß $\varkappa$ nur im mittelsten Teile einen merklichen Wert hat, dann ist es nicht unwahrscheinlich, daß man das Bild der Lichtverteilung erhält, wenn man von den Ordinaten der asymmetrischen Scheitel $d_2 d_3 d_4$ die Ordinaten einer zur Linie $O\,O'$ symmetrischen Absorptionskurve abzieht. Das Resultat ist eine starke Einsenkung, die eine dunkle Linie im Spektrum bedeutet; ihr Schwerpunkt ist etwas nach der Seite der größeren Wellenlängen verschoben (in Bezug auf λ_o), und sie beruht teils auf Absorption, teils auf Dispersion. Betrachtete man diese Linie zu Unrecht als eine reine Absorptionslinie, dann würde die Verschiebung nach Rot den Eindruck machen, als ob sich der absorbierende Dampf von dem Beobachter entfernte[1]).

Die hier genannten Eigenheiten eines breiten Dispersionsbandes, welche die Theorie in der Lichtverteilung angibt, stimmen sehr gut mit dem überein, was Charles E. St. John[2]) bei den Calciumlinien H und K des Sonnenspektrums wirklich wahrgenommen hat. Und wenn wir außer den Folgen der anomalen Diffusion auch noch die der anomalen Refraktion (welche in dieser Arbeit nicht berücksichtigt wurden) in Rechnung bringen, so erstreckt sich die Übereinstimmung zwischen Theorie und Beobachtung nahezu auf alle Einzelheiten der von St. John beschriebenen Erscheinungen. Die verwickelten Eigentümlichkeiten, welche die Unterteilungen $H_1\,H_2\,H_3$ $K_1\,K_2\,K_3$ der bekannten Calciumlinien im Spektrum der verschiedenen Teile der Sonnenscheibe aufweisen, können aus der Dispersionstheorie erklärt werden, ohne daß es nötig ist, mit St. John anzunehmen, daß sich der Calciumdampf in der Sonnenatmosphäre in radialer Zirkulation befindet mit Geschwindigkeiten, die im Mittel für den aufsteigenden Strom 1,97 km per Sekunde, für den fallenden 1,14 km per Sekunde betragen sollen. Dies werde ich binnen kurzem in einer besonderen Mitteilung näher ausführen[3]).

Bei den meisten Linien des Sonnenspektrums ist das ganze Gebiet der Dispersionsanomalie von d_1 bis d_5 so schmal, daß seine Besonderheiten zwischen d_2 und d_4 der Wahrnehmung entgehen. Dann bleibt nichts anderes davon bemerkbar, als die Asymmetrie der Dispersionsbanden der Fraunhoferschen Linien. Daraus hervorgehende Folgen (eine allgemeine Verschiebung der Fraunhoferschen Linien nach Rot; Zunahme jener Verschiebung, wenn man vom Zentrum der Sonnenscheibe bis zum Rande fortschreitet; Schiefheit der Linien des Flecken-

1) In einer früheren Arbeit (Proc. Roy. Acad. Amst. XIII, 10; Astroph. Journ. 31, 428, 1910) schrieb ich, der zentrale Teil der K-Linie, die wahre Absorptionslinie, könne durch anomale Dispersion nicht verschoben erscheinen. Damals sah ich noch nicht ein, daß sogar die zentrale Linie K_3 eine unreine Absorptionslinie sein dürfte.

2) Charles E. St. John, The general circulation of the mean and high-level calcium vapor in the solar atmosphere. Astrophysical Journal 32, 38—82, 1910.

3) Akad. d. Wissensch. Amst., Sitzung 28. April 1911.

spektrums bei radial gestelltem Spalt, usw.) habe ich in früheren Mitteilungen besprochen [1]).

1) Diese Zeitschr. **11**, 56—71, 1910; Astroph. Journ. **31**, 419—429, 1910; Les raies de Fraunhofer et la dispersion anomale de la lumière. „Le Radium" **7**, Okt. 1910.

(Aus dem Holländischen übersetzt von Hilde Barkhausen.)

(Eingegangen 23. Februar 1911.)

Das positive Potential des Aluminiums als eine Funktion der Wellenlänge des einfallenden Lichtes.
(The Positive Potential of Aluminium as a Function of the Wave-length of the Incident Light)

Von J. R. Wright.

Lenard[1]) war der erste, der die Geschwindigkeit untersucht hat, mit der Elektronen seitens einer Metallplatte in einem Vakuum emittiert werden, wenn die Platte mit ultraviolettem Licht beleuchtet wird. Er fand, daß die Emissionsgeschwindigkeiten von der Intensität des einfallenden Lichtes unabhängig, aber für verschiedene Metalle verschieden waren. Er schloß daher, daß der Effekt eine Resonanzerscheinung sei, und zwar so, daß die Geschwindigkeit, mit welcher die Elektronen emittiert werden, von der Energie des Elektrons innerhalb des Atomes herrühre, während das Licht einfach eine auslösende Rolle spiele. Neuerdings hat Ladenburg[2]) den Zusammenhang zwischen der Anfangsgeschwindigkeit der Emission und der Wellenlänge des auffallenden Lichtes untersucht. Er fand, daß für ein gegebenes Metall die maximale Anfangsgeschwindigkeit der Schwingungszahl des auffallenden Lichtes direkt proportional war. Er stellte an den drei Metallen Platin, Zink und Kupfer Versuche an. Ladenburg und Markau[3]) ermittelten die Kurven für die Geschwindigkeitsverteilung und wiesen damit nach, daß für ein gegebenes Spektralgebiet die emittierten Elektronen Geschwindigkeiten besitzen, die innerhalb enger Grenzen liegen. Sie schließen demzufolge, daß der photoelektrische Effekt eine reine Resonanzerscheinung ist, daß die Emission der Elektronen nur dann stattfinden wird, wenn die Schwingungszahl des Lichtes in einer bestimmten Beziehung zu jener des Elektrons innerhalb des Atomes stehen, und daß infolgedessen die Emissionsgeschwindigkeiten für jede gegebene Wellenlänge sämtlich gleich oder dicht um einen Mittelwert angeordnet sein müssen. Der Wellenlängenbereich, den einerseits Ladenburg, andererseits Ladenburg und Markau benutzten, ging von $\lambda = 2700$ Å.-E. bis $\lambda = 2000$ Å.-E. — Hull[1]) fand bei seinen Arbeiten im Gebiet sehr kurzer Wellenlängen, der sogenannten Schumannstrahlung, daß die Geschwindigkeiten der Emission von Elektronen seitens einer mit Ruß überzogenen Platte mit der Schwingungszahl des Lichtes zunahm, und schloß daraus, daß innerhalb der Genauigkeitsgrenzen für unsere Kenntnis dieses Spektralgebietes die von Ladenburg entdeckte Proportionalität für diese ganz kurzen Wellenlängen gilt. Hull erhielt mit Hilfe von Absorptionsfiltern drei Spektralgebiete. Die kürzesten Wellenlängen dieser drei Gebiete waren näherungsweise $\lambda = 1710$ Å.-E., $\lambda = 1450$ Å.-E. und $\lambda = 1230$ Å.-E. Seine Schlußfolgerungen gründen sich auf die Annahme, daß die Maximalgeschwindigkeiten von den kürzesten Wellenlängen der einzelnen Gebiete herrühren.

Wenn die Elektronen, die unter der Einwirkung des Lichtes emittiert werden, konstituierende Teile des Atomes sind, die ihr Entweichen einer Resonanz verdanken, so kann man die Emissionsgeschwindigkeiten bestimmen, indem man die maximale positive Ladung mißt, die ein Metall annimmt, wenn es in einem vollkommenen Vakuum belichtet wird. Ist nämlich m die Masse und e die Ladung des Elektrons, v die Emissionsgeschwindigkeit und V das positive Potential, das gerade ausreicht, um das schnellste Elektron auf die Platte zurückzuziehen, so ist offenbar

$$\frac{1}{2} m v^2 = e V$$

oder

$$v = \sqrt{2 V e / m}.$$

Die Werte, welche die früheren Beobachter für das positive Potential erhalten haben, erstreckten sich für die verschiedenen Metalle von 0 bis 5 Volt. Millikan und Winchester[2]) führten an elf Metallen Bestimmungen aus und erhielten dabei Werte, die zwischen 0 Volt für Blei und 1,336 Volt für Silber schwankten. Neuerdings fand Millikan[3]), als er mit denselben Metallen und unter identischen Bedingungen arbeitete, daß durch länger fortgesetzte Beleuchtung mit sehr intensivem ultravioletten Licht die positiven Potentiale auf das 10- bis 30fache der früher erhaltenen Werte gesteigert wurden.

1) P. Lenard, Ann. d. Phys. (4) **2**, 259, 1900; **3**, 149, 1900.
2) E. Ladenburg, diese Zeitschr. **8**, 590, 1907.
3) E. Ladenburg und K. Markau, diese Zeitschr. **9**, 821, 1908.

1) A. W. Hull, Sill. Journ. **28**, 251, 1909.
2) R. A. Millikan and Geo. Winchester, Phil. Mag. (6) **14**, 188, 1907.
3) R. A. Millikan, Phys. Rev. **30**, 287, 1910.

Die Wichtigkeit dieser Ergebnisse machte es höchst wünschenswert, die Beziehung zwischen diesen neuen positiven Potentialen und der Wellenlänge des auffallenden Lichtes zu bestimmen. In dieser Absicht wurde die Untersuchung unternommen, deren Ergebnisse in der vorliegenden Arbeit mitgeteilt werden sollen.

Zur Bestimmung der Emissionsgeschwindigkeiten standen zwei allgemeine Methoden zur Verfügung. Entweder verbindet man eine isolierte Platte mit geerdeter Umgebung mit einem Elektrometer und mißt das höchste positive Potential, das die Platte bei Belichtung mit ultraviolettem Licht annimmt, oder man beobachtet den photoelektrischen Strom, der von der belichteten Platte zu einer gegenüber angeordneten Empfangsplatte fließt, wenn eine Potentialdifferenz zwischen den Platten besteht. Ich wählte die erste Methode als die direktere und für den Zweck der Untersuchung geeignetere.

Fig. 1 zeigt die Gestalt der benutzten Röhre und die Anordnung der Apparatur. Das Licht des Funkens ging durch das mit den Quarz-

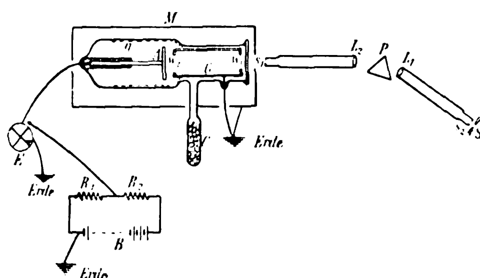


Fig. 1.

linsen L_1 und L_2 und dem Quarzprisma P ausgestattete Spektrometer, darauf durch das Quarzfenster Q und fiel auf die isolierte Aluminiumplatte A. Diese maß 3 cm im Durchmesser und war mit dem einen Quadrantenpaar eines gut isolierten Dolezalekschen Elektrometers E verbunden. Das Elektrometer gab einen Ausschlag von etwa 4 cm per Volt bei einem Skalenabstand von 125 cm. G ist ein auf der Innenseite geschwärztes Messingrohr. Es ist mit den beiden Ringen w_1 und w_2 versehen, die so angeordnet sind, daß praktisch kein Licht auf die Innenseite des Rohres fiel. G wurde während des ganzen Versuches geerdet gehalten und war mit dem Drahtnetz g metallisch verbunden, das A vollständig umgab. Die beiden Spektrometerspalte s_1 und s_2 waren 1 mm breit. Zum Schutze gegen elektrostatische Wirkungen war das Rohr ganz und gar von dem geerdeten Metallgehäuse M umgeben. Die Potentiometeranordnung bestand aus den beiden Widerständen R_1 und R_2 und der Batterie B und wurde benutzt, um eine positive Ladung auf A zu bringen.

Die Quelle für das ultraviolette Licht war ein sehr kräftiger Funken zwischen Metallelektroden; die Funkenstrecke war ungefähr 2,5 mm lang. Die Funkenelektroden, zu denen acht große Leidener Flaschen parallel geschaltet waren, bildeten die Enden der Sekundärwirkung eines großen Scheidelschen Umformers, durch dessen Primärspule 10 Ampere bei einer Potentialdifferenz von ungefähr 25 Volt gingen. Unter mehreren Metallen, die ich als Elektroden versuchte, erwiesen sich Zink, Kadmium und Eisen als die wirksamsten.

Das Vakuum war so gut, wie es nur irgend nach dem Verfahren von Dewar zu erhalten war. Die Röhre wurde an eine Quecksilberpumpe angeschlossen, und das Gefäß mit Kokosnußkohle — C in Fig. 1 — wurde während des Auspumpens auf 360° C erhitzt. Eine Glimmentladung wurde mehrere Stunden lang von A nach G gesandt, um die Elektrode A nach Möglichkeit von okkludierten Gasen zu befreien. Das Auspumpen wurde bis zu einem Vakuum von angenähert 0,00001 mm Quecksilber, nach den Angaben eines Mc Leodschen Manometers, fortgesetzt. Die Röhre wurde dann nach einem Zeitraum von sechs Monaten, während dessen das Vakuum konstant blieb, von der Pumpe abgeschmolzen und in der Weise angeordnet, wie es Fig. 1 zeigt.

Die Beobachtungsmethode, die ich schließlich anwandte, bestand darin, daß ich mit Hilfe der Potentiometeranordnung eine positive Ladung auf A brachte und dann A mit dem ultravioletten Licht so lange belichtete, bis das Elektrometer den natürlichen Abfall des Systems angab, der ungefähr 0,8 mm in der Minute betrug. Ich beobachtete dann diesen Punkt und maß das positive Potential, das erforderlich war, um denselben Ausschlag zu ergeben. Durch dieses Beobachtungsverfahren wurde die Belichtungsdauer stark vermindert und damit einer übermäßigen Erhitzung der Funkenelektroden vorgebeugt. Diese Methode wurde durch Vergleichung mit der direkten Beobachtung kontrolliert; das heißt, ich begann damit, daß A das Potential Null hatte, und belichtete dann, bis das höchste positive Potential erreicht wurde. Es zeigte sich, daß die beiden Methoden durchaus übereinstimmende Werte ergaben.

Während der vorläufigen Beobachtungen wurde das Spektrometer entfernt und der Funken an die Stelle gebracht, die s einnimmt. Die erste Beobachtung über das positive Potential bei unzerlegtem Licht ergab einen Wert von 0,25 Volt. Dann belichtete ich die Platte während eines Zeitraumes von drei Wochen täg-

lich mehrere Stunden lang in Zwischenräumen von zehn Minuten. Zwischen den Belichtungen wurde das positive Potential mehrfach bestimmt. Es ergab sich, daß das positive Potential übereinstimmend mit der Belichtung zunahm, bis es einen Wert von 13,5 Volt erreichte; darüber hinaus brachte eine weitere Exposition gegen das Licht anscheinend keine Wirkung hervor.

Ich behaupte keineswegs, daß dieser Wert von 13,5 Volt das wahre maximale positive Potential für Aluminium ist. Es ist kaum zweifelhaft, daß Licht, das von der Scheibe *A* reflektiert wird, dazu Anlaß geben wird, daß Elektronen seitens des Messingrohres *G* emittiert werden; diese Elektronen werden dann unter dem Einflusse des elektrischen Feldes nach *A* fließen. Weiter werden, wie O. v. Baeyer[1]) gezeigt hat, langsame Elektronen sehr stark reflektiert werden, und dieser Umstand wird, wie bei Elektronen, die durch das reflektierte Licht hervorgerufen wurden, dahin wirken, den beobachteten Wert für das positive Potential zu verringern. In welchem Maße das positive Potential durch diese Ursachen beeinflußt werden wird, ist anscheinend noch eine offene Frage. Ladenburg und Markau[2]) fanden, daß es einen merklichen Einfluß sowohl auf den Wert des positiven Potentiales als auch auf die Kurven für die Geschwindigkeitsverteilung hatte, wenn die Reflexion vermieden wurde; dagegen erhielt Klages[3]) mit einer ähnlichen Anordnung seiner Apparatur Ergebnisse, auf Grund derer er zu genau entgegengesetzten Schlußfolgerungen gelangte. Die einzige Vorsichtsmaßregel, die bei der für die vorliegende Untersuchung benutzten Versuchsanordnung angewandt wurde, um die Reflexion zu verhindern, war die Schwärzung der Innenseite des Rohres *G*. Da der Hauptzweck dieser Untersuchung darin bestand, die Beziehung festzustellen, die zwischen dem positiven Potential und der Wellenlänge des auftreffenden Lichtes besteht, so wird eine kleine Verschiedenheit zwischen dem gemessenen Werte des Potentials und dem absoluten Werte keinen merklichen Einfluß auf die gewonnenen Ergebnisse ausüben. Das Problem, die absoluten Werte der positiven Potentiale zu erhalten, wird gegenwärtig im hiesigen Institut zum Gegenstande einer besonderen Untersuchung gemacht.

Ehe ich die Beziehung zwischen dem positiven Potential und der Wellenlänge des auffallenden Lichtes erhielt, bestimmte ich die Geschwindigkeit, mit der das positive Potential bei irgendeinem engen Spektralgebiet angenommen wurde. Ich ging von *A* mit dem Potential Null aus und las von zehn zu zehn Sekunden den Elektrometerausschlag ab, der dem positiven Potential entsprach. Ich benützte Licht des Zinkfunkens von der mittleren Wellenlänge 2166 Å.-E. Die Ergebnisse sind in der Kurve I (Fig. 2) graphisch dargestellt. Die Abszissen entsprechen hier der Zeit und die Ordinaten den Elektrometerausschlägen. Wegen der Erwärmung der Funkenelektroden war es unmöglich, die Belichtung so lange fortzusetzen, bis das Höchstpotential erreicht war. Der höchste in der Kurve I dargestellte Ausschlag entspricht einem positiven Potential von 12,3 Volt. Der glatte Verlauf der Kurve zeigt deutlich, mit welchem Grade von Genauigkeit sich die Beobachtungen des positiven Potentials unter den während der ganzen Untersuchung herrschenden

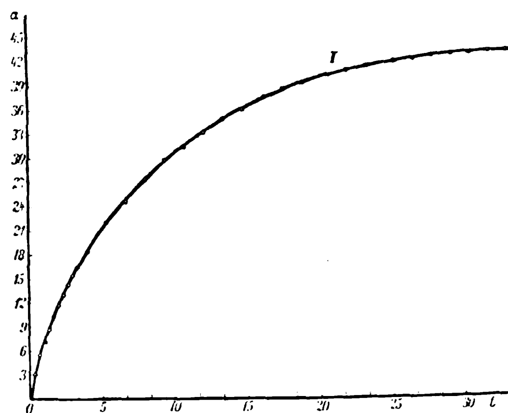


Fig. 2.

Verhältnissen ausführen ließen. Da die Schlüsse, die aus den Kurven für das positive Potential (siehe weiter unten die Kurven V, VI, VII in Fig. 4, 5, 6) zu ziehen sind, sehr von der Genauigkeit der Beobachtungen abhängig sein müssen, so hielt ich es für wesentlich, eine Kurve einzuschalten, die über diesen Punkt Aufschluß gibt. Abgesehen von dem oben erwähnten Zweck, ist der Kurve I eine Bedeutung nicht beizumessen.

Ich stellte alsdann Versuche an über die photoelektrische Empfindlichkeit der Scheibe *A* für Licht verschiedener Strahlungsquellen. Die Ergebnisse für Funken zwischen Elekroden aus Zink, Kadmium und Eisen sind in den Kurven II, III und IV (Fig. 3) niedergelegt. Das Beobachtungsverfahren war das bei derartigen Bestimmungen gewöhnlich benutzte. Die Scheibe wurde auf ein negatives Potential von zehn Volt aufgeladen, dann je eine Minute lang mit Licht verschiedener Wellenlängen belichtet und der zu-

1) O. v. Baeyer, Verh. d. D. phys. Ges. **10**, 96, 953, 1908.
2) Ladenburg und Markau, diese Zeitschr. **9**, 821, 1908.
3) A. Klages, Ann. d. Phys. (4) **31**, 343, 1910.

gehörige Elektrometerausschlag beobachtet. In den Kurven sind die Wellenlängen längs der Abszissenachse und die dem photoelektrischen Strom proportionalen Elektrometerausschläge längs der Ordinatenachse aufgetragen. Die Intensität des Lichtes wurde während dieser Beobachtungen mit möglichster Annäherung konstant gehalten. Eine Untersuchung dieser Kurven in ihrer Beziehung zu den Kurven des positiven Potentials werde ich später vornehmen.

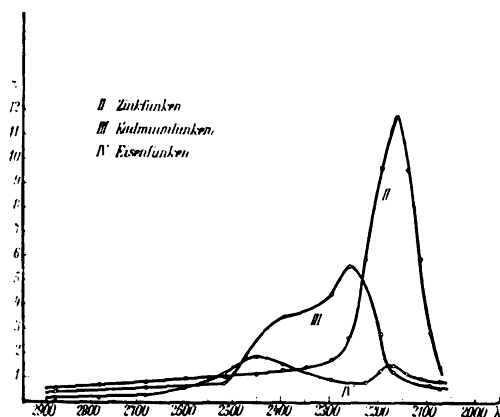


Fig. 3.

Darauf bestimmte ich das positive Potential für bestimmte Wellenlängen in dem Spektralgebiet von $\lambda = 2878$ Å.-E. bis $\lambda = 2073$ Å.-E. Eine typische Reihe von Ergebnissen, die ich unter Verwendung des Lichtes des Funkens zwischen Zinkelektroden auf diese Weise gewonnen habe, habe ich in Tabelle I wiedergegeben und in Kurve V (Fig. 4) graphisch dargestellt. In dieser Kurve stellen die Ordinaten die Quadratwurzeln der positiven Potentiale und die Abszissen die Wellenlängen dar. Während der Beobachtungsreihe, die in Tabelle I wiedergegeben ist, tauchte das Rohr mit der Kokosnußkohle in flüssige Luft ein. Ich führte mehrere Beobachtungsreihen ohne Verwendung flüssiger Luft aus; die einzige Abweichung von den eben erwähnten Ergebnissen bestand dabei in einer Erniedrigung des positiven Potentials um etwa 5 v. H. Während der einzelnen Beobachtungsreihen hielt ich die Intensität des Lichtes so konstant wie möglich, doch gab ich mir keine Mühe, die Intensität für verschiedene Beobachtungsreihen gleich zu halten. Ich veränderte im Gegenteil absichtlich von Zeit zu Zeit die Länge der Funkenstrecke und veränderte auch den durch die Primärspule des Umformers fließenden Strom in einem Bereich von 8—15 Ampere. Dagegen hielt ich während des ganzen Verlaufes der Untersuchung die zur Funkenstrecke parallel geschaltete Kapazität konstant. Im allgemeinen nahm ich die Kurven für den photoelektrischen Strom unmittelbar vor den Beobachtungen über das positive Potential auf.

Tabelle I. Zinkfunken.

δ = Ablenkungswinkel ($Na = 0$), V = positives Potential, λ = Wellenlänge.

δ	λ	V	$\sqrt{V}$
3° 48′	2878	6,75	2,598
4° 48′	2678	7,25	2,693
5° 48′	2513	7,88	2,807
6° 48′	2392	8,71	2,951
7° 48′	2294	9,69	3,113
8° 18′	2258	10,57	3,251
8° 48′	2226	11,58	3,432
9° 18′	2195	13,45	3,667
9° 48′	2166	14,19*)	3,767
10° 18′	2139	13,77	3,711
10° 48′	2113	12,99	3,604
11° 18′	2092	11,96	3,458
11° 48′	2073	11,19	3,345

*) 14,19 Volt = $2,23 \times 10^8$ cm/sec.

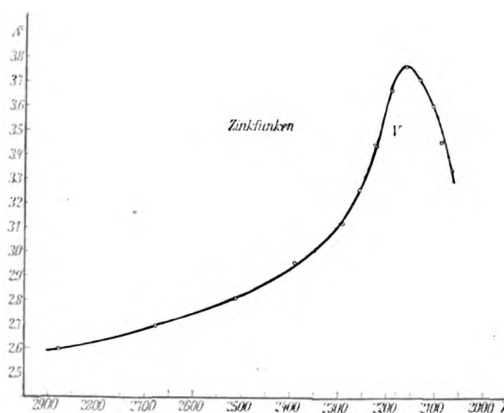


Fig. 4.

Ich änderte den Versuch dann in der Weise ab, daß ich das Licht von Funken zwischen Kadmium- und zwischen Eisenelektroden benutzte. Die Ergebnisse habe ich in den Tabellen II und III wiedergegeben und in den Kurven VI und VII (Fig. 5 und 6) graphisch dargestellt. Eine Untersuchung der Tabellen I, II und III und der Kurven V, VI und VII lehrt, daß das positive Potential, im Gegensatz zu den Ergebnissen, die Ladenburg und Hull erhalten haben, nicht nach einer linearen Funktion der Schwingungszahl des einfallenden Lichtes zunimmt, sondern bei $\lambda = 2166$ Å.-E. einen Höchstwert erreicht. Die Verwendung verschiedener Lichtquellen ist sowohl auf die Lage des Höchstwertes wie auf seinen numerischen Wert ohne Einfluß. Die kleinen Unterschiede in den numerischen Werten der Maxima können zwei Ursachen zugeschrieben werden: erstens Beobachtungsfehlern,

und zweitens Änderungen im natürlichen Abfall des Elektrometersystems, der sich mit den Witterungsverhältnissen etwas änderte. Die Gestalt der Kurve VI weicht ein wenig von denen der Kurven V und VII ab. Diese Abweichung beruht vermutlich, wenigstens bis zu einem beträchtlichen Grade, auf der Wirkung des reflektierten Lichtes. Da sich das Intensitätsverhältnis des Lichtes der verschiedenen Quellen mit der Wellenlänge erheblich ändert, so ist zu erwarten, daß sich auch die vom reflektierenden Lichte herrührende Wirkung ändert und dadurch eine geringe Verschiedenheit in den gemessenen positiven Potentialen verursacht. Zum Teil jedoch mag die Verschiedenheit darauf beruhen, daß die Feststellung der Punkte bei Wellenlängen in dem Gebiete von $\lambda = 2900$ Å.-E. bis $\lambda = 2650$ Å.-E. Schwierigkeiten begegnet. Die Ablesungen in der Umgebung des Maximums waren leicht bis auf 3 mm bei einem Gesamtausschlag von ungefähr 500 mm sicher zu machen; in dem Spektralgebiet zwischen $\lambda = 2900$ Å.-E. und $\lambda = 2650$ Å.-E. war der Beobachtungsfehler dagegen beträchtlich größer, weil die photoelektrische Empfindlichkeit für diese Wellenlängen verhältnismäßig klein war, wie aus den Kurven II, III und IV (Fig. 3) hervorgeht.

Tabelle II. Kadmiumfunken.

δ	λ	V	$\sqrt{V}$
3° 48′	2878	7,80	2,794
4° 48′	2678	8,27	2,875
5° 48′	2512	9,14	3,001
6° 48′	2392	10,46	3,234
7° 48′	2294	12,10	3,478
8° 18′	2258	12,92	3,592
8° 48′	2226	13,37	3,652
9° 18′	2195	13,77	3,706
9° 48′	2166	14,04	3,744
10° 18′	2139	13,66	3,698
10° 48′	2113	13,22	3,636

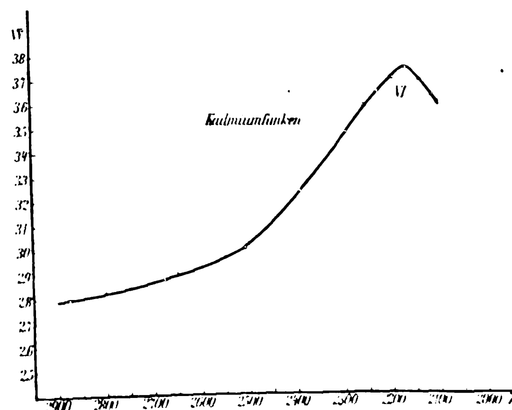


Fig. 5.

Tabelle III. Eisenfunken.

δ	λ	V	$\sqrt{V}$
5° 48′	2512	8,59	2,931
6° 18′	2448	8,88	2,980
7° 18′	2347	10,09	3,176
8° 18′	2258	11,13	3,334
9° 18′	2195	13,01	3,604
9° 48′	2166	14,16	3,759
10° 18′	2139	13,61	3,688
10° 48′	2113	12,93	3,597

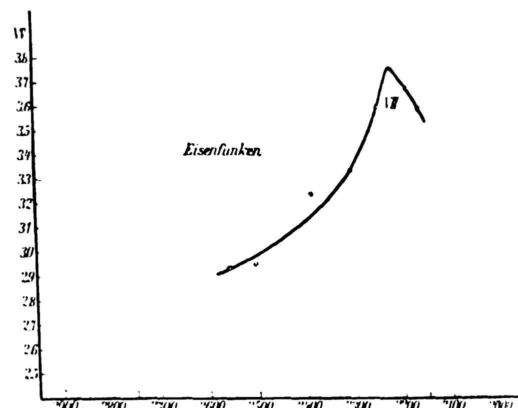


Fig. 6.

Die vollständige Unabhängigkeit des positiven Potentials von der Intensität des Lichtes geht klar aus einer Vergleichung der Kurven II, III, IV für die Wellenlänge 2166 Å.-E. hervor, die bei allen drei Funken den Höchstwert des Potentials liefert. Während das Verhältnis der Lichtintensitäten bei dieser Wellenlänge für die drei Funken annähernd 10:12:100 betrug, ist die größte Abweichung des positiven Potentials vom Mittelwert kleiner als 0,5 v. H. Noch überzeugender geht dies aus anderen Beobachtungsreihen hervor, bei denen das Intensitätsverhältnis weitere Abweichungen aufweist.

Die mangelnde Übereinstimmung zwischen diesen Ergebnissen und denen von Ladenburg und von Hull beruht vermutlich auf irgendwelcher Veränderung, die an der Oberfläche des Metalls bei der Belichtung vor sich geht. Ob diese Veränderung auf dem Zerfall einer gasförmigen elektrischen Doppelschicht beruht, oder einfach auf einer Reinigung der Oberfläche, oder auf beiden Ursachen vereint, das läßt sich nicht leicht feststellen. Daß durch die Emission von Elektronen seitens des Metalls unter der Einwirkung des Lichts tatsächlich die Oberfläche gereinigt wurde, stand bei diesen Versuchen außer Zweifel. Durch die Verwendung der Scheibe als Kathode für eine Entladung eines Induktors im Anfangsstadium der Entluftung der Röhre war die Oberfläche des

Metalls ein wenig verunreinigt worden. Nachdem die Scheibe eine Zeitlang belichtet worden war, fand ich, daß der belichtete Teil entschieden heller geworden war und das Aussehen frisch polierten Aluminiums zeigte, während der unbelichtete Teil rings am Rande dunkel blieb. Daß die Zunahme des positiven Potentials von 0,25 Volt auf 14,1 Volt allein auf einen Reinigungsprozeß zurückgeführt werden könne, erscheint höchstunwahrscheinlich angesichts der Ergebnisse, die Millikan[1]) an Metallen erhalten hat, die ohne Zuhilfenahme von Öl poliert und nicht als Kathode für eine Induktorentladung benutzt worden waren.

Ob andere Metalle eine ähnliche Beziehung zwischen dem positiven Potential und der Wellenlänge des auffallenden Lichtes zeigen werden, das ist eine wichtige Frage. Diese Frage wird gegenwärtig von Herrn Professor Millikan und mir untersucht.

Ehe ich schließe, möchte ich Herrn Professor Michelson und den Mitgliedern der Abteilung für Physik für das Interesse danken, das sie für diese Arbeit an den Tag gelegt haben. Vornehmlich möchte ich Herrn Professor Millikan, auf dessen Anregung ich diese Untersuchung unternommen habe, für die vielen wertvollen Hinweise danken.

Zusammenfassung der Ergebnisse.

Es hat sich ergeben, daß das positive Potential des Aluminiums infolge langer Exposition gegen sehr intensives ultraviolettes Licht von 0,25 Volt auf 14,1 Volt steigt. Der Zusammenhang zwischen diesem verhältnismäßig hohen positiven Potential und der Wellenlänge des einfallenden Lichtes wurde bestimmt, und es stellte sich heraus, daß das positive Potential, im Gegensatze zu den Ergebnissen, die Ladenburg und Hull erhalten haben, ein scharfes Maximum bei 2166 Å.-E. erreicht. Die Verwendung von Licht aus verschiedenen Quellen ist sowohl auf den Wert des Maximums als auch auf seine Lage im Spektrum ohne Einfluß.

1) R. A. Millikan, Phys. Rev. **30**, 287, 1910.

Universität of Chicago.

(Nach dem Manuskript aus dem Englischen übersetzt von Max Iklé.)

(Eingegangen 22. Februar 1911.)

Energiemessung an Hochspannungslichtbögen.

Von J. Zenneck.

Mit 1 Tafel (III).

1. Die übliche Methode, um den Energieverbrauch eines Apparats in einer Hochspannungsleitung zu messen ist durch die Verwendung von Meßtransformatoren mit Eisenkernen gekennzeichnet. In Fig. 1 ist eine derartige Schaltung skizziert: A ist der Apparat, dessen Energieverbrauch bestimmt werden soll, S_1 ein Stromwandler (Stromtransformator), S_2 ein Spannungswandler (Spannungstransformator), s_1 die Stromspule, s_2 die Spannungsspule des Wattmeters bzw. Zählers W. Der Vorteil dieser Meßmethode beruht im vorliegenden Fall hauptsächlich darauf, daß das Meßinstrument W in keiner leitenden Verbindung mit der Hochspannungsleitung L steht, demnach weder außergewöhnliche Isolation erfordert, noch Hochspannungsstörungen ausgesetzt ist, noch eine Gefahr für den Ablesenden bietet.

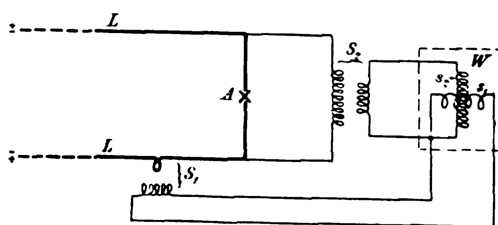


Fig. 1.

Die Genauigkeit der Methode ist, wenn es sich um die Messung des Energieverbrauchs in Transformatoren oder ähnlichem handelt, für technische Zwecke völlig ausreichend.

Das gilt indes nicht, wenn der Energieverbrauch in Hochspannungs-Lichtbögen bestimmt werden soll. Hier hat sich gezeigt, daß diese Methode auch bei Verwendung von sog. Präzisions-Strom- und -Spannungswandlern zu groben Fehlern Veranlassung gibt[1]).

2. Der Grund liegt in erster Linie in den elektrischen Eigenschaften des Wechselstromlichtbogens.

a) Es ist bekannt, daß bei einem Wechselstromlichtbogen, bei welchem die Elektroden in irgendwelcher Beziehung, z. B. bezüglich des Materials oder der Temperatur, sich voneinander unterscheiden, die Amplitude des Stroms und der Bogenspannung für die beiden

1) Darauf habe ich schon früher hingewiesen: diese Zeitschr. **11**, 896, 1910.

Stromrichtungen im allgemeinen verschieden ist[1]). Dasselbe tritt auch ein, wenn die beiden Elektroden durch die Luftströmung[2]) in verschiedener Weise bedacht sind.

Man pflegt unter diesen Umständen den Strom und die Bogenspannung aufzufassen als zusammengesetzt aus einer Gleichstrom- und einer Wechselstromkomponente. Die Größe der Gleichstromkomponente läßt sich durch einen geeigneten Strom- bzw. Spannungsmesser nach dem Deprez-d'Arsonval-System[3]) leicht feststellen.

b) Aber auch dann, wenn die Elektroden in jeder Beziehung genau gleich angefertigt worden sind und die Luft genau symmetrisch zu beiden Elektroden strömt, ist im allgemeinen die Amplitude von Strom und Bogenspannung für beide Stromrichtungen verschieden. Durch den Bogen selbst entstehen an der Oberfläche der Elektroden kleine Unebenheiten. Dadurch, daß der Bogen bald an einer Unebenheit der einen Elektrode, bald an einer solchen der andern für einen Augenblick sich festsetzt, entstehen bald an der einen, bald an der anderen Elektrode starke lokale Erhitzungen. Die Folge davon ist, daß die Amplitude bald in der einen, bald in der anderen Richtung überwiegt.

Man kann es auch in diesem Falle rechtfertigen, zu sagen, daß eine Gleichstromkomponente vorhanden sei; aber diese Gleichstromkomponente verändert mit der Zeit in durchaus unregelmäßiger Weise ihre Größe und auch ihre Richtung[4]). Sie kann infolge davon durch Deprez-d'Arsonval-Instrumente, die gewöhnlich ziemlich stark gedämpft sind, im allgemeinen nicht nachgewiesen werden. Zu ihrem Nachweis ist ein Oszillograph irgendwelcher Art, z. B. eine Braunsche Röhre (vgl. unten), erforderlich.

3. Die Gleichstromkomponente des Bogenstroms ist von verhältnismäßig geringer Wirkung auf den Stromwandler. Gewöhnlich ist sie nur klein im Verhältnis zur Wechselstromamplitude, und nur in diesem Verhältnis wird die magnetische Feldstärke im Stromwandler beeinflußt.

Ganz anders liegen aber die Verhältnisse bei der Gleichstromkomponente der Bogenspannung und ihrem Einfluß auf die Spannungswandler. Das magnetische Feld im Eisenkern desselben wird bestimmt durch den Strom, der durch den Spannungswandler hindurchgeht. Für die Wechselstromkomponente desselben ist maßgebend die Wechselstromkomponente der Bogenspannung und die Impedanz des Spannungswandlers, für den Gleichstrom dagegen die Gleichstromkomponente der Bogenspannung und der Ohmsche Widerstand des Spannungswandlers. Da dieser Widerstand im allgemeinen sehr klein ist gegen die Impedanz, so kann der Gleichstrom, der durch den Spannungswandler hindurchgeht, auch dann ebenso groß oder größer werden als der Wechselstrom, wenn die Gleichstromkomponente der Bogenspannung nur wenige Prozente von der Amplitude der Wechselstromkomponente beträgt.

Bei einem technischen Spannungswandler (10000/100 Volt) z. B. war, wenn der Spannungswandler sekundär nicht belastet war, bei einer Wechselstromspannung von 6000 Volt (effektiv) der Wechselstrom 0,0057 Amp., wenn der Spannungswandler sekundär durch das dazugehörige Voltmeter von 535 Ohm belastet war, 0,0061 Amp., während bei demselben Spannungswandler einer Gleichstromspannung von 21 Volt ein Gleichstrom von 0,006 Amp. entsprach. Wenn also im vorliegenden Fall die Gleichstromkomponente der Bogenspannung nur 0,35 Proz. des Effektivwerts der Wechselstromkomponente beträgt, so genügt dies schon, um durch den Spannungswandler einen Gleichstrom hindurchzuschicken, der ebenso groß ist wie der Effektivwert des Wechselstroms.

Das Gesagte gilt qualitativ auch dann noch, wenn die Gleichstromkomponente der Ofenspannung nach Größe und Richtung nicht konstant ist (2b). Um einen solchen Fall zu realisieren, wurde gegen einen Hörnerblitzableiter mit genau gleichen Elektroden aus 13 mm dicken Kupferstäben ein Luftstrom genau symmetrisch geblasen und zwischen den Elektroden ein Hochspannungslichtbogen durch einen Wechselstromtransformator (Frequenz = 50 Sec.) hergestellt (vgl. Fig. 2). Parallel zum Bogen waren

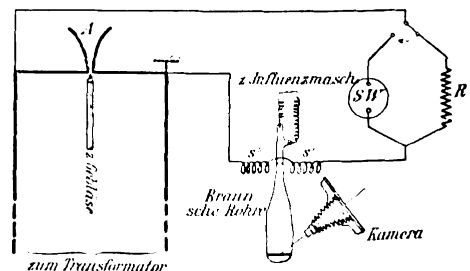


Fig. 2.

1) Vgl. z. B. B. Monasch, Der elektrische Lichtbogen bei Gleich- und Wechselstrom, S. 112. Berlin 1904.

2) bezw. allgemein: Strömung des Gases, in welchem der Lichtbogen brennt.

3) Eventuell unter Vorschaltung von Drosselspulen, um den Wechselstrom durch das Instrument hindurch zu schwächen.

4) Man kann natürlich auch sagen: es superponiert sich über den Wechselstrom der normalen Frequenz ein Wechselstrom von viel geringerer und inkonstanter Frequenz.

zwei kleine Spulen (s' und s'', Fig. 2), die das Kathodenstrahlenbündel einer Braunschen Röhre ablenkten, gelegt unter Vorschaltung entweder eines hohen Widerstandes R oder der Hochspannungswicklung eines Spannungswandlers (SW Fig. 2). Der Fleck der Braunschen Röhre wurde auf eine photographische Platte, die senkrecht zur Ablenkung des Fleckes langsam bewegt wurde, photographiert. War nun der Widerstand R eingeschaltet, so erhielt man das Bild von Fig. 3[1]); es gibt ziemlich genau den zeitlichen Verlauf der Bogenspannung an, da die Induktanz der Spulen $s' + s''$ nur klein war gegenüber dem Widerstand R. Die Ablenkung nach oben ist stets nur sehr wenig verschieden von derjenigen nach unten, die Gleichstromkomponente der Bogenspannung also sehr klein gegenüber der Wechselstromkomponente. Wurde der Vorschaltwiderstand R durch den unbelasteten Spannungswandler SW ersetzt, so ergab sich das Bild von Fig. 4: der Strom, der durch den Spannungswandler hindurchgeht, besitzt starke Unsymmetrien, seine Gleichstromkomponente ist meist sehr groß, aber wie Fig. 4 anschaulich zeigt, nach Größe und Richtung durchaus unbeständig.

4. Eine Gleichstromkomponente im Spannungswandler hat, abgesehen von einer erheblichen Verstärkung der Wärmeentwicklung und damit einer Gefährdung des Spannungswandlers, zur Folge, daß die magnetischen Verhältnisse im Eisenkern sich verändern. Während ohne Vorhandensein einer Gleichstromkomponente die Feldstärke zwischen zwei gleichgroßen Werten $+H$ und $-H$ schwankt, ändert sich die Feldstärke nun zwischen den unsymmetrischen Werten $G+H$ und $G-H$, wobei G, die durch den Gleichstrom hervorgerufene magnetische Feldstärke, größer als H sein kann. Durch den Gleichstrom wird also der zeitliche Verlauf der magnetischen Feldstärke durchaus unsymmetrisch, sie kann in Gebiete der Magnetisierungskurve verschoben werden, in welchen die Verhältnisse ganz andere sind als in demjenigen Gebiet, für welches der Spannungswandler gebaut ist. Für die sekundäre Niederspannung des Spannungswandlers kann dies aber eine Verzerrung der Spannungskurve bzw. eine Änderung der normalen Phase und Amplitude bedingen. Wenn dies der Fall ist, so müssen auch notwendig sekundär angeschlossene Wattmeter bzw. Zähler falsch zeigen.

5. Zur Prüfung der besprochenen Auffassung wurden u. a. folgende Versuche gemacht:

1) Fig. 3 und 4 siehe Tafel III.

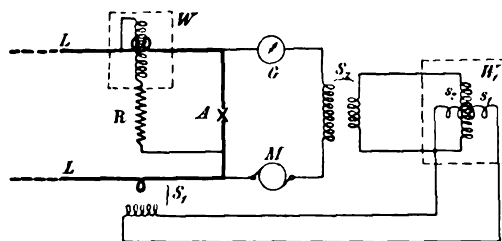


Fig. 5.

a) Kompensation der Gleichstromkomponente der Bogenspannung (Fig. 5).

Die Leistung des mit unsymmetrischen Elektroden versehenen Hochspannungslichtbogens A wurde einerseits gemessen durch das elektrodynamische Präzisions-Wattmeter W, dessen Stromspule direkt in die Leitung L eingeschaltet wurde, und dessen Spannungsspule ein praktisch induktionsfreier Widerstand R vorgeschaltet war, anderseits durch das elektrodynamische Präzisions-Wattmeter W_1, das mit Strom- und Spannungswandlern (S_1 und S_2, Fig. 5) arbeitete. In der Zuleitung zum Spannungswandler befand sich eine Gleichstrommaschine M, durch welche der durch den Spannungswandler hindurchgehende Gleichstrom je nach der Schaltung der Maschinenpole verstärkt oder geschwächt werden konnte, ohne daß der durch den Spannungswandler hindurchgehende Wechselstrom sich in merkbarer Weise veränderte. Zur Messung des Gleichstroms diente das Deprez-d'Arsonval-Instrument G (Fig. 5). In Fig. 6 ist der Unterschied zwischen den

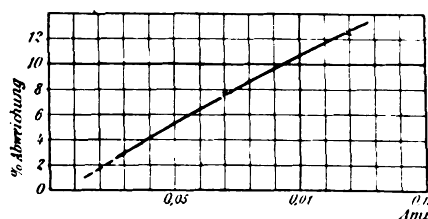


Fig. 6.

Angaben von W_1 und den richtigen Angaben von W in Prozenten dieser letzteren für die verschiedenen Größen des Gleichstroms dargestellt. Die Kurve, deren Abszissen den gesamten von der Lichtbogenspannung und Maschine herrührenden Gleichstrom darstellen, zeigt, daß der Fehler des Wattmeters W_1 um so größer wird, je größer der Gleichstrom ist. Es ist aus derselben ohne weiteres ersichtlich, daß der Fehler fast unmerklich geworden wäre, wenn die Spannung der Maschine M ausgereicht hätte, um die Gleichstromkomponente der Bogenspannung ganz zu

kompensieren und dadurch den Gleichstrom, der durch den Spannungswandler hindurchgeht, zum Verschwinden zu bringen.

b) Ersatz der Spannungswandler durch Vorschaltwiderstände.

Die Schaltung wurde durch diejenige von Fig. 7, der Spannungswandler also durch den Vorschaltwiderstand R_1 ersetzt. Außerdem

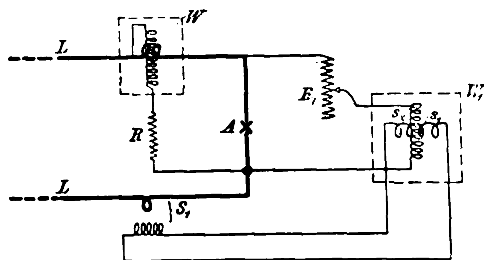


Fig. 7.

waren Vorkehrungen getroffen, daß der Betrieb von Fig. 7 mit Vorschaltwiderstand rasch in denjenigen von Fig. 5 mit Spannungswandler[1]) umgeändert werden konnte. Die Größe von R wurde so gewählt, daß das Wattmeter W_1 mit dem Vorschaltwiderstand R_1 bei sinusförmigem Strom und sinusförmiger Spannung genau so hätte zeigen müssen wie mit dem Spannungswandler. Der Lichtbogen A war ein solcher mit unsymmetrischen Elektroden und demnach starker Gleichstromkomponente der Bogenspannung.

Der Erfolg war:

Abweichung von W_1 mit Vorschaltwiderstand R_1 gegenüber $W = 0{,}3$ Proz.,

Abweichung von W_1 mit Spannungswandler gegenüber $W = 8{,}3$ Proz.

also Differenz in beiden Fällen 8 Proz.

Zur Kontrolle wurde nun der Hochspannungslichtbogen A durch einen anderen von ungefähr derselben Leistung ersetzt, bei dem aber die Gleichstromkomponente der Bogenspannung kaum merklich war, und es wurde wieder die Abweichung zwischen den Angaben von W und W_1 einmal mit Vorschaltwiderstand und dann mit Spannungswandler ermittelt. Die Differenz zwischen beiden Fällen betrug nun nur 0,6 Proz.

6. Die Auffassung, daß die Gleichstromkomponente der Bogenspannung die Hauptschuld an den unrichtigen Resultaten der Messung mit Strom- und Spannungswandlern trägt, hat sich auch sonst in jeder Beziehung bestätigt.

Nachdem die Ursache dieser Erscheinung erkannt ist, bieten sich die verschiedensten Mittel, um den dadurch entstandenen Fehler zu beseitigen. Welches Mittel man in jedem Falle wählt, hängt in erster Linie von technischen Gesichtspunkten ab. Es gelingt durch diese Mittel auch bei der Schaltung von Fig. 1, die Fehler auf wenige Prozente herabzudrücken. Wo freilich unter allen Umständen eine Genauigkeit von mindestens 1 Proz. garantiert werden muß, ist bei der Messung des Energieverbrauchs in Hochspannungslichtbogen die Verwendung von elektrodynamischen Wattmetern, deren Stromspule unmittelbar in die Starkstromleitung einzuschalten ist und deren Spannungsspule induktionsfreie Widerstände vorgeschaltet werden müssen (vgl. W Fig. 5 u. 7[1])), unerläßlich.

Ich möchte die Gelegenheit benützen, um denjenigen Herren, die mich bei den Versuchen, welche zur Aufklärung der oben besprochenen Verhältnisse unternommen wurden, in liebenswürdiger Weise unterstützt haben, den Herren Hähnle, Leutz, Dr. Vollmer und besonders Herrn Direktor Heßberger, meinen verbindlichsten Dank auszusprechen.

1) Aber ohne die Gleichstrommaschine M und das Gleichstrominstrument G von Fig. 5.

1) Über die Vorsichtsmaßregeln, die dabei eventuell zu beachten sind, vgl. J. Zenneck, diese Zeitschr. **11**, 896, 1910 und **12**, 208, 1911.

Ludwigshafen a. Rh., Physikalisches Laboratorium der Badischen Anilin- und Sodafabrik.

(Eingegangen 20. März 1911.)

Einige Zahlen zu der neuen von Herrn Bernoulli aufgestellten Beziehung zwischen den optischen Konstanten und dem Eigenpotential der Metalle.

Von Vsevolod Fréedericksz.

In dieser Zeitschrift **11**, 1173, 1910 stellt Herr Bernoulli eine neue empirische Beziehung zwischen den optischen Konstanten der Metalle und ihrer Stellung in der Voltaschen Spannungsreihe auf. Da ich Gelegenheit gehabt habe, die Dispersion und Absorption einiger Metalle zu untersuchen und damit die Natur dieser Erscheinungen etwas näher kennen zu lernen, so möchte ich hier einige Zahlen mitteilen, welche ein Urteil über die Zuverlässigkeit des neuen Gesetzes gestatten.

Nach Herrn Bernoulli soll die Größe

$$\frac{\omega}{n} = \frac{\operatorname{cotg}^3\varphi \sin 4\psi}{n},$$

wo n die Valenz, φ den Haupteinfallwinkel, ψ das Hauptazimut bezeichnen, bei konstanter Wellenlänge für verschiedene Metalle in einer linearen Beziehung mit dem, gegen eine Wasser-

Tabelle:

λ	*Mn* 7; +1,07	*Zn* 2; +0,76	*Ni* 8; +0,23	*Co* 4; +0,23	*Bi* 5; −0,23	*Cu* 6; −0,34	*Hg* 2; −0,78	*Ag* 1/2; −0,81	*Au* 3; −1,11	*Pt* 2; −0,89
589	110	150	155	188	228	250	273	288	308	314
	132 γ)	242 β)	149 α)	188 α)	402 β)	247 α)	268 β)	285 α)	305 β)	502 β)
508	192	317	192	233	516	508	353	611	512	594
441	303	559	283	298	668	642	463	1123	743	733
325	883	1191	678	748	1765	1170	1245	140800	1809	1862

stoffelektrode gemessenen Eigenpotentiale stehen. Herr Bernoulli benutzt bei Aufstellung dieser Beziehung optische Konstanten für das Natriumlicht; doch ist nach ihm dabei „die Wahl der Wellenlänge $\lambda = 589$ eine rein zufällige", da die Größe $\frac{\omega}{n}$ nur eine geringe Dispersion besitze[1]).

In der obigen Tabelle habe ich die Werte von $\frac{\omega}{n}$ für einige Metalle, wo genügende Beobachtungen vorliegen, bei mehreren verschiedenen Wellenlängen aufgeführt. In derselben sind die Metalle (deren Symbolen die von Herrn Bernoulli angenommenen Valenzen n und Eigenpotentiale beigefügt sind) nach den steigenden von Bernoulli für Natriumlicht gefundenen Werten von $\frac{\omega}{n}$ geordnet. Die erste Zeile gibt diese letzteren Werte; in der zweiten stehen die von mir berechneten Werte für $\lambda = 588$ oder $589\,\mu\mu$ mit Angabe des betreffenden Beobachters[2]). Der Unterschied zwischen den Bernoullischen und meinen Zahlen kommt daher, daß Bernoulli und ich zur Berechnung der Größe $\frac{\omega}{n}$ verschiedene Beobachtungen verwendet haben. Dort, wo dieser Unterschied bedeutend wird, erhielt ich die Zahlen von Bernoulli, wenn ich die Beobachtungen von Drude statt der von mir in der Tabelle angegebenen benutzte. Die 3., 4. und 5. Zeile geben die Werte von $\frac{\omega}{n}$ für $\lambda = 508$, $\lambda = 441$ und $\lambda = 325\,\mu\mu$.

Die Dispersion der Zahlen für $\frac{\omega}{n}$ ist hiernach keineswegs klein, und von der Bernoullischen Regel, die mit den neuen Zahlen schon für $\lambda = 589\,\mu\mu$ keineswegs glänzend stimmt, bleibt bei den anderen Wellenlängen nichts übrig.

1) A. L. Bernoulli, diese Zeitschr. 11, 1173, 1910.
2) α) R. Minor, Ann. d. Phys. 10, 581, 1903; β) W. Meier, Ann. d. Phys. 31, 1017, 1910; γ) V. Fréedericksz, Ann. d. Phys. 1911 (im Druck).

Göttingen, Februar 1911.

(Eingegangen 4. März 1911.)

Über den behaupteten inversen Kräftezusammenhang zwischen Elektro- und Hydrodynamik.

Von Hans Witte.

§ 1.

Vor kurzem habe ich an anderer Stelle[1]) eine Zusammenfassung meiner einzelnen Arbeiten über den „Äther" gegeben. Diese Arbeiten hatten mittels Durchprüfen sämtlicher auf dem Grunde der Maxwell-Lorentzschen Theorie und der allgemein anerkannten Grundgesetze der Mechanik denkbaren Äthertheorien den Nachweis geliefert, daß sich auf jenen, durch die Erfahrung gestützten Grundlagen der Äther als unhaltbar erweist, solange man an der — allein physikalisch begründeten — Annahme seines kontinuierlichen Aufbaues festhält; sie waren damit auf einem gänzlich abweichenden Wege zu demselben entschiedenen Verzicht auf den Äther gekommen, den die moderne Elektrodynamik seither als erstes Erfordernis der Relativitätstheorie erkannt hat.

Im folgenden will ich unter Bezugnahme auf die in jener zusammenfassenden Arbeit wiedergegebene allgemeine Methode eine mit den dort behandelten allgemeinen Fragen lose zusammenhängende Spezialfrage kurz besprechen.

Gerade heutzutage, wo man in den mechanischen Analogien nicht mehr Wesenserklärungen, sondern nur noch unvollkommene Bilder sehen kann, hat die Sonderfrage ein erhöhtes Interesse, wieweit diese der Natur der Sache nach unvollkommenen Bilder denn wenigstens in denjenigen Punkten getreu sind, welche für didaktisch verwendbare Modelle, zu Demonstrationszwecken usw. in erster Linie in Betracht kommen. Für solche Zwecke wird es sich immer wieder besonders um die sinnlich wahrnehmbaren Kräfte handeln, welche von den elektromagnetischen Feldern — im Bilde vom Äther — auf die ponderable Materie ausgeübt werden; wenn sich hydrodynamische usw. Felder angeben ließen, die auf eingebettete Körper gerade solche Kräfte ausüben, wie sie in diesem oder jenem Teilgebiete der Elektrodynamik nachgewiesen sind, so

1) Jahrbuch der Radioaktivität und Elektronik 7, 205 bis 261, 1910.

wäre das trotz der allgemeinen Unmöglichkeit einer vollständigen mechanischen Erklärung doch jedenfalls ein sehr beachtenswerter Erfolg.

Indessen ist, wie ich in den erwähnten allgemeinen Arbeiten bereits bemerkt habe, ein derartiger Erfolg den mechanischen Bildern bisher nur in sehr geringem Maße beschieden gewesen; praktisch verwendbare hydrodynamische usw. Modelle, welche die gewünschten, den Maxwell-Lorentzschen direkt analogen ponderomotorischen Kräfte mit Sicherheit zu demonstrieren gestatten, sind überhaupt noch nicht aufgefunden worden. Dagegen hat nun neuerdings, hauptsächlich gestützt auf die bekannten Theorien und Versuche von C. A. Bjerknes, eine gänzlich andersartige, auf den ersten Blick höchst überraschende Behauptung bezüglich des Zusammenhanges zwischen den ponderomotorischen Kräften in den elektrodynamischen und den entsprechenden hydrodynamischen Feldern die Aufmerksamkeit der Physiker auf sich gezogen. Die Behauptung lautet in der weitestgehenden Form: daß lückenlos ein inverser Zusammenhang bestehe; d. h. es sollen die allgemeinsten, in der Hydrodynamik usw. auf eingebettete Körper wirkenden ponderomotorischen Kräfte Glied für Glied entgegengesetzt gleich denen sein, die nach der Maxwellschen Elektrizitätstheorie in den entsprechenden allgemeinsten elektromagnetischen Feldern auftreten müssen. Über den gegenwärtigen Stand dieses letztgenannten Spezialproblems einen orientierenden Überblick zu geben, beabsichtigen die folgenden Zeilen.

Nach Erledigung der Überschau werde ich in möglichster Kürze den endgültigen Abschluß einer Diskussion[1]) anfügen, die zwischen Herrn V. Bjerknes und mir über eine Teilfrage aus dem Bereiche dieses Problems geführt worden ist[2]).

1) H. Witte, Ann. d. Phys. **30**, 337—348, 1909; V. Bjerknes, Ann. d. Phys. **31**, 312—324, 1910; H. Witte, Ann. d. Phys. **32**, 382—410, 1910; V. Bjerknes, Ann. d Phys. **33**, 839—844, 1910.

2) Ich bedaure, daß ich genötigt bin, auf diese Teilfrage, die nach meinem Dafürhalten schon durch den ersten Aufsatz jener Diskussion hinlänglich geklärt war, noch ein drittes Mal ausdrücklich einzugehen; um so mehr, als jetzt aus formellen Gründen der Abschluß der Diskussion nicht an demselben Orte erscheinen kann, wo die Diskussion bisher geführt worden ist.

Um einer fruchtlosen weiteren Ausdehnung jener Diskussion nach Möglichkeit vorzubeugen, sei mir gleich hier erlaubt, zu bemerken, daß ich mich auf eine fernere Fortsetzung nur dann einlassen könnte, wenn bezüglich des in Betracht kommenden Spezialproblems (Kelvin-V. Bjerknesscher Äther mit den behaupteten Inverskräften, s. u.) sachlich neue Gesichtspunkte vorgebracht werden sollten. Über die von Herrn V. Bjerknes angerührten Fundamentalfragen nach dem physikalischen Weltbilde und sonstigen prinzipiellen Fragen der Physik weiter zu diskutieren, scheint mir unnütz, weil eine Einigung darüber bei der Verschiedenheit der Standpunkte wohl nicht zu erwarten steht.

§ 2.

Unterwirft man die soeben absichtlich in größter Allgemeinheit formulierte Behauptung, es bestehe zwischen Elektrodynamik und Hydrodynamik bezüglich der Kräfte ein lückenloser inverser Zusammenhang, einer näheren Betrachtung, so zeigt sich sofort, daß sie einen bestimmten Inhalt erst dann hat, wenn hinzugefügt wird, welche der vielen von vornherein denkbaren mechanischen Analogien oder Bilder dabei ins Auge gefaßt werden soll. Je nach der Natur des betreffenden mechanischen Bildes hat offenbar die Behauptung einen ganz verschiedenen Charakter. Ist im mechanischen Bilde etwa das elektrostatische Feld ein Spannungszustand im Äther, beruhend auf den Verdrehungen der Ätherteilchen, so wird der mathematische Ausdruck für die mechanische Kraft in der Analogie ein ganz anderer sein, als wenn die Analogie einen auf Verdichtungen und Verdünnungen beruhenden Spannungszustand voraussetzt; er wird wieder ein ganz wesensverschiedener werden, wenn demselben elektrostatischen Felde translatorische Ätherströmungen entsprechen sollen, usf.

Es ist wohl kaum zu erwarten, daß die unendlich vielen von vornherein denkbaren mechanischen Analogien sämtlich die Eigenschaft des inversen Kräftezusammenhanges aufweisen sollten; um so weniger, als sie sich ja — wenn sie auch das eine miteinander gemeinsam haben, daß sie schließlich mit der Maxwellschen Theorie alle unvereinbar sind — doch in sehr verschiedener Richtung und in sehr verschieden hohem Grade von der in jener Theorie niedergelegten Erfahrung entfernen. Tatsächlich ist denn auch die Behauptung des inversen Zusammenhanges nur für wenige ganz bestimmte Bilder aufgestellt worden. Will man nun einen allgemeinen Überblick gewinnen, so muß man naturgemäß den Gesamtbereich aller denkbaren Analogien durchgehen, um so jede einzelne Äthertheorie, bei der die Behauptung des inversen Zusammenhanges vorliegt, in ihrer Beziehung zur Gesamtheit zu erkennen und dann an ihrem gehörigen Orte auf die vorgelegte Spezialfrage hin durchprüfen zu können. Die dazu erforderliche Bestimmung des Gesamtbereiches aller denkbaren Äthertheorien, Analogien usw. liegt in den eingangs erwähnten allgemeinen Ätherarbeiten fertig vor[1]); es ist also nur mehr nötig, daß die sämtlichen dort aufgefundenen und allgemein diskutierten Gattungen von Möglichkeiten daraufhin durchgemustert werden, wo sich die Frage nach dem inversen Zusammenhange bisher erhoben und welche Resultate sie

1) U. a. auch diese Zeitschr. **7**, 779—785, 1906.

dort gezeitigt hat. Diejenigen Stellen, an denen sie nicht aufgetreten ist, bleiben natürlich einfach offen; denn es verspricht keinen Nutzen, die an und für sich schon undurchführbaren Äthertheorien noch mit der weiteren Schwierigkeit zu belasten, die nun einmal in der Forderung des inversen Zusammenhanges liegt; die offenen Stellen sollen eben nur als solche markiert werden, damit sich ein geordneter Überblick ergibt.

§ 3.

Zunächst erlaube ich mir aber, noch eine Vorbemerkung einzufügen, um einem möglichen Mißverständnisse vorzubeugen.

Es wurde soeben angedeutet, daß in allen Fällen die Behauptung des inversen Zusammenhanges nur eine Schwierigkeit mehr für die ja an und für sich schon nirgends mit der Erfahrung völlig übereinstimmenden mechanischen Bilder darbietet. Das ist unmittelbar einzusehen.

Angenommen nämlich, es sei gelungen, wirklich bei irgendeiner mechanischen Analogie das Vorhandensein derartiger Drucke als notwendig bezw. als möglich nachzuweisen, daß eine resultierende Kraft $\mathfrak{R}$ erhalten wird, von der ein Teil $\mathfrak{R}_m$ [1]) genau Glied für Glied entgegengesetzt gleich der (natürlich in die mechanischen Ausdrücke der Analogie übersetzt zu denkenden) Maxwellschen ponderomotorischen Gesamtkraft

$$+\mathfrak{A} = +\frac{1}{4\pi}\cdot\mathfrak{E}\cdot\operatorname{div}(\varepsilon\cdot\mathfrak{E}) - \left\{\begin{array}{l} \frac{1}{8\pi}\cdot\mathfrak{E}^2\cdot\operatorname{grad}\varepsilon - \frac{1}{4\pi}\cdot[\operatorname{curl}\mathfrak{E}, \varepsilon\mathfrak{E}] \\ + \frac{1}{8\pi}\cdot\mathfrak{H}^2\cdot\operatorname{grad}\mu - \frac{1}{4\pi}\cdot[\operatorname{curl}\mathfrak{H}, \mu\mathfrak{H}] \end{array}\right\} \tag{1}$$

ist, wobei $\mathfrak{E}$ die elektrische, $\mathfrak{H}$ die magnetische Feldstärke, ε die Dielektrizitätskonstante und μ die magnetische Permeabilität bedeutet. Dann wirkt in der Analogie also der Äther auf das betreffende Volumelement mit einer Kraft $\mathfrak{R}_m$, die der Kraft $+\mathfrak{A}$ gerade entgegengesetzt ist, nämlich er übt pro Volumeinheit des Äthers die Kraft

$$-\mathfrak{A} = -\frac{1}{4\pi}\cdot\mathfrak{E}\cdot\operatorname{div}(\varepsilon\cdot\mathfrak{E}) + \left\{\begin{array}{l} \frac{1}{8\pi}\cdot\mathfrak{E}^2\cdot\operatorname{grad}\varepsilon - \frac{1}{4\pi}\cdot[\operatorname{curl}\mathfrak{E}, \varepsilon\mathfrak{E}] \\ + \frac{1}{8\pi}\cdot\mathfrak{H}^2\cdot\operatorname{grad}\mu - \frac{1}{4\pi}\cdot[\operatorname{curl}\mathfrak{H}, \mu\mathfrak{H}] \end{array}\right\} \tag{2}$$

aus, während die wirklich an der ponderablen Materie bezw. den Elektronen beobachtete Kraft eben die Kraft $+\mathfrak{A}$ ist. Soll also die Analogie wenigstens in dieser Beziehung (absolut kann sie es ja nie) vollständig sein — und man muß doch von einer Analogie, die irgendeine, sei es heuristische, sei es auch nur didaktische Bedeutung beanspruchen will, zum wenigsten erwarten, daß sie nicht bezüglich der allerbekanntesten und allersichersten Tatsachen, nämlich eben der Bewegungen der sichtbaren Materie, gerade das Gegenteil von dem aussagt, was wirklich erfahrungsgemäß geschieht — soll also die Analogie in dieser Beziehung vollständig sein, so muß eine weitere Hypothese hinzugefügt werden: daß nämlich die mechanische Kraft $\mathfrak{R}_m = -\mathfrak{A}$ eine unmittelbare Wirkung nur auf das an der betreffenden Stelle befindliche, der sinnlichen Wahrnehmung entzogene Ätherelement ausübt, daß aber, sobald in dieselbe Stelle ein Volumelement ponderabler Materie eingebettet wird, vermöge eines in der Grenzschicht von Äther und Materie tätigen Umkehrungsmechanimus mittels einer Art von Rückstoß[1]) das allein wahrnehmbare eingebettete Teilchen ponderabler Materie genau den richtungs- und zahlenmäßig entgegengesetzten Antrieb erfährt, wie das vorher ebenda allein vorhanden gedachte Ätherteilchen. Es müßte also in einer von mir vorgeschlagenen Ausdrucksweise die Inverskraft $\mathfrak{R}_m = -\mathfrak{A}$ nur eine nicht wahrnehmbare „ätheromotorische" Kraft sein, die wahrnehmbare ponderomotorische Kraft würde richtig $+\mathfrak{A}$, vermöge des Umkehrungsmechanismus.

Nun liegt aber in der Hypothese eines solchen Umkehrungsmechanismus offenbar eine ganz ungemein große Schwierigkeit. Um einen ungefähren Begriff von ihr zu geben, gestatte ich mir, an ein schon a. a. O. angeführtes vergleichendes Beispiel nochmals zu erinnern.

Man wende auf ein in Wasser befindliches Korkkügelchen die bekannte Stevinsche Überlegung an. In einem mit Wasser gefüllten, ruhenden, nur der Schwerkraft unterworfenen Gefäße denke man sich zunächst eine Wasserkugel von der Größe eines Kubikzentimeters abgegrenzt, dann wirkt auf sie ein nach oben gerichteter Auftrieb, der dem Gewichte von einem Gramm entspricht und durch das entgegengesetzt gleiche Gewicht der Kugel kompensiert wird. Darauf bringe man an dieselbe Stelle eine Korkkugel von derselben Größe und dem vorher anderweitig bestimmten Gewichte von etwa $^1/_4$ Gramm. Dann würde, wenn man

---

[1]) Ein erster Teil ist selbstverständlich im allgemeinen vorweg abzuspalten, denn es muß doch bei Bewegungen des Äthers auch die Beschleunigung (das „Feld") durch die Drucke geliefert werden; die gesamte Resultierende $\mathfrak{R}$ der Spannungen zerfällt allgemein in zwei Teile $\mathfrak{R}_f$ und $\mathfrak{R}_m$, $\mathfrak{R} = \mathfrak{R}_f + \mathfrak{R}_m$, von denen der erste das Feld liefert, der zweite die mechanische (hier behauptetermaßen inverse) Kraft. Die Indizes f und m deuten auf diese Zweiteilung hin.

[1]) Einer „Reflexwirkung" (V. Bjerknes).

das Wasser mit dem Äther, das Korkkügelchen mit der eingebetteten ponderablen Materie vergleicht, in diesem Beispiel die Forderung eines in der Grenzfläche zwischen Wasser und Korkkugel wirkenden Umkehrungsmechanismus keine geringere als die sein, daß der Mechanismus den Auftrieb von einem Gramm in die entgegengesetzte Kraft verwandelt und das Korkkügelchen mit einer einem Gewichte von $^5/_4$ Gramm entsprechenden Kraft zu Boden sinken macht.

Das Beispiel bedarf keines Kommentars; ich brauche und will auch nicht den Versuch machen, gewissermaßen ein Maß für die enorme Größe der Schwierigkeit abzuschätzen, ich bemerke nur, daß Herr V. Bjerknes selber schon in seiner ersten Gegenschrift den noch nicht gefundenen Umkehrungsmechanismus allgemein mit dem Einschalten eines Zahnrades auf eine Linie stellt — welche unabsehbare Komplikation allein das für die mechanische Analogie bedeuten würde, liegt auf der Hand — und daß das wirkliche Auffinden eines solchen Umkehrungsmechanismus nicht einmal in derartigen einfachsten Fällen, wie das soeben besprochene vergleichende Beispiel einen darstellt, bisher geleistet worden ist. Diese Fundamentalschwierigkeit besteht also in der bezeichneten Weise ganz allgemein für jede Analogie, die den inversen Kräftezusammenhang behaupten will, neben ihren sonstigen Widersprüchen mit der Erfahrung im vollen Umfange bis auf den heutigen Tag.

In der folgenden Überschau will ich nun aber ganz ausdrücklich von dieser Fundamentalschwierigkeit absehen. Es wird also ausschließlich die Rede sein von der Behauptung selber, daß der Kräftezusammenhang eben vermöge der im Äther wirkenden Drucke ein inverser sei, daß also die Ätherdrucke und -spannungen als mechanische („ätheromotorische“) Resultante $\mathfrak{R}_m$ die durch Beziehung (2) dargestellte Kraft $-\mathfrak{A}$ ergeben sollen; dagegen bleibt jene Fundamentalschwierigkeit eines nachträglich noch aufzufindenden Umkehrungsmechanismus für die ponderomotorische Wirkung völlig dahingestellt. —

§ 4.

Ich ziehe nun die in § 1 und § 2 erwähnte exakte Bestimmung des Gesamtbereiches aller auf dem Grunde der Maxwellschen Theorie und der Grundgesetze der Mechanik denkbaren Äthertheorien, Analogien usw. heran.

Wie in den früheren Arbeiten ausführlich hergeleitet worden ist, kann das Gesamtgebiet zunächst erschöpfend in zwei Hauptabteilungen, A und B, zerlegt werden. Die Abteilung A umfaßt alle Äthertheorien, bei denen die elektrische Energie W_e und die magnetische Energie W_m jede einheitlich durch eine einzige, sei es kinetische, sei es potentielle, mechanische Energie gedeutet werden soll. Die Abteilung B enthält den Rest, d. h. alle diejenigen Äthertheorien, die mindestens eine der beiden Energien W_e und W_m durch mehrere, mindestens zwei, wesensverschiedene mechanische Energieformen zu erklären beabsichtigen (z. B. den elektrostatischen [Potential-] Teil der elektrischen Energie W_e durch Spannungsenergie, z. B. auf Ätherverdichtungen und -verdünnungen beruhend, den dynamischen Teil derselben elektrischen Energie W_e durch die kinetische Energie der Ätherströmung). Jede der beiden Hauptabteilungen A und B läßt sich dann wieder erschöpfend weiter zerlegen, und zwar so, daß sich eine bis zu einem gewissen Grade symmetrische Einteilung ergibt. Es zerfällt nämlich die Abteilung A in drei Gattungen, gekennzeichnet durch die Abkürzungen

(1)	(2)	(3)
pot., pot.	kin., kin.	kin., pot.

und Abteilung B entsprechend in die weiteren drei Gattungen

(4)	(5)	(6)
zwei, pot.	zwei, kin.	zwei, zwei.

Dabei bedeuten die Abkürzungen pot. bezw. kin., daß die betreffende eine (einerlei, ob die elektrische oder die magnetische, die Stellung ist gleichgültig) der beiden elektromagnetischen Energien W_e und W_m im mechanischen Bilde einheitlich potentiell bezw. einheitlich kinetisch aufgefaßt wird; das Wort zwei, daß die betreffende eine der beiden Energien W_e und W_m in der mechanischen Analogie in zwei wesensverschiedene Teile gespalten erscheint.

Es sei nun gestattet, bezüglich einer Äußerlichkeit noch an das allgemeine Ergebnis der früheren, an diese Einteilung angeschlossenen grundsätzlichen Untersuchung über die Durchführbarkeit der sechs Gattungen zu erinnern. Die gewählte äußere Anordnung hatte dem Allgemeinergebnis eine besonders übersichtliche äußere Form gegeben: Die sechs Gattungen (1) bis (6) waren so geordnet, daß, wie die Untersuchung erwies, die Widersprüche mit der Maxwellschen Theorie, den Grundgesetzen der Mechanik und der Fundamentalvoraussetzung eines kontinuierlichen Aufbaues des reinen Äthers in einem von innen nach außen wachsenden Grade vorlagen; sie waren nämlich bei den beiden äußersten Gattungen (1) und (6) am allergrößesten, d. h. also zunächst bei (1) und (6) größer als bei den nächstinneren (2) und (5), schließlich aber auch bei diesen Gattungen (2) und (5) wieder größer als bei den in der Mitte stehenden Gattungen (3) und (4), was schon darin zum Ausdruck kam, daß hauptsächlich

diese beiden innersten Gattungen (besonders Gattung 3) zu ausgedehnten Analogiebildungen Anlaß gegeben hatten. Es ist von vornherein zu erwarten, daß der in der gewählten Anordnung besonders klar hervorgetretene allgemeine Wertunterschied zwischen den einzelnen sechs Gattungen sich auch bei der Überschau bezüglich der hier vorliegenden Spezialfrage nach dem inversen Kräftezusammenhang geltend machen wird.

§ 5.

Die Überschau selber gestaltet sich nach diesen Vorbereitungen äußerst einfach und ergibt ein im Hinblick auf die letzte Bemerkung besonders leicht verständliches Ergebnis.

Das Resultat bezüglich der beiden äußersten Gattungen (1) und (6) kann gleich mit demjenigen zusammengefaßt werden, das die zwei nächstinneren Gattungen (2) und (5) aufweisen. Alle diese vier Gattungen (1), (2), (5), (6) fallen für die Frage nach dem inversen Kräftezusammenhang ganz aus. Weder die beiden von vornherein unwahrscheinlichsten Gattungen (1) und (6), noch auch die beiden anderen, (2) und (5), bei denen die Widersprüche mit den Fundamentaltatsachen und -voraussetzungen immerhin nicht so sehr zutage lagen wie bei (1) und (6), sind so weit entwickelt worden, daß die Behauptung des inversen Zusammenhanges überhaupt hätte diskutiert werden können. Sie sind nämlich allesamt gescheitert, noch ehe überhaupt die allgemeine Frage nach den ponderomotorischen Kräften im Äther — die ja, ganz abgesehen von der weitergehenden Spezialbehauptung, daß der Zusammenhang gerade ein inverser sei, immer das letzte und wichtigste Endproblem der mechanischen Erklärung darstellt — in Angriff genommen worden ist.

Es bleiben also auch bei dem Spezialproblem des inversen Kräftezusammenhanges, genau wie bei der früheren allgemeinen Durchführbarkeitsuntersuchung, die innersten Gattungen (3) und (4) als die beiden einzigen übrig, die eingehend besprochen werden müssen.

§ 6.

Die Übereinstimmung geht aber sogar noch weiter. Auch hier scheidet, genau wie in der allgemeinen Untersuchung, die Gattung (4) auf dem verhältnismäßig kürzeren Wege aus.

In der allgemeinen Untersuchung hatte sich ergeben, daß sich die gesamte Gattung (4) schließlich auf eine einzige Theorie reduzieren läßt. Das ist diejenige Äthertheorie, die den Magnetismus einheitlich auf die Ätherverdrehungen, den dynamischen Anteil der elektrischen Energie auf die Bewegungen des Äthers und den statischen Anteil derselben elektrischen Energie auf einen eigentümlichen Spannungszustand zurückführen will, der mit Verdichtungen und Verdünnungen des Äthers in bestimmter Weise zusammenhängt. Diese Theorie ist auf einem Teilgebiete, nämlich in der durch eben diesen eigenartigen Spannungszustand charakterisierten Elektrostatik, zur Entscheidung über die vom Äther ausgeübte ponderomotorische (ätheromotorische) Kraft gelangt. Sie hat für die Kraft zwischen zwei Ätherelementen, in denen sich je ein Elektron befindet, einen bestimmten eindeutigen Wert geliefert. Der Wert war nicht der Maxwell-Coulombsche, vielmehr ergab sich eine ganz andere Potenz des Abstandes r, nämlich die vierte, während das Vorzeichen dasselbe war wie bei Coulomb und Maxwell[1]). Mithin konnte hier von Inversion keine Rede sein, denn ein inverser Zusammenhang hätte erstens gefordert, daß die r-Potenz die gleiche, und zweitens, daß das Vorzeichen das entgegengesetzte gewesen wäre. Für die Behauptung, daß ein allgemeiner inverser Kräftezusammenhang bestände, kommt daher auch die Gattung (4) nicht in Betracht.

§ 7.

Was jetzt, nach dem Ausscheiden auch der Gattung (4), übrig bleibt, ist allein die eine Gattung (3) (kin., pot.). Nur diese eine einzige Gattung steht schließlich für die Behauptung des inversen Zusammenhanges noch offen.

Es versteht sich freilich von selbst, daß durch dieses Isoliertsein des Problems auf eine einzige Gattung an und für sich die Behauptung des inversen Kräftezusammenhanges noch nicht unwahrscheinlicher gemacht wird. Wenn der inverse Zusammenhang auch nur bei einer einzigen Theorie dieser letzten Gattung wirklich als Glied für Glied vorhanden nachweisbar ist, so hat die Überschau eben doch das Ergebnis geliefert, daß diese eigentümliche Art des Zusammenhanges, wenn auch nur bei einer einzigen Theorie einer speziellen Gattung, sicher existiert; und es mag nochmals daran erinnert werden, daß gerade diese letzte Gattung (3), die von den Energien W_e und W_m die eine kinetisch, die andere potentiell deuten will, ja von jeher für die der Wirklichkeit relativ noch am nächsten kommende angesehen worden ist.

Die Gattung (3) zerfiel auf dem Grunde der Maxwellschen Gleichungen unter Berücksichtigung der Fundamentalvoraussetzung der kontinuierlichen Struktur des reinen Äthers[2]) in

1) H. Witte, Ann. d. Phys. (4) **26**, 288 ff., 1908.

2) Bei den atomistischen Theorien (Maxwell, Boltzmann) haben sich, soweit sie daraufhin durchgerechnet sind, immer nur die direkten Kräfte ergeben, nie die inversen.

zwei Untergruppen, I und II, deren jede sich schließlich auf je eine einzige Theorie zusammenziehen ließ. In der ersten wird die elektrische Energie W_e potentiell, die magnetische Energie W_m kinetisch gedeutet, und zwar ist die elektrische Feldstärke proportional der doppelten Ätherdrehung $\mathfrak{u}$, die magnetische Feldstärke $\mathfrak{H}$ proportional der Äthergeschwindigkeit $\dot{\mathfrak{q}}$; die Untergruppe II deutet umgekehrt W_e kinetisch und W_m potentiell, indem sie $\mathfrak{E}$ mit $\dot{\mathfrak{q}}$ und $\mathfrak{H}$ mit $\mathfrak{u}$ proportional annimmt. Bezeichnet man in gewohnter Weise die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Störungen im leeren Raume, oder gemäß der Sprache des mechanischen Bildes im „reinen Äther" mit c, die unbekannte Dichte des Äthers mit k, schließlich Dielektrizitätskonstante und magnetische Permeabilität wieder mit ε und μ, so lauten die Definitionsgleichungen der beiden Untergruppen explizite:

Untergruppe I:

$$\mathfrak{E} = \alpha_{I} \cdot \mathfrak{u}\,, \tag{3}$$

$$\mathfrak{H} = \beta_{I} \cdot \dot{\mathfrak{q}}\,, \tag{4}$$

Untergruppe II:

$$\mathfrak{E} = \beta_{II} \cdot \dot{\mathfrak{q}}\,, \tag{5}$$

$$\mathfrak{H} = \alpha_{II} \cdot \mathfrak{u}\,, \tag{6}$$

wobei die α und β skalare Konstanten sind, die nur von ε, μ, c und der hypothetischen Ätherdichte k abhängen.

Von den beiden Vektoren $\mathfrak{E}$ und $\mathfrak{H}$ muß schon den Maxwellschen Gleichungen zufolge einer polar und einer axial sein; die Untergruppe I deutet die magnetische Feldstärke $\mathfrak{H}$, die Untergruppe II die elektrische Feldstärke $\mathfrak{E}$ als polaren Vektor, ein Unterschied, der dem bekannten Gegensatze in der früheren, elastischen Optik entspricht: Neumann-MacCullagh auf der einen, Fresnel auf der anderen Seite.

Die der Untergruppe I angehörenden Deutungsversuche sind die älteren. Lord Kelvin, der Vater der neueren kontinuierlichen Äthertheorien, hat sie zum Ausgangspunkte seiner Untersuchungen gemacht; er selber hat aber nicht versäumt, darauf hinzuweisen, daß schon Euler das magnetische Feld durch Strömungen eines Mediums längs der Magnetkraftlinien hatte erklären wollen. In neuerer Zeit hat man indessen die Untergruppe I — abgesehen von dem später geführten Unmöglichkeitsbeweise, der beide Untergruppen trifft — zugunsten der jüngeren Untergruppe II deswegen fallen lassen müssen, weil der Beweis erbracht wurde, daß die polare Natur dem elektrischen Vektor $\mathfrak{E}$ und nicht dem magnetischen Vektor $\mathfrak{H}$ zukommt[1]).

Indessen will ich mich auch hier nicht auf die Untergruppe II — die also im elektrischen Felde Strömungen voraussetzt und die Elektronen durch Ätherquellen und -senken erklärt — beschränken, sondern, ähnlich wie in meinen allgemeinen Unmöglichkeitsbeweisen die Untergruppe I gleichfalls behandelt worden ist, auch hier anführen, was in ihr bezüglich des inversen Kräftezusammenhanges vorliegt. Ich tue das hier noch aus einem besonderen Grunde; es kann nämlich der Kernpunkt der am Schluß noch zu besprechenden Diskussion nicht wohl verständlich gemacht werden, bevor nicht der Gegensatz zwischen den Untergruppen I und II gerade in dieser Beziehung scharf herausgearbeitet ist. Ich gehe getrennt zuerst in § 9 die Untergruppe I, dann in § 10 die Untergruppe II auf die Behauptung des inversen Kräftezusammenhanges hin durch.

§ 8.

Vorher muß ich im Zusammenhang mit der Gattung (3) noch von einer Teilanalogie sprechen, welche die Übereinstimmung mit den Maxwellschen Gleichungen nicht absolut, sondern nur für passend definierte Mittelwerte erfüllt und daher außerhalb der hier vorausgesetzten erfahrungsmäßigen Grundlagen steht. Sie hat auch niemals beansprucht, mehr zu sein, als eben nur eine Analogie im eigentlichen, keine mechanische Erklärung prätendierenden Sinne des Wortes, zumal sie sich nur auf einen ganz festbegrenzten Teil aus dem Gesamtgebiete der elektromagnetischen Erscheinungen bezieht. Dafür weist sie aber in höchst bemerkenswerter Weise in diesem Teilgebiete exakt den inversen Kräftezusammenhang auf. Ich meine die berühmten „pulsierenden Körper" von C. A. Bjerknes.

Das Teilgebiet, dem die Erscheinungen der pulsierenden Körper zuzuordnen sind, kann sowohl die reine Magnetostatik wie auch die reine Elektrostatik sein. Wählt man die erste (der axialen Natur der magnetischen Vektoren natürlich nicht genügende) Art der Zuordnung, so entsprechen die pulsierenden Körper ruhenden Magnetpolen bezw. Magneten, die Oszillationen des umgebenden Mediums fallen überall in die Richtung der magnetostatischen Kraftlinien, ihre Größe bezw. ihre Geschwindigkeit ergibt sich dadurch, daß die mittlere kinetische Energie der Oszillationsbewegung an jeder Stelle der magnetostatischen Energie proportional ist. Bei der zweiten Zuordnungsweise treten die pulsierenden Körper an die Stelle der elektrostatischen Ladungen, das umgebende Medium oszilliert überall in der durch die elektrostatischen Kraftlinien vorgezeichneten Richtung und mit einer Geschwindigkeit, die durch die Identität der mittleren kinetischen mit der elektrostatischen Energie

1) F. Koláček, Wied. Ann. **55**, 503, 1895; M. Abraham, Enzyklopädie der mathematischen Wissenschaften IV. C. **14**, 39 ff. Leipzig 1901.

bedingt wird. Bei passender Definition der Mittelwerte kann man auch sagen, daß die Durchschnittsgeschwindigkeit jeweils der betreffenden Feldstärke proportional ist, also im ersten Falle der magnetischen Feldstärke $\mathfrak{H}$, im zweiten der elektrischen Feldstärke $\mathfrak{E}$. Berücksichtigt man also diese Mittelwerte, so hat man in jedem der beiden Fälle zwischen den magnetostatischen bezw. elektrostatischen Feldern einerseits und den oszillierenden hydrodynamischen Feldern anderseits vollkommene geometrische Analogie. Dagegen erweist sich nun aber in mechanischer Beziehung die Analogie als vollständig und exakt invers. Die auf die eingebetteten pulsierenden Körper von dem oszillierenden Medium ausgeübten Kräfte sind vollständig und exakt die umgekehrten, wie sie die Magnete bezw. die elektrischen Ladungen in den geometrisch entsprechenden magneto- bezw. elektrostatischen Feldern nach der Maxwellschen Theorie bezw. dem Coulombschen Gesetze erfahren: gleichartig pulsierende Körper ziehen einander an, ungleichartig pulsierende stoßen einander ab usw. Beide Tatsachen, sowohl die bei geeigneter Mittelwertdefinition hervortretende direkte geometrische Analogie als auch die durchgängige inverse Analogie bezüglich der ausgeübten Kräfte, sind theoretisch durch eingehende Rechnung klargelegt und außerdem durch mannigfache und sehr vielseitige Experimente unzweifelhaft bewiesen worden.

Es ist nicht zu verwundern, daß diese auffallenden Erscheinungen in hohem Maße das Interesse der Physiker erregt haben, und daß gerade sie der Anlaß geworden sind, auch bei ganz anders gearteten und weiter reichenden mechanischen Bildern derartige inverse Zusammenhänge zu vermuten. Von diesem letzteren Einflusse wird sogleich noch bei den Untergruppen I und II der Gattung (3) die Rede sein. Auf die pulsierenden Körper selber (auch an die von ihnen ausgegangenen Gravitationstheorien sei noch erinnert) näher einzugehen, darf ich wohl nach den obigen Ausführungen über die fest begrenzte Reichweite dieser Teilanalogie unterlassen. Ich verweise bezüglich der vielen in dem bezeichneten Gebiete durchgeprüften und immer wieder die charakteristische Inversion zeigenden theoretischen und experimentellen Einzelheiten auf die Veröffentlichungen von C. A. und V. Bjerknes.

§ 9.

Ich kehre nun zu der eigentlichen Aufgabe zurück und bespreche zunächst die mit dem polaren $\mathfrak{H}$ belastete, historisch ältere Untergruppe I.

Auch bezüglich der Behauptung des inversen Kräftezusammenhanges steht die Untergruppe I historisch an erster Stelle, und zwar ist Lord Kelvin derjenige gewesen, von dem hier zuerst eine derartige Behauptung aufgestellt und der zugehörige Beweis geliefert worden ist. Beides bezieht sich allerdings nur auf die reinen Bewegungszustände, d. h. also, da der Ätherbewegung in dieser Untergruppe I der Magnetismus, die Elektrizität dagegen der Ätherdrehung entsprechen soll, nur auf rein magnetostatische Felder. Für die rein elektrischen oder gar für die gemischten Felder hat Lord Kelvin weder die Behauptung erhoben noch den Beweis erbracht.

Eine eingehende Darstellung des Gedankenganges hat Lord Kelvin in seiner Arbeit gegeben: „Über die Bewegung fester Körper in einer Flüssigkeit, welche durch Öffnungen in ihnen oder in einem ruhenden festen Körper wirbelfrei zirkuliert“[1]. (Die wirbelfreie Flüssigkeits-[Äther-]Bewegung entspricht dem magnetischen Felde, die porösen festen Körper sind die Magnete, die Poren die Aus- und Eintrittsstellen der Kraftlinien.) Lord Kelvin stellt die Hamiltonschen Bewegungsgleichungen auf und gelangt unter Beachtung des zyklischen Charakters der Flüssigkeitsbewegungen zu gewissen, noch ziemlich komplizierten allgemeinen Schlußformeln, die aber sofort eine sehr einfache Gestalt annehmen, sobald die porösen Körper sämtlich als ruhend vorausgesetzt werden. Bezeichnet man mit Lord Kelvin eine verallgemeinerte Hamiltonsche Lagenkoordinate der eingebetteten Körper mit ψ, die zugehörige Hamiltonsche Kraftkomponente mit Ψ und die kinetische Energie der zyklischen irrotationalen Bewegung mit $\mathfrak{L}$, so nehmen die Gleichungen, die jetzt natürlich Gleichgewichtsbedingungen werden, die Form an

$$\Psi = \frac{\partial \mathfrak{L}}{\partial \psi},$$

wobei die Differentiation die Hamiltonsche ist, d. h. bei konstanten Momenten vorzunehmen. Diesen Ausdruck $\frac{\partial \mathfrak{L}}{\partial \psi}$ liefern die Gleichungen also als Wert derjenigen Kraft, die von außen wirken muß, damit die porösen Körper in Ruhe bleiben; ein Ergebnis, das Lord Kelvin sofort durch Berufung auf das Energieprinzip plausibel macht: es ist nämlich die Vermehrung der gesamten Energie $\mathfrak{L}$, die durch eine unendlich kleine Verrückung $\delta\psi$ hervorgebracht wird, selbstverständlich

$$\frac{\partial \mathfrak{L}}{\partial \psi} \cdot \delta\psi,$$

1) Phil. Mag. (4) **45**, 332—345, 1873; vergl. auch Papers on Electrostatics and Magnetism, S. 567 ff., 1872, u. a. m.

andererseits ist aber die entsprechende, von der äußeren Kraft Ψ geleistete Arbeit

$$\Psi \cdot \delta\psi$$

und diese beiden Ausdrücke müssen einander natürlich gleich sein.

Die von dem Medium selbst auf die eingebetteten porösen Körper ausgeübte Kraft ist ihrerseits der Kraft Ψ, welche eben wirken muß, damit die Körper nicht in Bewegung geraten, in gewohnter Weise entgegengesetzt gleich. Sie wird also, wenn man zunächst vom Vorzeichen absieht, ebenfalls durch die Operation

$$\frac{\partial \Omega}{\partial \psi}$$

gefunden, also durch Differentiation der Feldenergie nach der betreffenden allgemeinen Koordinate.

Nun bleibt, damit diese letztere Kraft tatsächlich als invers zu der ihr entsprechenden magnetischen ponderomotorischen Kraft nachgewiesen wird, nur noch der eine letzte entscheidende Schritt zu tun: es muß das Vorzeichen der Kraft bestimmt werden.

Das kann offenbar in jedem speziellen Falle ganz einfach so geschehen: man gehe etwa wieder von der äußeren Kraft Ψ aus und untersuche, ob die Feldenergie Ω, die natürlich bekannt sein muß, bei einer in bestimmtem Sinne erfolgenden Veränderung der zugehörigen Koordinate ψ, also z. B. bei einer Vergrößerung von ψ, zu- oder abnimmt. Ist das erstere der Fall, wird also mit wachsendem ψ die gesamte Feldenergie Ω größer, so ist die von der Kraft Ψ geleistete Arbeit positiv, d. h., um die Koordinate ψ wachsen zu lassen, muß von außen Arbeit geleistet werden; sich selber überlassen, muß sich also der Körper so bewegen, daß die Koordinate ψ abnimmt. Kurz gesagt: wenn einem Wachstum der Koordinate ψ eine Zunahme der Feldenergie Ω entsprechen würde, ist das Vorzeichen der vom Felde ausgeübten Kraft dahin zu bestimmen, daß sie die Koordinate ψ zu verkleinern strebt; wenn umgekehrt ein Wachstum der Koordinate ψ eine Abnahme der Feldenergie Ω nach sich zieht, dann sucht die vom Felde ausgeübte Kraft die Koordinate ψ zu vergrößern. (Drückt man die Schlußfolgerung in dieser Weise aus, so ist ihre Notwendigkeit unmittelbar zu ersehen, das Gegenteil wäre energetisch unmöglich.)

Lord Kelvin wendet diesen Gedankengang selber auf einen Spezialfall, und zwar den nächstliegenden, an. Nur diesen Spezialfall will ich eingehend besprechen, da ich die gesamte Untergruppe I ja wesentlich deswegen heranziehe, um den notwendigen Kontrast gegenüber der Untergruppe II für die zuletzt zur Besprechung gelangende Diskussion herausarbeiten zu können, und dieser Spezialfall für jenen Zweck ausschlaggebend ist. Ich merke nur nebenbei an, daß Lord Kelvin für den allgemeinen Beweis, daß der Kräftezusammenhang in dieser magnetisch-hydrodynamischen Analogie invers sei, noch eine andere Schlußweise andeutet; er beruft sich nämlich darauf, daß derselbe Ausdruck

$$\frac{\partial \Omega}{\partial \psi},$$

der hier in der Analogie allgemein die auf die porösen Körper, also auf die Magnetpole, wirkende Kraft darstelle, in den wirklichen Magnetfeldern zufolge einem von ihm selbst in einer früheren Arbeit[1]) gelieferten Beweise gerade diejenige Kraft bedeute, die auf einen an dieselbe Stelle gebrachten diamagnetischen Körper wirken würde. —

Der von Lord Kelvin betrachtete und durchgerechnete Spezialfall ist nun der, daß die durchströmten Körper zwei unendlich lange und unendlich dünne Röhren sind, von denen nur die in der Endlichkeit befindlichen Aus- bezw. Einströmungsenden in Betracht kommen. Das ist also dasjenige hydrodynamische Feld, welches dem magnetostatischen Felde zweier unendlich langer und unendlich dünner Stabmagnete entspricht, die in der bezeichneten Weise angeordnet sind. Es werde nun angenommen, die beiden im Endlichen befindlichen Pole bezw. Ein- oder Ausströmungsenden seien gleichnamig bezw. -artig, d. h. die Pole etwa beide Nordpole, die Röhrenenden etwa beide Ausströmungsenden. Dann stoßen bekanntlich die beiden Magnetpole einander nach dem Coulombschen Gesetze ab; soll also der inverse Zusammenhang herauskommen, so müssen die beiden Ausströmungsenden einander nach demselben Gesetze anziehen, d. h. was das Vorzeichen anlangt: ihre Entfernung r muß durch die Wirkung des Feldes verkleinert werden; und damit das wiederum in der hydrodynamischen Analogie möglich und notwendig ist, muß in dem hydrodynamischen Bilde die gesamte Energie Ω der zyklischen Bewegung bei zwangsweiser Vergrößerung der Entfernung r wachsen.

Dieses erforderliche Wachstum der hydrodynamischen Feldenergie gewinnt Lord Kelvin nun folgendermaßen: er bemerkt, daß die Energie der Strömung außerhalb der Röhren allerdings nicht wächst, sondern im Gegenteil abnimmt; daß aber diese Abnahme wieder kompensiert werde durch eine notwendigerweise mit ihr verknüpfte Zunahme der Strömungsenergie im Inneren der Röhren, und daß diese

1) Papers on Electrostatics and Magnetism, § 724 bis 730, 1872.

Zunahme der Energie in den Röhren gerade doppelt so groß sei wie die Abnahme der Energie außerhalb; auf diese Weise komme insgesamt doch das für den inversen Zusammenhang unbedingt nötige Wachstum der Gesamtenergie heraus. Lord Kelvin macht, wie ich betone, auf diese Tatsache, daß das Innere der Röhren herangezogen werden muß, selber ganz ausdrücklich aufmerksam; nur dadurch, daß die Röhren selbst mit ihrer Energiekompensation vorhanden sind, ergibt sich die behauptete inverse Kraft.

Ich werde auf diese Tatsache nachher zurückkommen.

Bezüglich der Untergruppe I habe ich nur noch anzufügen, daß der inverse Zusammenhang in dieser magnetisch-hydrodynamischen Analogie noch weiter untersucht worden ist von Herrn V. Bjerknes, der auf einem ganz anderen Wege — nämlich von den in § 8 besprochenen Untersuchungen seines Vaters C. A. Bjerknes über pulsierende Körper — zu demselben Probleme gekommen war. Ich hebe hervor seine Versuche, die Anziehung und Abstoßung von Röhrenenden experimentell nachzuweisen, die aber nach Herrn V. Bjerknes' eigener Angabe infolge der Instabilität der hydrodynamischen Felder teilweise unklare Resultate geliefert haben; ferner die Auseinandersetzung über Körper ohne Poren, die von Ein- oder Ausströmungsstellen angezogen werden und absolut diamagnetischen Körpern entsprechen (weil keine Stromlinien durch sie hindurchgehen); schließlich den wichtigen experimentellen Nachweis, daß bei rotierenden Zylindern, die eine drehende Flüssigkeitsbewegung um sich herum erzeugen und damit bezüglich des magnetischen Feldes stationären galvanischen Strömen entsprechen, die Inverskraft existiert: Zylinder, die gleichsinnig rotieren, stoßen einander ab, in entgegengesetztem Sinne rotierende Zylinder ziehen einander an, entsprechend der Anziehung gleichgerichteter und der Abstoßung entgegengesetzt gerichteter Ströme.

Dies ist das Äußerste, was in der magnetisch-hydrodynamischen Analogie der Untergruppe I erreicht worden ist. Ich bemerke, daß sich die nachher zu besprechende Diskussion mit Herrn V. Bjerknes nicht gegen diese soeben erwähnten Dinge richtet, sondern nur gegen das, was jetzt in der Untergruppe II kommt. Ich gehe nun zu der Untergruppe II über.

§ 10.

Die Untergruppe II ist, wie schon oben ausgeführt, die wichtigste Äthertheoriengruppe überhaupt, vertreten durch die bekannteste Äthertheorie Lord Kelvins, seinen quasirigiden oder gyrostatischen Äther. Aus den Grundvoraussetzungen

$$\mathfrak{E} = \beta_{11} \cdot \dot{\mathfrak{q}} \tag{5}$$

$$\mathfrak{H} = \alpha_{11} \cdot \mathfrak{u} \tag{6}$$

ergibt sich in großen Zügen das folgende Bild: In der Elektrostatik strömt der Äther längs der elektrischen Kraftlinien in wirbelfreier zyklischer Bewegung, die Elektronen sind Quell- und Sinkstellen des im übrigen vollkommen inkompressiblen Mediums; in den magnetostatischen Feldern ruht der Äther, er ist um jede magnetische Kraftlinie verdreht, die potentielle Ätherenergie oder die magnetostatische Energie ist die Energie der Verdrehungen der Ätherteilchen gegenüber ihrer Ruhelage; bewegte Elektronen geben Kombinationen der beiden soeben geschilderten Erscheinungen, Strömung und Verdrehung; elektromagnetische Schwingungen führen zu der Auffassung Fresnels (während die Untergruppe I den Anschauungen von Neumann und Mac Cullagh entsprach).

Bezüglich dieser Untergruppe II ist nun Herr V. Bjerknes derjenige gewesen, der behauptet hat, daß der inverse Kräftezusammenhang bestehe, und zwar Glied für Glied bei den einfachsten statischen wie bei den allerallgemeinsten dynamischen elektromagnetischen Feldern[1]). Die Behauptung lautet: die nach Voraussetzung von Herrn V. Bjerknes in dem Medium herrschenden Drucke und Spannungen

$$\left.\begin{aligned}
X_x &= -\frac{1}{2} k \cdot \dot{\mathfrak{q}}^2 - \frac{1}{2} h \cdot \mathfrak{u}^2 + h \cdot \mathfrak{u}_x^2, \\
X_y &= + h \cdot \mathfrak{u}_z + h \cdot \mathfrak{u}_x \cdot \mathfrak{u}_y, \\
X_z &= - h \cdot \mathfrak{u}_y + h \cdot \mathfrak{u}_x \cdot \mathfrak{u}_z; \\
Y_x &= - h \cdot \mathfrak{u}_z + h \cdot \mathfrak{u}_y \cdot \mathfrak{u}_x, \\
Y_y &= -\frac{1}{2} k \cdot \dot{\mathfrak{q}}^2 - \frac{1}{2} h \cdot \mathfrak{u}^2 + h \cdot \mathfrak{u}_y^2, \\
Y_z &= + h \cdot \mathfrak{u}_x + h \cdot \mathfrak{u}_y \cdot \mathfrak{u}_z; \\
Z_x &= + h \cdot \mathfrak{u}_y + h \cdot \mathfrak{u}_z \cdot \mathfrak{u}_x, \\
Z_y &= - h \cdot \mathfrak{u}_x + h \cdot \mathfrak{u}_z \cdot \mathfrak{u}_y, \\
Z_z &= -\frac{1}{2} k \cdot \dot{\mathfrak{q}}^2 - \frac{1}{2} h \cdot \mathfrak{u}^2 + h \cdot \mathfrak{u}_z^2,
\end{aligned}\right\} \tag{7}$$

ergeben als „ätheromotorischen" Teil $\mathfrak{R}_m$ der gesamten Resultierenden $\mathfrak{R}$ die Inverskraft $-\mathfrak{A}$ (vergl. oben § 3, Gleichung 2):

$$-\mathfrak{A} = -\frac{1}{4\pi} \cdot \mathfrak{E} \cdot \operatorname{div}(\varepsilon \cdot \mathfrak{E}) + \left\{ \begin{aligned} &\frac{1}{8\pi} \cdot \mathfrak{E}^2 \cdot \operatorname{grad} \varepsilon - \frac{1}{4\pi} \cdot [\operatorname{curl} \mathfrak{E}, \varepsilon \mathfrak{E}] \\ &+ \frac{1}{8\pi} \cdot \mathfrak{H}^2 \cdot \operatorname{grad} \mu - \frac{1}{4\pi} \cdot [\operatorname{curl} \mathfrak{H}, \mu \mathfrak{H}] \end{aligned} \right\}$$

1) V. Bjerknes, Versuch einer mechanischen Deutung der Maxwellschen Gleichungen. Arkiv för Matematik,

oder in der Sprache der Analogie[1]) gemäß den Beziehungsgleichungen (5) und (6):

$$-\mathfrak{A} = -\dot{\mathfrak{q}} \cdot \operatorname{div}(k \cdot \dot{\mathfrak{q}}) + \left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{2} \cdot \dot{\mathfrak{q}}^2 \cdot \operatorname{grad} k - [\operatorname{curl} \dot{\mathfrak{q}}, k\, \dot{\mathfrak{q}}] \\ + \frac{1}{2} \cdot (h\mathfrak{u})^2 \cdot \operatorname{grad}\left(\frac{1}{h}\right) - [\operatorname{curl} h\mathfrak{u}, \mathfrak{u}] \end{array} \right\} \quad (8)$$

Herrn V. Bjerknes haben als eine gewisse Stütze für diese Behauptung die schon mehrfach erwähnten pulsierenden Körper seines Vaters C. A. Bjerknes vorgelegen. Das Bindeglied ist die Elektrostatik. Demselben elektrostatischen Felde entsprechen bei den pulsierenden Körpern die Mittelwerte der oszillierenden Bewegungen in Richtung der Kraftlinien, bei dem Kelvinschen Äther der Untergruppe II die wirbelfreien stationären Strömungen längs eben derselben Kraftlinien; es stehen also die beiden hydrodynamischen Felder, einerseits das oszillierende und anderseits das stationäre Feld, in einer sehr engen Beziehung zueinander, sie sind, sobald bei dem oszillierenden die Mittelwerte gebildet werden, gewissermaßen identisch. Es liegt daher gewiß der Gedanke nicht fern, es könnte dieselbe Identität auch für die von eben diesen beiden hydrodynamischen Feldern ausgeübten Kräfte stattfinden. Daß die Kräfte der von C. A. und V. Bjerknes untersuchten oszillierenden Felder zu den wirklichen elektrostatischen Kräften invers sind, steht fest, so würde der Gedanke einer Identität der beiden hydrodynamischen Kräfte besagen, daß auch der Kelvinsche quasirigide Äther zum wenigsten in der Elektrostatik ebenfalls die zu den wirklich beobachteten inversen Kräfte liefern sollte.

Ich will allerdings bezüglich dieser gewissermaßen apriorischen Begründung noch einen Umstand hervorheben, der sonst noch nicht erwähnt worden ist, mir aber doch bemerkenswert erscheint. Nach der von Herrn V. Bjerknes selber in den Kraftfeldern gegebenen Herleitung für die Inverskraft bei den pulsierenden Körpern müßte eigentlich der inverse Charakter eben dieser Kraft gar nicht absolut bindend sein, er könnte verschwinden und sogar in den exakt entgegengesetzten (d. h. die „direkte") Kraftwirkung verkehrt worden, wenn die Trägheitsänderungen des Inhaltes der pulsierenden Trommeln usw. eine Rolle spielen (was sie bei der Bjerknesschen Luftfüllung, den Holzkugelversuchen und dergl. nicht tun). Infolgedessen würde auch die Vermutung bezüglich der Kelvinschen Theorie an Wahrscheinlichkeit verlieren. Sie ist ja aber überhaupt nur eben eine Vermutung; ich habe sie nur deswegen angeführt, um klarzustellen, daß jedenfalls ein engerer Zusammenhang von vornherein nicht besteht. —

Nun zu der Frage, ob wirklich gemäß der Behauptung von Herrn V. Bjerknes in dem Kelvin-Bjerknesschen Äther der Untergruppe II die Inverskraft (8)

$$-\mathfrak{A} = -\dot{\mathfrak{q}} \cdot \operatorname{div}(k \cdot \dot{\mathfrak{q}}) + \left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{2} \cdot \dot{\mathfrak{q}}^2 \cdot \operatorname{grad} k - [\operatorname{curl} \dot{\mathfrak{q}}, k\, \dot{\mathfrak{q}}] \\ + \frac{1}{2} \cdot (h\mathfrak{u})^2 \cdot \operatorname{grad}\left(\frac{1}{h}\right) - [\operatorname{curl} h\mathfrak{u}, \mathfrak{u}] \end{array} \right\}$$

existiert oder nicht.

Für die Beantwortung der Frage ist vorweg zu bemerken, daß es sich wesentlich um das erste Glied handelt,

$$-\dot{\mathfrak{q}} \cdot \operatorname{div}(k \cdot \dot{\mathfrak{q}}),$$

also dasjenige Glied, welches in den elektrischen Vektoren

$$-\frac{1}{4\pi} \cdot \mathfrak{E} \cdot \operatorname{div}(\varepsilon \cdot \mathfrak{E})$$

lautet und demnach die (inverse) rein elektrostatische Kraft auf solche Stellen bezeichnet, an denen sich elektrostatische Ladungen bzw. Elektronen befinden. Das Glied ist schon deswegen das wichtigste, weil gerade dieses Glied dasjenige ist, für welches die Invers-Anziehungen und -Abstoßungen der pulsierenden Kugeln als Vergleich oder Stütze hatten dienen sollen; überdies sind von den vier übrigen Gliedern zwei, nämlich die beiden letzten

$$+\frac{1}{2} \cdot (h\mathfrak{u})^2 \cdot \operatorname{grad}\left(\frac{1}{h}\right)$$

und

$$-[\operatorname{curl} h\mathfrak{u}, \mathfrak{u}],$$

nach Form und Vorzeichen völlig willkürlich, weil über die ihnen zugrunde liegenden Spannungen willkürlich verfügt worden ist[1]), und die beiden anderen

$$+\frac{1}{2} \cdot \dot{\mathfrak{q}}^2 \cdot \operatorname{grad} k$$

und

$$-[\operatorname{curl} \dot{\mathfrak{q}}, k\, \dot{\mathfrak{q}}]$$

sind in mathematischer Beziehung durch den „synthetischen" Gedankengang gestützt, den Herr V. Bjerknes selber für zwar anschaulich, aber unscharf erklärt[2]).

Astronomi och Fysik 4, Nr. 3, 1907; ferner „Die Kraftfelder" (Die Wissenschaft, Heft 28), Braunschweig, Vieweg 1909.

1) Die skalare Konstante h in den Gleichungen (7) und (8) ist eine Abkürzung für einen aus ε, μ, c und k bzw. den Proportionalitätsfaktoren α_{II} und β_{II} zusammengesetzten Ausdruck, der ein Maß für den Widerstand des Äthers gegen Verdrehungen darstellt.

1) V. Bjerknes, Die Kraftfelder, S. 168f.

2) V. Bjerknes, Die Kraftfelder, S. 123, vergl. auch S. 119, 121, 142 usf.

Die Antwort auf die Frage hat nun gelautet, daß gerade das erste Glied

$$-\dot{\mathfrak{q}} \cdot \operatorname{div}(k \cdot \dot{\mathfrak{q}})$$

tatsächlich durch die von Herrn V. Bjerknes zugrunde gelegten Drucke (7) nicht geliefert wird.

Es konnte auch schon in der Darstellung von Herrn V. Bjerknes, wie sich weiter nachweisen ließ, dieser Umstand überall genau verfolgt werden, nur trat er dort nicht auf den ersten Blick deutlich hervor; es war nämlich in den V. Bjerknesschen Ätherbewegungsgleichungen ein Glied von ganz anderer physikalischer Bedeutung (nämlich ein durch Transformationen abgespaltener Teil der linken Gleichungsseite, also des Produktes aus Masse und Beschleunigung), jedoch von derselben äußeren Form

$$\dot{\mathfrak{q}} \cdot \operatorname{div}(k \cdot \dot{\mathfrak{q}})$$

einfach auf die rechte Gleichungsseite geschafft und in die Lücke hineingesetzt worden. Daß tatsächlich das Glied

$$-\dot{\mathfrak{q}} \cdot \operatorname{div}(k \cdot \dot{\mathfrak{q}})$$

in der Druckresultante $\mathfrak{R}$ fehlt, kann man aber jederzeit verifizieren, indem man mittels der bekannten Beziehungen

$$\mathfrak{R}_x = -\frac{\partial X_x}{\partial x} - \frac{\partial X_y}{\partial y} - \frac{\partial X_z}{\partial z}$$

$$\mathfrak{R}_y = -\frac{\partial Y_x}{\partial x} - \frac{\partial Y_y}{\partial y} - \frac{\partial Y_z}{\partial z}$$

$$\mathfrak{R}_z = -\frac{\partial Z_x}{\partial x} - \frac{\partial Z_y}{\partial y} - \frac{\partial Z_z}{\partial z}$$

aus den Drucken (7) die Resultante $\mathfrak{R}$ ausrechnet.

Merkwürdigerweise ließ sich schließlich unter Berücksichtigung der Grundvoraussetzungen des Kelvin-Bjerknesschen Äthers der Beweis sogar noch erweitern: es ist auch durch Zusatzhypothesen, also durch Änderung des Ansatzes (7) für die Drucke und Spannungen im Medium, unter keinen Umständen möglich, nachträglich das gewünschte elektrostatische Inversglied

$$-\dot{\mathfrak{q}} \cdot \operatorname{div}(k \cdot \dot{\mathfrak{q}})$$

zu gewinnen.

Gerade an der entscheidenden Stelle besteht demnach bei dem Kelvin-Bjerknesschen Äther der Untergruppe II der behauptete inverse Zusammenhang nicht. Das ist das Ergebnis bezüglich der Untergruppe II.

Der Beweis ist in den erwähnten Arbeiten geliefert worden[1]), Herr V. Bjerknes hatte ihn in seiner ersten Gegenschrift allerdings infolge eines Mißverständnisses anfechten zu sollen geglaubt[1]), in seiner „zweiten Antwort" aber hat er ihn unberührt stehen lassen[2]). —

Im Anschluß an den Hinweis auf die teilweise Willkürlichkeit des V. Bjerknesschen Druckansatzes füge ich die Bemerkung an, daß ich selber schon früher gerade für die elektrostatische Kraft im Kelvinschen Äther Spannungen angegeben hatte, die nicht die inverse, sondern die direkte Kraft liefern[3]), und daß ich jetzt in der Diskussion mit Herrn V. Bjerknes auf die Möglichkeit aufmerksam gemacht habe, auch für die allgemeinsten dynamischen Felder durch einen passend gewählten allgemeinen Spannungsansatz ebenfalls die direkten Kräfte, und zwar vollständig, zu gewinnen.

§ 11.

Das Gesamtergebnis der orientierenden Überschau über das Problem des inversen Kräftezusammenhanges ist danach dieses.

Von den sechs denkbaren Gattungen von Äthertheorien kommt nur die Gattung (3) in Betracht, welche die eine der beiden elektromagnetischen Energien kinetisch, die andere potentiell deutet.

Innerhalb des Rahmens dieser Gattung (3) sind zunächst die pulsierenden Körper anzuführen, deren oszillierende Felder in der Tat in den Mittelwerten den inversen Kräftezusammenhang aufweisen, aber nur innerhalb entweder der Elektrostatik oder der Magnetostatik.

Bezüglich der beiden Untergruppen bezw. Theorien I und II, in welche die Gattung (3) ausmündet, liegen folgende Resultate vor:

In der älteren Untergruppe I (die freilich wegen des in ihr vorausgesetzten polaren $\mathfrak{H}$ der Wirklichkeit am fernsten steht) ist das Vorhandensein des inversen Zusammenhanges teilweise durch Rechnung erhärtet, nämlich für statische Magnetkraftlinien (stationäre Ätherströmungen), und überdies in einzelnen Fällen experimentell bewiesen worden, nämlich für absolut diamagnetische Körper, stationäre galvanische Ströme und, allerdings nicht vollständig, auch für lange Stabmagnete (vom Äther durchströmte Röhren). Ob er aber noch weiter geht, ob er sich auf alle elektromagnetischen Erscheinungen erstreckt, steht noch dahin (vielleicht würde die Entscheidung darüber bis zu einem gewissen Grade willkürlich bleiben, wegen der Möglichkeit, den Ätherdrucken und -spannungen hypothetische Zusatzglieder hinzuzufügen).

1) H. Witte, Ann. d. Phys. **30**, 339 ff., 1909; **32**, 393 ff., 1910.

1) V. Bjerknes, Ann. d. Phys. **31**, 318 ff., 1910.
2) V. Bjerknes, Ann. d. Phys. **33**, 839—844, 1910.
3) H. Witte, Mechanische Erklärung der elektrischen Erscheinungen, S. 86. Berlin 1906.

Bei der jüngeren Untergruppe II (Kelvin-V. Bjerknes, 𝔈 polar) hat sich dagegen bereits jetzt ein bestimmtes, und zwar negatives, Resultat ergeben: hier hat sich an entscheidender Stelle, nämlich in der Elektrostatik, die Behauptung des inversen Zusammenhanges als unhaltbar erwiesen. — — —

§ 12.

Ich muß nun noch auf die erwähnte Diskussion mit Herrn V. Bjerknes eingehen, die sich auf den letzterwähnten Beweis bezieht, daß in dem Kelvin-Bjerknesschen Äther der inverse Zusammenhang an entscheidender Stelle, nämlich in der Elektrostatik, nicht existiert.

Daß ich mich nun zum dritten Male mit dieser Sache beschäftigen muß, würde nicht nötig sein, wenn Herrn V. Bjerknes' „Zweite Antwort" klar die Tatsache hätte erkennen lassen, daß der von mir gelieferte Beweis unerschüttert zu Recht besteht. Leider geht das aber aus Herrn V. Bjerknes' Darstellung nicht hervor, vielmehr ist sie geeignet, bei einem mit den Einzelheiten des Streites nicht vertrauten Leser eher den entgegengesetzten Eindruck zu erwecken. Ich werde darlegen, daß tatsächlich Herrn V. Bjerknes' Ausführungen nur eine neue Bestätigung meines Beweises liefern, wenn die Sache auch auf den ersten Blick nicht so aussehen mag.

13.

Ich gehe sofort auf den Kernpunkt der Polemik ein, nämlich eben auf den umstrittenen Beweis bezüglich des inversen Zusammenhanges in der Elektrostatik. Die von Herrn V. Bjerknes gewählte Darstellungsweise könnte ja allerdings noch in anderer Beziehung Anlaß zu Erörterungen geben; ich nehme aber an, daß der persönliche und subjektive Charakter, den verschiedene der dort gefallenen Meinungsäußerungen tragen, von den Lesern der Diskussion als solcher erkannt worden ist und daher nicht im einzelnen hervorgehoben zu werden braucht. So habe ich nur die sachlichen Fragen zu erörtern, also eben Herrn V. Bjerknes' Argumente gegen meinen Beweis bezüglich des fehlenden elektrostatischen inversen Kräftezusammenhanges[1]).

1) Eine einzige andere Spezialfrage ist allerdings nebenbei auch noch in der Diskussion mit behandelt worden. Das ist die Frage nach dem Drehungseinwande. Auf diese muß ich doch wenigstens anmerkungsweise eingehen, da auch hier die Darstellungsweise von Herrn V. Bjerknes das nötig macht. — Ich hatte ja am Schlusse meines ersten Aufsatzes (S. 347, Zeile 3 v. u. bis S. 348, Zeile 4 v. o.) nebenher darauf aufmerksam gemacht, daß, abgesehen von der Frage nach dem inversen Kräftezusammenhang, aus dem von mir früher an anderen Stellen ausgiebig erörterten Drehungseinwande auch noch eine weitere Schwierigkeit für die V. Bjerknessche Theorie entstehen würde. Das ist die Schwierigkeit, die ich nachher in meinem zweiten Aufsatze den „allgemeinen" Einwand genannt habe, weil sie einem viel größeren Bereiche von Theorien entgegensteht, von denen die des Herrn V. Bjerknes nur ein spezieller Sonderfall ist. Es handelt sich darum, daß die elektrostatischen Felder im mechanischen Bilde stationäre Felder sind und deshalb zu endlichen Ätherverschiebungen führen müßten, bei deren Zustandekommen dann bekanntermaßen die postulierte Proportionalität der magnetischen Feldstärke mit gewissen Curl-Größen ihren mechanischen Sinn nicht behalten kann.

Gerade Herrn V. Bjerknes gegenüber hatte ich doch wohl einen ganz besonderen Anlaß, auch auf diesen „allgemeinen Einwand" — der sich also auf das Endlichwerden der Ätherverschiebungen stützt — noch mit hinzuweisen. Herr V. Bjerknes möge doch nicht vergessen, daß er selber derjenige gewesen ist, der immer wieder die Physiker dazu aufgefordert hat, gewisse Einflüsse der fraglichen Bewegungen des Äthers zu suchen, aus denen dann „Schlüsse von der größten Wichtigkeit" u. ähnl. gezogen werden können sollten. Die Aufforderungen erstrecken sich sogar bis an den Schluß der ersten Erwiderung des Herrn V. Bjerknes; hier wird „die Aufmerksamkeit der Physiker" ausdrücklich „auf die Aufgabe hingelenkt", einen Einfluß jener stationären Ätherströmung im elektrostatischen Felde auf die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichtes nachzuweisen. Es bedarf wohl keiner weiteren Worte, daß an einen solchen Nachweis nur denken kann, wer das Endlichwerden der Verschiebungen geradezu voraussetzt.

Nun will Herr V. Bjerknes jetzt, in der zweiten Antwort, die Dichte des Äthers so groß annehmen, daß die Verschiebungen in den stationären Feldern bis jetzt noch nicht endlich geworden sind. Der Äther soll sich also seit Erschaffung der Elektronen (bezw. seit seiner eigenen Erschaffung) in den Feldern der Elektronen (d. h. überhaupt) noch kein endliches Stück aus der Ruhelage entfernt haben. Dieser neuen Hypothese gegenüber gebe ich gern und ohne weiteres zu, daß der Drehungseinwand, wenn Herr V. Bjerknes sich zu einer derartigen Hilfsannahme entschließt, auf die V. Bjerknessche Theorie nicht anwendbar bleibt. Wenn Herr V. Bjerknes die Voraussetzungen ändert, ändern sich die Ergebnisse mit; das versteht sich ganz von selbst.

Soviel zur Klarstellung des tatsächlichen Verhältnisses, das zwischen dem Drehungseinwande und der den Gegenstand der Diskussion bildenden V. Bjerknesschen Theorie besteht.

Bezüglich der Polemik gegen meine allgemeinen „Unmöglichkeitsbeweise", die Herr V. Bjerknes an die Möglichkeit, jene neue Hypothese einzuführen, angeknüpft hat, bemerke ich, daß die neue Hypothese für die Gültigkeit der Maxwellschen Gleichungen nur einen vorwärts und rückwärts fest begrenzten endlichen Zeitraum zuläßt und daß sie damit eben aus den von mir oft genug hervorgehobenen und begründeten natürlichen Grenzen meiner „Unmöglichkeitsbeweise" heraustritt. Im übrigen verweise ich wegen meiner Stellung zu den allgemeinen und prinzipiellen Fragen auf die Anmerkung zu § 1 dieses Aufsatzes.

Eine Widerlegung meines Beweises enthält Herrn V. Bjerknes' „Zweite Antwort", wie gesagt, nicht; was sie meinem Beweise gegenüberstellt, sind die folgenden zwei Einwände:

1. eine Berufung auf Lord Kelvin (S. 843),
2. eine Berufung auf die Experimente seines Vaters C. A. Bjerknes (S. 844, Schluß des Aufsatzes).

§ 14.

Die Berufung auf Lord Kelvin ist die folgende:

Daß bei den fraglichen gyrostatisch-hydro-

dynamischen Feldern — das sind also in der Analogie die stationären wirbelfreien Ätherströmungen zwischen den ruhenden Quellen und Senken (Elektronen) — die umstrittene inverse Anziehungs- und Abstoßungskraft tatsächlich vorhanden sei, das habe Lord Kelvin schon vor langer Zeit bewiesen. „Seit 40 Jahren hat ... das Resultat Lord Kelvins unangefochten dagestanden, daß diese Kraft existiert."

Herr V. Bjerknes beruft sich nun dabei auf dieselben Untersuchungen Lord Kelvins über die unendlich langen durchströmten Röhren, deren in § 9 der vorliegenden Arbeit bei Untergruppe I gedacht worden ist. Er führt als Beleg für die Behauptung, daß „diese Kraft" wirklich existiert, d. h. daß ruhende Quellen und Senken einander in der behaupteten, zur Elektrostatik inversen Weise anzögen, unter Bezugnahme auf jene magnetisch-hydrodynamische Analogie Lord Kelvins wörtlich folgendes aus:

„Ein Spezialfall, auf den Kelvin selbst aufmerksam macht, ist folgender: Die durchströmten Körper seien zwei unendlich lange und unendlich dünne Röhren, von welchen nur die in der Endlichkeit befindlichen Enden in Betracht kommen; diese Röhrenenden sind Zentren radialen Ein- oder Ausströmens, und sie ziehen sich an oder stoßen sich ab mit einer Kraft, entgegengesetzt gleich derjenigen, welche magnetische Pole aufeinander ausüben."

Herr V. Bjerknes erwähnt aber nicht, daß bei dieser Kelvinschen hydrodynamischen Analogie — wie schon in § 9 auseinandergesetzt wurde — gemäß den von Lord Kelvin erhaltenen Formeln und nach Lord Kelvins ausdrücklichem Hinweise eins unbedingt erforderlich ist: daß nämlich die Röhren selber vorhanden sind. Nur für wirkliche Enden von tatsächlich existierenden Röhren gilt die Herleitung, und sie kommt (vergl. § 9) nur dadurch zustande, daß die z. B. bei Annäherung gleichartiger Röhrenenden erfolgende Zunahme der kinetischen Feldenergie im umgebenden Äther — die für sich allein Abstoßung zur Folge haben würde — kompensiert wird durch eine genau doppelt so große Abnahme der kinetischen Strömungsenergie im Inneren der Röhren. Nur durch diese Energiekompensation infolge des Vorhandenseins der Röhren kommt die Anziehung gleichartiger Enden usw., also die Inverskraft, zustande. Wären die Röhren mit ihrer Energiekompensation nicht vorhanden, so würden gerade Lord Kelvins Formeln nicht die inverse, sondern die direkte Kraft ergeben.

Das bedeutet also tatsächlich Herrn V. Bjerknes' Berufung in Sachen der elektrostatischen Inverskraft bei den Quellen und Senken auf Lord Kelvin: Sie würde nur dann zu der gewünschten Rechtfertigung der elektrostatischen Inverskraft führen, wenn man die durch die Identität von Äthergeschwindigkeit und elektrischer Feldstärke $\mathfrak{E}$ geforderte mechanische Deutung der elektrostatischen Ladungen durch Quellen und Senken fallen lassen und sich statt dessen zu der neuen Hypothese entschließen könnte, daß den elektrostatischen Ladungen im mechanischen Bilde eben keine Quellen und Senken entsprächen, sondern Aus- und Einströmungsenden von irgendwo und -wie **wirklich im Äther vorhandenen Röhren,** in deren Innerem eine ständige, der allgemeinen Feldrichtung entgegengesetzte Ätherströmung vorhanden sein müßte.

Eine anschaulichere Bestätigung für die von mir bewiesene Tatsache, daß die Behauptung des inversen Kräftezusammenhanges bei den nach Lord Kelvin und Herrn V. Bjerknes den elektrostatischen Ladungen entsprechenden Quellen und Senken im Äther **nicht** durchführbar ist, kann ich mir kaum wünschen. —

Ob Herr V. Bjerknes sich zu der neuen Hypothese entschließen wird oder nicht, ist für die Anerkennung der Richtigkeit meines Beweises vollkommen irrelevant. Infolge der vorausgesetzten Identität der Äthergeschwindigkeit mit der elektrischen Feldstärke $\mathfrak{E}$ würde die neue Hypothese überdies mit der Erfahrung unvereinbar sein; denn sie würde in elektromagnetischer Beziehung besagen, es müßte von jeder beliebigen elektrostatischen Ladung mindestens eine ausgezeichnete Röhre ins Unendliche (oder zu entgegengesetzten Ladungen) führen, welche eine der allgemeinen Feldverteilung gerade entgegengesetzte Kraftrichtung $\mathfrak{E}$ aufweist. Die neue Hypothese als solche diskutieren zu wollen, darf ich aus beiden Gründen unterlassen.

§ 15.

Ich bin noch eine Schlußbemerkung schuldig über den zweiten Einwand von Herrn V. Bjerknes, also die Berufung auf die Experimente seines Vaters. Herr V. Bjerknes hebt gegen Ende seines Aufsatzes hervor, daß er mittels des nach meiner „Meinung" unrichtigen mathematischen Verfahrens (vergl. § 10) nicht nur die behauptete Inverskraft bei den Quellen und Senken herausgerechnet habe, sondern auch (auf der von mir in meinem zweiten Aufsatze zitierten S. 124ff.) die bekannte inverse Anziehung und Abstoßung der pulsierenden Körper.

Hierzu genüge die Erinnerung, daß auf meiner Seite keine „Meinung" vorliegt, sondern

der von Herrn V. Bjerknes nicht widerlegte Beweis. Der zweite Einwand trifft also wieder nicht mich, sondern er enthält nur die Konstatierung der Tatsache, daß Herr V. Bjerknes eben auch für die feststehenden Ergebnisse seines Vaters nachträglich eine Erklärung angegeben hat, die sich nicht aufrecht erhalten läßt. Ich selber hatte diese Tatsache mit meinem gelegentlichen Hinweise auf S. 124 ff. absichtlich nur nebenher andeuten wollen; meine Schuld ist es nicht, daß sie jetzt durch die Schlußworte von Herrn V. Bjerknes' „Zweiter Antwort" mit ausdrücklicher Schärfe hervorgehoben wird.

Wolfenbüttel, im Februar 1911.

(Eingegangen 18. Februar 1911.)

Über die Anwendung der Thermodynamik auf die Elektronentheorie der Thermoelektrizität. II.

Von F. Krüger.

Bei der Anwendung der Thermodynamik auf die Elektronentheorie der Thermoelektrizität, wie ich sie früher[1]) in dieser Zeitschrift entwickelte, ergaben sich gewisse Schwierigkeiten, vor allem in bezug auf die zu erwartenden Potentialdifferenzen im Temperaturgefälle der Metalle; im folgenden möchte ich zeigen, wie diese Schwierigkeiten sich in einfacher Weise lösen und wie man bei einer exakten Durchführung der Rechnung unter Zugrundelegung der eingeführten Begriffe zu einer durchsichtigen Analyse der thermoelektrischen Erscheinungen gelangt.

Es sei zu dem Zweck aus dem Früheren kurz das zusammengefaßt, was für die hier zu gebende Durchführung der Theorie notwendig ist. Im folgenden wird erstens die Reversibilität der thermoelektrischen Vorgänge vorausgesetzt, in demselben Sinne, wie dies in der Theorie von W. Thomson und den meisten anderen Theorien geschieht. Aus den älteren Elektronentheorien wird die Vorstellung entnommen, daß die Metallatome zum Teil in frei bewegliche negative Elektronen und unbewegliche positive Metallionen dissoziiert sind in einem im allgemeinen von der Temperatur abhängigen Maße: ferner wird auf Grund der Elektronenaussendung aus glühenden Metallen die Annahme gemacht, daß der Konzentration der freien Elektronen im Metall bei jeder Temperatur ein gewisser Dampfdruck der Elektronen über dem Metall entspricht, der in derselben Weise von der Temperatur abhängt, wie etwa der Partialdruck der Kohlensäure über einem festen Karbonat, z. B. über Kalziumkarbonat. Für die freien Elektronen im Metall und außerhalb des Metalles sollen die Gasgesetze gelten.

Dann berechnet sich, wie ich bereits früher zeigte, die Potentialdifferenz in der Berührungsstelle zweier Metalle A und B in folgender Weise:

Wir betrachten einen Kreis, gebildet aus dem Metall A, dem Metall B, welche in einer Berührungsfläche zusammengelötet sind, und dem Vakuum. In letzterem herrsche eine Elektronenkonzentration von dem Drucke p; die Anordnung wird durch die beistehende Fig. 1 veranschaulicht.

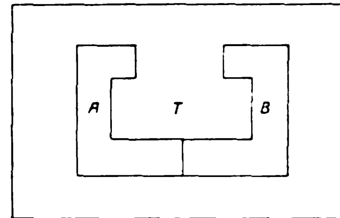


Fig. 1.

Das Ganze befinde sich auf der Temperatur T. Wir haben dann in diesem Kreise drei Potentialdifferenzen, eine in der Berührungsstelle der beiden Metalle, eine zweite an der Grenzfläche des Metalles A gegen das Vakuum und eine dritte in der Grenzfläche des Metalles B gegen das Vakuum. Beseitigt man den Voltaeffekt, der, wie besonders Greinacher[1]) auf Anregung von Warburg gezeigt hat, seinen Ursprung in dem Vorhandensein einer dünnen Flüssigkeitshaut auf den Metallen hat, so muß für den Kreis das Spannungsgesetz gelten, d. h. die Summe der drei genannten Potentialdifferenzen muß gleich Null sein. Die Potentialdifferenz an der Grenzfläche Metall-Vakuum berechnet sich nun ebenso wie die an einer Metallelektrode in der Lösung ihres Metallsalzes nach der Nernstschen Theorie: Beträgt der Elektronendampfdruck über dem Metalle A bei der Temperatur T P_a, so muß die elektrische Arbeit beim Durchgang der Elektronen durch die Potentialdifferenz am Metall A gegeben sein durch die Arbeit, welche gewonnen wird, wenn die Elektronen vom Dampfdruck P_a auf den Druck p im Vakuum gebracht werden. Wir haben also für diese Potentialdifferenz

$$E'_a = \int_p^{P_a} v\,dp$$

oder, da für die Elektronen das Boyle-Mariottesche Gesetz gelten soll,

$$E'_a = RT\int_p^{P_a}\frac{dp}{p} = RT\ln\frac{P_a}{p}$$

1) F. Krüger, diese Zeitschrift **11**, 800, 1910.

1) Greinacher, Ann. d. Phys. **16**, 708, 1905.

wenn R die sog. elektrolytische Gaskonstante bedeutet.

Ebenso ergibt sich für die Potentialdifferenz eines Metalles B gegen das Vakuum der Ausdruck

$$E'_b = RT \ln \frac{P_b}{p}.$$

Die Differenz dieser beiden Ausdrücke liefert also die Potentialdifferenz in der Berührungsstelle der beiden Metalle A und B zu

$$E' = E'_a - E'_b = RT \ln \frac{P_a}{P_b}$$

unabhängig vom Elektronendampfdruck p im Vakuum, wie das natürlich sein muß. Daß aus diesem Ausdruck für die Potentialdifferenz in der Berührungsstelle zweier Metalle das Voltasche Spannungsgesetz ohne weiteres folgt, zeigte ich bereits früher.

Ebenso wies ich in der früheren Mitteilung darauf hin, daß der prinzipielle Weg, um von diesen Formeln zu solchen zu gelangen, welche die für die thermoelektrischen Erscheinungen charakteristischen Wärmeentwicklungen enthalten, darin besteht, daß man aus den obigen Ausdrücken durch Differentiation nach der Temperatur die Temperaturkoeffizienten der Logarithmen der Dampfdrucke ableitet, welche dann durch die Formel von Clausius-Clapeyron mit der Verdampfungswärme verknüpft sind. Auf diesem Wege bekommen wir also

$$\frac{dE'}{dT} = R \ln \frac{P_a}{P_b} + RT \frac{d \ln \frac{P_a}{P_b}}{dT}.$$

Nun ist

$$R \ln \frac{P_a}{P_b} = \frac{E'}{T}.$$

Ferner folgt aus der Clausius-Clapeyronschen Formel, wie sie bei Annahme der Gültigkeit der Gasgesetze für den Dampfdruck gilt,

$$\frac{d \ln P_a}{dT} = \frac{q_a}{RT^2}$$

und

$$\frac{d \ln P_b}{dT} = \frac{q_b}{RT^2},$$

worin q_a und q_b die Verdampfungswärmen der Elektronen aus den Metallen A und B heraus bedeuten. Also ist

$$RT \frac{d \ln \frac{P_a}{P_b}}{dT} = \frac{q_a - q_b}{T} = \frac{q}{T},$$

mithin

$$\frac{dE'}{dT} = \frac{E' + (q_a - q_b)}{T} = \frac{E' + q}{T}.$$

Der Ausdruck $E' + q$ ist nun offenbar die gesamte Wärmemenge, welche absorbiert wird, wenn ein Grammolekül Elektronen aus dem Metall A verdampft und auf dem Metall B kondensiert wird, wobei gleichzeitig noch die elektrische Potentialdifferenz E' überwunden werden muß. Diese Wärmetönung besteht also aus einem elektrischen Teil E' und einem unelektrischen q, welch letzterer gleich der Differenz der Verdampfungswärme der Elektronen aus den Metallen A und B ist.

In meiner ersten Mitteilung hatte ich nun den naheliegenden Schluß gezogen, daß diese gesamte Wärmetönung $E' + q$ gleich der Peltierwärme Π sei, woraus sich dann besonders für die Potentialdifferenzen im Temperaturgefälle der Metalle Schwierigkeiten ergaben.

Dieser Schluß, daß $E' + q$ die Peltierwärme bedeutet, ist nun aber in dieser einfachen Form nicht richtig, sondern, wie die folgenden Darlegungen zeigen werden, ein wenig zu modifizieren. Die Verdampfungswärme der Elektronen aus einem Metalle (analog wie z. B. die Verdampfungswärme der Kohlensäure aus Kalziumkarbonat) setzt sich aus zwei Teilen zusammen. Sie besteht einerseits aus der Dissoziationswärme der Elektronen aus den neutralen Metallatomen innerhalb des Metalls und zweitens aus der Übergangswärme dieser freien Elektronen aus dem Innern des Metalls in das Vakuum oder den Elektronendampfraum. Die Dissoziationswärme der Elektronen im Metall A wollen wir mit q_{a1} die Übergangswärme derselben aus diesem Metall in das Vakuum mit q_{a2} bezeichnen; die entsprechenden Größen für das Metall B mit q_{b1} und mit q_{b2}. Wir haben also dann

$$q_a = q_{a1} + q_{a2} \text{ und } q_b = q_{b1} + q_{b2}.$$

Die Verdampfungswärme ist also die Summe der Dissoziations- und Übergangswärme, denn die verdampfenden Elektronen müssen zuerst im Metall von den neutralen Metallatomen abdissoziiert werden, ehe sie in den Dampfraum übergehen können.

Fließt dagegen in einem geschlossenen metallischen Kreise ein Strom negativer Elektronen, so findet an der Berührungsstelle der beiden Metalle A und B nur der Übergang freier Elektronen statt, es bewegen sich ja im elektrischen Strome nur die freien Elektronen, welche nicht erst, wie dies bei der Verdampfung der Fall ist, abdissoziiert werden müssen. Die Wärmetönung in der Grenzfläche der Metalle A und B beim Durchfließen der negativen Elektronen besteht daher einerseits aus der elektrischen Arbeit, bei der Überwindung der Potentialdifferenz in der Berührungsstelle, welche nach dem Obigen gleich

$$E' = RT \ln \frac{P_a}{P_b}$$

ist, und andererseits in der nichtelektrischen Übergangswärme der freien Elektronen $(q_{a2} - q_{b2})$. Diese Summe repräsentiert also die Peltierwärme, für die wir also finden

$$\Pi = E' + (q_{a2} - q_{b2});$$

sie ist also um den Betrag $q_{a1} - q_{b1}$, d. h. um die Differenz der Dissoziationswärmen der Elektronen in den Metallen A und B kleiner als die Wärmeabsorption, welche wir erhalten, wenn wir ein Grammolekül Elektronen aus dem Metall A verdampfen und nach Überwindung der hier vorhandenen Potentialdifferenzen auf dem Metalle B kondensieren.

Nun lautet die bekannte Formel von Lord Kelvin für die gesamte thermoelektrische Kraft eines geschlossenen Kreises, dessen Lötstellen sich auf den Temperaturen $T + dT$ und T befinden,

$$dE = \Pi \frac{dT}{T}.$$

Setzen wir hier für die Peltierwärme Π den abgeleiteten Wert ein, so erhalten wir

$$dE = [E' + (q_{a2} - q_{b2})] \frac{dT}{T}.$$

Andererseits hatten wir oben für die Differenz dE' der Potentialdifferenz der beiden Berührungsflächen der Metalle A und B, von denen sich die eine auf der Temperatur $T + dT$, die andere auf der Temperatur T befindet, den Ausdruck erhalten

$$dE' = (E' + q) \frac{dT}{T} = [E' + (q_{a1} - q_{b1}) + q_{a2} - q_{b2})] \frac{dT}{T}.$$

Die gesamte thermoelektrische Kraft dE des geschlossenen Kreises unterscheidet sich also von dieser Differenz dE' der Berührungspotentialdifferenzen an den beiden Lötstellen um den Betrag

$$(q_{a1} - q_{b1}) \frac{dT}{T}.$$

Dieser Betrag bleibt also jetzt übrig für die Potentialdifferenzen im Temperaturgefälle der beiden Metalle. Bezeichnen wir also die Differenz dieser Potentialdifferenzen im Temperaturgefälle der beiden Metalle mit dE'', so muß sein

$$dE = dE' + dE'',$$

d. h. die gesamte thermoelektrische Kraft ist gleich der Differenz dE' der beiden Potentialsprünge in den Lötstellen bei den Temperaturen $T + dT$ und T und der Differenz dE'' der beiden Potentialdifferenzen im Temperaturgefälle.

Durch Differenzbildung erhalten wir also hier aus $dE'' = dE - dE'$ hierfür den Wert

$$dE'' = -(q_{a1} - q_{b1}) \frac{dT}{T},$$

worin also q_{a1} die Dissoziationswärme der Elektronen im Metalle A, q_{b1} die im Metalle B bedeutet.

Diese letzteren Potentialdifferenzen müssen aber auch für sich allein direkt berechenbar sein. Dies gelingt auf folgende Weise. Wir betrachten einen Stab des Metalles A, dessen eines Ende sich auf der Temperatur $T + dT$, dessen anderes sich auf der Temperatur T befindet. Nun denken wir uns semipermeable Membranen, welche durchlässig sind für die Metallatome und die positiven Metallionen, undurchlässig dagegen für die negativen Elektronen. In einem aus solchen Membranen gebildeten Zylinder, dessen eine Grundfläche wie ein Stempel verschiebbar sei, denken wir uns im Metall A bei der Temperatur $T + dT$ ein Grammolekül Elektronen abgegrenzt. Diese führen wir mit Hilfe eines solchen semipermeablen Zylinders durch das Temperaturgefälle innerhalb des Metalles nach dem Ende, welches sich auf der Temperatur T befindet. Die Konzentrationen der Elektronen im Metall A, welche im allgemeinen von der Temperatur abhängen werden, mögen bei der Temperatur T c und also bei der Temperatur $T + dT$

$$c + \frac{dc}{dT} dT$$

betragen, entsprechend seien die diesen Konzentrationen zugehörigen osmotischen Drucke, welche die Elektronen auf unsere semipermeablen Membranen ausüben, π und

$$\pi + \frac{d\pi}{dT} dT.$$

Bei dem Transport unseres eingeschlossenen Grammoleküls Elektronen von der Temperatur $T + dT$ auf T müssen wir also durch Dilatation mit Hilfe des beweglichen Stempels den osmotischen Druck von dem Werte

$$\pi + \frac{d\pi}{dT} dT$$

auf π bringen, damit der Druck und die Konzentration der Elektronen mit den Werten dieser Größen bei der Temperatur T im Gleichgewichte sind; nach der Überführung in das Metall mit der Temperatur T denken wir uns die Elektronen mit den dort befindlichen positiven Metallionen wieder zu neutralen Metallatomen vereinigt. Dieser Arbeitsgewinn bei der Dilatation von dem Drucke

$$\pi + \frac{d\pi}{dT} dT$$

auf π muß der elektromotorischen Kraft äquivalent sein, welche in diesem Temperaturgefälle ihren Sitz hat. Wenn wir diese Potentialdifferenz mit dE_a'' und ferner das Volumen des eingeschlossenen Grammoleküls Elektronen mit φ bezeichnen, so haben wir also

$$dE_a'' = -\varphi \frac{d\pi}{dT} dT,$$

das negative Vorzeichen ergibt sich, falls wir dE_a'' im selben Sinne rechnen wie dE_a'. Da im Metalle das Gesetz $\varphi\pi = RT$ gelten soll, so wird

$$dE_a'' = -RT\frac{d\ln\pi}{dT}dT.$$

Für diese Dissoziation im Metalle gilt nun aber die Beziehung

$$\frac{d\ln\pi}{dT} = \frac{q_{a1}}{RT^2},$$

worin q_{a1} die gesamte Dissoziationswärme (innere Dissoziationswärme + äußere Arbeit RT) bedeutet. Für die Potentialdifferenz im Temperaturgefälle des Metalles A ergibt sich also, wenn wir dies einsetzen,

$$dE_a'' = -q_{a1}\cdot\frac{dT}{T},$$

sie ist also allein durch die Dissoziationswärme bestimmt.

Analog ergibt sich für die Potentialdifferenz im Temperaturgefälle des Metalles B der Ausdruck

$$dE_b'' = -q_{b1}\frac{dT}{T}.$$

Die Differenz dieser beiden Potentialdifferenzen im Temperaturgefälle der Metalle A und B wird also

$$dE'' = dE_a'' - dE_b'' = -(q_{a1} - q_{b1})\frac{dT}{T};$$

das ist aber gerade der Ausdruck, den die obigen Formeln verlangen.

Wir können dasselbe Resultat auch auf andere Weise ableiten. Wir denken uns einen Kreisprozeß vollzogen in der Weise, daß wir ein Grammmolekül Elektronen im Metall A bei der Temperatur $T + dT$ abdissoziieren, es dann durch das Temperaturgefälle auf die Temperatur T bringen, und hier wieder mit positiven Metallionen sich vereinigen lassen. Bringen wir dann noch einerseits das Metallstück, in dem jetzt das betrachtete Grammolekül Elektronen sich befindet, von der Temperatur T auf die Temperatur $T + dT$, und andererseits das Metallstück von demselben Volumen, in welchem wir das Grammolekül Elektronen abdissoziiert haben, umgekehrt von der Temperatur $T + dT$ auf die Temperatur T, so ist der Kreisprozeß geschlossen und alles wieder in demselben Zustande wie zu Anfang. Dieser Prozeß entspricht also sehr nahe dem von H. A. Lorentz[1]) abgeleiteten. Die bei diesem Kreisprozeß bei den verschiedenen Temperaturen absorbierten oder entwickelten Wärmemengen sind nun folgende. Durch die Dissoziation bei der Temperatur $T + dT$ wird die Wärmemenge

$$q_{a1} + \frac{dq_{a1}}{dT}dT$$

absorbiert, durch die Wiedervereinigung bei der Temperatur T die Wärmemengen q_{a1} entwickelt. Ferner wird beim Transport des Grammoleküls Elektronen, der ja einem elektrischen Strome entspricht, die Thomsonwärme $\sigma_a dT$ absorbiert, worin die Größe σ_a von W. Thomson als „spezifische Wärme der Elektrizität" bezeichnet wird, welche, wie wir sehen werden, von der eigentlichen spezifischen Wärme der Elektrizität oder der Elektronen durchaus verschieden ist, was zuerst H. A. Lorentz (l. c.) dargelegt hat. Die Thomsonwärme setzt sich nämlich zusammen aus der elektrischen Arbeit, die bei Überwindung der Potentialdifferenz dE_a'' im Temperaturgefälle zu überwinden ist, und aus der Differenz des Wärmeinhalts der freien Elektronen bei den Temperaturen $T + dT$ und T. Wir wollen dieselben mit u_a bei der Temperatur T und entsprechend mit

$$u_a + \frac{du_a}{dT}dT$$

bei der Temperatur $T + dT$ bezeichnen, so daß sich also die Thomsonwärme darstellt in der Form

$$\sigma_a dT = dE_a'' - \frac{du_a}{dT}dT = dE_a'' - r_a dT.$$

Hierin bedeutet der Differentialquotient des Wärmeinhalts der Elektronen nach der Temperatur $\frac{du_a}{dT}$ offenbar die eigentliche spezifische Wärme r_a der Elektrizität, d. h. der freien Elektronen oder die Differenz der Wärmemengen, welche dem Metall zuzuführen sind, um es um 1 Grad zu erwärmen, wenn es in einem Falle ein Grammolekül freier Elektronen mehr enthält als im anderen Falle. Die Wärmemenge schließlich, welche in dem Schlußteil des obigen Kreisprozesses zuzuführen ist, nämlich bei der Erwärmung des Metallstückes, in das die Elektronen übergeführt sind, von der Temperatur T auf $T + dT$ und der gleichzeitigen Abkühlung des Stückes, dem sie entzogen sind, von der Temperatur $T + dT$ auf T beträgt

$$\frac{du_a'}{dT}dT,$$

worin also

$$\frac{du_a'}{dT} = r_a'$$

die spezifische Wärme der gebundenen Elektronen bedeutet. Die Anwendung des zweiten Hauptsatzes der Thermodynamik in der Form

$$\int\frac{dQ}{T} = 0$$

ergibt also, auf diesen Kreisprozeß angewandt,

$$\frac{q_{a1} + \frac{dq_{a1}}{dT}dT}{T + dT} - \frac{q_{a1}}{T} + \frac{dE_a'' - \frac{du_a}{dT}dT}{T} + \frac{\frac{du_a'}{dT}dT}{T} = 0$$

oder

$$\frac{dq_{a1}}{dT} - \frac{q_{a1}}{T} + \frac{dE_a''}{dT} - (r_a - r_a') = 0.$$

1) H. A. Lorentz, Wied. Ann. **36**, 593, 1889.

Nun ist aber nach dem ersten Hauptsatze

$$\frac{dq_{a1}}{dT} = r_a - r_a',$$

d. h. der Temperaturkoeffizient der Dissoziationswärme gleich der Differenz der spezifischen Wärme der Elektronen im freien und gebundenen Zustande im Metall. Beachten wir dies, so bekommen wir daher

$$\frac{dE_a''}{dT} = -\frac{q_{a1}}{T}$$

oder

$$dE_a'' = -q_{a1}\frac{dT}{T},$$

genau so wie oben.

Die Thomsonwärme besteht also ebenso wie die Peltierwärme aus einem elektrischen und einem nicht elektrischen Glied, für das Metall A war sie gleich

$$\sigma_a dT = dE_a'' - \frac{du_a}{dT}dT = dE_a'' - r_a dT,$$

worin das erste Glied auf der rechten Seite die Potentialdifferenz im Temperaturgefälle bezeichnet, deren Wert durch die Dissoziationswärme gegeben ist nach der Gleichung

$$dE_a'' = -q_{a1}\frac{dT}{T},$$

während das zweite Glied auf der rechten Seite $r_a dT$ der eigentlichen spezifischen Wärme der freien Elektronen Rechnung trägt.

Stellen wir die erhaltenen Formen kurz noch einmal zusammen, so haben wir also für die Potentialdifferenz in der Berührungsstelle der beiden Metalle A und B

$$E' = RT \ln\frac{P_a}{P_b},$$

für die Differenz zweier solcher Potentialdifferenzen bei den Temperaturen $T + dT$ und T

$$dE' = (E' + q)\frac{dT}{T} = (E' + [q_{a1} - q_{b1}]$$

$$+ [q_{a2} - q_{b2}])\frac{dT}{T},$$

für die Potentialdifferenzen im Temperaturgefälle der Metalle A und B

$$dE_a'' = -q_{a1}\frac{dT}{T}$$

und

$$dE_b'' = -q_{b1}\frac{dT}{T}$$

und für ihre Differenz

$$dE'' = dE_a'' - dE_b'' = -(q_{a1} - q_{b1})\frac{dT}{T}.$$

Die gesamte thermoelektrische Kraft setzt sich zusammen aus der Differenz der beiden Potentialsprünge in den Lötstellen und der beiden Potentialsprünge im Temperaturgefälle der beiden Metalle, also ist

$$dE = dE' + dE''.$$

Setzen wir unsere Ausdrücke für dE' und für dE'' hierin ein, so ergibt sich die Thomsonsche Grundgleichung

$$dE = \Pi\frac{dT}{T}$$

als direkte Folgerung. Wir hatten nämlich gefunden für die Peltierwärme den Ausdruck

$$\Pi = E' + (q_{a2} - q_{b2}),$$

ferner für die Thomsonwärme im Metalle A

$$\sigma_a dT = dE_a'' - r_a dT$$

und entsprechend für die Thomsonwärme im Metalle B

$$\sigma_b dT = dE_b'' - r_b dT,$$

also für die Differenz der beiden Thomsonwärmen in den Metallen A und B

$$(\sigma_a - \sigma_b)dT = dE'' - (r_a - r_b)dT.$$

Der erste Hauptsatz, angewandt auf diese metallische Thermokette, verlangt, daß die thermoelektrische Kraft gleich sei der Summe aller Peltier- und Thomsonwärmen, d. h. es muß sein

$$dE = d\Pi + (\sigma_a - \sigma_b)dT.$$

Setzen wir den aus unserem Ausdruck für die Peltierwärme Π abgeleiteten Ausdruck für $d\Pi$ und ebenso den für die Differenz der Thomsonwärme

$$(\sigma_a - \sigma_b)dT$$

ein, so folgt

$$dE = dE' + \frac{d(q_{a2} - q_{b2})}{dT}dT + dE'' - (r_a - r_b)dT.$$

Nun ist, wie ja ohne weiteres verständlich, der Temperaturkoeffizient der Differenz der Übergangswärmen gleich der Differenz der spezifischen Wärme der freien Elektronen im Metalle A und B, also

$$\frac{d(q_{a2} - q_{b2})}{dT} = r_a - r_b.$$

Setzen wir dies in die Gleichung für dE ein, so ergibt sich

$$dE = dE' + dE'',$$

wie es ja sein muß.

Wir sehen also noch, daß das Temperaturdifferential des nichtelektrischen Anteils der Peltierwärmen gleich dem nichtelektrischen Anteil der Thomsonwärme ist.

Die Frage nach dem Sitz der Potentialdifferenzen im thermoelektrischen Kreise und nach dem Zusammenhange dieser Potentialdifferenzen mit den thermoelektrischen Wärmetönungen dürfte damit in klarer und einfacher Weise gelöst sein.

Aus diesen Gleichungen können wir noch folgendes entnehmen. Die Potentialdifferenzen im Temperaturgefälle sind nur dann gleich Null, falls die gesamte Dissoziationswärme, z. B. im Metalle A q_{a1}, die sich aus der sogenannten inneren Dissoziationswärme q_{a1} und der äußeren Arbeit RT zusammensetzt, gleich Null ist; denn dann ist der osmotische Druck der Elek-

tronen im Metall von der Temperatur unabhängig. Wenn dagegen nur die Konzentration der freien Elektronen von der Temperatur unabhängig ist, was zutrifft, falls die innere Dissoziationswärme q_{a1} verschwindet, so bleibt noch die Potentialdifferenz

$$\frac{dE_a''}{dT} = \frac{RT}{T} = R$$

übrig, die in diesem Falle natürlich unabhängig von der Natur des Metalles ist, so daß die Differenz dieser Werte in zwei Metallen sich aufhebt. Dasselbe Resultat geben ja für diesen Fall auch die kinetischen Elektronentheorien der Thermoelektrizität.

Wenn in einem Metalle, wie z. B. im Blei, kein Thomsoneffekt auftritt, so wird das im allgemeinen keineswegs bedeuten, daß in diesem Metall keine Potentialdifferenz im Temperaturgefälle vorhanden ist, sondern es folgt daraus nur, daß der elektrische Anteil der Thomsonwärme, welcher durch diese Potentialdifferenz bedingt ist, gleich dem nichtelektrischen Anteil mit negativem Vorzeichen ist, also

$$\sigma_a dT = dE_a'' - r_a dT = O,$$

also

$$dE_a'' = r_a dT$$

oder

$$\frac{dE_a''}{dT} = r_a,$$

Ebensowenig bedeutet ein Nullwerden der Peltierwärme bei einer bestimmten Temperatur, daß hier keine Potentialdifferenz in der Berührungsstelle der beiden Metalle mehr vorhanden ist, sondern es folgt aus

$$\Pi = E' + (q_{a2} - q_{b2}) = O$$

nur, daß

$$E' = -(q_{a2} - q_{b2}).$$

Ziehen wir zum Vergleich kurz die älteren Theorien heran, so ist ein solcher Vergleich am leichtesten möglich bei der thermodynamischen Theorie von H. A. Lorentz[1]), in der zum erstenmal mit großer Klarheit die eigentliche spezifische Wärme der Elektrizität, obgleich damals von einer Elektronentheorie noch keine Rede war, eingeführt und mit den Wärmeentwicklungen im thermoelektrischen Kreise in Beziehung gesetzt wurde. Die Größe

$$\left(\frac{\partial U}{\partial e}\right)_a$$

bei Lorentz entspricht unserem q_{a2}, ebenso

$$\left(\frac{\partial U}{\partial e}\right)_b$$

dem q_{b2}; die Bedeutung dieser Größen ist genau dieselbe. Von Planck[2]) wird dieser Begriff mit u_a bezeichnet. Der Temperaturkoeffizient hiervon bedeutet also die wahre spezifische Wärme der Elektrizität oder in unserem Sinne der freien Elektronen, also

$$\frac{\partial}{\partial T}\left(\frac{\partial U'}{\partial e}\right)_a = \frac{\partial u_a}{\partial T} = \frac{\partial q_a}{\partial T} = r_a.$$

Ferner entsprechen die Größen k_a und k_b bei Lorentz[1]) unseren Dissoziationswärmen q_{a1} und q_{b1}, also ist $k_a = q_{a1}$ und $k_b = q_{b1}$.

Während aber die Wärmetönungen k_a und k_b nur eine recht unbestimmte und physikalisch wenig durchsichtige Bedeutung haben, lassen sich die Größen q_{a1} und q_{b1} auf Grund der Elektronentheorie der Metalle, wie wir sahen, in einfacher und anschaulicher Weise deuten.

Auf einen Vergleich mit den kinetischen Elektronentheorien von Riecke, Drude, H. A. Lorentz, Gans, Gruner und der neuesten von Debye[2]), welche ebenfalls die Elektronenaussendung aus heißen Metallen mit heranzieht, soll an dieser Stelle nicht eingegangen werden, da die kinetischen Elektronentheorien gerade in der Hinsicht auf die thermoelektrischen Erscheinungen nicht sehr befriedigend sind. Der großen Schwierigkeit, der sich diese Theorien hier gegenüber sehen, ist ja, wie das auch Debye betont, die, eine Annahme über die molekularen Kräfte zwischen den Elektronen und den ponderablen Atomen der Metalle, sowie über die Temperaturkoeffizienten dieser Kräfte zu machen. Das kann aber bei dem gegenwärtigen Stande unserer Kenntnisse auf diesem Gebiete nur mit mehr oder weniger Willkür geschehen. Der große Vorteil thermodynamischer Ableitungen zeigt sich gerade hier, indem sie jene molekularen Kräfte und ihre Temperaturkoeffizienten in einfacher und bestimmter Weise durch die Wärmetönungen und die spezifischen Wärmen, also physikalisch klar definierte Größen, auszudrücken gestatten, ohne daß ein näheres Eingehen auf den Molekularmechanismus notwendig wäre.

Während nun nach dem Obigen der Zusammenhang der Potentialdifferenzen im thermoelektrischen Kreise mit den Wärmetönungen und spezifischen Wärmen und die Zerlegung der gesamten thermoelektrischen Kraft in ihre Einzelteile leicht zu durchschauen ist, steht es mit der experimentellen Prüfung dieser Beziehungen an reinen Metallen weniger günstig. Einer direkten Messung zugänglich sind bisher nur die thermoelektrische Kraft des geschlossenen Kreises, die Peltierwärme, die Thomsonwärme und deren Temperaturkoeffizienten. Um aber die gesamte thermoelektrische Kraft dE in ihre Einzelteile dE' und dE'' zerlegen zu können, brauchen wir die Kenntnisse der Potentialdiffe-

1) l. c.
2) Wied. Ann. 36, 624, 1889.

1) l. c.
2) Ann. d. Phys. (4), 33, 441, 1910.

renz in der Berührungsstelle der beiden Metalle, welche durch die Dampfspannungen gegeben ist, ferner der Differenz der Verdampfungswärmen

$$(q_{a1} - q_{b1}) + (q_{a2} - q_{b2})$$

und schließlich der Differenz der Dissoziationswärmen $(q_{a1} - q_{b1})$. Für ihre Bestimmungen reichen aber thermoelektrische Messungen allein nicht aus.

Für höhere Temperaturen können nur die Messungen über die Aussendung von Elektronen aus heißen Metallen, um deren Erforschung sich Richardson[1]) große Verdienste erworben hat, ergänzend hinzugezogen werden. Sie ergeben zunächst das Verhältnis der Dampfspannungen zweier Metalle bei einer solchen hohen Temperatur und lassen daher für diese die Potentialdifferenz

$$E' = RT \ln \frac{P_a}{P_b}$$

berechnen. Der Temperaturanstieg der Elektronenemission ergibt ferner die Verdampfungswärmen

$$(q_{a1} + q_{a2}) \text{ und } (q_{b1} + q_{b2}),$$

so daß auch dE' berechenbar ist. Die Peltierwärme Π kann hieraus jedoch noch nicht berechnet werden, denn dazu ist noch die Kenntnis der Differenz $(q_{a2} - q_{b2})$ erforderlich, welche hier aus der Differenz der Verdampfungswärmen durch Subtraktion der Differenz der Dissoziationswärmen erhalten wird. Diese letzteren bekommen wir aber aus derartigen Messungen nicht. Hier kann jedoch die Theorie des Temperaturkoeffizienten der metallischen Leitfähigkeit von Koenigsberger[2]) ergänzend eingreifen, der eine Formel für diesen Koeffizienten aufgestellt hat, welche der mit steigender Temperatur zunehmenden Dissoziation der Elektronen Rechnung trägt. Mittels dieser Formel hat Koenigsberger die Dissoziationswärmen (q_{a1} und q_{b1}) (innere Dissoziationswärmen) berechnen können. Sollten solche Messungen mit denen von Richardson kombiniert werden, so müssen sie natürlich bei derselben Temperatur vorgenommen werden, was wohl bisher nicht der Fall ist. Dann aber würde sich, wie leicht ersichtlich, die Peltierwärme Π berechnen und mit der Beobachtung vergleichen lassen. Damit wäre dann auch die Zerlegung der gesamten thermoelektrischen Kraft dE in ihre Bestandteile dE' und dE'' möglich. Eine direkte Messung der Potentialdiffereuz dE_a'' im Temperaturgefälle, z. B. des Metalles A, ist leider nicht ausführbar. Denn die Messung der Potentialdifferenz zwischen dem warmen und kalten Ende, z. B. eines Metalles A, die, wenn auch noch nicht vorgenommen, doch wohl ausführbar wäre, ergibt keineswegs nur die Potentialdifferenz dE_a'' im Temperaturgefälle, sondern vielmehr die Summe der drei Potentialdifferenzen in der warmen Grenzfläche des Metalles A, in der kalten Grenzfläche des Metalles A gegen das Vakuum und der Potentialdifferenz dE_a'' im Temperaturgefälle. Die gesamte thermoelektrische Kraft, bestehend aus diesen drei Einzelwerten, hängt hier von der Elektronenkonzentration im Vakuum ab, da die Potentialdifferenzen der Grenzfläche bei der Temperatur B den Weg hat

$$E_a' = RT \ln \frac{P_a}{p}.$$

Ganz ebenso wie oben findet man leicht für die Differenz der Potentialsprünge in der warmen und kalten Grenzfläche

$$dE_a' = (E_a' + [q_{a1} + q_{a2}] - RT) \frac{dT}{T}.$$

Die Summe der drei Potentialdifferenzen ist also

$$dE_a = dE_a' + dE_a'' = \frac{E_a' + q_{a2}}{T} = \frac{\Pi_a}{T},$$

worin Π_a die Peltierwärme dieser Kombination bedeutet. Wir können sie ja auffassen als ein gewöhnliches Thermoelement, bei dem nur ein Metall durch das mit Elektronen von der Konzentration c erfüllte Vakuum ersetzt ist.

Dagegen können wir zur Bestimmung der einzelnen Potentialdifferenzen und Wärmetönungen noch eine von Herrn K. Baedeker[1]) abgeleitete Gleichung für einen offenen thermoelektrischen Kreis, wie ihn ohne Zugrundelegung der Elektronentheorie in ganz ähnlicher Weise zuerst H. A. Lorentz[2]) herangezogen hat, benutzen. Herr Baedeker geht bei seinen Rechnungen von ganz derselben Grundlage aus, die ich meinen Betrachtungen zugrunde gelegt habe, die Verfolgung des Grundgedankens ist dagegen bei Herrn Baedeker eine wesentlich andere. Herr Baedeker berechnet mittels des Elektronendampfdruckes die thermoelektrische Kraft seiner Anordnung, bei der sich je ein Stück der Metalle A und B einerseits auf der Temperatur $T + dT$, andererseits auf der Temperatur T befindet. Die Metalle selbst befinden sich also auf konstanter Temperatur, das Temperaturgefälle ist ganz in den mit Elektronen erfüllt gedachten Raum hinein verlegt. Die folgende Fig. 2 gibt diese Anordnung wieder. Für die thermoelektrische Kraft dieser Anordnung findet Herr Baedeker in einfacher Weise den Ausdruck

$$\frac{dE}{dT} = R \ln \frac{P_a}{P_b}.$$

Da, wie oben gezeigt,

$$R \ln \frac{P_a}{P_b} = \frac{E'}{T},$$

1) Siehe das zusammenfassende Referat im Jahrbuch der Radioaktivität und Elektronik 1, 300—315, 1904.

2) Siehe das zusammenfassende Referat im Jahrbuch der Radioaktivität und Elektronik 4, 158, 1907.

1) Diese Zeitschrift 11, 809, 1910.

2) Archiv. Néerland. 20, 129, 1885.

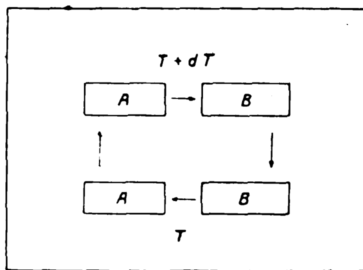


Fig. 2.

so kann man dies auch umformen in

$$\frac{dE}{dT} = \frac{E'}{T}.$$

Dieser Ausdruck gibt ganz richtig die thermoelektrische Kraft dieser speziellen Anordnung wieder. Wenn ihn aber Herr Baedeker in seiner vorläufigen Mitteilung auch als den Ausdruck für die thermoelektrische Kraft des gewöhnlichen, geschlossenen thermoelektrischen Kreises ansieht, so ist das wenigstens allgemein nicht richtig, wie sich leicht zeigen läßt. Vergleichen wir die Form von Herrn Baedeker mit der Grundgleichung von W. Thomson, die als ohne spezielle Annahmen abgeleitet allgemein gültig ist, also mit der Gleichung

$$\frac{dE}{dT} = \frac{\Pi}{T},$$

so sehen wir, daß bei einer Identifizierung der beiden Gleichungen die Peltierwärme Π gleich der Potentialdifferenz E'' in der Grenzfläche beider Metalle sein würde, wie das ja auch Herr Baedeker ohne weitere Ableitung annimmt. Die Peltierwärme wäre also rein elektrischer Natur. Dann wäre aus ihr also die Potentialdifferenz in der Berührungsstelle der beiden Metalle direkt zu berechnen, wie das früher ja auch wohl schon geschehen ist, ein Verfahren jedoch, auf dessen Unzulässigkeit schon wiederholt z. B. auch von Planck[1]) hingewiesen ist und das ja auch mit der thermodynamischen Theorie von H. A. Lorentz[2]) nicht zu vereinigen ist. Ferner wäre nach Herrn Baedeker der nichtelektrische Anteil der Thomsonwärme für alle Metalle gleich $R\,dT$, die Differenz $\sigma_a - \sigma_b$ der Thomsonwärme zweier Metalle also rein elektrischer Natur. Diese Resultate leitet Herr Baedeker nicht als exakte Konsequenzen seiner Grundannahmen ab, sondern nimmt sie ohne weitere Begründung an. Wie leicht ersichtlich, sind diese Annahmen von Herrn Baedeker identisch mit dem Nullsetzen der Differenz $q_{a2} - q_{b2}$, welche den nichtelektrischen Anteil der Peltierwärme bildet, und ferner mit dem Gleichsetzen der Differentialquotienten dieser Größen nach der Temperatur

$$\frac{dq_{a2}}{dT} = \frac{dq_{b2}}{dT}$$

d. h. der spezifischen Wärmen der freien Elektronen in den Metallen. Das bedeutet ferner, daß die Verdampfungswärmen mit den Dissoziationswärmen identifiziert werden, was molekulartheoretisch bedeuten würde, daß der Verteilungskoeffizient der Elektronen zwischen Metall und Vakuum gleich 1 ist, oder daß keine molekularen Anziehungskräfte beim Übergang der Elektronen aus einem Metall in ein anderes oder in das Vakuum zu überwinden wären. Man müßte dann erwarten, daß wenigstens unmittelbar an der Oberfläche der Metalle dieselbe Konzentration der Elektronen vorhanden wäre, wie im Metall selbst, also auch dieselbe oder eine größere Leitfähigkeit, was aber bekanntlich nicht der Fall ist. Im Blei, das keinen Thomsoneffekt zeigt, wäre dann also auch keine Potentialdifferenz im Temperaturgefälle vorhanden, ein Schluß, den ebenfalls schon Planck als unzulässig hingestellt hat. Die Annahme der Gleichheit der spezifischen Wärme der freien Elektronen in allen Metallen ist also durch nichts gerechtfertigt, sie bedeutet eine Vernachlässigung, die allenfalls bei einer kinetischen Theorie in erster Annäherung gemacht werden darf, die aber für eine konsequente thermodynamische Theorie nicht zulässig erschien; den Vorteil der letzteren vor einer kinetischen Theorie würde man damit wieder preisgeben.

Wie oben gezeigt ist, ergeben sich die hier entwickelten Deutungen, vor allem der Peltier- und Thomsonwärme, ohne weitere Annahme als direkte Konsequenzen der Grundannahme bei Heranziehung der Gleichung von Clausius-Clapeyron, welche die Dampfspannung mit der Verdampfungswärme in Beziehung setzt, welch letztere wieder durch das Energieprinzip mit der spezifischen Wärme in Beziehung steht. Um die Verhältnisse im Temperaturgefälle der Metalle zu klären, kommt man aber, wie oben gezeigt, mit dem Begriff des Elektronendampfdruckes allein nicht aus, sondern muß noch die Elektronenkonzentration oder den osmotischen Druck der Elektronen in die Rechnung einführen.

Für die von ihm betrachtete Anordnung des offenen Thermokreises gibt jedoch die Formel von Herrn Baedeker den richtigen Wert der thermoelektrischen Kraft. Der Unterschied der thermoelektrischen Kraft dieser Kombination gegenüber derjenigen einer geschlossenen Thermokette, welcher also $(q_{a2} - q_{b2})$ beträgt, ist theoretisch leicht zu verstehen. Bei der Anordnung des Herrn Baedeker heben sich beim

1) Wied. Ann. 36, 624, 1889.
2) Wied. Ann. 36, 593, 1889.

Fließen des Stromes oder der Elektronen die Übergangswärmen q_{a2} und q_{b2} an der Eintrittsstelle und der Austrittsstelle der Metalle A und B bei der Temperatur T jedesmal auf, und ebenso die entsprechenden Wärmetönungen bei der Temperatur $T + dT$. Beim Fließen des elektrischen Stromes in dieser Anordnung wird also eine Wärmemenge von der höheren auf die tiefere Temperatur gebracht, die um diesen Betrag $(q_{a2} - q_{b2})$ kleiner ist, als die bei der geschlossenen Thermokette, und dem entspricht die Differenz dieser beiden thermoelektrischen Kreise

$$dE - dE = (q_{a2} - q_{b2}) \frac{dT}{T}.$$

Gelänge es also, was wohl möglich erscheint, die thermoelektrische Kraft in der Anordnung von Herrn Baedeker zu messen, so würde ihre Differenz gegenüber der Thermokraft der geschlossenen Kette die Differenz $(q_{a2} - q_{b2})$ zu berechnen gestatten.

Eine direkte Prüfung der oben abgeleiteten Beziehungen, welche die logischen und anschaulichen Folgerungen aus der Grundannahme darstellen, muß wenigstens für reine Metalle erst von der Zukunft erwartet werden. Eine Anwendung auf die Thermoelektrizität und Leitfähigkeit von Legierungen soll in einer weiteren Mitteilung gegeben werden.

Danzig-Langfuhr, den 26. März 1911.

(Eingegangen 26. März 1911.)

Tagesereignisse.

Die **Society of Dyers and Colourists** hielt ihre Jahresversammlung am 30. März in Bradford ab. Zum Präsidenten wurde Sir Fred. Cawley, zu Vizepräsidenten W. H. Pennington, Geo. Douglas und Dr. Knecht, zum Ehrensekretär Denison gewählt. Die Perkin-Medaille wurde Prof. Adolf von Baeyer in München für seine Indigosynthese (1878) zugesprochen.

Die **Société chimique de France** hält ihre Jahresversammlung am 2. und 3. Juni in Paris ab. Prof. Holleman-Utrecht wird einen Vortrag über „Die Regeln bei der Substitution im Benzolring" halten.

Personalien.

(Die Herausgeber bitten die Herren Fachgenossen, der Redaktion von eintretenden Änderungen möglichst bald Mitteilung zu machen.)

Habilitiert: Für Mathematik (mit sofortigem Lehrauftrag) an der Universität Greifswald der bisherige Privatdozent an der Universität Bonn Dr. Wilhelm Blaschke.

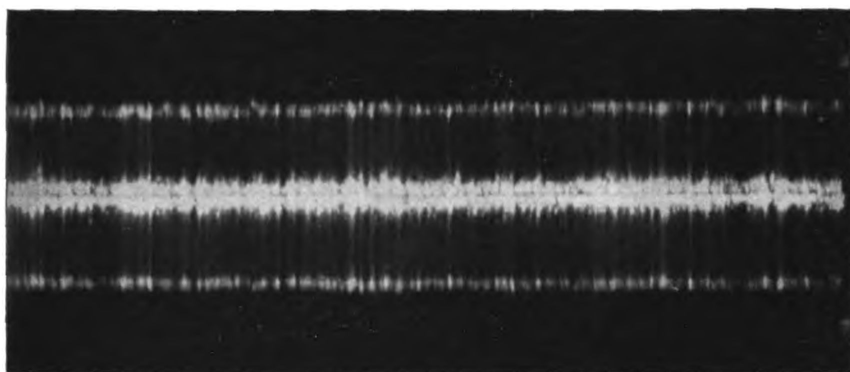
Ernannt: Der Nahrungsmittelchemiker Dr. Alfred Schaeffer in Liegnitz zum Direktor des analytischen Staatslaboratoriums für Nahrungsmittel- und gerichtliche Chemie des Staates Minas-Geraes in Bello Horizonte, H. T. Beans und F. J. Metzger zu Assistant-Professoren der Chemie an der Columbia University New York, der Privatdozent an der Universität München Dr. Peter Debye zum a. o. Professor der theoretischen Physik an der Universität Zürich, am Smith College in Northampton Harriet E. Biegelow zum Professor der Astronomie, an der Yale University in New Haven Dr. Carl Johns zum Assistent-Professor der Chemie.

In den Ruhestand: Der Professor der Chemie am College of Pharmacy der Columbia-Universität in New York Dr. Virgil Coblentz (für Ende des Jahres), der Professor der Mathematik am Dartmouth College in Hanover Frank Asbury Sherman.

Gestorben: Der Direktor der Privatsternwarte in Louvain Dr. François Terby, der ehemalige Direktor der Technischen Hochschule Delft Professor der Physik Dr. Johannes Bosscha.

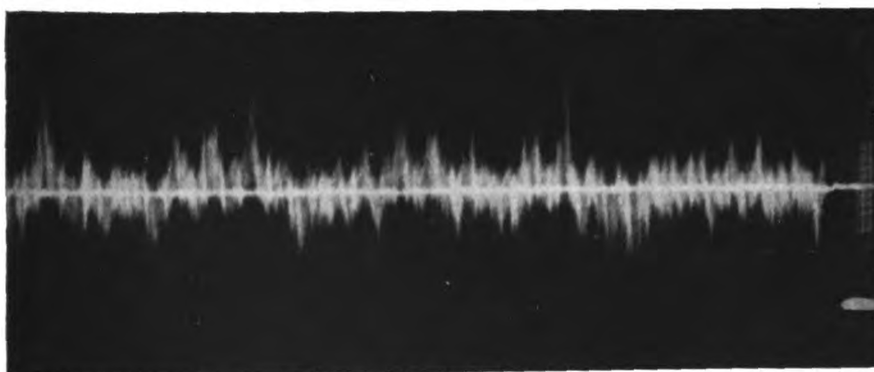
Gesuche.

Für die Redaktion verantwortlich Professor Dr. Friedrich Krüger in Danzig-Langfuhr. — Verlag von S. Hirzel in Leipzig.
Druck von August Pries in Leipzig.



7500 Volt$_{eff}$
Wechselstrom

Fig 3.



7500 Volt$_{eff}$
Wechselstrom
105 Volt
Gleichstrom

Fig. 4.

J. Zenneck, Energiemessung an Hochspannungslichtbögen.

Verlag von S. Hirzel in Leipzig.

PHYSIKALISCHE ZEITSCHRIFT

No. 10. 15. Mai 1911. 12. Jahrgang.

Redaktionsschluß für No. 11 am 18. Mai 1911.

INHALT:

ORIGINALMITTEILUNGEN.

Über die komplexe Natur von Radium *C*.

Von Kasimir Fajans.

Einleitung.

O. Hahn und L. Meitner[1]) haben nachgewiesen, daß man aus reinem *RaC* durch die Methode des radioaktiven Rückstoßes Aktivitäten erhalten kann, die schneller zerfallen als irgendein damals bekanntes Element der Radiumfamilie. Sie schlossen daraus, daß zwischen *RaB* und *RaD* nicht wie bis dahin angenommen wurde, nur das eine Element *RaC* mit der Periode 19,5 min[2]) existiert, sondern, daß wenigstens zwei Elemente vorhanden sind: RaC_1 mit 19,5 min und das ihm folgende RaC_2 mit 1 min bis 2,5 min Halbierungszeit. Da der anfängliche Abfall der erhaltenen Aktivitäten schneller zu sein schien in den Versuchen, wo die Aktivitätsmessungen eine sehr kurze Zeit nach Unterbrechung der Exposition begonnen wurde, als in denen, wo die auszuführenden Operationen eine etwas längere Zeit bedurften (bei Exposition im Vakuum), schien es den Autoren als nicht unwahrscheinlich, daß auch RaC_2 komplex sei und sich aus einem Element von wenigen Sekunden und einem von ca. 2 min bis 2,5 min Halbierungszeit zusammensetzt. Bei der Annahme dreier Elemente erweist sich die in den meisten Fällen bestätigte Hypothese, daß mit einem einfachen radioaktiven Zerfall eine einheitliche, nicht komplexe Strahlung verbunden ist, auch für den Fall von *RaC* als richtig. Dessen Strahlung setzt sich ja zusammen aus einer α-Strahlung, einer komplexen β-Strahlung, die sich nach H. W. Schmidt[1]) in zwei nach einem einfachen Exponentialgesetz absorbierte Strahlungen (rechnerisch) zerlegen läßt; dazu kommt noch eine γ-Strahlung.

Was die Verteilung dieser Strahlungen auf die drei angenommenen Elemente betrifft, so schließen Hahn und Meitner aus der Tatsache, daß sich durch die Rückstoßmethode aus RaC_1 von RaC_2 nur Mengen erhalten lassen, deren Aktivität 10^5 mal kleiner ist als die Ausgangsaktivität, daß das RaC_1 β-Strahlen gibt: denn in den bis dahin untersuchten Fällen erhielt man durch Rückstoß im Falle einer Umwandlung, die mit α-Strahlen verbunden ist, Mengen von derselben Größenordnung wie die Ausgangsmengen, während im Falle eines Rückstoßes bei Aussendung von β-Strahlen die Wirkungen viel kleiner sind[2]). Kommt dem RaC_1 eine einfache β-Strahlung zu, so verteilt sich die α-Strahlung und die andere β-Strahlung auf die Elemente RaC_2 und RaC_3. Welchem Element die γ-Strahlung zukommt, bleibt dabei unentschieden.

Es ist aber Hahn und Meitner nicht gelungen, obige Schlüsse experimentell zu prüfen, da die ihnen zur Verfügung stehenden Radiummengen nicht genügend waren, um aus ihnen Mengen von RaC_2 erhalten zu können, an denen sich Absorptionsversuche ausführen ließen.

Es erschien deshalb als wünschenswert, die

1) Diese Zeitschr. 10, 697, 1909.
2) Ich gebe hier den Wert von v. Lerch an, da ich ihn auf Grund meiner Messungen als richtiger als den von Hahn und Meitner angegebenen Bronsonschen Wert von 19 min halte.

1) Diese Zeitschr. 7, 764, 1906.
2) Vergl. O. Hahn, Jahrbuch der Radioaktivität und Elektronik 7, 296, 1910.

Versuche mit größeren Radiummengen auszuführen, um genauer die Periode der in Betracht kommenden kurzlebigen Elemente zu bestimmen und die Verteilung der komplexen Strahlung des *RaC* als Ganzes auf seine Bestandteile zu untersuchen.

Dank der Anregung des Herrn Prof. Rutherford und der außerordentlichen Liebenswürdigkeit, mit welcher mir von ihm größere Mengen von aktivem Niederschlag der Radiumemanation zur Verfügung gestellt wurden, war es mir möglich, die Frage zu untersuchen, und im folgendem sind die Resultate meiner Versuche wiedergegeben.

Ich will vorausschicken, daß ich die experimentellen Resultate von Hahn und Meitner in dem Punkte bestätigen konnte, daß ich mit Sicherheit durch Rückstoß ein kurzlebiges Element erhielt, dessen Halbierungszeit 1,4 min ist. Sichere Anzeichen für die Existenz eines dritten Elementes im *RaC* von einigen Sekunden Halbierungszeit habe ich nicht bemerken können. Auch die obigen theoretischen Schlüsse von Hahn und Meitner, betreffend die Verteilung der Strahlung, obwohl sie als sehr wahrscheinlich erscheinen mußten, haben sich gegen Erwartung als unrichtig herausgestellt. Ich stieß dabei auf Widersprüche, die sich nur durch die Annahme einer gleichzeitigen Zersetzung des RaC_1 nach zwei Richtungen haben beseitigen lassen.

Im folgenden wird das Element von 19,5 min Halbierungszeit als RaC_1 bezeichnet, das 1,4 min Produkt als RaC_2. Wo einfach von *RaC* die Rede ist, sind damit beide Produkte im Gleichgewicht verstanden. Der Abfall dieser Produkte zusammen erfolgt natürlich auch mit der Periode von 19,5 min.

Versuchsanordnung.

In allen hier zu beschreibenden Versuchen wurde der Rückstoß unter Atmosphärendruck mit Benutzung eines elektrischen Feldes von 100 Volt ausgeführt. Die sammelnde Platte war negativ geladen. Als Quelle der Rückstoßstrahlung wurde in den meisten Fällen das nach der Methode von v. Lerch[1]) auf Nickelplatten abgeschiedene *RaC* benutzt. Radiumemanation wurde in Glasröhren mehrere Stunden belassen, so daß sich der aktive Niederschlag auf den Wänden ansammelt. Nach Entfernung der Emanation aus der Röhre wurde das Rohr zweimal mit absolutem Alkohol ausgewaschen, was vollkommen genügte, um die den Wänden eventuell noch anhaftende Emanation zu entfernen. Dann wurde der aktive Beschlag mit heißer konzentrierter Salzsäure weggelöst. Bevor die Nickelplatte, deren eine Seite mit leicht zu entfernendem Lack überzogen war, in die verdünnte salzsaure Lösung getaucht wurde, ließ man wenigstens eine Stunde verstreichen, damit die Menge des *RaA* unter 10^{-6} der anfänglichen falle. Andernfalls setzt sich auch das *RaA* auf der Nickelplatte ab und man erhält durch Rückschlag *RaB*, welches auf die Übersichtlichkeit der Resultate, wie später gezeigt wird, störend wirkt. Das Verdünnen der Säurelösung ist nötig, da sie sonst das Metall zu stark angreift, wodurch die Rückstoßwirkung vermindert wird. Außerdem ist besonders Sorge zu tragen, daß sich die Nickelplatte nicht oxydiert, denn die Oxydschicht scheint die Rückstoßstrahlung stark zu hemmen[1]). Die Nickelplatte wurde gegen 10 min in der nahe zum Siedepunkte erhitzten Lösung schnell bewegt. Die Platte wurde dann mit Wasser, Alkohol und Äther gewaschen und getrocknet. Das auf diese Weise erhaltene *RaC* war ganz rein, jedenfalls betrug eine eventuelle Beimengung von *RaB* weniger als 0,5 Promille. Nachdem das *RaC* durch seine γ-Strahlung mit einem Radiumpräparat von bekanntem Gehalt verglichen war, wurde mit ihm der Rückstoßversuch in gewohnter Weise ausgeführt. Der Abstand zwischen der Nickel- und der den Rückstoß sammelnden Platte betrug 0,5 mm. Die Expositionszeit variierte zwischen $1' - 15'$. Die Messungen der erhaltenen Aktivitäten wurden mit Hilfe eines kubischen Elektroskopes von 20 cm Kantenlänge vom Typus der β-Strahlenelektroskope ausgeführt. Der kreisförmige Ausschnitt im Boden war durch eine 0,0025 mm dicke Aluminiumfolie zugeklebt; es war also möglich, Messungen sowohl an α- als auch unter Abschirmung dieser an β-Strahlen zu machen. Des öfteren bediente ich mich zur Registrierung der Beobachtungen eines Chronographen, auf dessen bewegtem Papierstreifen der Durchgang des Goldblättchens durch jeden Teilstrich der Skala elektromagnetisch notiert werden konnte.

Abfall der Gesamtaktivität.

Die folgende Fig. 1 gibt das allgemeine Bild des Abfalles der auf diese Weise erhaltenen Aktivitäten, wenn diese ohne Abschirmung der α-Strahlen gemessen wurden. Als Ordinaten sind die Logarithmen der Aktivität in willkürlichem Maße, als Abszissen die Zeit in Minuten gewählt. Kurve *a* und *b* entsprechen einer kurzen Exposition ($3'$ bezw. $1'$), während Kurve *c* einer Exposition von 15 min entspricht.

1) Ann. d. Phys. (4) **20**, 345, 1906.

1) An der Berührungsstelle von Lösung, Metall und Luft wird die Platte immer oxydiert.

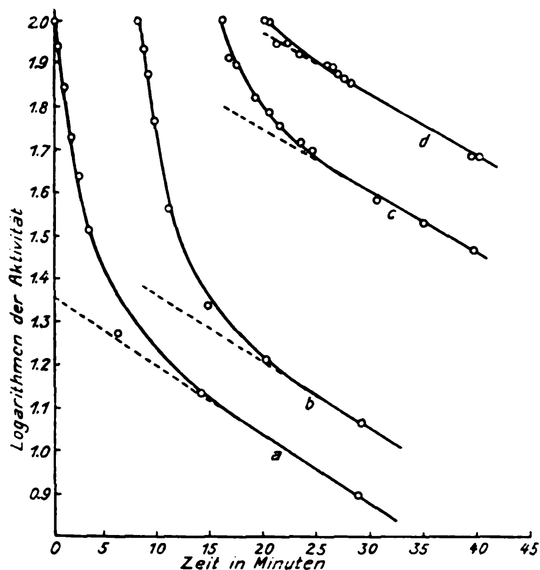


Fig. 1. Abfall der Gesamtaktivität.

Man erkennt sogleich, daß in beiden Fällen der Abfall in den ersten Minuten ein sehr schneller ist, während er später viel langsamer wird. Die nähere Analyse dieses langsameren Abfalles ergibt, daß er nach einem einfachen Exponentialgesetz erfolgt, mit der Halbierungszeit von 19,5 min, die für das RaC als Ganzes charakteristisch ist. Die Endstücke der Kurven sind in unserer Zeichnung gerade Linien. Diese Erscheinung, welche auch von Hahn und Meitner erwähnt wird, kehrte in allen Versuchen wieder. Je nach der Zeit der Exposition konnte ich aber größere oder kleinere Mengen von dem langlebigen Element erhalten. Man erkennt ohne weiteres, daß im Falle der Kurve c, wo die Exposition viel länger als in den beiden anderen Fällen gedauert hat, dieses langsamer abfallende Element einen viel größeren Anteil an der Gesamtaktivität hat, als in jenen zwei Fällen.

Identifizierung des langsam abfallenden Produktes mit RaC.

Die Untersuchung der Absorbierbarkeit der Strahlung, deren Abfall mit der Halbierungszeit von 19,5 min durch das geradlinige Endstück der Kurven der Fig. 1 wiedergegeben ist, zeigte, daß sie identisch ist mit der Absorbierbarkeit der Strahlung des RaC, wie es sich z. B. auf Nickel abscheidet. Nachdem das kurzlebige Produkt praktisch vollständig abgefallen ist, wurden die durch Rückstoß erhaltenen Aktivitäten mit und ohne Schirme gemessen. Setzt man die ohne Schirme erhaltene Ionisation also 100, so erhält man bei Benutzung von Zinnfolien folgende Aktivitäten:

	RaC auf Nickel	Das beim Rückstoß erhaltene 19,5-min-Produkt
Ohne Zinn .	100	100
1 Zinnfolie .	38	36; 38
2 Zinnfolien .	8,9	9,1

Dies langlebige Produkt stimmt also in bezug auf Periode und Absorbierbarkeit mit RaC als Ganzes überein, muß daher mit diesem als identisch angesehen werden. Die Ionisation der von ihm hervorgehenden Strahlung ist also hauptsächlich den α-Strahlen zuzuschreiben und sollte auf 1 Proz. zurückgehen, wenn letztere vollständig absorbiert und nur β-Strahlen gemessen werden.

Periode des RaC_2 und Charakter seiner Strahlung.

Bei Benutzung von 3 Zinnfolien oder 0,06 mm dicker Aluminiumbleche kamen nur noch β-Strahlen zur Messung. Abfallsmessungen der durch Rückstoß erhaltenen Aktivitäten unter Einschaltung dieser Filterdicken sind in Fig. 2 (a, b, c, d) wiedergegeben. Abszissen und Ordinaten haben hier dieselbe Bedeutung wie in Fig. 1.

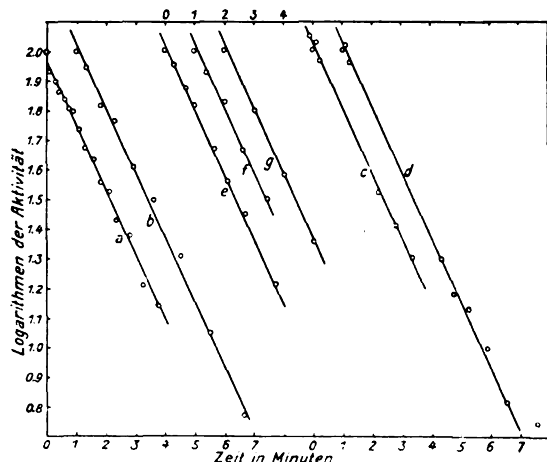


Fig. 2. Abfall des RaC_2.

Wie ersichtlich ist hier der langsame Endabfall der früher gewonnenen Kurven ganz verschwunden und man erhält also nach einem einfachen Exponentialgesetz sehr schnell abfallende β-Strahlenaktivitäten. Das kurzlebige RaC_2 sendet also jedenfalls β-Strahlen aus. Die aus etwa 20 derartigen logarithmischen Kurven sich ergebende Halbierungszeit des RaC_2 schwankte in engen Grenzen. Der wahrscheinlichste Wert berechnet sich aus den sechs der besten Versuche zu $1{,}37 + 0{,}02$ min.

Wenden wir uns nun jetzt den Kurven der Fig. 1 zu. Wie gezeigt wurde, entspricht der

Endabfall dem *RaC* und die Aktivität rührt hier hauptsächlich von den α-Strahlen her. Der schnelle Abfall am Anfang ist dem RaC_2 zuzuschreiben. Nun sendet dieses, wie weiter bewiesen wird, nur β-Strahlen aus und keine α-Strahlen. Daraus kann man schließen, daß das am Ende hervortretende 19,5-min-Produkt nicht durch Zerfall von RaC_2 hervorgehen konnte, denn seine α-Strahlenaktivität war selbst bei langer Exposition höchstens von der Größenordnung der β-Strahlenaktivität des RaC_2. Andernfalls, wenn das α-Strahlenprodukt aus RaC_2 entstehen würde, müßte man eine etwa hundertmal so große α-Aktivität erwarten. Da dies nicht der Fall ist, so bleibt nur die Annahme übrig, daß das 19,5-min-Produkt von Beginn der Messung vorhanden war. Will man deshalb Schlüsse betreffend das RaC_2 aus Kurven von der Art der in der Fig. 1 gegebenen ziehen, so müssen die logarithmischen Endstücke bis zur Zeit 0 verlängert werden und dem RaC_2 nur die Differenzen der für gleiche Zeitpunkte experimentell gefundenen und den durch Extrapolation für *RaC* gewonnenen Werten der Ionisation zugeschrieben werden. In Fig. 2 sind in *e*, *f*, *g* die Logarithmen der auf diese Weise für das RaC_2 aus drei derartigen Versuchen berechneten Aktivitäten gegen die Zeit eingetragen. Man erhält auch hier gerade Linien, die auch zur Bestimmung der Periode des RaC_2 dienen können. Auf diese Weise ergibt sich aus fünf zuverlässigsten Versuchen die Halbierungszeit des RaC_2 zu $1{,}39 \pm 0{,}02$ min, was in sehr guter Übereinstimmung mit dem aus direkten Versuchen durch Messung mit nur β-Strahlen resultierenden Wert 1,37 steht.

Im Mittel ergibt sich 1,38 min und für die radioaktive Zerfallskonstante des RaC_2 0,0084 $\sec^{-1}$. Ich möchte aber diesem Wert doch nicht eine größere Genauigkeit als 0,05 min zuschreiben, denn eine gewisse Willkür im Zeichnen der Kurven war auch bei den besten Versuchen, wegen des so schnellen Abfalles und meistens geringen Aktivitäten, nur schwer zu vermeiden. Da in den im ganzem ausgeführten ca. 50 Versuchen, gleichviel ob der Abfall durch die Gesamtstrahlung oder nur durch β-Strahlen gemessen wurde, der höchste erhaltene Wert der Halbierungszeit des RaC_2 1,45 min war, muß ich die in der Arbeit von Hahn und Meitner vorkommenden Werte von 2,5 min der Unsicherheit der Versuche bei den ihnen zur Verfügung stehenden geringen *RaC*-Mengen zuschreiben. Es läßt sich dann aber auch nicht aus ihren Beobachtungen, die für die Halbierungszeit Werte zwischen 1 min und 2,5 min ergaben, schließen, daß das RaC_2 aus einem Produkt von über 2 min und einem von wenigen Sekunden Halbierungszeit zusammengesetzt sei. Ich konnte auch nicht beim schnellsten Arbeiten sichere Anzeichen für die Existenz eines solchen kurzlebigen Produktes im *RaC* beobachten, woraus ich als obere Grenze der Halbierungszeit eines eventuell vorhandenen dritten Elementes im *RaC* ca. 10″ angeben kann.

Wenden wir uns jetzt der vom RaC_2 ausgesandten Strahlung zu. Um die Frage zu entscheiden, ob RaC_2 außer den oben nachgewiesenen β-Strahlen nicht auch α-Strahlen emittiert, wurden folgende Absorptionsversuche ausgeführt. Bei diesen mußte selbstverständlich die Absorbabilität des immer vorhandenen *RaC* in Rechnung gezogen werden. Es wurden für dieselbe Platte, die den Rückschlag gesammelt hat, Messungen abwechselnd mit und ohne Folien so schnell wie möglich ausgeführt. In Fig. 3 sind durch *a* und *d* die direkten Messungen ohne Filter bezw. mit Einschaltung von zwei Zinnfolien wiedergegeben. Als Ordinaten sind die Logarithmen der Aktivität, ausgedrückt in Skalenteilen pro Minute, als Abszissen die Zeit eingetragen.

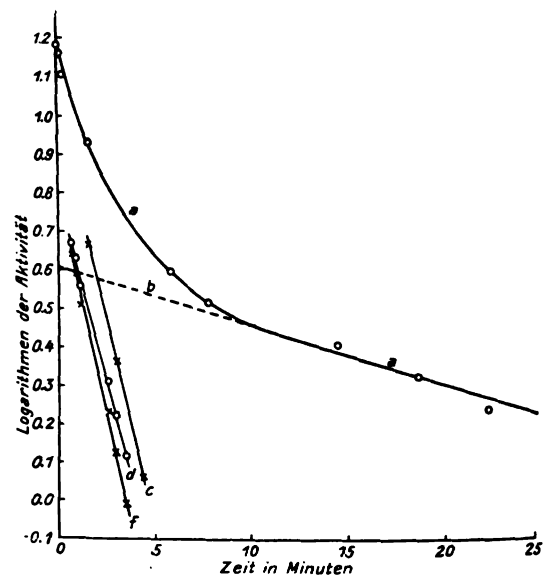


Fig. 3. Absorptionsversuch an RaC_2.

Kurve *a* entspricht dem Abfalle der Aktivität ohne Einschaltung von Folien, *b* ist das zurückextrapolierte logarithmische Endstück, das vom *RaC* herrührt. Als Differenz der sich entsprechenden Aktivitäten von *a* und *b* erhält man auf Logarithmenpapier die Gerade *c*, die den Abfall des RaC_2 ohne Filter darstellt (Halbierungszeit 1,4 min). Die schwach gekrümmte Kurve *d* stellt, wie erwähnt, den beobachteten Abfall der Ionisation dar unter Einschaltung der zwei oben erwähnten Zinnfolien. Da von der

Strahlung des RaC, wie experimentell gefunden wurde, diese zwei Folien 9 Proz. durchlassen, muß man jeden Wert der Kurve d um 9 Proz. der entsprechenden Werte der Ionisation auf dem extrapolierten logarithmischen Endstück b vermindern, um die richtigen dem RaC_2 zukommenden Ionisationen zu erhalten. Man bekommt dann die Gerade f (wiederum eine Halbierungszeit von 1,4 min). Vergleicht man endlich die sich für gleiche Zeiten entsprechenden Ionisationen auf c und f, so zeigt sich, daß durch zwei Zinnfolien von der Gesamtstrahlung des RaC_2 58 Proz. durchgelassen werden. In gleicher Weise wurden Versuche mit einer Zinnfolie und mit Aluminiumfiltern ausgeführt. Folgende Tabelle gibt die Resultate wieder. Zum Vergleich sind die Absorptionsverhältnisse des RaC als Ganzes bei Benutzung derselben absorbierenden Substanzen angegeben. Die für RaC_2 gewonnenen Zahlen sind wegen der Schwierigkeit der Versuche auf einige Prozente unsicher.

	RaC	RaC_2
Ohne Schirme	100,0	100
1 Zinnfolie	38,2	84
2 Zinnfolien	9,1	58
0,0130 mm Aluminium	33,3	95
0,0608 mm Aluminium	1,21	85

Man erkennt sofort, daß im RaC_2 keine α-Strahlen vorliegen können, denn während z. B. bei Benutzung von 0,0608 mm Aluminium beim RaC, welches sowohl α- als β-Strahlen aussendet, die Gesamtaktivität auf 1 Proz. zurückgeht, beträgt sie im Falle des RaC_2 noch 85 Proz. Es ist also als sicher zu betrachten, daß das RaC_2 nur β-Strahlen aussendet.

Absorbierbarkeit der β-Strahlung des RaC_2.

Es war nun die Frage nach der Absorbierbarkeit dieser β-Strahlen von großem Interesse. Bekanntlich werden die β-Strahlen des ganzen RaC nicht nach einem einfachen Gesetz von der Form $J_d = J_0 e^{-\lambda d}$, wo d die Dicke der absorbierenden Schicht, λ eine für die gegebene Strahlung und das Absorptionsmaterial charakteristische Konstante ist, absorbiert. H. W. Schmidt (l. c.) hat vielmehr gezeigt, daß sich diese Strahlung in zwei zerlegen läßt, eine weiche und eine härtere, von welchen jede nach obigem Gesetz absorbiert wird; er gab für die λ die Werte 53 cm^{-1} und 13 cm^{-1} für Aluminium an. Es war ja diese Tatsache der komplexen Natur der β-Strahlung des RaC, welche Hahn und Meitner annehmen ließ, daß das RaC keine einfache Substanz ist und welche zur Entdeckung des RaC_2 führte.

Bei der Ausführung dieser Absorptionsversuche habe ich hauptsächlich darauf Wert gelegt, unter möglichst identischen Bedingungen die Absorption der β-Strahlen des RaC (Periode 19,5 min) mit der der β-Strahlen des RaC_2 zu vergleichen. Die störende Wirkung der α-Strahlen des RaC wurde dadurch ausgeschaltet, daß alle Messungen mit dickeren Filtern mit den Messungen durch ein Aluminiumblatt von 0,0640 mm Dicke, das alle α-Strahlen absorbierte, verglichen wurden. Das hatte auch den Vorteil, daß im Falle des RaC_2 bei Benutzung dieser Filterdicke, wie oben erwähnt, reine logarithmische Kurven erhalten wurden. In Fig. 2 geben c und d einen derartigen Versuch wieder. d entspricht dem Abfall der Ionisation mit 0,0640 mm Aluminium, c mit 0,250 mm Aluminium für dieselbe Platte. Vergleicht man die Ionisation in beiden Fällen für einen beliebigen Zeitpunkt, so erkennt man, daß durch 0,250 mm Aluminium 60 Proz. der Strahlung durchgehen, welche 0,0640 mm durchsetzt hat. Derartige Versuche mußten sehr schnell ausgeführt werden, um auf beiden Geraden genügend Punkte zu erhalten für eine einigermaßen sichere Ermittelung ihrer gegenseitigen Lage. Das war bei nicht großen Aktivitäten oft sehr schwierig, so daß ich den Resultaten für RaC_2 keine größere Genauigkeit wie 5—10 Proz. zuschreiben möchte. Nachfolgende Tabelle gibt die Resultate wieder, wobei wiederum die Messungen an RaC denen an RaC_2 gegenübergestellt sind. Die meisten Zahlen sind Mittel aus zwei oder drei Versuchen.

Dicke des Aluminium in mm	Ionisation RaC	Ionisation RaC_2
0,064	100	100
0,127	84	83
0,190	72	73
0,250	61	60
0,374	47,5	45,5

In Fig. 4 sind die Logarithmen der Ionisation als Ordinaten, die Dicken der Aluminiumfilter als Abszissen gewählt. Die Kreuze und die ausgezogene Kurve entsprechen der Absorbierkeit der β-Strahlen des RaC in meiner Versuchsanordnung, die Kreise beziehen sich auf das RaC_2.

Sowohl aus obiger Tabelle, als auch aus der Figur ersieht man, daß die Unterschiede in der Absorbierbarkeit der ganzen β-Strahlung des RaC und der des RaC_2 allein in die Grenzen der Versuchsfehler fallen. Die gestrichenen Geraden stellen den Verlauf der Absorption dar, wie sie sich gestalten müßte, wenn dem RaC_2 nur die weiche oder die harte Strahlung des RaC zukäme. Diese Geraden sind unter Verwendung der von

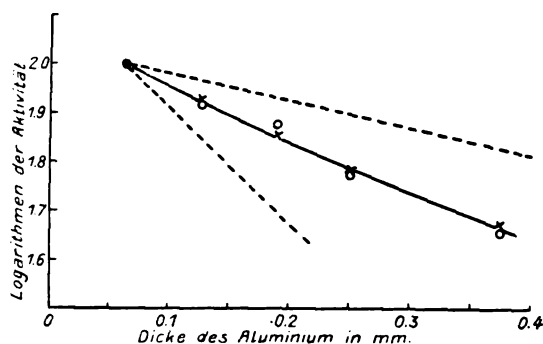


Fig. 4. Absorption der β-Strahlung des RaC_2.

Schmidt durch rechnerische Zerlegung gefundenen Koeffizienten 53 cm^{-1} und 13 cm^{-1} gezeichnet. Es ist klar, daß die Abweichung der experimentellen Werte von jeder dieser Geraden viel zu groß ist, um annehmen zu können, daß nur die eine oder die andere Strahlung dem RaC_2 zukommt. Es ist also auch die β-Strahlung des RaC_2 als komplex anzusehen, wenn man den Standpunkt vertritt, daß eine einheitliche Strahlung nach einem einfachen exponentiellen Gesetz absorbiert wird.

Ich möchte bemerken, daß ich obige Versuche nicht für ausreichend halte, um aus ihnen den Schluß ziehen zu können, daß die Absorbierbarkeit der β-Strahlung des RaC_2 vollkommen identisch mit der des RaC ist. Denn einerseits ist der untersuchte Filterdickenbereich nur ein kleiner, anderseits die Versuchsfehler ziemlich groß. Mit den durch Rückschlag gewinnbaren nur äußerst kleinen Mengen von RaC_2 war mir eine vollkommenere Untersuchung dieser Frage kaum möglich. Sollten aber die geplanten Versuche, das RaC_2 durch irgendeine Methode in größeren Mengen zu erhalten, erfolgreich sein, so werde ich die Frage ausführlicher in Angriff nehmen. Es soll dann auch untersucht werden, ob das RaC_2 γ-Strahlen aussendet.

Ausgiebigkeit der Rückstoßwirkung.

Die Schwierigkeit der ganzen Untersuchung bestand zum größten Teil darin, daß die durch Rückschlag erhaltenen RaC_2-Aktivitäten nur sehr gering waren. Um genau berechnen zu können, welchen Teil aller entstehender RaC_2-Atome man durch Rückstoß auf der sammelnden Platte erhält, nehmen wir an, daß die ganze β-Aktivität des RaC dem RaC_2 zukommt und das aus einem Atom RaC_1 ein Atom RaC_2 entsteht. Man muß dann nur die β-Aktivität der ursprünglichen Platte mit RaC mit der des RaC_2 vergleichen. Ich gebe hier einen derartigen Versuch an. Die Nickelplatte enthielt zu Beginn der Exposition eine Menge von reinem RaC, welche 3,4 mgr $RaBr_2$ im Gleichgewichte entsprach. Die β-Strahlenanfangsaktivität des daraus durch 5 min lange Exposition erhaltenen RaC_2 entsprach 4,3 Skalenteilen pro Minute. Zur Eichung des Elektroskopes wurde nun folgendermaßen verfahren: dieselbe Nickelplatte wurde nach ca. 4—5 Stunden unter identischen Bedingungen, wie die Platte mit RaC_2 durch β-Strahlen gemessen. Sie gab 270 min nach dem Beginn der Exposition 6,4 Skalenteile pro Minute. Da zu dieser Zeit das RaC $2{,}3 \times 10^{-4}$ mgr $RaBr_2$ entspricht, entsprach die Anfangsaktivität des RaC_2 $1{,}55 \times 10^{-4}$ mgr $RaBr_2$. Da nun aus 3,4 mgr RaC während der 5 min langen Exposition RaC_2 in einer 2,7 mgr $RaBr_2$ entsprechenden Menge sich bildet und durch Rückstoß höchstens die Hälfte aller sich bildenden Atome zu erhalten sind, ist die Ausgiebigkeit des Rückstoßes in diesem Falle

$$\frac{1{,}55 \times 10^{-4}}{1{,}35} = 1{,}1 \times 10^{-4}.$$

Dieses Verhältnis der erhaltenen zu den zu erwartenden Aktivitäten an RaC_2 variierte je nach meistens unkontrollierbaren Umständen; die hier angegebene Zahl entspricht der oberen Grenze der erhältlichen Quantitäten. Wurde aber z. B. die Nickelplatte während der Abscheidung des RaC sichtlich oxydiert, so verminderte sich die Ausbeute an RaC_2 stark.

Vergleicht man nun diese maximale Ausbeute an RaC_2 mit den Ausbeuten, die man in anderen bekannten Fällen eines Rückstoßes durch α- oder β-Strahlen unter den von mir benutzten Bedingungen erhält, so sieht man, daß der Rückstoß von RaC_2 aus RaC_1 vielmehr an einen β- als einen α-Strahlenrückstoß erinnert. Hahn und Meitner fanden, daß man beinahe die Hälfte aller aus RaA entstehender RaB-Atome auf einer negativen Elektrode, die einer Platte mit RaA gegenüber gesetzt ist, sammeln kann. Ebenso sind die auf diese Weise erhältlichen Quantitäten von $AktC$ und ThD von derselben Größenordnung wie die während der Expositionszeit aus $Akt\,B$ bezw. ThC gebildeten[1]). Für den Rückstoß durch β-Strahlen dagegen, wie man ihn im Falle der Bildung des RaC aus RaB hat, finden Hahn und Meitner, daß die Ausbeute des Rückstoßes ca. $^1/_{1000}$ ist[2]). Die von mir angestellten Versuche mit RaB ergaben einen noch kleineren Wert von ca. $^1/_{10000}$. Wie ersichtlich, stimmen die Resultate mit RaC_2 sehr nahe mit denen

1) O. Hahn, Jahrbuch der Radioaktivität und Elektronik **7**, 303, 1910.

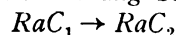
2) Ber. d. Deutsch. Physik. Gesellschaft **11**, 60, 1909.

bei einem β-Rückstoß beobachteten überein. Daraus schloßen ja auch Hahn und Meitner, daß das RaC_1 β-Strahlen aussenden müsse und die α-Strahlen des RaC dem RaC_2 zuzuschreiben wären.

Nun schließen aber meine obigen Versuche die Möglichkeit aus, daß das RaC_2 α-Strahlen aussendet. Außerdem geht aus ihnen deutlich hervor, daß die α-Strahlen auch nicht einem eventuell vorhandenen unbekannten dem RaC_2 folgenden Produkt zukommen können. Die Halbierungszeit eines solchen müßte jedenfalls kleiner als 19,5 min sein, denn das RaC als Ganzes fällt mit dieser Periode ab, gleichgültig ob der Abfall durch α-, β- oder γ-Strahlen gemessen wird. Nun könnte einerseits dieses Element sehr kurzlebig sein (Halbierungszeit von wenigen Sekunden), so daß sein Abfall durch den viel langsameren von RaC_2 verdeckt sein würde. Dann müßte aber das mit 1,4 min Halbierungszeit abfallende Produkt diese α-Strahlen seines Nachfolgers aufweisen, was, wie oben gezeigt wurde, nicht der Fall ist. Anderseits könnte dieses hypothetische Produkt eine Halbierungszeit von wenigen Minuten haben; in diesem Falle müßte man durch entsprechend lange Exposition eine α-Aktivität erhalten können, die ca. 100 mal so groß ist, wie die β-Aktivität des RaC_2. Es wurde früher gezeigt, daß dies auch nicht möglich war. Es bleibt also nur die Annahme übrig, daß das α-Strahlenprodukt vor RaC_2 aus RaB entsteht, also wohl mit dem RaC_1 — von 19,5 min Halbierungszeit — identisch ist. Dieser Schluß wurde durch die Aufnahme einer Anstiegkurve der α-Aktivität aus reinem RaB ausgehend, von Dr. Makower und mir vollkommen bestätigt.

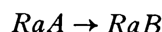
Wir stoßen hier auf einen Widerspruch. Denn während aus der Verteilung der Strahlen folgt, daß der Rückstoß des RaC_2 aus RaC_1 durch Aussendung von α-Strahlen bedingt ist, erinnert die Ausbeute der Rückstoßwirkung ganz an einen β-Strahlenrückstoß. Dieser Widerspruch kann auch nicht beseitigt werden durch die Annahme eines sehr kurzlebigen Produktes zwischen RaC_1 und RaC_2; schreibt man diesem α-Strahlen zu, so würde es sich ja bei der Bildung von RaC_2 um einen α-Rückstoß handeln. Sendet es aber β-Strahlen aus, so ist zwar die Bildung des RaC_2 mit einem β-Rückstoß verbunden, die Entstehung des kurzlebigen Produkts aus RaC_1 wäre aber durch α-Strahlen begleitet und es müßte sich dieses und aus ihm entstehend das RaC_2 in Mengen, wie sie einem α-Rückstoß entsprechen, erhalten lassen.

Die schon erwähnte Abhängigkeit der RaC_2-Mengen von der Beschaffenheit der Nickeloberfläche legte den Gedanken nahe, ob nicht diese geringen Ausbeuten an RaC_2 der Vorbehandlung der Nickelplatte, die ja immer mit einer Säurelösung in Berührung gebracht werden mußte, zuzuschreiben wäre. Es wurden deshalb Rückstoßversuche mit Aluminiumblechen, die direkt der Radiumemanation exponiert wurden, ausgeführt, es zeigte sich aber, daß man aus gleichen RaC-Quantitäten in beiden Fällen gleiche RaC_2-Aktivität erhält[1]). Ich habe auch versucht, die Rückstoßwirkung bei dem Prozesse



$$RaC_1 \rightarrow RaC_2$$

direkt mit der im Falle der Umwandlung



$$RaA \rightarrow RaB$$

zu vergleichen. Zu diesem Zwecke wurde mit der Abscheidung von RaC aus der Lösung des aktiven Beschlages nicht wie gewöhnlich 1 Stunde gewartet, sondern die Nickelplatte befand sich in der Lösung zwischen der 20. und 30. Minute nach der Zeit der Entfernung der Emanation aus der Röhre. In dieser Zeit betrug die Menge des RaA noch $^1/_{100}$—$^1/_{1000}$ der ursprünglichen. Ein Teil des RaA setzte sich auf der Nickelplatte nieder, was ich dadurch nachweisen konnte, daß nach 6 Stunden die Halbierungszeit der Aktivität auf der Nickelplatte nicht wie gewöhnlich 19,5 min, sondern 21 min war, woraus man berechnen kann, daß zur Zeit der Abscheidung das RaC eine Beimengung an RaB von ca. $^1/_{1000}$ seiner Menge enthielt. Da sich RaB sogar in diesen Beträgen auf Nickel nicht absetzt, rührt diese Beimengung von der Zersetzung einer gleichen Menge von RaA her. Nun wurde der Rückstoßversuch zwischen der 13. und 20. Minute nach Herausnahme der Nickelplatte aus der Lösung ausgeführt. Die in dieser Zeit auf der Nickelplatte noch befindliche RaA-Menge betrug nur noch ca. $^1/_{20\,000}$ bis $^1/_{100\,000}$ der RaC-Menge. Diese winzige Quantität genügte aber, um den Abfall der durch Rückschlag erhaltenen Aktivität stark zu beeinflussen. Es zeigte sich, daß neben dem RaC_2 auf der Platte auch RaB vorhanden war, dessen Menge, in Atomen gerechnet, nur etwa zweimal kleiner war, als die des RaC_2. Es ist hier also das Verhältnis der Ausgiebigkeit des Rückstoßes im Falle von RaB und von RaC_2 von der Größenordnung 10^4. Da sich aber das RaA und RaC unter identischen Bedingungen befanden, ist es nicht möglich, die geringen Effekte bei der RaC_2-Gewinnung der Oberflächenbeschaffenheit der Nickelplatte zuzuschreiben.

Auch in den mit Dr. Makower ausgeführten

1) Kurve d in Fig. 1 gibt den Abfall der so erhaltenen Aktivität wieder, wie ersichtlich, überwiegt hier die α-Aktivität des vom Rückstoß aus RaB herrührenden RaC_1 sehr stark die β-Aktivität des RaC_2.

Vakuumversuchen[1]) haben wir auch nicht mehr von RaC_2 erhalten können als das oben angegebene Maximum meiner Versuche.

Das Fehlschlagen aller obiger Erklärungsmöglichkeiten für die minimalen Wirkungen dieses α-Rückstoßes deutete darauf hin, daß es sich im Falle der Umwandlung

$$RaC_1 \rightarrow RaC_2$$

nicht um einen gewöhnlichen Zerfall mit Aussendung von α-Partikeln handeln kann. Um der Frage von einer anderen Seite näher zu treten, habe ich auf folgende Weise die Beziehung des RaD zu RaC_1 und RaC_2 untersucht.

Rückstoß des RaD aus RaC.

Zur Entscheidung der Frage, ob man aus RaC durch Rückstoß RaD, dessen Anwesenheit durch die wachsende Aktivität von RaE und RaF nachgewiesen werden kann, erhalten kann, wurde in gewohnter Weise der Rückstoß, der von einer Nickelplatte mit RaC kommt, gesammelt, die Exposition dauerte aber nicht wie in früheren Versuchen nur einige Minuten, sondern man ließ das Feld wirken, bis das RaC praktisch vollständig abgefallen war. Die sammelnde Platte war am Ende der Exposition inaktiv. Nach einem Tage war die Platte schon merklich aktiv und die Aktivität wuchs von Tag zu Tag an. Ich habe drei derartige Versuche ausgeführt. Den einen vor $2^1/_2$ Monaten mit einer RaC-Menge, die 6 mgr $RaBr_2$ entsprach, zwei andere vor einem Monat mit 44 mgr und 14 mgr RaC. Das Verhalten der drei, den Rückstoß sammelnden Platten entspricht ganz der Annahme, daß auf ihnen RaD sich befindet und daß die wachsende Aktivität zum kleinen Teil dem RaE, hauptsächlich aber dem RaF (Polonium) zukommt. Durch entsprechende Eichung des Elektroskopes konnte ich finden, daß die durch Rückstoß erhaltene RaD Menge ca. 25 Proz. des ganzen RaD bildet, die durch Zersetzung des RaC entstand. Das bedeutet eine Rückstoßausbeute von 50 Proz., die ganz einem gewöhnlichen α-Strahlenrückstoß entspricht.

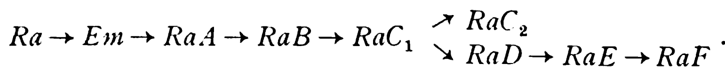
Auf die detaillierte Beschreibung dieser Versuche und Berechnungen werde ich in einiger Zeit zurückkommen, wenn die Aktivität der Platten genügend groß geworden ist, um aus ihr genaue quantitative Schlüsse ziehen zu können.

Betrachten wir nun die Konsequenzen der hier mitgeteilten Tatsachen. Nehmen wir an, daß die Umwandlungen des RaC, wie in allen bis jetzt untersuchten Fällen, linear verlaufen, daß also die radioaktive Zerfallsreihe durch das Schema:

$$RaB \rightarrow RaC_1 \rightarrow RaC_2 \rightarrow RaD$$

dargestellt ist. Für das durch Rückstoß erhaltene RaD sind dann zwei Quellen denkbar. Erstens könnte es aus dem RaC_2 entstehen, welches durch Rückstoß aus RaC_1 auf die Platte gelangt, zweitens könnte das RaD bei seiner Entstehung aus RaC_2 durch direkten Rückstoß transportiert werden. Nun haben wir aber gezeigt, daß das RaC_2 auf die den Rückstoß sammelnde Platte nur in einer Menge gelangt, die im besten Falle im Verhältnis wie $0{,}55 \cdot 10^{-4}:1$ zu der aus RaC_1 entstehenden steht, wenn man die Annahme macht, daß aus einem Atom RaC_1 beim Zerfall ein Atom RaC_2 entsteht. Diese kleine Menge kann also unmöglich als Quelle der großen Quantität des RaD dienen. Was die zweite erwähnte Möglichkeit anbetrifft, so würde sie ja bedeuten, daß während durch einen α-Strahlenrückstoß aus RaC_1 nur ganz geringe Mengen von RaC_2 sich erhalten lassen, man eine Ausbeute von 50 Proz. im Falle eines Rückstoßes durch β-Strahlen bei der Umwandlung des RaC_2 in RaD bekommt, da ja das RaC_2 nur β-Strahlen aussendet. Dies würde aber den bisherigen Erfahrungen und allem, was wir über die Energie der α- und der β-Partikel wissen, sehr widersprechen.

Es ist dann aber die Möglichkeit, daß sich RaD aus RaC_2 bildet, überhaupt ausgeschlossen, und es bleibt nur die Annahme übrig, daß RaD aus RaC_1 unmittelbar entsteht. Da aber auch RaC_2 aus RaC_1 seinen Ursprung nehmen muß (dafür spricht unter anderem auch die Tatsache, daß die Mengen des RaC_2, die man von einer gegebenen Platte mit RaC zu verschiedenen Zeiten durch Rückschlag erhält, mit der Periode des RaC_1 abfallen), gelangen wir zu folgendem Schema für die Radiumfamilie:



$$Ra \rightarrow Em \rightarrow RaA \rightarrow RaB \rightarrow RaC_1 \begin{array}{l} \nearrow RaC_2 \\ \searrow RaD \rightarrow RaE \rightarrow RaF \end{array}.$$

Die Annahme einer gleichzeitigen Zersetzung eines radioaktiven Elementes nach zwei Richtungen bedeutet nicht die Einführung eines neuen Gedankens in die Theorie der radioaktiven Umwandlungen. Sie wurde schon für die Erklärung des Zusammenhanges des Aktiniums mit der Uranradiumfamilie von Rutherford[1]) herangezogen. Auch F. Soddy[2]) hat die Möglichkeit kürzlich diskutiert. Ex-

1) Vergl. S. 378.

1) Radioaktive Umwandlungen S. 176, 1907.
2) Phil. Mag. **18**, 739, 1909.

perimentell ist aber eine Spaltung einer radioaktiven Reihe erst durch die obigen Versuche zum ersten Male nachgewiesen.

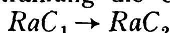
An die hier vertretene Ansicht knüpfen sich nun unmittelbar folgende Fragen an:

1. welcher Teil des RaC_1 wandelt sich in RaC_2 und welcher in RaD um;
2. was entsteht aus RaC_2 bei seinem Zerfall;
3. mit welcher Strahlung sind die beiden Arten der Zersetzung des RaC_1 verbunden.

Was die erste Frage anbetrifft, so scheinen noch nicht ganz abgeschlossene Versuche, die gemeinschaftlich mit Dr. Makower ausgeführt wurden, zu zeigen, daß von der ganzen β-Strahlung des RaC nur ein kleiner Teil dem RaC_2 zukommt, was für eine starke Begünstigung der Bildung des RaD, verglichen mit der des RaC_2, spricht.

Vielleicht wird die Untersuchung der zweiten Frage ergeben, daß Aktinium der Abkömmling des RaC_2 ist. Die bisherigen Versuche, das Aktinium aus Uran zu erhalten, haben ja kein sicher positives Resultat ergeben[1]).

Die dritte Frage endlich läßt sich jetzt nur so weit beantworten, daß die Bildung des RaD aus RaC_1 wohl mit α-Strahlen verbunden ist, wofür die Ausgiebigkeit des Rückstoßes spricht. Durch welche Strahlung die Umwandlung



$$RaC_1 \rightarrow RaC_2$$

begleitet ist, läßt sich augenblicklich nicht entscheiden; vielleicht werden Versuche über die Absorbabilität[2]) des rückgestoßenen RaC_2 hier einen Aufschluß liefern.

Versuche, betreffend die oben aufgeworfenen Fragen, sind im hiesigen Laboratorium im Gange.

Zum Schlusse soll noch die Tatsache kurz diskutiert werden, daß bei allen Rückstoßversuchen mit RaC das 19,5-min-Produkt mit RaC_2 erhalten wurde. Eine direkte Infektion der sammelnden Platte halte ich für ausgeschlossen. Ebenfalls kann es sich hier nicht um einen Rückstoß aus einer eventuell vorhandenen Verunreinigung des RaC durch RaB handeln; denn eine solche müßte ca. 1 Proz. des RaC betragen, um als Quelle der erhaltenen RaC-Mengen dienen zu können; Abfallsmessungen des auf Nickelplatten abgeschiedenen RaC, 6—7 Stunden nach der Herstellung, ergaben aber, daß zurzeit der Exposition eine eventuelle Beimengung von RaB jedenfalls unterhalb 0,5 Promille des RaC lag.

Es bleiben dann noch zwei Möglichkeiten übrig. Entweder handelt es sich um ein mechanisches Mitreißen des RaC z. B. durch das zurückgestoßene RaD, was denkbar wäre, wenn die RaC-Atome auf der Nickelplatte nicht in einfacher Schicht verteilt wären, sondern auch übereinander zu liegen kämen[1]). Zweitens käme hier vielleicht eine Verdampfung des RaC in Betracht, was nicht ganz unwahrscheinlich ist, wenn man bedenkt, daß die Mengen des RaC die auf der sammelnden Platte erhalten wurden, nur $^1/_{10}$, der auf der Nickelplatte sich befindenden betrugen. Diese Frage soll bei Gelegenheit durch systematische Versuche bei verschiedenen Temperaturen entschieden werden.

Zusammenfassung der Resultate.

1. Der Befund von Hahn und Meitner, daß das RaC komplex sei und außer des RaC_1 mit der Halbierungszeit 19,5 min wenigstens ein kurzlebiges Produkt RaC_2 enthält, wurde bestätigt.

2. Als Halbierungszeit dieses RaC_2 wurde 1,38 min gefunden. Seine radioaktive Zerfallskonstante ist 0,084 $\sec^{-1}$.

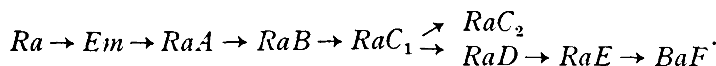
3. Das RaC_2 sendet bei seiner Zersetzung β-Strahlen aus, deren Absorbierbarkeit innerhalb der Versuchsfehler von 5—10 Proz. mit der der ganzen β-Strahlung des gewöhnlichen RaC in dem untersuchten Intervalle zwischen 0,06—0,36 mm Aluminium übereinstimmt.

4. Da die α-Strahlung des RaC weder dem RaC_2 noch einem ihm eventuell folgenden Produkt zukommen kann, wurde sie dem RaC_1 zugeschrieben.

5. Die β-Strahlenaktivität des durch Rückstoß erhältlichen RaC_2 beträgt ca. $^1/_{20000}$ der des als Quelle dienenden RaC.

6. Aus RaC kann man durch Rückstoß RaD erhalten in einer Menge, die ca. 25 Proz. aller gebildeten RaD-Atome entspricht.

7. Aus 3, 5 und 6 ergibt sich, daß das RaD nicht aus RaC_2, sondern direkt aus RaC_1 entsteht, was für die Radiumfamilie folgendes Schema ergibt:



$$Ra \rightarrow Em \rightarrow RaA \rightarrow RaB \rightarrow RaC_1 \begin{array}{l} \nearrow RaC_2 \\ \rightarrow RaD \rightarrow RaE \rightarrow RaF \end{array}$$

Herrn Prof. Rutherford spreche ich für die Anregung zu dieser Arbeit und die liebenswürdige Unterstützung meinen besten Dank aus.

1) Vergl. F. Soddy, Phil. Mag. **20**, 342, 1910.

2) Vergl. L. Wertenstein, Le Radium **7**, 228, 1910; und W. Makower u. S. Ruß, Phil. Mag. **19**, 100, 1910.

1) Vergl. darüber W. Makower u. S. Ruß (l. c.).

Anhang.

Über den Rückstoß des RaC_2 im Vakuum.

Von Kasimir Fajans u. Walter Makower.

Im Anschluß an die vorstehende Untersuchung des einen von uns haben wir Versuche über den Rückstoß des RaC_2 im Vakuum angestellt, um zu sehen, ob man nicht größere Quantitäten von RaC_2 erhalten könne, als es unter Atmosphärendruck möglich ist. Hahn und Meitner[1]) geben an, daß sie im Vakuum stärkere Aktivitäten erhalten haben.

Die Ausführung unserer Versuche geschah auf die in der Arbeit von Makower u. Ruß[2]) beschriebene Weise. Als Quelle diente auf kleinen Nickelplatten abgeschiedenes RaC; die sammelnde Platte befand sich in einem Abstand von ca. 2 mm von der Nickelplatte. Der Druck schwankte um $^3/_{1000}$ mm. Die Exposition dauerte gegen 5 min.

Als Ergebnis unserer Versuche können wir angeben, daß sich vom RaC_2 im Vakuum keine größeren Mengen erhalten ließen, als die maximale von Fajans unter Atmosphärendruck mit Benutzung eines elektrischen Feldes erhaltenen. Das Resultat war auch ganz unabhängig, ob wir (im Vakuum) mit oder ohne Anlegung eines elektrischen Feldes von 100 Volt gearbeitet haben.

Für die Halbierungskonstante des RaC_2 bekamen wir auch nicht größere Werte wie 1,4 min[3]).

Der einzige Unterschied zwischen unseren Resultaten und denen von Fajans bestand darin, daß wir vom RaC auf der sammelnden Platte im Vakuum bis 50 mal größere Mengen erhielten, als dieser beim Arbeiten unter Atmosphärendruck fand; so daß sogar bei Messungen nur mit β-Strahlen der Abfall nicht durch einfache exponentielle Kurven (vergl. Fig. 2 a, b, c, d, S. 371), sondern durch Kurven von der Form der von Fajans bei Messung der Gesamtstrahlung erhaltenen (vergl. Fig. 1, S. 371) dargestellt war.

Wir halten es nicht für unwahrscheinlich, daß diese Erscheinung der Flüchtigkeit des RaC zuzuschreiben sei, denn während wir durch Erhöhung der Temperatur (beim Arbeiten unter Atmosphärendruck mit elektrischem Felde) die Ausgiebigkeit des Rückstoßes des RaC_2 nicht merklich erhöhen konnten, stieg die erhaltene RaC-Menge dadurch bedeutsam an.

1) Diese Zeitschr. **10**, 697, 1909.
2) Phil. Mag. **19**, 100, 1910.
3) Vergl. S. 372.

Manchester, Physikalisches Laboratorium der Universität, März 1911.

(Eingegangen 27. März 1911.)

Nachweis von β-Strahlen bei Radium D.

Von O. v. Baeyer, O. Hahn und L. Meitner.

Mit 1 Tafel (IV).

In der Reihe der radioaktiven Substanzen werden einige wenige als „strahlenlos" bezeichnet. Es sind dies nach dem jetzigen Stande unserer Kenntnis das Radium D, Mesothorium 1 und das Aktinium. Diese Substanzen lassen bei der Untersuchung mit den üblichen elektroskopischen Methoden keinerlei Strahlung erkennen.

Da es im höchsten Grade unwahrscheinlich ist, daß diese „strahlenlosen" Produkte wirklich keine Strahlung emittieren, so lag es nahe anzunehmen, daß die ausgesandte Strahlung so wenig durchdringend ist, daß sie sich mit den gebräuchlichen elektroskopischen Mitteln nicht nachweisen läßt.

Dagegen schien es aussichtsreich, auf photographischem Wege nach solchen β-Strahlen zu suchen, worauf schon früher hingewiesen wurde[1]).

Tatsächlich war ja auch die β-Strahlung des ThX, die elektroskopisch nur mit großer Mühe nachweisbar war[2]), photographisch leicht erkenntlich gemacht worden[1]).

Von diesen Betrachtungen ausgehend haben wir zunächst eines der strahlenlosen Produkte, das Radium D, untersucht.

Die Anordnung war dieselbe, wie sie in den früheren Arbeiten der Verfasser verwendet wurde. Das Präparat, Radium $D + E + F$, wurde in einer Glasrinne von etwa 0,2 mm Breite und Tiefe untergebracht und dann im Magnetfeld exponiert.

Eine der erhaltenen Photographien zeigt die Figur[3]). Man erkennt den unabgelenkten α-Strahl, an den sich ein verwaschenes Band anschließt; in größerem Abstand sieht man zwei deutlich getrennte Streifen, die auf eine sehr weiche -Strahlung schließen lassen.

Die α-Strahlen rühren von einem kleinen Prozentsatz Polonium her; der größte Teil des Poloniums war bei der Herstellung des Radium D abgetrennt worden. Das verwaschene, schwach abgelenkte Band gehört den β-Strahlen von Radium E an, während die stark abgelenkten Streifen dem Radium D zuzuschreiben sind.

Daß diese Streifen nicht etwa auch vom Radium E herrühren, wurde durch zahlreiche Aufnahmen mit Radium E allein bewiesen, die immer nur das verwaschene Band erkennen ließen.

Die Bestimmung von $H \cdot \rho$ für die beiden

1) O. v. Baeyer und O. Hahn, diese Zeitschrift **11**, 488—493, 1910.
2) O. Hahn und L. Meitner, diese Zeitschrift **11**, 493—497, 1910.
3) Siehe Tafel IV.

Streifen des Radium D ergab die Werte 680 bezw. 550. — Die Geschwindigkeiten der beiden Strahlengruppen ergeben sich hieraus zu $\beta = 0,37$ bezw. $\beta = 0,31$ (die Lichtgeschwindigkeit = 1 gesetzt). Man hat es hier also schon mit gewöhnlichen Kathodenstrahlen zu tun.

Diese Strahlen sind so langsam, daß sie auf direktem elektroskopischem Wege sicher nicht nachgewiesen werden können.

In einer kürzlich erschienenen Arbeit berichtet Kovarik[1]) gelegentlich eingehender Untersuchungen über die Absorption und Reflexion der β-Strahlen auch über eine weiche β-Strahlung beim Radium $D + E$, die er dem Radium D zuschreibt. Kovarik berechnet aus seinen Kurven den Absorptionskoeffizienten zu 130. Die von uns photographisch nachgewiesenen β-Strahlen des Radium D können aber unmöglich einen Absorptionskoeffizienten in der von Kovarik angegebenen Größenordnung besitzen, da, wie noch nicht veröffentlichte photographische Aufnahmen mit Radium ergeben, ihre Geschwindigkeit etwa nur die Hälfte von der der β-Strahlen des eigentlichen Radiums beträgt und der Absorptionskoeffizient der Radium-β-Strahlen in Aluminium von Hahn und Meitner zu 312 bestimmt worden ist.

Durch den Nachweis von β-Strahlen beim Radium D bleiben unter den 28 bekannten radioaktiven Produkten nur noch zwei strahlenlose übrig.

Zum Schlusse möchten wir noch erwähnen, daß wir ähnlich wie beim Radium $D + E$ auch für Radium selbst und dessen rasch zerfallenden aktiven Niederschlag photographische Aufnahmen gemacht und stets diskontinuierliche Spektra erhalten haben. Die Aufnahmen sind indes vorläufig zu schwach, um reproduzierbar zu sein.

Physikalisches Institut } der Universität Berlin.
Chemisches Institut }

1) A. F. Kovarik, Phil. Mag. (6) **20**, 849—866, 1910.

(Eingegangen 25. März 1911.)

Apparat zur Aufnahme und Demonstration von Resonanzkurven.

Von F. Kock.

Es ist schon früher mehrfach ein auf einer Scheibe befestigtes rotierendes Geißlerrohr benutzt worden, um Vorgänge in Schwingungskreisen zu untersuchen, so z. B. um den Unterschied einer Erregung des Schwingungskreises durch gedämpfte oder ungedämpfte Schwingungen zu zeigen[1]).

Eine Erweiterung dieser Anordnung stellt die Konstruktion eines Wellenmessers dar, welcher speziell nur für die Verwendung bei ungedämpften Schwingungen geeignet ist[2]).

Im Verlaufe der nachfolgenden Arbeit ist nun gezeigt, daß sich durch Verwendung einer rotierenden Glimmlichtröhre nach Gehrcke unter speziellen Umständen eine Aufnahme von Resonanzkurven bei gedämpften und ungedämpften Schwingungen erzielen läßt und bei genügend großer Ausführung der Glimmlicht-

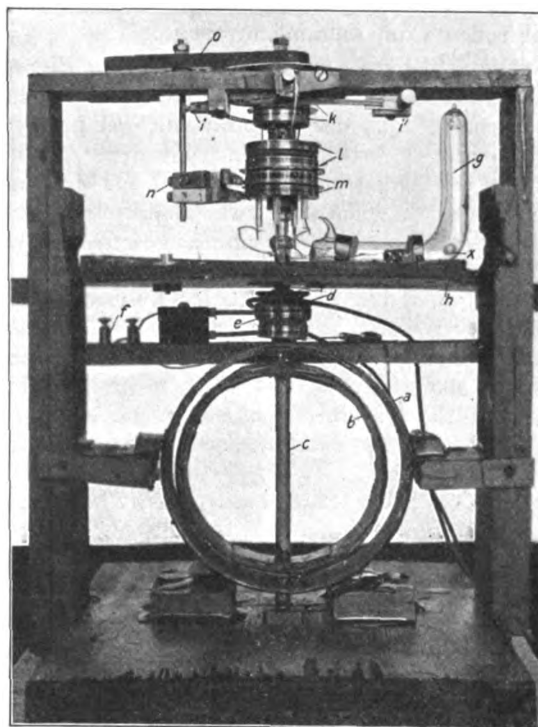


Fig. 1.

röhre der Apparat gut geeignet ist, in einfacher Weise eine Demonstration von Vorgängen in Schwingungskreisen vor einem größeren Auditorium vorzunehmen. Gleichzeitig ist eine Wellenmessung möglich und läßt sich eine bessere Feststellung von den etwa in einer Funkenstrecke auftretenden Partialentladungen als im rotierenden Spiegel und bei Verwendung von Röhren, bei denen die Leuchterscheinungen nicht an den Elektroden selbst beobachtet werden, erzielen.

Fig. 1 zeigt eine Ausführung des Apparates. Derselbe besteht aus einem Selbstinduktions-

1) Kiebitz, Verh. d. Phys. Ges. S. 103, 1910
2) Hirsch, Jahrbuch f. d. Telegraphie **3**, 250, 1910.

variometer mit auswechselbaren Spulen *a* und *b*. Die äußere *a* ist fest, die innere kleinere *b* kann durch eine Achse *c* mit Schnurlauf *d* zur Rotation gebracht werden. Die Verbindung zwischen beiden Spulen ist durch Schleifringe *e* und Schleiffedern hergestellt. An den Klemmen *f* wird das Variometer in den Schwingungskreis eingeschaltet. Auf der Achse *c* befindet sich ferner eine größere Holzscheibe *h*, auf der eine Glimmlichtröhre *g* mit senkrecht zueinander stehenden Elektroden angebracht ist. Die Stromzuführung zum Rohr erfolgt durch die Klemmen *i* mittelst der Schleifringe und Bürsten *k*. Ferner sind auf der Achse *c* noch zwei Schleifringe *l* angebracht zur Stromzuführung für zwei Hilfselektroden *x* im Glimmlichtrohr.

Die Schleifringe *m* mit den Bürsten *n* dienen als Unterbrecher für den Primärstrom des Induktoriums, falls der Apparat mit gedämpften Schwingungen arbeiten soll. Zu dem Zwecke ist eine der Schleifringscheiben ganz aus Messing, die andere dagegen aus zwei Halbkreisstücken aus Messing und Fiber zusammengesetzt, so daß pro Umdrehung des Apparates eine Stromunterbrechung und ein Funke in der Funkenstrecke erzielt wird. Die zugehörigen Bürsten sind an einem Hebelarm *o* befestigt. Dieser gestattet einen Winkelraum von fast 180° zu bestreichen, wodurch die Unterbrechungen an beliebig gewünschten Stellen während einer Umdrehung erfolgen können.

Vor dem Apparat (bei der Aufnahme entfernt) in Höhe des Rohres ist noch eine mit einem Liniennetz in $^1/_2$ cm Abstand nach Art des Millimeterpapieres geteilte Glas- oder Zelluloidtafel angebracht (siehe die Aufnahmen), so daß bei photographischen Aufnahmen der Kurven gleichzeitig ein Koordinatennetz mit aufgenommen wird. Auch bei einem Nachzeichnen der Kurven, was am besten auf durchsichtigem Zelluloid mittels Feder und Tusche geschieht, ist die Festlegung markanter Punkte hierdurch erleichtert. Da bei Resonanzkurven immer nur positive Werte für Ordinaten in Betracht kommen, ist die eine Hälfte des Glimmlichtrohres (siehe Fig. 1) aus Platzersparnis umgebogen und dient der umgebogene Rohrschenkel gleichzeitig zur sicheren Befestigung auf der Holzscheibe. Die beiden Elektroden stehen, wie schon oben erwähnt, hierdurch senkrecht zueinander.

Verwendet wurden Röhren mit verschiedenen Elektroden, doch sprachen die Röhren mit Stickstoffüllung und Aluminiumelektroden bei den, bei kontinuierlichen Schwingungen in Frage kommenden verhältnismäßig niederen Spannungen am leichtesten an[1]). Die Elektrodenlänge beträgt in unserm Falle 10 cm, die Breite 0,5 cm (s. Fig. 1).

Die Glimmlichtröhre und die innere Spule *b* werden durch Schnurantrieb vermittels eines Elektromotors zur Umdrehung gebracht und zwar genügen ca. 20 Umdrehungen pro Sekunde, um gute Bilder zu erhalten. Das Variometer ließ bei der aufgebrachten Wicklung eine Änderung der Selbstinduktion von 55000—270000 cm bei einer Drehung um 180° zu. Es lassen sich die Spulen leicht auswechselbar herstellen, auch läßt sich statt der rotierenden Selbstinduktion ein rotierender Kondensator verwenden, so daß man bezüglich etwa notwendiger Kopplungsspulen im Schwingungskreis größere Freiheit hat. Fig. 2 zeigt eine Eichkurve des Variometers, welche fast eine gerade Linie darstellt.

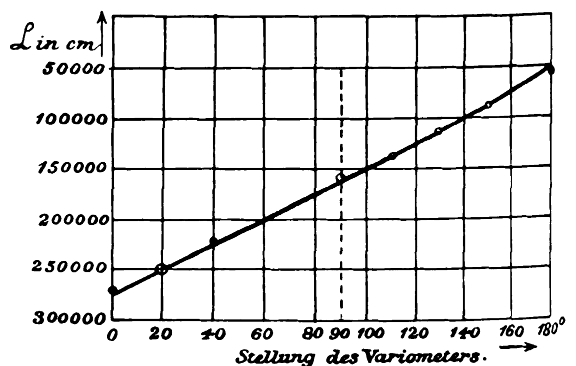


Fig. 2.

Es wurde bei den Untersuchungen der vorhandenen Spulen wegen bei einer Wellenlänge von $\lambda = 1050—1550$ m gearbeitet.

Es lassen sich beim Arbeiten mit dem Apparat zwei Schaltungen des Glimmlichtrohres verwenden (Fig. 3a, b), indem man dasselbe entweder direkt an den im Meßkreis befindlichen Kondensator legt (*a*), oder das Glimmlichtrohr mittels einer Kopplungsspule induktiv erregt (*b*), wie dies auch sonst bei den gebräuchlichen Anzeige-Instrumenten in Schwingungskreisen meistens der Fall ist. Die erste Schaltung gibt, bei ungedämpften Schwingungen angewandt, wegen der durch das Glimmlichtrohr bewirkten großen Dämpfung stark deformierte Kurven, wobei die Abszissen sehr vergrößert erscheinen, d. h. die leuchtende Fläche größer wird, und sich diese Schaltung für Demonstrationszwecke besser eignet. Die zweite Schaltung gibt eine mehr undeformierte Kurve, welche aber bei ungedämpften Schwingungen sehr geringe Breite hat

1) Es sind noch Versuche mit anderen Gasfüllungen im Gange, um zu ermitteln, ob sich Helium etc. wegen des geringen Kathodenfalls nicht besser eignet als eine Füllung mit Stickstoff. Es wird dann wahrscheinlich die später erwähnte Hilfsentladungsstrecke im Rohr überflüssig werden.

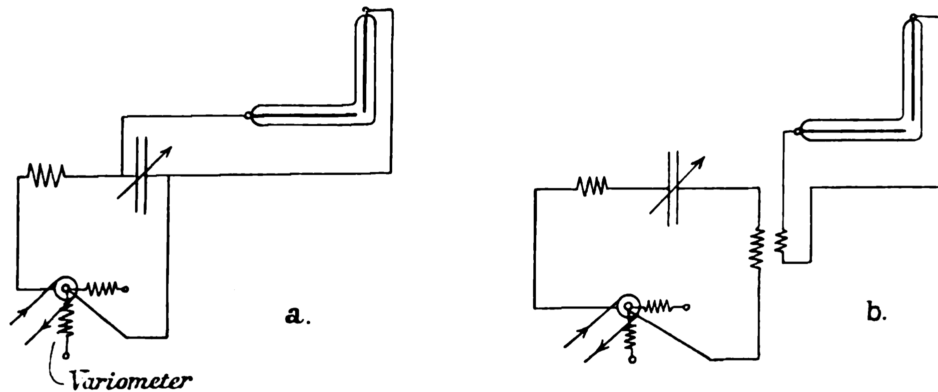


Fig. 3.

und sich daher nicht so gut zu Demonstrationszwecken eignet, falls der Meßkreis geringe Eigendämpfung besitzt. Es wurde zuerst mit liegendem geraden Rohr nach Schaltung *a* gearbeitet. Die erhaltenen Kurven zeigt Fig. 4. Man sieht,

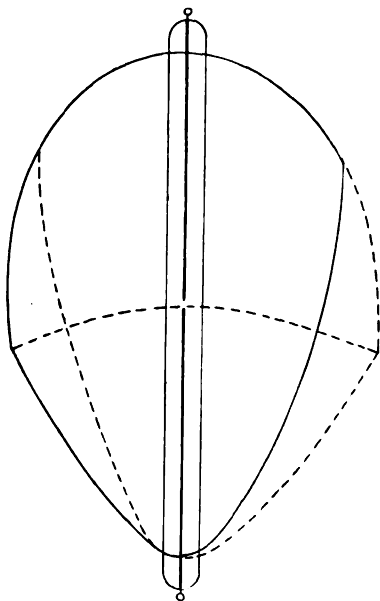


Fig. 4.

daß die Kurven deformiert erscheinen, da infolge der auf verschiedenen Kreisumfängen liegenden Kurvenpunkte diese mit verschiedenen Geschwindigkeiten rotieren und eine Deformation eintreten muß. Es läßt sich aber durch einfache geometrische Konstruktion aus der deformierten Kurve die undeformierte gewinnen. Gleichzeitig zeigt die Figur, daß die Kurve nicht vollständig aufgenommen wird, sondern nur zu ca. $^3/_4$ und zwar fehlt jeweils das in der Drehrichtung des Rohres liegende erste Viertel. Man muß daher, wenn man die Kurven vollständig haben will, den Apparat in zwei Richtungen laufen lassen, was leicht durch Umschaltung der Magnetwicklung des Elektromotors mittels Wippe geschehen kann. Über den Grund des Fehlens von einem Teil der Resonanzkurvenfläche wurden keine weiteren Versuche angestellt. Vermeiden läßt sich dieser Mangel durch einen Kunstgriff, welcher in der Einführung zweier Hilfselektroden in das Glimmlichtrohr besteht (Fig. 1 x), die in der Nähe des Zwischenraumes der Glimmlichtelektroden angebracht sind, und durch eine Hochspannungsbatterie erregt werden können, so daß eine

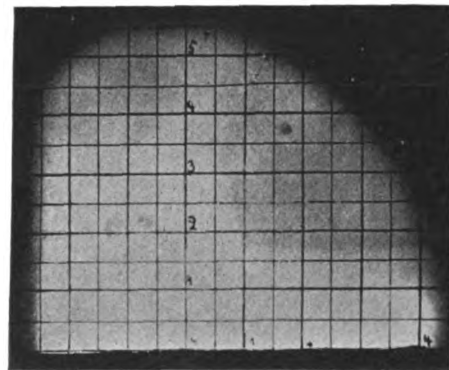


Fig. 5.

kleine Entladung zwischen ihnen vorhanden ist, und sich infolgedessen im Rohr Ionen befinden, welche das Einsetzen der Entladung an den großen Elektroden begünstigen, wodurch sich die Glimmlichtschicht leichter an ihnen ausbildet. Fig. 5 zeigt die mit vertikalem Rohr nach Schaltung *a* erhaltenen Kurven und zwar ist Fig. 5 ohne Hilfsentladung, Fig. 6 mit Hilfsentladung aufgenommen, wenn der Schwingungskreis durch ungedämpfte Schwingungen erregt wurde. Die Hilfselektroden können, beim Arbeiten mit ungedämpften Schwingungen, auch direkt an den primären Lampenkreis unter Ver-

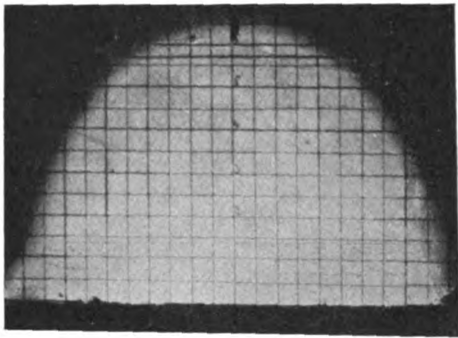


Fig. 6.

wendung geeigneter Vorschaltwiderstände angeschlossen werden. Die erhaltenen Kurven sind natürlich für Meßzwecke unbrauchbar. In Fig. 7 sind beispielsweise zwei Kurven übereinander aufgenommen. Die Begrenzungslinie der kleinen

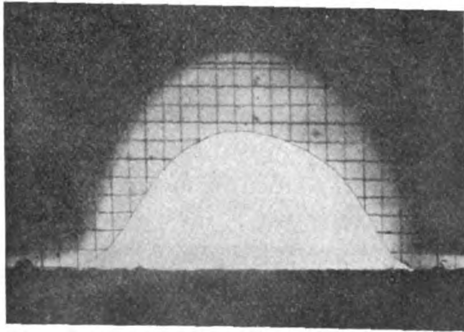


Fig. 7.

helleren Fläche zeigt die Wirkung eines im Meßkreis eingeschalteten Widerstandes von $4,5\ \Omega$.

Um Kurven zu Meßzwecken zu erhalten, muß man das Glimmlichtrohr induktiv erregen. Fig. 8 zeigt die erhaltenen Kurven für ungedämpfte Wellen. Fig. 9a zeigt ferner eine Re-

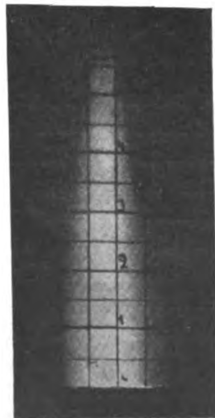


Fig. 8.

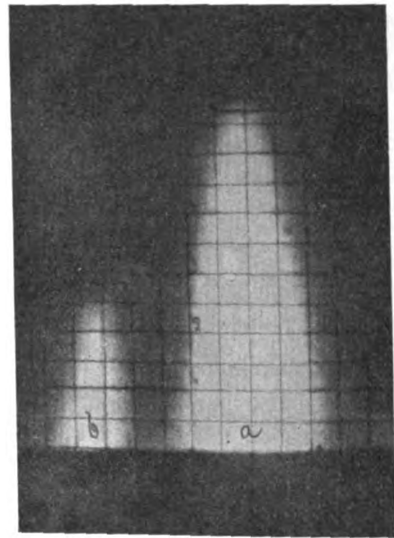


Fig. 9.

sonanzkurve bei ungedämpften Wellen und die Wirkung, (b) die durch Einlegen eines massiven Eisenringes in die Selbstinduktionsspule des primären Schwingungskreises erzielt wurde, d. h. die geringere Energieübertragung auf den Meßkreis und die Verschiebung der Resonanzkurve, wodurch die Änderung der Wellenlänge und damit des Wertes der Selbstinduktion im Primärkreise gezeigt wird. Es lassen sich derartige Vorgänge mit dem Apparat gut demonstrieren und auch photographisch aufnehmen. Als Expositionszeit genügen bei lichtstarken Objektiven 2 Minuten.

Da die durch photographische Aufnahmen erhaltenen Kurven immer große Übereinstimmung zeigten, so wurde untersucht, ob sie sich zur rechnerischen Auswertung eigneten. Es wurde versucht, die Eigendämpfung des Meßkreises aus den Aufnahmen zu bestimmen. Da bei den Resonanzkurven des Stromeffekts die effektiven Werte des Stromes, bzw. diesen proportionale Ausschläge in Betracht kommen, so wurde das Glimmlichtrohr mittels eines Thermoelementes für verschiedene Längen der Glimmlichtschicht auf der Kathode geeicht. Fig. 10 zeigt die erhaltenen Eichkurven für ein Paar zylindrischer *Al*-Elektroden von 2,5 mm Durchmesser bei *N*-Füllung. Die Eichung wurde schnell ausgeführt, nachdem das Rohr längere Zeit in normalem Betrieb gewesen und sich bezüglich der Erwärmung konstante Verhältnisse ausgebildet hatten. Die Eichung wurde mit Schwingungen von der Frequenz, bei denen das Rohr nachher benutzt wurde, vorgenommen. Aus den aufgenommenen Kurven ergeben sich dann neue mit veränderten Ordinaten. Fig. 11 zeigt in der

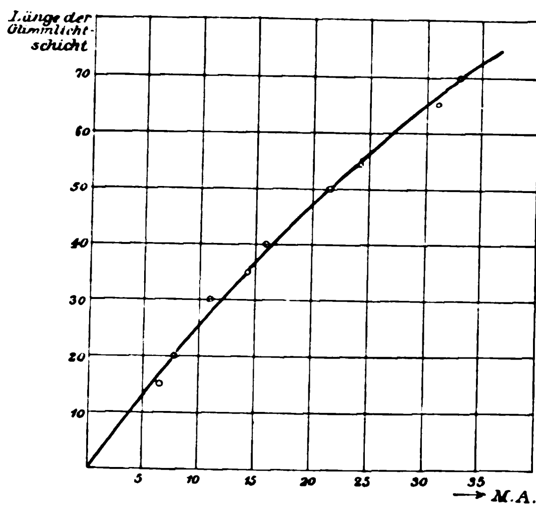


Fig. 10.

ausgezogenen Resonanzkurve die durch photographische Vergrößerung aus Fig. 8 gewonnene, während die gestrichelte die durch Eichung des Rohres reduzierte Kurve ergibt. Von einer Reduktion des Abszissenmaßstabes, welcher stattfinden müßte, da die Flächen der Kurvenbilder nicht eben sind, sondern einen Teil eines Zylindermantels bilden, kann bei der geringen Breite der Resonanzkurve in diesem Falle abgesehen werden. Die Konstanten des Schwingungs- und Meßkreises waren folgende:

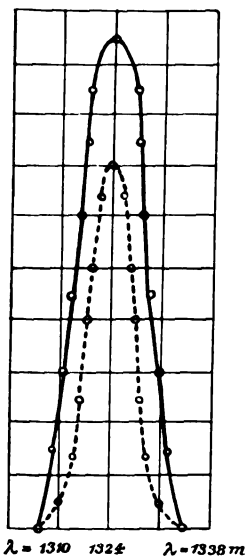


Fig. 11.

primär: $L_1 = 404000$ cm

$C_1 = \quad 1100$ cm $_{\text{stat.}}$

sekundär: $L_{2\text{res}} = 292000$ cm

$C_2 = \quad 1525$ cm $_{\text{stat.}}$ $W_w = 2{,}10\,\Omega$.

Vergleicht man die aus den verschiedenen Ordinaten zwischen 80 und 50 erhaltenen Werte des Dekrements, mit dem nach Formel:

$$d = \pi W \sqrt{\frac{C}{L}}$$

errechneten, unter Berücksichtigung der Widerstandserhöhung der im Schwingungskreis verwendeten Drähte, so ergibt sich aus der Kurve für die Ordinaten:

80	$d = 0{,}0301$
70	292
60	280
50	274
	$d_{\text{mittel}} = 0{,}0287$.

Es ist in diesem Werte für d der Dämpfungsanteil durch das Glimmlichtrohr enthalten, welcher sich in bekannter Weise durch Zuschalten eines Widerstandes, der im Resonanzpunkt dieselbe Verkleinerung des Ausschlages, wie das Glimmlichtrohr hervorbringt, ergibt. Es waren im Falle des vorhin angegebenen Rohres mit runden Elektroden hierzu 1,77 Ω nötig, woraus sich der Dämpfungsanteil durch das Glimmlichtrohr zu $d' = 0{,}0134$ oder die Dämpfung für den Meßkreis allein zu:

$$d = 0{,}0287 - 0{,}0134 = 0{,}0153$$

bestimmt. Der aus der Formel:

$$\pi W \sqrt{\frac{C}{L}}$$

errechnete Wert für die Dämpfung war $d = 0{,}0158$, so daß man nach beiden Methoden eine Differenz von ca. 3,2 Proz. erhält.

Es läßt sich auch ferner bei den Aufnahmen feststellen, ob der Bogen Schwingungen erster Art macht, oder ob ein Erlöschen des Bogens zeitweise stattfindet. In letzterem Falle löst sich die Fläche der Resonanzkurve in einzelne leuchtende Linien auf.

Zur Verwendung bei gedämpften Schwingungen ist das eben geschilderte Verfahren nicht ohne weiteres brauchbar, da falls keine Abhängigkeit zwischen dem Einsetzen des Funkens in der Funkenstrecke und der momentanen Stellung des Rohres geschaffen wird, ein Aufleuchten des Rohres an verschiedenen Stellen erfolgt und kein stillstehendes Bild erzielt wird. Man muß daher den weiter oben geschilderten Kunstgriff anwenden und den Aufnahmeapparat gleichzeitig als Unterbrecher des Primärstromes des Induktoriums ausbilden, und zwar so, daß im allgemeinen, pro Umdrehung eine Unterbrechung und ein Funke in der Funkenstrecke erreicht wird. Dies wird durch die Schleifringe m erzielt, in Verwendung mit dem meßbar verstellbaren Bürstenhalter o. Mittels des Bürstenhalters kann man die Unterbrechung an genau definierten Stellungen des Glimmlichtrohres her-

beiführen und erhält, je nachdem sich das Rohr mehr oder weniger in der Resonanzlage befindet, eine mehr oder minder lange gut stillstehende Glimmlichtschicht auf der Elektrode. Durchläuft man in derselben Weise, wie es früher in der Technik bei Aufnahmen von Wechselstromkurven mit der Joubertschen Scheibe gebräuchlich war, mit dem Bürstenhalter einen entsprechenden Winkelraum, so läßt sich die Resonanzkurve durch verschieden lange leuchtende Ordinaten demonstrieren und auch aufzeichnen oder photographieren. Fig. 12 zeigt das erhaltene Bild. Man zeichnet in diesem Falle besser die Kurve auf, da für jede Ordinate eine Expositionsdauer von 2 Minuten, im ganzen also für die Figur $^1/_2$ Stunde erforderlich ist, während sich beim Aufzeichnen der Kurve diese in einigen Sekunden festlegen läßt. Durch Verbinden der Spitzen der Ordinaten auf den photographischen

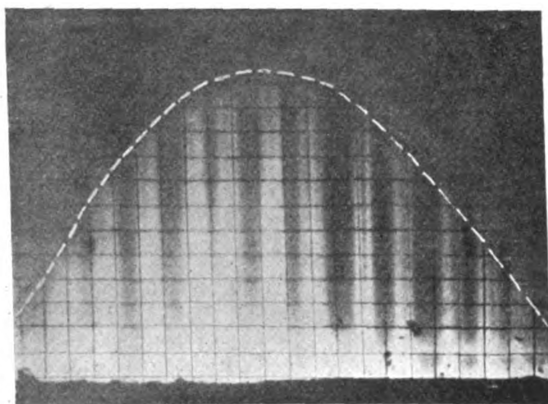


Fig. 12.

Aufnahmen erhält man die Resonanzkurve als solche (siehe Fig. 12). Man muß bei den Elektroden der Funkenstrecke darauf achten, daß sie einen regelmäßigen Funkenübergang zulassen und keine Verzögerung im Einsetzen des Funkens stattfindet, da sonst die leuchtenden Ordinaten nicht völlig stillstehen. Als geeignetes Material für photographische Aufnahmen wurden *Al*-Elektroden gefunden, bei denen das Bild der leuchtenden Elektröde so völlig stillsteht, daß selbst bei längerer photographischer Aufnahme die schmale Kante einer Platten-Elektrode bei der Aufnahme als dunkle Linie zwischen den hellen Streifen des Glimmlichts auf der Platte erscheint. Es ist ferner darauf zu achten, daß die Funkenstrecke so einreguliert wird, daß nur ein Funke pro Umdrehung stattfindet und keine Partialentladungen entstehen, die sich durch mehrfaches Aufleuchten der Röhre, d. h. durch mehrere feststehende leuchtende Ordinaten bemerkbar machen. Man kann daher auch den Apparat zur Untersuchung einer Funkenstrecke auf etwa vorhandene Partialentladungen gebrauchen. Diese Untersuchung läßt sich besser als mit dem rotierenden Spiegel machen, da hier jedes, einem Partialfunken entsprechende Bild völlig stillsteht, was beim rotierenden Spiegel und bei rotierenden Geißlerröhren ohne Elektroden und ohne Anwendung der Kontaktvorrichtung nicht zu erreichen ist. Bei passender Einregulierung der Funkenstrecke und des Primärstromes im Induktorium läßt es sich erzielen, wenn der Bürstenhalter *o* so eingestellt ist, daß der Funke am Anfang der Resonanzkurve in Richtung des Drehsinns der Röhre gedacht, einsetzt, die Resonanzkurve völlig und gleichzeitig durch ein Bild, welches sich aus vielen leuchtenden Ordinaten zusammensetzt, erscheint.

In Fig. 13 sind einige Aufnahmen dargestellt, welche erhalten werden, wenn die Primärstromstärke im Induktorium nach und nach vergrößert wurde.

Bild a gibt eine, b zwei und c drei Entladungen pro Funkenübergang. Es lassen sich in dieser Weise leicht 10—15 Entladungen pro

a b c

Fig. 13.

Funken noch feststellen, desgleichen läßt sich das Überspringen von einer gewissen Anzahl von Partialentladungen in eine um eine Entladung höhere gut demonstrieren.

Fig. 12 zeigt eine Resonanzkurve, welche ohne Partialentladungen in der Funkenstrecke aufgenommen wurde.

Auch aus den für gedämpfte Schwingungen aufgenommenen Kurven wurde versucht, die Dekremente zu berechnen[1]).

Nach Ausführung der Korrektion, durch welche die Überführung der auf einer Zylindermantelfläche liegenden Kurve in eine ebene Fläche bewirkt wird und die in diesem Falle bei der großen Breite der Kurve unerläßlich ist, erhält man aus der ausgezogenen, die gestrichelte Kurve Fig. 14. Aus dieser wiederum

1) Kapazität und Selbstinduktion der Systeme wie früher angegeben.

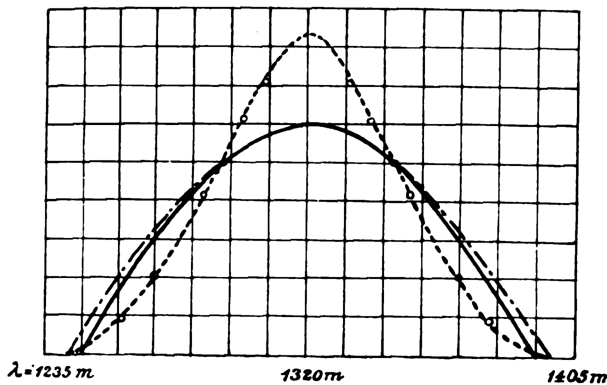


Fig. 14.

durch Reduktion der Ordinaten, entsprechend der Rohreichung, die punktierte richtige Kurve. Wird die Dekrementensumme $d_1 + d_2$ aus den Ordinaten 80 bis 50 dieser reduzierten endgültigen Kurve errechnet, so erhält man:

für die Ordinate 80 $d_1 + d_2 = 0{,}189$
70 182
60 177
50 170

$d_1 + d_{2\,\mathrm{mittel}} = 0{,}181.$

Da die Dämpfung durch das Rohr[1]) in diesem Falle größer war und sich zu 0,0320 bestimmte,

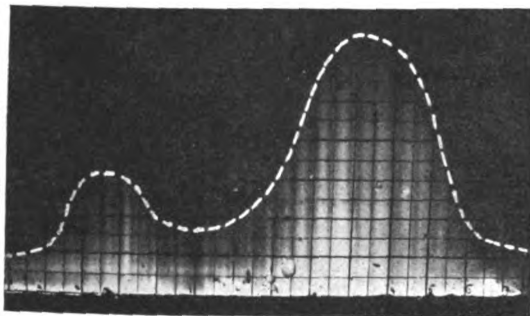


Fig. 15.

während die Dämpfung des Meßkreises ohne Rohr 0,0154 war (s. w. o.), so ist:

$$d_1 = 0{,}181 - 0{,}0476 = 0{,}1334.$$

Man erhält einen Wert von d_1, der für die angewendete Funkenstrecke von 1,5 mm Länge bei einer Kapazität von $1{,}23 \cdot 10^{-3}$ MF gut mit den in der Literatur enthaltenen Angaben übereinstimmt[2]).

Um weiter die Leistungsfähigkeit der Methode zu zeigen, wurden die in gekoppelten Kreisen herrschenden Schwingungen mittels des Apparates aufgenommen, und zwar wurde die

1) Es wurde ein Rohr mit Plattenelektroden verwendet, um größere Helligkeit beim Photographieren zu erzielen.
2) Vergl. Zenneck, El. Schwingungen.

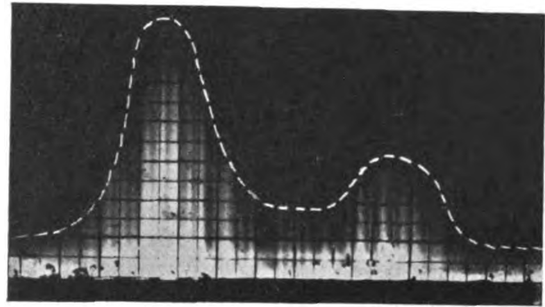


Fig. 16.

von Wien angegebene empfindliche Figur[1]) benutzt, die erhalten wird, wenn mittels Meßkreises die in einem Primärkreise mit Funkenstrecke herrschenden Schwingungen aufgenommen werden, und derselbe gleichzeitig mit einem Sekundärkreis so fest gekoppelt ist, daß in beiden Kreisen die Koppelungswellen entstehen. Die erhaltenen Kurven lassen bekanntlich eine äußerst genaue Abstimmung zwischen Primär- und Sekundärkreis zu.

Fig. 15—17 zeigt die erhaltenen Aufnahmen. In Fig. 15 ist der Primärkreis zu tief, in Fig. 16 zu hoch gestimmt. In Fig. 17 ist genaue Abstimmung erzielt. Um diese Figuren zu er-

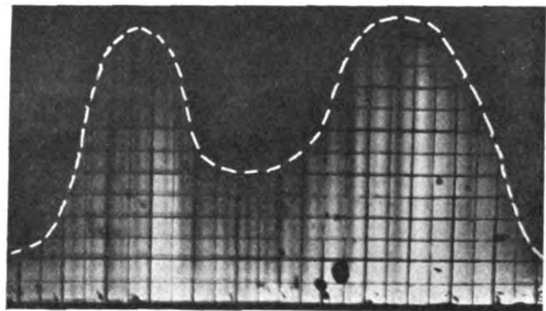


Fig. 17.

halten, wurde der Drehkondensator des Primärkreises jeweils auf:

$$C_1' = 1120\ \mathrm{cm}_{\mathrm{stat.}},\quad C_1'' = 1190\ \mathrm{cm}_{\mathrm{stat.}},\quad C_1''' = 1250\ \mathrm{cm}_{\mathrm{stat.}}$$

eingestellt. Die Konstanten der Systeme waren:

1) $L_1 = 141000$ cm 2) $L_2 = 160000$ cm
$C_1' =$ 1120 „ stat. $C_2 =$ 1050 „ stat.
$C_1'' =$ 1190 „ 3) $C_3 =$ 875 „ stat.
$C_1''' =$ 1250 „

So entsprechen die Figuren den Wellenlängen primär von:

λ_1 791 m
λ_{res} 814 „
λ_2 835 „

1) Wien, Ann. d. Phys. **25**, 26, 1908.

d. h. Fig. 15 einer Verstimmung um 2,84 Proz. zu tief, Fig. 13 einer Verstimmung um 2,59 Proz. zu hoch.

Es ergibt sich also aus den Resultaten, daß für diese feineren Untersuchungen der Apparat noch ausreichend genaue Resultate gibt. Es wurden hier verhältnismäßig große Verstimmungen bei den verschiedenen Aufnahmen gewählt, um große Unterschiede zu erzielen. Es lassen sich selbstverständlich noch bedeutend kleinere Verstimmungen nachweisen.

Charlottenburg, den 15. April 1911.

(Eingegangen 17. April 1911.)

Eine neue Form des geschlossenen Resonators zur Messung der Dämpfung kurzer elektrischer Wellen.

Von M. Levitsky.

Die Dämpfungsmessungen im Falle elektrischer Schwingungen offener Sender bieten bedeutende Schwierigkeiten, welche bei kleinen Dimensionen des Leiters fast unüberwindlich erscheinen. Das zeigen schon die von F. Kiebitz[1]) und die in neuerer Zeit von F. Conrat[2]) ausgeführten Messungen. Die Schwierigkeit stammt hauptsächlich her von der schnell wachsenden störenden Wirkung der benachbarten Leiter; die große Dämpfung der Schwingungen nebst ihrer kleinen Intensität erlaubt schon nicht die bekannten Methoden der Dämpfungsmessung (von V. Bjerknes und P. Drude) zu benutzen und es wird unmöglich, die Dämpfungsdekremente des Primär- und Sekundärleiters zu trennen.

Eine (im allgemeinen wohlbekannte) Methode scheint aber auch hier anwendbar zu sein: man versucht auch bei sehr kurzen Primärwellen einen Empfänger zu finden, dessen Schwingungen man als ungedämpft betrachten kann und dessen Schwingungen in derselben Zeit hinreichend intensiv sind. Dann wird die Resonanzkurve genügend ausgeprägt und, wenn es gelingt, sonstige störende Wirkungen möglichst wegzuräumen, so würde dieselbe die Ausrechnung des Dämpfungsdekrements des Primärleiters ermöglichen.

Denken wir uns einen Hohlraum im Innern eines idealen Metallkörpers und in ihm elektrische Schwingungen durch irgendeine Ursache erregt. Diese elektrischen Schwingungen müssen dann notwendig ungedämpft erfolgen, da die Energie keine Zerstreuung erleidet. Speziell kann der betrachtete Hohlraum der Zwischenraum zwischen zwei ineinander liegenden idealen Metallkörpern sein; hier können wir uns das Fehlen der Dämpfung anschaulich so vorstellen, daß die von einer Metallfläche zurückgeworfene Energie die elektrischen Schwingungen in der anderen immer unterhält. Ein partikulärer Fall solchen Systems ist bekanntlich von J. J. Thomson mathematisch untersucht worden[1]): zwei konzentrische Metallkugeln, von denen die innere im ersten Moment in elektrische Schwingungen versetzt wird, führen gemeinsame elektrische Schwingungen aus, die (im Falle idealer Leiter) ganz ungedämpft sind.

Ein ähnliches System versuchte ich zu benutzen, um einen möglichst ungedämpften Empfänger für kurze elektrische Wellen zu erhalten. Ob ein solches System genügend stark durch Primärwellen erregbar ist, konnte nur durch das Experiment entschieden werden, denn die Verhältnisse sind dabei zu kompliziert, um rechnerisch vorhersagen zu können, ob diejenigen Faktoren, welche im allgemeinen eine Verstärkung des Effekts erwarten ließen, ausschlaggebend sein würden gegenüber den ersichtlich vorhandenen abschwächenden Faktoren. Der innere Körper war ein kurzer, stabförmiger Leiter; die äußere Schale war eine Kugel, die in zwei Versuchen den Durchmesser = 2 und 4 Stablängen hatte[2]). Die Kugel hatte einen rechteckigen Ausschnitt für den Eintritt der Primärstrahlen; die Fläche dieses Ausschnittes war genügend klein im Vergleich mit der ganzen spiegelnden Fläche (die Dimensionen sind unten näher gegeben). Bei solchen Bedingungen konnte man erwarten, daß die von der Existenz der Öffnung stammende Dämpfung genügend klein ist, um vernachlässigt werden zu können.

Die Primärwellen sendete ein stabförmiger Oszillator aus, der nach K. Lindman[3]) konstruiert wurde mit dem Unterschied, daß die Funkenkugeln mit kurzen 1 mm dicken Stiften versehen waren ähnlich dem, wie es bei Laugwitz[4]) geschieht (Fig. 1). Die Dicke des Oszillators betrug 1,05 cm, die Länge konnte verändert werden mittelst der eingeschobenen

1) F. Kiebitz, Ann. d. Phys. **5**, 872, 1901.
2) F. Conrat, Ann. d. Phys. **22**, 659, 1907.

1) J. J. Thomson, Rec. Resear. in El. and Mag. S. 372. Oxford 1893.
2) Bei der Wahl der Dimensionen der äußeren Schale ließ ich mich von der Idee leiten, daß man möglichst günstige Verhältnisse erwarten dürfte, wenn die von der Schale reflektierten Wellen den Oszillator in passender Schwingungsphase antreffen. Nach Abraham (Wied. Ann. **66**, 468, 1898) und F. Hack (Ann. d. Phys. **14**, 539, 1904; **18**, 634, 1905) bilden in der Wellenzone die Wellen eines stabförmigen Oszillators nahezu Ellipsoide, die mit dem Oszillator konfokal sind. Hier wurden sie also durch die Kugelform der Schale approximiert. — Durch äußere Umstände wurde ich leider verhindert, meine Absicht auszuführen, auch noch andere Kugeldimensionen zu prüfen.
3) K. Lindman, Ann. der Phys. **4**, 620, 1901.
4) M. Laugwitz, Phys. Zeitschr. **8**, 378, 1907.

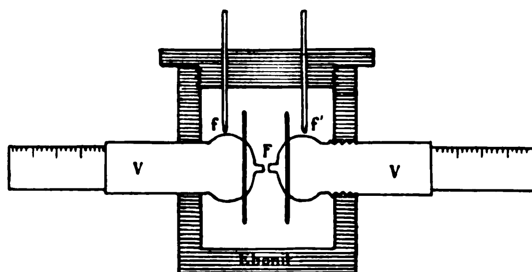


Fig. 1.

Stäbchen (0,87 cm dick) von der Anfangslänge 6,5 cm bis zu 30 cm. Das angewandte Schema zeigt Fig. 2. Das Induktorium I wurde von der Stromzentrale gespeist, der Ölteslatransformator T wurde bei der Konstruktion auf die Wellenlänge 400 m (in der Luft) nach der Drudeschen Formel[1]) berechnet, wie auch die hierzu kommende Kapazität L, die aus sechs Leidener Flaschen verschiedener Größe bestand. Der Teslatransformator gab einen 18 cm langen Funken in der Luft.

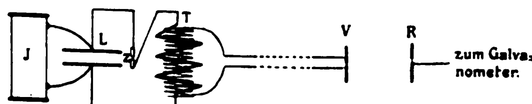


Fig. 2.

Es wurde sorgfältig darauf geachtet, daß alle Leitungsdrähte senkrecht zur Achse des Oszillators gerichtet waren. Alle Apparate außer dem Oszillator wurden auf den Boden gestellt (mit Glas und Paraffin gut isoliert), der Oszillator stand hoch oben so, daß er ungefähr die mittlere Stelle im Zimmerraume hatte. — Das Ebonitkästchen des Oszillators, welches mit der Mischung von Petroleum und Vaselineöl gefällt war, wurde oft gereinigt, wie auch die Funkenspitzen.

Die Wellenlängen des Oszillators für verschiedene Längen der Stäbchen (da bei kleinen Längen sie nicht proportional der Länge des Oszillators waren) waren früher ausgemessen[2]).

Es wurden Experimente mit zwei verschiedenen Resonatoren ausgeführt. Der erste Resonator bestand aus zwei Messingstäbchen, die mit einem Thermoelement vereinigt in einem kleinen Ebonitkästchen befestigt wurden. Das Thermoelement wurde aus Eisen- und Konstantandrähten (0,02 mm dick) konstruiert. Der Widerstand desselben (ausgerechnet) mit den zum Galvanometer leitenden Drähten (gemessen) betrug ca. 6 Ohm. Das Thermoelement befand sich unter atmosphärischem Druck. Die Länge des Resonators war 9,8 cm, die Dicke der Stäbchen betrug 0,76 cm.

1) P. Drude, Ann. d. Phys. **9**, 293, 1902.
2) Siehe meine frühere Arb. in Journ. d. Russ. Phys. Ges. **36**, 276, 1909.

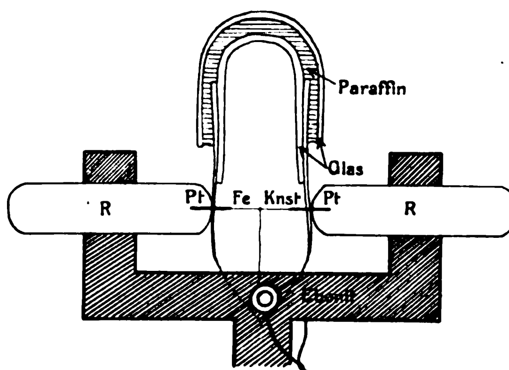


Fig. 3.

Der zweite Resonator, der bei der zweiten Reihe der Versuche diente, zeigt Fig. 3. In eine kurze 2 cm weite Röhre mit einem langen engen Ende wurden vier Platindrähte eingeschmolzen; zwischen den letzten wurde ein Thermoelement (Eisen-Konstantan) gespannt. Die Röhre wurde mittelst einer Kappe mit 2 cm langem Schliff geschlossen; nachdem die Röhre sorgfältig gereinigt und getrocknet wurde (wie bei Brandes[1]), wurde noch ein Gläschen auf die Kappe gesetzt, in welches Paraffin eingegossen wurde. Dann wurde die Luft bis zum guten Röntgenschen Vakuum ausgepumpt und der weite Teil vom langen Ende abgeschmolzen. Das so angefertigte Thermoelement besaß die 18fache Empfindlichkeit des nicht ausgepumpten. — Die Verbindung mit den Resonatorstäbchen sieht man aus Fig. 3. Die Stäbchen konnten verschieden dick genommen werden, die gesamte Länge des Resonators war 10 cm. Der Widerstand des Resonators (ausgerechnet) mit den zum Galvanometer leitenden Drähten betrug ca. 10 Ohm.

Die dünnen Drähte, welche von dem Thermoelement zum Galvanometer führten, wurden zusammengewickelt, gut isoliert und senkrecht zur Achse des Resonators gespannt.

Das Galvanometer, welches bei den ersten Versuchen diente, war ein Du-Bois-Rubenssches Galvanometer alter Konstruktion. Seine Empfindlichkeit (bei 5 Ohm Widerstand und 105 cm Skalenabstand) betrug $1{,}4 \cdot 10^{-9}$A. Bei den Versuchen mit dem zweiten Resonator diente ein Du-Bois-Rubenssches Panzergalvanometer; seine Empfindlichkeit (bei 35,04 Ohm Widerstand und 105 cm Skalenabstand war $4{,}4 \cdot 10^{-10}$A.

1) Brandes, Phys. Zeitschr. **6**, 503, 1905.

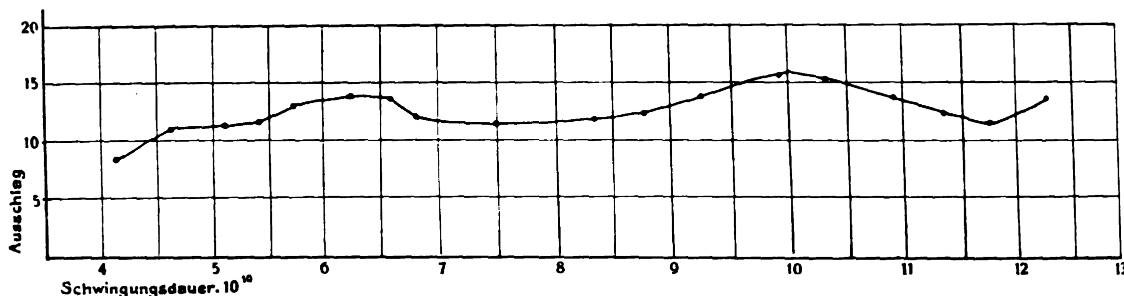


Fig. 4.

Die regulären Beobachtungen fingen nur dann an, wenn sichergestellt war, daß keine bedeutenden Störungen von umgebenden Leitern erfolgen und daß die Ausschläge im Galvanometer nur von den Sekundärschwingungen des Resonators stammen[1]). Wenn im Oszillator kein Funken übersprang, beobachtete man in allen Fällen (d. h. bei anderen Funken und elektrischen Schwingungen in den übrigen Teilen des Systems) keinen Ausschlag im Galvanometer. Es wurden nur die ersten Ausschläge im Galvanometer genommen. Diese Ausschläge blieben bis auf 5 Proz. ihrer Größe konstant. Die Nullpunktwanderungen, die meistens sehr langsam waren, wurden immer berücksichtigt.

In erster Reihe wurden die Versuche mit dem ersten wenig empfindlichen Resonator ausgeführt. Der Resonator lag immer in einer horizontalen Ebene mit dem Oszillator und ihm parallel. Die Resonanzkurve für den Fall, wo der Resonator ganz frei im Abstande von 45 cm vom Oszillator (ohne Spiegel) gestellt wurde, ist auf Fig. 4 gegeben. Man sieht hier zwei Resonanzstellen, welchen die Wellenlängen 19,5 cm und ca. 30 cm entsprechen, indem das zweite Maximum viel deutlicher als das erste aussieht. Diese Erscheinung, welche sich immer wiederholte (für den zweiten empfindlichen Resonator trat sie noch deutlicher hervor) dürfte sich dadurch erklären, daß das zweite Maximum von den Oberschwingungen des verlängerten Oszillators hervorgerufen wurde und daß diese Oberschwingungen sehr intensiv erfolgten.

Die Kugel, welche bei dem ersten Resonator angewandt wurde, war eine Messingkugel mit dem Durchmesser = 10 cm, was angenähert gleich der Halbwellenlänge des Resonators ist, wenn er frei schwingt. Sie bestand aus zwei Halbkugeln, von denen eine eine rechteckige Spalte = 10 × 1 cm hatte. Als der Resonator mit diesen Halbkugeln umgeben wurde, so daß die Öffnung gerade zwischen dem Oszillator und Resonator und ihnen parallel lag und die Mitte des Resonators mit dem Mittelpunkt der Kugel zusammenfiel, trat eine starke Verminderung des Ausschlags ein; falls die Spalte senkrecht zu der Achse des Erregers stand, war diese Verminderung viel geringer, aber auch bedeutend. Bei dieser Anordnung mußten jedenfalls die einfallenden elektrischen Wellen eine starke Beugung um die Kugel herum erfahren. Bei den Versuchen, diesen störenden Einfluß möglichst zu bekämpfen, erwies sich schließlich die folgende Anordnung als sehr günstig: ein ebener großer Zinkschirm wurde unmittelbar vor der Kugel aufgestellt, wobei eine im Schirm angebrachte Öffnung mit der in der Kugel befindlichen Öffnung fast zusammenfiel. Bei dieser Anordnung stiegen die Ausschläge auf so hohe Werte, daß sie diejenigen beim freien Resonator übertreffen[1]).

Demgemäß entschloß ich mich, die Resonanzmessungen bei dieser Anordnung auszuführen. Die sogleich zu besprechenden Messungsresultate scheinen dafür zu sprechen, daß die Komplikationen, die von der Anwesenheit des Schirmes herrühren könnten, nicht entscheidende Bedeutung besitzen. Eine nähere Analyse des Einflusses, den der Schirm ausübt, wäre natürlich erforderlich, war mir aber nicht möglich, weil die mir zur Verfügung stehenden Mittel nicht erlaubten, auf andere Weise genügend intensive Resonanz zu erhalten.

Der Resonator war sehr wenig empfindlich und die Abstände konnten nur klein genommen werden. Der Abstand des ebenen Schirmes von dem Resonator betrug nur 20 cm. Die Erscheinung ist aber so ausgeprägt, daß ich diese Experimente trotzdem für mitteilenswert halte.

In Fig. 5 ist die Resonanz ohne Kugel

1) Die Einzelheiten der Einstellung und Messungen, die zu diesem Zweck vorgenommen wurden, sind hier nicht mitgeteilt.

1) Es wurde dabei festgestellt, daß der Resonator am stärksten anspricht, wenn er in die Mitte der Kugel gestellt wird und daß bei der anderen Form der umgebenden Fläche (ein Zylinder mit der zum Resonator parallelen Achse und ein Zylinder mit der zu demselben senkrechten Achse) die Ausschläge schon kleiner wurden (vgl. oben Anm. S. 386).

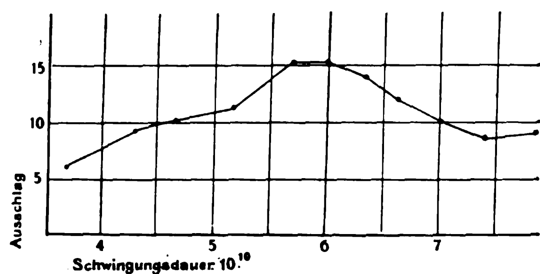


Fig. 5.

hinter dem Schirm gezeigt. Fig. 6 gibt die Resonanzkurve, welche zweimal mit dem in der Messingkugel eingeschlossenen Resonator er-

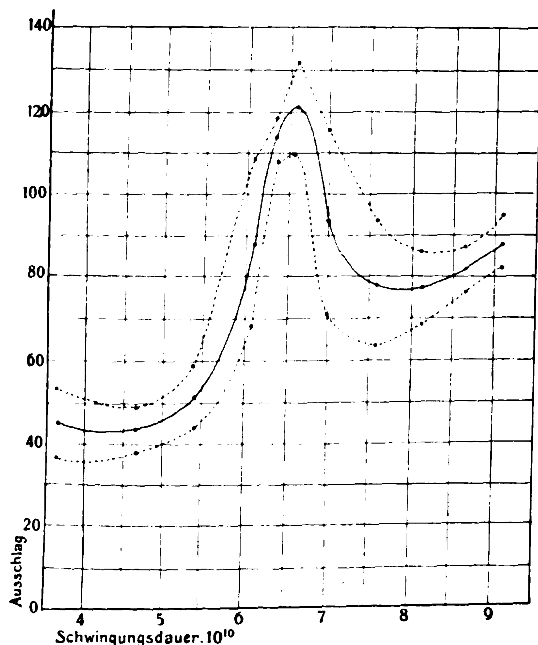


Fig. 6.

sich als Mittel aus vier Zahlen $\lambda = 19{,}6$ cm, $2\omega = 0{,}77\ldots$

Die Größe 2ω muß nach unserer Anschauung (wenn wir auch noch das Joulesche Dekrement des Resonators vernachlässigen) das Dämpfungsdekrement des Erregers allein vorstellen. Nach der Abrahamschen Formel berechnet sich das Strahlungsdekrement eines 8,7 cm (bei der Resonanz) langen und 0,87 cm dicken stabförmigen Oszillators zu 0,816. Die Abweichung von der von uns erhaltenen Größe beträgt höchstens 10 Proz.[1]).

Bei den Versuchen mit dem zweiten empfindlichen Resonator war der ebene Schirm im Abstande 125 cm (Oszillator ohne Spiegel) vom Oszillator gestellt. Der Schirm war so groß, daß er von einer Wand zur anderen und vom Boden fast bis zur Decke reichte. Er hatte eine 105^2 cm große Öffnung, die man durch ein großes Zinkblatt mit Hilfe von vier Blockrollen entweder verdecken oder öffnen konnte. Die Spalte in diesem Zinkblatt hatte die Größe 4×21 cm und stand senkrecht zu der Achse des Oszillators.

Die Resonanzkurve, welche mit geöffnetem großen Fenster aufgenommen wurde, ist auf Fig. 7 gegeben; die Dicke der Resonanzstäbchen beträgt hier 1 cm.

Beim zweiten Resonator wurde eine Zinnkugel von etwa 38 cm Durchmesser und mit der Öffnung 4×21 cm benutzt. Die Resonanzkurven für diesen Resonator in der Zinnkugel zeigt Fig. 8; die Kurve I entspricht der Dicke der Resonatorstäbchen 1 cm; die Kurven II und III wurden aufgenommen, wenn die Resonatorstäbchen 0,7 und 0,4 cm dick waren.

Die ersten Maxima der drei Kurven gaben

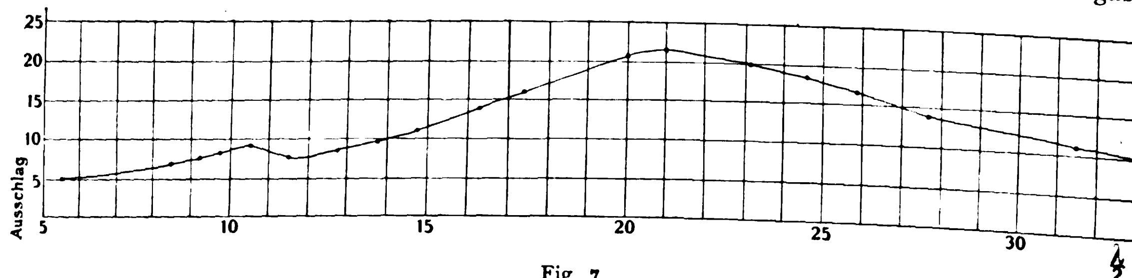


Fig. 7.

halten wurde, indem die Spalte parallel der Oszillatorachse stand.

Die letzte (mittlere) Resonanzkurve ist für die Ausmessungen wohl geeignet. Nach der Bjerknesschen Methode[1]) wurden die Wellenlänge und die Summe der Dämpfungsdekremente beider Leiter ausgerechnet. Es ergab

1) Siehe auch Kiebitz, l. c. S. 893.

für λ — 20,5 cm, für 2ω: 0,81 ..., 0,77 ..., 0,77 ... entsprechend. Die zweiten Maxima geben $\lambda = 46{,}3$ cm und $2\omega = 0{,}90\ldots$, $0{,}94\ldots$, $0{,}88\ldots$ entsprechend.

1) Wir bemerken zugleich, daß der große Zinkschirm und auch die Wände des Kästchens des Erregers eine Verminderung seiner Ausstrahlung verursachen konnten; der Funken im Oszillator müßte eine Vergrößerung der Dämpfung seiner Schwingungen hervorrufen.

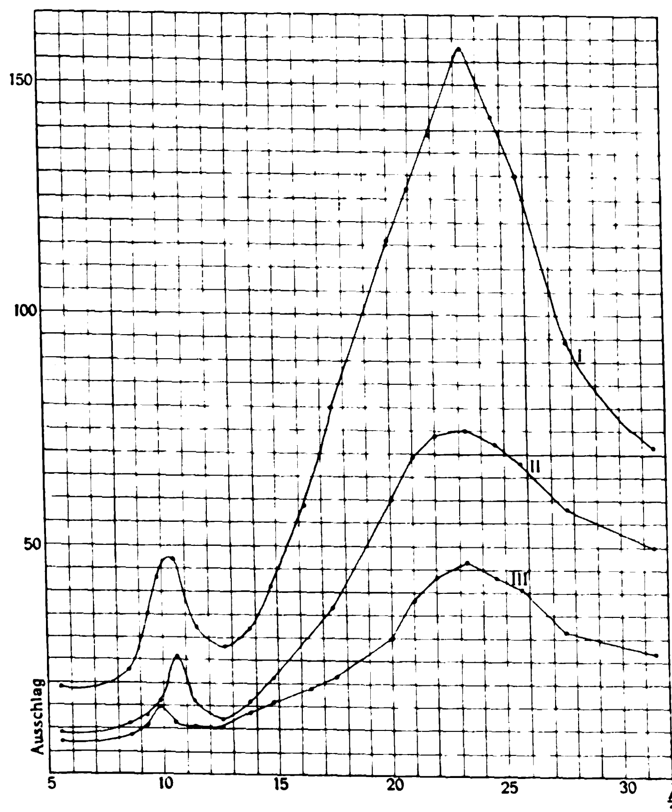


Fig. 8.

Das erste Maximum gibt also immer fast dasselbe 2ω, welches der früher aus der Kurve Fig. 6 erhaltenen Größe nahe liegt; das bestätigt wohl schon die Richtigkeit unserer Anschauung, daß die Dämpfung des Resonators hier fast gar nicht existiert. Es muß hier aber bemerkt werden, daß die ersten Maxima auf Fig. 8 nicht so fest und deutlich waren als die zweiten, und bei den wiederholten Versuchen sich etwas veränderten.

Die zweiten Maxima kann man auf zwei Weisen erklären. Erstens durch die Annahme, daß dieselben dem zweiten Maximum auf Fig. 7 entsprechen, daß wir also die Resonanz auf die Oberschwingungen haben. Zweitens kann man annehmen, daß diese Resonanzstelle durch die Grundschwingungen hervorgerufen wird und durch die Dimensionen der Kugel bestimmt ist. Bei jeder Erklärung stellen aber die aus dem zweiten Maxima berechnete $2\omega = 0{,}9\ldots$ einen zu großen Wert für das Dämpfungsdekrement der erregenden Wellen dar. Denn das Dämpfungsdekrement der Schwingungen zweiter Ordnung eines 18 cm langen und 0,87 cm dicken stabförmigen Oszillators rechnet sich nach der Abrahamschen Formel zu 0,42. Entsprechend der zweiten Erklärung berechnet sich das Dekrement der Grundschwingungen zu 0,658.

Hier liegt also keine Übereinstimmung vor zwischen der aus der Kurve I berechneten Oszillatordämpfung und derjenigen, welche er nach Abraham haben müßte. Da aber die Möglichkeit vorlag, daß die Aufstellung des Oszillators nicht genügend den Voraussetzungen der theoretischen Rechnung entspricht, hingegen der frei aufgestellte Resonator sie eher erfüllt, so lag es nahe, die Kurve I der Fig. 8 in Kombination mit der Fig. 7 zur Berechnung der Dämpfung des freien Resonators zu benützen und mit dessen theoretischem Wert zu vergleichen: das zweite Maximum auf Fig. 7 gibt für die Summe der Dämpfungsdekremente des Oszillators und Resonators die Zahl $2\omega = 1{,}74\ldots$ Nehmen wir also an, daß die faktische Dämpfung der Primärschwingungen durch die Kurve I, Fig. 8 gegeben wird und subtrahieren demgemäß von $1{,}74\ldots$ die Größe $0{,}90\ldots$, so muß die Differenz $0{,}84\ldots$ das Dämpfungsdekrement des freien Resonators darstellen; die Abrahamsche Formel gibt für unseren Resonator das Dämpfungsdekrement 0,816, was der erhaltenen Größe sehr nahe liegt. Die Zahl, welche wir aus Fig. 8 bestimmen, dürfte also wirklich der faktischen Dämpfung der Primärwellen entsprechen.

Zusammenfassend glauben wir berechtigt zu

sein, aus dem Vergleich der Fig. 4, 7 mit den Fig. 6, 8 sowie aus den eben diskutierten Übereinstimmungen zwischen den theoretischen und den aus den Kurven bestimmten Dämpfungsdekrementen zu schließen, daß die Dämpfung der elektrischen Schwingungen eines in eine Kugel eingeschlossenen stabförmigen Resonators sehr klein ist im Vergleich mit dem des freien Resonators und daß derartige Resonatoren ein Mittel geben könnten, die Dämpfung der kurzen elektrischen Wellen zu messen.

Leider sind mir jetzt die Mittel entzogen, die Erscheinung näher zu untersuchen und genauer die Rolle aufzuklären, welche in der Erscheinung einzelne Faktoren, wie besonders die Dimensionen der Kugel und der vor der Kugel aufgestellte Schirm, spielen, und ich bin genötigt, die Arbeit abzubrechen. Zu einer Publikation entschließe ich mich in der Hoffnung, daß es anderen Experimentatoren bei günstigeren experimentellen Hilfsmitteln leicht fallen wird, diese nähere Analyse der Erscheinung durchzuführen.

St. Petersburg, Januar 1911.

(Eingegangen 3. März 1911.)

Untersuchungen über die Reibung beim Schreiben in Ruß.

Von Christof Fleiß.

(Mitteilung aus dem Physikalischen Institute der Universität Graz, Nr. 1.)

Bei vielen Registrierungen wird das Schreiben in Ruß verwendet. Es ist daher, besonders wenn die Kräfte klein sind, für die Korrektion wichtig zu wissen, wie groß die Reibung ist.

Die vorliegenden Untersuchungen verfolgen den Zweck, die Größe der Reibung eines Schreibstiftes in ihrer Abhängigkeit von der Papier-, Rußsorte und dem Auflagedruck zu ermitteln, sowie die Erniedrigung derselben durch die Erschütterung zu studieren.

Um die Größe der Reibung zu bestimmen, wurde ein bifilar aufgehängtes System verwendet, das den Schreibstift trug, der auf dem berußten Papier schrieb. Das System konnte Schwingungen um eine vertikale Achse ausführen, die unter dem Einfluß der Reibung gesetzmäßig abnahmen. Aus dieser Abnahme wurde die Größe der Reibung bestimmt.

Das System war so dimensioniert, daß eine Dämpfung unmerklich war, und daß es bei ausgeschalteter Reibung Bewegungen vollführte, die durch die Formel

$$a = a_0 \sin \frac{2\pi}{T} t$$

dargestellt werden, wobei a den Ausschlag der Zeigerspitze, T die Schwingungsperiode des Apparates bedeutet. War die Bewegung des Systems dem Einfluß der Reibung am Schreibstift ausgesetzt, so nahmen die Amplituden der Schwingungen linear ab und zwar so, daß die Differenz zweier aufeinanderfolgender Amplituden

$$a_n - a_{n+1} = 2r$$

der doppelten „Reibungsbreite“ war. Eine eingehende Auseinandersetzung darüber findet sich in der „Theorie der automatischen Seismographen“ von E. Wiechert.

Bei dieser Ableitung ist vorausgesetzt, daß die Reibung des Schreibstiftes auf der Unterlage konstant ist, daß also kein Unterschied zwischen der Reibung in der Ruhe und in der Bewegung vorhanden und daß die Geschwindigkeit der Schreibfläche gegenüber der Eigengeschwindigkeit des schwingenden Zeigers klein ist.

Daraus, daß sich bei den Versuchen tatsächlich eine lineare Abnahme der Amplituden zeigte, folgt, daß die Voraussetzungen der Theorie mit genügender Genauigkeit zutreffend waren. Der Zusammenhang zwischen der Reibungsbreite r und der Größe der Reibung R ist durch die Gleichung

$$\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 r = \frac{R}{m}$$

gegeben, worin „m“ die resultierende Masse bedeutet, d. h. die Masse, die an der Schreibspitze angebracht zu denken ist, um die des Systems in bezug auf sein Trägheitsmoment Θ zu ersetzen. Bezeichnet ϱ den Abstand der Schreibspitze von der Drehungsachse des Systems, so ist

$$m\varrho^2 = \Theta.$$

Die Bestimmung der Abnahmen der Schwingungsbreiten des Systems wurden mittelst Spiegelablesung durchgeführt. Bezeichnet S_n den Schwingungsbogen in cm gemessen an der Skala und s_n den zugehörigen Schwingungsbogen der Schreibspitze und d den Skalenabstand, so ist

$$s_n = \frac{\varrho}{2d} S_n$$

$$r = \frac{s_0 - s_n}{4n}$$

$$r = \frac{\varrho(S_0 - S_n)}{8dn}$$

und da

$$\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 \cdot r = \frac{R}{m},$$

$$m = \frac{\Theta}{\varrho^2},$$

$$R = \frac{\pi^2 \Theta}{2 T^2 \varrho d} \cdot \frac{S_0 - S_n}{n},$$

$$R = C \cdot \frac{S_0 - S_n}{n} \text{ Dyn}. \qquad (1)$$

Die Zahlenwerte für die einzelnen meßbaren Größen des Systems waren:

$$\Theta = 126{,}10^4 \text{ gr/cm}^2,$$
$$T = 12{,}13 \text{ sec}$$
$$\varrho = 35{,}2 \text{ cm}.$$

Die Entfernung d konnte nicht immer gleich groß eingestellt werden und variierte zwischen den Werten 155 bis 164 cm.

I. Größe der Reibung in Abhängigkeit von der Belastung und Rußsorte.

Im folgenden ist in den Tabellen eine zahlenmäßige Darstellung der Größe der Reibung für verschiedene Papier- und Rußsorten und für verschiedene Auflagedrucke p des Schreibstiftes auf die berußte Papierfläche gegeben. p ist in mgr und R in Dyn angegeben.

Die auf ihren Reibungswiderstand untersuchten zwei Papiersorten sind das eigens zu Registrierzwecken hergestellte Glanzpapier, das auch unter diesem Namen in den Handel kommt und ein glattes Schreibpapier, das von E. Wiechert zur Registrierung in der Seismographie eingeführt wurde.

Beide Papiersorten wurden sowohl im unberußten als im berußten Zustande und zwar für folgende Rußsorten auf ihren Reibungswiderstand untersucht:

Leuchtgasruß,
Petroleumruß,
Terpentinruß,
Kampferruß.

Als Schreibstift war ein Glasfaden in Verwendung, der an seiner Spitze halbkugelförmig abgerundet war und einen Durchmesser von 0,14 mm hatte.

Es ist selbstverständlich, daß die unten genannten Zahlenwerte über die Größe der Reibung nur die Bedeutung haben können, daß sie einen Aufschluß über die Größenordnung der Reibung geben bei der günstigsten Berußungsart für die einzelnen Rußsorten. Es ist ja bekannt, daß man mit ein und derselben Flamme ganz verschiedenartige Rußsorten erzielen kann, je nach der Art und Weise wie die Berußung vorgenommen wird. Bei der Berußung von Papier scheint es zu gelten, daß, je niedriger die Temperatur des Papiers bei der Berußung gehalten werden kann, desto zarter und gleichmäßiger wird der Niederschlag des Rußes, womit dann selbstverständlich auch der Reibungswiderstand des Rußes sinkt.

Um den Druck der Schreibspitze verändern zu können, bestand die Schreibvorrichtung aus einem in Glaslagern leicht beweglichen Wagebalken aus Aluminiumdraht, dessen Ende die Schreibspitze trug. Der Druck der Schreibspitze konnte dadurch verändert werden, daß auf diesem Wagebalken in verschiedenen Entfernungen ein Reitergewicht aufgesetzt werden konnte. Für größere Belastungen gibt der auf das Ende reduzierte Reiterdruck direkt die Belastung mit genügender Genauigkeit an. Für kleinere Drucke muß jedoch berücksichtigt werden, daß schon ein gewisses Übergewicht erforderlich ist, um die Schreibspitze gerade mit dem Papier in Berührung zu bringen. Dieses auf die Schreibspitze reduzierte Übergewicht p_0 konnte nicht direkt bestimmt werden, sondern wurde auf folgende Weise durch Extrapolation ermittelt. Trägt man die Reibungswiderstände als Ordinaten und die Belastungen als Abszissen auf, so ergibt sich bei größerer Belastung ein nahezu linearer Verlauf des Reibungswiderstandes mit dem Druck; es lassen sich die Beobachtungen mit genügender Genauigkeit durch eine Hyperbel darstellen, deren Asymptote jene gerade Linie ist. Aus dem Durchschnittspunkte der Hyperbel mit der Abszissenachse ergibt sich jener Wert von p_0, der aufzulegen ist, damit die Schreibspitze gerade die Fläche berührt. Die Belastung des Zeigers setzt sich aus der Summe $p + p_0$ zusammen, in der p den wirklich auf die Schreibfläche ausgeübten Druck der Schreibspitze bedeutet. Die Werte für p_0 schwanken bei den einzelnen Versuchen zwischen 0,5 und 0,37 mgr.

Bezeichnet φ den Neigungswinkel der Asymptote zur Abszissenachse, so kann die Reibung durch die Gleichung dargestellt werden

$$R = \operatorname{tg} \varphi \cdot p \sqrt{1 + \frac{2a}{p}},$$

worin a die große Achse der Hyperbel bedeutet. Der Reibungskoeffizient

$$\frac{dR}{dp} = \frac{\operatorname{tg} \varphi (p + a)}{p \sqrt{1 + \frac{2a}{p}}}$$

wird für größere Belastungen von der Belastung unabhängig und zahlengleich

$$\frac{dR}{dp} = \operatorname{tg} \varphi.$$

Die in den Tabellen angegebenen Zahlenwerte für den Reibungswiderstand in den verschiedenen Rußsorten sind Mittelwerte, die aus verschiedenen und zu verschiedenen Zeiten berußten Papierstreifen gewonnen wurden. Um ein Bild davon zu geben, wie stark die einzelnen Beobachtungen von dem Mittelwerte abweichen,

seien in Tabelle I, Einzelwerte und Mittelwerte für eine bestimmte Rußsorte und zwar für Glanzpapier mit dünner Leuchtgasberußung angegeben.

Tabelle I.

In mgr $p+p_0$	R in Dyn						$\overline{R}$
1	0,78	0,90	0,79	0,82	0,92	0,95	0,86
2	1,45	1,47	1,53	1,83	1,89	1,62	1,65
3	2,02	2,37	2,57	2,30	1,99	2,43	2,28
5	2,65	3,23	2,89	2,92	3,34	3,08	3,02
7	4,29	4,31	3,71	3,86	4,20	4,11	4,08
10	5,36	5,47	5,52	5,3	4,82	4,91	5,23
20	8,36	9,32	—	—	—	—	8,63
30	12,7	12,0	13,8	13,1	—	—	12,9
40	15,2	17,4	—	—	—	—	16,3
50	18,1	22,1	—	—	—	—	20,1
60	20,4	21,8	24,9	23,3	—	—	22,6
80	33,1	30,5	—	—	—	—	31,8
110	38,6	44,8	37,3	41,3	—	—	40,5

Kolonne 1 gibt die Belastung des Zeigers $p+p_0$ in mgr an. Die zweite Rubrik gibt die Einzelwerte der Reibung in Dyn und die letzte Kolonne den zugehörigen Mittelwert an.

Um alle Beobachtungsresultate in einer Tabelle vereinigen zu können, sind in Tabelle II alle Reibungswiderstände nicht dem wirklichen Auflagedrucke p, sondern dem Werte $p+p_0$ zugeordnet, und zwar unter $\overline{R}$ die aus den Versuchen bestimmten Mittelwerte und unter R_b, die aus der Beziehung

$$R = \operatorname{tg}\varphi \cdot p \sqrt{1+\frac{2a}{p}}$$

gerechneten, wobei der Berechnung die in den vorletzten zwei Horizontalreihen angegebenen Werte für $\operatorname{tg}\varphi$ und a zugrunde gelegt wurden.

Die römischen Ziffern bezeichnen die Rubriken der einzelnen Ruß- und Papiersorten:

I	Glanzpapier,	unberußt	
II	do.	Leuchtgasberußung,	dünn
III	do.	do.	dick
IV	do.	Petroleumberußung,	dünn
V	do.	do.	dick
VI	do.	Terpentinberußung,	dünn
VII	do.	Kampferberußung,	dick
VIII	Glattes Schreibpapier,	unberußt	
IX	do.	Leuchtgasberußung,	dünn
X	do.	do.	dick
XI	do.	Petroleumberußung,	dünn
XII	do.	do.	dick
XIII	do.	Terpentinberußung,	dick.

Um einen Überblick zu geben, wie sich die Reibungswiderstände dem wirklichen Auflagedruck p zuordnen, sind aus Tabelle II die Werte der Tabelle III berechnet worden. Bei 0,2 mgr Auflagedruck kann man bei dünner Petroleumberußung gerade noch deutliche Schrift erzielen. 0,56 mgr stellt jenen Minimaldruck

Tabelle II.

$p+p_0$	I $\overline{R}$	I R_b	II $\overline{R}$	II R_b	III $\overline{R}$	III R_b	IV $\overline{R}$	IV R_b	V $\overline{R}$	V R_b	VI $\overline{R}$	VI R_b
0,6	—	0,16	—	0,49	—	0,63	—	0,46	—	0,61	—	0,67
0,7	—	0,23	—	0,63	—	0,79	—	0,59	—	0,75	—	0,82
0,8	—	0,28	—	0,75	—	0,93	—	0,70	—	0,86	—	0,94
0,9	—	0,32	—	0,88	—	1,06	—	0,79	—	0,97	—	1,06
1,0	0,40	0,37	0,86	0,95	1,21	1,14	0,83	0,88	1,18	1,06	1,23	1,16
2,0	0,74	0,70	1,65	1,65	1,87	2,01	1,57	1,51	1,69	1,78	1,09	1,93
3,0	0,95	0,98	2,28	2,19	2,69	2,66	2,00	1,99	2,33	2,36	2,61	2,49
5,0	1,50	1,52	3,02	3,11	3,72	3,76	2,76	2,81	3,36	3,26	3,4	3,42
7,0	2,04	2,00	4,08	3,94	4,61	4,76	3,63	3,53	4,07	4,08	4,09	4,21
10,0	2,71	2,73	5,23	5,11	6,39	6,18	4,59	4,55	5,36	5,16	5,37	5,29
20,0	5,20	5,12	8,63	8,79	11,2	10,6	8,3	7,89	9,75	8,74	8,15	8,46
30,0	7,50	7,50	12,9	12,4	14,9	14,9	11,1	10,8	11,9	12,1	11,6	11,4
40,0	10,0	10,1	16,3	15,9	19,5	19,2	13,2	13,7	15,5	15,4	13,6	14,3
50,0	12,9	12,4	20,1	19,4	24,1	23,5	17,4	16,7	19,1	18,7	16,5	17,1
60,0	15,2	14,7	22,6	22,9	27,4	27,7	19,6	19,7	21,8	22,0	20,5	19,9
80,0	19,6	19,8	31,8	30,1	36,3	37,3	26,4	25,8	27,9	28,4	26,2	25,6
110,0	26,6	26,7	40,5	40,4	46,7	48,8	34,3	34,5	37,9	38,4	34,0	33,7
$\operatorname{tg}\varphi$ . . .	0,24	—	0,349	—	0,423	—	0,295	—	0,325	—	0,273	—
a	2,1	—	6,45	—	6,43	—	7,64	—	8,6	—	14,8	—
p_0	0,50	—	0,45	—	0,43	—	0,44	—	0,40	—	0,40	—

$p+p_0$	VII $\overline{R}$	VII R_b	VIII $\overline{R}$	VIII R_b	IX $\overline{R}$	IX R_b	X $\overline{R}$	X R_b	XI $\overline{R}$	XI R_b	XII $\overline{R}$	XII R_b	XIII $\overline{R}$	XIII R_b
0,6	—	0,69	—	0,32	—	0,66	—	0,71	—	0,65	—	0,68	—	0,76
0,7	—	0,91	—	0,39	—	0,80	—	0,86	—	0,78	—	0,84	—	0,92
0,8	—	1,09	—	0,46	—	0,93	—	0,99	—	0,90	—	0,97	—	1,05
0,9	—	1,23	—	0,52	—	1,04	—	1,11	—	1,00	—	1,09	—	1,17
1,0	1,31	1,36	0,57	0,58	1,07	1,14	1,19	1,22	1,07	1,10	1,21	1,20	1,28	1,28
2,0	2,29	2,33	1,12	1,09	1,98	2,00	2,17	2,18	1,89	1,84	2,17	2,03	2,20	2,14
3,0	2,82	3,04	1,54	1,49	2,75	2,74	2,91	3,01	2,48	2,42	2,62	2,67	2,94	2,82
5,0	4,02	4,19	2,49	2,46	4,21	4,10	4,59	4,55	3,36	3,44	3,74	3,78	3,91	4,00
7,0	5,23	5,17	3,40	3,35	5,54	5,40	6,35	6,05	4,52	4,37	4,76	4,79	4,88	5,07
10,0	6,83	6,5	4,72	4,68	7,44	7,32	8,47	8,27	5,83	5,69	6,28	6,19	6,58	6,58
20,0	11,7	10,5	9,10	9,09	14,03	13,6	15,9	15,6	10,3	9,89	10,63	10,6	10,7	11,4
30,0	14,3	14,1	13,7	13,5	19,9	19,8	21,9	22,8	13,8	14,0	14,8	14,9	16,7	16,1
40,0	16,6	17,7	17,5	17,9	26,2	26,1	29,5	30,0	17,4	18,1	20,14	19,2	21,4	20,7
50,0	22,6	20,7	22,4	22,3	32,7	32,3	37,1	37,3	21,0	22,1	23,2	23,5	26,8	25,3
60,0	25,0	24,6	26,6	27,0	37,6	38,5	—	—	27,4	26,2	28,0	27,7	30,4	29,9
80,0	32,8	31,6	34,9	35,5	51,2	51,0	—	—	34,1	34,2	37,2	36,2	40,4	39,1
110,0	42,2	41,3	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
$\operatorname{tg}\varphi$ . . .	0,339	—	0,44	—	0,622	—	0,72	—	0,40	—	0,42	—	0,46	—
a	14,5	—	1,08	—	2,37	—	1,97	—	5,57	—	6,4	—	5,9	—
p_0	0,45	—	0,38	—	0,37	—	0,37	—	0,37	—	0,4	—	0,37	—

Tabelle III.

Auflagedruck der Schreibspitze p in mgr	Reibungswiderstand R in Dyn												
	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII	XIII
0,2	—	—	—	0,5	—	—	—	—	—	—	0,7	—	—
0,56	0,39	0,96	1,16	0,88	1,03	1,12	1,38	0,54	1,07	1,15	1,03	1,16	1,21
1,0	0,54	1,24	1,53	1,18	1,36	1,5	1,8	0,75	1,47	1,58	1,37	1,55	1,63
10,0	2,85	5.25	6,34	4,7	5,3	5,4	6,7	4,9	7,5	8,3	5,7	6,35	6,8
100,0	24,8	37,2	46,9	31,9	34,9	31,3	38,6	44,0	63,4	73,5	42,3	44,7	50,4

des Schreibstiftes vor, bei dem bei allen Rußsorten noch deutliche Schrift zu erzielen ist.

Aus Tabelle III folgt das Ergebnis, daß das Glanzpapier mit Petroleum berußt, bei einer hinreichend deutlichen Schreibweise, den geringsten Reibungswiderstand aufweist. Die Ursache liegt daran, daß man mit Petroleum die Berußung durchführen kann, ohne mit der Flamme den Papierstreifen zu erhitzen, wodurch ein Einbrennen der Rußteilchen verhindert wird. Außerdem erzielt man gleich vom Anfang eine gleichmäßige Berußung. Auch die Terpentinberußung kann leicht gleichmäßig erhalten werden, nur nehmen die Rußteilchen einen zäheren Zusammenhang, so daß beim Durchgang des Stiftes dieselben nicht so sehr beiseite geschoben, sondern durchschnitten werden, wodurch die Linien schmal, dunkel und undeutlich werden. Beim Berußen mit Leuchtgas muß man die Flamme ganz über das Papier hinstreifen lassen, wodurch der anfängliche Rußniederschlag ungleichmäßig wird, sich in das Papier einbrennt und bei längerer Berußung an einzelnen Stellen eine graue Färbung annimmt. Dieser graue Ruß besitzt einen Reibungswiderstand, der für Belastungen von 3 oder 4 mgr bereits eine Größe von 5,4 resp. 6,3 Dyn aufweist.

II. Herabsetzung der Reibung durch Erschütterung.

Es ist allgemein bekannt, daß man die Reibung fester Körper aufeinander durch Erschütterung herabsetzen kann. Marvin versuchte die Reibung bei seismischen Aufzeichnungen durch künstliche Erschütterung herabzusetzen. Es erschien daher wünschenswert, auch diese Erscheinungen zu untersuchen. Dazu wurden mittelst eines elektromagnetisch betriebenen Hammers periodische Erschütterungen der Schreibfläche hergestellt, deren Periodenzahl n doppelte Amplitude i und Schwingungsrichtung bestimmt werden konnte. Für die Erschütterungen kommen drei Richtungen, die eine wesentlich voneinander verschiedene Wirkung auf die Reibung am Schreibstift haben, in Betracht.

A. Erschütterung senkrecht zur Schreibfläche.

Die Erschütterung senkrecht zur Schreibfläche wird auf den Schreibstift Stoßwirkungen ausüben, wodurch der Auflagedruck eine wechselnde Vergrößerung und Verringerung erfährt. Sind die Erschütterungen ziemlich stark, so wird der Schreibstift in eine hüpfende Bewegung übergehen, die infolge der Eigenbewegung des Zeigers zu kleinen Bögen ausgezogen werden, deren Spurweite um so größer ist, je größer die Geschwindigkeit des Zeigers und je höher die hüpfende Bewegung ist. Mit der Größe dieser Spurweite wird die Wirkung der Reibung am Schreibstift abnehmen und gleich Null sein, solange der Schreibstift bei seiner hüpfenden Bewegung außerhalb des Bereichs der Erschütterung ist. In den Momenten des Auftreffens auf die Schreibfläche wird der Auflagedruck von Null bis etwas über p wachsen und wiederum auf Null herabsinken, während dieser Zeit, die sehr klein ist, wird eine Reibung stattfinden, die mit der Stärke des jeweiligen Druckes schwankt. Ist die Belastung des Zeigers gegenüber der Intensität der Erschütterung so groß, daß der Impuls derselben nicht ausreicht, um den Stift zum Verlassen der Schreibfläche zu bringen, so wird der Auflagedruck ebenfalls periodisch schwanken, aber nie auf den Wert Null herabsinken, nur den Minimalbetrag p' erreichen. Diese Einwirkungen der normalen Erschütterungen auf den Schreibstift werden eine Abnahme der Reibungsbreite und des Reibungswiderstandes zur Folge haben. Bei heftigen Erschütterungen, bei denen der Auflagedruck auf Null herabsinkt, werden die Amplituden der Schwingungen des Zeigers allmählich bis Null herabsinken und sich asymptotisch der Ruhelage nähern. Bei schwachen Erschütterungen, durch welche der Auflagedruck nur den Minimalwert p' erreicht, wird die Amplitude a der

Tabelle IV.

i in μ	Größe der Reibung in Dyn				
	$q = 2$ in mgr	$q = 4$ in mgr	$q = 7$ in mgr	$q = 10$ in mgr	$q = 20$ in mgr
0	2,65	4,37	6,69	8,52	13,3
84	2,37	4,05	5,50	7,62	12,9
109	2,23	3,07	4,65	6,22	12,2
120	1,66	2,47	3,46	5,94	10,9

letzten Schwingung $a < r'$ als die Reibungsbreite sein, welche dem Drucke p' entspricht.

Tabelle IV bringt eine anschauliche Darstellung, wie die Reibung mit zunehmender Erschütterungsintensität abnimmt.

Der Reibungswiderstand wurde aus größeren Schwingungsbögen mit Hilfe der Formel (1), die hier nur angenäherte Gültigkeit hat, berechnet. i gibt die Größe der doppelten Amplitude der Erschütterung in Mikron und q die Belastung des Zeigers in mgr an.

Um einen Überblick zu bekommen, wieweit durch die Erschütterung der Einfluß der Reibung am Schreibstift einer Dämpfung genähert wird, wurde auch die Dämpfungskonstante

$$R = \sqrt[z]{\frac{s_0}{s_z}}$$

bestimmt. Tabelle V bringt die Werte für R.

Tabelle V.

Dämpfungsverhältnis K.

$q = 4$, $i = 84$, $z = 10$, =(0,7... 0,03)	$q = 7$, $i = 84$, $z = 8$, s=(0,85..0,22)	$q = 10$, $i = 84$, $z = 4$, s=(0,63..0,05)	$q = 20$, $i = 84$, $z = 2$, s=(0,26..0,04)
1,063	1,083	1,153	1,504
1,084	1,137	1,225	1,637
1,121	1,207	1,342	—
$q = 4$, $i = 109$, $z = 20$, s=(1,24..0,11)	$q = 7$, $i = 109$, $z = 10$, s=(0,7...0,05)	$q = 10$, $i = 109$, $z = 10$, s=(0,94...0,1)	$q = 20$, $i = 109$, $z = 2$, s=(0,43..0,04)
1,026	1,050	1,051	1,103
1,032	1,057	1,061	1,276
1,031	1,051	1,060	—
1,032	1,050	1,058	—
1,036	—	—	—
$q = 4$, $i = 120$, $z = 12$, s=(0,74...0,1)	$q = 7$, $i = 120$, $z = 10$, s=(0,6...0,04)	$q = 10$, $i = 120$, $z = 10$, s=(0,75..0,11)	$q = 20$, $i = 120$, $z = 2$, s=(0,13..0,05)
1,016	1,026	1,036	1,133
1,032	1,043	1,049	1,279
1,036	1,043	1,056	1,265
1,034	1,047	1,050	—
1,041	1,043	—	—
1,043	—	—	—

$q = 2$ $i = 120$ $z = 20$ s = (1 ..0,07)	
1,012	1,021
1,018	1,022
1,018	1,024
1,019	1,018

Die Größen, die als Überschrift bei den einzelnen Zahlengruppen für R angeführt sind, bedeuten:

q Belastung des Zeigers in mgr;
i doppelte Amplitude der Erschütterung in μ;
z Anzahl der zur Berechnung von R verwendeten Schwingungsbögen;
$\alpha \ldots \beta$ Grenzwerte der Schwingungsbögenlängen in cm.

Der erste Wert für R ist immer aus Bögen größerer Länge berechnet.

B. Erschütterungen parallel zur Ebene der Schreibfläche und Registriergeschwindigkeitsrichtung.

Bei dieser Erschütterungsart wird der Schreibstift in keine hüpfende Bewegung versetzt, so daß er immer mit demselben Drucke p auf der Schreibfläche aufliegt. Dafür tritt aber ein anderes Moment für die Reibung am Schreibstift in Erscheinung. Die Schwingungen der Erschütterung erfolgen nämlich in raschem Wechsel bald in derselben, bald in der entgegengesetzten Richtung der Registriergeschwindigkeit. Es wird also die Registriergeschwindigkeit geändert, und zwar vergrößert, wenn die Erschütterungsgeschwindigkeit genügend groß ist. Bei großer Registriergeschwindigkeit ist also die Reibung am Schreibstift nicht mehr als konstant zu betrachten, sondern ist (Wiechert, l. c.) dargestellt durch die Beziehung

$$R_1 = \frac{R}{v}\frac{da}{dt}\frac{1}{\sqrt{1+\left(\frac{1}{v}\frac{da}{dt}\right)^2}}, \qquad (2)$$

wo v die Registriergeschwindigkeit bezeichnet.

Die Gültigkeit dieser Formel bleibt natürlich auch bestehen, wenn die Richtung der Geschwindigkeit v die entgegengesetzte wird. Für den vorliegenden Fall ist die Sachlage folgende. Ist n die Periodenzahl der Erschütterung pro Sekunde und i die doppelte Amplitude der Erschütterung in Mikron, so hat die Schreibfläche infolge der Erschütterung allein eine mittlere Geschwindigkeit von der Größe

$$\frac{2ni}{10^4}\frac{\text{cm}}{\text{sec}}.$$

Rechnet man außerdem die eigentliche Geschwindigkeit v_1 der Registrierung hinzu, so sind die durchschnittlichen Geschwindigkeiten für die entgegengesetzten Richtungen

$$\left(\frac{2ni}{10^4} + v_1\right)$$

und

$$\left(\frac{2ni}{10^4} - v_1\right),$$

wenn

$$\frac{2ni}{10^4} > v_1$$

vorausgesetzt wird. Diese beiden Geschwindigkeiten geben wieder einen Mittelwert

$$\frac{2ni}{10^4}\frac{\mathrm{cm}}{\mathrm{sec}},$$

wenn von der Bewegungsrichtung abgesehen wird. Der Momentanwert R_1 des Reibungswiderstandes kann daher dargestellt werden

$$R_1 = \frac{R\,10^4\,da}{2ni\,dt}\frac{1}{\sqrt{1+\left(\frac{10^4\,da}{2ni\,dt}\right)^2}}.$$

Man sieht aus dieser Formel, daß, je kleiner der Ausdruck

$$\frac{10^4\,da}{2ni\,dt}$$

wird, um so mehr nähert sich die Wirkung der Reibung am Schreibstift einer der Geschwindigkeit proportionalen Dämpfung.

Diese Folgerungen wurden durch diese Versuche bestätigt und sind in Tabelle VI zusammengestellt.

Tabelle VI.

i in μ	R in Dyn	
	$q=1$ in mgr	$q=2$ in mgr
0	1,56	2,51
80	1,54	2,51
180	1,55	2,51

Dämpfungskonstante

$q=1$ $i=80$ $z=20$ $s=(1,4\ldots0,03)$	$q=2$ $i=80$ $z=14$ $s=(0,81\ldots0,02)$
1,022	1,041
1,013	1,057
1,017	1,083
1,022	1,105
1,056	—
1,045	—

$q=1$ $i=180$ $z=20$ $s=(1\ldots0,04)$	$q=2$ $i=180$ $z=10$ $s=(0,4\ldots0,05)$
1,018	1,051
1,020	1,044
1,039	1,056
1,031	1,061
1,032	—
1,03	—

Oben sind die Reibungswiderstände R angeführt und man sieht aus ihnen, daß sie durch die Erschütterung für ein und dieselbe Belastung nicht geändert werden.

Unten sind, analog der Tabelle V, die Zahlen für die Dämpfungskonstante K angeführt.

Die Periodenzahl der Erschütterung war $n = 27$.

Die Versuche über den Einfluß der Erschütterung wurden durchwegs mit Glanzpapier und starker Gasberußung durchgeführt.

C. Erschütterungen parallel zur Ebene der Schreibfläche und senkrecht zur Registrierrichtung.

Die Erschütterungen werden weder eine Verminderung des Druckes noch eine Vergrößerung der Registriergeschwindigkeit veranlassen. Es fallen die Erschütterungsbewegungen der Schreibfläche mit der Eigenbewegung des Schreibstiftes zusammen oder sie sind der Richtung nach entgegengesetzt. Überträgt man die Schreibflächenbewegung infolge der Erschütterung auch auf den Schreibstift, so ist der scheinbare Weg des Stiftes, während er einen Schwingungsbogen s von links nach rechts beschreibt, wenn T_0 die Schwingungsdauer des Pendels bedeutet, in dieser Richtung gleich

$$\left(\frac{2ni}{10^4}\frac{T_0}{4}+s\right)\mathrm{cm},$$

in der entgegengesetzten

$$\left(\frac{2ni}{10^4}\frac{T_0}{4}\right)\mathrm{cm}.$$

Es wird dem Pendel infolge des ersten Weges die Energie

$$\left(\frac{2ni}{10^4}\frac{T_0}{4}+s\right)R'\,\mathrm{Erg}$$

entzogen, infolge des zweiten Weges die Energie

$$\frac{2ni}{10^4}\frac{T_0}{4}\cdot R'\,\mathrm{Erg}$$

erteilt. Der Gesamtverlust bleibt derselbe, wie bei einer Registrierung ohne Erschütterung.

Es bleibt die Abnahme der Schwingungsbögen konstant und unverändert. Diese Schlußfolgerungen wurden durch Versuche nicht belegt.

III. Bedeutung der Erschütterung für die Registrierung kleiner seismischer Störungen.

Zum Schlusse möge die Formel

$$\frac{d^2a}{dt^2} = -\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2 a \pm \frac{R'}{m}$$

einer kleinen Betrachtung unterzogen werden. Man sieht aus ihr, daß das Pendel bei ruhender Schreibfläche erst dann in Bewegung kommen wird, wenn die anregenden Kräfte den Reibungswiderstand an Größe übertreffen. Es werden durch diese Art der Registrierung Bewegungen des Pendels, wie sie durch anregende Kräfte, die kleiner oder gleich R' sind, hervorgerufen wurden, nicht wiedergegeben, darin liegt der Hauptübelstand dieser Registriermethode. Allerdings bringt die Eigenbewegung der Schreibfläche ein wesentlich neues Moment in die Erscheinung, welches diesen Übelstand zu beheben scheint. Denn bei vorhandener Eigenbewegung

C. Erschütterungen parallel zur E… der Schreibfläche und senkrecht… Registrierrichtung.

Die Erschütterungen werden wed… Verminderung des Druckes noch eine V… rung der Registriergeschwindigkeit ver… Es fallen die Erschütterungsbewegung… Schreibfläche mit der Eigenbeweg… Schreibstiftes zusammen oder sie sind d… tung nach entgegengesetzt. Überträgt… Schreibflächenbewegung infolge der Er… rung auch auf den Schreibstift, so … scheinbare Weg des Stiftes, während … Schwingungsbogen s von links nach … schreibt, wenn T_0 die Schwingungsdauer … Pendels bedeutet, in dieser Richtung ge…

$$\left(\frac{2ni}{10^4}\frac{T_0}{4}+s\right)\text{cm},$$

in der entgegengesetzten

$$\left(\frac{2ni}{10^4}\frac{T_0}{4}\right)\text{cm}.$$

Es wird dem Pendel infolge des ersten … die Energie

$$\left(\frac{2ni}{10^4}\frac{T_0}{4}+s\right)R'\,\text{Erg}$$

entzogen, infolge des zweiten Weges die E…

$$\frac{2ni}{10^4}\frac{T_0}{4}\cdot R'\,\text{Erg}$$

erteilt. Der Gesamtverlust bleibt derselbe… bei einer Registrierung ohne Erschütter… Es bleibt die Abnahme der Schw… bögen konstant und unverändert. Diese S… folgerungen wurden durch Versuche… belegt.

III. Bedeutung der Erschütterung f… Registrierung kleiner seismischer… rungen.

Zum Schlusse möge die Formel

$$\frac{d^2a}{dt^2}=-\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2 a\pm\frac{R'}{m}$$

einer kleinen Betrachtung unterzogen w… Man sieht aus ihr, daß das Pendel bei… der Schreibfläche erst dann in Bewegung… men wird, wenn die anregenden Kräfte… Reibungswiderstand an Größe übertreffen… werden durch diese Art der Registrierung… wegungen des Pendels, wie sie durch… Kräfte, die kleiner oder gleich R' sind… gerufen wurden, nicht wiedergegeben… der Hauptübelstand dieser Registrier… Allerdings bringt die Eigenbewegung der S… fläche ein wesentlich neues Moment in… scheinung, welches diesen Übelstand zu… scheint. Denn bei vorhandener Eigenbe…

der Schreibfläche ist die zur Bewegung des Pendels erforderliche anregende Kraft dargestellt durch die Beziehung

$$R_1 = R' \sin\psi$$

oder nach (2)

$$R_1 = \frac{R'}{v}\frac{da}{dt}\frac{1}{\sqrt{1+\left(\frac{1}{v}\frac{da}{dt}\right)^2}},$$

wobei ψ den Winkel bedeutet, den die Tangente in einem Punkte der registrierten Kurve mit der Mittellinie einschließt. Für jede anregende Kraft K, wenn sie auch noch so klein ist, ist dann ein Ausschlag von so kleiner Amplitude denkbar, daß für jeden Punkt der Kurve

$$K > r\sin\psi$$

ist, denn die Wellenlänge ist mit der Registriergeschwindigkeit konstant. Die Größe der auftretenden Amplitude wird mit v wachsen. Den vollständigen Zusammenhang zwischen einem gegebenen K und v und der auftretenden Amplitude würde die Integration der Differentialgleichung

$$\frac{d^2a}{dt^2} = -\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2 a \mp \frac{R'}{mv}\frac{da}{dt}\cdot\frac{1}{\sqrt{1+\left(\frac{1}{v}\frac{da}{dt}\right)^2}}$$

geben, deren Lösung aber nicht gelingt.

Um also für kleine Anregungen, deren Ausschläge noch von Interesse sind, meßbare Registrierungen zu bekommen, hätte man die Registriergeschwindigkeit recht groß zu wählen, und der vorhin erwähnte Übelstand wäre behoben.

Bei seismischen Registrierungen aber, die sehr häufig mit berußtem Papier durchgeführt werden, geht es nicht an, die Registriergeschwindigkeit v sehr groß zu wählen, und zwar deshalb nicht, weil die Wellen zu flach würden und die berußten Papierstreifen zu oft gewechselt oder sehr groß gewählt werden müßten.

Über dieses Moment der Schwierigkeit, daß es nicht angeht, die Registriergeschwindigkeit v beliebig groß zu wählen, hilft nun die Erschütterung der Schreibfläche hinweg. Denn sowohl im ersten Fall bei Erschütterung senkrecht zur Ebene der Schreibfläche als auch parallel zur Ebene der Schreibfläche in der Richtung der Registriergeschwindigkeit, nähert sich der Einfluß der Reibung für kleine Amplituden einer Dämpfung. Im ersteren Falle werden kleine Anregungen deshalb nicht wirkungslos bleiben, weil innerhalb sehr kleiner Zeitintervalle, der Reibungswiderstand R' nach Maßgabe der Stärke der Erschütterung immer auf sehr kleine Beträge oder auf Null herabsinkt. Im zweiten Falle bedeutet die Wirkung der Erschütterung sowieso nichts anderes als eine Vergrößerung der Registriergeschwindigkeit. In diesem Ergebnisse liegt eben das Hauptresultat der Untersuchungen über den Einfluß der Erschütterungen auf die Reibung am Schreibstift. Von den beiden wirksamen Erschütterungsarten ist die parallel zur Ebene der Schreibfläche in der Richtung der Registriergeschwindigkeit vorzuziehen, weil sie die deutliche Schreibweise nicht beeinflußt.

IV. Zusammenfassung der Ergebnisse.

Die Untersuchungen über die Reibung beim Schreiben in Ruß wurden für Leuchtgasruß, Petroleumruß, Terpentinruß und Kampferruß durchgeführt. Zur Berußung wurden zwei Papiersorten, Glanzpapier und glattes Schreibpapier, verwendet. Es wurde die Abhängigkeit der Größe der Reibung vom Auflagedruck der Schreibspitze bestimmt, dabei ergab sich ein Zusammenhang, der durch die Hyperbelgleichung

$$R = \operatorname{tg}\varphi\cdot p\cdot\sqrt{1+\frac{2a}{p}}$$

dargestellt werden kann. Als praktisches Ergebnis stellt sich heraus, daß es am zweckmäßigsten ist, Glanzpapier mit Petroleumberußung zu verwenden.

Das Ergebnis über den Einfluß der Erschütterung auf die Registrierung läßt sich für die drei verschiedenen Fälle der Erschütterungsrichtung zusammenfassen in folgende Sätze.

A. Erschütterung senkrecht zur Registrierfläche.

Der Reibungswiderstand nimmt für große Schwingungsbögen mit zunehmender Erschütterungsintensität ab.

Die Wirkung des Reibungswiderstandes am Schreibstift geht für kleine Schwingungsbögen um so mehr in eine der Geschwindigkeit proportionalen Dämpfung über, je stärker die Erschütterung ist.

Durch die Erschütterung leidet die deutliche Schreibweise.

Die Periodenzahl bleibt ohne Einfluß, sobald sie eine gewisse Größe übersteigt.

B. Erschütterungen parallel zur Schreibfläche und Richtung der Registriergeschwindigkeit.

Die Wirkung des Reibungswiderstandes am Schreibstift nähert sich bei kleinen Schwingungsbögen um so mehr einer der Geschwindigkeit proportionalen Dämpfung, je größer die Periodenzahl der Erschütterung und ihre Intensität ist.

Die deutliche Schreibweise leidet durch die Erschütterung nicht.

C. Erschütterungen parallel zur Schreibfläche und senkrecht zur Richtung der Registriergeschwindigkeit.

Die Erschütterung beeinflußt die Registrierung überhaupt nicht.

(Eingegangen 16. März 1911.)

Die Abgabe negativer Elektronen von erhitztem Kalium und Natrium und die Leitfähigkeit der Dämpfe dieser Metalle.

Von Karl Fredenhagen.

O. W. Richardson[1]) hat 1903 die Abgabe negativer Elektronen von erhitztem Natrium gemessen. Er ging von dem Gedanken aus, daß die Metalle eine um so geringere Fähigkeit hätten, negative Elektronen festzuhalten, je ausgeprägter ihr elektropositiver Charakter sei. Er erwartete daher, daß das stark elektropositive Natrium schon bei weit niedrigerer Temperatur einen merklichen Effekt geben würde, als die vorher von ihm untersuchten Elemente Platin und Kohle. Diese Erwartung hat sich bestätigt.

Bei Beschreibung der benutzten Versuchsanordnung gibt Richardson an, daß es ihm trotz zahlreicher Versuche mit Glasapparaten verschiedener Formen nicht gelungen sei, haltbare Gefäße herzustellen, und daß er deshalb Metallgefäße verwendet habe. Er benutzte ein Stahlrohr von 76 cm Länge und 3,2 cm Durchmesser. Durch die Endverschlüsse waren parallel zur Rohrachse und gut isoliert ein Platindraht und ein Thermoelement gespannt. Das Rohr konnte durch eine Pumpe evakuiert und durch einen Verbrennungsofen in seiner Mitte erhitzt werden. Damit die aus dem Ofen herausragenden Enden hinreichend kalt blieben, waren sie mit Kühlschlangen umgeben. In die Mitte des Rohres wurde ein Stück Natrium gelegt und nach dem Erhitzen die Ströme gemessen, welche bei bestimmten Temperaturen und Spannungen zwischen dem Stahlrohr und dem isolierten Platindraht übergingen. Die Ströme wurden bei tiefen Temperaturen mit einem Elektrometer, bei höheren mit einem Galvanometer gemessen. Während der Versuche wurde das Vakuum ungefähr auf der Höhe von 1 mm gehalten. Bei höheren Temperaturen (ca. 400°) war dieses Vakuum nicht mehr zu halten, weil das Stahlrohr durchlässig wurde[1]). Ein Emailleüberzug half diesem Übelstande ab, so daß auch bei 450° das Vakuum von 1 mm gehalten werden konnte.

Die experimentellen Ergebnisse der Versuche sind folgende: Der Effekt ist unipolar und nur vorhanden, wenn an der negativ geladenen Elektrode Natrium vorhanden ist. Bei etwa 200° beginnt der Stromübergang merklich zu werden, um mit zunehmender Temperatur sehr stark zuzunehmen. Bei Erhöhung der angelegten Spannung steigt der Strom anfangs, d. h. bis zu etwa 250 Volt langsam verstärkt an, so daß eine Sättigung auch nicht andeutungsweise vorhanden ist, und schnellt dann oberhalb dieser Spannung schnell in die Höhe, weil bei den vorhandenen Gasdrucken Stoßionisation eintritt.

Bei den Richardsonschen Versuchen blieb es unentschieden, ob die gemessenen Ströme einzig und allein der Elektronenabgabe des erhitzten flüssigen Natriums zuzuschreiben sind, oder ob hierbei auch eine eventuelle spontane Leitfähigkeit des Natriumdampfes mit in Rechnung zu ziehen ist. Prinzipiell wird man ja annehmen können, daß die Fähigkeit, negative Elektronen zu emittieren, den Metallen nicht nur im festen und flüssigen, sondern auch im gasförmigen Zustande innewohnt. Doch liegen bisher keine exakten Messungen hierüber vor, obwohl die Frage auch von dem Gesichtspunkte aus Interesse bietet, ob die Fähigkeit des Natriumdampfes die *D*-Linien zu absorbieren mit einer spontanen Leitfähigkeit parallel geht[2]).

Füchtbauer[3]) hat z. B. diese Vermutung ausgesprochen und in einer vorläufigen Mitteilung auch eine Bestätigung für diese Parallelität zu finden geglaubt. Da ich nun bei Versuchen mit der Chlorwasserstoffflamme gezeigt hatte, daß diese durch Einführen von Natriumdampf wohl leitend, nicht aber leuchtend wird, und da ich mich jetzt auch durch besondere Versuche überzeugt habe, daß die mit Natrium gespeiste gut leitende Chlorwasserstoffflamme nicht die Fähigkeit hat, die D-Linien zu absorbieren, so hatte ich Zweifel an den von Füchtbauer gegebenen Resultaten. Ich teilte ihm dieses nach Erscheinen seiner vorläufigen Mitteilung mit und sagte ihm, daß ich zur Klärung des Sachverhaltes selbst Versuche über die Leitfähigkeit der Dämpfe von Kalium und Natrium anstellen würde. Die Untersuchung über die Leitfähigkeit der Dämpfe, welche in dieser

1) Phil. Trans. **201**, 497, 1903; Jahrbuch der Radioaktivität und Elektronik **1**, 308, 1904.

1) Es war in diesem Falle wohl der Wasserstoff der Flammengase, der bei höheren Temperaturen bekanntlich sehr leicht durch Eisen hindurch diffundiert.

2) Siehe z. B. Füchtbauer, diese Zeitschr. **10**, 374, 1909.

3) Füchtbauer, l. c.

Arbeit mitgeteilt sind, wurden schon im November 1910 abgeschlossen. Das Hauptinteresse der Arbeit richtete sich im Laufe der Untersuchung auf die Elektronen-Abgabe von erhitztem Kalium und Natrium, welche durch die von Krüger[1]) und Baedeker[2]) aufgestellten Theorien der Thermo-Elektrizität ein besonderes Interesse erlangt hat.

Vor kurzem hat nun Füchtbauer[3]) eine neue Arbeit herausgebracht, in welcher er das von ihm ursprünglich gefundene Resultat selbst als zweifelhaft ansieht und auch zu dem Resultat gekommen ist, daß eine einwandfreie Entscheidung bezüglich der Eigenleitfähigkeit des Natriumdampfes nur durch Versuche in ungesättigtem Dampfe zu erhalten ist, wie ich sie in dieser Arbeit beschrieben habe.

Über die Literatur ist weiter nachzutragen:

Einige Versuche, die spontane Leitfähigkeit des Natriumdampfes darzutun, rühren von J. J. Thomson her[4]). In einem gut evakuierten Gefäß befindet sich etwas Natrium und ein geladener Konduktor. Im Dunkeln behält der Leiter bei Zimmertemperatur vollständig seine Ladung. Erhöht man aber die Temperatur des Gefäßes bis über 300°, so tritt ein merklicher Ladungsverlust ein, sowohl wenn der Konduktor +, als wenn er — geladen ist. Im ersteren Falle ist der Ladungsverlust jedoch größer als im zweiten. Der Verlust der positiven Ladung kann natürlich von den negativen Elektronen herrühren, welche von dem in dem Gefäße befindlichen metallischen Natrium emittiert werden. Der Verlust der negativen Ladung aber könnte ohne Annahme einer spontanen Ionisation des Natriumdampfes nur erklärt werden, wenn sich auf dem Konduktor selbst Natrium niedergeschlagen hätte. Daß dies nicht der Fall ist, zeigt der Verfasser dadurch, daß der Konduktor nach dem Abkühlen keinen lichtelektrischen Effekt gibt. J. J. Thomson führt dann noch einen weiteren Versuch aus. Er bringt in Natriumdampf unter völliger Wahrung der Symmetrie 2 Leiter, zwischen denen eine Spannung von 300 Volt besteht. Der Natriumdampf kondensiert sich dann praktisch vollständig auf dem negativ geladenen Leiter. J. J. Thomson hält durch diese Versuche die Existenz einer spontanen Leitfähigkeit des Natriumdampfes für erwiesen, doch gibt er keine Angaben über die beobachteten Größenordnungen.

Zu erwähnen ist hier auch eine Arbeit von Zickendraht[5]), der aus seinen Versuchen auf das Vorhandensein einer erheblichen Ionisation im Natriumdampf schließen zu können glaubt, ohne daß er diese jedoch exakt nachgewiesen hätte.

1) Krüger, diese Zeitschr. **11**, 800, 1910.
2) Baedeker, diese Zeitschr. **11**, 809, 1910.
3) Füchtbauer, diese Zeitschr. **12**, 225, 1911.
4) Conduction of electricity through gases, S. 205, 1906.
5) Diese Zeitschr. **9**, 593, 1908.

Experimentelles.

Bei früheren Versuchen mit Alkalivakualampen hatte ich gefunden, daß sich geeignete Glasgefäße sehr leicht und völlig haltbar herstellen lassen. Ich benutzte deshalb auch für diese Versuche Glasgefäße, deren Formen in Fig. 1—3 abgebildet sind. Da die Versuche

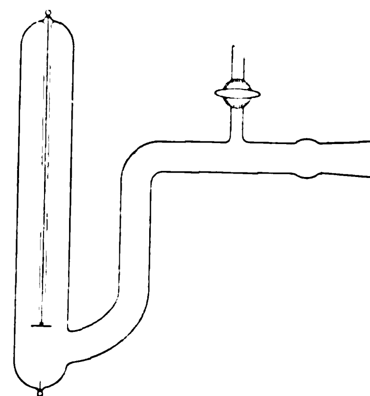


Fig. 1.

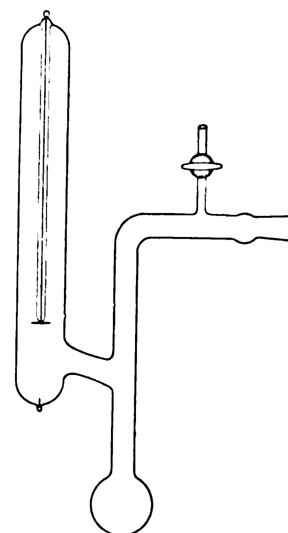


Fig. 2.

von Wilson[1]) erwiesen haben, daß Gasreste auf die beim Platin beobachteten Effekte einen sehr großen Einfluß haben, so arbeitete ich bei einem möglichst guten Vakuum, das durch eine gutwirkende Gaedepumpe hergestellt wurde und dauernd von der Größenordnung von 0,001 mm blieb. Außerdem aber

1) Phil. Trans. **202**, 243, 1903.

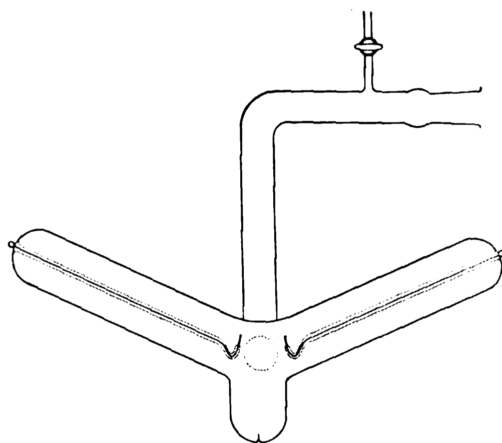


Fig. 3.

habe ich durch Versuche mit Na direkt den außerordentlich großen Einfluß neutraler Gase bestimmt.

Auf die Einführung der Alkalimetalle wurde große Sorgfalt verwendet. Ein Rohr von der in Fig. 4 dargestellten Gestalt wurde durch

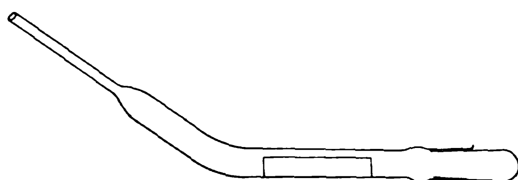


Fig. 4.

einen gut passenden Stopfen mit seinem ausgezogenen Ende mit dem Schliff des Versuchsapparates verbunden. An das mit einem Hahn versehene Seitenrohr des Versuchsapparates wurde mit Hilfe eines längeren Vakuumschlauches eine Geryk-Ölluftpumpe angeschlossen, so daß von hier aus Versuchs- und Füllrohr evakuiert werden konnten. Die beiden so miteinander verbundenen Rohre waren als Ganzes frei beweglich und konnten in beliebiger Lage gehalten oder in ein Stativ eingespannt werden. Nunmehr wurden in das Füllrohr nahe der Einführungsöffnung möglichst große Stücke des betreffenden Alkalimetalls eingeführt, das Füllrohr durch einen Schliff geschlossen und die ganze Versuchsanordnung evakuiert. Durch einen Bunsenbrenner wurde dann das Füllrohr an den Stellen, wo die Alkalimetallstückchen lagen, langsam erwärmt, so daß das Metall zum Schmelzen kam. Hierbei erhält die Oxydkruste, welche unvermeidlich die Alkalistückchen bedeckt, zuerst kleine Risse, worauf man durch Schütteln und Klopfen das geschmolzene blanke Metall allmählich von den zurückbleibenden Krusten von Oxyd und verkohlenden Ölüberresten trennen und in dem Knick des Füllrohrs sammeln kann. Hier wird das Metall stark erhitzt, um alle Gase auszutreiben. Alsdann läßt man das geschmolzene Metall bei geeigneter Temperatur und mit geeigneter Geschwindigkeit, so daß es nicht unterwegs erstarrt, in das Versuchsrohr hinüberfließen und dort in dem ersten Knick fest werden. Nunmehr muß der Apparat völlig erkalten, worauf man von der Pumpenseite her ein indifferentes Gas, H_2 oder N_2 einführt. Das Füllrohr wird abgezogen und das Versuchsrohr mit dem Schliff der Gaedepumpe verbunden, welche sofort in Tätigkeit gesetzt wird. Die letzte Operation läßt sich in wenigen Sekunden vollziehen, so daß das Metall in dem Versuchsrohr völlig blank bleibt. Um das Versuchsrohr wird ein elektrisch geheizter Kasten gesetzt, und die Temperatur mit Hilfe eines Thermoelementes gemessen, das in der Nähe der Elektroden angebracht ist. Sobald der Heizkasten die Schmelztemperatur des Metalls erreicht hat, schmilzt dieses herunter und gelangt nunmehr vollständig blank in den eigentlichen Versuchsraum. Bei einigen mit Apparaten nach Fig. 2 ausgeführten Versuchen gelangten die Metalle zunächst in ein Reservoir, von dem aus sie in den eigentlichen Versuchsraum herüberdestilliert wurden. Die Versuchsrohre wurden in dem Heizkasten so angeordnet, daß ihre oberen Elektrodenrohre 15—25 cm weit aus dem Heizkasten herausragten und somit während des Versuches völlig kalt blieben. Die eine Elektrode des Apparates ist unten eingeschmolzen und während des Versuches mit einer etwa $1-1^1/_2$ cm hohen Schicht des betreffenden Metalls bedeckt. Die andere Elektrode ist oben in dem langen Tubus eingeschmolzen, der, wie erwähnt, in seinem oberen Ende während des Versuches kalt und also nichtleitend bleibt, so daß beide Elektroden voneinander isoliert sind. Während des Versuches destilliert Metall nach oben in den Tubus hinein, schlägt sich hier etwas oberhalb des Heizkastens an den Wandungen nieder und kann eventuell wieder heruntergeschmolzen werden.

R. W. Wood hatte früher[1]) geäußert, daß die Dämpfe der Alkalien eine eigenartige, bisher unerklärte Viskosität besäßen, hat diese Ansicht aber später[2]) verlassen. Ich kann hier bestätigen, daß die Alkalimetalle genau in der gleichen Weise wie Quecksilber destillieren, und daß sich ihre Dämpfe völlig normal verhalten. Die frühere Ansicht von R. W. Wood ist vielleicht darauf zurückzuführen, daß er in einem schlechten Vakuum gearbeitet hat, in dem das

1) Diese Zeitschr. 5, 759, 1904.
2) Diese Zeitschr. 9, 590, 1908.

Vordringen des Natriumdampfes dadurch verhindert wurde, daß der hinzudiffundierende O_2 sich mit ihm zu Natriumoxyd verband, welches sich an den Rohrwandungen absetzte. St. Loria[1]) stimmt dem Woodschen Viskositätsgedanken bei, ohne aber wohl zu wissen, daß Wood selbst diesen Gedanken aufgegeben hat. Er stützt sich hierbei im wesentlichen darauf, daß er bei seinen Dispersionsversuchen in einem in der Mitte geheizten und an den Enden kalten Rohr, in dem sich in der Mitte an der später heißen Stelle ein Stückchen Natrium befand, nach Erreichung konstanter Temperaturen konstante Werte erhielt. Aber die Erklärung hierfür ist wohl nicht in einer Viskosität des Natriumdampfes, sondern darin zu suchen, daß sich in dem Rohr von der heißen Mitte bis zu den kalten Enden ein konstantes Diffusionsgefälle einstellt. Bei ähnlichen Versuchen, die übrigens das Resultat ergaben, daß die Dispersion des Natriumdampfes durch Hinzufügung neutraler Gase, wie H_2 oder N_2, stark beeinflußt wird, habe ich ebenfalls die Konstanz der Einstellungen beobachtet, aber zugleich festgestellt, daß nach mehrstündiger Versuchsdauer alles Natrium aus der Mitte des Rohres fortdestilliert war.

Ich möchte hier noch mitteilen, daß ich bei meinen Versuchen fand, daß die Absorption der D-Linien durch Natriumdampf durch Hinzufügen von Gasen, wie Wasserstoff, Stickstoff und Kohlensäure außerordentlich verstärkt wurde. Soweit meine Versuche bisher reichen, stellte sich hierbei heraus, daß die Wirkung dieser drei verschiedenen Gase von der gleichen Größenanordnung ist. Nach der Auffassung, welche ich bisher auf Grund anderer Versuche vertreten habe, daß außer dem Natrium zugleich auch Sauerstoff für die Absorption der D-Linien nötig wäre, ist dieser Einfluß der neutralen Gase schwer erklärlich, und zum mindesten hätte man bei Kohlensäure einen Einfluß einer anderen Größenordnung erwarten sollen. Da zudem Gehlhoff[2]) bei kürzlich veröffentlichten Versuchen gefunden hat, daß die Hauptserie des Kaliums auch in Kalium-Vakuum-Lampen erscheint unter Bedingungen, welche das Vorhandensein von Sauerstoff ausgeschlossen erscheinen lassen, so ziehe ich meine Ansicht hiermit zurück und werde weitere Ausführungen bei Gelegenheit der Publikation der erwähnten Versuche geben.

Da Kalium und Natrium einen sehr starken lichtelektrischen Effekt zeigen, so mußte natürlich vollständig im Dunkeln gearbeitet werden, da sonst Ströme erhalten wurden, welche dem lichtelektrischen Effekt zuzuschreiben sind. Der Gang der Versuche war folgender: Die Temperatur des Ofens wurde langsam gesteigert und die Ströme gemessen, welche ein Hartmann & Braunsches Galvanometer bei einer bestimmten angelegten Spannung anzeigte. Die Empfindlichkeit des Instrumentes war bei dem gewählten Skalenabstand $3{,}7 \times 10^{-10}$ Amp. pro mm Ausschlag. Die Gaedepumpe war während des ganzen Versuches in Tätigkeit und durch ein angeschlossenes Mac Leod wurde in der Regel das Vakuum kontrolliert. Die Versuche zeigten nun, daß trotz der sorgfältigen Behandlung der Alkalimetalle zu Anfang stets Unregelmäßigkeiten auftraten. Bei jeder neu gefüllten Röhre waren während des Anheizens größere Ströme bemerkbar, welche immer die Tendenz hatten, allmählich zurückzugehen. Außerdem zeigte es sich, daß zu Beginn einer Versuchsreihe die Leitfähigkeit in den Versuchsrohren praktisch unipolar war. Bei längerer Versuchsdauer hörte diese Unipolarität auf, weil sich dann, wie auch schon Richardson bei seinen Versuchen gefunden hatte, Alkalimetall auf der anderen Elektrode niedergeschlagen hatte. Diese anfangs beobachtete Unipolarität war zugleich ein Zeichen dafür, daß zwischen beiden Elektroden keine nachweisbare, etwa durch das Glas verursachte Nebenschlußleitung vorhanden war. Im weiteren werde ich zudem auch über einen Versuch berichten, bei dem unter Verwendung einer schwach geheizten Wehneltelektrode ohne Oxydfleck als Gegenelektrode erreicht wurde, daß die Unipolarität während einer ganzen Versuchsreihe erhalten blieb. Nachdem die Ausschläge hinreichend konstant geworden waren, was meistens erst eintrat, nachdem das Versuchsrohr längere Zeit auf einer Temperatur von etwa 250° bei Kalium oder 300° bei Natrium gehalten war, wurden durch Regulieren des Heizstromes bestimmte Temperaturen eingestellt und die Ausschläge bei verschiedenen Spannungen und auch in verschiedenen Stromrichtungen gemessen. Die gemessenen Werte sind in den nachstehenden Tabellen und Kurven wiedergegeben. Bei jeder Messungsreihe sind die Temperaturen notiert, welche zu Beginn und zum Schluß der Messung herrschten. Es sei noch bemerkt, daß Kalium bis zu Temperaturen von 350° das Glas nicht merklich angreift, während *Na* das Glas schon bei erheblich tieferen Temperaturen zu reduzieren beginnt. Es mag schließlich noch betont werden, daß die wesentlichen Fehlerquellen bei der gewählten Versuchsanordnung: Nebenschlußleitung des Glases, Einfluß von Gasen, lichtelektrische Wirkung in dem Sinne wirken, daß die gefundenen

1) Ann. d. Phys. **30**, 255, 1909.
2) Gehlhoff, Verh. d. D. Phys. Ges. **13**, 183, 1911.

Werte nur zu groß, nicht aber zu klein sein können.

Der Effekt des Kaliums.

Die in den Tabellen 1—3 wiedergegebenen Versuche sind mit einem Apparate nach Fig. 1

Tabelle 1.

Volt	240°	250°	262°	270°	279°	290°	276°
2	0,5	1,0	1,8	2,2	2,5	7,5	2
4	0,8	1,7	3,2	4,3	4,9	14,2	3,9
8	1,1	2,6	5,2	6,6	8,2	25	6,7
21	1,9	5,0	10,0	14	17	64	13,2
34	2,4	6,7	13,5	20	26	100	19,2
55	3,0	9,0	17	28	37	160	27
106	4,2	13,0	24	42	55	250	40
212	5,7	18,5	35	57	80	5350	54
484	8,5	26,3	55	86	95		89
	241°	250°	265°	269°	278°	290°	274°

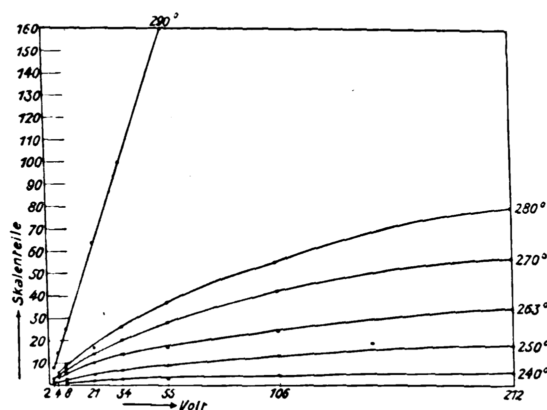


Fig. 5 zu Tabelle 1.

Tabelle 2.

Volt	291° Pt—	291° K—	272° Pt—	272° K—
2	1,1	7,5	0.3	1,9
4	1,8	14	0,5	3,4
8	2,4	23,2	1	5,7
21		64	2,2	11,2
34		95	3,3	17
55	9,5	165	4,3	27
106	13,5	300	4,8	36
212	16,8		5,7	52
484			5,8	89
	290°		274°	

Tabelle 3.

Volt	258°	280°	288°	310°
2	0,9	1,3	1,2	4.5
4	1,1	1,9	2,2	7,3
8	1,5	2,8	4	15
22	2,4	6	8,7	30
39	3,5	10,5	14	60
60	4,8	13,0	20	92
106	6,9	20	29	155
212	10,2	30	44	265
484	16	47	65	385
	261°	284°	288°	310°

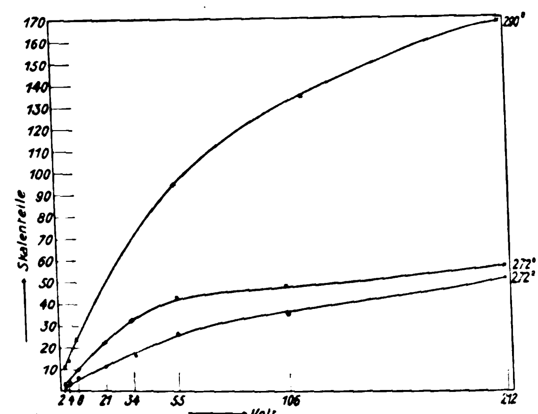


Fig. 6 zu Tabelle 2. Die durch Kreuze gekennzeichneten Punkte beziehen sich auf die Platinelektrode und sind im 10fachen Maßstab gezeichnet.

angestellt. Der Querschnitt der Kaliumelektrode betrug 9,1 cm², der der Platinelektrode 3,14 cm², ihr Abstand 2,5 cm. In Tabelle 1 sind nur die Werte wiedergegeben, welche erhalten wurden, wenn die Kaliumelektrode Kathode war; in späteren Tabellen sind auch die Werte enthalten, welche sich ergaben, wenn die Platinelektrode Kathode war. Es ist schon bemerkt worden, daß sich im letzteren Falle bei Beginn einer Versuchsreihe von unregelmäßigen Schwankungen mit langsam, aber stetig sinkender Tendenz abgesehen, keine meßbaren Ausschläge ergaben, bis sich Metall an den Elektroden niedergeschlagen hatte. Tabelle 1 gibt die bei einer Reihe von verschiedenen Temperaturen gewonnenen Werte wieder, die in Fig. 5 dargestellt sind. Man sieht aus den Kurven folgendes: 1. Sie tragen einen merklichen Sättigungscharakter, 2. ein verstärktes Ansteigen, das auf Eintritt einer Stoßionisation hindeutet, findet bei den beobachteten Temperaturen, auch bei Spannungen bis zu 400 Volt, nicht statt, 3. der Verlauf der Kurven für die verschiedenen Tempe-

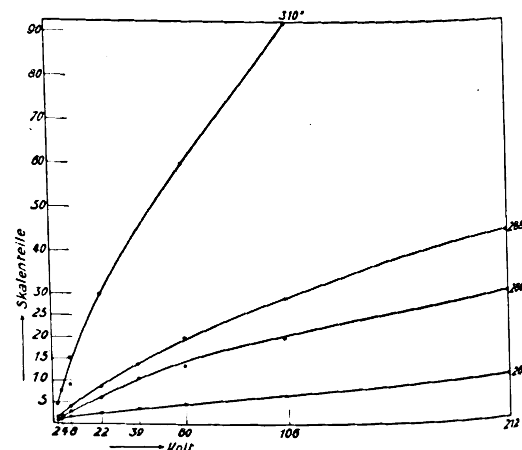


Fig. 7 zu Tabelle 3.

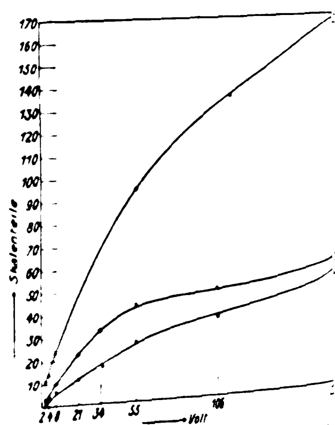


Fig. 6 zu Tabelle 2.

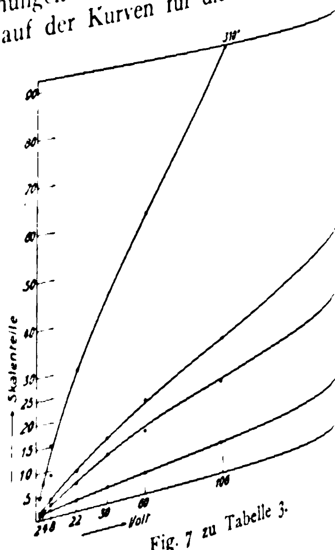


Fig. 7 zu Tabelle 3.

raturen zeigt sich bei 240, 250, 263, 270 und 280⁰ durchaus stetig und gesetzmäßig. Eine weitere Temperatursteigerung um nur 10⁰ bis 290⁰ läßt die Stromstärken erheblich schneller anwachsen. Tabelle 3 und Fig. 7 zeigen eine in demselben Rohr, aber zu einer späteren Zeit aufgenommene Versuchsreihe. Ein etwas schnellerer Anstieg der Stromstärken mit Steigerung der Temperatur über 290⁰ hinaus, scheint, wie der Versuch bei 310⁰ zeigt, auch noch bei dieser Versuchsreihe bemerkbar zu sein, aber doch nur in ungleich geringerem Maße als in Tabelle 1. Wir können daher wohl annehmen, daß das schnellere Ansteigen der Stromstärke in Versuchsreihe 1 bei 290⁰ auf Gasreste zurückzuführen ist, welche bei dieser Temperatur abgegeben werden. In Übereinstimmung mit dieser Auffassung folgt aus fast allen angestellten Versuchen eine Tendenz zum Kleinerwerden der beobachteten Stromstärken mit zunehmender Versuchsdauer. Als Beispiel hierfür ist in Tabelle 1 in der letzten Vertikalspalte noch eine Versuchsreihe bei 276⁰ mitgeteilt, welche zum Schluß der in dieser Tabelle wiedergegebenen Messungen aufgenommen wurde. Nun destilliert ja während der Versuche andauernd Metall an die kälteren Teile des Rohres, aber da die Rohre bis zu einer Höhe von mehr als 10 mm mit Metall gefüllt waren, und stets darauf geachtet wurde, daß der ganze Querschnitt noch von Metall erfüllt blieb, so kann hierdurch nur eine geringe Abnahme der Stromstärken verursacht sein. Die wesentliche Ursache des Abfalles ist aber wohl darin zu suchen, daß durch das dauernde Pumpen bei den hohen Temperaturen allmählich immer weitere Gasreste entfernt wurden. Und daß Gasreste bei den Alkalimetallen ebenso wie beim Platin eine starke Erhöhung des Effektes bedingen, habe ich beim Natrium experimentell festgestellt.

Tabelle 2 und Fig. 6 geben Messungen wieder, welche im Anschluß an die in Tabelle 1 wiedergegebenen Messungen ausgeführt wurden. Bei diesen Messungen wurde bei jeder angelegten Spannung die Stromrichtung kommutiert, so daß also abwechselnd die Kalium- und die Platinelektrode Kathode waren. Der Verlauf der Werte, bei denen Kalium Kathode war, ist mit denen in Tabelle 1 im wesentlichen identisch. Bei umgekehrter Stromrichtung erhalten wir erheblich geringere Ströme, und zugleich zeigen die Werte einen ausgesprocheneren Sättigungscharakter, was wir wohl darauf zurückführen können, daß das frisch an die Platinelektrode destillierte Kalium reiner ist, als das unten im Gefäß befindliche. Über Tabelle 3 ist schon das Wesentliche gesagt worden.

Tabelle 4.

Volt	282⁰	265⁰	260⁰	293⁰	293⁰
2	90	42	38	16	16
4	158	65	58	28,5	28
6	170	74	67	30	32
21	270	115	96	54	53
37	320	142	117	60	73
57	340	165	134	75	99
83	370	190	146	95	110
	275⁰	265⁰	258⁰	293⁰	293⁰

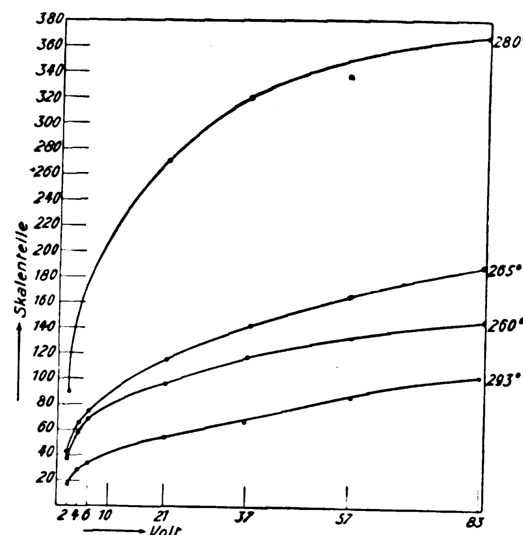


Fig. 8 zu Tabelle 4.

Tabelle 5.

Platinelektrode gegen Wehneltelektrode.

Volt	261⁰
2	20
4	42
6	57
21	105
37	124
57	137
83	151
	260⁰

Tabelle 4 und Tabelle 5 geben Versuchsresultate, welche mit einem Apparat nach Fig. 3 erhalten wurden. Es wurden zunächst, nachdem der Apparat etwa eine Stunde auf einer Temperatur von 250⁰ gewesen war, aufeinanderfolgende Messungen bei 282, 265 und 260⁰ ausgeführt. Darauf blieb der Apparat zwei Stunden bei der hohen Temperatur sich selbst überlassen, und nunmehr wurde eine Versuchsreihe bei 293⁰ angestellt. Die Messungen wurden zwischen der Wehneltelektrode und der Kaliumelektrode vorgenommen, so daß letztere Kathode war. Man sieht aus diesen Messungen, daß die Werte bei 293⁰ erheblich niedriger sind als

die vorher bei weit tieferen Temperaturen erhaltenen. Es ist dies eine Bestätigung der früheren Darlegungen, daß mit Zunahme der Versuchsdauer eine Verringerung der Ströme eintritt, deren Ursache, wie wir weiter unten sehen werden, im wesentlichen in einer Verbesserung des Vakuums zu suchen ist. Auffallend ist bei diesen Messungen auch ein erheblich stärkerer Sättigungscharakter als bei den früheren Versuchen; wir werden sehen, daß die Erklärung auch hierfür in einem verbesserten Vakuum zu suchen ist.

In Tabelle 5 ist noch eine Messungsreihe wiedergegeben, welche zwischen der Platinelektrode und der Wehneltelektrode aufgenommen wurde, wobei die Platinelektrode Kathode war. Auch sie zeigt angenäherten Sättigungscharakter. In umgekehrter Stromrichtung wurde übrigens bei 83 Volt nur ein Ausschlag von ungefähr einem Teilstrich gemessen. Auf der Platinelektrode hatte sich Kalium niedergeschlagen, auf der schwach geheizten Wehneltelektrode nicht. Wurde die Wehneltelektrode stärker geheizt, so traten hier natürlich die Effekte des glühenden Platins ein. Man konnte aber die Ströme so regeln, daß sich auf der Wehneltelektrode kein Kalium niederschlug, so daß sie praktisch keinen Effekt gab.

Der Effekt des Natriums.

Tabelle 6 gibt eine Versuchsreihe mit Natrium wieder, welche in einem Gefäß nach Fig. 1 angestellt wurde. Jedoch ohne daß das Vakuum mit einem Mac-Leod kontrolliert wurde. Bei den

Tabelle 6.

Volt	370°		383°		398°		430°		445°
	Pt—	*Na*—	*Pt*—	*Na*—	*Pt*—	*Na*—	*Pt*—	*Na*—	*Pt*—
2	0,1	1,4	0,2	4,7	0,2	9	0,7	3,6	2,5
4		3,5	0,3	8,9	0,5	18,5	1,1	80	4.8
8	0,2	6,2	0,4	14,8	1,1	35	2	155	6,5
22	1	14	1,3	34,5	3,8	77	6,3	600	22
38			6,8	53	17	141	27	715	
60	12	46	22	83	52	210	88	1170	172
100	40	85	66	152	163	>300	300	2100	
200	120	180	187	308					
410	250	310	440	737					
	370°		383°		400°		430°		

ersten Versuchen und speziell beim ersten Anheizen zeigen sich auch hier die schon erwähnten Unregelmäßigkeiten. Es sind daher nur Versuche wiedergegeben, welche nach einer längeren Versuchsdauer erhalten wurden. Bleibende Effekte treten erst bei erheblich höheren Temperaturen auf als beim Kalium. Die in Tabelle 6 gegebenen Werte zeigen nun einen viel weniger ausgesprochenen Sättigungscharakter, als wir ihn beim Kalium gefunden haben. Wenn die Platinelektrode Kathode war, traten auch in diesem Falle merkliche Ströme auf, welche aber auf Natrium zurückzuführen sind, welches sich auf dem Platin niedergeschlagen hat. Es fällt nun auf, daß die gemessenen Ausschläge mit zunehmender Spannung sehr stark zunehmen und das Verhalten einer durch Stoßionisation charakterisierten Gasleitfähigkeit zeigen. Infolge der in diesem Fall vorhandenen Stoßionisation können wir auch nicht erwarten, daß Sättigungsströme auftreten, wenn das Natrium Kathode ist. Wenn wir die Annahme machen, daß die durch die Stoßionisation bedingten Ströme in beiden Stromrichtungen einander gleich sind, so würden wir den dem Natrium-Metalleffekt allein zukommenden Stromanteil erhalten, wenn wir die Werte, die erhalten wurden, wenn die Platinelektrode Anode war, von den in entgegengesetzter Stromrichtung gemessenen subtrahieren. Dies ist in Tabelle 7 geschehen. Die auf diese Weise er-

Tabelle 7. (Reduzierte Werte.)

Volt	370°	383°	398°	430°
2	1,6	4,5	8,8	35,3
4	3,3	8,6	18	79
8	6	14,4	33,9	153
22	13	33,2	73,2	594
38		46,2	124	687
60	34	61	158	1082
100	44	86		1800
200	60	121		
410	60	297		
	370°	383°	400°	430°

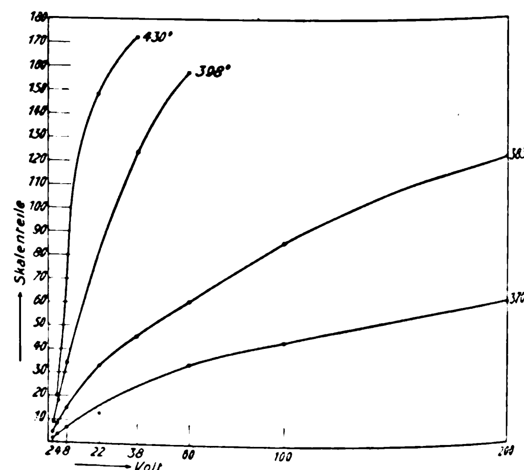


Fig. 9 zu Tabelle 7.

haltenen Werte zeigen nach Fig. 9 immerhin schon eine Tendenz zu einem Sättigungscharakter und dürften den dem Effekt des Natriums zuzuschreibenden Werten schon näherkommen.

Da es aber sehr unwahrscheinlich schien, daß im Natriumdampf bei ungefähr gleicher oder noch geringerer Dichte als beim Kalium-

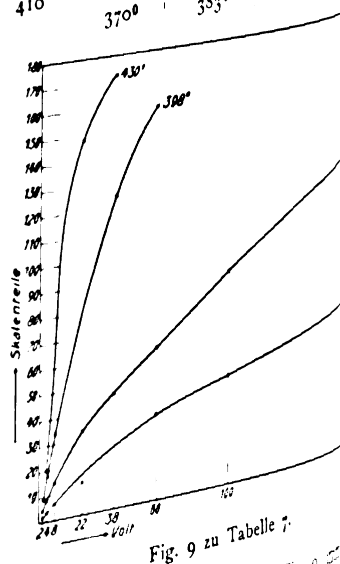


Fig. 9 zu Tabelle 7.

dampf Stoßionisation auftreten sollte, in letzterem aber nicht, und da bei diesem Versuche überdies das Vakuum nicht kontrolliert war, so wurden neue Versuche angestellt, bei denen der Einfluß von Gasen untersucht wurde.

mehr wurde 10 Minuten gepumpt, so daß das Vakuum wieder auf 0,01 mm sank, und der Versuch No. 5 aufgenommen, der wieder Sättigung ergab. Darauf wurde H_2 zugelassen bis zu einem Druck von 1,5 mm. Versuch No. 6

Tabelle 8.

Nummer des Versuches	1	2	3	4		5	6	7
Temperatur in Celsiusgraden	391°	400°	405°	406°		406°	406°	409°
Bemerkungen über das Vakuum	0,01	0,61	0,01	4 mm N_2		0,01	1,5 mm H_2	0,01
				Pt —	*Na* —			
2					1,2	0,6	1	0,9
4					2	1,1	2	1,8
8				0,2	4	2,0	3,5	2,7
22				1,2	8,2	3,6	7,5	5
35				2	15	5,4	11	7,8
56				4	23	7,6	18,5	9
107	2	4	6,2	14	75	10	57	12,5
213	3,8	7	10	>300	>300	14	>300	16
416	5,2	10,5	16			20		23
Temperatur in Celsiusgraden	394°	402°	406°	406°		406°	406°	410°

Als Apparat diente ein Gefäß von der Form nach Fig. 1. Der Querschnitt der Natriumelektrode betrug 4,5 cm², der der *Pt*-Elektrode 1 cm²; ihr Abstand betrug ungefähr 6 cm. Die Resultate sind in Tabelle 8 und Fig. 10 wiedergegeben. Messungen mit dem Mac-Leod zeigten,

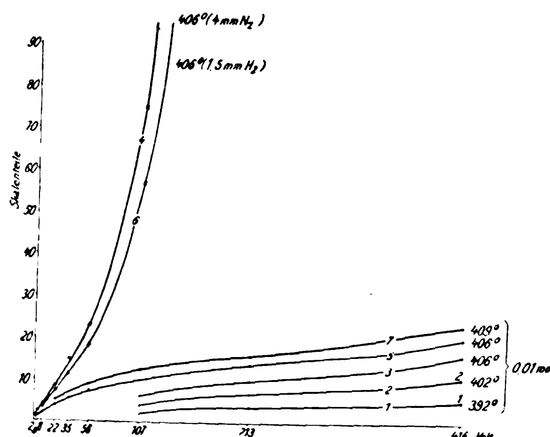


Fig. 10 zu Tabelle 8.

daß die Gaedepumpe das Vakuum nicht merklich unter 0,01 mm zu bringen vermochte, weil, wie sich später herausstellte, einer der Hähne, welche zur Zuleitung von H_2 bezw. N_2 dienten, schlecht gefettet war. Die Versuche 1—3 zeigen uns, daß trotz des noch immer nicht vorzüglichen Vakuums eine geringe Tendenz zur Sättigung vorhanden war. Nunmehr wurde N_2 zugelassen, so daß der Druck auf 4 mm stieg. Der Erfolg war, daß nunmehr Stoßionisation auftrat und daß außerdem alle Ausschläge wesentlich größer waren als ohne Gas[1]). Nun-

[1]) Bei dem Versuch No. 4 in Tabelle 8 wurden dann auch die Ströme gemessen, welche auftraten, wenn die Platinelektrode Kathode war; diese Daten zeigen ausgeprägt den Charakter der Stoßionisation.

zeigt wiederum von der niedrigsten Spannung ab erheblich stärkere Ströme und starke Stoßionisation. Nachdem 10 Minuten gepumpt war, zeigte sich im wesentlichen wieder das alte Bild, nur daß, wie aus Fig. 10 deutlich hervorgeht, die Ausschläge erheblich größer waren, wohl weil die letzten Gasreste nur langsam entwichen.

Da bei den eben geschilderten Versuchen das Vakuum wegen einer Undichtigkeit in der Apparatur nicht merklich unter 0,01 mm zu bringen war, so wurde noch eine Versuchsreihe angestellt, bei der der Einfluß des Vakuums bei sehr großen Verdünnungen studiert werden sollte. Benutzt wurde ein Apparat nach Fig. 1. Der Elektrodenquerschnitt betrug bei der Natriumelektrode 9,1 cm², bei der Platinelektrode 3,1 cm²; ihr Abstand betrug nur 15 mm.

Tabelle 9.

Temperatur in Celsiusgraden	322°	339°	345°	355°	365°	380°
Vakuum	0,04	0,04	0,04	0,045	0,045	0,06
2	12	25	32	70	88	121
4	21	48	56	130	176	264
8	30	78	91	230	300	540
22	46	137	150	440	630	1300
63	73	250	286	880	1600	4700
107	90	308	350	1000	2300	7700
214	113	370	422	1150	2800	10500
424	148	440	460			

Tabelle 10.

Temperatur in Celsiusgr.	285°	300°	320°	329°	345°	367°
Vakuum	0,00006	0,00007	0,00006	0,0001	0,00013	0,0005
2	2,5	7,7	16	26	68	343
4	3,1	10,5	24	41	115	490
8	3,7	12,7	32	53	152	660
22	4	15	41	69	211	1060
63	4,4	16,2	48	78	260	1420
107	4,6	17	50	80	275	1500
214	4,8	17,7	52	83	288	1550
424	5,2	19,5	55	87	300	1600

In Tabelle 9 und Fig. 10 sind Versuchsdaten gegeben, welche bei einem Vakuum von etwa 0,05 mm erhalten wurden. Tabelle 10 und Fig. 12 geben Versuche wieder, welche in dem gleichen Apparat sofort darauf bei einem Vakuum von erheblich unter 0,001 erhalten wurden. Der Vergleich der Fig. 11 und 12 zeigt den Unterschied am deutlichsten. Die Resultate sind folgende:

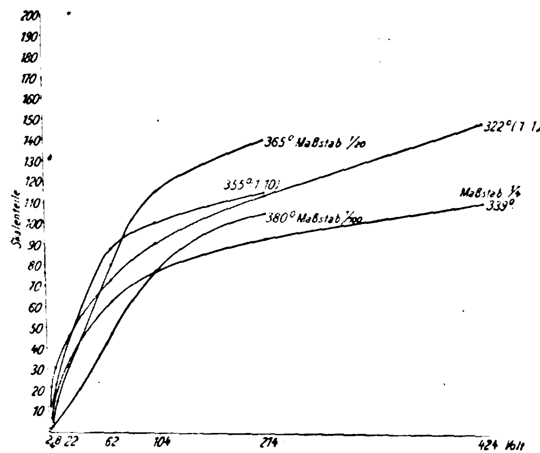


Fig. 11 zu Tabelle 9.

1. Bei sehr gutem Vakuum tritt ausgeprägte Sättigung ein. (Vgl. hierzu auch die Versuche mit Kalium nach Tabelle 4 und Fig. 8, bei

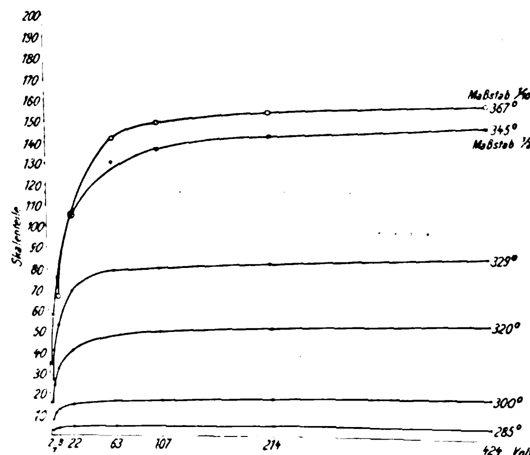


Fig. 12 zu Tabelle 10.

denen aber leider das Vakuum nicht so genau bestimmt war.)

2. Bei einem Gasdruck von 0,01 mm (Vergleich von Tabelle 8 mit Tabelle 9) ist schon ein sehr starker Einfluß auf die gemessenen Ströme bemerkbar.

Dieser Einfluß ist ein doppelter, wie z. B. der Vergleich der Messungen bei 345° in Tabelle 9 und 10 zeigt. Bei geringen Spannungen sind die Ströme bei dem besten Vakuum am größten, bei 2 Volt 32:68; bei höheren Spannungen ist das Verhältnis umgekehrt, bei 424 Volt 460:300. Letzteres ist wohl auf den Eintritt von Stoßionisation zurückzuführen. Bei höheren Temperaturen, z. B. bei 365° in Tabelle 9 und 367° in Tabelle 10 treten die eben geschilderten Verhältnisse noch deutlicher hervor.

Sehr bemerkenswert ist dann noch der große Einfluß, welchen der Elektrodenabstand auf die gemessenen Ströme ausübt. Bei den Messungen in den Tabellen 8 und 10 betrug der Elektrodenabstand 60 bezw. 15 mm, während sich ihre Querschnitte etwa wie 1:2 verhielten. Die gemessenen Ströme aber sind bei dem größeren Plattenabstand um mehr als das 1000 fache kleiner, was durch das stark veränderte Potentialgefälle erklärlich, aber zugleich auch ein Zeichen dafür ist, daß eine etwaige spontane Leitfähigkeit des Na-Dampfes nur eine sehr geringe Rolle spielen kann.

Die Leitfähigkeit der Dämpfe von Kalium und Natrium.

Aus den eben beschriebenen Versuchen geht schon hervor, daß eine etwaige spontane Leitfähigkeit der Dämpfe von Kalium und Natrium nur einen sehr geringen Betrag besitzen kann. Um die Frage exakt zu entscheiden, müssen die Bedingungen so gewählt werden, daß sich die Metalle nicht auf den Elektroden niederschlagen können, da sonst stets die Elektronenabgabe der flüssigen Metalle störend hinzukommt. Beim Arbeiten mit gesättigten Dämpfen ist dies aber kaum zu vermeiden. Ich habe daher Versuche mit überhitzten Dämpfen ausgeführt, zumal man wohl annehmen kann, daß eine etwaige spontane Leitfähigkeit der Dämpfe überwiegend von der Temperatur und weniger von ihrer Dichte abhängen wird. Zu dem Zwecke wurden Apparate gemäß Fig. 13 verwendet. Der Elektrodenquerschnitt betrug 1 cm², ihr Abstand 2 cm.

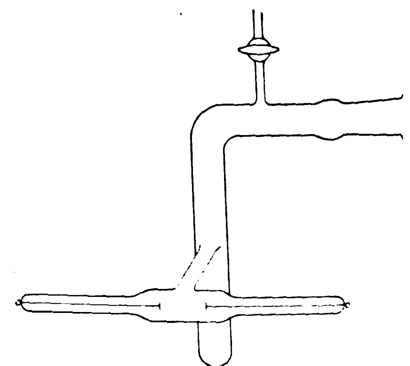


Fig. 13.

Der eigentliche Elektrodenraum konnte durch einen kleinen Ofen für sich erhitzt werden und befand sich stets auf einer etwa 30° höheren Temperatur als das Reservoir, aus dem die Dämpfe in diesen Raum hinüberdestilliert wurden. Ich habe in diesen Gefäßen Versuche mit Kalium bei Temperaturen bis zu 420° und mit Natrium bis zu 500° herauf ausgeführt und bei einer angelegten Spannung von 100 Volt keine galvanometrisch nachweisbare Leitfähigkeit gefunden, obwohl Alkalidämpfe in dem eigentlichen Versuchsraum reichlich vorhanden waren wie daraus hervorging, daß sich in den kalten Seitenrohren des Leitfähigkeitsgefäßes große Mengen der Alkalimetalle kondensierten. Bei noch höheren Temperaturen wurde die Glasleitfähigkeit störend, und es zeigten sich dann Ströme, welche dem Ohmschen Gesetz vollständig gehorchten. Wurden die herausstehenden kalten Elektrodenrohre durch einen Luftstrom gekühlt, so nahmen auch diese Ströme erheblich ab, ein Zeichen, daß sie also nur durch die Leitfähigkeit des Glases bedingt waren.

Nach den im nächsten Kapitel angegebenen Daten berechnet sich für eine Kaliumelektrode von 400° pro cm² ein durch Abgabe negativer Elektronen vermittelter Strom von rund 10000 Skalenteilen. Da andererseits Ausschläge von 0,1 mm mit Sicherheit zu beobachten sind, so ergibt sich, daß der Effekt des flüssigen Kaliums eine etwa vorhandene spontane Leitfähigkeit seines Dampfes bei 400° um mindestens das 100000 fache überwiegt. Wenn wir bei tieferen Temperaturen ein ähnliches Verhältnis zwischen diesem Effekt und einer etwaigen spontanen Leitfähigkeit annehmen, so folgt hieraus, daß diese bei Temperaturen unter 300° weit unterhalb der galvanometrisch nachweisbaren Grenze liegen muß. Bei Natrium liegen die Verhältnisse analog, nur daß hier für die Grenze der galvanometrischen Nachweisbarkeit erheblich höhere Temperaturen einzusetzen sind.

Theoretisches.

Die im vorstehenden gewonnenen Resultate mögen noch benutzt werden, um sie mit den theoretischen Überlegungen zu vergleichen, welche von **Richardson** und anderen über die Abgabe negativer Elektronen von erhitzten Metallen angestellt wurden. Hiernach sollen die bei einer absoluten Temperatur T gemessenen Sättigungsströme i_s einem Ausdruck folgender Form genügen:

$i_s = A \cdot T^{-\frac{1}{2}} e^{-\frac{Q}{KT}}$, worin Q die Reaktionswärme darstellt, welche nötig ist, um ein Grammmolekül Elektronen aus dem Metall in Freiheit zu setzen. Wenn dies der Fall ist, so muß die durch die Koordinaten $y = \log i_s, \; -\frac{1}{2}\log T$ und $X = T^{-1}$ dargestellte Kurve eine gerade Linie sein. Als Sättigungsströme habe ich hierbei für K die gemessenen Werte für 55 Volt nach Tabelle 1 eingesetzt. Die berechneten Werte sind in Fig. 14 durch Punkte bezeichnet.

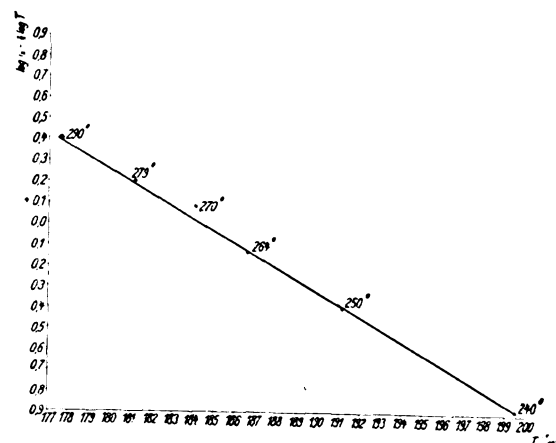


Fig. 14.

Sie schließen sich für die Temperaturen 240, 250, 264, 270 und 279° einer Geraden recht gut an. Der Wert für 290°, von dem wir allerdings schon vorhin erwähnten, daß er bedeutend zu groß ausgefallen ist, weicht aber erheblich von der Geraden ab. Berechnet man auf Grund der in den anderen Tabellen wiedergegebenen Daten einen wahrscheinlichen Wert für 290°, so erhält man den durch einen Kreis gekennzeichneten Wert, der sich der Geraden wieder vorzüglich anschließt.

Für Natrium habe ich die Werte aus Tabelle 10 für 63 Volt als Sättigungsströme eingesetzt. Fig. 15 zeigt, daß sich auch hier alle Werte bis auf den für die höchste Beobachtungstemperatur der Geraden recht gut anschließen.

Für den Wert von Q hatte **Richardson** bei Natrium $6{,}32 \cdot 10^4$ cal gefunden; meine Werte ergeben für Natrium $4{,}6 \cdot 10^4$ und für Kalium $2{,}9 \cdot 10^4$ cal. Den Potentialsprung an der Oberfläche berechnete **Richardson** aus seinen Werten zu 2,45 Volt, während meine Zahlen für Natrium 1,92 und für Kalium 1,24 Volt ergeben. Für die Zahl N der in einem Kubikzentimeter enthaltenen freien Elektronen gelangte **Richardson** für Natrium zu dem unwahrscheinlichen Werte von 10^{26}; meine Werte ergeben für Natrium $N = 6{,}3 \cdot 10^{20}$ und für Kalium $N = 1 \cdot 10^{15}$. Für Kalium sind die Werte für den Potentialsprung an der Oberfläche, für Q und für N wahrscheinlich zu klein ausgefallen, weil bei einem Elektrodenabstand von 2,5 cm und einer

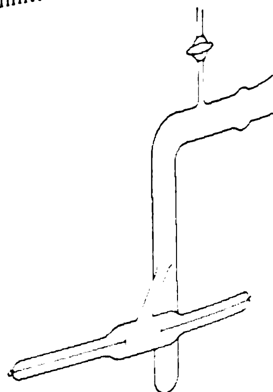


Fig. 13.

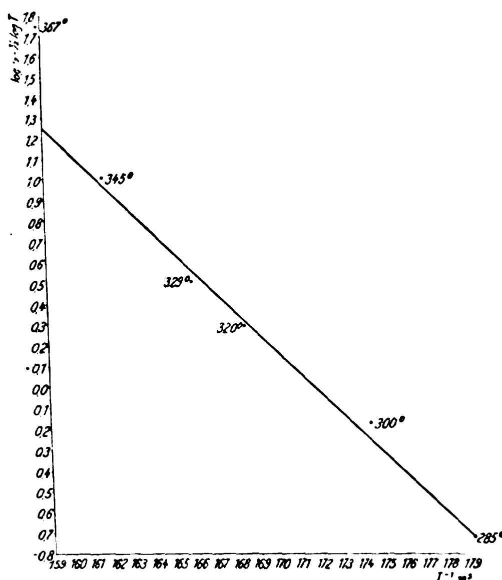


Fig. 15.

Spannung von 55 Volt die gemessenen Ströme noch nicht der Gesamtzahl der abgegebenen Elektronen entsprechen. Nach dieser Richtung sollen die Versuche ergänzt werden.

Zusammenfassung.

Es wurde die Abgabe von Elektronen von Kalium und Natrium und der Einfluß des Vakuums auf diese Effekte bestimmt. Bei hinreichend weitgehendem Vakuum gibt besonders das Natrium ausgeprägte Sättigungsströme, die mit zunehmender Temperatur nach einer Exponentialfunktion anwachsen. Bezüglich der von anderer Seite vermuteten spontanen Leitfähigkeit der Dämpfe von Kalium und Natrium wurde gezeigt, daß diese, mindestens bei Temperaturen bis zu 350^0 herauf, erheblich unter der Grenze der galvanometrischen Nachweisbarkeit liegen muß.

Leipzig, Theoretisch-physikalisches Institut.

(Eingegangen 6. April 1911.)

Die Plancksche Konstante h und der Ausdruck $h\nu$.

Von E. Wertheimer.

Um die Bedeutung der Konstanten h und des Ausdrucks $h\nu$ zu ermitteln, wollen wir im Gegensatz zu dem Planckschen Oszillator einen rotierenden Dipol betrachten, ein Bild, wie es sich schon bei W. Wien[1]) und A. E. Haas[2]) findet. Da wir bei ponderabler Materie umlaufende Elektronen annehmen, also damit der Wirklichkeit näher kommen, erscheint das gewählte Bild für den fraglichen Zweck geeigneter. Das Plancksche Strahlungsgesetz wird als richtig vorausgesetzt.

1) Elektronen, 2. Aufl., S. 34.
2) Diese Zeitschr. 11, 537, 1910.

Wir werden im folgenden den Beweis führen, daß es zulässig ist, das Plancksche „Energieelement" ε beliebig zu unterteilen. Wir dürfen daher der Gleichung

$$\varepsilon_0 = h\nu_0$$

eine andere Bedeutung als bei Planck beilegen. Da ε_0 und ν_0 sich offenbar auf denselben Zustand beziehen müssen, interpretieren wir ε_0 als die Energie des Systems in dem Moment, wo der Dipol mit seiner Eigenschwingung rotiert, also kurz als den Eigenwert der Energie des Dipols[1]).

Ein negatives Elektron von der Masse m und dem Radius ϱ rotiere kreisförmig mit der Geschwindigkeit w um ein mit der positiven Einheitsladung e geladenes Zentrum. Der Halbmesser der Bahn sei r. Die Geschwindigkeit w sei genügend weit von der Lichtgeschwindigkeit c entfernt. Dann besteht Gleichgewicht zwischen Zentrifugal- und Zentripetalkraft, wenn

$$\frac{m\,w^2}{r} = \frac{e^2}{r^2}\ ^{2)}$$

oder

$$\frac{m}{2}\cdot w^2 = \frac{e^2}{2r}. \qquad \text{(a)}$$

Um den Eigenwert der Energie zu erhalten, wollen wir für einen Moment weder Dämpfung durch Strahlung noch einen Einfluß fremder Kräfte zulassen. Wir führen gleichzeitig die Helmholtzsche Schreibweise[3]) für ein Zweikörpersystem ein und versehen w und r zur Kennzeichnung der Eigenschwingung mit dem Index 0. Wir erhalten

$$\frac{m}{2}w_0^2 - \frac{e^2}{r_0} = -\frac{e^2}{2r_0} = -\varepsilon_0 \qquad \text{(a')}^{4)}$$
$$L + \Phi = E.$$

Die Eigenschwingung ν_0 ist mit w_0 und r_0 durch die Gleichung verknüpft

$$\nu_0 = \frac{w_0}{2\pi\cdot r_0}. \qquad \text{(b)}$$

Setzt man in (a) für m den bekannten Wert ein

1) A. E. Haas (l. c.) interpretiert ähnlich ε als den maximalen Wert der Energie des Dipols.
2) Wien, l. c., S. 34.
3) Theoretische Physik I2. Gleichungen (138), (138a), (138b), (145b).
4) Die Gleichung (a') ist der mathematische Ausdruck dafür, daß das negative Elektron sich auf einem Kreise bewegt. A. E. Haas berechnet ε doppelt so groß. Wie man übrigens sieht, haben wir bei der Interpretation von ε das Vorzeichen umgekehrt.

$$m = \frac{2}{3}\frac{e^2}{c^2 \varrho},$$

so erhält man leicht die Beziehung

$$w_0 = c\sqrt{\frac{3}{2}\frac{\varrho}{r_0}}. \qquad (c)$$

Nun definierten wir

$$\frac{\varepsilon_0}{\nu_0} = h = 6{,}548 \cdot 10^{-27}. \qquad (d)$$

Durch Kombination der Gleichungen findet man für die Eigenschwingung

$$h = \frac{\varepsilon_0}{\nu_0} = \frac{\pi e^2}{w_0} = \frac{\pi e^2}{c} \cdot \sqrt{\frac{2}{3}\frac{r_0}{\varrho}}. \qquad (e)$$

Benutzt man für e den Planckschen Wert $4{,}69 \cdot 10^{-10}$ und für $\frac{e}{m}$ den Wert $c \cdot 1{,}76 \cdot 10^7$, so erhält man

$$w_0 = 1{,}055 \cdot 10^8 \text{ cm} \cdot \text{sec}^{-1}$$
$$r_0 = 2{,}2224 \cdot 10^{-8} \text{ cm}$$
$$\nu_0 = 7{,}554 \cdot 10^{14}$$
$$\varepsilon_0 = h\nu_0 = 4{,}945 \cdot 10^{-12} \text{ Erg.}$$

Wie man sieht, sind sämtliche Größen, w_0, r_0, ν_0, ε_0 und $\frac{\varepsilon_0}{\nu_0}$ bestimmt, sobald ein Wert, hier also $\frac{\varepsilon_0}{\nu_0} = h$, vorgeschrieben wird. Wegen der Form der Entropiegleichungen[1])

$$S = F\left(\frac{U}{\nu_0}\right) = f\left(\frac{U}{\varepsilon_0}\right)$$

tritt gerade diese Größe von der Dimension [Energie $\times$ Zeit] in Erscheinung.

Bevor wir zur stationären Wärmestrahlung übergehen, wollen wir jetzt kurz untersuchen, was für Folgen sich aus der Aufnahme eines zweiten Energiequantums ε_0 ergeben. Es kann solches durch Anprall von Röntgenstrahlen, durch einen radioaktiven Vorgang (also momentan) oder auch durch Resonanz (etwa beim lichtelektrischen Effekt, also im Laufe eines endlichen Zeitintervalls) entstehen. Es mag unentschieden bleiben, ob in einem oder anderem Falle die kinetische oder die potentielle Energie des Systems sich vergrößert, in allen Fällen geht die Gleichung (a')

$$\frac{m}{2} w_0^2 - \frac{e^2}{r_0} = -\varepsilon_0 = -h\nu_0$$
$$L + \Phi = E$$

über in

$$L + \Phi = 0$$

und diese Gleichung sagt aus, daß das negative Elektron sich von dem positiv geladenen Zentrum auf einer Parabel entfernt, also frei wird. Ohne daß wir nötig haben, dem „Lichtquantum" $h\nu_0$ eine selbständige Existenz zuzugestehen, ergibt sich also sofort die Austreibung des negativen Elektrons aus den Gesetzen der Mechanik als Konsequenz unserer Interpretation von $h\nu_0$, sobald ein Quantum Energie von der Größe $h\nu_0$ (oder mehr) aufgenommen wird. Diese Konsequenz ist in Übereinstimmung mit Anschauungen, wie sie von **Stark**, **W. Wien** und **Einstein** entwickelt sind, bestätigt also die Richtigkeit der gegebenen Interpretation.

Wir wenden uns jetzt der stationären Wärmestrahlung zu und nehmen an, daß der Dipol in einem mit schwarzer Strahlung erfüllten Raum im Gleichgewicht mit dieser Strahlung sich befindet. Wegen der elementaren Unordnung der Wärmestrahlung wird dann einerseits zwischen den verschiedenen Werten der Energie, welche der Dipol in jedem Moment besitzt, andererseits zwischen dem zeitlichen Mittelwert der Energie[1]) zu unterscheiden sein.

Die Ein- und Ausstrahlung von Energie kann nur dadurch erfolgen, daß entweder die kinetische oder die potentielle Energie des Dipols oder endlich beide sich ändern. Nun sagt aber die Gleichung (e) aus, daß entweder w_0 oder r_0 eine universelle Bedeutung haben müssen. Denn h, e, c und ϱ sind universelle Größen. Wir werden also zwischen den beiden folgenden Hypothesen eine Entscheidung zu treffen haben:

Entweder ist

$$w_0 = \frac{\pi e^2}{h}$$

eine konstante, universelle Rotationsgeschwindigkeit der umlaufenden negativen Elektronen, dann oszilliert das negative Elektron bei seiner Rotation gleichzeitig radial um seine Gleichgewichtslage und gewinnt und verliert dabei *potentielle* Energie wie beim **Zeeman**-Effekt,

oder

der Radius r_0 hat eine universelle Bedeutung und bleibt konstant, dann ist die Geschwindigkeit, also die *kinetische* Energie, des Elektrons variabel.

Nun wird man sich wohl ohne Besinnen für die erste Hypothese entscheiden, besonders da w_0 infolge der Selbstinduktion bei elektromagnetischen Vorgängen als langsam veränderliche Größe zu betrachten sein dürfte. Da es sich jedoch um eine grundlegende Frage handelt, sei noch folgender Beweis gestattet:

Die räumliche Energie des schwarzen Raumes ist bei stationärer Strahlung durch die Gleichungen[2]) gegeben

1) **Planck**, Wärmestrahlung, Gleichungen (227) u. (200).

1) **Planck**, l. c., § 123 und § 146.
2) **Planck**, l. c., Gl. (75) und § 118.

$$u = aT^4 = \frac{1}{8\pi}\{\overline{\mathfrak{E}_x^2} + \overline{\mathfrak{E}_y^2} + \overline{\mathfrak{E}_z^2} + \overline{\mathfrak{H}_x^2} + \overline{\mathfrak{H}_y^2} + \overline{\mathfrak{H}_z^2}\}$$

$$\overline{\mathfrak{E}_x^2} = \overline{\mathfrak{E}_y^2} = \overline{\mathfrak{E}_z^2} = \overline{\mathfrak{H}_x^2} = \overline{\mathfrak{H}_y^2} = \overline{\mathfrak{H}_z^2}.$$

Wir lassen das Elektron in der xy-Ebene rotieren und betrachten der Einfachheit halber nur die durch das Feld $\mathfrak{H}_z$ entstehenden Wirkungen, um einen Vergleich mit dem Zeeman-Effekt zu ermöglichen. Dann wird man sich vorstellen dürfen, daß der in der z-Achse bei stationärer Wärmestrahlung sich abspielende Vorgang hervorgerufen wird durch ein in Richtung und Größe, also zwischen positiven und negativen großen und kleinen Werten in ungeordneter Weise unendlich schnell wechselndes Magnetfeld. Die positive Richtung ist dabei gegen die negative Richtung in keiner Weise bevorzugt. Es muß sich also, wie bei Bucherer[1]) dargestellt, eine Ablenkung des negativen Elektrons nach außen und nach innen ergeben, so daß es um seine Gleichgewichtslage oszilliert, während seine Rotationsgeschwindigkeit wie beim Zeeman-Effekt[1]) konstant bleibt. Für die Felder $\overline{\mathfrak{H}_x}$ und $\overline{\mathfrak{H}_y}$, welche das Elektron aus der xy-Ebene abzulenken suchen, gilt die gleiche Betrachtung, die elektrischen Felder dürfen vernachlässigt werden.

Es sei noch darauf hingewiesen, daß die Gleichung

$$h = \frac{\pi e^2}{w_0}$$

identisch ist mit der von Einstein[2]) aus Dimensionalbetrachtungen abgeleiteten Gleichung

$$h = \text{Zahl} \cdot \frac{e^2}{c},$$

nur daß also an die Stelle der Lichtgeschwindigkeit die universelle Rotationsgeschwindigkeit der negativen Elektronen tritt.

Als zweites Resultat der gegebenen Interpretation finden wir also die universelle Rotationsgeschwindigkeit der Gleichung (f), worauf wir später zurückkommen.

Wir haben uns jetzt ein Urteil über den Bereich zu bilden, in dem das negative Elektron bei stationärer Wärmestrahlung während seiner Rotation radial oszillieren kann. Der Bereich ist wegen der Gleichung

$$\lambda = \frac{c}{\nu} = \frac{2\pi c}{w_0} \cdot r$$

dem Bereich der absorbierten und emittierten Wellenlängen proportional. Von einer mathematischen Durchführung dieser Aufgabe muß wegen der außerordentlichen Schwierigkeit Abstand genommen werden. Für den Resonator kommt Planck[1]) zu dem Resultat, daß nur die der Eigenschwingung ν_0 unendlich nahe liegenden Frequenzen den Resonator beeinflussen. Wir glauben dasselbe für den rotierenden Dipol annehmen zu dürfen. Denn erfahrungsgemäß verursachen beim Zeeman-Effekt sehr starke Felder nur eine sehr kleine radiale Ablenkung und ferner schwanken die Lichtfelder in der positiven und negativen Richtung so ungeheuer schnell, daß nach den Gesetzen der Wahrscheinlichkeit wohl zu keiner Zeit eine große Ablenkung eintreten kann, weil auf eine Ablenkung nach außen unendlich schnell eine solche nach innen folgen wird. Es wird also r zu allen Zeiten nur unendlich wenig von r_0 differieren und auch hier nur ein kleiner Spektralbereich $d\lambda$ für Absorption und Emission in Frage kommen. Wegen der Konstanz von w_0 wird jetzt die Energie des Dipols

$$\frac{m}{2} w_0^2 - \frac{e^2}{r} = -\varepsilon = E', \qquad \text{(g)}$$

wo r und ε variabel zu denken sind, sie ist also um den gegen ε_0 unendlich kleinen (positiven oder negativen) Betrag

$$E' - E^0 = \frac{e^2}{r_0} - \frac{e^2}{r}$$

in jedem Moment infolge der Oszillation vergrößert. Daraus folgt auch sofort, daß der zeitliche Mittelwert der Energie (U) unendlich nahe bei E^0 liegen muß.

Wir haben nun den Beweis zu führen, daß es zulässig ist, das Energiequantum ε_0 ganz beliebig zu unterteilen. Dem Gedankengange bei Planck[2]) folgend, betrachten wir eine sehr große Zahl (N) Dipole und betrachten das unendlich kleine Zeitelement τ. Die in dieser Zeit τ von sämtlichen N Dipolen ausgestrahlte Energie, welche nur einen unendlich kleinen, aber ganz bestimmten Bruchteil der Gesamtenergie U_N beträgt, wollen wir als freie Energie U_f, den Rest als gebundene Energie U_g bezeichnen. Dann ist für das nächste Zeitelement τ nur die Energie U_f zur Einstrahlung verfügbar. Wir haben

$$NU = U_f + U_g = U_N,$$

und

$$U_f = \frac{U_N}{q},$$

wo q eine große Zahl ist. Wenn wir N genügend groß nehmen, werden diese Gleichungen auch für einen Dipol für die Zeit $N \cdot \tau$ richtig sein, so daß wir einen zeitlichen Mittelwert erhalten. Wir teilen nun U_f in P gleiche Teile von der Größe ζ und erhalten

1) Einführung in die Elektronentheorie, S. 98.
2) Diese Zeitschr. 10, 192, 1909.

1) l. c., § 120.
2) l. c., § 147 u. 148.

$$P = \frac{U_f}{\zeta} = \frac{U_N}{\varepsilon},$$

wo $\varepsilon = q \cdot \zeta$.

Anstatt von den Energieelementen ε möge nun der Dipol von den unendlich viel kleineren Energieelementen ζ beliebig viele zu seiner gebundenen Energie $\frac{U_\varepsilon}{N}$ (einer konstanten Größe) addieren können. Dann erhalten wir genau wie bei Planck

$$S = K\{(N+P)\log(N+P) - N\log N - P\log P\}$$

und durch die konforme Umformung die Gleichung

$$S = K\left\{\left(1+\frac{U}{\varepsilon}\right)\log\left(1+\frac{U}{\varepsilon}\right) - \frac{U}{\varepsilon}\log\frac{U}{\varepsilon}\right\}$$ [1].

Da ζ kein definiertes Quantum ist, sondern seine Größe willkürlich von dem stetig veränderlichen τ abhängt, so ist eine ganz beliebige Unterteilung von ε möglich.

Wir können jetzt noch die Temperatur bestimmen, bei der unser Dipol mit stationärer Wärmestrahlung im Gleichgewicht ist. Da die Ausstrahlung, wie eine Rechnung von Wien[2]) zeigt, ungeheuer groß ist, muß auch die Einstrahlung ungeheuer groß sein, also ebenso die räumliche Strahlungsdichte der Schwingungszahl ν_0, welche wir gemäß dem Planckschen Strahlungsgesetz durch Erhöhung der Temperatur auf jeden beliebigen Betrag bringen können. Ob diese Temperatur in der Natur vorkommt, ist nach Planck[3]) für die Theorie gleichgültig, solange sie mit den Gesetzen der Elektrodynamik und Thermodynamik verträglich ist.

Es wurde nachgewiesen, daß der zeitliche Mittelwert

$$U = h\bar{\nu} = \frac{h\nu_0}{e^{\frac{h\nu_0}{KT}} - 1}$$ [4])

unendlich nahe bei $h\nu_0$ liegt. Es ist also

$$\frac{h\bar{\nu}}{h\nu_0} = 1 + \xi,$$

wo ξ unendlich klein ist, also

$$\frac{h\nu_0}{KT} = \log\left(1+\frac{\nu_0}{\bar{\nu}}\right) = \log(2-\xi)$$

und mit genügender Annäherung

$$T = \frac{h\nu_0}{K\log 2} = 1{,}443\,\frac{h\nu_0}{K} = 53030.$$

Für jedes andere Modell würde sich entsprechend dem verschiedenen ν_0 eine andere Temperatur ergeben[1]).

Die außerordentliche Höhe der hier für unser Modell gefundenen Gleichgewichtstemperatur sagt nur dasselbe aus, was bereits Wien[2]) mit anderen Worten ausgesprochen hat, daß nämlich der betrachtete Dipol — bei gewöhnlichen Temperaturen — in unendlich kurzer Zeit seine ganze Energie verlieren und Zerfall der Materie eintreten muß. Auf die sich hieraus ergebenden Folgerungen, wie sie schon Wien[2]) gezogen hat, wollen wir später eingehen, wir wenden uns zunächst der gefundenen universellen Geschwindigkeit zu.

Da dürfte der Hinweis interessieren, daß eine universelle Rotationsgeschwindigkeit der negativen umlaufenden Elektronen tatsächlich experimentell gefunden zu sein scheint, nämlich bei den δ-Strahlen, worüber Greinacher[3]) folgendes mitteilt:

„Die δ-Strahlen oder langsamen β-Strahlen des Poloniums haben eine Geschwindigkeit von ungefähr $3 \cdot 10^8\,\mathrm{cm}\cdot\mathrm{sec}^{-1}$. Eine Aussendung von δ-Strahlen ist von allen α-Strahlenprodukten der radioaktiven Körper zu erwarten. Nachgewiesen ist sie bis jetzt an den Emanationen des Aktinium, Radium, Thorium, für Aktinium B, Radium A, B, F (Polonium) und Thorium A.

Es ist anzunehmen, daß die Geschwindigkeit der δ-Strahlen in allen Fällen annähernd dieselbe ist. Nach unseren heutigen Vorstellungen bestehen diese Strahlen ja aus Elektronen, welche ursprünglich die Atome umkreisten. Durch den radioaktiven Vorgang werden sie aus ihrer geschlossenen Bahn herausgeschleudert und behalten dabei ihre ursprüngliche Geschwindigkeit bei".

Im Gegensatz zu der aus der Konstanten h abgeleiteten Geschwindigkeit

$$1{,}055 \cdot 10^8\ \mathrm{cm}\cdot\mathrm{sec}^{-1}$$

erhalten wir also hier die etwa dreimal so große der δ-Strahlen

1) Falls es richtig erscheint, wird man die freie Energie auch etwas anders definieren können. Der kleinste Abstand vom Zentrum der Bahn, den das negative Elektron bei seinen radialen Oszillationen erreichen kann, sei mit $r_{\min}$ bezeichnet. Dann kann jeder Dipol höchstens

$$E^0 - E^{\min} = \left(\frac{e^2}{r_{\min}} - \frac{e^2}{r_0}\right) \text{ Energie}$$

abgeben, die N Dipole, also höchstens

$$N\left\{\frac{e^2}{r_{\min}} - \frac{e^2}{r_0}\right\} = U_f,$$

ein Betrag, der ebenfalls einen bestimmten, unendlich kleinen Bruchteil von U_N bildet.

2) l. c., S. 34.

3) l. c., § 104.

4) Planck, l. c., Gl. (231).

1) Diese Berechnung dürfte auch für einen Oszillator gültig sein. Denn wäre die stationäre Wärmestrahlung ein geordneter Vorgang, so würden sich die Wirkungen in der +-Richtung durch die Wirkungen in der —-Richtung genau kompensieren, also

$$U = h\nu_0$$

sein. Die elementare Unordnung dürfte nur einen unendlich kleinen Unterschied zwischen den beiden Werten zur Folge haben können.

2) l. c., S. 34—36.

3) Neuere Strahlen (1909), S. 8—9.

$3 \cdot 10^8$ cm · sec^{-1}.
Die Frage, woher dieser Unterschied kommt, muß offen bleiben. Es sei jedoch auf folgende zwei Möglichkeiten hingewiesen:

1. Wir haben angenommen, daß sowohl die negative wie die positive Ladung aus je einem Elementarquantum besteht, denn nur dann ergibt die Gleichung

$$w = \frac{\pi \overset{-}{e} \cdot \overset{+}{e}}{h}$$

den errechneten Betrag. Nun trägt aber ein α-Teilchen tatsächlich eine doppelte positive Ladung, wodurch sich auch w verdoppelt. Die zweite negative Ladung mag dann weiter von Einfluß sein.

2. In der Theorie der Dämpfe wird zwischen drei Gruppen

a) den einatomigen Substanzen,
b) den normalen Substanzen,
c) den anomalen Substanzen

unterschieden. Ihre Eigenschaften sind bei Kuenen[1]) ausführlich diskutiert. Besonders die anomalen Substanzen, welche meist eine OH-Gruppe enthalten, weisen durch ihre große Dielektrizitätskonstante[2]) darauf hin, daß elektromagnetische Ursachen bei ihrem Verhalten mitsprechen. Es mag die universelle Rotationsgeschwindigkeit der Elektronen noch von der „Konstitution der in der Natur vorhandenen Oszillatoren"[3]) abhängig sein.

Zum Schluß sei gestattet, eine Schilderung zu versuchen, wie bei einem molekularen System im Dampfzustande die Ein- und Ausstrahlung von Energie vor sich gehen mag, wie man also von der gefundenen ungeheuer hohen Temperatur zu gewöhnlichen Temperaturen gelangen kann[4]). Zur Rechtfertigung dieses Versuches kann ich anführen, daß die Darstellung in Übereinstimmung mit der von W. Wien[5]) entwickelten Anschauung ist und daß ich durch die Interpretation der von mir gefundenen Gleichung des Wasserdampfes,

$$p_s + Ap_s^2 = \frac{R}{m} \cdot 330 \left\{ \frac{1}{v} + \frac{B}{v^2} \right\} = C T_s^{16} \text{ [6])},$$

also auf Grund der Erfahrung, dazu gelangt bin. Die Gleichung erfüllt, da sie für den Sättigungszustand gilt, die Bedingung von Planck[7]), daß der Zustand durch die Temperatur allein bestimmt ist, und hat die von Einstein[1]) zur Gültigkeit des Planckschen Strahlungsgesetzes verlangte Form. Ihre Interpretation scheint die folgenden Annahmen zu verlangen:

Synchrone Rotation von Molekel und Elektron auf einer freien Weglänge mit einer konstanten, von der Temperatur unabhängigen Geschwindigkeit,

Wechselwirkung zwischen (potentieller) Energie der Elektronen und Translationsenergie der Molekeln,

und gelangt man damit zur folgenden Vorstellung:

Molekel und Elektron rotieren auf einer freien Weglänge mit der gleichen Winkelgeschwindigkeit (synchron), sind also in relativer Ruhe [W. Wien, l. c.], und zwar dadurch, daß bei dem Übergang in den Dampfzustand die umlaufenden negativen Elektronen die Molekeln zur Mitrotation veranlassen[2]). Ein Energieumsatz erfolgt, wenn eine Molekel gegen eine Grenzfläche oder gegen eine andere Molekel prallt, und zwar in folgender Weise: Durch den Zusammenstoß wird das negative Elektron radial um eine kleine Strecke verschoben, wie von Wien[3]) dargestellt, und gewinnt dabei potentielle Energie (Einstrahlung von Energie, Arbeit gegen die Zentrifugalkraft). Sobald die Molekeln sich wieder getrennt haben, oszilliert es entsprechend dem Planckschen Bilde um seine Gleichgewichtslage, und zwar so lange, bis die Oszillation — in unendlich kurzer Zeit — durch Dämpfung abklingt (Ausstrahlung der potentiellen Energie). Denn die Oszillation würde nur bei unendlich hoher Temperatur (von der Größenordnung der gefundenen, 53030° abs.) dauernd bestehen können. Die elastischen Kräfte entstehen durch das Bestreben des Elektrons, in seine durch die universelle Rotationsgeschwindigkeit bestimmte Gleichgewichtslage zurückzugelangen.

1) Zustandsgleichungen, S. 138—156.
2) Vgl. Drude, Optik, S. 373 u. 378; ferner Winkelmann, Handbuch der Physik IV, 2. Aufl., S. 134 u. 135.
3) Planck, l. c., Schlußwort.
4) Bei festen Substanzen mit ihrer unendlich kleinen freien Weglänge scheint ein rotierender Dipol durchaus zulässig zu sein, was jedoch nicht untersucht werden soll.
5) l. c., S. 36.
6) Diese Zeitschr. **12**, 91, 1911.
7) l. c., § 25, § 61, § 104.

1) Diese Zeitschr. **10**, 190, 1909:
$$\left[\varrho_v + C\varrho_v^2\right] = \left[\text{Energie}\left\{\frac{1}{v} + \frac{B}{v^2}\right\}\right].$$
2) Hierzu wird ein Teil der latenten Wärme verbraucht (Rotationsenergie der Molekeln).
3) l. c., S. 34.

(Eingegangen 13. März 1911.)

Zu Herrn v. Ignatowskys Behandlung der Bornschen Starrheitsdefinition. II[1]).

Von P. Ehrenfest.

Zur größeren Deutlichkeit erlaube ich mir folgende Konstatierungen.

1. Kann ein Körper, welcher der Bornschen

1) I: diese Zeitschr. **11**, 1127, 1910.

Starrheitsdefinition genügt, von Ruhe zu gleichförmiger Rotation übergehen? — Ich, Herglotz, Noether hatten gezeigt[1]): Nein. Herr v. Ignatowsky behauptete[2]), aus seinen Rechnungen ergebe sich: Ja. — Mein Protest[3]) hat ihn gezwungen zuzugeben[4]): a) daß aus seinen diesbezüglichen Rechnungen nichts derartiges folgt, b) daß seine Behauptung an sich falsch ist.

2. Kann ein Bornscher Körper krummlinig-translatorische Bewegungen ausführen? — Herglotz und Noether hatten gezeigt: Ja. — Herr v. Ignatowsky behauptete, aus seinen Rechnungen ergebe sich, daß ausschließlich geradlinig-translatorische Bewegungen möglich sind. — Ein brieflicher Protest des Herrn Noether hat ihn gezwungen, zuzugeben[5]), a) daß aus seinen diesbezüglichen Rechnungen nichts derartiges folgt, b) daß seine Behauptung an sich falsch ist.

3) Gesetzt, ein Signalisierungsprozeß Ω sei so beschaffen, daß eine Schar (relativ zueinander ruhender) Beobachter B_1 von ihm aussagen könnte: Mit Hilfe des Prozesses Ω können wir einander in allen Richtungen Signale mit der Überlichtgeschwindigkeit C zusenden. Würde dies für einen passend gegen sie bewegten Beobachter B_2 ein „Telegraphieren in die Vergangenheit" bedeuten? — Mit einer Einfachheit und Klarheit, die jedes weitere Mißverständnis füglich hätte ersparen müssen, hatte Herr Einstein gezeigt[6]): Ja. Trotz redaktioneller Warnung von seiten des Herrn W. Wien[7]) hat Herr v. Ignatowsky seine gegenteilige Meinung publiziert, die ersichtlich falsch ist[8]).

Herr v. Ignatowsky gelangte in seiner Arbeit „der starre Körper und das Relativitätsprinzip" zu keinerlei anderen neuen Resultaten als zu den oben zusammengestellten drei unrichtigen. Danach ist wohl zu verstehen, daß der Autor — die Behandlung des allzu präzis definierten „relativ-starren" Körpers verlassend — sich nunmehr[1]) dem anregend-dehnbaren Fragegebiet des „relativ-elastischen" Körpers zuwendet. Inwieweit die von Herrn v. Ignatowsky in dieser Richtung bisher publizierten Formelreihen mit dem von ihm wiederholt zitierten Planckschen Programm etwas zu tun haben, wird sich ja wohl in nicht allzu ferner Zeit überblicken lassen[2]).

St. Petersburg, 15. März 1911.

(Eingegangen 17. März 1911.)

---

1) P. Ehrenfest, diese Zeitschr. **10**, 918, 1909; G. Herglotz, Ann. d. Phys. **31**, 393, 1910; F. Noether, Ann. d. Phys. **31**, 607, 1910.

2) Ann. d. Phys. **33**, 1127, 1910.

3) Diese Zeitschr. **11**, 1127, 1910.

4) Diese Zeitschr. **12**, 164, 1911.

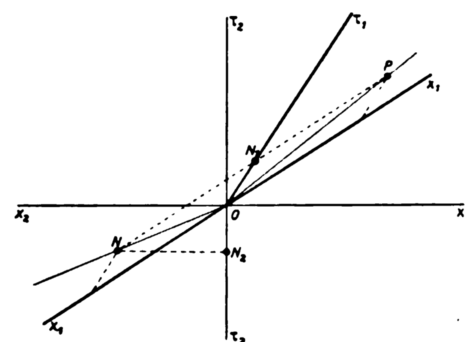
5) Ann. d. Phys. **34**, 373, 1911.

6) Jahrb. d. Radioaktiv. **4**, 411, 1907.

7) Siehe Fußnote zu § 6 in W. v. Ignatowsky, Ann. d. Phys. **33**, 607, 1910.

8) Die graphische Darstellung in der Minkowskischen $(x, \tau = ct)$-Ebene gestattet die Sachlage bequem zu überblicken. Das fundamentale Koordinatensystem Ox_2, $O\tau_2$ ist vom Standpunkt des Beobachters B_2 gewählt. $O\tau_1$ „Weltlinie" eines Beobachters B_1, wie sie von B_2 protokolliert wird. Ox_1 Inbegriff aller Weltpunkte, die vom Standpunkt des B_1 mit dem Weltpunkt O gleichzeitig sind $(\tau_1 = 0)$. OP- und ON-Linien, welche den Lauf zweier Signale darstellen, von denen B_1 sagen würde: „ich signalisiere von O aus nach beiden Seiten mit einer Geschwindigkeit, die viel größer ist als die Lichtgeschwindigkeit" (OP und ON fallen ja beinahe mit der Gleichzeitigkeitslinie" des Beobachters B_1 zusammen, laufen also für ihn „beinahe ∞ rasch"). Über das Weltpunktpaar N und O müssen dann B_1 und B_2, wie die Zeichnung zeigt, folgendermaßen urteilen.

B_1: Ereignis $O\,(\tau_1 = 0)$ ist Ursache von $N\,(\tau_1$ mit $ON_1 > O)$
B_2: Ereignis $N\,(\tau_2 = ON_2 < O)$ ist Ursache von $O\,(\tau_1 = O$.



Diese Folgerung aus der Existenz von Überlichtgeschwindigkeitssignalen ist es ja gerade, auf die Herr Einstein (l. c.) aufmerksam machte und für die man neuerdings das Schlagwort „in die Vergangenheit telegraphieren" geprägt hat. — Hätte Herr v. Ignatowsky sich die Ausführungen des § 6 seiner Arbeit nicht nur für den Fall ∞ hoher, sondern auch für den Fall „beinahe ∞ hoher" Fortpflanzungsgeschwindigkeit überlegt und die beiderseitige Signalausbreitung von einem mittleren Punkt seines Stabes aus verfolgt, so hätte er wohl gesehen, daß alles, was er über Herrn Einsteins Überlichtgeschwindigkeits-Bemerkung im § 6 schrieb und in Königsberg vortrug, falsch war. — Daß übrigens die spezielle Anordnung, die Herr v. Ignatowsky an jener Stelle als Beispiel einer Signalisierung anführt, überhaupt gar nicht als Signalisierung gelten kann, hat noch Herr Laue (diese Zeitschr. **12**, 85, 1911) gezeigt.

1) Diese Zeitschr. **12**, 164, 1911.

2) Das, was Herr Varičak, diese Zeitschr. **12**, 168, 1911 über die Pausbilder bewegter Bornscher Körper sagt halte ich für unrichtig. Im Interesse der Klarstellung der Frage bei möglichster Verkürzung der Diskussion werde ich mich mit H. Varičak brieflich verständigen, damit wir dann schon gemeinsam den richtigen Sachverhalt publizieren können.

Zum Ehrenfestschen Paradoxon.

(Auszug aus einem Briefe an Prof. V. Varićak in Agram.)

Von W. v. Ignatowsky.

Das Beispiel, welches Sie anführen[1]), habe ich mir früher schon genau überlegt und möchte Ihnen im folgenden das Resultat mitteilen.

Es sei AB (Fig. 1) ein Stab von der Ruhelänge l, der sich in der Richtung des Pfeiles

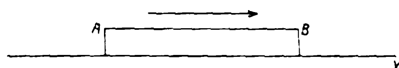


Fig. 1.

mit der konstanten Geschwindigkeit v bewegt in bezug auf einen ruhenden unendlich langen Papierstreifen, dessen Schnittlinie mit der Zeichenebene XY ist. Der Stab AB hat zwei Spitzen, die den Streifen XY ständig berühren. Der mit dem Stab bewegte Beobachter mißt die Zeit t', und der mit den Streifen ruhende Beobachter mißt die Zeit t. In einem Moment t bewegt der ruhende Beobachter den Streifen in seiner ganzen Länge senkrecht zu XY. Für den gestrichenen Beobachter wird dies nicht in einem bestimmten Moment t' zustande kommen, sondern der Streifen wird ihm geknickt erscheinen (Fig. 2), und der Knick cd wird sich für

Fig. 2.

den gestrichenen Beobachter mit der Geschwindigkeit $\frac{c^2}{v}$ in Richtung des Pfeiles bewegen[2]). Im nächsten Moment t_1 bringt der ruhende Beobachter den Streifen in die frühere Lage. Hierbei wird für den gestrichenen Beobachter ein Knick von entgegengesetzter Richtung entstehen. Im ganzen wird für den letzteren Beobachter

Fig. 3.

sich ein Berg ce (Fig. 3) mit der Geschwindigkeit $\frac{c^2}{v}$, in Richtung des Pfeiles bewegen, wobei die Länge ce, von der Zeit $t_1 - t$ abhängt.

1) Diese Zeitschr. **12**, 169, 1911.
2) W. v. Ignatowsky, Der starre Körper und das Relativitätsprinzip. Ann. d. Phys. **33**, 627—630, 1910.

Da der Streifen die Spitzen berührt, so wird beim Passieren des Berges ce an den Spitzen, im Papier je ein Schlitz von der Länge ce entstehen. Machen wir $t_1 - t$ unendlich klein, so geht Fig. 3 in Fig. 4 über, d. h. der ruhende Beobachter schlägt mit einem Ruck eine Pause. ce wird unendlich klein und er erhält zwei Löcher. Wir wollen den Abstand der beiden Löcher bestimmen.

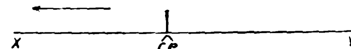


Fig. 4.

Der Berg ce in Fig. 4 bewegt sich in bezug auf den gestrichenen Beobachter mit der Geschwindigkeit $\frac{c^2}{v}$. Also ist die Zeit, für den letzteren Beobachter, die nötig ist, damit der Berg den Stab l durchläuft, gleich $\frac{lv}{c^2}$. Während dieser Zeit hat sich aber der Stab in bezug auf den bewegten Beobachter um eine Strecke $\frac{lv^2}{c^2}$ bewegt. Folglich ist der Abstand der beiden Löcher, synchron gemessen, für den gestrichenen Beobachter gleich

$$d' = l\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right). \tag{1}$$

Mißt der ruhende Beobachter dieselbe Strecke synchron, so erhält er d. Anderseits wissen wir, daß

$$d = \frac{d'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \tag{2}$$

ist, also

$$d = l\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}, \tag{3}$$

d. h. d ist die vom ruhenden Beobachter synchron gemessene (mit Hilfe der Pause) Länge des bewegten Stabes AB. Für den mit dem Streifen ruhenden Beobachter bewegt sich der Berg (Fig. 4) mit unendlich großer Geschwindigkeit. Es wird also der ruhende Beobachter bei der Anfertigung der Pause tatsächlich eine synchrone Messung der Länge des bewegten Stabes ausführen.

Macht also der ruhende Beobachter beim ruhenden Stabe eine Pause Π und beim bewegten Stab eine Pause Π_1, so werden Π und Π_1 nicht gleich sein.

Berlin, den 7. März 1911.

(Eingegangen 16. März 1911.)

Da der Streifen die Spitzen berühr... beim Passieren des Berges ce an der ... im Papier je ein Schlitz von der Läng... stehen. Machen wir $t_1 - t$ unendlich ... geht Fig. 3 in Fig. 4 über, d. h. der ... Beobachter schlägt mit einem Ruck ... ce wird unendlich klein und er ... Löcher. Wir wollen den Abstand d... Löcher bestimmen.

Fig. 4.

Der Berg ce in Fig. 4 bewegt sich ... auf den gestrichenen Beobachter m... schwindigkeit $\frac{c^2}{v}$. Also ist die Zei... letzteren Beobachter, die nötig ist, ... Berg den Stab l durchläuft, gleich $\frac{lv}{c^2}$. W... dieser Zeit hat sich aber der Stab in ... den bewegten Beobachter um eine Str... bewegt. Folglich ist der Abstand der ... Löcher, synchron gemessen, für den ge... Beobachter gleich

$$d' = l\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right).$$

Mißt der ruhende Beobachter diese ... synchron, so erhält er d. Anderseits w... daß

$$d = \frac{d'}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$$

ist, also

$$d = l\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}},$$

d. h. d ist die vom ruhenden Beobach... chron gemessene (mit Hilfe der Pau... des bewegten Stabes AB. Für den r... Streifen ruhenden Beobachter bewegt ... Berg (Fig. 4) mit unendlich großer G... digkeit. Es wird also der ruhende Be... bei der Anfertigung der Pause tatsäch... synchrone Messung der Länge des ... Stabes ausführen.

Macht also der ruhende Beobachter ... ruhenden Stabe eine Pause II und ... wegten Stab eine Pause II_1, so werden ... II_1 nicht gleich sein.

Berlin, den 7. März 1911.

(Eingegangen 16. Mä...)

BESPRECHUNGEN.

J. Finger, Elemente der reinen Mechanik als Vorstudium für die analytische und angewandte Mechanik und für die mathematische Physik an Universitäten und technischen Hochschulen sowie zum Selbststudium. 3. Auflage. gr. 8. XV u. 842 S. mit 213 Figuren. Wien, Alfred Hölder. 1911. M. 22.—, gebunden M. 24.50

Die Bestimmung dieses Werkes, welches im Anschluß an eine mehr als dreißigjährige Lehrtätigkeit des Verfassers an der Wiener Technischen Hochschule in seinen beiden ersten Auflagen besonders in Österreich eine ziemliche Verbreitung erlangt hat, ist durch den Titel hinreichend gekennzeichnet. Es umfaßt außer den Grundlagen der Statik, Kinematik und Dynamik des materiellen Punktes und der starren Systeme die Elemente der graphischen Statik sowie einen Abriß der Hydrodynamik. Die Mechanik elastischer Körper hat der Verfasser mit Rücksicht auf den ohnehin schon großen Umfang des Buches ausgelassen und verweist dafür in der wieder abgedruckten Vorrede zur zweiten Auflage auf einige seiner Abhandlungen in den Wiener Berichten über Gegenstände der Elastizitätstheorie, die allerdings kaum in den Rahmen des vorliegenden durchaus elementar gehaltenen Werkes passen dürften.

Von den zehn Kapiteln des Buches gibt das erste vorwiegend Definitionen der hauptsächlichen Größen mit einer Kennzeichnung der verschiedenen Körperarten und der drei Prinzipe der Trägheit, der Unabhängigkeit gleichzeitiger Bewegungen (vom Verfasser „Prinzip der unveränderlichen relativen Wirkung“ genannt) sowie der Wechselwirkung. Am Schlusse wird aus der Mechanik als der Wissenschaft von den Bewegungen und Kräften die reine oder theoretische Mechanik herausgehoben, die im Gegensatze zur angewandten Mechanik nicht auf besondere Kräfte und Bewegungsarten, wie sie z. B. die Technik darbietet, einzugehen hat. In der Tat beschränkt sich der Verf. in den mehrfach eingeschobenen Beispielen des ganzen Werkes fast ausschließlich auf die Wirkungen der Schwerkraft, deren allgemeine Bedeutung gewiß zuzugeben ist. Indessen darf nicht übersehen werden, daß damit eine Fülle ebenso schöner, wie wichtiger Probleme ausgeschaltet wird, die in anderen modernen Schriften den Lehrgang außerordentlich beleben und gleichzeitig den Leser zu selbständigen Untersuchungen anleiten. Das ist besonders wichtig für das Selbststudium, dem das vorliegende Werk ebenfalls dienen soll, und kann meines Erachtens auch durch Hinzunahme und Durcharbeitung einer Aufgabensammlung nicht vollständig ersetzt werden, da eine solche der Natur der Sache nach sich mit leichten Problemen zur Einübung der Grundgesetze begnügen muß. Der Universitätsstudent findet ja Übungsstoff genug in der mathematischen Physik, der Potentialtheorie und der in ihren Elementen in das vorliegende Buch aufgenommenen Himmelsmechanik, während der Studierende der technischen Hochschule hierfür auf die theoretische Maschinenlehre angewiesen ist, die im Deutschen Reich fast überall als selbständiges Lehrfach aufgegeben wurde. Wir können darum in der Mechanik die ausgiebige Behandlung technischer Probleme nicht entbehren, die allerdings einem Mathematiker, wie dem Verfasser, fern liegen. Daraus haben wir die Folgerung gezogen, den Unterricht in der Mechanik an technischen Hochschulen, wenn irgend möglich, in der Praxis erfahrenen, dabei aber mathematisch geschulten Ingenieuren zu übertragen, was bei den hohen wissenschaftlichen Anforderungen der heutigen Industrie keinen Schwierigkeiten mehr begegnet.

Das zweite Kapitel, die Statik des materiellen Punktes, ist hauptsächlich der Zusammensetzung und Zerlegung der Kräfte sowie dem Hebelgesetz gewidmet, wobei der Verf. ein ihm eigentümliches Kräfteschema anwendet. Daran schließt sich im dritten Kapitel die Kinematik des Punktes, d. h. die Zusammensetzung von Geschwindigkeiten und Beschleunigungen. In der darauf folgenden Dynamik des Punktes treten als neue Begriffe die Masse, die Arbeit und der Antrieb auf, wobei die Beziehungen des technischen und absoluten Maßsystems erörtert werden. Auch die Reibung ist hier besprochen, sowie die Fallbewegung mit Luftwiderstand, während die Dämpfung gelegentlich der auch sonst nur sehr kurz behandelten Schwingungsbewegung übergangen ist. Dasselbe gilt von den erzwungenen Schwingungen mit der so überaus wichtigen Resonanz, die unbeschadet der vom Verf. erstrebten Allgemeinheit hier am Platze wären, da es gar nicht nötig ist, über die Art des Impulses irgendwelche besonderen Annahmen zu machen.

Die Statik des linearen materiellen Punktsystems umfaßt die Theorie der Seilpolygone und Kettenlinien, der im sechsten Kapitel das D'Alembertsche Prinzip folgt. Daran schließt sich die Kinematik des starren Punktsystems, d. h. die Zusammensetzung der allgemeinen Bewegung aus Translation und Drehungen, während das sehr umfassende achte Kapitel die Statik des starren Körpers bringt. Hier tritt uns zuerst der Begriff des Kräftepaares entgegen; dazu kommen nach ausführlichen graphostatischen Erörterungen die Schwerpunktssätze mit zahlreichen Schwerpunktsbestimmungen geometrischer Gebilde. Bei dieser Gelegenheit wird auch die Dichte und das spezifische Gewicht eingeführt, und in einer Einschaltung auf die Dichtemessungen des Erdkörpers hingewiesen, wobei die Attraktion homogener Kugelschalen flüchtig berührt wird. Auch dieser Punkt scheint mir im Rahmen des Buches eine eingehendere Behandlung zu verdienen.

Die Dynamik des starren Systems basiert auf den sechs Bewegungsgleichungen des D'Alembertschen Prinzips, das schließlich noch in der Lagrangeschen Form mit virtuellen Verschiebungen angeschrieben wird. Die Umformung der Momentengleichungen in die Eulersche Form mit den drei Hauptträgheitsmomenten, die der Verf. nicht bringt, hätte sich recht gut an die Diskussion des Trägheitsellipsoids angeschlossen. Ein großer Teil dieses Kapitels, das mit der elementaren Stoßtheorie abschließt, entfällt auf die Berechnung von Trägheitsmomenten. Recht lesbar ist das Schlußkapitel über die Hydromechanik, in der sich der Verf. zwar auf die Stromfadentheorie beschränkt, aber doch im Gegensatz zu anderen neueren Autoren auch nicht stationäre Strömungen betrachtet. Schließlich sei noch erwähnt, daß der Text des Buches durchaus verständlich abgefaßt und durch sehr saubere Figuren ergänzt ist; in den Anmerkungen finden sich gelegentlich interessante historische Notizen über die Entwickelung der vorgetragenen Lehren. Wenn wir nach dem Vorstehenden für den Unterricht an einer modernen technischen Hochschule manches Wichtige vermissen, so ist doch anzuerkennen, daß der Verfasser seine reiche Lehrerfahrung wirksam zum Ausdruck gebracht hat, die dem Studium seines Werkes seitens angehender Mathematiker und Physiker einen guten Erfolg verspricht.

H. Lorenz.

R. Abegg u. O. Sackur, Physikalisch-chemische Rechenaufgaben. Sammlung Göschen. Nr. 445. XVI u. 104 S. Leipzig, G. J. Göschensche Verlagshandlung. 1909. Geb. M. —80

Das vorliegende Bändchen stellt eine außerordentlich dankenswerte Bereicherung der Hilfsmittel beim Unterricht in der physikalischen Chemie dar. Die Verfasser haben sich der Mühe unterzogen, eine größere Anzahl Aufgaben aus den verschiedenen Gebieten der physikalischen Chemie genau dem Leser vorzurechnen. Erst auf diese Weise lernt der Physikochemiker, der sich die Gesetze seiner Wissenschaft in ihren Grundzügen theoretisch angeeignet hat, seinen Wissensschatz praktisch zu gebrauchen und sich selbständig zu bewegen. Behandelt werden u. a. Aufgaben aus der Theorie der verdünnten Lösungen, Anwendungen der Clausius-Clapeyronschen Gleichung, Aufgaben aus der Thermochemie, Gasgleichgewichte (Reaktionsisotherme und Reaktionsisochore, Maximalausbeuten), Berechnung der Affinitäten, Reaktionskinematik und endlich Rechnungen aus dem Gebiet der Elektrochemie, insbesondere Potentialrechnungen.

Das Büchlein wird jedem an der physikalischen Chemie Interessierten, der die Mühe der denkenden Nachrechnung nicht scheut, von sehr großem Werte sein.

K. Jellinek.

E. Warburg, Lehrbuch der Experimentalphysik für Studierende. 11. verbesserte und vermehrte Auflage. gr. 8. XXII u. 450 S. mit 432 Originalabbildungen im Text. Tübingen, J. C. B. Mohr (Paul Siebeck). 1910. M. 7.—, geb. M. 8.—

Die neue elfte Auflage des Warburgschen Lehrbuches enthält neu hinzugefügt Artikel über die Gaedepumpe, die Leistungen der Quecksilberpumpen, das Stokessche Gesetz für die Bewegung kleinster Teilchen in einer Flüssigkeit, über verschiedene Berechnung der Loschmidtschen Zahl (Brownsche Molekularbewegung, Wärmestrahlung), das Dopplersche Prinzip und die Hittorfsche Überführungszahl. Ferner ist größtenteils neu ein Kapitel über elektrische Leitung in Metallen, Elektrolyten und Gasen, in dem insbesondere die Artikel Sättigungsstrom, Beweglichkeit der Gasionen, Gasionen als Kondensationskerne, stille Entladung, Glimm- und Bogenentladung zu erwähnen sind. Endlich ist ebenfalls zum größten Teil neu ein Kapitel über elektrische Konvektionsstrahlen, Röntgenstrahlen und Radioaktivität. Die Neuauflage des durch seine klassische Kürze ausgezeichneten Lehrbuchs, dessen vorletzte Auflage aus dem Jahre 1908 datiert, wird jedem Studierenden der Physik willkommen sein.

K. Jellinek.

Tagesereignisse.

Die XCIV. Jahresversammlung der Schweizerischen Naturforschenden Gesellschaft findet in diesem Jahre vom 30. Juli bis 2. August in Solothurn statt.

Von Interesse für die Leser dieser Zeitschrift sind folgende Vorträge:

Georges Claudes, La Liquéfaction de l'air, son état actuelle et ses applications. (31. Juli.)

Prof. Dr. P. Gruner, Die neueren Vorstellungen über das Wesen der Elektrizität. (2. August.)

Personalien.

(Die Herausgeber bitten die Herren Fachgenossen, der Redaktion von eintretenden Änderungen möglichst bald Mitteilung zu machen.)

Ernannt: Der Privatdozent der Chemie an der Universität Tübingen Dr. Eduard Letsche zum Direktor des Laboratoriums der Chemischen Fabrik Röhm & Haas in Darmstadt, der Direktor der Compania Alemania Transatlantica de Electricidad in Buenos Aires Fritz Cramer zum a. o. Professor der Elektrotechnik an der Nationaluniversität in La Plata, der ord. Professor für höhere Geometrie und sphärische Astronomie an der Technischen Hochschule Lemberg Dr. Wenzel Láska zum ord. Professor für Mathematik an der Böhmischen Universität Prag, der Privatdozent für Mathematik an der Technischen Hochschule Zürich Dr. L. Gust. du Pasquier zum ord. Professor der Mathematik an der Universität Neuchâtel.

Verliehen: Dem ord. Professor für Technische Chemie an der Landwirtschaftlichen Hochschule Berlin Dr. Alexander Herzfeld der Titel Geh. Regierungsrat, dem Privatdozenten für Geophysik an der Universität Göttingen Dr. G. Angenheister der Titel Professor.

In den Ruhestand: Der a. o. Professor der Agrikulturchemie an der Universität Göttingen Geh. Regierungsrat Dr. Bernhard Tollens (zum 1. Oktober 1911), der ord. Professor der Chemie an der Universität Basel Dr. Rudolf Nietzki, der ord. Professor der Mathematik an der Universität Neuchâtel Dr. Louis Isely.

Gesuche.

Für die Redaktion verantwortlich Professor Dr. Friedrich Krüger in Danzig-Langfuhr. — Verlag von S. Hirzel in Leipzig.
Druck von August Pries in Leipzig.

Personalien.

(Die Herausgeber bitten die Herren Fachge… der Redaktion von eintretenden Änderunge… lichst bald Mitteilung zu machen.

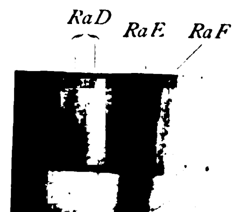
Ernannt: Der Privatdozent der Chemie an … versität Tübingen Dr. Eduard Letsche … des Laboratoriums der Chemischen Fabrik … in Darmstadt, der Direktor der Compania Aleman… atlantica de Electricidad in Buenos Aires Fritz … a. o. Professor der Elektrotechnik an der Nationa… in La Plata, der ord. Professor für höhere Ge… sphärische Astronomie an der Technischen Ho… Lemberg Dr. Wenzel Láska zum ord. Professor … thematik an der Böhmischen Universität Prag, … dozent für Mathematik an der Technischen H… Zürich Dr. L. Gust. du Pasquier zum ord. … der Mathematik an der Universität Neuchâtel.

Verliehen: Dem ord. Professor für Techn… an der Landwirtschaftlichen Hochschule Berlin … ander Herzfeld der Titel Geh. Regierungs… Privatdozenten für Geophysik an der Universität … Dr. G. Angenheister der Titel Professor.

In den Ruhestand: Der a. o. Professor der … chemie an der Universität Göttingen Geh. Reg.-… Dr. Bernhard Tollens zum 1. Oktober 1911 … Professor der Chemie an der Universität Bas… dolf Nietzki, der ord. Professor der Mathem… Universität Neuchâtel Dr. Louis Isely.

Gesuche.

… Kruger in Danzig-Langfuhr. — Verlag von S. Hirzel …
… ust Pries in Leipzig.



O. v. Baeyer, O. Hahn und L. Meitner, Nachweis von β-Strahlen bei Radium D.

Verlag von S. Hirzel in Leipzig.

PHYSIKALISCHE ZEITSCHRIFT

No. 11. | 1. Juni 1911. | 12. Jahrgang.

Redaktionsschluß für No. 12 am 1. Juni 1911.

INHALT:

ORIGINALMITTEILUNGEN.

Über Wärmeleitfähigkeit von Flüssigkeiten [1]).

Von Robert Goldschmidt.

Die Kenntnis der Wärmeleitfähigkeit der Flüssigkeiten und Lösungen in ihrer Abhängigkeit von der Temperatur erscheint in mannigfacher Hinsicht von Interesse. Einerseits ist ein ausgiebiges Material von Wärmeleitfähigkeitsbestimmungen im Verein mit solchen der spezifischen Wärmen erforderlich als Grundlage für eine kinetische Theorie der Flüssigkeiten, welches Problem bekanntlich bisher noch keine befriedigende Lösung gefunden hat, andererseits kann man wertvolle Beziehungen zum molekularen Bau der Stoffe erwarten. Vielleicht wird es möglich sein, auf Grund von Wärmeleitfähigkeitsmessungen allein Konstitutionsbestimmungen vorzunehmen, da vermutlich ein ähnlicher Einfluß der Konstitution auf die Wärmeleitfähigkeit, wie z. B. auf die Größe der optischen Drehung, zu konstatieren sein wird.

Die in der Literatur vorliegenden Angaben über die Wärmeleitfähigkeit von Flüssigkeiten sind wohl relativ zahlreich, indessen ist die Übereinstimmung der Zahlen untereinander äußerst mangelhaft, was um so schwerer ins Gewicht fällt, als die Werte der Wärmeleitfähigkeit bei den verschiedenen Stoffen sich selten um große Beträge unterscheiden. Es erscheint deshalb wünschenswert, eine Methode ausfindig zu machen, welche den bisherigen Methoden an Sicherheit und Leichtigkeit der Handhabung überlegen ist, und welche gestattet, Messungen in dem Intervall zwischen Schmelzpunkt und Siedepunkt vorzunehmen.

1) Aus dem Physik.-chem. Institut der Universität Berlin.

Das Prinzip der angewandten Methode ist analog dem der von Schleiermacher[1]) zu Wärmeleitfähigkeitsbestimmungen an verdünnten Gasen verwandten Methode. Schleiermacher spannte einen Platindraht längs der Achse einer Glasröhre auf. Diese Röhre wurde mit dem zu untersuchenden Gase in sehr hoher Verdünnung gefüllt und in ein Bad von bekannter Temperatur getaucht. Durch den Draht wurde ein elektrischer Strom von bestimmter Stärke geschickt. Der Widerstand des Drahtes wurde gemessen, bis er einen konstanten Wert erreicht hatte, was darauf hindeutete, daß der stationäre Zustand erreicht war. Mit dem Widerstand und der Stromstärke ist die von dem Draht an die Wandung der Röhre infolge der Wärmeleitung des Gases abgegebene Joulesche Wärme gegeben und, da mit dem Widerstand auch die Temperatur des Drahtes bekannt ist, auch die Wärmeleitfähigkeit des Gases.

In ähnlicher Weise arbeitete ich unter Leitung von Professor Nernst[2]) eine Methode aus, um den Einfluß der Dissoziation auf die Wärmeleitfähigkeit von Gasen zu studieren.

Die für Gase verwandte Methode mußte nun bei ihrer Anwendung zu Messungen an Flüssigkeiten in verschiedenen Punkten modifiziert werden. Vorversuche mit einer einfachen Platindrahtspirale, welche direkt in die Flüssigkeit getaucht wurde, ergaben, daß die stärkste Fehlerquelle in der bei der Erwärmung auf-

1) Wied. Ann. **34**, 623, 1888; **36**, 346, 1889.
2) R. Goldschmidt, Sur les rapports entre la dissociation et la conductibilité thermique des gaz, Thèse, Bruxelles 1902.

tretenden Konvektion der Wärme durch die aufsteigenden Teile der Flüssigkeit besteht. Während bei Gasen die Konvektion durch starke Verdünnung ausgeschaltet wird, gelang dies in unserem Falle dadurch, daß der Draht in einer engen Kapillare, welche einer Bewegung der Flüssigkeit Reibungswiderstand entgegensetzt, ausgespannt wurde. Schließlich wurde folgende Apparatur angewandt, mit welcher die in Tabelle 2 angegebenen provisorischen Zahlen erhalten wurden. Fig. 1 zeigt den Apparat schematisch im Querschnitt. Längs

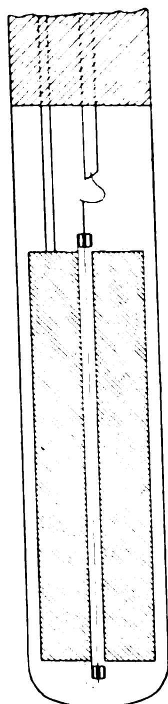


Fig. 1.

der Achse einer Silberkapillare von 2 mm Lumen ist ein Platindraht von 0,05 mm Dicke durch eine Stahlfeder aufgespannt. Die Silberkapillare ist ihrer ganzen Länge nach in einen massiven Messingblock von 2 cm Durchmesser und 7 cm Länge eingelassen. Durch die gute Wärmeleitfähigkeit eines derartigen Blockes, welcher praktisch überall die gleiche Temperatur besitzt, werden die bei der Messung auftretenden Temperaturunterschiede rasch ausgeglichen. An den Enden des Heizdrahtes waren je ein dickeres Stück Platindraht angelötet und in einer Glasführung beweglich, so daß der Heizdraht zentrisch in der Kapillare gespannt war. Das eine Ende war an den Block festgelötet, das andere mit der Stahlfeder durch einen Seidenfaden verbunden. Der Widerstand des Heizdrahtes betrug bei 0° ungefähr 3,4 Ohm. Die Stromzuführung erfolgte durch ein breites Kupferblechband, die Ableitung geschah durch den Block. Der Apparat wurde nun in ein Reagenzglas mit der zu untersuchenden Flüssigkeit getaucht, wobei die Flüssigkeit die Kapillare ganz ausfüllte. Das ganze System wurde während der Messung in einem Vakuumgefäß auf konstanter Temperatur gehalten.

Der Platindraht war bis —80° luftthermometrisch, bei sehr tiefen Temperaturen mit dem Stockschen Sauerstoffthermometer kalibriert. Eine Probe von demselben Draht wurde von Nernst[1]) bei den Untersuchungen über die spezifische Wärme bei tiefen Temperaturen verwandt.

Die Messung des Widerstandes erfolgte in der Wheatstoneschen Brückenschaltung. Als Nullinstrument diente ein Spiegelgalvanometer, ein Drehspuleninstrument von Siemens & Halske. Bei 250 cm Skalenabstand hatte es eine Empfindlichkeit von etwa 10^{-8} Amp. für 1 mm Ausschlag. Ein Präzisions-Widerstandskasten von Wolff in Berlin lieferte einen Zweig von 50 Ω und den Vergleichswiderstand, den dritten Zweig ergab ein Konstantanwiderstand von 5 Ω und den vierten der Heizdraht. Der Strom wurde von drei Akkumulatoren geliefert und durch einen vorgelegten Widerstandskasten von Hartmann & Braun in seiner Stärke variiert. Die Spannung wurde zwischen Brücke und Stromquelle abgenommen. Als Meßinstrument diente ein Weston-Präzisionsvoltmeter. Die Schaltung ist aus der Skizze Fig. 2 zu entnehmen.

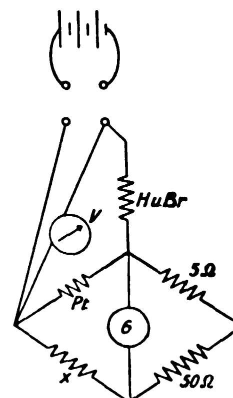


Fig. 2.

Die Messung wurde nun in folgender Weise vorgenommen. Zuerst wurde ein schwacher Strom von etwa 0,018 Amp. durch den Draht geschickt und der Widerstand x_1 des Drahtes

1) Sitzungsber. Berl. Akad., 3. März 1910.

gefähr 3,4 Ohm. Die Stromzuführung ... durch ein breites Kupferblechband ... leitung geschah durch den Block. Der ... rat wurde nun in ein Reagenzglas mit ... untersuchenden Flüssigkeit getaucht ... Flüssigkeit die Kapillare ganz ausfüllte ... ganze System wurde während der Messung ... einem Vakuumgefäß auf konstanter ... ratur gehalten.

Der Platindraht war bis −80° ... metrisch, bei sehr tiefen Temperaturen ... dem Stockschen Sauerstoffthermometer ... briert. Eine Probe von demselben Draht ... von Nernst[1]) bei den Untersuchungen ... die spezifische Wärme bei tiefen Temperaturen ... verwandt.

Die Messung des Widerstandes erfolgte ... der Wheatstoneschen Brückenschaltung ... Nullinstrument diente ein Spiegelgalvanometer ... ein Drehspuleninstrument von Siemens ... Halske. Bei 250 cm Skalenabstand ... eine Empfindlichkeit von etwa 10^{-8} Amp. ... 1 mm Ausschlag. Ein Präzisions-Widerstands... kasten von Wolff in Berlin lieferte einen ... von 50 Ω und den Vergleichswiderstand ... dritten Zweig ergab ein Konstantanwiderstand ... von 5 Ω und den vierten der Heizdraht ... Strom wurde von drei Akkumulatoren ... und durch einen vorgelegten Widerstand ... von Hartmann & Braun in seiner Stärke ... riiert. Die Spannung wurde zwischen ... und Stromquelle abgenommen. Als Meß... und Stromquelle ... ment diente ein Weston-Präzisionsvolt... Die Schaltung ist aus der Skizze Fig. ... entnehmen.

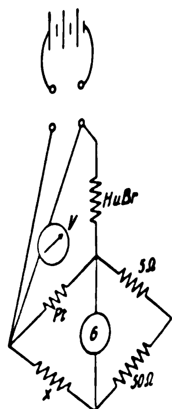


Fig. 2.

Die Messung wurde nun in folgender W... vorgenommen. Zuerst wurde ein schwacher ... Strom von etwa 0,018 Amp. durch den D... geschickt und der Widerstand x_1 des D...

[1]) Sitzungsber. Berl. Akad., 3. März 1910.

gemessen[1]), hierauf wurde ein stärkerer Strom, der von 0,05—0,33 Amp. variiert wurde, durchgeschickt und wieder x_2 gemessen. Endlich wurde wieder der erste kleine Strom hindurchgeschickt und also durch Messung von x_3 die Temperatur des Drahtes bestimmt. Die Energie $i^2 x_2$ bei dem starken Strom (vermindert um den Mittelwert aus den Energien $i^2 x_1$ und $i^2 x_3$) dividiert durch die Differenz x_2 minus Mittelwert aus x_1 und x_3 ergab dann ein relatives Maß der Wärmeleitfähigkeit. Als typisches Beispiel einer solchen Meßreihe seien in Tabelle 1 die zur Ermittlung von $\frac{\Delta i^2 x}{\Delta x}$ an Schwefelkohlenstoff ausgeführten Messungen angegeben. Die erste Kolumne enthält die am Voltmeter abgelesene Spannung, die zweite den Widerstand x_1, x_2 und x_3 (letzterer immer für den darauffolgenden Versuch als x_1 angesehen), die dritte den Mittelwert aus x_1 und x_3, die vierte und fünfte Kolumne enthalten die Stromstärke i resp. die Energie $i^2 x$, in der sechsten Kolumne steht die Differenz x_2 minus Mittelwert aus x_1 und x_3. Die siebente Kolumne endlich enthält $\frac{\Delta i^2 x}{\Delta x}$.

Tabelle 1.

V	$x_{1,2,3}$	Mitel x_1 u. x_3	i	$i^2 x$	Δx	$\frac{\Delta i^2 x}{\Delta x}$
6,11	3,4891		0,01805	0,001137		
6,10	3,4939	3,48915	0,05148	0,009260	0,00475	1,710
6,10	3,4892		0,01802	0,001134		
6,08	3,4965	3,48920	0,06301	0,013883	0,0073	1,747
6,09	3,4892		0,01799	0,001130		
6,07	3,5020	3,48935	0,08148	0,023250	0,01265	1,749
6,08	3,4895		0,01796	0,001126		
6,05	3,5106	3,48970	0,10430	0,038191	0,0209	1,773
6,07	3,4899		0,01793	0,001122		
					Mittel	1,745

Die Schwankungen der Konstanten um den Mittelwert betrugen in der Regel 5—10 Proz. Die nach dieser Methode gewonnenen Resultate sind in der folgenden Tabelle vereinigt. In der zweiten Kolumne stehen die Temperaturen im Dewargefäß in Celsiusgraden, die dritte Kolumne enthält die Werte von $\frac{\Delta i^2 x}{\Delta x} = \lambda'$, die vierte die für $H_2O = 100$ bei 9,6° berechneten Werte der Wärmeleitfähigkeit und die fünfte die berechneten Temperaturkoeffizienten.

[1]) Ein vor den Wolffschen Widerstandskasten geschalteter Regulierwiderstand von 0,07 Ω, der genau geeicht war, besorgte die Feineinstellung. Dabei wurde der Primärstrom zur Fixierung der Nullstellung beständig kommutiert.

Tabelle 2.

Substanz	t° C	λ'	λ' (H_2O = 100)	$\frac{\Delta\lambda'}{\Delta t}$
Benzol	33,8	1,775	28,37	−0,27
	16,2	2,074	33,15	
Äthylalkohol	29,9	1,884	30,11	−0,07
	13,6	1,952	31,20	−0,27
	0,0	2,187	34,96	−0,08
	−79	2,595	41,49	
	−79	2,715	43,40	
Pentan	0,0	1,449	23,16	−,017
	−79	2,270	36,28	
Hexan	15,0	1,370	21,90	−0,12
	0,0	1,485	23,74	−0,13
	−79	2,147	34,32	
Toluol	13,9	1,555	24,85	−0,08
	0,0	1,621	25,91	−0,13
	−79	2,255	36,04	
Schwefelkohlenstoff	9,9	1,745	27,89	
	9,5	1,823	29,14	
Wasser	9,6	6,278	6,256 = 100	
	9,6	6,235		

Wie sich in der Folge zeigte, müssen die in den Tabellen 1 und 2 enthaltenen Messungen als provisorische angesehen werden. Dieselben gelangen überhaupt nur durch eine große Gleichmäßigkeit der einzelnen Operationen, wie aus folgendem hervorgeht. Der Wärmegang während der Messung wird durch die Skizze Fig. 3 anschaulich gemacht. Die Kurve a

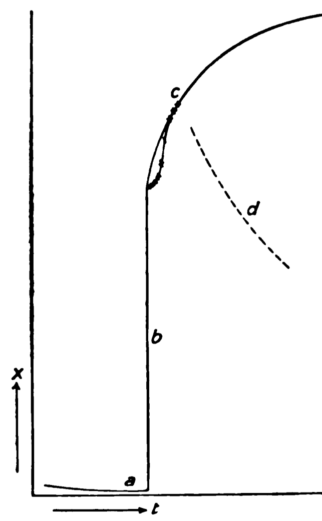


Fig. 3.

zeigt das Abfallen des Widerstandes nach einem vorhergegangenen Versuch, b zeigt das Hochschnellen des Widerstandes beim Einschalten des starken Stromes, wobei jedesmal eine eigentümliche Verzögerungserscheinung eintritt, die vermutlich von einer momentanen Überhitzung herrührt. Dann steigt der Widerstand allmählich an. Der Widerstand im Momente der Einschaltung läßt sich nun exakt bestimmen, wenn man von c auf diese Zeit extra-

poliert. Zu diesem Zwecke hat man von den nach 1, 2, 3 usf. Minuten abgelesenen Galvanometerausschlägen auf den Nullpunkt des Galvanometers zu extrapolieren, wobei es sich, wie die Detailskizze Fig. 4 erkennen läßt, nur um eine Korrektur handelt. Durch mehrmaliges Wiederholen dieser eben beschriebenen Operationen wird der Wert von x_2 eingegrenzt und ist dann leicht zu ermitteln. Das Stück d gibt dann wieder den Abfall nach der Ausschaltung des stärkeren Stromes. Es ist klar, daß der Mittelwert von x_1 und x_3 nur einer Näherung an den exakten Wert der Anfangstemperatur entspricht. Bei den späteren Messungen wurde also von einer Bestimmung von x_3 ganz abgesehen.

Bei der schließlich beibehaltenen Art der Messung mit dem weiter unten beschriebenen,

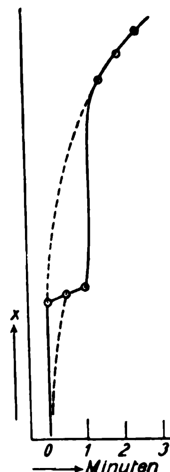


Fig. 4.

verbesserten Apparat wurde zuerst ein annähernd richtiger Widerstand mit Hilfe eines wenig empfindlichen Galvanometers gestöpselt. Nach Ablesung des Nullpunktes und Einschaltung des stärkeren Stromes wurde dann das Spiegelgalvanometer in Abständen von halben Minuten abgelesen. Nach der dritten Minute wurde dann das Galvanometer durch Ziehen eines geeigneten Stöpsels auf Widerstand geeicht. Die Korrektur des annähernd richtig eingestellten Widerstandes ließ sich dann (nach der Extrapolation auf die Zeit Null) leicht aus dem gefundenen Galvanometerausschlag und aus der Empfindlichkeit des Galvanometers berechnen. Bei dieser Arbeitsweise genügt eine einmalige Ausführung der Operation zur Ermittlung der Wärmeleitfähigkeit. Die Fehlermöglichkeiten, welche bei der Ermittlung des Wertes von x_2 durch Eingrenzen zu gewärtigen waren, entfallen bei der zuletzt geschilderten Arbeitsweise, insbesondere ist es nicht wie früher notwendig, am Beginne jedes Versuches genau die gleiche Anfangstemperatur zu haben.

Die Schaltung wurde der Arbeitsweise gleichfalls angepaßt. Das Voltmeter wurde an die Enden der Brücke gelegt. Statt des zur Variierung der Stromstärke dienenden, vorgeschalteten Widerstandskastens von Hartmann & Braun wurden zwei parallel geschaltete Gleitwiderstände der eine mit konstantem großen Widerstand, der andere mit absteigendem Widerstand abwechselnd vorgelegt. Zum Wolffschen Widerstandskasten wurde ein Kasten von Hartmann & Braun zur Feinregulierung parallel geschaltet.

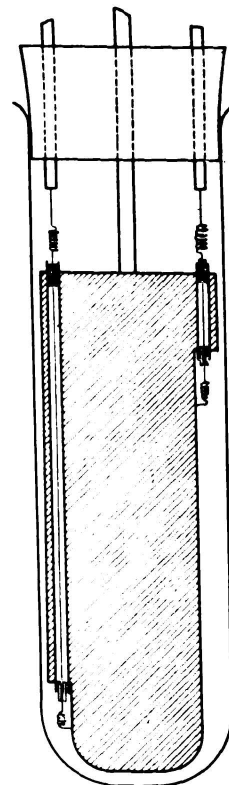


Fig. 5.

Die so erhaltenen Werte von λ zeigten jedoch eine deutliche Abhängigkeit von der Stromstärke, sie stiegen linear an. Der Grund dieser Erscheinung ist wahrscheinlich der starke Wärmeaustausch an den dicken Stromzuführungen zum Heizdraht. Es gelang nun, diesem Übelstande durch eine Änderung in der Konstruktion des Apparates abzuhelfen, die in der Skizze Fig. 5 schematisch dargestellt ist. Dem einen längeren Platindrahte wurde ein zweiter bedeutend kürzerer gegengeschaltet; beide

Drähte befanden sich natürlich in zwei angrenzenden Zweigen der Brückenkombination. An ihrem einen Ende sind die Drähte durch den Block leitend verbunden. Die Vorrichtung wirkt so, als ob nur der Widerstand des mittleren Stückes des Platindrahtes gemessen würde. Es wurden also zwei Silberkapillaren mit Drähten von ca. 10 mm und 100 mm Länge in einen Messingblock von 24 mm Durchmesser und 100 mm Länge eingelassen. Der Widerstand des kurzen Drahtes betrug bei 0° C 0,640 Ω der des langen 4,897 Ω. Das Verhältnis der beiden Drähte $K = 0{,}13069$ konnte praktisch bis zu sehr tiefen Temperaturen als konstant in Rechnung gesetzt werden. Da bei dieser Anordnung nur die Differenz der Widerstände der beiden Drähte gemessen werden kann, so erwies sich bei größerem K, also geringerem Längenunterschied der Drähte, der resultierende Widerstand zu klein, um die gewünschte Genauigkeit erreichen zu können. Um ein Bild von der Arbeitsfähigkeit des Apparates zu geben, ist in Tabelle 3 eine Serie von Messungen an Alkohol (99 Proz.) von 0° C angeführt. Die erste Kolumne enthält die Spannung an den Enden der Brücke in Volt, die zweite den Widerstand in Ohm, die dritte die (nach der Formel $i = \frac{V}{x} K$ berechnete) Stromstärke, die vierte die durch die Drähte geschickte Energie, die fünfte die Widerstandsdifferenz und die sechste Kolumne schließlich die Wärmeleitfähigkeit in relativem Maß.

Tabelle 3.

V	x	i	i^2x	Δx	$\frac{\Delta i^2x}{\Delta x}$
0,088 1,102	4,1177 4,1500	0,002793 0,034704	0,0000321 0,0049981	0,0323	0,1537
0,088 1,104	4,1095 4,1410	0,002798 0,034842	0,0000322 0,0050272	0,0315	0,1586
0,088 1,422	4,1017 4,1553	0,002804 0,044725	0,0000322 0,0083119	0,0536	0,1545
0,088 1,422	4,1015 4,1547	0,002804 0,044731	0,0000322 0,0083130	0,0532	0,1556
0,088 1,706	4,0508 4,1273	0,002839 0,050422	0,0000326 0,012045	0,0765	0,1570
				Mittel	0,1558

Die Abweichungen der Konstanten vom Mittelwert sind unregelmäßig nach beiden Seiten und übersteigen nicht 2 Proz. Es fehlt ferner in dieser sowie in den weiter unten angeführten Messungen ein Gang der Konstanten mit der Stromstärke.

Im weiteren Verlaufe der Messungen konnte die Exaktheit der in der Tabelle 3 angeführten Messungen noch erheblich übertroffen werden. Dies bezieht sich auf alle in Tabelle 13 enthaltenen Zahlen. Als Beleg für die Genauigkeit und Reproduzierbarkeit der Messungen mögen aus Tabelle 13 zwei beliebig herausgegriffene Beispiele angeführt werden.

Tabelle 4.

Amylalkohol (frei von Pyridin.) Bad: 0° C

V	x	i	i^2x	Δx	$\frac{\Delta i^2x}{\Delta x}$
0,086 0,808	4,2525 4,2744	0,0026430 0,024705	0,0000297 0,0026089	0,0219	0,1177
0,086 1,096	4,2525 4,2928	0,0026430 0,033367	0,0000297 0,0047794	0,0403	0,1178
0,086 1,512	4,2533 4,3297	0,0026425 0,045639	0,0000297 0,0090186	0,0764	0,1177
0,086 0,588	4,2534 4,2649	0,0026425 0,018019	0,0000297 0,0013847	0,0115	0,1177
				Mittel	0,1177

Tabelle 5.

Diäthyläther. Bad: -79^0 C.

V	x	i	i^2x	Δx	$\frac{\Delta i^2x}{\Delta x}$
0,066 0,584	2,9222 2,9360	0,0029517 0,025996	0,0000255 0,0019841	0,0138	0,1419
0,066 0,906	2,9215 2,9547	0,0029525 0,040075	0,0000255 0,0047451	0,0332	0,1421
0,066 0,906	2,9217 2,9547	0,0029523 0,040075	0,0000255 0,0047451	0,0330	0,1430
0,066 1,120	2,9207 2,9715	0,0029533 0,049261	0,0000255 0,0072015	0,0508	0,1414
0,066 1,120	2,9206 2,9712	0,0029534 0,049266	0,0000255 0,0072112	0,0506	0,1421
				Mittel	0,1421

Die Übereinstimmung ist bei einer Variation der Stromstärke von ca. 1:2 außerordentlich befriedigend. Der mittlere Fehler beträgt nicht mehr als 0,5 Proz. und ist bei einzelnen Messungen noch geringer. Es wurde daher auch die Bestimmung von vier Punkten als vollkommen ausreichend angesehen.

Der Temperaturkoeffizient.

Die Literaturangaben weichen auch bezüglich des Temperaturkoeffizienten erheblich voneinander ab.

H. F. Weber[1]), welcher die Lamellenmethode ausgearbeitet hatte, fand, daß die Wärmeleitfähigkeit mit wachsender Temperatur steigt. Graetz[2]) hat eine abweichende Methode, um λ für verschiedene Flüssigkeiten absolut zu

1) Wied. Ann. 10, 103, 1880; Berl. Akademieber. 1885.
2) Wied. Ann. 18, 79, 1883; 25, 337, 1885.

bestimmen, angegeben und verwandt. Er untersuchte Alkohol, Glyzerin, Terpentinöl, Äther, *NaCl*-Lösung, $KClO_3$-Lösung, Schwefelkohlenstoff und Petroleum. Für alle Substanzen ergab sich eine Zunahme von λ mit steigender Temperatur zwischen ½ Proz. und 1 Proz. pro Grad. Indessen legt Graetz seinen Berechnungen über den Temperaturkoeffizienten keine weitere Bedeutung bei, da es in dem Intervall von 13—30° nicht möglich ist, außer durch sehr große Häufung von Beobachtungen sichere Zahlen für die Temperaturzunahme zu gewinnen. In neuerer Zeit brachte Lees[1]) an der Lamellenmethode verschiedenartige Veränderungen an. Er untersuchte vier reine Flüssigkeiten, wobei zugleich der Temperaturkoeffizient bestimmt wurde. λ ergab sich in C. G. S. für 25° und die prozentische Zunahme von λ pro Grad zwischen 25 und 45°, wie die folgende Tabelle 6 zeigt.

Tabelle 6.

	λ	α
Wasser	0,00136	—0,0055 Proz.
Glyzerin	0,00068	—0,0044 „
Methylalkohol	0,00048	— 0,0031 „
Äthylalkohol	0,00043	—0,0058 „

Der Temperaturkoeffizient erwies sich also als negativ. Diese Tatsache ergab sich auch in allen von mir untersuchten Fällen bisher ausnahmslos.

Da es nun notwendig ist, die Messungen über ein möglichst großes Temperaturintervall auszudehnen, so wurde als eine Flüssigkeit, die sich stark unterkühlen läßt, Kahlbaums Pentan für Thermometer für die weiter unten angeführten Messungen verwandt. Gleichwohl war das Pentan bei der Temperatur der flüssigen Luft bereits in eine halbdurchsichtige, gelatinöse Form übergegangen. Durch langsames Abkühlen gelang es aber immerhin, in einem Bad von flüssiger Luft gemischt mit flüssigem Sauerstoff, die Kapillaren richtig gefüllt zu erhalten. In den folgenden Tabellen sind nach der zuletzt beschriebenen Methode ausgeführte Beobachtungen enthalten, wobei der Kopf der Tabellen in der gleichen Weise wie bei Tabelle 3 zu deuten ist.

Während bei den höheren Temperaturen, bei welchen das Pentan im flüssigen Zustande sich befindet, sehr gute Übereinstimmung der Konstanten erzielt werden konnte, war dies in eben solchem Grade bei der Temperatur des Gemisches von flüssiger Luft und flüssigem

1) Ch. Lees, Phil. Trans. (A) 191, 399, 1898.

Tabelle 7.

Pentan „für Thermometer".
Bad: +13,7 bis 13,9° = 287° abs.

V	x	i	i^2x	Δx	$\frac{\Delta i^2x}{\Delta x}$	
0,090 0,724	4,4758 4,4954	0,002628 0,021048	0,0000309 0,0019916	0,0196	0,1003	+0,0005
0,090 0,722	4,4762 4,4957	0,002628 0,020989	0,0000309 0,0019805	0,0195	0,0999	+0,0001
0,090 0,844	4,4764 4,5034	0,002628 0,024493	0,0000309 0,0027017	0,0270	0,0989	−0,0009
0,090 1,072	4,4768 4,5200	0,002627 0,030996	0,0000309 0,0043425	0,0432	0,0998	0,0000
0,090 1,070	4,4777 4,5210	0,002627 0,030931	0,0000309 0,0043254	0,0433	0,0992	−0,0006
0,090 1,070	4,4780 4,5213	0,002627 0,030929	0,0000309 0,0043251	0,0433	0,0992	−0,0006
0,090 1,378	4,4791 4,5506	0,002626 0,039575	0,0000309 0,0071273	0,0715	0,0992	−0,0006
0,090 1,374	4,4795 4,5506	0,002626 0,039461	0,0000309 0,0070862	0,0711	0,0992	−0,0006
0,090 1,376	4,4800 4,5509	0,002625 0,039515	0,0000309 0,0071062	0,0709	0,0998	0,0000
0,090 1,686	4,4806 4,5856	0,002625 0,048053	0,0000309 0,010588	0,1050	0,1005	+0,0007
0,090 1,682	4,4820 4,5852	0,002624 0,047932	0,0000309 0,010537	0,1042	0,1008	+0,0010
0,090 1,680	4,4820 4,5864	0,002624 0,047873	0,0000309 0,010511	0,1044	0,1004	+0,0006
				Mittel	0,0998	

Tabelle 8.

Pentan „für Thermometer".
Bad: 0° C = 273° abs.

V	x	i	i^2x	Δx	$\frac{\Delta i^2x}{\Delta x}$	
0,088 0,846	4,0947 4,1217	0,002808 0,026825	0,0000323 0,0029659	0,0270	0,1086	+0,0008
0,088 0,846	4,0904 4,1178	0,002812 0,026850	0,0000323 0,0029687	0,0274	0,1072	−0,0006
0,088 1,110	4,0810 4,1279	0,002816 0,035143	0,0000324 0,0050981	0,0469	0,1080	+0,0002
0,088 1,104	4,0754 4,1218	0,002822 0,035005	0,0000325 0,0050507	0,0464	0,1081	+0,0003
0,088 1,104	4,0198 4,0665	0,002861 0,035482	0,0000329 0,0051194	0,0467	0,1089	+0,0011
0,088 1,114	4,0877 4,1354	0,002813 0,035206	0,0000324 0,0051258	0,0477	0,1068	—0,0010
0,088 1,414	4,0817 4,1577	0,002818 0,044448	0,0000324 0,0082140	0,0760	0,1077	—0,0001
0,088 1,414	4,0773 4,1538	0,002821 0,044489	0,0000324 0,0082215	0,0765	0,1070	—0,0008
				Mittel	0,1078	

O_2 leider nicht möglich. Bei den höheren Temperaturen betragen die mittleren Abweichungen 0,5—0,9 Proz., bei — 185° C beträgt die

Tabelle 9.

Pentan „für Thermometer".
Bad: -79^0 C $= 194^0$ abs.

V	x	i	i^2x	Δx	$\frac{\Delta i^2 x}{\Delta x}$	
0,066 0,546	2,9309 2,9445	0,002943 0,024234	0,0000254 0,0017293	0,0136	0,1253	—0,0013
0,066 0,546	2,9316 2,9450	0,002942 0,024230	0,0000254 0,0017290	0,0134	0,1271	+0,0005
0,066 0,546	2,9318 2,9451	0,002942 0,024230	0,0000254 0,0017289	0,0133	0,1284	+0,0018
0,066 0,842	2,9318 2,9638	0,002942 0,037129	0,0000254 0,0040857	0,0320	0,1269	+0,0003
0,066 0,842	2,9316 2,9640	0,002942 0,037126	0,0000254 0,0040855	0,0324	0,1256	—0,0010
0,066 0,842	2,9317 2,9640	0,002942 0,037126	0,0000254 0,0040855	0,0323	0,1257	—0,0009
0,066 1,182	2,9317 2,9949	0,002942 0,051581	0,0000254 0,0079682	0,0632	0,1256	—0,0010
0,066 1,180	2,9316 2,9949	0,002942 0,051493	0,0000254 0,0079410	0,0633	0,1251	—0,0015
0,066 1,180	2,9316 2,9938	0,002942 0,051512	0,0000254 0,0079440	0,0622	0,1273	+0,0007
0,066 0,770	2,8840 2,9111	0,002990 0,034569	0,0000258 0,0034788	0,0271	0,1274	+0,0008
0,066 0,770	2,8840 2,9110	0,002990 0,034570	0,0000258 0 0034789	0,0270	0,1279	+0,0013
				Mittel	0,1266	

Tabelle 10.

Pentan „für Thermometer".
Bad (flüssige Luft und flüssiger Sauerstoff):
-183^0 C $= 90^0$ abs.

V	x	i	i^2x	Δx	$\frac{\Delta i^2 x}{\Delta x}$	
0,026 0,312	1,0042 1,0153	0,003384 0,040160	0,0000115 0,0016375	0,0111	0,1465	+0,0083
0,026 0,312	1,0053 1,0164	0,003380 0,040118	0,0000115 0,0016359	0,0111	0,1463	+0,0081
0,026 0,486	1,0066 1,0335	0,003376 0,061457	0,0000115 0,0039035	0,0269	0,1447	+0,0065
0,026 0,486	1,0078 1,0362	0,003372 0,061296	0,0000115 0,0038933	0,0284	0,1367	—0,0015
0,026 0,672	1,0003 1,0578	0,003397 0,083023	0,0000115 0,0072915	0,0575	0,1266	—0,0116
0,026 0,672	0,9973 1,0501	0,004143 0,083635	0,0000116 0,0073453	0,0528	0,1389	+0,0007
0,026 0,672	0,9943 1,0517	0,003417 0,083508	0,0000116 0,0073342	0,0574	0,1276	—0,0106
				Mittel	0,1382	

mittlere Abweichung 7 Proz., was einerseits in dem geringen Gesamtwiderstand der Drähte, andererseits in der vielleicht manchmal (infolge der starken Kontraktion des halbstarren Pentans) mangelhaften Füllung der Kapillaren begründet ist.

Immerhin ist aber durch die Messung der Verlauf der Kurve festgelegt. In der folgenden Tabelle 11 sind die Zahlen geordnet nach absteigenden Temperaturen zusammengefaßt. Zur Umrechnung der relativen Werte in absolute wurde die oben erwähnte Bestimmung von Lees[1]) an Alkohol von $+25^0$ C zugrunde gelegt.

Tabelle 11.

Substanz	Temperatur	$\frac{\Delta i^2 x}{\Delta x}$	$\lambda \cdot 10^7$ (C.G.S.)	$\frac{100}{\lambda'}\frac{d\lambda}{dt}$
Äthylalkohol (99,8 Proz.)	$+25^0$ C $= 298^0$ abs.	0,1503	4300	—0,14
	0^0 „ $= 273^0$ „	0,1558	4455	
Pentan (für Thermometer)	$+14^0$ „ $= 287^0$ „	0,0998	2856	—1,6
	0^0 „ $= 273^0$ „	0,1078	3085	—0,20
	-79^0 „ $= 194^0$ „	0,1266	3623	
	-185^0 „ $= 88^0$ „	0,1382	3955	—0,08

Die dritte Kolumne enthält die relativen Werte der Wärmeleitfähigkeit, die vierte die zugehörigen absoluten Werte und die fünfte Kolumne die prozentische Änderung von λ.

Schließlich seien noch einige Beobachtungen der Temperaturabhängigkeit von λ an Äther und Toluol angeführt[2]).

Tabelle 12.

Substanz	Temperatur	$\frac{\Delta i^2 x}{\Delta x}$	$\lambda \cdot 10^7$ (C.G.S.)	$\frac{100}{\lambda'}\frac{d\lambda}{dt}$
Diäthyläther	$+14{,}9^0$ C $= 287{,}9^0$ abs.	0,1122	3285	—0,19
	0^0 „ $= 273^0$ „	0,1154	3378	—0,26
	-79^0 „ $= 194^0$ „	0,1421	4160	
Toluol. . .	$+14{,}5^0$ „ $= 287{,}5^0$ „	0,1168	3420	—0,14
	0^0 „ $= 273^0$ „	0,1193	3492	—0,14
	-79^0 „ $= 194^0$ „	0,1328	3888	

Messungen.

In der folgenden Tabelle sind die Mittelwerte von den übrigen bis jetzt ausgeführten Messungen zusammengestellt. Proben aus dieser Tabelle sind in den Tabellen 4 und 5 gegeben und die an dieser Stelle gegebenen Erläuterungen gelten für alle folgenden Zahlen.

Die Berechnung von $\lambda \cdot 10^7$ erfolgte mit Zugrundelegung des früher (vid. Tab. 11) nach den Messungen von Lees ermittelten absoluten Wertes für $\lambda \cdot 10^7$ von Alkohol von 0^0 C. Da nun die Bestimmung von $\frac{\Delta i^2 x}{\Delta x}$ große Zuverlässigkeit besitzt, so dürfte es nicht verfrüht sein, einige allgemeinere Schlüsse aus dem vorliegenden Material zu ziehen.

Zunächst ist eine Abnahme der Leitfähigkeit mit wachsendem Molekulargewicht augenfällig, was sich besonders in der homologen

1) Lees, l. c.
2) $\lambda \cdot 10^7$ ist berechnet nach der Eichung des Apparates mit Alkohol von 0^0 C (siehe Tab. 13).

Tabelle 13.

Substanz	Formel	t^0 C	Molekulargewicht	$\frac{\Delta i^2 x}{\Delta x}$	$\lambda \cdot 10^7$ (C.G.S.)
Wasser	H_2O	0	18	0,5123	15000
Glyzerin	$CH_2(OH) \cdot CH(OH) \cdot CH_2(OH)$	+10,6	92	0,2477	7251
Methylalkohol	CH_3OH	0	32	0,1791	5243
Äthylalkohol	$CH_3 \cdot CH_2 \cdot OH$	0	46	0,1522	4455
Propylalkohol	$CH_3 \cdot CH_2 \cdot CH_2 \cdot OH$	0	60	0,1367	4002
Isopropylalkohol	$CH_3 \cdot CH(OH) . CH_3$	0	60	0,1258	3683
Amylalkohol (prim.)	$CH_3 \cdot (CH_2)_3 \cdot CH_2OH$	0	88	0,1177	3446
Dimethyläthylkarbinol	$(CH_3)_2 \diagdown C-OH$ / $C_2H_5 \diagup$	0	88	0,1013	2965
Diäthyläther	$C_2H_5 \cdot O \cdot C_2H_5$	+14,9	74	0,1122	3285
		0		0,1154	3378
		−79		0,1421	4160
Xylol *o*	$C_6H_4(CH_3)_2$	0	106	0,1176	3443
„ *m*		0	106	0,1171	3429
Toluol	$C_6H_5 \cdot CH_3$	+14,5	92	0,1168	3420
		0		0,1193	3492
		−79		0,1328	3888
Nitrobenzol	$C_6H_5 \cdot NO_2$	+12,5	123	0,1298	3801
Anilin	$C_6H_5 \cdot NH_2$	0	93	0,1481	4336
Schwefelkohlenstoff	CS_2	0	76	0,1325	3879
Tetrachlorkohlenstoff	CCl_4	0	154	0,0910	2664
Azeton	$CH_3 \cdot CO \cdot CH_3$	0	58	0,1444	4228
Äthylenglykol	$OH \cdot CH_2 \cdot CH_2 \cdot OH$	0	62	0,2170	6353

Reihe der Alkohole zeigt. Sodann macht sich ein Einfluß des molekularen Baues bemerkbar, und zwar ist die eigentümliche Tatsache zu konstatieren, daß Moleküle von langgestrecktem, kettenförmigen Bau größere Leitfähigkeit zeigen als isomere von mehr symmetrischem Aufbau, wie man aus dem Beispiele der untersuchten isomeren Amylalkohole und Propylalkohole erkennt. Ortsisomerie scheint ohne nennenswerten Einfluß auf die Leitfähigkeit zu sein (die beiden Xylole).

Zusammenfassung.

Als Resultate der vorliegenden Arbeit lassen sich folgende anführen:

1. Es wurde durch eine Modifikation der alten Schleiermacherschen Methode zur Messung der Wärmeleitfähigkeit von Gasen und durch Ausarbeitung eines für die Messungen an Flüssigkeiten geeigneten Apparates eine neue Methode zur Bestimmung der Wärmeleitfähigkeit von Flüssigkeiten gewonnen. Die bei den älteren Methoden störenden Fehlerquellen, insbesondere die bei der Erwärmung auftretende Konvektion der Wärme, konnten ausgeschaltet und der störende Einfluß der Drahtenden durch Gegeneinanderschaltung zweier verschieden langer Drähte eliminiert werden.

2. Die Methode erlaubt, die Wärmeleitung in einem relativen Maß bei sämtlichen Temperaturen im ganzen Bereiche des flüssigen Zustandes zu bestimmen.

3. Es wurde die Temperaturabhängigkeit der Wärmeleitung an Pentan (für Thermometer) in einem Temperaturintervall von 210°, an Äther und Toluol in einem Intervall von 94° bestimmt. Der Temperaturkoeffizient ist negativ und beträgt bei Zimmertemperatur ungefähr 0,2 bis 1,5 Proz. pro Grad.

4. Es wurden die Werte der Wärmeleitung von einer Anzahl chemisch verwandter Flüssigkeiten bei der Temperatur von 0° C gemessen. Aus diesem Material lassen sich Einflüsse des Molekulargewichtes und des molekularen Baues auf die Wärmeleitfähigkeit erkennen.

Bei der vorliegenden Arbeit wurde ich von meinem Privatassistenten Herrn Dr. Horak mit größtem Eifer und vollem Verständnis unterstützt.

(Eingegangen 22. März 1911.)

Neue Untersuchungen über das Entladungspotential im Magnetfelde. (Nuove ricerche sul potenziale di scarica nel campo magnetico.)

Von Augusto Righi.

I. Ergänzungen zu den Versuchen bei mittleren Drucken.

In einer früheren Veröffentlichung[1]) habe ich den Einfluß des Magnetfeldes auf die Potentialdifferenz untersucht, die erforderlich ist, damit die Entladung in Luft von mittlerer Verdünnung (das heißt bei einem Druck von

1) Righi, Rend. della R. Acc. di Bologna, 29. Mai 1910.

einigen Zehntelmillimetern) zwischen parallel zueinander angeordneten plattenförmigen Elektroden stattfindet. Die Ergebnisse meiner sehr zahlreichen Messungen hatte ich durch gewisse Kurven dargestellt, welche die Feldstärke des Magnetfeldes zu Abszissen und die Werte des Entladungspotentials zu Ordinaten hatten.

Diese Kurven geben eine klare Vorstellung von den Wirkungen, die das Feld hervorbringt, und zeigen insbesondere, unter welchen Verhältnissen die Erregung des Magnetfeldes die Entladung eintreten läßt, wenn sie zuvor nicht vorhanden war, oder sie zum Aufhören bringt, wenn sie zuvor stattgefunden hatte. Diese Kurven zeigen weiter das Vorhandensein eines Optimums der Feldstärke, das heißt eines besonderen Wertes der Feldstärke, welchem das geringste Entladungspotential entspricht. Diese letztere Tatsache entbehrt keineswegs der Bedeutung und ist von Herrn Bloch[1]) vollauf bestätigt worden.

In meiner oben genannten Arbeit habe ich mich nicht nur auf eine bestimmte Größenordnung der Verdünnung beschränkt, sondern auch auf kleine Werte der Entfernung zwischen den Elektroden. Einige der neuen Versuche, und zwar gerade die, über welche ich in diesem ersten Abschnitt berichten will, beziehen sich besonders auf den Fall, daß der Abstand der Elektroden voneinander den kritischen Abstand überschreitet. Die Versuchsanordnung, die ich hier benutzt habe, ist, von einigen Abänderungen in den Einzelheiten abgesehen, dieselbe wie bei meinen ersten Versuchen.

Die früheren Versuche hatten dargetan, daß in gewissen Fällen das Magnetfeld eine Erhöhung und keine Erniedrigung des Entladungspotentiales bedingt. Wenn ich daher bei einem gegenseitigen Abstand der Elektroden, der größer war als der kritische, keinerlei bemerkenswerte Erscheinungen festgestellt habe, so glaubte ich, dies könne seine Ursache in dem Umstande haben, daß ich mich bei großen Abständen darauf beschränkt hatte, zu untersuchen, ob das Magnetfeld eine Erniedrigung des Entladungspotentiales bedingte.

Es blieb daher zu untersuchen, ob nicht bei großen Entfernungen zwischen den Elektroden vielmehr eine Erhöhung des Entladungspotentiales unter dem Einflusse des Magnetismus erfolgte.

Die zu diesem Zwecke ausgeführten Versuche haben den Nachweis erbracht, daß dies in der Tat wirklich der Fall ist.

Ich habe zu diesem Zwecke dieselbe Röhre benutzt, mit der ich meine allerersten Versuche gemacht hatte; die Elektroden dieser Röhre haben die Form paralleler Platten, und eine von ihnen läßt sich nach Belieben bewegen. Mit dieser Röhre habe ich nun das Entladungspotential bei verschiedenen Werten des Abstandes zwischen den Elektroden gemessen, und zwar bei jedem Abstand unter dem Einflusse mehr oder minder starker Felder. In allen diesen Fällen habe ich die Messungen einmal mit senkrecht, das andere Mal mit parallel zur magnetischen Kraft angeordneten Elektrodenplatten ausgeführt.

Der Druck der Luft in der Röhre, die bereits längere Zeit verschlossen ist, beträgt 0,68 mm.

Die folgenden zahlenmäßigen Ergebnisse, die ich aus verschiedenen ziemlich vollständigen Messungsreihen gewonnen habe, zeigen den Verlauf der Vorgänge. Noch besser wird dieser Verlauf aus der Betrachtung der Figuren 1 und 2 ersichtlich.

Elektrodenplatten senkrecht zum Magnetfelde.

Entfernung zwischen den Elektroden, in mm = 0,3		= 1		= 8		= 10		= 15	
C	*P*	*C*	*P*	*C*	*P*	*C*	*P*	*C*	*P*
0	450	0	400	0	350	0	370	0	430
384	400	38	396	346	346	307	366	346	428
500	392	192	390	576	345	1640	370	1200	432
1023	400	346	386	1200	352	2535	380	2010	436
1680	428	884	385	2400	370			2585	440
2460	480	2386	390						
		2586	396						

Elektrodenplatten parallel zum Magnetfelde.

Entfernung zwischen den Elektroden, in mm = 0,3		= 1		= 8		= 10		= 15	
C	*P*	*C*	*P*	*C*	*P*	*C*	*P*	*C*	*P*
0	450	0	400	0	350	0	370	0	430
26	440	102	360	225	352	225	374	153	454
50	420	883	276	714	440	476	470	422	640
102	385	1023	270	1330	540	861	580	570	740
450	370	1545	250	1730	660	1253	680		
524	392	2440	236	1972	740	1545	780		
714	420								
861	440								
1600	490								

In diesen Tabellen enthalten die Spalten mit der Überschrift „*C*" die Werte der magnetischen Feldstärke in Gauß; die Spalten mit der Bezeichnung „*P*" geben die Werte des Entladungspotentiales in Volt an.

Hinsichtlich der Zeichnung der Kurven sind einige Erklärungen erforderlich. Die Kurven sind in den beiden Figuren 1 und 2 mit den Buchstaben *A* bis *E* bezeichnet, entsprechend den fünf Werten 0,3 mm bis 15 mm, die ich

1) Bloch, Le Radium, S. 52, 1911.

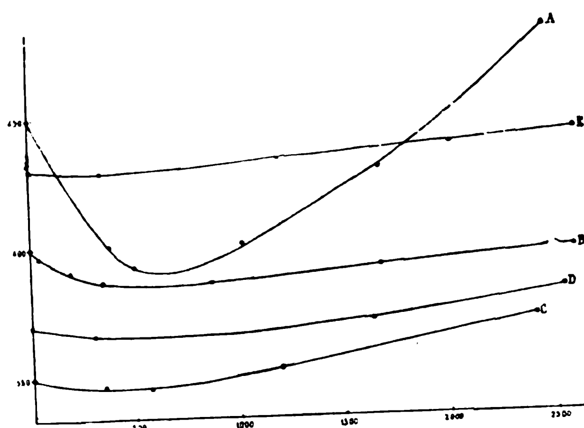


Fig. 1.

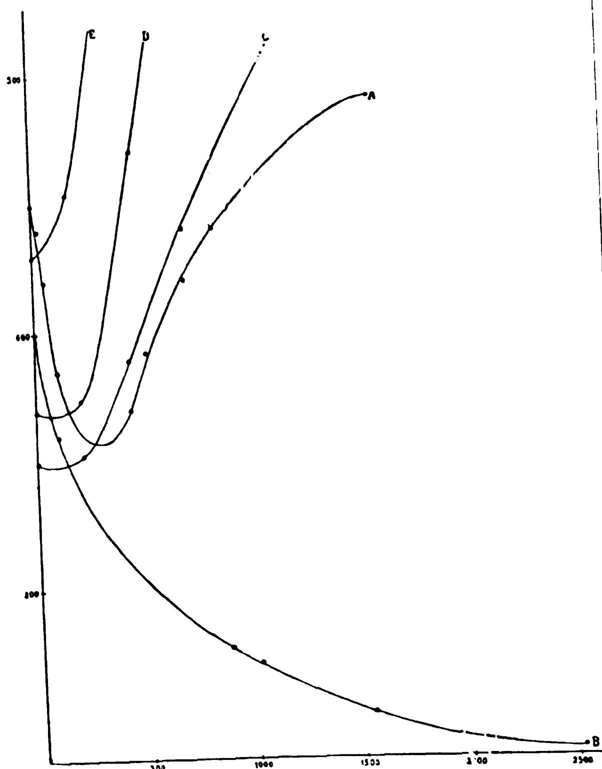


Fig. 2.

der Entfernung der Elektroden voneinander gegeben habe. Die Kurven *A* und *B* beziehen sich also auf solche Fälle, in denen die Entfernung kleiner war als die kritische, denn diese betrug ungefähr 6 mm. Somit entsprechen nur die Kurven *C*, *D* und *E* dem Zweck der Versuche, denen dieser Abschnitt gewidmet ist.

Ich habe viele weitere Messungsreihen unter denselben Bedingungen und mit durchaus übereinstimmenden Ergebnissen ausgeführt und habe bei der Zeichnung der Kurven in den Figuren 1 und 2 die Kurven für diese Messungsreihen vor Augen gehabt. Das war für mich immer dann von großem Nutzen, wenn die experimentell bestimmten Punkte auf einer gegebenen Kurve zuweit voneinander entfernt lagen.

Betrachtet man die Kurven *C*, *D* und *E*, so sieht man ohne weiteres, daß die vorherrschende Wirkung des Magnetfeldes in einer Erhöhung des Entladungspotentiales besteht. Diese Wirkung ist besonders im Falle der Fig. 2 ausgeprägt, also in dem Falle, wo die Röhre so angeordnet ist, daß die Elektroden parallel zu den magnetischen Kraftlinien stehen.

Es liegt auf der Hand, welchen Schwierigkeiten man begegnen würde, wenn man diese Erscheinungen im einzelnen auf Grund der allgemein angenommenen Theorie erklären wollte.

II. Die bisher angenommene und die vorgeschlagene neue Erklärung.

Bisher hat man den Einfluß des Magnetfeldes auf das Entladungspotential dadurch zu erklären gesucht, daß man die Gestaltsänderung der von den Elektronen durchlaufenen Bahnen heranzog. Diese Erklärungsweise halte ich aus verschiedenen Gründen für unzureichend.

In erster Linie muß in Fällen geringer Verdünnung, also in Fällen, wo die mittlere freie Weglänge der Elektronen sehr klein ist, der Einfluß des Feldes, der dahin geht, die Bewegung der Elektronen zwischen zwei aufeinanderfolgenden Stößen zu verändern, wenig ausgeprägte Wirkungen hervorbringen; jedenfalls ist es nicht einzusehen, wie man dahin kommen soll, die beobachteten Wirkungen zu erklären, nämlich die Erniedrigung und die Erhöhung des Entladungspotentiales, die sich häufig bei jeder beliebigen Neigung der elektrischen Kraftlinien gegen jene des Magnetfeldes zeigen.

Schließlich ist folgendes zu beachten: Um die Fälle zu erklären, in denen bei einer Potentialdifferenz, die kleiner ist als die für die Entladung erforderliche, die Entladung sich zeigt, sobald man nur das Magnetfeld erregt, nimmt die gewöhnliche Theorie an, daß bereits vor der Erregung des Feldes ein unbemerkter Elektrizitätsübergang in der Entladungsröhre stattfindet. Dies ist nun zunächst nicht sehr wahrscheinlich; überdies haben, wie ich bereits in meiner früheren Arbeit dargelegt habe, alle Forscher, die das Vorhandensein eines solchen vor der Wirkung des Feldes bestehenden Stromes haben nachweisen wollen, negative Ergebnisse erhalten.

Dieser Umstand ist von grundlegender Wichtigkeit, und ich wollte ihn daher schon beim Beginn meiner neuen Versuche gleichfalls untersuchen. Zu diesem Zweck habe ich folgenden Versuch angestellt.

Ich verband die eine der Elektroden der Röhre mit einem hochempfindlichen Quadrantenelektrometer (das momentan geerdet war), die andere Elektrode verband ich durch den üblichen Flüssigkeitswiderstand (zur Vermeidung von Beschädigungen durch allzu starke Ströme) mit dem einen Pole der Sammlerbatterie, deren anderer Pol geerdet war. Bei Unterbrechung der Verbindung des Elektrometers mit der Erde habe ich niemals den geringsten Ausschlag beobachtet, sofern natürlich das Potential der Batterie niedriger war als das Entladungspotential. Wenn wir im Bereiche der Tatsachen bleiben wollen, so müssen wir demnach zugeben, daß in der Röhre keinerlei wahrnehmbarer Elektrizitätsübergang vorhanden ist.

Diese Feststellung, die ich unter den verschiedensten Verhältnissen immer und immer wieder gemacht habe, und die sich mit analogen früheren Beobachtungen anderer Physiker deckt, stellt uns der Alternative gegenüber, entweder die gewöhnliche Theorie zu vervollständigen und zu modifizieren, oder uns darauf zu versteifen, einen Elektrizitätsübergang schon vor der Einwirkung des Magnetismus anzunehmen, obwohl es nicht gelingt, für einen solchen Elektrizitätsübergang den experimentellen Nachweis zu erbringen

Wir dürfen indessen nicht vergessen, was ich in meiner früheren Arbeit betont habe, daß nämlich in dem Augenblicke, in welchem die Röhre in den Stromkreis eingeschaltet wird, ein Strom von kurzer Dauer entsteht, den das Galvanometer anzeigt, wenn man ein solches in eine der Verbindungsleitungen zwischen der Röhre und der Batterie einschaltet, und daß infolgedessen meiner Ansicht nach eine Anhäufung positiver Ionen an der Kathode und negativer Ionen an der Anode stattfindet. Besteht also in der Röhre, an deren Elektroden man eine Potentialdifferenz anlegt, die kleiner ist als die für die Entladung erforderliche, auch noch kein dauernder Strom, so steht dennoch die Röhre unter anderen Bedingungen, als sie stand, ehe sie in den Stromkreis eingeschaltet wurde. Ich werde weiter unten noch auf diesen Umstand zurückkommen, der, wie mir scheint, mit den Wirkungen, die der Magnetismus hervorbringt, in engstem Zusammenhange steht.

Da ich zu der gewöhnlichen Theorie kein genügendes Vertrauen hatte, wollte ich untersuchen, ob sich die Hypothese, die ich schon in der vorigen Arbeit aufgestellt habe, und nach welcher das Magnetfeld unter gewissen Verhältnissen eine Ionisierungsursache sein würde, gut genug zur Erklärung der Erscheinungen eignete.

Eine derartige Hypothese entbehrt meiner Meinung nach nicht der Begründung. Ebenso nämlich, wie das Magnetfeld unter gewissen Bedingungen die Beständigkeit der neutralen Doppelsterne „Elektron-Positives Ion" vermehrt oder vermindert, die ich zur Erklärung der Erscheinungen ersonnen habe, wie sie die magnetischen Strahlen (oder Magnetokathodenstrahlen) aufweisen, ebenso wird es analog die Bahnen verändern, welche die Elektronen durchlaufen, die an dem Aufbau der Atome teilhaben, und zwar wird es sie vergrößern, wenn das Feld in geeigneter Richtung wirkt. Ein Beispiel wird dies deutlicher machen.

Wir wollen in einem Atom ein Elektron betrachten, das sich auf einer Kreisbahn bewegen möge, und wollen senkrecht zur Ebene der Bahn ein Magnetfeld erregen, das so gerichtet sein soll, daß die elektromagnetische Kraft, die auf das bewegte Elektron wirkt, vom Mittelpunkte dieser Bahn nach außen hin gerichtet ist. Diese Kraft wird das Elektron offenbar zu entfernen streben und wird es, wenn sie genügend stark ist, zwar nicht in Freiheit setzen, ihm aber doch wenigstens ermöglichen, sich bei der geringsten von außen her eintretenden Störung loszulösen. Ein gleichzeitig mit dem Magnetfelde vo.handenes elektrisches Feld wird dieses Resultat erleichtern können, es sei denn, daß der besondere Fall eintreten würde, daß die elektrische Kraft das Elektron gegen das Atom hinzutreiben strebt.

Ich maße mir keineswegs an, zu behaupten, daß die bereits bekannten Tatsachen und jene, die ich hier beschreiben will, den Beweis dafür erbrächten, daß diese Hypothese die Wahrheit enthalte; ich glaube aber, daß sie eine befriedigende Übereinstimmung mit den aus dieser Hypothese zu ziehenden Folgerungen zeigen. Jedenfalls ist diese Hypothese für mich die Anregung zu den neuen Untersuchungen gewesen.

Da die Anhäufung von Ionen an den Elektroden, auf die ich weiter oben hingewiesen habe, in der Umgebung ihrer Oberfläche ein elektrisches Feld erzeugt, während in den anderen Teilen des Rohres dieses Feld sehr klein oder null ist, so erscheint es mir wahrscheinlich, daß das Magnetfeld gerade dort hauptsächlich seine ionisierende Wirkung zur Geltung bringen muß. Vor allen Dingen aber an der Kathode sucht die vermutete Magnetoionisation die dauernde Entladung in der Röhre hervorzurufen. Die Elektronen nämlich, die auf diese Weise erzeugt worden sind, oder zum mindesten die unter ihnen, die einer sofortigen Neutralisierung durch das Zusammentreffen mit einem positiven Ion entrinnen, werden rasch eine beträchtliche Geschwindigkeit erlangen; jene Elektronen hingegen, die durch Magnetoionisation an der Anode entstehen, werden bald von dieser absorbiert werden,

ohne an der Einleitung der Entladung mitzuwirken.

Nachdem ich versuchsweise diesen Gesichtspunkt eingenommen hatte, war ich in die Notwendigkeit versetzt, mich noch besser über das Vorhandensein dieser Ionenschichten zu vergewissern und mir so gut wie möglich von der Art und Weise ihrer Entstehung und von den Wirkungen, zu denen sie Anlaß geben können, Rechenschaft zu geben.

III. Polarisationsstrom oder Polarisationsentladung.

Die Erzeugung von Ionen, die in der Röhre verbleiben, solange zwischen den Elektroden eine Potentialdifferenz besteht, die kleiner ist als das Entladungspotential, habe ich auf Grund der Feststellung des Stromes von kurzer Dauer abgeleitet, der sich in dem Augenblicke zeigt, in dem die Verbindung zwischen der Röhre und den Sammlern hergestellt wird, sowie auf Grund der Merkmale, die dieser Strom aufweist.

Diese Merkmale sind folgende: Wenn man den Stromkreis für einen ganz kurzen Augenblick unterbricht und ihn dann von neuem schließt, so stellt sich dieser Strom nicht wieder her; man erhält ihn aber wieder, wenn die Dauer der Unterbrechung nicht sehr kurz war, und er wird dann um so stärker, je länger die Unterbrechung gedauert hat. Wenn man schließlich die Verbindungen zwischen Röhre und Elektrizitätsquelle umkehrt, so erhält man einen sehr viel stärkeren Strom als bei einfacher Unterbrechung des Stromkreises.

Um diese Erscheinungen zu erklären, muß man meiner Ansicht nach folgende Überlegung anstellen: Die ganz wenigen freien Elektronen, die zufällig in dem Gase enthalten sind, und jene, die spontan von der Kathode ausgesandt werden können, leiten, wenn der Stromkreis geschlossen wird, den bekannten Vorgang der Entladung dadurch ein, daß sie die Moleküle durch Stoß ionisieren. Die unter den auf diese Weise erzeugten positiven Ionen, die nicht durch Vereinigung mit Elektronen neutralisiert werden, bewegen sich zur Kathode hin, während die Elektronen und die (durch die Vereinigung von Elektronen mit neutralen Atomen geschaffenen) negativen Ionen sich zur Anode hin bewegen. Hierdurch wird das elektrische Feld, während es an den Elektroden zunimmt, im Gase kleiner und wird schließlich Null unter gleichzeitigem Verschwinden jeglicher weiterer Erscheinung, wenn die Potentialdifferenz zwischen den Elektroden genügend klein ist. Der Stromdurchgang wird also sofort unterbrochen.

Die Verhältnisse an den Elektroden der Röhre sind dann in gewisser Hinsicht denen analog, wie sie an Elektroden herrschen, die in einen Elektrolyt eintauchen und durch einen Strom polarisiert sind. Man muß also erwarten, daß die Röhre einen Polarisationsstrom liefert, wenn man die Verbindungen zwischen der Sammlerbatterie und den Elektroden unterbricht und die Elektroden dann mit einem empfindlichen Galvanometer verbindet. Das beobachtet man denn auch tatsächlich.

Dieser Polarisationsstrom, oder vielleicht besser diese Polarisationsentladung, hat eine sehr kurze Dauer, und ihre Gesamtintensität, das heißt die Elektrizitätsmenge, die sie ausmacht, ist naturgemäß abhängig:

1. von der Zeit t_0, während welcher die Röhre mit der Batterie verbunden geblieben ist,
2. von der Zeit t, während welcher die Röhre isoliert geblieben ist, bevor sie mit dem Galvanometer verbunden wurde.

Wenn t einen konstanten Wert beibehielt, so ergab sich der Galvanometerausschlag als nahezu unabhängig von t_0. Beispielsweise betrugen in einem Falle die zugehörigen Ausschläge:

für $t_0 =$ 1 Sekunde,	15 Sekunden,	60 Sekunden
24 mm,	25 mm,	25,8 mm

auf der Galvanometerskala[1]).

Man sieht also, wie rasch die Bildung der Ionenschichten auf den Elektroden erfolgt, und man kann praktisch annehmen, daß für $t_0 = 30$ Sekunden die Polarisation der Elektroden vollständig ist.

Andererseits geht das Verschwinden der Polarisation, nachdem man die Elektroden isoliert hat, wieder langsam und allmählich vor sich; es erfolgt dagegen augenblicklich, wenn man eine metallische Verbindung zwischen den Elektroden herstellt.

Will man eine Vorstellung von der Geschwindigkeit erhalten, mit der bei isolierten Elektroden die Menge der angesammelten Ionen von selbst abnimmt, so braucht man nur wiederholt den Polarisationsstrom zu messen, nachdem die Röhre während einer mehr oder minder langen Zeit isoliert geblieben ist. Bei einer von den vielen Messungsreihen, die ich ausgeführt habe, habe ich die nachstehenden Ergebnisse erhalten. Ich benutzte dabei eine Röhre (die ich weiter unten noch beschreiben werde) mit einer Kathode, die aus einem zylindrischen Aluminiumblech bestand, das an der Innenwand

1) Ein mm entspricht einem konstanten Strom von $4{,}75 \times 10^{-10}$ Ampere.

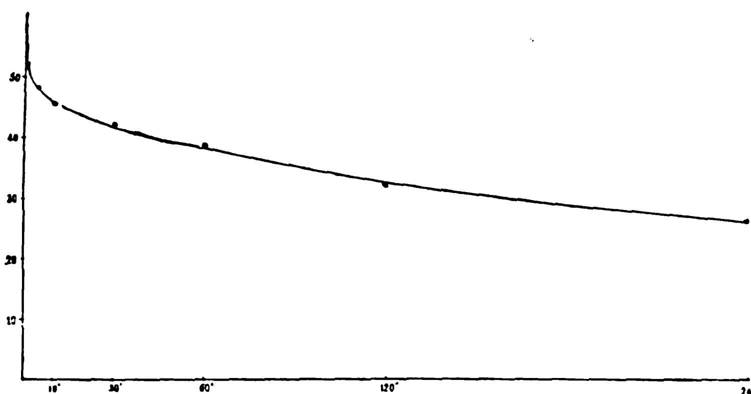


Fig. 3.

der Röhre anlag, sowie mit einer gleichfalls zylindrischen und konzentrischen Anode.

Der Zeit t legte ich nacheinander die in der ersten Spalte der nachstehenden Tabelle verzeichneten Zahlenwerte (in Sekunden) bei; die zweite Spalte enthält die zugehörigen Ausschläge d, die ich am Galvanometer erhielt. Die Zeit t_0 betrug beständig 30″.

t in Sekunden	d in mm
1	52
5	48
10	45,5
30	42
60	38
120	33
240	28

Der Druck der Luft in der Röhre betrug ein Hundertstelmillimeter. Die Batterie lieferte 2450 Volt.

Die Kurve in Fig. 3 wurde in der Weise gezeichnet, daß t zur Abszisse und d zur Ordinate genommen wurde. Sie zeigt auf den ersten Blick, wie der Ionenvorrat in der Röhre zunächst rasch, dann immer langsamer und langsamer abnimmt. Kurven mit ähnlichem Verlauf habe ich immer mit Röhren verschiedener Gestalt und unter verschiedenen Bedingungen erhalten.

Die allmähliche Vernichtung der Ionenschichten, welche die Elektroden umhüllen, erfolgt wahrscheinlich durch wechselseitige Neutralisierung zwischen ihnen, und vor allen Dingen zwischen ihnen und den Elektroden. Es war daher vorauszusehen, daß ein Magnetfeld diese Erscheinung beeinflussen würde, nach der angenommenen Theorie beispielsweise infolge der Gestaltsänderung der Elektronenbahnen.

Eigens zu diesem Zwecke angestellte geeignete Versuche bestätigen diese Voraussage. Bei diesen Versuchen benutzte ich eine Wippe mit gut isolierten Quecksilbernäpfen[1]), die es mir ermöglichte, die beiden Elektroden der Röhre bald mit den Polen der Sammlerbatterie, bald mit den Galvanometerklemmen zu verbinden. Im allgemeinen hielt ich die Röhre eine halbe Minute lang mit der Batterie verbunden und isolierte sie dann für 10 Sekunden, ehe ich sie mit dem Meßapparat verband, der durch seinen Ausschlag die Menge der noch vorhandenen Ionen anzeigte. Während dieses Zeitraumes von 10 Sekunden war bald das Feld nicht vorhanden, bald dagegen in Wirksamkeit. In diesem letzteren Falle erhielt ich stets einen kleineren Ausschlag. Ich führe als Beispiel einige Messungen an, die ich mit einer zylindrischen Röhre angestellt habe; diese Röhre hat als Elektroden zwei zur Röhrenachse senkrechte Scheiben, deren Durchmesser wenig kleiner ist als jener der Röhre. Der gegenseitige Abstand der Elektroden beträgt ungefähr 2 cm, und die Luft hat einen Druck von ungefähr einem Fünfzigstelmillimeter. Im geeigneten Augenblick konnte ich ein Feld von 3540 Gauß erregen.

Der Ausschlag betrug nun ohne Magnetfeld 23,9 Skalenteile; wenn ich das Feld wirken ließ, betrug dagegen der Ausschlag 6,9 Skalenteile.

Ähnliche Versuche habe ich nacheinander mit fünf Röhren von ganz verschiedener Gestalt und bei verschiedenen Drucken der Innenluft angestellt, und wenn das Ergebnis auch nicht immer so ausgeprägt war wie in dem eben mitgeteilten Falle, so war es doch im wesentlichen immer dasselbe, das heißt, ich

1) Bei allen Versuchen, bei denen viele Sammler und ein empfindliches Galvanometer oder Elektrometer zur Anwendung gelangen, ist die sorgfältigste Isolierung aller jener Leiter unerläßlich, die nicht mit der Erde in Verbindung stehen sollen. Insbesondere ist es notwendig, die äußere Oberfläche der Röhre rings um die Stellen, an denen die Zuleitungen zu den beiden Elektroden austreten, heiß mit Siegellack zu überziehen.

Fig. 4.

stellte immer fest, daß das Feld die Neutralisierung der Ionen in der Röhre beschleunigte. Auch nachdem ich die Richtung des Magnetfeldes um 90° gedreht hatte, stellte ich die Abnahme des Galvanometerausschlages fest.

Nimmt man an, daß dieses Ergebnis allgemein gültig ist, so steht es in vielen Fällen im Widerspruch mit den Erwartungen, die sich auf die durch das Feld hervorgerufenen Ablenkungen der in Bewegung begriffenen Elektronen gründen, denn in gewissen Fällen mußten diese Ablenkungen sich der Neutralisierung der Ladungen widersetzen. Dagegen ist die Beschleunigung des Verschwindens der Ionen durch das Magnetfeld leicht zu erklären, wenn man die neue Hypothese annimmt, die ich aufgestellt habe, wenn man also eine Ionisierung von seiten des in der Nachbarschaft der Kathode besonders wirksamen Feldes annimmt.

IV. Umstände, welche auf das Entladungspotential Einfluß haben.

Ich wollte Versuche an Vakuumröhren bei recht hoher Verdünnung anstellen und benutzte dazu zunächst eine Röhre von der gewöhnlichen Form, also eine Röhre mit parallelen Elektroden von kreisförmiger Gestalt, die mehr oder minder weit voneinander entfernt standen. Die Röhre war zwischen den Polen des Ruhmkorffschen Elektromagnets angeordnet, und zwar bald so, daß die Scheiben zur Feldrichtung senkrecht standen, bald wieder so, daß sie zu dieser Richtung parallel standen.

Ich stellte alsbald fest, daß auch bei sehr hohen Verdünnungen das Magnetfeld in gewissen Fällen das Entladungspotential erniedrigt und es in anderen erhöht; aber auch nach Überwindung der an anderer Stelle angedeuteten Schwierigkeiten erhielt ich große Unregelmäßigkeiten in den Zahlenwerten. Es trat dann nicht selten, und zwar in ausgeprägterer Weise als bei den geringeren Verdünnungen, die bekannte Erscheinung ein, daß die Entladung, nachdem sie einmal unter bestimmten Verhältnissen eingeleitet worden war, auch dann fortdauerte, wenn diese Verhältnisse hinterher in der Weise verändert wurden, daß zur Einleitung der Entladung eine weit höhere Potentialdifferenz erforderlich gewesen wäre als die tatsächlich angelegte. Ich bemerkte weiter, daß diese Erscheinung sich häufig änderte, wenn ich die Außenseite der Röhre einen Augenblick lang mit dem Finger berührte, oder ihr Leiter näherte, oder wenn ich die Isolation der äußeren Oberfläche der Glasröhre verbesserte oder verschlechterte. Ferner stellte ich fest, daß sich die Erscheinungen etwas veränderten, als ich, ohne dabei die Potentialdifferenz zu verändern, den absoluten Wert des Potentiales der einzelnen Elektrode veränderte, beispielsweise indem ich bald den einen, bald den anderen Pol der Sammlerbatterie zur Erde ableitete.

Alle diese Erscheinungen weisen auf die Bildung elektrischer Ladungen auf der Röhrenwandung hin, und diese Ladungen erfahren naturgemäß durch die Gegenwart der Leiter in der Umgebung Veränderungen. In der Tat verschwanden diese Unregelmäßigkeiten und Unsicherheiten, als ich die äußere Oberfläche der Röhre dadurch leitend machte, daß ich sie mit einem Blatt Stanniol beklebte und dieses dann mit dem Erdboden verband, doch blieb der Einfluß der absoluten Werte des Potentiales bestehen. Um diese Erscheinung zu untersuchen, gab ich der Entladungsröhre die in Fig. 4 angegebene Gestalt.

Die Röhre ist zylindrisch und trägt als Elektroden, A, B, zwei zur Röhrenachse senkrechte Aluminiumscheiben in einem Abstand von ungefähr 15 cm voneinander. Der äußere Durchmesser der Röhre ist ein wenig kleiner als die in den Eisenkernen der beiden Spulen vorgesehene Bohrung, und so kann die Röhre leicht in diese eingeführt werden. Da der Elektromagnet in zwei zur Achse der Spulen parallelen Führungen beweglich ist, so kann man es einrichten, daß die eine Elektrode sich mitten im Magnetfelde befindet, während die andere dann auf halbe Länge im Innern einer der Spulen steckt. Bei dieser Anordnung ist die zweite Elektrode der Feldwirkung praktisch entzogen, wenigstens solange der Magnetisierungsstrom nicht sehr stark ist.

Um mich hierüber ganz genau zu vergewissern, habe ich es für notwendig erachtet, die magnetische Feldstärke für verschiedene Stärken des Magnetisierungsstromes sowohl an der Stelle mitten zwischen den Polflächen der Spulen (deren gegenseitiger Abstand ungefähr 5 cm beträgt) als auch halben Weges im Innern jeder der beiden Spulen mittels einer kleinen mit einem ballistischen Galvanometer verbundenen Spule zu messen. Ich lasse hier das Ergebnis dieser Messungen folgen:

Magnetisierungsstromstärke, in Ampere	Magnetfeldstärke, in Gauß, im Innern der linken Spule	mitten zwischen den Polen	im Innern der rechten Spule
1	0	563	0
2	0	1126	—
4	—	1931	0
8	—	3018	—
12	—	4064	7
14	40	4450	0
16	113	4829	88
20	394	5473	388
23,5	650	5955	650

Die Ungleichheit und der unregelmäßige Gang der Zahlen in der zweiten und vierten Spalte dieser Tabelle beruhen wahrscheinlich auf Ungleichartigkeit in der Beschaffenheit des Eisens in den beiden Kernen.

Bei den folgenden Versuchen befand sich die Elektrode A der Röhre in der Mitte des Feldes zwischen den Polen, während sich die Elektrode B innerhalb der Spule zur Rechten befand. Weiter war aus den oben genannten Gründen die Röhre außen mit einer geerdeten Metallfolie bekleidet.

Mit der geschilderten Versuchsanordnung läßt sich leicht zeigen, welchen Einfluß der absolute Wert des Potentiales der beiden Elektroden ausübt, und ferner, welchen Einfluß das Vorzeichen ihrer Ladung hat. Ich teile hier eine Messungsreihe mit, bei welcher der Druck der Luft in der Röhre durchweg 0,02 mm betrug.

Die an die Elektroden angelegte Potentialdifferenz von ungefähr 3000 Volt war viel kleiner als das Entladungspotential.

Durch Vertauschen der Verbindungsleitungen und Erden eines der Pole der Batterie konnte ich folgende vier Fälle erhalten:

1. Potent. von $A = +V$, Potent. von $B = 0$;
2. „ „ „ $= 0$, „ „ „ $= +V$;
3. „ „ „ $= -V$, „ „ „ $= 0$;
4. „ „ „ $= 0$, „ „ „ $= -V$.

Während nun zur Herstellung des Stromes in der Röhre (der sich durch den plötzlichen und dauernden Ausschlag des in den Stromkreis eingeschalteten Galvanometers zu erkennen gab) in den Fällen **2**, **3** und **4** ein Magnetfeld von mehr als 5000 Gauß erforderlich war, genügte im Falle **1** hierfür ein Feld von 1250 Gauß[1]).

Lassen wir die Fälle **2** und **4** außer acht, in denen, weil sich sowohl die Elektrode A als auch die äußere Belegung der Röhre auf dem Potential null befinden, das elektrische Feld rings um die Elektrode A nur eine sehr geringe Stärke haben kann, so bleibt der Unterschied zwischen den Fällen **1** und **3** bemerkenswert. Diesen Unterschied kann man hauptsächlich den beiden folgenden Umständen zuschreiben: 1. dem Umstande, daß im Falle **1** die Wand rings um A als Kathode wirkt, daß man also gewissermaßen eine Kathode hat, welche die Elektrode A umhüllt und umgibt, während im Falle **3** das Gegenteil eintritt; 2. einer Verschiedenheit im Verhalten von Kathoden aus verschiedenen Stoffen.

Gegen einen solchen Einfluß der Natur des Körpers, an dem die elektrischen Kraftlinien enden, spricht der folgende Versuch: Eine Röhre, die der in Fig. 4 dargestellten ähnlich ist, die jedoch an Stelle der äußeren metallischen Belegung eine innere Belegung hat, bestehend aus einem zylindrisch gebogenen Aluminiumblättchen, das an die Röhrenwandung angelegt und geerdet ist, eine solche Röhre liefert im wesentlichen dieselben Ergebnisse, wie eben geschildert.

Indessen schien mir irgendwelcher Einfluß der Natur der Kathode, oder allgemein der Körper, die durch die Aufnahme der Kraftlinien sich im Innern einer Entladungsröhre wie eine Kathode verhalten können, nicht von vornherein ausgeschlossen. Ich hielt es daher für zweckmäßig, besondere Versuche mit der Röhre anzustellen, die in Fig. 5 im Querschnitt dargestellt ist. In dieser Röhre, (deren Durchmesser

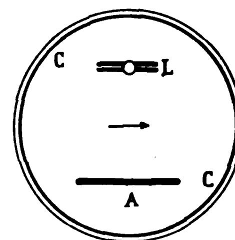


Fig. 5.

ungefähr 4 cm beträgt), besteht die Kathode aus einem an die Innenwandung gelegten zylindrischen Aluminiumblech C, während die Anode aus einer rechteckigen Platte A (von 3 cm $\times$ 1,7 cm) besteht. Diese Platte ist exzentrisch angeordnet, um für eine zu ihr parallele Platte L von 5 cm Länge und 1,2 cm Breite Raum zu lassen; letztere setzt sich aus zwei übereinanderliegenden Blechen zusammen, von denen das eine aus Aluminium, das andere aus einem anderen Stoffe, beispielsweise aus Blei, besteht. Diese Doppelscheibe L ist um eine zur Röhrenachse parallele Achse drehbar und kann so eingestellt werden, daß sie der Anode A bald die Aluminiumseite zukehrt, und bald die Bleiseite; zu diesem Zwecke ist sie an einem Schliffe befestigt.

Bei dem angestellten Versuche hatte die

1) Dieser Versuch ist ebenso wie einige von denen, die ich weiter unten beschreiben werde, bereits an anderer Stelle kurz beschrieben worden (s. C. R. vom 30. Januar 1911).

Luft in der Röhre einen Druck von 0,012 mm, die Batterie lieferte an den Elektroden eine Potentialdifferenz von 1730 Volt, und im geeigneten Augenblicke wurde ein Feld von ungefähr 2500 Gauß erregt, dessen Richtung der Pfeil in Fig. 5 angibt. Dabei habe ich folgende Beobachtungen gemacht:

Während ohne Feld der Strom in der Röhre sich nicht herstellte, entstand dieser Strom auch dann nicht mit dem Feld, wenn der Anode die Aluminiumseite der Doppelplatte L zugekehrt war. Wenn aber der Anode die Bleiseite zugekehrt war, so entstand der Strom. Ließ ich dann das Feld bestehen und drehte die Doppelplatte andauernd, so hörte der Strom jedesmal auf, wenn der Anode die Aluminiumseite zugekehrt war, um sich wieder einzustellen, wenn statt dessen das Blei elektrische Kraftlinien von der Anode empfing.

Mit Platin an Stelle des Bleies habe ich ein ähnliches Ergebnis erhalten, das jedoch viel weniger scharf ausgeprägt war; dagegen habe ich mit Glas, Silber, Kupfer, Messing, Zink und Wismut sichere Ergebnisse nicht gewonnen.

Während also der Unterschied zwischen den oben genannten Fällen **1** und **3** hauptsächlich von der Gestalt der beiden Elektroden herrührt, besteht daneben sicherlich, wenigstens beim Blei, eine gewisse Fähigkeit, die Entladung zu begünstigen, wenn an ihm Linien elektrischer Kraft enden. Diese Tatsache ließe sich auf Spuren von Radioaktivität zurückführen oder auf eine stärkere Neigung, unter der Einwirkung der elektrischen Kraft Elektronen auszusenden. Jedenfalls handelt es sich um einen Vorgang, der wahrscheinlich mit den in der vorliegenden Arbeit untersuchten nichts zu tun hat.

Man könnte auch daran denken, daß die verschiedene Art des Verhaltens von Kathoden verschiedener Natur im Zusammenhang stände mit einer verschiedenen Fähigkeit, die okkludierten Gase austreten zu lassen. Dieser Gedanke, der vielleicht einige Beachtung verdienen dürfte, wird durch folgenden Sachverhalt nahegelegt, den ich vielfach festgestellt habe: Wenn man den Wert des Entladungspotentiales für eine gegebene Röhre bestimmt und dann mittels bekannter Methoden (weitere Verdünnung im Verein mit dem Durchgange eines Stromes durch die Röhre) den Elektroden die anhaftenden oder okkludierten Gase zu entziehen sucht, und darauf, nachdem man den Druck wieder auf seinen früheren Wert gebracht hat, die Messung wiederholt, so findet man immer eine merkliche Zunahme des Entladungspotentiales.

Aus den geschilderten Versuchen gewinnt man den Eindruck, daß, wenn das Magnetfeld wirklich das Gas zu ionisieren vermag, dies hauptsächlich in der Nähe der Kathode der Fall ist, was mit meinen Ausführungen im Abschnitt II im Einklange steht. Hiermit ist nicht ausgeschlossen, daß die Magnetoionisation auch anderswo erfolgt, und gerade um diesen Punkt aufzuklären, habe ich die Versuche angestellt, die ich weiterhin beschreiben will.

V. Messungen des Entladungspotentiales im Magnetfelde in Fällen starker Verdünnung.

Angesichts der Unzuträglichkeiten, die das Glas der Röhrenwandungen mit sich bringt, habe ich bei der Ausführung einer systematischen Messungsreihe Röhren verwenden müssen, in denen die eine Elektrode aus einem an die Wand angelegten Metallblech besteht. Fig. 6 zeigt eine solche Röhre, mit der ich zahlreiche

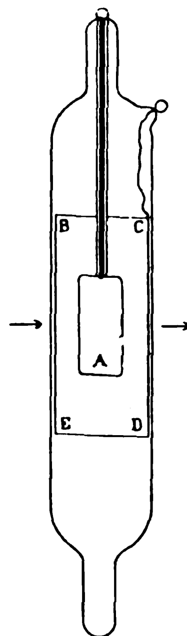


Fig. 6.

und untereinander übereinstimmende Versuche habe ausführen können. Während die eine Elektrode aus dem zylindrischen Blech $BCDE$ besteht (Zylinderhöhe 10 cm, Durchmesser 3,5 cm), ist die andere Elektrode eine ebene Scheibe A (von 3 cm bei 1,7 cm). Die Röhre ist um ihre eigene Achse drehbar und kann daher so angeordnet werden, daß die Elektrode A entweder parallel oder senkrecht zur Richtung des Magnetfeldes steht, die der Pfeil in der Figur bezeichnet.

Wegen der verschiedenen Gestalt der beiden Elektroden wird man vier verschiedene Fälle zu

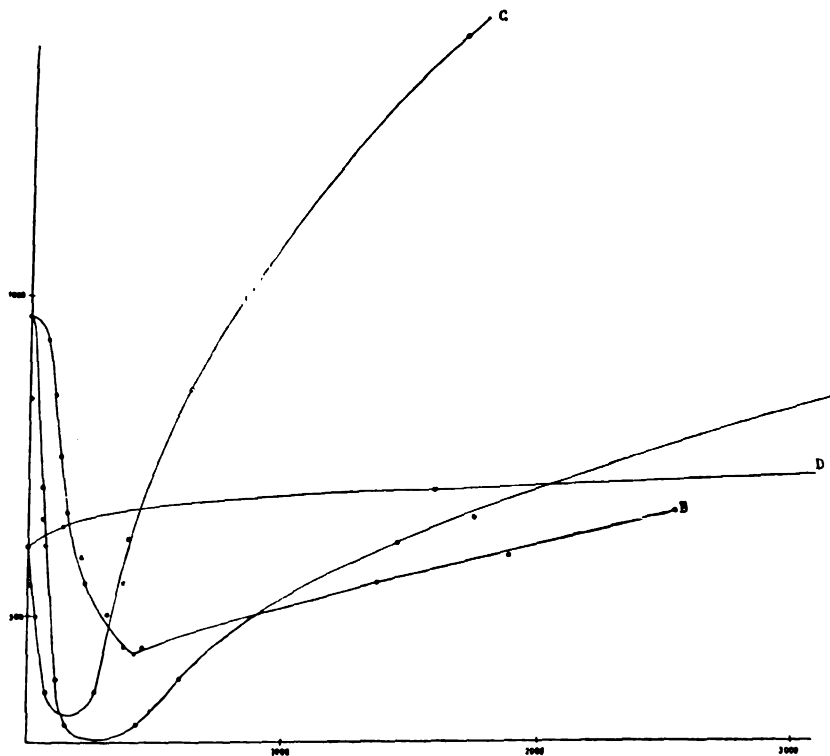


Fig. 7.

untersuchen haben. Die Platte *A* kann nämlich in jeder ihrer beiden Hauptlagen Anode oder Kathode sein.

Die Wirkung, die das Magnetfeld hervorbringt, ist in diesen vier Fällen verschieden. Wir erhalten also vier verschiedene Kurven, die den Vorgang darstellen. Diese Kurven sind in der üblichen Weise dargestellt, das heißt die Feldstärke ist als Abszisse und das zugehörige Entladungspotential als Ordinate genommen worden. Bei einer Reihe von Messungen mit Luft unter einem Druck von 0,056 mm habe ich folgende Werte erhalten:

Platte *A* positiv				Platte *A* negativ			
senkrecht zur Feldrichtung		parallel zur Feldrichtung		senkrecht zur Feldrichtung		parallel zur Feldrichtung	
P	*C*	*P*	*C*	*P*	*C*	*P*	*C*
330	153	440	422	380	76	580	—
	430	450	383		254	630	0
400	127		450	500	38	640	137
	603	550	229		317	690	1593
610	76		1370	550	13	695	2474
	1447	590	216		383	700	5473
650	61		1880	620	396		
	1750	660	152	850	643		
700	61		2535	1050	947		
	—	750	127	1410	1690		
840	13	845	102	1720	3307		
	3175	930	77	1830	5196		
A		*B*		*C*		*D*	

Die Anordnung der Zahlen in dieser Tabelle weicht von jener in den im ersten Abschnitte mitgeteilten Tabellen ab. Das kommt daher, daß ich die Messungsmethode ein wenig abgeändert habe. Ich habe nämlich nicht, wie früher, dem Magnetfelde einen bestimmten Wert gegeben, und dann die Anzahl der Sammler jedesmal um eine Einheit erhöht, bis ich die Entladung erhielt; vielmehr bin ich zu der Überzeugung gekommen, daß es vorteilhaft ist, umgekehrt zu verfahren, also dem Potential, das die Batterie liefert, einen bestimmten Wert zu geben und dann (mittels in den Magnetisierungsstromkreis eingeschalteter Rheostaten mit Gleitkontakt) die Magnetfeldstärke langsam so lange zu verändern, bis die Entladung eintritt[1]). Beispielsweise habe ich bei der ersten in der vorstehenden Tabelle verzeichneten Messung der Potentialdifferenz den Wert 330 Volt gegeben, und dann das Feld allmählich von Null an wachsen lassen, bis, bei 153 Gauß angelangt, der Strom plötzlich eintrat.

Da jedoch in vielen Fällen einem und demselben Wert des Entladungspotentiales verschiedene Werte der Magnetfeldstärke entsprechen können (zwei, zuweilen drei), so mußte ich nach

1) Ich habe immer die momentanen Entladungen vernachlässigt, die zuweilen der Bildung der permanenten Entladung vorausgehen.

dieser ersten Bestimmung zusehen, ob noch andere Werte der Feldstärke vorhanden waren. Ich gab deshalb dem Felde einen hohen Wert, beispielsweise 2000 Gauß, und ließ diesen, nachdem ich gesehen hatte, daß der Strom nicht überging, allmählich abnehmen. Bei 430 Gauß angekommen, trat der Strom von neuem ein. Da nun von 2000 Gauß aufwärts kein Strom vorhanden war, so schloß ich, daß einem Entladungspotential von 330 Volt die Werte 153 Gauß und 430 Gauß für die Feldstärke entsprechen, sowie ferner, daß ein Strom in der Röhre nur dann vorhanden ist, wenn das Magnetfeld einen zwischen diesen beiden Grenzen liegenden Wert hat.

Wenn bei einem gewissen Werte des Magnetfeldes oberhalb 430 Gauß von neuem der Stromdurchgang durch die Röhre eingesetzt haben würde, so hätte ich in der Tabelle diesen dritten Wert verzeichnen müssen. Es ist sehr wahrscheinlich, daß ich in manchen Fällen einen dritten Wert aus dem Grunde nicht gefunden habe, weil, um diesen zu finden, die Herstellung eines Feldes von sehr hoher Stärke erforderlich gewesen wäre.

Den vier Messungsreihen der vorstehenden Tabelle, die ich durch die Buchstaben *A*, *B*, *C*, *D* unterschieden habe, entsprechen in derselben Ordnung die mit denselben Buchstaben bezeichneten Kurven in der Fig. 7.

Der Verlauf der ersten drei Kurven ähnelt sehr dem Verlauf einiger Kurven im Falle mittlerer Verdünnung, während der Verlauf der Kurve *D* (ebene Kathode senkrecht zur Feldrichtung) insofern ganz abweichend ist, als bei Potentialen unterhalb des gewöhnlichen Entladungspotentiales, d. h. des Entladungspotentiales ohne Feld, das Magnetfeld eine merkliche Wirkung nicht hervorbrachte, und ich zu höheren Potentialen übergehen mußte, um eine Wirkung festzustellen, und zwar fand ich dann, daß das Feld das zur Hervorbringung des Stromes erforderliche Potential steigert.

VI. Versuche mit Röhren mit Elektroden von verschiedener Gestalt.

Sowohl nach der gewöhnlichen Erklärungsweise, als auch nach der neuen, die zur Vervollständigung der ersteren dient, muß die Gestalt der Elektroden einen beträchtlichen Einfluß auf den Verlauf der Erscheinungen ausüben. In verschiedenen Röhren ist nämlich notwendig die Verteilung der Kraftlinien und ihre Gestalt, sowie auch die elektrische Feldstärke an den einzelnen Stellen der Kathodenoberfläche verschieden. Es war daher nicht ohne Interesse, ähnliche Messungen, wie ich sie im vorhergehenden Abschnitt beschrieben habe, auch mit Röhren anzustellen, die Elektroden von verschiedener Gestalt und verschiedener Anordnung hatten. Ich will mich auf die Mitteilung dreier Beispiele beschränken.

a) Die Entladungsröhre ist in Fig. 8 dar-

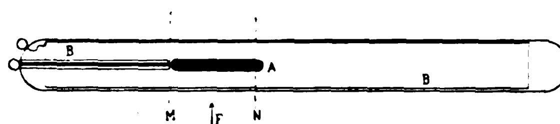


Fig. 8.

gestellt und enthält Luft unter einem Drucke von 0,03 mm. Die eine Elektrode, *B*, besteht aus einer gegen die Wand gelegten Aluminiumröhre, während die andere Elektrode, *A*, aus einem 5 cm langen und $^1/_2$ cm dicken Zylinder aus demselben Metall besteht. Bei den beiden ersten Messungsreihen war die Röhre so in die Kerne des Elektromagnets eingeführt, daß das Magnetfeld, das auf diese Weise die Richtung der Röhrenachse hatte, fast ausschließlich auf den Teil der Röhre wirkte, der der Elektrode *A* entspricht. Die Polflächen des Elektromagnets reichten nämlich bis *M* und *N*. — Bei den beiden anderen Messungsreihen war die Röhre transversal zum Magnetfelde angeordnet; das Feld hatte also die Richtung des Pfeiles *F*.

Die nachstehende Tabelle zeigt die gewonnenen Zahlenwerte, auf Grund derer ich die Kurven in Fig. 9 gezeichnet habe[1]).

Feldrichtung parallel zum Zylinder *A*.				Feldrichtung senkrecht zum Zylinder *A*.			
A positiv		*A* negativ		*A* positiv		*A* negativ	
P	*C*	*P*	*C*	*P*	*C*	*P*	*C*
200	482	390	362	660	744	1030	0
450	181		483		2240	1400	45
865	180	470	360	840	483	1750	80
1300	151		543		4490	2600	180
1760	151	950	362	2160	392	3300	271
2650	150		1527	2880	392		
3400	153	1310	360				
4300	151		2493				
		1770	362				
			3831				
		1850	362				
			4143				
A		*B*		*C*		*D*	

Um die Kurven der Fig. 9 voneinander zu unterscheiden, habe ich ihnen dieselben Buchstaben beigesetzt, durch die in der vorstehenden Tabelle die einzelnen Messungen bezeichnet werden.

Ich werde weiter unten Gelegenheit haben, die mit derselben Röhre bei höherem Druck

1) Um an Raum zu sparen, sind in der Figur die Teile der Kurve, die den größten Werten der Feldstärke und der Potentialdifferenz entsprechen, nicht mit gezeichnet.

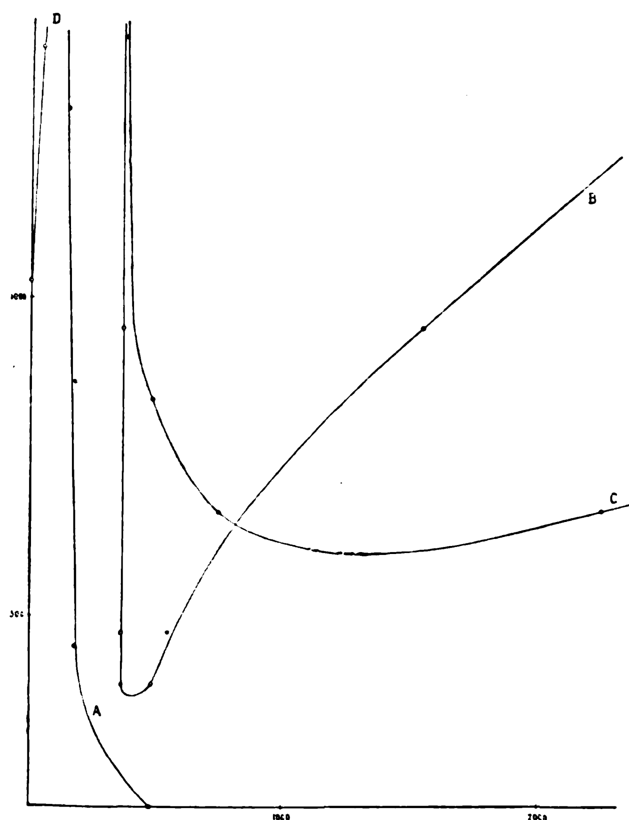


Fig. 9.

im Innern gewonnene Kurve *B* zu zeigen, und dann wird man sehen, daß diese Kurve nach dem großen Anstieg auf der rechten Seite einen Höchstwert erreicht, um dann wieder abzusteigen. Um bei der weitergetriebenen Verdünnung so weit zu gelangen, hätte ich weit stärkere Magnetfelder erregen müssen, als mir zu Gebote standen.

b) Ein zweites Beispiel liefert die in Fig. 10 im Schnitt dargestellte Entladungsröhre. Im Innern der Röhre sind gegen die Wandung vier gleiche Aluminiumbleche gelegt, die — wenn wir von den kleinen Zwischenräumen absehen, die sie in Richtung des Rohrumfangs voneinander trennen — in ihrer Gesamtheit einen Zylinder bilden. Zwei von ihnen, die untereinander in Verbindung stehen — *A*, *A* —, bilden die eine Elektrode, die andern beiden — *B*, *B* — die andere. Wir haben also zwei Elektroden von identischer Gestalt, ohne daß indessen die Glaswandung unbedeckt bliebe (wenn wir wieder von den schmalen Streifen zwischen je zwei Blechen absehen). Das Magnetfeld wirkt in der Richtung des Pfeiles *F*, also in der Richtung der Geraden, welche die Mittelpunkte der beiden Bleche miteinander verbindet, die die eine Elektrode *AA* bilden. Diese Elektrode war in der ersten der folgenden Messungsreihen Anode und in der zweiten Kathode. Der Druck in der Röhre betrug 0,04 mm.

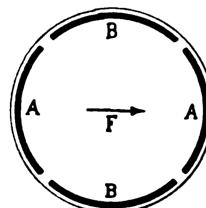


Fig. 10.

Elektrode *AA* positiv.		Elektrode *AA* negativ.	
P	*C*	*P*	*C*
1570	0	350	229
1620	25		330
1830	102	415	160
1980	153		632
2190	343	530	127
2370	512		1992
2450	595	590	120
2830	6240		5674
		740	114
		930	102
		1040	102

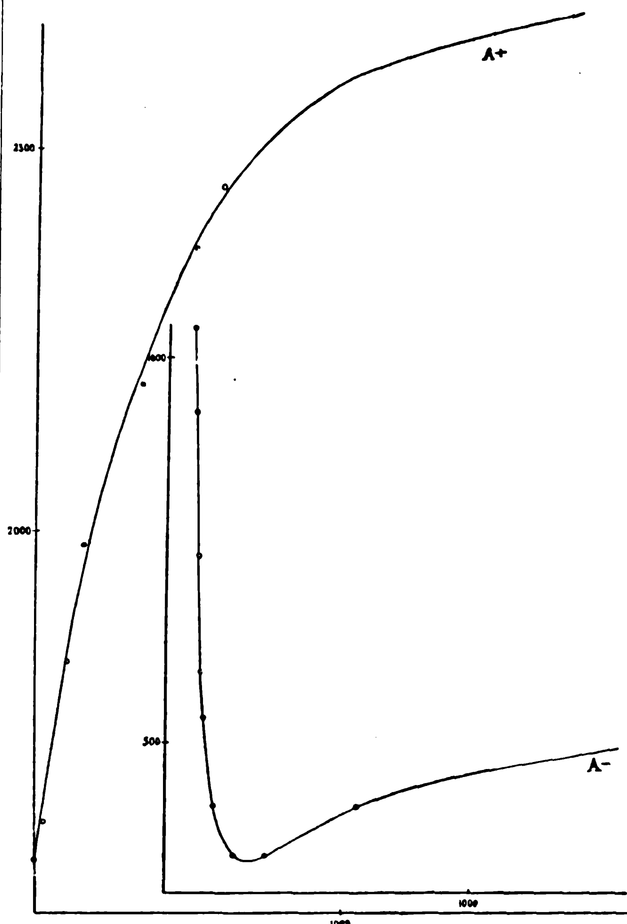


Fig. 11.

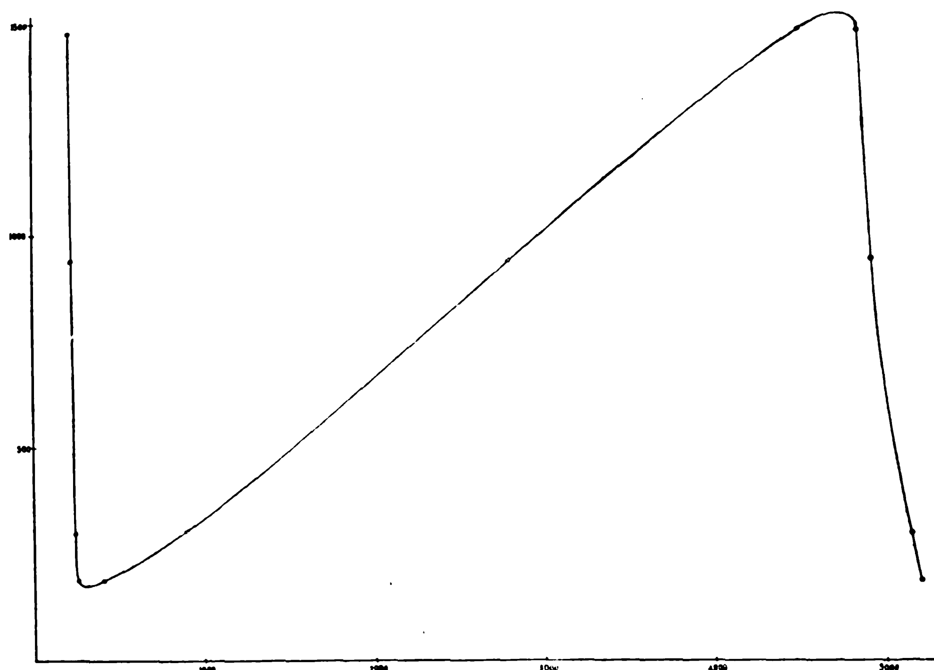


Fig. 12.

Die Kurven der Fig. 11 sind auf Grund der in der vorstehenden Tabelle enthaltenen Zahlenwerte gezeichnet, und die Zeichen + und — dienen zu ihrer Unterscheidung. Um der Figur keine übermäßigen Maße geben zu müssen, habe ich nicht nur die Teile der Kurven fortgelassen, die sich auf die höchsten Werte der Feldstärke beziehen, sondern ich habe auch mit Hilfe einer passenden Verschiebung der Bezugsachsen die beiden Kurven ineinander gezeichnet. Bemerkenswert ist die große Verschiedenheit zwischen den beiden Kurven, eine Verschiedenheit, die in diesem besonderen Falle dieselbe ist, wie sie, wenigstens teilweise, mit der gewöhnlichen Erklärungsweise in Einklang steht.

Die beiden vorstehenden Beispiele **a)** und **b)** zeigen deutlich die Verschiedenheit der Erscheinungen, weisen aber auch manchen konstanten Zug auf, der den verschiedenen Röhren gemeinsam ist. Es dürfte wegen der besonderen Elektrodenformen nicht leicht sein, die vorstehenden Daten zum Zwecke der Bestätigung irgendeiner der Erklärungsweisen zu benutzen. Zu einem derartigen Zwecke würde das nun folgende dritte Beispiel besser geeignet sein.

c) Die benutzte Röhre weicht von der in Fig. 8 dargestellten nur insofern ab, als die Elektrode A so lang ist wie die Röhre. Wenn die Röhre in die Spulen eingeführt ist, so sind die Versuchsbedingungen merklich die eines zylindrischen elektrischen Feldes und eines gleichförmigen Magnetfeldes, dessen Kraftlinien auf den Linien elektrischer Kraft senkrecht stehen. In diesem besonderen Falle ist es nun möglich, die Gestalt der Bahnen zu berechnen, welche die von der Kathode ausgesandten Elektronen durchlaufen.

Ich will mich auf den Fall beschränken, daß der zentrale Zylinder Kathode ist. Ich will aber die Ergebnisse anführen, die ich bei zwei verschiedenen Verdünnungsgraden der in der Röhre enthaltenen Luft gewonnen habe.

Druck = 0,012 mm		Druck = 0,1 mm	
P	C	P	C
750	5141	190	259 405 5200
2100	5231		
2860	563 1126 5392	300	236 900 5151
2950	563 1528 5310	940	225 2800 4919
3800	475 2800 5419	1480	220 4505 4849

Die Fig. 12 zeigt die Kurve, die auf Grund der Zahlenwerte für den Druck von 0,1 mm gezeichnet worden ist. Für den Druck von 0,012 mm würde man eine ähnliche Kurve wie die in Fig. 12 dargestellte erhalten, die jedoch auf die niedrigeren Potentiale beschränkt sein würde. Die Kurve würde sonach aus zwei voneinander getrennten Zügen zusammengesetzt sein.

Die Kurve in Fig. 12 scheint der allgemeinere Typus der Kurven für die Beziehung zwischen Magnetfeldstärke und Entladungspotential zu sein, wenigstens für solche Röhren, in denen die Anode zylindrisch ist und die Kathode umgibt[1]). Wir bemerken an der Kurve zwei Züge, die wenig von vertikalen Geraden abweichen. Der Zug, der sich auf Feldstärken von 200 bis 300 Gauß bezieht, hat jedoch häufig eine Gestalt (wie beispielsweise in Fig. 14), aus der hervorgeht, daß einer und derselben Feldstärke zwei verschiedene Werte des Entladungspotentiales entsprechen. Das beruht aber vermutlich auf irgendeinem unaufgeklärten systematischen Fehler von geringer Bedeutung. In seltenen Fällen zeigt sich dies auch beim zweiten absteigenden Zuge der Kurve, der sehr hohen Feldstärken entspricht.

Diese nahezu vertikalen Kurvenzüge stellen plötzliche Verminderungen des Entladungspotentials dar, die vermutlich auf zwei getrennten Ursachen beruhen, welche durch die Hypothese der Magnetoionisation leicht erklärt werden. Der erste plötzliche Abfall der Kurve muß nämlich der Wirkung des Feldes auf die Kathode zugeschrieben werden, der zweite dagegen der Feldwirkung auf das von dieser Elektrode weit entfernte Gas.

VII. Versuche, zu denen die Magnetoionisationshypothese führt.

Es ist leicht zu ersehen, in welcher Weise man die vorerwähnte Erklärung der Prüfung durch das Experiment unterziehen kann. Man braucht nur für eine Röhre von der in Fig. 8 gezeichneten Art die Kurve zu konstruieren, und zwar einmal für den Fall, daß die als Kathode dienende Elektrode *A* sich zwischen den Polen des Elektromagnets befindet, dann, nach passender Verschiebung des Elektromagnets, für den Fall, daß sich die Kathode im Innern einer der Spulen befindet, wo sie der Einwirkung des Magnetfeldes merklich entzogen ist.

Die erste dieser beiden Kurven haben wir bereits erhalten; es ist die Kurve *B* der Fig. 9. Sie ist aber nicht vollständig, denn es fehlt der zweite plötzliche Abfall, und zwar aus dem Grunde, weil ich bei den Messungen nicht zu genügend großen Werten der magnetischen Feldstärke gelangt bin. Ich habe deshalb auch diese Kurve neu aufnehmen müssen.

Ehe ich jedoch die Ergebnisse der neuen Messungen mitteile, empfiehlt es sich, einen Zweifel zu beseitigen, der ganz von selbst entsteht. Es ist nämlich vor allen Dingen gut, festzustellen, daß das Feld seine Wirkung auf die Kathode auch dann nicht ausübt, wenn sich diese im Innern einer der Spulen befindet.

Zu diesem Zwecke habe ich die in der Fig. 13 dargestellte Röhre konstruiert, die von der in

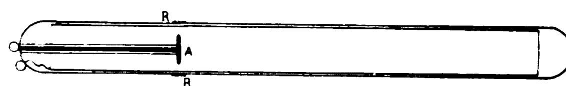


Fig. 13.

Fig. 8 abgebildeten insofern abweicht, als ihre Kathode *A* die Gestalt einer zur Röhrenachse senkrechten Scheibe hat. Weiter habe ich auf ihrer Außenseite an der Stelle, die der Kathode entspricht, eine kleine Spule *R* dadurch gebildet, daß ich auf das Glas zehn Windungen eines gut isolierten feinen Kupferdrahtes aufgewickelt habe; die beiden Enden dieses Drahtes habe ich eng zusammengewickelt und dann an ein empfindliches ballistisches Galvanometer angeschlossen. Liest man nun den Ausschlag ab, der entsteht, wenn man einen Strom von bekannter Stärke in den Spulen unterbricht oder schließt, so kann man leicht die Feldstärke an der Stelle berechnen, welche die Kathode einnimmt.

Ich teile nun die Ergebnisse eines Versuches von vielen untereinander übereinstimmenden mit, die ich ausgeführt habe; bei diesen Versuchen hatte die Luft im Innern der Röhre einen Druck von 0,028 mm.

Wenn die Röhre in die Eisenkerne der Spulen eingeführt ist, und so aufgestellt ward, daß die Kathode *A* sich auf halbem Wege zwischen den Polen befand, so fand ich, daß bei einer an die Elektroden angelegten Potentialdifferenz von 2210 Volt ein Feld von mindestens 3713 Gauß erforderlich war, damit der Stromdurchgang einsetzte. Verschob ich dann den Elektromagnet, bis die Kathode in eine der Spulen bis auf deren halbe Länge hineinragte, so mußte ich, um noch die Entladung zu erhalten, das Feld auf 4829 Gauß bringen. Um zu entscheiden, ob es sich in diesem Falle um eine Wirkung auf die zwischen den Polen befindliche Luft handelte oder um eine Wirkung auf die Kathode, mußte ich unbedingt wissen, welcher Feldstärke die Kathode ausgesetzt war. Mit Hilfe der kleinen Spule fand ich, daß das Feld zwischen den beiden Polen zwar die Stärke von 4829 Gauß hatte, daß dagegen die Feldstärke um die Kathode herum nur 276 Gauß betrug, also ungefähr den fünfzehnten Teil des

1) Wenn man über Feldstärken verfügte, die weit höher wären als 5000 Gauß und somit die Kurve noch weiter verlängern könnte, so würde sie wahrscheinlich zunächst eine neue Minimum-Ordinate erreichen und dann wieder anzusteigen beginnen. Die Kurve würde dann ungefähr die Gestalt eines auf den Kopf gestellten **M** haben.

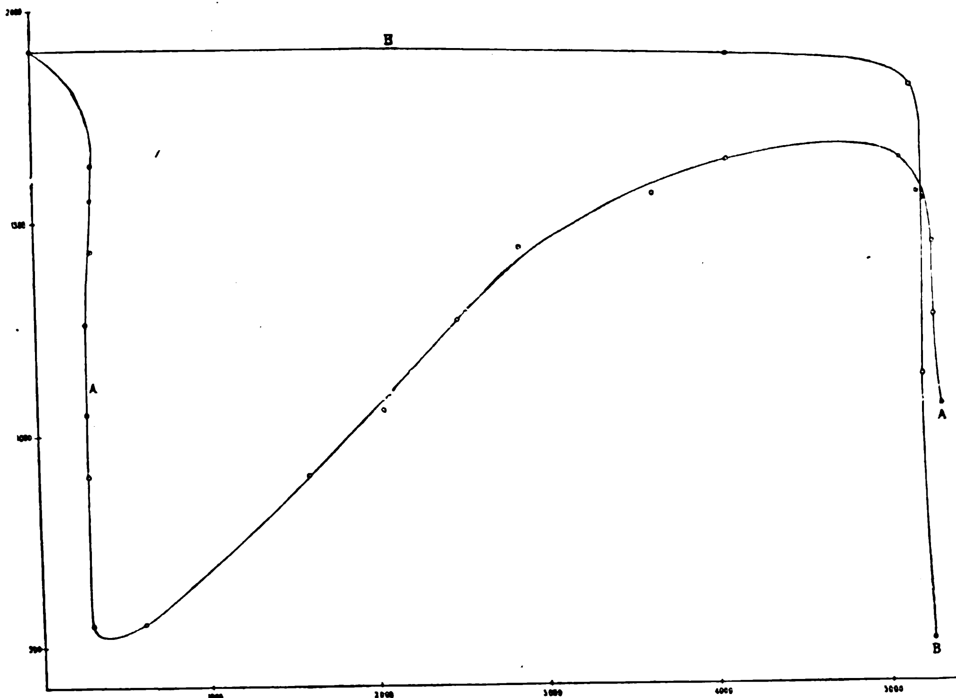


Fig. 14.

zur Hervorbringung der Entladung erforderlichen Wertes (3713 Gauß). Die Entladung konnte also nicht der Wirkung des Magnetfeldes auf die im Innern der Spule angeordnete Kathode zugeschrieben werden.

Bei anderen Verdünnungsgraden oder bei anderen Werten der an die Röhre angelegten Spannung erhielt ich stets ein ähnliches Ergebnis, und zwar je nach Lage des Falles mehr oder minder ausgeprägt. Das vorstehende Beispiel entspricht unter den verschiedenen Versuchen dem, bei welchem sich die Tatsache am ausgeprägtesten gezeigt hat.

Nachdem ich diese Tatsache festgestellt hatte, die schon für sich allein die Magnetoionisation der Luft in größerem Abstande von der Kathode überaus wahrscheinlich macht, habe ich die Messungen ausgeführt, die nötig waren, um die beiden Kurven zu entwerfen, von denen oben die Rede gewesen ist. Ich habe die in Fig. 8 gezeichnete Röhre mit Luft unter einem Drucke von 0,088 mm benutzt. Ich lasse nun die gewonnenen Ergebnisse in nebenstehender Tabelle folgen.

Die Kurven *A* und *B* in Fig. 14 sind auf Grund der in der vorstehenden Tabelle enthaltenen Zahlenwerte gezeichnet. Sie zeigen den Verlauf der Erscheinungen, und vergleicht man sie miteinander, so erhellt ohne weiteres, daß man, wenn man die Kathode dem Einflusse

Kathode zwischen den Polen		Kathode im Innern der Spule	
P	*C*	*P*	*C*
550	288	500	5241
	563	1120	5191
900	290	1530	5190
	1593	1800	5132
1050	288	1876	4063
	2028	1900	0
	5300		
1260	287		
	2474		
	5270		
1430	338		
	2836		
	5260		
1550	340		
	3583		
	5173		
1630	338		
	4063		
	5087		
1900	0		
A		*B*	

des Feldes entzieht, damit auch den steil abfallenden Teil unterdrückt, der den Werten der Feldstärke um 300 Gauß herum entspricht, während der zweite, absteigende Teil, der den Werten der Feldstärke um 5000 Gauß herum entspricht, bestehen bleibt. Daraus ergibt sich, wie mir scheint, eine schöne Bestätigung der Voraussagen, die sich auf die Magnetoionisationshypothese gründen.

Es wird nicht überflüssig sein, einen weiteren

Versuch zu beschreiben, der im Grunde nur eine Variante des vorigen ist.

Ich habe eine ähnliche Röhre wie die in Fig. 4 abgebildete benutzt, aber ohne äußere Stanniolbekleidung (durch die, wie ich mich habe überzeugen können, das Ergebnis nicht wesentlich verändert werden würde). In dieser Röhre sind die Elektroden so weit voneinander entfernt, daß, wenn sich die eine im Innern einer Spule bis auf deren halbe Länge befindet, die andere die symmetrische Stellung im Innern der anderen Spule einnimmt. Während der Messungen wurde die Mitte der Batterie zur Erde abgeleitet, so daß die Potentiale der beiden Elektroden gleiche Werte von entgegengesetztem Vorzeichen hatten. Damit bezweckte ich, das elektrische Feld in dem von den beiden Elektroden am weitesten entfernten Teile der Röhre, der in dem Zwischenraume zwischen den Magnetpolen blieb, vollkommen longitudinal zu machen. Bei einem Drucke von 0,04 mm in der Röhre erhielt ich folgende Ergebnisse:

P	C
450	5090
760	4910
920	4678
1082	4510
1210	4140
1220	0

Ich will die Kurve, die sich aus diesen Werten ergibt, nicht wiedergeben, denn sie ist der Kurve B in der Fig. 14 sehr ähnlich, nur daß der absteigende Teil bei ihr weniger steil ist. Das scheint mir, ebenso wie die Kurve B, eine Wirkung des Feldes auf die zwischen den Polen befindliche Luft darzutun.

Wie das bei allen Hypothesen häufig der Fall ist, zu denen gewisse bekannte Tatsachen die Anregung gegeben haben, so hat auch die Hypothese von einem auf eine Begünstigung der Ionisation der Gase hinwirkenden Einflusse des Magnetfeldes zur Auffindung einiger neuer Tatsachen geführt. Die Tatsachen, die ich beschrieben habe, zielen offenbar auf die Bestätigung der angenommenen Hypothese ab.

Diese Hypothese erschien mir notwendig, um zu erklären, wieso ein Feld die Entladung hervorrufen kann, wenn die angelegte Potentialdifferenz keinerlei nachweisbaren Elektrizitätsübergang hervorbringt, bevor das Feld vorhanden ist. Da nun die neuen Versuche dieser Hypothese nicht widersprechen, so wird es zweckmäßig sein, sie beizubehalten.

Sie genügt für sich allein, einstweilen wenigstens, nicht, um alle Einzelheiten zu erklären. Da man nun die Deformation der Bahnen der Elektronen durch die Wirkung des Feldes, welche die Grundlage der gewöhnlichen Erklärungsweise ist, nicht leugnen kann, so soll die Hypothese von der Magnetoionisation die gewöhnliche Erklärungsweise für die Wirkung des Feldes auf die Entladungen nicht ersetzen, sondern sie nur unterstützen und zu vervollständigen. Mit Hilfe der Magnetoionisation kommt man dahin, zu verstehen, wieso und wann durch die Wirkung des Feldes in einer Entladungsröhre eine merkliche Elektronenbewegung entsteht. Man wird aber die Bewegung, welche die Elektronen unter dem Einflusse dieses Feldes annehmen, berücksichtigen müssen, um vorauszusagen, was hinterher erfolgen wird, das heißt, um zu wissen, ob dieser Antrieb der Elektronen bestimmt ist, in der Entwickelung stecken zu bleiben oder so weit an Stärke zuzunehmen, bis er eine dauernde Entladung erzeugt.

Die Frage nach einer wahrscheinlichen Magnetoionisation hat nicht nur eine gewisse Bedeutung für die Erklärung der Entladungserscheinungen im Magnetfelde, sondern auch eine noch weit größere vom philosophischen Gesichtspunkte aus. Der Nachweis solcher Wirkungen nämlich, die sich nur auf Grund eines Einflusses des Magnetfeldes auf Elektronen erklären lassen, die sich innerhalb der Atome in geschlossenen Bahnen bewegen, würde eine sehr kräftige experimentelle Bestätigung für die Anschauungen liefern, die sich die Physiker heutzutage über die Atomstruktur bilden.

(Nach dem Manuskript aus dem Italienischen übersetzt von Max Iklé.)

(Eingegangen 28. April 1911.)

Elektrische Staubfiguren. (Electric Dust Figures.)

Von James Robinson.

Mit 1 Tafel (V).

W. König[1]) hat in seiner Arbeit über hydrodynamisch-akustische Erscheinungen dargetan, daß sich viele Fälle von Staubfiguren auf hydrodynamischer Grundlage erklären lassen. Der wichtigste Fall dieser Art ist die Riffelbildung in einer Kundtschen Röhre. König wies auch auf einige Figuren von Schellbach und Boehm[2]) hin, die sich in ähnlicher Weise erklären lassen. Lord Armstrong hat einige Figuren erzeugt und in seinem Buche „Electric movement in air and water" beschrieben, die denen von Schellbach und Boehm analog sind. Ich

1) W. König, Wied. Ann. **42**, 560, 1891.
2) Schellbach und Boehm, Wied. Ann. **7**, 1, 1879.

habe an diesen Figuren einige Messungen angestellt, welche die Ansicht von König über ihre Entstehung bekräftigen.

Diese Figuren wurden auf folgende Weise erzeugt. Eine Platte mit einem Loch in der Mitte wurde horizontal angeordnet und mit Pulver bestreut. Funkenelektroden wurden so angeordnet, daß genau in diesem Loche eine Funkenstrecke vorhanden war. Es ergab sich, daß bei Funkenübergang der Staub sich zu konzentrischen Kreisen um den Funken als Mittelpunkt ordnete. (Siehe in Fig. 1 und 2[1]) photographische Aufnahmen dieser kreisförmigen Riffeln.)

Ein Blick auf diese Figuren lehrt, daß der gegenseitige Abstand zweier nebeneinanderliegender Riffeln sich mit der Entfernung von der Funkenstrecke ändert, und daß dieser Abstand um so größer ist, je näher sie an dieser Funkenstrecke liegen. Das ist genau der Sachverhalt, den man nach der Königschen Theorie erwarten darf, und es mag daher der Mühe wert sein, diese Figuren als Probe auf die Theorie zu verwenden.

Nach dieser Theorie nimmt man an, daß die Riffelbildung von Schallwellen herrührt, die der elektrische Funken aussendet. Wenn diese Wellen über zwei kleine Teilchen auf der Platte hingehen, werden diese Teilchen Kräften unterliegen:

1. Wenn die Verbindungslinie der Teilchen durch die Funkenstrecke hindurchgeht, werden sie voneinander abgestoßen werden;
2. wenn die Verbindungslinie der Funkenstrecke mit dem Punkte mitten zwischen den Teilchen senkrecht auf der Verbindungslinie dieser Teilchen steht, werden sie gegeneinander hingezogen werden.

Die Intensität der Schallwellen nimmt mit der Entfernung vom Funken ab. Ich habe für den Fall einer Kundtschen Röhre gezeigt[2]), wie sich der Abstand zwischen den Riffeln ändern muß, wenn die Schallstärke sich ändert.

Dieselbe Behandlungsweise läßt sich hier anwenden. Wenngleich nämlich die Riffeln kreisförmig sind, so kann doch das einzige Stück der einzelnen Riffel, das einen merklichen Einfluß auf ein Teilchen in einer benachbarten Riffel hat, als gerade angesehen werden. Wenn der Abstand zwischen der $n$ten und der $(n+1)$ten Riffel $a_{n.\,n+1}$, und die Geschwindigkeit der Luft infolge der Schallwellen w_r ist, so ist:

$$\left(\frac{a_{r,\,r+1}}{a_{1.\,2}}\right)^3 = \left(\frac{w_r}{w_1}\right)^2.$$

Wenn wir die Wellen als sphärisch betrachten, so muß die Energie nach dem Gesetz der umgekehrten Quadrate abnehmen, und daher muß die Amplitude der Schwingung, und folglich auch die Geschwindigkeit w umgekehrt mit der Entfernung abnehmen. Wenn also α die Entfernung vom Ausgangspunkt darstellt, so haben wir:

$$\left(\frac{w_r}{w_1}\right)^2 = \left(\frac{\alpha_1}{\alpha_r}\right)^2,$$

und folglich

$$\frac{a_{r,\,r+1}}{a_{1,\,2}} = \left(\frac{\alpha_1}{\alpha_r}\right)^{2/3},$$

das heißt: der gegenseitige Abstand zweier Riffeln muß mit zunehmender Entfernung vom Ausgangspunkt im Verhältnis

$$\left(\frac{\alpha_1}{\alpha_r}\right)^{2/3}$$

abnehmen.

Um diese Formel auf die experimentell gefundenen Figuren anzuwenden, habe ich an zwei verschiedenen Stellen den gegenseitigen Abstand von zehn Riffeln auf demselben Halbmesser gemessen. Diese Messungen liefern uns $a_{r,\,r+1}$ und $a_{s,\,s+1}$. Die Entfernungen α_r und α_s vom Ausgangspunkt wurden bis zu dem Punkt in der Mitte der zehn Riffeln gemessen. An jeder Figur machte ich Messungen längs zweier verschiedener Halbmesser.

Tabelle I (siehe Fig. 1).

$a_{r\cdot r+1}$	$a_{s\cdot s+1}$	α_r	α_s	$\frac{a_{s\cdot s+1}}{a_{r\cdot r+1}}$	$\left(\frac{\alpha_r}{\alpha_s}\right)^{2/3}$
0,79 mm	0,92 mm	7,4 cm	5,9 cm	1,157	1,156
0,74 „	0,95 „	7,37 „	5,9 „	1,284	1,160
0,75 „	0,93 „	7,42 „	5,9 „	1,240	1,177
0,82 „	0,93 „	7,4 „	6,0 „	1,134	1,149
		Mittel		1,204	1,161

Tabelle II (siehe Fig. 2).

$a_{r\cdot r+1}$	$a_{s\cdot s+1}$	α_r	α_s	$\frac{a_{s\cdot s+1}}{a_{r\cdot r+1}}$	$\left(\frac{\alpha_r}{\alpha_s}\right)^{2/3}$
1,33 mm	1,76 mm	27,64 cm	20,00 cm	1,323	1,241
1,33 „	1,60 „	27,74 „	19,74 „	1,203	1,254
1,35 „	1,72 „	27,53 „	19,65 „	1,279	1,250
1,40 „	1,77 „	27,64 „	19,40 „	1,265	1,264
1,32 „	1,67 „	27,50 „	18,80 „	1,266	1,291
			Mittel	1,267	1,260

Es läßt sich somit auf Grund der Annahme, daß die Intensität des von einem Funken ausgehenden Schalles nach dem Gesetze der umgekehrten Quadrate abklingt, eine recht befriedigende Erklärung für diese Riffeln geben.

Universität Sheffield.

(Nach dem Manuskript aus dem Englischen übersetzt von Max Iklé.)

(Eingegangen 29. April 1911.)

1) Die Figuren befinden sich auf Tafel V und sind dem genannten Buche von Armstrong entnommen.

2) J. Robinson, Phil. Mag. 1910, S. 476.

Zur Hydrodynamik vom Standpunkte des Relativitätsprinzips.

Von W. v. Ignatowsky.

Ein Vektor $\mathfrak{A}'$, der sich, beim Übergang vom ungestrichenen System K zum gestrichenen System K', nach dem Schema

$$\mathfrak{A}' = \mathfrak{A} + (p-1)\,\mathfrak{c}_v \cdot \mathfrak{c}_0 \mathfrak{A} - pq\mathfrak{c}_0 b \quad (1)[1]$$

transformiert, ist, nach Minkowski[2]), ein Vektor erster Art. Wir bezeichnen einen solchen Vektor, um auch zugleich die Größe b hervorzuheben, durch $(\mathfrak{A}, b)$, wobei das Schema (1) immer im Auge zu behalten ist.

Es sei

$$(\mathfrak{A}_1, b_1) \text{ — Vekt. I Art,} \quad (2)$$

dann ist auch

$$(\mathfrak{A} + \mathfrak{A}_1,\ b \pm b_1) \text{ — Vekt. I Art.} \quad (3)$$

Augenscheinlich ist

$$\left(\frac{\mathfrak{v}}{\sqrt{1-n\mathfrak{v}^2}},\ \frac{1}{\sqrt{1-n\mathfrak{v}^2}}\right) \text{ — Vekt. I Art.} \quad (4)$$

Die Kraft $\mathfrak{K}$ auf ein Massenteilchen, von der Ruhemasse m_0 ist

$$\frac{d\dfrac{m_0\mathfrak{v}}{\sqrt{1-n\mathfrak{v}^2}}}{dt} = \mathfrak{K}, \quad (5)$$

wobei nach Arch. Nr. 14 (25)[3])

$$\left(\frac{\mathfrak{K}}{\sqrt{1-n\mathfrak{v}^2}},\ \frac{n\mathfrak{v}\mathfrak{K}}{\sqrt{1-n\mathfrak{v}^2}} + \frac{dm_0}{dt}\right) = \text{Vekt. I Art} \quad (6)$$

ist.

Wir gehen jetzt zu der Hydrodynamik über unter der Voraussetzung, daß die Flüssigkeit reibungslos ist und keine Wärmeleitung stattfindet.

Unter diesen Voraussetzungen lautet die hydrodynamische Gleichung der gewöhnlichen Mechanik

$$\varrho\frac{d\mathfrak{v}}{dt} = -\triangle\pi, \quad (7)$$

wo ϱ die Dichte und π den Druck bedeutet (hier ist π statt, wie gewöhnlich, p geschrieben, um Verwechslungen mit dem p in (1) zu vermeiden).

Für das System K' geht π in π' über. Nun ist aber

$$\pi = \pi'. \quad (8)[4]$$

Wir wollen jetzt annehmen, daß für das Ruhekoordinatensystem ($\mathfrak{v}' = 0$) ebenfalls die Gleichung (7) gilt. D. h. es soll sein

$$\varrho_0\frac{dv'}{dt'} = -\triangle'\pi, \quad (9)$$

wo ϱ_0 die Ruhedichte bedeutet.

Es ist allgemein

$$m_0 = \varrho_0 dv' = \varrho dv. \quad (10)$$

Schreiben wir

$$\mathfrak{K} = \mathfrak{K}_1 dv, \quad (11)$$

wo also $\mathfrak{K}_1$ die Kraft auf die Volumeneinheit bedeutet, so folgt aus (5) und (10)

$$\varrho\frac{d\dfrac{\mathfrak{v}}{\sqrt{1-n\mathfrak{v}^2}}}{dt} + \frac{\mathfrak{v}}{\sqrt{1-n\mathfrak{v}^2}}\frac{d\varrho dv}{dv\,dt} = \mathfrak{K}_1. \quad (12)$$

Weiter ist

$$D = \frac{d\varrho dv}{dv\,dt} = \frac{dm_0}{dv\,dt} = \frac{d\varrho}{dt} + \varrho\,\mathrm{div}\,\mathfrak{v} \quad (13)$$

eine Invariante und bezeichnet die Änderung der Ruhemasse pro Zeit- und Volumeneinheit.

Statt (13) können wir deshalb schreiben

$$\varrho\frac{d\dfrac{\mathfrak{v}}{\sqrt{1-n\mathfrak{v}^2}}}{dt} + \frac{\mathfrak{v}}{\sqrt{1-n\mathfrak{v}^2}}D = \mathfrak{K}_1. \quad (14)$$

Da nun

$$\frac{dv'}{\sqrt{1-n\mathfrak{v}'^2}} = \frac{dv}{\sqrt{1-n\mathfrak{v}^2}} \quad (15)$$

ist, so folgt hieraus und (6), daß

$$\left.\begin{aligned}&\left(\mathfrak{K}_1,\ n\mathfrak{v}\mathfrak{K}_1 + \sqrt{1-n\mathfrak{v}^2}\frac{dm_0}{dv\,dt}\right) = \\ &= (\mathfrak{K}_1,\ n\mathfrak{v}\mathfrak{K}_1 + \sqrt{1-n\mathfrak{v}^2}\,D) = \text{Vekt. I Art}\end{aligned}\right\} \quad (16)$$

ist. Wir setzen jetzt

$$\mathfrak{K}_1 = \mathfrak{K}_2 + \frac{\mathfrak{v}}{\sqrt{1-n\mathfrak{v}^2}}D \quad (17)$$

und erhalten dann aus (14)

$$\frac{d\dfrac{\mathfrak{v}}{\sqrt{1-n\mathfrak{v}^2}}}{dt} = \mathfrak{K}_2. \quad (18)$$

Da

$$\left.\begin{aligned}&n\mathfrak{v}\mathfrak{K}_1 + \sqrt{1-n\mathfrak{v}^2}\,D = n\mathfrak{v}\mathfrak{K}_2 + \\ &+ \frac{n\mathfrak{v}^2}{\sqrt{1-n\mathfrak{v}^2}}D + \sqrt{1-n\mathfrak{v}^2}\,D = \\ &= n\mathfrak{v}\mathfrak{K}_2 + \frac{D}{\sqrt{1-n\mathfrak{v}^2}}\end{aligned}\right\} \quad (19)$$

ist, so folgt hieraus und aus (16) und (17) wegen (3) und (4), da D eine Invariante ist,

$$(\mathfrak{K}_2,\ n\mathfrak{v}\mathfrak{K}_2) = \text{Vekt. I Art.} \quad (20)$$

Damit (18) mit dem Relativitätsprinzip verträglich ist, muß sich die linke Seite von (18) laut (20) transformieren, d. h. es muß sein

1) In bezug auf die Bedeutung von p, q und $\mathfrak{c}_0$ siehe W. v. Ignatowsky, diese Zeitschr. **12**, 164, 1911.

2) H. Minkowski, Nachr. d. k. Ges. d. Wissensch. zu Göttingen, Math.-phys. Kl. S. 65, 1908.

3) Ausführlicheres hierüber ist in dem demnächst erscheinenden Artikel des Verfassers „Das Relativitätsprinzip" in dem Archiv für Math. und Phys. enthalten. Wir bezeichnen im Text die diesbezüglichen Zitate mit Arch.

4) Siehe M. Planck, „Zur Dynamik bewegter Systeme", Berl. Ber. 1907, S. 542 (17) und A. Sommerfeld, „Zur Relativitätstheorie", Ann. d. Phys., **32**, 775, 1910.

$$\left(\varrho \frac{d\dfrac{\mathfrak{v}}{\sqrt{1-n\mathfrak{v}^2}}}{dt},\ n\mathfrak{v}\varrho \frac{d\dfrac{\mathfrak{v}}{\sqrt{1-n\mathfrak{v}^2}}}{dt}\right) - \text{— Vekt. I. Art.} \qquad (21)$$

Berücksichtigen wir nun, daß

$$\varrho\sqrt{1-n\mathfrak{v}^2} = \varrho'\sqrt{1-n\mathfrak{v}'^2}, \qquad (22)$$

$$dt\sqrt{1-n\mathfrak{v}^2} = dt'\sqrt{1-n\mathfrak{v}'^2} \qquad (23)$$

und

$$\frac{d\dfrac{1}{\sqrt{1-n\mathfrak{v}^2}}}{dt} = \frac{n\mathfrak{v}}{(1-n\mathfrak{v}^2)^{3/2}}\frac{d\mathfrak{v}}{dt} = n\mathfrak{v}\frac{d\dfrac{\mathfrak{v}}{\sqrt{1-n\mathfrak{v}^2}}}{dt} \qquad (24)$$

ist, so folgt tatsächlich wegen (4) die Beziehung (21).

Es ist weiter wegen Arch. Nr. 9 (9)

$$\triangle'\pi = \triangle\pi + (p-1)\,\mathfrak{c}_0\cdot\mathfrak{c}_0\triangle\pi + pqn\mathfrak{c}_0\frac{\partial\pi}{\partial t} \qquad (25)$$

oder

$$\left(\triangle\pi, -n\frac{\partial\pi}{\partial t}\right) \text{— Vekt. I Art.} \qquad (26)$$

Anderseits ist, wie leicht zu ersehen,

$$\left(\frac{n\mathfrak{v}}{1-n\mathfrak{v}^2}\cdot\frac{d\pi}{dt}, \frac{n}{1-n\mathfrak{v}^2}\frac{d\pi}{dt}\right) \text{— Vekt. I Art.} \qquad (27)$$

Setzen wir nun

$$\mathfrak{N} = \triangle\pi + \frac{n\mathfrak{v}}{1-n\mathfrak{v}^2}\frac{d\pi}{dt} \qquad (28)$$

und beachten, daß

$$\frac{d\pi}{dt} = \frac{\partial\pi}{\partial t} + \mathfrak{v}\triangle\pi \qquad (29)$$

ist, so folgt aus (26) und (27), wegen (3)

$$(\mathfrak{N}, n\mathfrak{v}\mathfrak{N}) \text{— Vekt. I Art.} \qquad (30)$$

Für das Ruhekoordinatensystem ist $\mathfrak{N}' = \Delta'\pi$. Wir müssen deshalb wegen (20), (21) und (30), um der Bedingung (9) zu genügen, setzen

$$\mathfrak{K}_2 = -\mathfrak{N} = -\triangle\pi - \frac{n\mathfrak{v}}{\sqrt{1-n\mathfrak{v}^2}}\frac{d\pi}{dt}. \qquad (31)$$

Um also die gesamte Kraft $\mathfrak{K}_1$ zu bestimmen, bleibt uns, wegen (17), nur noch übrig, den Wert von D zu ermitteln.

Nach M. Planck[1]) ist die Ruhemasse m_0

$$m_0 = nE_0 + n\pi dv', \qquad (32)$$

wo E_0 die gesamte innere Energie des Massenteilchens und dv' dessen Volumen im Ruhekoordinatensystem bedeuten. Aus (32) folgt

$$dm_0 = ndE_0 + ndv'\,d\pi + n\pi\,d\,dv'. \qquad (33)$$

Anderseits ergibt uns der erste Hauptsatz der Thermodynamik, für das Ruhekoordinatensystem

$$dE_0 = dQ - \pi\,d\,dv', \qquad (34)$$

1) l. c. S. 23, Formel (48).

wo dQ die von außen dem Teilchen zugeführte Wärme bedeutet. Da wir aber keine Wärmeleitung und keine Reibung angenommen haben, so ist hier $dQ = 0$ und wir erhalten deshalb aus (33) und (34)

$$dm_0 = ndv'\,d\pi \qquad (35)$$

und hieraus

$$D = \frac{dm_0}{dv'\,dt'} = n\frac{d\pi}{dt'} = \frac{n}{\sqrt{1-n\mathfrak{v}^2}}\frac{d\pi}{dt}. \qquad (36)$$

Demnach ist

$$\mathfrak{K}_1 = \mathfrak{K}_2 + \frac{n\mathfrak{v}}{1-n\mathfrak{v}^2}\frac{d\pi}{dt} = -\triangle\pi. \qquad (37)$$

Aus (16), (26), (36) und (37) ersehen wir, daß tatsächlich die Beziehung

$$(\mathfrak{K}_1, n\mathfrak{v}\mathfrak{K}_1 + \sqrt{1-n\mathfrak{v}^2}D) =$$

$$= \left(-\triangle\pi, n\frac{\partial\pi}{\partial t}\right) = \left(-\triangle\pi, -n\mathfrak{v}\triangle\pi + n\frac{d\pi}{dt}\right) - \text{— Vekt. I Art} \qquad (38)$$

erfüllt ist.

Demnach lautet die allgemeine Gleichung der Hydrodynamik für reibungslose Flüssigkeiten und bei Abwesenheit der Wärmeleitung

$$\varrho\frac{d\dfrac{\mathfrak{v}}{\sqrt{1-n\mathfrak{v}^2}}}{dt} + \frac{\mathfrak{v}}{\sqrt{1-n\mathfrak{v}^2}}D = -\triangle\pi. \qquad (39)$$

Bei Vernachlässigung des Relativitätsprinzips ist $n = 0$ bzw. $c = \infty$ und auch die Kontinuitätsgleichung erfüllt, also $D = 0$. In diesem Fall geht (39) in die gewöhnliche Gleichung (7) über.

Bei Berücksichtigung des Relativitätsprinzips ist

$$D = \frac{n}{\sqrt{1-n\mathfrak{v}^2}}\frac{d\pi}{dt} = \frac{d\varrho}{dt} + \varrho\,\mathrm{div}\,\mathfrak{v}. \qquad (40)$$

Es ist ferner

$$\frac{\mathrm{div}\,\mathfrak{v}}{\sqrt{1-n\mathfrak{v}^2}} + \frac{d\dfrac{1}{\sqrt{1-n\mathfrak{v}^2}}}{dt} = B \qquad (41)$$

eine Invariante. Für das Ruhekoordinatensystem ($\mathfrak{v}' = 0$) ist $B' = \mathrm{div}'\mathfrak{v}'$, d. h. die Geschwindigkeit der Ruhevolumendilatation. Ist die Flüssigkeit inkompressibel, so ist $B' = \mathrm{div}'\mathfrak{v}' = 0$ und es folgt aus (41)

$$\mathrm{div}\,\mathfrak{v} = -\sqrt{1-n\mathfrak{v}^2}\,\frac{d\dfrac{1}{\sqrt{1-n\mathfrak{v}^2}}}{dt}. \qquad (42)$$

Berlin, den 6. April 1911.

(Eingegangen 7. April 1911.)

Über die Trennung der Spektrallinien des Kalziums und des Strontiums im Magnetfelde. (Upon the Separation of the Spectral Lines of Calcium and Strontium in the Magnetic Field.)

Von B. E. Moore.

Vertreter der Hauptserien des Kalziums und des Strontiums sind von Runge und Paschen[1]) sorgfältig untersucht worden. Miller[2]) hat dann ein paar Vertreter anderer Serien angegeben. Die folgende Untersuchung stellt eine eingehendere Erforschung der Linien dieser Substanzen dar[3]). Die Photogramme sind mit Expositionszeiten von 15 Minuten bis zu 10 Stunden aufgenommen worden. Die Methode und die Bezeichnungsweise sind die gleichen, wie in meinen früheren Mitteilungen[4]). Die Trennungen sind auf die Feldstärke 24450 Gauß berechnet.

Die Tabellen I bis IV enthalten Kalziumlinien. Tabelle I enthält Vertreter der ersten Nebenserie. Wie man sieht, ist bei den Hauptlinien der zweite Vertreter der Serie ein Duplikat der ersten. Einige von den Trabanten lassen sich infolge teilweiser Überdeckung und Verwaschenheit nur qualitativ verfolgen. Die Linie 4435,9 Å.-E. ist unsymmetrisch. Symmetrisch gemessen würde sie gut mit den in der Tabelle gleichfalls angegebenen Messungen von Miller übereinstimmen.

Tabelle I.

λ in Å.-E.	$\Delta\lambda/\lambda^2$ Moore	$\Delta\lambda/\lambda^2$ Miller	λ in Å.-E	$\Delta\lambda/\lambda^2$	Bemerkung
4956,8	±1,27	—	—	—	Trabant
4956,1	1,29 s — p	Quadrupl.	3644,9	Quadrupl.	Trabant
4955,0	1,29	1,24	3644,5	±1,24	Hauptlinie
4435,9	—1,40 s +0,78 s — p	1,13 s 1,03 p	3631,1	Quadrupl.	Trabant
4435,1	1,14	1,06	3630,8	1,10	Hauptlinie
4434,12	1,11	—	—	—	Trabant?
4425,6	0,70	0,57	3624,1	(0,60)	Hauptlinie
4424,83	1,13	—			Trabant?

Tabelle II enthält Vertreter der zweiten Nebenserie. Die korrespondierenden Glieder der Serie sind identisch.

1) Runge u. Paschen, Berl. Ber., 26. Juni 1902.
2) Miller, Ann. d. Phys. (4) **24**, 105, 1907.
3) Die Einzelheiten dieser Untersuchung sollen im Astrophysical Journal veröffentlicht werden. Ich werde gern bereit sein, allen, die ausführlichere Angaben wünschen, als sie in dieser kurzen Zusammenstellung enthalten sind, Sonderabdrucke zu senden.
4) Diese Zeitschr. **10**, 297, 1909.

Tabelle II.

λ in Å.-E.	$\Delta\lambda/\lambda^2$	λ in Å.-E.	$\Delta\lambda/\lambda^2$
6162,5	±1,34	3973,9	±1,34
6122,5	1,82 s 0,60 p	3957,2	1,78 s (0,57 p)
6103,0	2,09	3949,1	2,08

Tabelle III enthält eine von Fowler verzeichnete Triplettserie. Diese Linien sind breit und verwaschen. Im Magnetfeld erscheint ihr Charakter unverändert.

Tabelle III.

λ in Å.-E.	λ in Å.-E.	λ in Å.-E.	λ in Å.-E.	λ in Å.-E.
4586,12	4098,82	3876,2	3754,2	3678,5
4581,66	4095,25	3872,9	3750,9	3675,5
4578,82	4092,93	3870,9	3749,0	3674,4

Außerhalb der Serie wurden vier Quadrupletts beobachtet. Diese sind in Tabelle IV verzeichnet. Jede Linie hat einen anderen Trennungstypus, aber alle Trennungen scheinen Vielfache des kleinen Wertes 0,104 zu sein, der zwischen einem Zehntel und einem Elftel der normalen Trennung a liegt ($a = 1,105$). Der Wert 0,104 liegt zu weit von jedem dieser Werte, um einem von ihnen zugeordnet zu werden; er kann folgerichtig nicht als ein rationaler Teil der „normalen" Trennung bezeichnet werden.

Tabelle IV.

λ in Å.-E.	i	$\Delta\lambda/\lambda^2$
6499,9	2 1	+1,04 s = 10 × 0,104 0,84 s = 8 × 0,104
6494,0	10 5	0,93 s = 9 × 0,104 0,73 p = 7 × 0,104
5264,4	8 3	2,03 s = 20 × 0,104 1,03 p = 10 × 0,104
5261,6	2 1+	1,48 s = 14 × 0,104 1,27 p = 12 × 0,104

Es wurden siebenundzwanzig Tripletts ausgemessen. Sechs von ihnen bildeten eine sehr enge Gruppe und haben sämtlich praktisch identische Trennung, und zwar gleich 1,66, also gleich dem Anderthalbfachen der „normalen". Soweit der magnetische Effekt in Frage kommt, ist dies einer der charakteristischsten Züge des Kalziumspektrums. Diese Linien sind: 4318,8 Å.-E., 4307,9 Å.-E., 4302,7 Å.-E., 4299,1 Å.-E., 4289,5 Å.-E. und 4283,2 Å.-E. Keine der übrigen Tripletts drängen sich um einen bestimmten Wert zusammen.

Die Strontiumlinien sind in den Tabellen V bis IX verzeichnet.

Die Vertreter der zweiten Nebenserie sind in Tabelle V enthalten. Die korrespondierenden Linien der Serie sind Duplikate. Die Typen der Trennung sind jedoch von denen derselben Serie des Kalziums verschieden.

Tabelle V.

λ in Å.-E.	$\Delta\lambda/\lambda^2$	λ in Å.-E.	$\Delta\lambda/\lambda^2$
7070,7	±1,50	4438,22	±1,48
6878,8	1,90 *s* 0,50 *p*	4361,87	1,95 *s* 0,48 *p*
6791,4	2,22	4326,60	2,19

Linien, die der ersten Nebenserie angehören, sind in Tabelle VI verzeichnet. Die erste Hauptlinie ist für drei Glieder identisch. Der erste Trabant dieser Linie ist wahrscheinlich für zwei Glieder identisch und ist zu schwach, um in weiteren Gliedern untersucht zu werden. Die übrigen Trabanten waren außerhalb des ersten Gliedes zu schwach. Die beiden übrigen Hauptlinien gehorchen dem Prestonschen Gesetz nicht. Es erscheint wahrscheinlich, daß die erste Hauptlinie dieser Serie beim Kalzium und beim Strontium dieselbe Trennung hat. Bei den übrigen korrespondierenden Gliedern der Reihe findet sich indessen keine Ähnlichkeit zwischen den beiden Substanzen.

Tabelle VI.

λ in Å.-E.	$\Delta\lambda/\lambda^2$	λ in Å.-E.	$\Delta\lambda/\lambda^2$	λ in Å.-E	$\Delta\lambda/\lambda^2$	Bemerkung
4971,85	±2,73	4033,25	—			Trabant
4968,11	1,63 *s* 0,81 *p*	4032,51	1,58 *s* — *p*			Trabant
4962,45	1,29	4030,45	1,30	3705,88	+1,29	Hauptlinie
4876,35	1,61	3970,15	—			Trabant
4872,66	1,03	3969,42	(1,59)			Hauptlinie
4832,23	1,65	3940,88	0 (?)			Hauptlinie
4832,15	0,49		—			Trabant?

Fowler gibt für Strontium eine Triplettserie an. Diese Linien und ihre magnetischen Trennungen sind, so weit sie zu beobachten sind, in Tabelle VII verzeichnet. Es erhellt daraus, daß für die Trennungen der Linien in keiner dieser drei Serien eine Gleichmäßigkeit herrscht. Die Trennung 1,66 tritt häufiger auf als andere Werte, aber nur zweimal in einer Serie. Diese Serien sind dadurch charakterisiert, daß zwischen ihren korrespondierenden Gliedern eine konstante Differenz der Schwingungszahlen besteht. Das heißt, zwischen der Linie F_{11} (Fowlers Serie 1, Linie 1) und der Linie F_{21} ist die Differenz der Schwingungszahlen dieselbe, wie zwischen den Linien F_{12} und F_{22}. Wir wollen diese Differenz der Schwingungszahlen mit $\nu_1 = 100$ (angenähert) und die Differenz zwischen F_{21} und F_{31} mit $\nu_2 = 59$ (angenähert) bezeichnen. Die Linien sind also den Hauptlinien der ersten Nebenserie ähnlich. Indessen tritt keine der Trennungstypen, mit Ausnahme des Wertes 1,66, in den beiden Seriengruppen auf. Es finden sich einige Linien außerhalb der bekannten Serien, die hinsichtlich ihrer Trennung mit einigen Linien in den Fowlerschen Reihen übereinstimmen. Der hervorstechendste Fall ist der der sieben Komponenten enthaltenden Linie 5540,3 Å.-E., die ein Duplikat der Linie 5486,4 Å.-E. (F_{31}) ist. Bei jeder dieser beiden Linien liegen zwei weitere Linien ähnlich zueinander auf der Skala der Schwingungszahlen, wie aus Tabelle VIII ersichtlich ist.

Tabelle VII.

Serie I		Serie II		Serie III	
λ in Å.-E.	$\Delta\lambda/\lambda^2$	λ in Å.-E.	$\Delta\lambda/\lambda^2$	λ in Å.-E.	$\Delta\lambda/\lambda^2$
5535,01	1,66	5504,48	1,31	5486,37	2,04 *s* 1,32 *s* 0,70 *p* 0 *p*
5257,12	1,31	5229,52	1,55 *s* 0,61 *p*	5213,23	—
4892,20	0	4868,92	1,21	4855,27	1,41
4338,05	—	4319,39	0 (?)	4308,49	0
4087,67	—	4071,01	—	4061,21	—
3950,96	—	3950,96	—	3926,27	—

Tabelle VIII.

λ in Å.-E.	ν	λ in Å.-E.	ν
5540.3 5535,0 (F_{11})	$17,4 = \nu_3$	5486,4 (F_{31}) 5481,1	$17,6 = \nu_3$
5535,0 (F_{11}) 5504,5 (F_{21})	$100 = \nu_1$	5481,1 5451,1	$100 = \nu_1$

Bei dieser neuen Gruppierung wiederholt sich jedoch die Trennung von 5535,0 Å.-E. bei 5451,1 Å.-E. und nicht bei 5481,1 Å.-E. Der Wert ν_3 entspricht recht genau dem Abstande des ersten Trabanten von der ersten Hauptlinie der ersten Nebenserie. In der letztgenannten Serie nimmt jedoch der Wert rasch ab. Der Wert wiederholt sich aber in dem Abstande zwischen den Linien 5229,5 Å.-E. (F_{22}) und 5225,4 Å.-E. Die Linie F_{22} hat indessen vier Komponenten statt sieben, und 5225,4 Å.-E. ist weder von 5535 Å.-E. noch von 5481,1 Å.-E. eine Wiederholung, sondern aller Wahrscheinlichkeit nach ein Duplikat von 5522 Å.-E. Sowohl 5225,4 Å.-E. als 5522 Å.-E. sind unsymmetrisch, und der Gesamtabstand zwischen ihren Komponenten ist vermutlich derselbe.

Die Fowlerschen Serien gehorchen durchaus in keiner Weise dem Prestonschen Gesetz. Beurteilt man sie nach dem Zeemaneffekt, so finden sich einige Linien, die in die Serien nicht mit einbegriffen sind, die aber mit einigen der Serienlinien in engerem Zusammenhange stehen als diese Linien miteinander. Es ist nicht gelungen, die übereinstimmenden Linien zu einer Serie zusammenzufassen, oder die korrespondierenden Linien außerhalb der Serien zusammenzufassen und sie in koordinierte Serien einzureihen.

Tabelle IX enthält zwei Quadrupletts, die mit den vier Quadrupletts für das Kalzium in der Tabelle IV verwandt sind, aber verschiedenen Typen angehören.

Tabelle IX.

λ in Å.-E	$\Delta\lambda/\lambda^2$
6641,4	$0{,}95\,s = 9 \times 0{,}104$
	$0{,}94\,p = 9 \times 0{,}104$
6547,0	$1{,}35\,s = 13 \times 0{,}104$
	$0{,}73\,p = 7 \times 0{,}104$

Die magnetischen Tripletts des Strontiums häufen sich nicht um irgendwelchen bestimmten Wert der Trennung.

Schlußfolgerungen in betreff des Prestonschen Gesetzes.

1. Die zweiten Nebenserien gehorchen dem Prestonschen Gesetze gut, die Typen der Trennung sind aber bei den beiden Substanzen verschieden.

2. In den ersten Hauptlinien der ersten Nebenserien wird das Prestonsche Gesetz offenbar befolgt, und die Trennung ist hier bei beiden Substanzen dieselbe. Allgemeiner wird sonst das Gesetz in diesen Serien nicht befolgt.

3. Die Linien in den Fowlerschen Serien folgen dem Prestonschen Gesetze nicht. Es finden sich außerhalb der Serien einige Linien, die mit einigen der Serienlinien eng verwandt sind, sich jedoch nicht zu einer Seriengruppe zusammenfassen ließen.

Allgemeine Schlußfolgerung:

Bei diesen Versuchen gehorchten die Linien dem Prestonschen Gesetze häufiger nicht als ja.

Universität Nebraska, im März 1911.

(Nach dem Manuskript aus dem Englischen übersetzt von Max Iklé.)

(Eingegangen 20. April 1911.)

Zur Theorie der Säkularvariation des Erdmagnetismus.

Von L. A. Bauer.

Sieht man die Literatur über diesen Gegenstand erdmagnetischer Forschung nach, so findet man, daß, seit der Entdeckung der Säkularvariation durch den englischen Mathematiker Gellibrand in dem Jahre 1634, viele, recht mannigfaltige, zuweilen auch sehr plausibel erscheinende, Ursachen dieses rätselhaften Phänomens zu verschiedenen Zeiten von berühmten Männern vorgeschlagen worden sind.

Jedesmal glaubte der betreffende Autor den wirklichen von allen möglichen Gründen gefunden zu haben. Öfters auch wurden, mit Hilfe der aufgestellten Hypothese, Tabellen berechnet, die dazu dienen sollten, die magnetischen Deklinationen an einem bestimmten Ort mehrere Jahre vorauszusagen; jedoch binnen verhältnismäßig kurzer Zeit stimmten die berechneten Werte nicht mit den beobachteten überein — wichen sogar mehrere Grade davon ab. Der Schluß liegt nahe, daß die Schwierigkeit nicht darin liegt, einen Grund, welcher eine Säkularvariation des Erdmagnetismus zur Folge hätte, aufzufinden, sondern in der Lieferung des Beweises, daß dieser unbedingt derjenige ist — quantitativ sowie qualitativ —, der der Wirklichkeit entspricht.

Die zuletzt erwähnte Schwierigkeit rührt einigermaßen davon her, daß, will man die Untersuchung über einen Zeitraum von mehr als 75 Jahre erstrecken, einem nur Beobachtungen der Deklination und Inklination zur Verfügung stehen; will man 300—350 Jahre zurückgehen, so gibt es zwar nicht ausschließlich, jedoch hauptsächlich nur Deklinationen. Nun hat es sich aber mit Sicherheit gezeigt, daß die Säkularvariation keine in einigen Jahrhunderten abgeschlossene Erscheinung ist; wenn eine der ganzen Erde gemeinsame Periode existiert, so muß diese mehr als zehn Jahrhunderte umfassen, möglicherweise auch noch doppelt soviel. Die Kurve, welche vom Nordende einer frei beweglichen, aufgehängten Magnetnadel infolge der Säkularvariation im Raume beschrieben wird (die von mir sogenannte „secular motion curve"), ist auch anscheinend keine einfach geschlossene (es ist überhaupt fraglich, ob je streng geschlossen), sondern muß aus mehreren Teilen (Schleifen, „loops") bestehen[1]).

Betrachtet man die Sache nun von theoretischer Seite aus, so kann eine Säkularvariation

1) Beiträge zur Kenntnis des Wesens der Säkularvariation des Erdmagnetismus. Inaug.-Diss. Univ. Berlin. Mayer & Müller, Berlin, 1895.

in allen Elementen (Deklination, Inklination, Intensität) durch eine einfache Lageverschiebung der magnetischen Pole oder der magnetischen Achse, ohne irgendwie andere Änderungen im erdmagnetischen Zustande (z. B. im magnetischen Momente oder Magnetisierungsintensität) zu bedingen, hervorgerufen werden. Erfährt aber nur das magnetische Moment der Erde eine Änderung, dann kommen an einem gegebenen Orte keine säkularen Änderungen in der Deklination oder in der Inklination, sondern ausschließlich in der Intensität vor. Diese Tatsache wird sich weiter unten von Belang erweisen. Als Folge einer von mir ausgeführten und im Jahre 1904 veröffentlichten Analyse hat sich herausgestellt, daß die tatsächlich beobachtete Säkularvariation teilweise aus zeitlichen Verlagerungen der magnetischen Achse (richtiger gesagt Achsen) und teilweise, aus zeitlichen Veränderungen des erdmagnetischen Momentes herrührt[1]). Mehrere Kräftesysteme kommen ins Spiel: Greifen wir die zwei Hauptsysteme heraus, so hat man erstens mit einem anscheinend innerhalb der Erde liegenden zu tun, aber zweitens auch mit einem außerhalb existierenden, welches zuweilen von beträchtlichem Einfluß auf die Deklination sein kann. Daß ein Teil der Säkularvariation von äußeren Kräften herrührt, ist neuerdings auch von Adolf Schmidt bewiesen worden.

Solche Untersuchungen, die zum Zweck den Sitz und Charakter der bedingenden Kräfte zu ermitteln haben, können nur mit Beihilfe der vertikalen Intensität ausgeführt werden. Will man eine Theorie der Säkularvariation ohne solche Beobachtungen aufbauen, wie Bidlingmaier in dieser Zeitschrift **11**, 1216, 1910 den Versuch gemacht hat, so muß man entweder mehr oder weniger willkürlich verfahren oder sich auf vorangegangene Untersuchungen stützen. Er hat beide Wege zum Teil eingeschlagen, jedoch nicht die Resultate von anderen veröffentlichten, umfassenderen Arbeiten genügend in Berücksichtigung genommen. Mit Leichtigkeit könnten ihm Fragen gestellt werden, die seine Theorie in keiner Weise befriedigt.

Bidlingmaier fängt (l. c. S. 1217) mit einer ganz willkürlichen Definition der Säkularvariation an. — „Hier verstehen wir aber unter säkularer Variation nur jene einfachen, sehr langsamen und großzügigen Änderungen, deren Ursprung im Erdinnern zu suchen ist.“ Er liefert keinen Beweis, daß der Ursprung wirklich im Erdinnern ist, auch nimmt er stillschweigend an, daß die mittlere Änderung für ein Jahrzehnt während eines Intervalls von 300 Jahren von dem aus äußeren Kräften herrührenden Teil wirklich befreit ist, — das wäre sehr hübsch, wenn es wirklich so wäre, aber der Beweis muß erst geliefert werden; aus den Schmidtschen Untersuchungen folgt es ohne weiteres unbedingt nicht.

Leider verwendet er ausschließlich nur Deklinationen und zwar kein selbst gesammeltes Material, sondern die bereits von van Bemmelen und de Tillo aufgestellten und veröffentlichten kartographischen Werte. Solches Material, ohne über die Verläßlichkeit der den magnetischen Karten zugrunde liegenden Beobachtungen zu orientieren, fand ich, aus eigener Erfahrung, höchst gefährlich, man kann kein rechtes Gefühl über die erreichte Genauigkeit bekommen und das wird auch in deutlicher Weise bestätigt durch die Fehlerangaben, die in der Bidlingmaierschen Arbeit angegeben werden.

Der Verfasser der neuen Theorie der Säkularvariation benutzt die Deklinationsangaben zu den Jahren 1600, 1650, 1700, 1750, 1800, 1850, 1900 — D_1, D_2, D_3, D_4, D_5, D_6, D_7. Nun bildet er die Differenzen: $D_2 - D_1$, $D_3 - D_2$, $D_4 - D_3$, $D_5 - D_4$, $D_6 - D_5$, $D_7 - D_6$, „ohne Rücksicht auf den Sinn dieser Änderungen.“ Was er dann mit dem Buchstaben v bezeichnet, ist schließlich:

$$v = \frac{1}{30}\Big[(D_2 - D_1) + (D_3 - D_2) + (D_4 - D_3) + (D_5 - D_4) + (D_6 - D_5) + (D_7 - D_6)\Big] \quad (1)$$

Nehmen wir die Säkularvariation der Deklination zu London als Beispiel und berechnen die mittlere Änderung für ein Jahrzehnt in ähnlicher Weise, wie es Bidlingmaier tut, so erhält man etwa 80 Minuten für den Zeitraum 1600—1900; sein Kärtchen (S. 1219) weist aber für diese Stelle der Erde 113 Minuten auf. Man sieht also, daß der mittlere Fehler seiner Daten statt „höchstens ein paar Minuten“ viele Minuten zuweilen betragen kann.

Da die v wesentlich von der Stärke der Horizontalintensität H abhängen, so werden die Zahlen

$$S = vH$$

gebildet, wo S die „Säkularkraft oder die nach Ost—West gerichtete Komponente der ganzen Kraft“ darstellen soll. Die säkularen Änderungen von H selbst werden ganz vernachlässigt — dieser Umstand ist für die Theorie von Belang, wie wir bald sehen werden und übt auch einen merklichen Einfluß auf den mittleren Fehler von S aus.

Es werden nun fünf Erfahrungssätze abgeleitet, von denen aber nur Nr. 5 etwas Neues

1) Terrestrial Magnetism and Atmospheric Electricity **9**, 173—186, 1904.

bietet. „Die Tätigkeit der Säkularkräfte ist auf der Landhalbkugel 67 Proz. stärker als auf der Wasserhalbkugel.“ Ist dieser Schluß richtig, so wäre er gewiß für eine Theorie der Säkularvariation von großer Wichtigkeit. Ich hätte aber gerade das Gegenteil erwartet, obwohl ich die Sache nicht numerisch ausgerechnet habe. Mir ist es daher von besonderem Interesse, zu untersuchen, wie Bidlingmaier zu diesem Satze gelangt ist; ist der Satz falsch, dann stürzt leider sofort Bidlingmaiers Gebäude. Man wundert sich, daß er es unterließ, diese alleinige Stütze seiner kühnen Theorie nicht in verschiedenster Weise zu verstärken. Es wäre z. B. interessant gewesen, hätte er seine v für die drei Jahrhunderte, 1600—1700, 1700 bis 1800, 1800—1900, separat gebildet, und gesehen, ob jedesmal dasselbe zum Vorschein käme. Es ist geradezu unmöglich, seiner Größe v einen einwandfreien physikalischen Sinn beizulegen. Da, wie schon bereits hervorgehoben, die Säkularvariation innerhalb 300 Jahren nicht geschlossen ist, durchläuft die Deklination an den verschiedenen Stellen der Erde in dem Intervall 1600—1900 verschiedene Phasen; man erhält, kurz gesagt, auf dem eingeschlagenen Wege keine streng vergleichbaren Werte.

Nimmt man aber seine Zahlen ohne weiteres als richtig an, so sieht man aus der Karte (S. 1219) sofort, daß in seiner Landhalbkugel fast der ganze Atlantische Ozean, wo bekannterweise die Säkularänderung der Deklination groß ist, mit einbegriffen ist, sowie auch Afrika und das Innere von Asien; nun wurden aber die älteren Isogonen über diese kontinentalen Massen nicht mit Hilfe von Landwerten, sondern hauptsächlich mittels Schiffswerten auf den angrenzenden Ozeanen, konstruiert! Seine Wasserhalbkugel umfaßt zum größten Teil den Stillen Ozean, wo die Isogonen, besonders die älteren, aus Mangel an Beobachtungen am meisten unsicher sind. Man sieht also, wie notwendig es ist, das verwendete Material zu beherrschen.

Schließt man den Teil 20° N bis 20° S aus, so kann man zwar einen besseren, jedoch immerhin nicht ganz richtigen Begriff über den Einfluß von Land und Wasser erhalten. Im Mittel folgt aus dem Erdteile 20° N bis 60° N:

$$\frac{1}{2} S_L + \frac{1}{2} S_W = 416\,\gamma; \tag{2}$$

und aus dem Teile 20° S bis 60° S:

$$\frac{1}{10} S_L + \frac{9}{10} S_W = 410\,\gamma. \tag{3}$$

Also $S_L = 424\,\gamma$ und $S_W = 408\,\gamma$.

Oder $V = S_L / S_W = 424/408 = 1{,}04$,

statt 1,67 wie es Bidlingmaier haben will (S. 1219). Der Unterschied zwischen S_L und S_W kann leicht durch Beobachtungsfehler erklärt werden.

Wir müssen also sagen, daß der große Unterschied in der Tätigkeit der Säkularvariation zwischen Land und Wasser, den Bidlingmaier annimmt, nicht bewiesen ist.

Bidlingmaier kommt dann zur Erklärung der Säkularvariation (S. 1220) und behauptet, daß sie begründet sei „durch das Entstehen und Verschwinden magnetischer Schichten im Erdinnern, deren Temperatur in der Nähe der sogenannten Umwandlungstemperatur der magnetisierbaren Stoffe liegt. Seiner Verbreitung und seiner hohen Magnetisierbarkeit wegen wird das Eisen die Hauptrolle spielen. Demgemäß wird die Temperatur jener Schichten in der Nähe von 750° liegen“.

Mit Hilfe der sogenannten „geothermischen Tiefenstufe“, 1° Temperaturerhöhung pro 33 m Tiefe, berechnet er die Lage der Isothermenfläche 750° und kommt zu dem Schluß, „der Ursprungswert der säkularen Variation ist in dem Gebiet zwischen 20 und 26 km Tiefe unterhalb der festen Erdoberfläche zu suchen; das tätigste Gebiet liegt in etwa 25 km Tiefe.“ Es sei hier bemerkt, daß bei diesen Rechnungen der etwaige Einfluß von Druck auf den Magnetisierungskoeffizienten stillschweigend als Null angenommen wird. Ebenso wie der verhältnismäßig rasch steigende Druck den Siedepunkt von den in der Erdkruste vorkommenden Substanzen erhöht, mag es in ähnlicher Weise mit dem Magnetismus der eisenhaltigen Teile geschehen und eine Veränderung der Umwandlungstemperatur entstehen.

In seinem letzten Abschnitt, § 6, glaubt Bidlingmaier den schlagendsten Beweis zur Rechtfertigung seiner Theorie geliefert zu haben; er bestimmt nun den Ursprungsort der Säkularkräfte aus erdmagnetischen Beobachtungen und findet, daß er „in einer Tiefe von 20—25 km unter der Erdoberfläche zu suchen ist“ — also anscheinend „in schönster Übereinstimmung“, mit dem aus der geothermischen Tiefenstufe berechneten Ort. Die Rechnung fußt ganz und gar auf der Richtigkeit des 5. Erfahrungssatzes, daß die Fähigkeit der Säkularvariation 67 Proz. stärker auf der Landhalbkugel als auf der Wasserhalbkugel ist, welcher Satz aber, wie oben gezeigt, nicht als erwiesen betrachtet werden kann.

Der Autor begeht aber noch einen theoretischen Fehler — er benutzt eine Formel, die gar nicht für seine Daten anwendbar ist. Seine sogenannte „Säkularkraft“ ist die magnetische Ost-West-Komponente und zwar nur ein Teil derselben. Es ist:

$$E = H \tan D;$$

also

$$dE = dH \cdot \tan D + dD \cdot H \sec^2 D. \qquad (4)$$

Setzt man nun $dH = 0$, $dD = v$ und $\sec^2 D = 1$ (d. h. daß D nicht wesentlich von Null verschieden ist), so erhält man seine spezielle Kraft $S = vH_1$, welche also nur den von Deklinationsänderungen ausschließlich abhängenden Teil der ganzen Ost-West-Säkularkraft bildet.

Seine Formel (S. 1222) ist aber nur für Intensitätsänderungen anwendbar. Die Gaußsche Theorie lehrt nämlich, daß, in erster Linie, nur die Intensitätskomponenten sich mit der Erhebung über die Erde oder magnetischen Schichten umgekehrt mit der dritten Potenz der Entfernung vom Erdzentrum ändern, nicht aber die Winkel-Deklination und -Inklination. Bidlingmaiers Ursache würde hauptsächlich eine Säkularvariation in der erdmagnetischen Intensität zur Folge haben; er beschäftigt sich aber ausschließlich mit Deklinationsänderungen, deren Herkunft man aus anderen Gründen zu erklären hat.

Ist es überhaupt unbedingt notwendig, den Sitz der Säkularvariation im Erdinnern zu suchen? In Nr. III meiner Untersuchungen (The Physical Theory of the Earths Magnetic and Electric Phenomena, Terr. Magn. **16**, 33, March 1911) zeige ich, daß die bekannten Erscheinungen des permanenten Magnetismus der Erde völlig zu Recht kommen können durch die Annahme, daß die Erde ein Elektromagnet ist und daß die magnetisierenden Ströme negative sind, welche oberirdisch um die Erde von West nach Ost — also in derselben Richtung wie die Rotation der Erde — zirkulieren. Die Erde als paramagnetisch betrachtet, muß dabei eine mittlere magnetische Permeabilität von der Größenordnung 135 (auf Luft bezogen) für eine magnetisierende Kraft von etwa 0,0024 C.G.S. besitzen. Wenn auch die Zahl 135 einem hoch erscheint, so ist sie doch nicht unmöglich, wie das aus den Untersuchungen von Baur und Rayleigh für kleine magnetisierende Kräfte und für Eisen genügend hervorgeht. Auch muß man sich die schon oben gemachte Bemerkung vor Augen halten, daß wir gegenwärtig gar nichts über den Einfluß des unterirdischen gewaltigen Druckes auf die magnetische Permeabilität der vorkommenden magnetischen Substanzen sagen können.

Daß in der Tat solche äußere elektrische Ströme existieren, ist für den permanenten Magnetismus durch die Untersuchungen von Adams, Schmidt und Fritsche, für die tägliche Variation durch Schuster und neuerdings für erdmagnetische Störungen von Birkeland und Bauer bewiesen worden. Auch hat Bauer bereits schon in seiner oben erwähnten Arbeit vom Jahre 1904 äußere Ströme für die Säkularvariation aufgedeckt. Alle Beobachtungsergebnisse, die soweit zur Kenntnis gekommen sind, können mit der gemachten Annahme — daß die Erde ein von äußeren Strömen herrührender Elektromagnet ist — in Einklang gebracht werden. Die Variationen im Erdmagnetismus mögen also in erster Linie durch etwaige Änderungen in den permanenten äußeren Strömen (Richtung und Intensität) bedingt sein.

Mir scheint es mehr und mehr, als ob es nicht mal notwendig sein wird, eine besondere, für die Säkularvariation eigentümliche Ursache aufzusuchen. Sind einmal alle Systeme zum Vorschein gebracht worden, welche die Hauptrolle in der solartäglichen, mondtäglichen und in der jährlichen Variation sowie in den magnetischen Stürmen spielen, so glaube ich, wird man finden, daß die Säkularvariation einen ausstehenden Restteil („Residual Effect“) am Ende eines Tages oder Jahres bildet. Ich habe nämlich gefunden, daß am Ende eines Tages der ausstehende Rest zwischen der solartäglichen und der mondtäglichen Variation der verlangten Größenordnung, auch öfters in der verlangten Richtung ist. Da diese zwei Perioden nicht kommensurabel miteinander sind, gleicht sich die Differenz nicht so schnell aus und wird auch viel mehr durch andere Einflüsse daran verhindert. So konnte ich jüngst zeigen, daß die plötzlich eintretenden Störungen nicht, wie man früher glaubte, streng simultan auf der ganzen Erde eintreten und daß sie weit öfters die Erde in einer bestimmten Richtung, von West nach Ost, überstreichen — also in derselben Richtung wie die der äußeren elektrischen Ströme, oder wie die Rotation der Erde. Wenn das wirklich der Fall ist, dann kommt eine der vielen Ursachen der Säkularvariation zum Vorschein. Man sieht also, wie interessant und wichtig das weitere Studium der magnetischen Störungen, sowie der kurzperiodischen Variationen sein wird. Daß ein höchst inniger Zusammenhang zwischen der Säkularvariation und der mondtäglichen Variation existiert, wurde von mir bereits im Jahre 1899[1]) bewiesen. Beide Variationen gehorchen über der Erde höchst auffallend ähnlichen Gesetzen.

1) Terr. Magn. **4**, 53—58, 1899.

Atlantic City, New Yersey, 3. Februar 1911.

(Eingegangen 15. Februar 1911.)

Zur Säkularen Variation des Erdmagnetismus.

Von Fr. Bidlingmaier.

I. Die Hypothese der magnetischen „Umwandlungsgeschichten" genügt nicht zur Erklärung der Säkularen Variation.

1. Fehler meiner ersten Mitteilung. Herr Adolf Schmidt-Potsdam hatte noch im Dezember 1910, unmittelbar nach Empfang meiner ersten Mitteilung hierüber[1]), die Freundlichkeit, mich brieflich darauf aufmerksam zu machen, daß er einige Bedenken gegen meine Erklärung habe und insbesondere an der Gleichung Seite 1222 oben Anstoß nehme. Im Nenner derselben muß übrigens h statt des druckfehlerhaften C stehen. Diese Gleichung läßt die Wirkung einer magnetischen Schicht an einem unmittelbar darüber liegenden Punkt der Erdoberfläche umgekehrt proportional mit der 3. Potenz der Tiefe jener Schicht abnehmen. Sie ist jedoch, wie Herr Adolf Schmidt sofort hervorhob, nur richtig, wenn überall an der Erdoberfläche immer nur gerade das darunter liegende Stück der Schicht wirksam wäre, dessen Ausdehnung klein ist gegen seine Tiefe.

Es war ein grober Fehler von mir, diese Annahme als in erster Annäherung gültig anzusehen, ein Fehler, der nur ein wenig dadurch erklärlich wird, daß ich damals unter dem frischen Eindruck der soeben bearbeiteten säkularen Variation auf dem Atlantischen und Indischen Ozean 1880—1903 stand, welche im Beobachtungsgebiet des „Gauß" in der Tat einen auffallend stark regionalen Charakter aufweist; vgl. Deutsche Südpolar-Expedition Bd. V, Tafel VII. Wie jedoch unsre Kärtchen unten zeigen, wird dieser starke örtliche Wechsel dadurch erklärt, daß zufällig unter jenem Gebiet damals gerade eine positive Grenzschicht im Durchwandern begriffen war, und in der Nähe einer solchen sind immer starke örtliche Verschiedenheiten zu erwarten. Mein Fehler wurde um so verhängnisvoller, als er jene überraschende Übereinstimmung zwischen den zwei ganz verschiedenen Tiefenbestimmungen der „Umwandlungsschichten" verursachte, die mich in der ersten Freude verführte, eine Mitteilung zu veröffentlichen.

Unsre Kärtchen geben ein anschauliches Bild von einzelnen Komponenten der Säkularkraft über die ganze Erdoberfläche bis zu 60° N und S, wie sie in den letzten drei Jahrhunderten jedes Jahr neu entstanden sind. Wir wollen vorerst daraus nur so viel entnehmen, daß wir uns das Kraftfeld in weiten Erdräumen als ziemlich homogen vorzustellen haben. Rührte dasselbe von einer magnetisierten Schicht her, so müßte es eine jedenfalls in der Horizontalen weithin sich erstreckende Schicht sein, die wir in 1. Annäherung einmal als gleichmäßig magnetisiert annehmen wollen. Wir haben also zunächst die Aufgabe, zur Berichtigung der falschen Gleichung S. 1222 o. die Wirkungsweise einer solchen Schicht zu untersuchen.

2. Wirkungsweise einer ausgedehnten gleichmäßig magnetisierten Schicht. Der mathematischen Schwierigkeiten wegen beschränken wir uns auf das ebene Problem, das uns bereits genügend sichere Anhaltspunkte gibt. Fig. 1 will unsere ebene magnetische Schicht

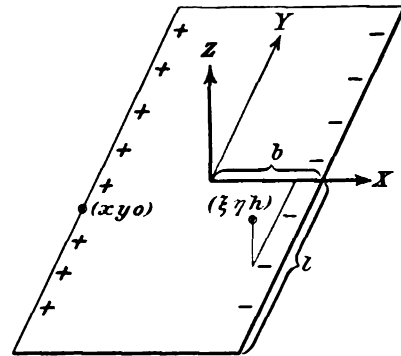


Fig. 1.

und die Lage des Koordinatensystems veranschaulichen. Die Schicht habe die Breite $2b$, die Länge $2l$, und das Moment der Flächeneinheit betrage μ. Da wir homogene Magnetisierung vorausgesetzt haben, treten magnetische Ladungen lediglich an den beiden Randlinien $x = +b$ und $x = -b$ auf, und zwar trägt die Längeneinheit die Ladung μ.

Das Potential unsrer Schicht an einem Punkt $\xi\eta h$ lautet demgemäß:

$$V = \int_{-l}^{+l} \frac{\mu\, dy}{\sqrt{(b+\xi)^2 + (y-\eta)^2 + h^2}} - \int_{-l}^{+l} \frac{\mu\, dy}{\sqrt{(b-\xi)^2 + (y-\eta)^2 + h^2}}$$

oder gleich in endlicher Form:

$$\begin{aligned}\frac{1}{\mu}V = {} & \log\left[+l-\eta+\sqrt{(b+\xi)^2+(l-\eta)^2+h^2}\right] - \log\left[+l-\eta+\sqrt{(b-\xi)^2+(l-\eta)^2+h^2}\right] \\ & - \log\left[-l-\eta+\sqrt{(b+\xi)^2+(l+\eta)^2+h^2}\right] + \log\left[-l-\eta+\sqrt{(b-\xi)^2+(l+\eta)^2+h^2}\right] \end{aligned} \qquad (1)$$

1) Diese Zeitschr. 11, 1216, 1910.

Um möglichst einfache Verhältnisse zu schaffen, schließen wir die Randgebiete $y = \pm l$ von der Betrachtung aus und setzen die η als klein gegenüber l an; ebenso nehmen wir die Breite b als klein an gegenüber der Länge l in Anlehnung an das Haupttätigkeitsgebiet der säkularen Variation, welches seit drei Jahrhunderten die Nachbarschaft des Atlantischen Ozeans bevorzugt. Wenn wir also von den Größen

$$\frac{\eta}{l}, \frac{b}{l}, \text{ sowie } \frac{\xi}{l} \text{ und } \frac{h}{l}$$

nur die 1. Potenz beibehalten, so vereinfacht sich der obige Ausdruck für das Potential zu

$$\frac{1}{\mu} V = \log \{(b-\xi)^2 + h^2\} - \log \{(b+\xi)^2 + h^2\}. \quad (2)$$

Dieser Ausdruck gibt uns leicht die ganze Kraftverteilung in der Nähe einer langen, ebenen, gleichmäßig quer magnetisierten Schicht, sofern wir das Beobachtungsgebiet auf Räume beschränken, deren Entfernung von der Mitte der Schicht erheblich geringer bleibt, als von den Randgebieten $y = \pm l$. Wir sehen, daß die Horizontalkraft unsrer Schicht in ihrem Zentralgebiet parallel zu ihrer Magnetisierung läuft; sie hat die Größe $X = -\frac{\partial V}{\partial \xi}$

$$\frac{1}{2\mu} X = \frac{b-\xi}{(b-\xi)^2 + h^2} + \frac{b+\xi}{(b+\xi)^2 + h^2}. \quad (3)$$

Das Gesetz der Ortsveränderung der Horizontalkraft in der Ebene h geht aus folgender Gleichung hervor:

$$\frac{1}{2\mu}\frac{\partial X}{\partial \xi} = \frac{(b-\xi)^2 - h^2}{[(b-\xi)^2 + h^2]^2} - \frac{(b+\xi)^2 - h^2}{[(b+\xi)^2 + h^2]^2}. \quad (4)$$

Gleichung 3 enthält das Gesetz für die Abnahme der horizontalen Feldstärke mit der Tiefe der Schicht und zeigt deutlich, wie fehlerhaft der Ansatz der 3. Potenz in meiner 1. Mitteilung gewesen ist. Wenn nun h noch innerhalb des magnetisierbaren Teils der Erdkruste liegen sollte, also $h < 30$ km, so zeigt ein Blick auf unsre Kärtchen, daß b dagegen so groß ist, daß nach Gleichung (3) die Horizontalkraft fast ausschließlich von dem magnetischen Charakter und der räumlichen Ausdehnung der Schicht, von ihrer Tiefe so gut wie gar nicht abhängig ist.

Wenn wir annehmen, das an der Oberfläche beobachtete Feld X rühre von einer horizontalen, homogen magnetisierten Schicht, oder von irgendeiner andern durch eine solche Schicht ersetzbaren Ursache her, so genügen schon 2 Beobachtungsdaten aus dem Zentralgebiet des Feldes, um die beiden einzigen Unbekannten der Schicht, ihre Tiefe und ihre Magnetisierung, zu bestimmen. Denn die Breite der Schicht ist ja beim ebenen Problem gleich dem Abstand der beiden durch die Beobachtung gegebenen Randlinien $\xi \pm b$, wo je ein Vorzeichenwechsel von X stattfindet. Wir wählen als Beobachtungsdaten die Größen des maximalen Feldes und der maximalen Feldänderung. Offenbar ist

$$\frac{1}{2\mu} X_{max} = \frac{2b}{b^2 + h^2} \quad \text{bei } \xi = 0 \quad . \quad (5)$$

$$\frac{1}{2\mu}\left(\frac{\partial X}{\partial \xi}\right)_{max} = \pm\left(\frac{4b^2 - h^2}{(4b^2 + h^2)^2} + \frac{1}{h^2}\right) \quad \text{bei } \xi = \mp b \quad (6)$$

Unseren Kärtchen ΔD, bezw. den zugrunde liegenden Tabellen entnehmen wir folgende Beobachtungswerte, wobei wir uns auf das aktivste Gebiet der Säkularvariation, den Atlantischen Ozean und die angrenzenden Kontinente, und zwar bestimmungsgemäß auf das äquatoriale Zentralgebiet beschränken

$$2b = 1 \text{ Erdquadrant} = 1 \cdot 10^9 \text{ cm}$$
$$X_{max} = 60\,\gamma = 6 \cdot 10^{-4}$$
$$\left(\frac{\partial X}{\partial \xi}\right)_{max} = \frac{40\,\gamma}{20^0} = 2 \cdot 10^{-12}$$

Durch Division der Gleichungen 5 und 6 erhalten wir eine Bestimmungsgleichung für h^2, oder falls wir $h = \lambda b$ setzen, für λ^2; nämlich eine kubische Gleichung für λ^2 mit 1 reellen Wurzel und λ rund $= + 0{,}7$

also $h = + 0{,}7\, b = \pm$ **3500 km,**

und damit, $\mu = 1{,}1 \cdot 10^5$.

3. Mittelwert der jährlich neu entstehenden Magnetisierung im Erdkörper. Die bisherigen Rechnungen beruhen vollständig auf der Voraussetzung einer homogen magnetisierten Schicht. In der Natur ist natürlich die Lokalisierung magnetischer Pole auf einzelnen Randlinien, wie sie bei einer homogenen Schicht stattfinden würde, nicht vorhanden; wir haben es vielmehr mit einer von Ort zu Ort wechselnden magnetischen Belegung zu tun, deren Werte nach dem Vorgang von Gauß mittels Kugelfunktionen aus den Beobachtungen zu ermitteln wären[1]). Damit wird zwar unsere Tiefenbestimmung bedeutungslos; es kann vielmehr für jede Tiefe eine geeignete Belegung angegeben werden, welche die Beobachtung wiedergibt. Aber in dem oben ermittelten Wert μ, dem Moment der Flächeneinheit, dürfen wir einen annähernden Mittelwert der in der Natur von Ort zu Ort wechselnden Magnetisierungen erblicken, um so mehr, als dieses μ sich sehr wenig mit der Tiefe der Schicht verändert. So gibt die Gleichung (5) für $h = 0$ nur ein

1) Siehe z. B. Adolf Schmidt, Mitteilungen über eine neue Berechnung des erdmagnetischen Potentials, München 1895.

um $^1/_3$ geringeres μ, als für $h = 3500$ km, wo sich $\mu = 1{,}1 \cdot 10^5$ ergeben hatte.

Wir wollen daher den Wert $\mu = 1 \cdot 10^5$ als einen annähernden, wenigstens der Größenordnung nach zutreffenden Mittelwert der im Erdkörper alljährlich neu entstehenden bezw. vergehenden magnetischen Momente annehmen. Diese haben wir uns natürlich nicht als flächenhaft, wie in unserer Rechnung, sondern als räumlich ausgebreitet vorzustellen, so daß wir zu setzen haben:

$$\left. \begin{array}{l} 1 \cdot 10^5 = \text{Moment der Volumeneinheit} \\ \times \text{Schichtdicke.} \end{array} \right\} (7)$$

4. Die erforderliche Schichtdicke. Soll das magnetische Moment durch die Induktion des Erdfeldes entstehen, so kann man für jeden Stoff mit bekannter Magnetisierungszahl k die notwendige Schichtdicke berechnen, die alljährlich neu magnetisiert bezw. entmagnetisiert werden müßte. Eine Komponente ΔD senkrecht zum induzierenden Feld H kann nur in einer anisotropen Schicht entstehen. Bildet die Hauptmagnetisierungsrichtung einer solchen mit dem magnetischen Meridian den Winkel φ, gerechnet von N über O, so entsteht in dem Stoffe k pro Volumeinheit ein magnetisches Moment, dessen eine zum magnetischen Meridian senkrechte Komponente $m_{\Delta D}$ in folgender Beziehung zu H steht:

$$m_{\Delta D} = Hk \cos\varphi \sin\varphi.$$

Das maximale $m_{\Delta D}$ entsteht bei $\varphi = \pm 45^0$ und ist $= \pm {}^1/_2 Hk$.

Zufolge Gleichung (7) ist daher

$$\text{die Schichtdicke mindestens} = \frac{1 \cdot 10^5}{{}^1/_2 Hk}.$$

Wir wollen die Schichtdicke für Eisen, als das am besten magnetisierbare Metall, und für Basalt, als eines der am besten magnetisierbaren Gesteine berechnen. Für Basalt entnehmen wir das k den Messungen von Fr. Pockels[1]), Wied. Annalen d. Phys. **63**, 195 ff., 1897, und nehmen einmal beispielshalber an, daß sich seine Magnetisierbarkeit analog wie beim Eisen, aber nur halb so stark mit der Temperatur ändern solle. Es ergibt sich folgende kleine Tabelle der k:

t	Eisen	Basalt
Gewöhnliche Temperatur .	100	$8 \cdot 10^{-3}$ F. Pockels
„Umwandlungstemperatur".	900	$36 \cdot 10^{-3}$?

Für $H = 0{,}3$ erhalten wir schließlich als allermindeste Dicke einer jährlich zu magnetisierenden bezw. zu entmagnetisierenden Schicht im Erdkörper:

1) Siehe auch F. Pockels, „Über den Gesteinmagnetismus und seine wahrscheinliche Ursache", Neues Jahrbuch f. Mineralogie, Geologie und Paläontologie Jahrgang 1897, Bd. I.

t	Eisen	Basalt
Gewöhnliche Temperatur .	67,0 m	830 km
„Umwandlungstemperatur".	7,4 m	185 km ?

Diese kleine Tabelle zeigt, welch starke Schichtdicken bezw. Temperaturänderungen im Lauf der Jahrhunderte benötigt würden, um die säkulare Variation zu erklären. Ist doch bei Basalt, dem besonders gut magnetisierbaren Gestein, die für ein einziges Jahr erforderliche Schichtdicke außerordentlich viel größer, als sie der überhaupt magnetisierbaren Erdkruste, deren Dicke auf rund 30 km zu veranschlagen ist, zukommt.

Als Resultat dieser Ausführungen dürfen wir es aussprechen, daß es aussichtslos erscheint, die säkulare Variation des Erdmagnetismus auf eine aus irgendeinem Grunde veränderliche Induktion der magnetisierbaren Erdkruste durch das Erdfeld selber zurückzuführen.

II. Das jährlich neu entstehende Magnetfeld der Erde in tabellarischer und bildlicher Darstellung.

1. Die Tabellen. Als Unterlage für künftige Spekulationen geben wir im folgenden zunächst eine tabellarische und bildliche Übersicht über das ganze bisherige Wissen der Menschheit von jenen dauernd tätigen Kräften, welche die säkulare Variation der Deklination verursachen. Ein Hauptverdienst an dieser Übersicht gebührt W. van Bemmelen, dessen Werk[1]) am Schluß eine Zusammenstellung der säkularen Variation der Deklination in Winkelwerten von 1600—1850 von 50 zu 50 Jahren enthält. Hinzugefügt wurde noch der Zeitraum von 1850—1900 im wesentlichen nach Tillo[2]), verbessert nach den Ergebnissen der nordamerikanischen[3]) und südafrikanischen[4]) Landesvermessung, sowie nach meinen eigenen[5]) Untersuchungen im Gebiet des Atlantischen und Indischen Ozeans.

Statt der Winkeländerungen der Deklination teilen wir jedoch das System der diese Winkeländerung verursachenden Kräfte mit; die hierzu erforderliche Größe der Horizontalintensität entnehmen wir für jeden unsrer 126 Schnittpunkte den Erfahrungen des letzten Jahrhunderts, das zuerst anfing, H zu beobachten. Dies ist auch

1) W. van Bemmelen, Abweichung der Magnetnadel usw. bis zur Mitte des XIX. Jahrhunderts, Batavia 1899.

2) Tillo, Tables fondamentales d. Magn. Terr. Petersburg 1896.

3) L. A. Bauer, Magnetic Tables and Charts for 1905 U. S., Washington 1908.

4) Beattie, Magn. Survey c. South Africa, London 1909.

5) Bidlingmaier, D. Südp. Exp. Bd. V, Magn. Seebeobachtungen Tafel V und VI, Berlin 1911.

vollkommen erlaubt; denn ein Fehler von $\triangle H = 1000\ \gamma = 0{,}01$ C. G. S. verursacht bei einem jährlichen $\triangle D = 6'$ einen Fehler der säkularen Ost-West-Komponente von noch nicht $2\ \gamma$. Die astronomische Richtung der Kraftkomponente nach magnetisch Ost-West ergibt sich ohne weiteres aus der Deklination ihres Ortes; die letztere haben wir für alle Punkte und alle Epochen gesondert den Werken von van Bemmelen und Tillo entnommen und danach die Richtung der Kraft, von astronomisch Nord aus über Ost zählend, auf ganze Grade angegeben. So enthalten die folgenden Tabellen für jeden Schnittpunkt zwei Angaben, die Größe der jährlich entstehenden Komponente unter der Spalte γ und deren astronomische Richtung unter der Spalte ^{0}.

Was die Genauigkeit dieser Angaben betrifft, so ist der mittlere Fehler einer Deklination auf 1—2 Grad, einer jährlichen Kraftkomponente auf 10—20 γ zu veranschlagen.

Um das Bild des jährlich neu entstehenden horizontalen Feldes wenigstens so weit wie möglich zu vervollständigen, fügen wir für eine der letzten Epochen, genau für den Zeitraum 1840—1880, auf Grund der Angaben von Tillo die mittlere jährliche Komponente der Säkularvariation nach magnetisch Nord, d. i. das jährliche $\triangle H$, in einer letzten Tabelle hinzu.

Das jährlich neu entstehende Magnetfeld der Erde.

Komponente nach magnetisch Ost-West von 1600—1900.

Größe in γ ($1\ \gamma = 10^{-5}$ C. G. S.). Richtung in ^{0} von astronomisch N über O.

$\triangle D$ 1650.

φ / λ	+60		+40		+20		±0		−20		−40		−60	
	γ	0	γ	0	γ	0	γ	0	γ	0	γ	0	γ	0
W 180	3	112	17	288	41	284	29	280	7	98	16	101	14	103
160	12	290	30	102	12	277	17	273	10	93	16	98	20	105
140	5	280	42	94	17	86	32	88	12	90	6	93	34	100
120	0	—	10	93	14	88	19	87	9	88	0	—	17	94
100	4	255	8	86	0	—	0	—	3	89	13	89	6	94
80	8	243	24	81	12	91	20	94	19	92	8	94	34	105
60	45	247	2	264	3	94	11	98	26	102	16	106	30	116
40	28	257	24	269	25	272	26	278	14	104	18	290	5	297
20	36	264	43	273	31	271	42	273	45	278	46	284	29	290
0	32	267	61	272	57	270	42	270	42	272	43	275	43	281
O 20	34	267	49	268	76	266	37	265	30	264	40	265	44	268
40	10	81	67	260	35	258	28	255	31	252	26	253	28	257
60	26	73	31	70	25	73	33	71	11	68	15	244	9	245
80	38	76	37	79	33	79	39	79	79	76	9	66	6	60
100	40	83	17	85	6	86	11	86	4	262	12	72	0	—
120	22	88	5	90	20	271	26	271	25	266	5	257	10	250
140	21	93	0	—	8	279	11	277	14	272	0	—	8	262
160	26	102	6	283	16	284	13	281	0	—	11	96	4	95

$\triangle D$ 1700.

W 180	7	291	17	285	17	280	0	—	39	99	10	102	4	106
160	6	107	1	103	2	96	23	93	25	95	11	99	17	286
140	22	100	50	99	70	93	31	91	22	92	14	96	2	283
120	21	90	36	95	41	91	19	89	15	90	0	—	9	102
100	0	—	48	91	26	91	26	91	23	90	24	93	48	103
80	17	236	26	85	13	96	11	96	28	95	22	97	49	110
60	25	238	6	262	2	274	1	279	3	283	6	108	2	118
40	35	247	40	264	5	271	19	275	19	280	32	287	36	294
20	31	255	58	265	34	268	24	270	35	273	42	278	50	285
0	23	261	65	263	71	264	68	265	52	266	41	268	51	273
O 20	7	263	73	261	73	259	87	258	71	258	40	258	36	260
40	20	82	10	77	13	256	8	254	21	249	32	247	38	246
60	64	82	71	78	100	78	10	76	35	71	10	64	7	238
80	47	85	42	82	60	83	63	84	8	78	25	69	18	239
100	0	—	3	86	55	87	19	87	9	83	31	74	38	242
120	9	270	3	90	7	272	11	271	4	265	4	77	26	247
140	0	—	13	276	44	277	20	277	2	271	10	88	3	[illegible]
160	2	104	15	281	45	280	10	280	14	99	21	98	13	[illegible]

△D 1750.

φ / λ	+ 60		+ 40		+ 20		+ 0		— 20		— 40		— 60	
	γ	o	γ	o	γ	o	γ	o	γ	o	γ	o	γ	o
W 180	13	288	17	283	15	100	12	99	9	100	8	103	0	—
160	17	118	10	103	22	98	31	95	12	99	4	102	3	283
140	59	124	27	102	20	96	20	92	8	275	2	276	3	282
120	43	119	35	100	27	94	28	91	13	90	0	—	14	280
100	38	100	31	96	43	95	42	94	34	94	25	95	27	105
80	5	57	19	85	9	96	10	98	25	98	52	102	10	113
60	7	233	11	262	10	273	19	278	18	282	2	288	24	296
40	21	240	27	260	40	268	27	272	20	276	37	282	47	286
20	44	247	53	257	92	262	55	265	42	269	40	272	47	279
0	56	252	62	255	88	256	57	257	56	258	52	262	46	266
O 20	20	258	30	256	18	254	64	252	47	252	37	252	32	254
40	7	85	10	81	12	76	12	74	7	249	34	243	15	242
60	14	89	36	84	21	82	22	82	35	76	3	245	25	236
80	23	90	23	87	40	88	17	88	55	86	12	252	19	238
100	0	—	6	88	17	89	20	88	20	86	34	252	22	244
120	10	265	0	—	0	—	8	270	12	88	17	81	1	66
140	22	270	19	273	27	274	23	274	1	93	15	91	12	87
160	40	279	15	278	9	279	19	278	0	—	17	101	17	100

△D 1800.

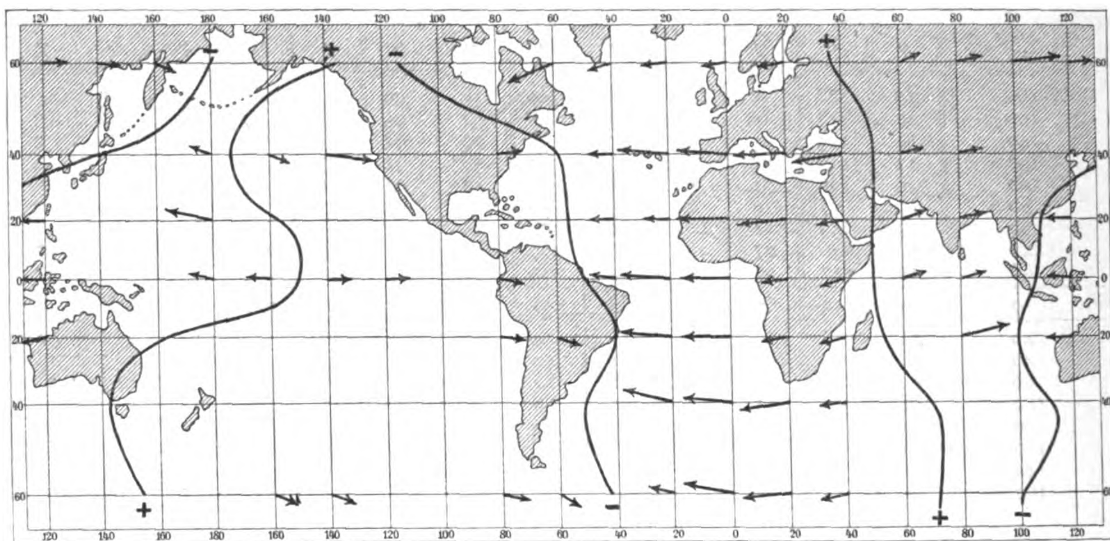
W 180	13	287	0	—	4	282	2	280	11	281	1	104	8	110
160	9	296	2	286	9	100	9	98	0	—	0	—	15	106
140	9	120	18	106	26	97	17	94	14	94	13	97	31	105
120	24	122	18	104	36	96	33	94	32	93	56	96	36	104
100	27	105	16	100	32	98	32	96	43	96	53	99	54	111
80	1	64	8	90	1	96	32	98	26	111	50	106	13	116
60	24	230	19	260	19	271	16	276	18	280	18	286	27	293
40	36	230	48	253	35	262	52	269	20	274	37	278	28	283
20	35	236	48	246	54	254	73	258	42	262	48	268	37	272
0	11	244	18	248	22	250	46	250	56	252	46	256	35	260
O 20	10	256	0	—	25	73	5	249	47	244	41	245	41	250
40	4	268	9	82	44	79	55	76	7	248	6	240	28	238
60	17	94	23	88	31	86	27	84	35	78	0	—	22	230
80	9	96	27	91	0	—	0	—	53	86	13	70	15	230
100	15	93	29	90	0	—	20	90	20	86	3	254	1	54
120	2	86	24	269	7	90	5	90	12	87	21	81	16	61
140	2	90	28	270	22	272	8	274	1	94	21	94	21	87
160	16	277	24	276	0	—	5	278	0	—	3	103	24	106

△D 1850.

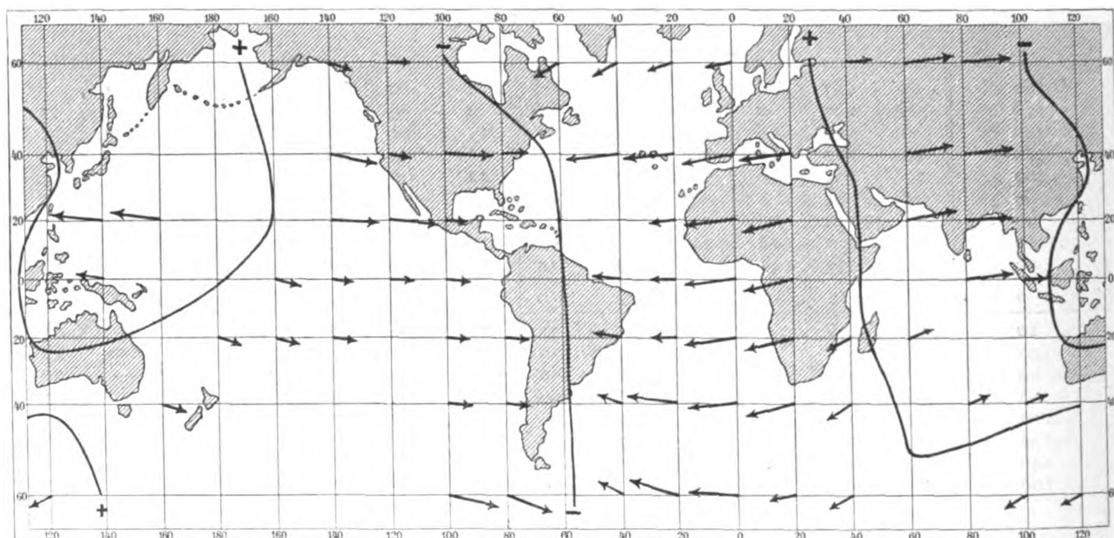
W 180	4	286	4	102	14	281	6	280	12	280	0	—	13	112
160	8	295	7	286	12	280	16	278	0	—	8	101	11	110
140	4	301	5	288	3	278	1	275	24	96	28	99	16	110
120	8	124	14	107	4	98	4	95	39	98	36	101	49	112
100	7	110	13	102	15	278	0	—	36	100	46	107	17	118
80	18	234	13	270	21	276	2	278	23	103	13	109	2	117
60	17	215	23	254	26	268	32	274	26	278	37	284	24	290
40	23	220	40	245	40	258	50	264	83	267	38	272	41	279
20	0	—	15	65	22	250	59	253	75	255	62	260	67	266
0	20	65	35	70	34	72	9	69	55	245	54	248	49	254
O 20	34	78	50	78	41	77	66	72	18	64	24	240	35	242
40	28	90	58	86	18	84	21	80	27	70	0	—	14	233
60	29	100	39	92	25	88	38	86	21	80	3	244	8	228
80	38	102	19	94	15	91	0	—	7	265	14	248	28	223
100	9	96	5	92	30	92	17	92	12	86	2	254	4	228
120	14	268	0	—	6	270	7	91	22	90	4	84	9	250
140	40	268	24	267	16	270	2	93	12	95	10	96	4	270
160	20	274	11	274	25	276	1	278	2	100	1	104	8	110

Das jährlich neu entstehende Magnetfeld der Erde.

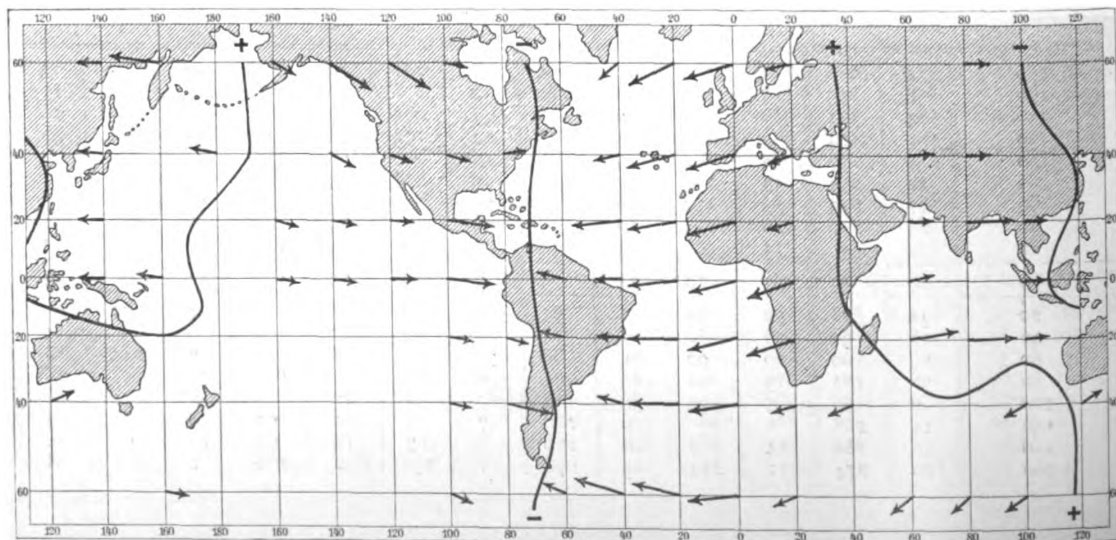
ΔD 1650.



ΔD 1700.

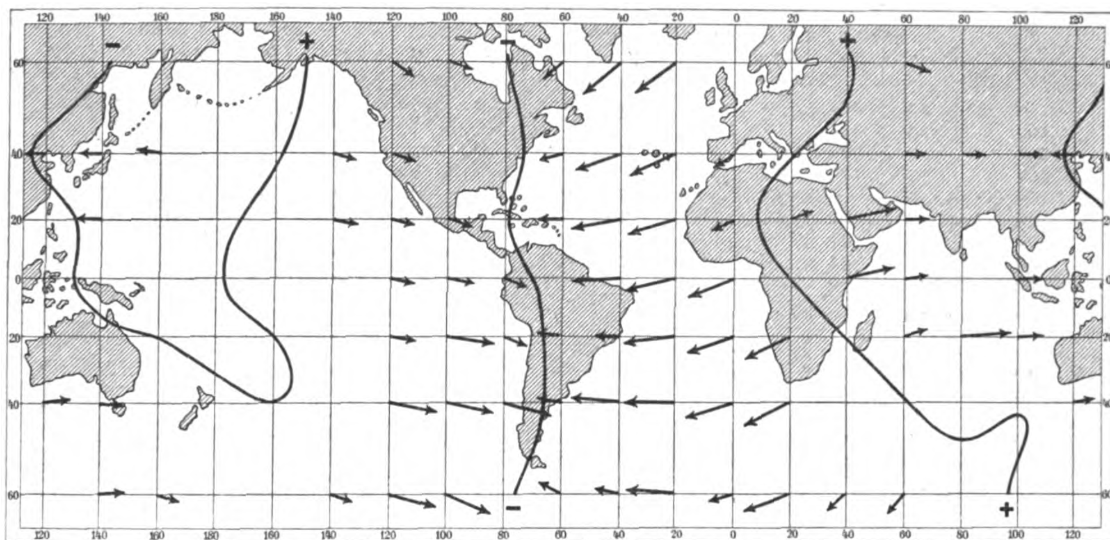


ΔD 1750.

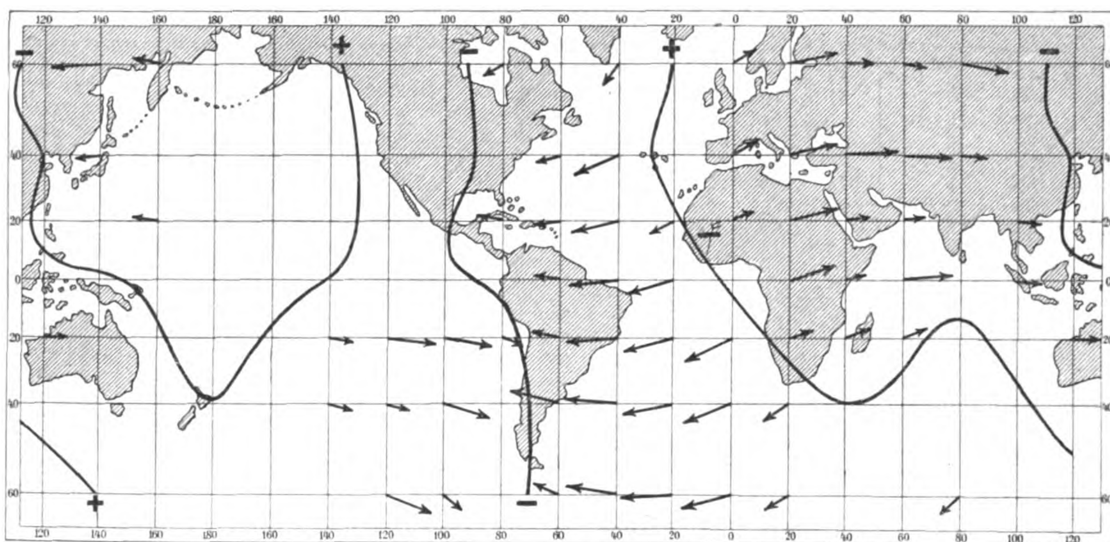


Jeder Schnittpunkt von Parallel- und Längekreis ist mit einer Angabe über das **jährlich** entstehende ΔD versehen.

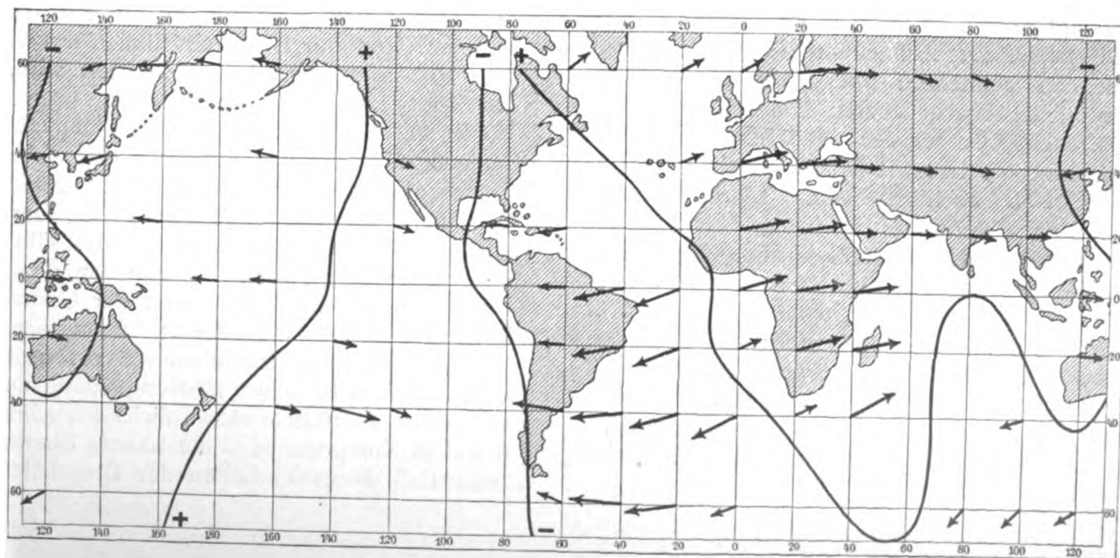
Komponente ΔD nach magnetisch Ost-West in den letzten 3 Jahrhunderten.



***ΔD* 1800.**



***ΔD* 1850.**



***ΔD* 1900.**

Schnittpunkte **ohne** Pfeil $\Delta D < 20\,\gamma$, mit **kleinem** Pfeil $\Delta D = 20 - 40\,\gamma$, mit **großem** Pfeil $\Delta D > 40\,\gamma$.

$\triangle D$ 1900.

φ / λ	+60		+40		+20		±0		−20		−40		−60	
	γ	o	γ	o	γ	o	γ	o	γ	o	γ	o	γ	o
W 180	22	282	9	281	16	280	19	278	12	279	0	—	3	292
160	23	291	18	284	16	278	25	276	6	98	19	103	3	290
140	9	300	8	286	0	—	0	—	17	98	38	103	3	110
120	7	126	23	108	20	99	6	96	11	98	28	104	11	114
100	0	—	13	102	20	98	0	—	11	102	10	108	9	118
80	13	61	13	268	33	272	12	277	0	—	5	110	5	118
60	19	42	16	252	25	266	33	271	25	275	38	280	27	287
40	14	44	6	66	14	256	52	259	64	260	68	265	52	273
20	19	56	21	68	14	72	52	248	66	248	68	253	48	260
0	36	72	47	76	51	76	42	73	20	66	37	242	33	249
O 20	39	85	43	83	55	82	78	79	48	70	32	58	16	240
40	29	96	32	90	35	86	38	84	66	75	50	59	0	—
60	29	104	34	96	19	90	6	87	4	80	0	—	3	227
80	20	106	25	97	20	92	0	—	15	264	16	246	22	219
100	3	96	10	94	19	94	13	92	5	87	17	251	20	225
120	0	—	20	266	0	—	20	92	23	92	4	84	17	244
140	30	262	34	264	12	270	0	—	6	274	12	275	10	271
160	28	270	14	272	17	275	12	277	12	278	8	282	2	110

Komponente nach magnetisch Nord.

$\triangle H$ um 1850.

W 180	2	16	0	—	40	11	70	190	69	190	9	192	6	22
160	6	25	19	196	35	10	14	188	24	188	14	191	2	20
140	16	31	14	198	9	8	35	5	52	186	42	189	18	20
120	2	214	2	17	20	8	12	5	49	188	49	191	24	22
100	2	20	21	12	4	188	4	186	32	190	30	197	62	28
80	8	324	4	180	12	186	16	188	39	193	21	199	61	27
60	18	305	25	344	10	178	44	184	42	198	66	194	40	20
40	18	310	30	345	11	348	6	174	72	177	88	182	21	189
20	11	336	15	335	23	340	74	163	59	165	52	170	44	176
0	16	335	35	340	14	162	56	159	44	155	23	158	21	164
O 20	12	348	26	348	11	347	34	162	19	154	20	150	56	162
40	6	0	10	356	24	354	27	350	6	160	25	152	83	143
60	21	190	4	2	25	358	24	356	21	170	18	154	54	148
80	18	192	26	184	11	181	34	0	14	175	37	157	46	143
100	4	186	29	182	4	2	4	2	7	176	27	164	18	148
120	8	180	2	180	19	180	33	1	5	0	14	174	15	340
140	26	180	11	357	18	180	51	3	26	5	4	6	10	180
160	20	184	22	4	26	6	30	8	0	—	23	194	15	200

2. Unsre Kärtchen. Eine große Erleichterung für die Auffassung der ganzen Erscheinung bietet ihre Veranschaulichung in unsern Kärtchen. Zur Entstehung derselben ist folgendes zu bemerken: auf Arbeitskarten wurden sämtliche Werte unsrer Tabellen eingetragen; auf denselben wurden dann nach den genauen Werten die Grenzlinien, in welchen $\triangle D$ bzw. $\triangle H = 0$ wird, gezogen. Diese Grenzlinien wurden unmittelbar in unsre Kärtchen übernommen; statt der Zahlen sind jedoch zur Erleichterung des Überblicks astronomisch orientierte Pfeile eingesetzt werden, und zwar nur in folgenden 3 Größenstufen: an den Punkten

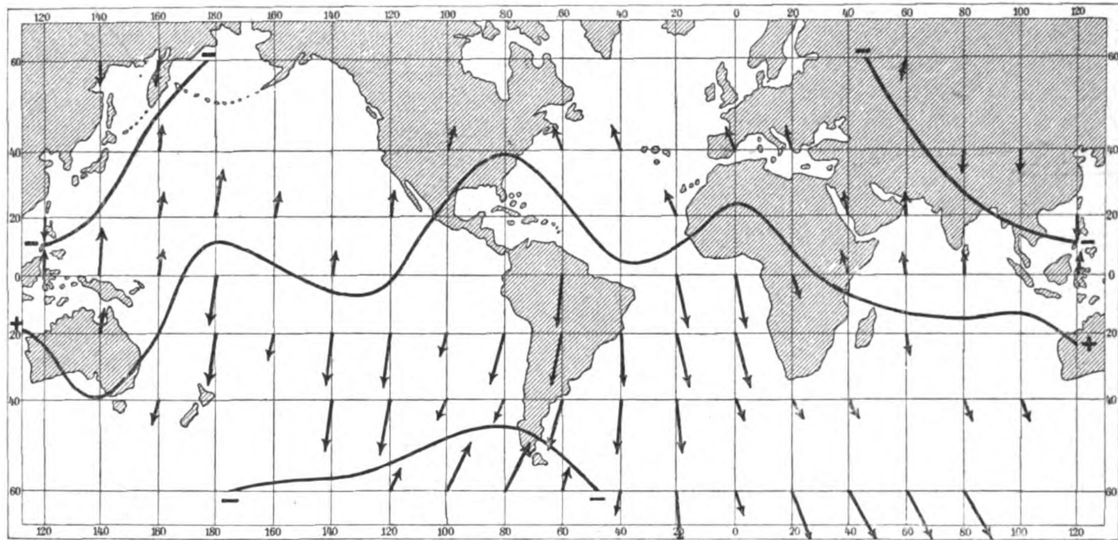
mit einer Kraft $< 20\gamma$ kein Pfeil
„ $20-40\gamma$ kleiner Pfeil
„ $> 40\gamma$ großer Pfeil.

Die erste Stufe entspricht ungefähr der Genauigkeitsgrenze eines Wertes.

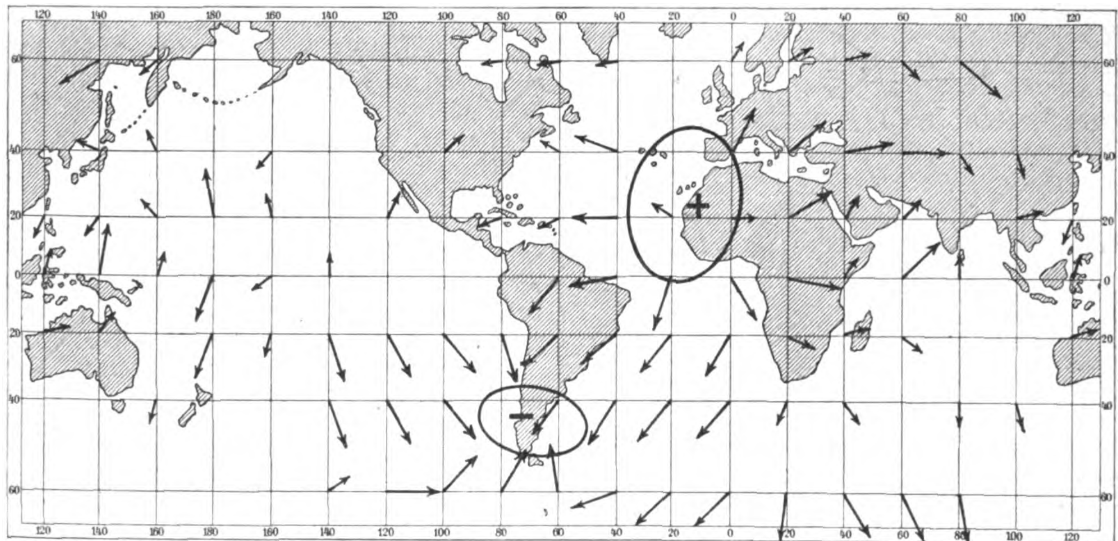
3. Die Grenzlinien, gegen welche die Pfeile konvergieren bzw. divergieren, sind der geometrische Ort derjenigen Punkte, in welchen die Erdoberfläche durch die Kraftlinien des wirkenden Feldes senkrecht geschnitten wird. So strömen an der Grenzlinie der konvergierenden Pfeile die Kraftlinien in der Richtung auf das zunächst liegende negative Ende des wirkenden Feldes zusammen, während in der Nähe der Grenzlinie der divergierenden Pfeile, darunter oder darüber, das positive Ende des säkularen Kraftfeldes liegen muß. Wir haben den positiven bzw. negativen Charakter der Grenzlinien in den Kärtchen angedeutet. Bemerkenswert ist das vorwiegend meridionale Streichen der Grenzlinien bei der $\triangle D$-Komponente und im Gegensatz dazu das ost-westliche Streichen bei der $\triangle H$-Komponente. Eine nähere Überlegung zeigt, daß dieses Verhalten der Grenzlinien da-

Das jährlich neu entstehende Magnetfeld der Erde.

Komponente ΔH nach magnetisch Nord-Süd zwischen 1840 u. 1880.



Die gesamte horizontale Komponente um 1850.



Jeder Schnittpunkt von Parallel- und Längskreis ist mit einer Angabe über die **jährlich** entstehende Komponente versehen. Schnittpunkte **ohne** Pfeil $K < 20\,\gamma$, mit **kleinem** Pfeil $K = 20$—$40\,\gamma$, mit **großem** Pfeil $K > 40\,\gamma$.

durch bedingt ist, daß das System der Säkularkräfte ein Potential besitzt.

4. Die Stabilität des Systems der Säkularkräfte, das sich stellenweise jahrhundertelang nur wenig verändert, ist sehr bemerkenswert. Mit auffallender Hartnäckigkeit haftet bei der $\triangle D$-Komponente die eine negative Grenzlinie schon seit Jahrhunderten am amerikanischen Kontinent, den sie in sehr langsamer Bewegung von Ost nach West durchsetzt hat. Ihr entspricht die positive Grenzlinie, die zuerst langsam und dann rasch den asiatischen und afrikanischen Kontinent durchwandert hat. Sehr stabil sind auch die nördlichen Hälften der beiden pazifischen Grenzlinien, der negativen von Ostasien, der positiven von Alaska auf Neuseeland zulaufenden, während die südlichen Zweige dieser Grenzlinien etwas unstet verlaufen, damit jedoch wohl nur ihre Unsicherheit andeuten.

5. Das ganze horizontale Feld. Zufolge

der bemerkenswerten Stabilität der ganzen Erscheinung, wie sie in den $\varDelta D$-Kärtchen zum Ausdruck kommt, gewinnen die beiden letzten Kärtchen für $\varDelta H$ bezw. für das ganze horizontale Feld erhöhte Bedeutung. Sie sind zunächst nur als sehr wünschenswerte Ergänzung der $\varDelta D$-Kärtchen für die Epoche, in der neben $\varDelta D$- auch $\varDelta H$-Beobachtungen vorliegen, zusammengestellt worden. Wie notwendig eine solche Ergänzung ist, sieht man daran, daß sie die Bevorzugung der Landhalbkugel gegenüber der Wasserhalbkugel, die in meiner ersten Mitteilung bei den $\varDelta D$ allein so deutlich hervortrat, wohl nur als eine zufällige Eigenschaft der $\varDelta D$-Komponente erscheinen läßt, welcher für das Ganze kaum eine ausschlaggebende Bedeutung zukommen dürfte.

Das $\varDelta H$-Kärtchen zeigt eine positive, längs des Äquators sich hinschlängelnde Grenzlinie, zu welcher sich in den höheren Breiten beiderseits je noch eine negative Grenzlinie zugesellt. Während die $\varDelta D$-Komponente in auffallender Weise den Atlantischen Ozean und seine Nachbarkontinente bevorzugt, erscheint bei $\varDelta H$ die Südhalbkugel gegenüber der Nordhalbkugel bevorzugt; als ein besonders tätiges Gebiet erweist sich bei beiden Komponenten die Südspitze von Amerika. Das $\varDelta H$-Kärtchen zeigt, daß jedenfalls um die Mitte des letzten Jahrhunderts das System der Säkularkraft die Stärke des normalen Erdmagnetismus alljährlich geschwächt hat.

Unser letztes Kärtchen bietet ein Bild des ganzen horizontalen Anteils der Säkularkraft, welches mittels der Tabellen „$\varDelta D$ 1850“ und „$\varDelta H$ um 1850“ hergestellt worden ist. Sehr schön hebt sich in dem Gesamtbild ein besonders tätiges Hauptgebiet der säkularen Variation heraus. Das positive Ende dieses Hauptsystems liegt zunächst der Westküste von Afrika, das negative zunächst der Südspitze von Amerika; dabei scheint letzteres der Erdoberfläche noch näher zu liegen, als das afrikanische Ende. In schöner Übereinstimmung mit dieser Lokalisierung der hauptsächlichsten „Quelle“ und „Senke“ der säkularen Kraftlinien steht das Ergebnis von E. W. Creak[1]), welcher fast genau dieselben Orte als ausgezeichnete Stellen auch für die Inklination findet: die Südspitze von Amerika stellt sich als Ort maximaler Zunahme, die Westspitze von Afrika als Ort maximaler Abnahme der nördlichen Inklination dar.

6. Die Ursache der Säkularvariation. Das Kraftlinienbild unseres letzten Kärtchens läßt auf eine starke räumliche Krümmung der Kraftlinien, mithin auf eine Entfernung ihres Ursprungsorts schließen, welche sicherlich von terrestrischer Größenordnung ist. Es wird schwer halten, die Ursache der Säkularvariation in temporärem Magnetismus des Erdkörpers zu finden; wir werden wohl an dauernd tätige elektrische Ströme zu denken haben.

Dabei bleibt die wichtige Frage noch zu entscheiden, ob diese Ströme innerhalb oder außerhalb des festen Erdkörpers zu suchen sind. Adolf Schmidt verlegt dieselben nach einer Notiz in der Abhandlung: „Magnetische Karten von Norddeutschland für 1909“, Berlin 1910, Seite 23 Mitte, zum weitaus größten Teil ins Erdinnere, während L. A. Bauer in der Abhandlung „The Physical Decomposition of the Earth's Permanent Magnetic Field“, Terrestrial Magnetism Dezember 1904, S. 186, gerade die $\varDelta D$-Komponente der Säkularvariation hauptsächlich einem außerhalb der Erde liegenden System zuschreibt; es erscheint aber fraglich, ob Bauer den von Ad. Schmidt eingeführten Vektor A genügend eliminiert hat. Neues über die Natur von A s. Bidlingmaier, Magn. Ergebn. d. K. Obs. Wilhelmshaven 1910, Kapitel K.

Ich habe den Eindruck, daß, wer die Ursache der säkularen Variation ergründen will, erst die Ursache des Erdmagnetismus überhaupt ergründen muß, nicht jener täglichen kleinen Schwankungen, deren Ursprung wir in der Atmosphäre zu suchen haben (Schuster, Birkeland), sondern vielmehr die Ursache jenes „konstanten“ Teils des Erdmagnetismus, dessen Ursprung wir nach Gauß im Erdinnern zu suchen haben. In säkularen leisen Modifikationen des großen im Erdinnern, vielleicht mit dem Erdinnern kreisenden Stromsystems, welches den Erdmagnetismus überhaupt hervorruft, wird man wohl dereinst die Ursache seiner säkularen Variation erkennen.

Leider ist es mir nicht möglich, meine ursprüngliche Absicht, eine eingehende physikalische Diskussion meiner Tabellen und Kärtchen zu geben, zur Ausführung zu bringen; die Menge meiner amtlichen Verpflichtungen verhindert mich vorläufig vollständig daran. Andererseits war eine möglichst baldige Berichtigung meiner 1. Mitteilung über diesen Gegenstand dringend geboten, damit nicht etwa weniger urteilsfähige Leser durch meine unhaltbare Hypothese irre geführt würden. Um nun Tabellen und Kärtchen nicht ungenützt im Schrank liegen zu lassen, übergebe ich sie hiermit ohne nähere Verarbeitung der Öffentlichkeit mit dem Wunsche, die Kärtchen möchten manchen Fachgenossen auch von der reinen Physik anregen, mit diesen großartigen, unablässig tätigen Vorgängen im Bereich unsres Erdkörpers sich zu beschäftigen. Möchte es

1) C. W. Creak, Challenger-Werk, Physics and Chemistry II; Report of the Magnetic Results, Plate II.

ihnen besser, als es meinem ersten Anlauf glückte, gelingen, ihre Ursache zu ergründen!

Wilhelmshaven, 18. Februar 1911.

(Eingegangen 20. Februar 1911.)

Über die Anwendung des polarisierten Lichtes in der Interferometrie.

Von S. Pokrowsky.

In der Sitzung der Russischen Physikalischen Gesellschaft am 15. September 1909 habe ich darauf hingewiesen, daß jedes Interferometer in ein optisches System verwandelt werden kann, das einer ihrer Achse parallel abgeschliffenen Kristallplatte äquivalent ist, oder aber in ein System, das einem die Polarisationsebene des Lichtes drehenden Mittel gleichwertig ist.

Wendet man in einem auf diese Weise umgeänderten Interferometer polarisiertes Licht an, so wird man imstande sein, die Genauigkeit der interferometrischen Messungen bis zur Genauigkeit der polarimetrischen zu steigern.

Bald darauf habe ich folgendes Halbschatteninterferometer vorgeschlagen, mit dessen Konstruktion ich gegenwärtig beschäftigt bin. Ein Bündel paralleler einfarbiger Strahlen, das aus dem Kollimator kommt, geht durch ein Rhomboeder isländischen Kalkspats mit polierten planparallelen Flächen. Nach Verlassen des Spats legen sich die ordentlichen und die außerordentlichen Strahlen teils aufeinander. Um sie kohärent zu machen, ist vor dem Spat eine besondere $\frac{\lambda}{2}$-Doppelplatte placiert. In der einen Plattenhälfte ist die optische Achse der Trennungslinie parallel, in der anderen bildet sie mit letzterer einen Winkel von 45^0. Mittels einer solchen Doppelplatte werden die parallelen (kohärenten) Amplituden in den Strahlen, welche durch beide Plattenhälften durchgehen, unter einem Winkel von 90^0 zueinander gestellt. Wenn die Trennungslinie dieser Platte dem Hauptschnitt des Spats perpendikulär ist, so werden die nach Verlassen des Spats aufeinandergefallenen ordentlichen und außerordentlichen Strahlen kohärent sein; durch eine Blende, welche in passender Weise hinter dem Spat placiert wird, kann man diese Strahlen von den benachbarten ausscheiden. Darauf passieren die Strahlen eine $\frac{\lambda}{4}$-Platte, welche sie in zirkular polarisierte entgegengesetzter Richtungen umwandelt. Indem sich diese beiden Strahlen aufeinanderlegen, geben sie einen geradlinig polarisierten Strahl. Das Auftreten eines Gangunterschieds der Strahlen bis zu ihrem Auffallen auf dem Spat wird, wie leicht zu erkennen ist, von einer Drehung der Polarisationsebene des aus der Platte heraustretenden Strahls um einen gewissen Winkel begleitet. Wenn man diesen Drehungswinkel mittels irgendeines Halbschattenanalysators ausmißt, wird man imstande sein, den Gangunterschied, der diese Drehung hervorruft, zu bestimmen. Um den beim Durchgang durch den Spat entstehenden Gangunterschied der Strahlen zu beseitigen, kann man auf dem Wege eines von ihnen eine Glasplatte von passender Dicke aufstellen.

St. Petersburg, Physikalisches Laboratorium des Elektrotechnischen Instituts.

(Eingegangen 15. März 1911.)

Über das Dopplersche Prinzip.

Von S. Pokrowsky.

Auf Professor Campbells Photographien ist die Linie der Sonnenkorona (1474 nach Kirchhoff) erweitert, was auf sehr starke Bewegungen der die Korona bildenden Teilchen hinweist, vorausgesetzt, daß das Dopplersche Prinzip auch beim gebeugten Licht anwendbar ist. Infolgedessen erscheint es von Interesse, zu untersuchen, ob nicht in der Wellenlänge des von den einer Bombe entströmenden Teilchen CO_2 zerstreuten Lichtes Veränderungen vor sich gehen werden. R. W. Wood gibt in seinen Vorversuchen über die magnetische Wirkung derartiger einelektrisierter, sich bewegender Teilchen eine annähernde Geschwindigkeitsgröße ihrer fortschreitenden Bewegung, die, bei einem Drucke von 50 Atm. in der Bombe, 2000 Fuß (600 m) in der Sekunde gleichkommt. Wenn man diesen sich bewegenden Teilchen ein grelles Strahlenbündel (z. B. von einer Quecksilberlampe) entgegensendet, so geht, nach Doppler, in dem in der Bewegungsrichtung diffus reflektierten Lichte eine Wellenlängenverminderung von

$$\frac{\delta\lambda}{\lambda} = 2\frac{v}{c} = \frac{2 \times 600}{3 \times 10^8} = 4 \cdot 10^{-6}$$

vor sich, wo v die Geschwindigkeit der CO_2-Teilchen bedeutet.

Diese Veränderung wird annähernd zweimal größer sein als die von A. A. Bjelopolsky in seinen Untersuchungen mit rotierenden Spiegeln gemessene. Um diese Wellenveränderung wahrzunehmen, wird ein Spektralapparat (z. B. ein Echelon von A. A. Michelson) mit einem

Auflösungsvermögen von nicht weniger als 250000 nötig sein.

Um die Intensität des diffusen Lichtes zu verstärken, kann man folgendermaßen verfahren: man projiziere die Abbildung der gegebenen Lichtquelle mitten in den Kegel der herausströmenden CO_2-Teilchen, und diese beleuchteten Teilchen projiziere man auf den Spalt des Spektroskops, welches gewöhnlich vor dem Echelon aufgestellt wird. Voruntersuchungen, die in dieser Richtung mit den D-Linien des Natriums in dem voltaischen Bogen gemacht worden sind, haben gezeigt, daß dieselben im diffusen Licht eine zur praktischen Ausführung des von mir vorgeschlagenen Verfahrens genügende Intensität besitzen.

(Eingegangen 15. März 1911.)

Doppelter Schlüssel für Quadrantenelektrometer.

Von G. Rümelin.

Bei der Verwendung des Quadrantenelektrometers zur Messung kleiner Stromstärken, wie sie bei ionisierten Gasen vorkommen, bedarf man einer Vorrichtung, die aus der Ferne die Erdung des einen Quadrantenpaares aufzuheben gestattet. Eine einfache, hierzu dienende Vorrichtung ist von Rutherford (Radioactivity, 2d. ed. S. 97) angegeben worden; die hier zu beschreibende ist eine etwas modifizierte Form, die sich bequemer und vielseitiger verwenden läßt.

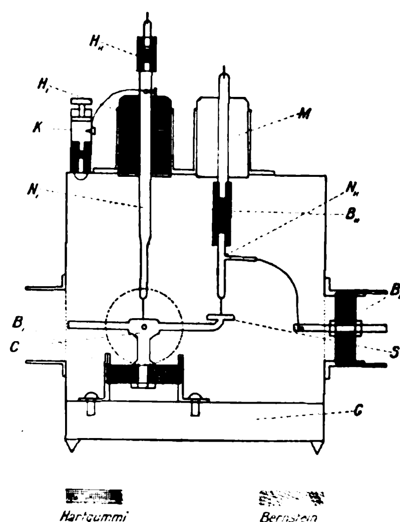
Die auf die Dauer nicht gut funktionierenden Hg-Kontakte des oben genannten Apparats sind durch solche aus Pt ersetzt. Der bewegliche Teil der Kontaktvorrichtung ist nicht geerdet, sondern isoliert, so daß demselben und damit dem isolierten System beliebige Potentiale erteilt werden können. Dies bietet mehrere Vorteile: man kann einmal die Bestimmungen der Voltempfindlichkeit und der Isolation der Anordnung sowie die eigentliche Strommessung rasch hintereinander ausführen. Ferner kann man die Aufladung des Systems von jedem beliebigen Potential aus beginnen. Es kommt häufig vor, daß sich dem zu messenden Strom ein zweiter, unerwünschter, Elektrizitätsaustausch des isolierten Systems mit der Hülle überlagert: einmal bei mangelhafter Beschaffenheit der Isolatoren, und zweitens dann, wenn die Ionisation in dem von der Hülle eingeschlossenen Gasraum außerhalb des Feldes des Meßkondensators beträchtlich ist; die im Meßkondensator an die isolierte Elektrode abgeschiedene Elektrizitätsmenge fließt dann durch die eben erwähnten ionisierten Gaspartien teilweise wieder ab (leak back).

Lädt man nun die Nadel des Schlüssels bei z. B. positivem $\frac{dV}{dt}$ so stark negativ auf, daß die nach Öffnen des Kontakts auftretenden Schwingungen der Elektrometernadel schon abgedämpft sind, bevor das System das Potential O erreicht hat, dann läßt sich die Aufladungszeit zwischen Potentialen messen, die gleichviel über und unter dem Potential der Umgebung liegen. Dieses Analogon des Rumfordschen Kunstgriffes bei kalorimetrischen Messungen gestattet, die Leak back-Korrektion zu eliminieren.

Es ist für viele Zwecke bequem, bei Messung von Stromstärken nach der Bronsonschen Methode der konstanten Ausschläge wegen der auftretenden Kontaktpotentialdifferenzen sogar notwendig, über einen zweiten Kontakt zu verfügen, der einen Teil der Apparatur ebenfalls aus der Entfernung an den Rest derselben unter Vermeidung elektrostatischer Störungen an- und abzuschalten gestattet.

Die von der Göttinger Firma G. Bartels hergestellten Quadranten-Elektrometer werden in neuerer Zeit mit Schutzrohren für die von den Quadranten nach außen führenden Drähte versehen. Der zu beschreibende Apparat ist so gebaut, daß ein in ihm isoliert aufgestellter Konduktor leicht unter vollkommenem elektrostatischem Schutz sowohl durch einen dieser beiden Drähte mit einem Quadrantenpaar als auch mit den an dasselbe zu schaltenden Apparaten verbunden werden kann.

Über der gußeisernen Grundplatte G (s. Figur) ist eine Bernsteinscheibe B_1 gelagert, in der der Konduktor C befestigt ist. Von diesem gehen drei kurze gerade Arme aus; ein vierter Arm trägt eine kleine Scheibe S. Die Oberseiten von



C und S sind mit kleinen runden Pt-Scheiben belegt, auf denen die Pt-Spitzen der Nadeln N_1 und N_2 ruhen. N_1 ist in dem Hartgummistück H_1 beweglich, Hartgummistück H_2 ist fest mit der Nadel verschraubt, am oberen Ende befindet sich eine Öse zur Betätigung des Kontakts durch Schnurzug; eine kleine Klemmschraube in N_1 gestattet, durch einen dünnen Kupferdraht Verbindung mit der isoliert aufgestellten Klemme K herzustellen. Die Nadel N_2 ist in dem Messingstück M geführt, sie trägt oben eine Öse, unten ein Bernsteinstäbchen B_2 in dessen unteres Ende die in Pt auslaufende Spitze eingeschraubt ist. Die Grundplatte ist durch einen Kasten von vernickeltem Messingblech überdeckt; auf der Oberseite derselben sind zwei Hülsen befestigt, in denen H_1 und M verschiebbar und feststellbar sind, um die maximale Hebung der mit Anschlägen versehenen Nadeln zu regulieren. Die vier Seitenwände haben je eine runde, mit Rohrstutzen umgebene Öffnung. Durch eine derselben ist die von der Nadel N_2 ausgehende, zum Teil aus dünnem biegsamem Draht hergestellte Leitung durch die Bernsteinisolation B_3 geführt.

Mittels der dem Apparate beigegebenen, auf die drei Arme des Konduktors C durch die Öffnungen des Kastens zu steckenden Klemmhülsen wird der Konduktor C mit dem isolierten Quadrantenpaar sowie mit den dauernd an dieses zu schaltenden Apparaten verbunden; der an- und abzuschaltende Teil der Versuchsanordnung wird ebenso an das Ende der von N_2 ausgehenden Leitung angeschlossen. Über die Rohrstutzen, die die Öffnungen umgeben, werden bei Gebrauch der letzteren dünne Messingrohre als statischer Schutz der Leitungen, anderenfalls Verschlußkappen gesteckt.

Der Apparat wird von der Firma G. Bartels in Göttingen zum Preise von Mk. 36.— geliefert.

Göttingen, Physikal. Institut, März 1911.

(Eingegangen 20. März 1911.)

BESPRECHUNGEN.

O. Lehmann, Das Kristallisationsmikroskop und die damit gemachten Entdeckungen, insbesondere die der flüssigen Kristalle. VII u. 112 S. mit Abbildungen u. 1 Tafel. Braunschweig, Fr. Vieweg & Sohn. 1910. M. 3.—

Verf. schildert zunächst die im Lauf der Jahre von ihm konstruierten und verbesserten Mikroskope, die er „Kristallisationsmikroskope" nennt und die sich im wesentlichen durch eine Heizvorrichtung von anderen Mikroskopen unterscheiden; der Übergang vom Streichholz zum Öllämpchen, von diesem zum Luftgasbrenner usw., Kühlvorrichtungen, Erzeugung von Glühtemperaturen sowie die Handhabungen und Kunstgriffe werden ausführlich besprochen.

Es genügte mir nicht, sagt Lehmann, „fertige Kristalle zu beobachten, wie Mineralogen und Petrographen zu tun pflegen". Hierzu mag bemerkt werden, daß — abzusehen von Leeuwenhoeks mikroskopisch-kristallographischen Beobachtungen (1722) — schon vor O. Lehmann's erstem Auftreten (1876) immerhin der Kristallbildung und -auflösung schon einige Aufmerksamkeit geschenkt worden ist. So untersuchte Fahrenheit 1724 die Unterkühlung von H_2O, Leblanc seit 1781 Formbeeinflussung durch die Lage des Kristalles im Gefäß sowie durch Lösungsgenossen und die Bedeutung des Übersättigungsgrades, Daniell 1817, Mohs 1824, Leydolt 1851, Fabri 1860, Lavizzari 1865, Exner 1874 die Kristallauflösung, Jordann 1842, Lavalle 1853, Pasteur 1856, Marbach 1856 und vor allem Frankenheim seit den dreißiger Jahren (auch mikroskopisch) die Kristallbildung und -auflösung, A. Knop 1867 in Karlsruhe die Beeinflussung der Formen von KCl und NH_4Cl, G. Rose 1838 die Umwandlung von amorphem $CaCO_3$ in Kalkspat und Aragonit.

Die Entdeckung der Umwandlungstemperatur und der Häufigkeit der Polymorphie verdankt man nach Lehmann dem Kristallisationsmikroskope. Schon lange vorher hatte Frankenheim die „Übergangstemperatur" von KNO_3 ermittelt, Stabilität und Instabilität, Unterkühlung bei polymorpher Umwandlung sowie die Analogie mit dem Schmelz- und Erstarrungsprozeß betont; und Knop hatte darauf hingewiesen, daß wohl jede Substanz unter verschiedenen Bedingungen in verschiedenen Systemen zu kristallisieren vermöge.

Die Ermittelung von Kristallformen zahlreicher bisher kristallographisch unbekannter Substanzen verdankt man nach Lehmann dem Kristallisationsmikroskop: immerhin mag erwogen werden, daß letzteres für Biotit und manche andere Substanz die wahre Symmetrie nicht wohl anzugeben vermag.

Die Entdeckung der „anomalen Mischkristalle" verdankt man nach Lehmann dem Kristallisationsmikroskop. Schon Senarmont hat 1854 das monokline $Sr(NO_3)_2 \cdot 4H_2O$ mittels verschiedener Farbstoffe, zum Teil pleochroitisch, gefärbt: der Pleochroismus aber scheint mir für sog. Homogenität mehr beweisend als die Nichtauflösbarkeit durch ein Mikroskop; was Lehmanns Mikroskop nicht aufzulösen vermag, könnte vielleicht durch das Ultramikroskop aufgelöst werden. Außerdem ist Homogenität gerade dann nur ein relativer Begriff, wenn man (wie Lehmann) mit Atomen operiert; mancher Basalt erscheint dem unbewaffneten Auge homogen, und einem schwachsichtigen Auge könnte sogar Granit mit seiner regelmäßigen Abwechselung homogen sein. Übrigens zeigte ich (N. Jahrb. f. Min. 1903), im Gegensatz zu Lehmann, daß die „anomalen Mischkristalle" vom Typus der Senarmontschen, vom Standpunkt der Phasenlehre betrachtet, heterogen sind.

Die Entdeckung plastischer Kristalle verdankt man nach Lehmann dem Kristallisationsmikroskop. Doch kannte man die unelastische Deformierbarkeit durch Druck an Chlorit, Talk, Gips, Gold, Silber u. a. schon lange; und die Homogenität, die Lehmann auch

hierbei mit seinem Mikroskop glaubt festgestellt zu haben, kann bei verbogenen Kristallen gerade für den Molekulartheoretiker nur eine scheinbare sein. Plastische Deformation unter Erhaltung der Homogenität kann nur bei Translationen erfolgen, die Mügge 1889 am $BaBr_2 \cdot 2H_2O$ entdeckte (der betr. Aufsatz steht im N. Jahrb. f. Min. **1**, 145, 1889, und dürfte Herrn Lehmann interessieren).

Die Klarstellung der Verschiedenheit von Kristall und Glas verdankt man nach Lehmann dem Kristallisationsmikroskop. Jedoch haben schon Réaumur, Faraday und Beudant die Entglasung studiert; die Definition: „ein Kristall ist eine Phase, ein Glas nicht", ist mir unverständlich, und die Definition: „ein Kristall kann wachsen, ein Glas nicht", erscheint mir sehr anfechtbar; wächst beim Schmelzen eines Silikates das Glas der Schmelze nicht? und bei Ausflockung kolloider Lösungen? und die Kugelbildungen von Opal?

Dem Satz, daß Homogenität kein notwendiger Teil des Kristallbegriffes sei, vermag ich keinen Sinn beizulegen: ein Gas wird man natürlich auch dann als Gas bezeichnen können, wenn es durch Staubteilchen verunreinigt ist, einen Kristall auch dann als Kristall, wenn er Lösungseinschlüsse oder Spaltungsrisse enthält oder optisch deformierte Partien, welch letztere Kristalle in verschiedener Orientierung darstellen.

Hinsichtlich Lehmanns strukturtheoretischer Erörterungen vermag ich dem Hauptsatze *nicht* zuzustimmen, daß gleichartige Moleküle stets ein Raumgitter bilden, und unregelmäßige Aggregation nur bei Einlagerung fremder Moleküle möglich ist; Quarzglas scheint mir weder ein Kristall, noch von fremden Molekülen durchsetzt zu sein.

Die Kapitel über die von Lehmann entdeckten „flüssigen Kristalle" und „scheinbar lebenden Kristalle" dürfen als aus vielen Lehmannschen Publikationen durchaus bekannt, hier unerörtert bleiben; sie bieten der Forschung gewiß interessante Probleme dar.

Lehmanns Deutung der „flüssigen Kristalle" als solcher stehe ich schon deswegen nicht ablehnend gegenüber, weil sich dieselben an die exakt untersuchten Kristalle kontinuierlich anreihen, so wie der leichter flüssige Äther an den schwerer flüssigen Alkohol; sobald die Plastizität einen gewissen Betrag überschreitet, d. h. die innere Reibung unter eine gewisse Grenze sinkt, müssen die Oberflächenkräfte wirksamer werden und die Elastizitätsgrenze hinausschieben — der Kristall ist dann „flüssig".

Zum Schlusse werden 32 Demonstrationen, mittels des Kristallisationsmikroskops auszuführen, sowie 82 für dergleichen Versuche geeignete Substanzen aufgezählt.

Das Kapitel über „Urheberrecht" mag der Interessent im Original nachlesen. Johnsen.

E. Orlich, Kapazität und Induktivität, ihre Begriffsbestimmung, Berechnung und Messung (Elektrotechnik in Einzel-Darstellungen von G. Benischke, Heft 14). 8. XII u. 294 S. Braunschweig, Fr. Vieweg & Sohn. 1909. M. 14.—, gebunden M. 15.—

„Kapazität und Induktivität sind die beiden Größen, welche die Erscheinungen im Wechselstromkreise beherrschen." Verf. hat in vorliegendem Buche ein vorzügliches Hilfsmittel geschaffen, um den Leser mit den Begriffen dieser Größen, mit ihren Berechnungen und Messungen vertraut zu machen. Klarheit der Darstellung, Strenge und Exaktheit charakterisieren das Buch. Bei der in den letzten Jahren stark zunehmenden Beschäftigung mit Wechselströmen, besonders mit Hochfrequenz, drahtloser Telegraphie, wird das Erscheinen dieses Werkes von vielen Seiten mit Freuden begrüßt worden sein.

Das Buch ist in 2 Teile gegliedert. Der erste, „theoretische Teil", ist einer möglichst strengen Begriffsbestimmung von Kapazität und Induktivität auf Grund der Maxwellschen Theorie gewidmet. Verf. gibt dazu eine sehr geschickte Einführung in diese Theorie, soweit sie für den vorliegenden Zweck nötig ist. Die Form der Darstellung, die sich in mathematischer Beziehung möglichster Einfachheit befleißigt, ist klar und leicht verständlich. Einige Beispiele von Kapazitäten und Induktivitäten, besonders von Kabeln, werden ausführlich durchgerechnet. Bei der Behandlung zeitlich veränderlicher Zustände ist die symbolische Darstellungsmethode der Wechselströme gewählt, in die der Verf. eine Einführung gibt.

Der zweite, „praktische Teil" des Buches, an Umfang dem ersten gleich, enthält in 2 Kapiteln Beschreibung und Theorie der gebräuchlichsten Hilfs- und Meßapparate und in einem 3. Kapitel die Meßmethoden. Auf möglichste Vollzähligkeit hierbei hat der Verf. bei der großen Zahl der vorhandenen Methoden verzichtet, dafür sind aber diejenigen, die sich als gut brauchbar erwiesen haben, möglichst ausführlich und unter Berücksichtigung aller möglichen Fehlerquellen und mit Hinweisen auf die praktische Handhabung hervorragend durchgearbeitet. Das Buch enthält einen großen Schatz von Erfahrungen, die in der Physikalisch-technischen Reichsanstalt auf diesem Gebiete gesammelt worden sind und hier in sehr dankenswerter Weise der Allgemeinheit zugänglich gemacht werden.

Eine große Verbreitung in Techniker- und Physikerkreisen dürfte diesem Buche wohl sicher sein.

M. Reich.

C. Fleck, Photokeramik. Anleitung zur Übertragung photographischer Aufnahmen auf Porzellan, Email, Glas, Metall. 64 S. mit 12 Abbildungen im Text. Berlin, Gustav Schmidt. 1909. M. 1.20, gebunden M. 1.80

Ein von einem Praktiker sachgemäß verfaßtes Rezeptbuch, das vielen gute Dienste leisten wird.

Werner Mecklenburg (Clausthal i. H.).

Friedrich Poske, Die Zentrifugalkraft. Ein Beitrag zur Revision der Newtonschen Bewegungsgesetze. (Heft 3 des 2. Bandes der Sonderhefte der Zeitschrift für den physikalischen und chemischen Unterricht.) 80 S. mit 36 Abbild. Berlin, J. Springer. 1909. M. 3.—

Die Arbeit behandelt in fünf Kapiteln die freie krummlinige Bewegung, die unfreie krummlinige Bewegung, die Newtonschen Bewegungsgesetze, die Zentrifugalkraft an rotierenden Körpern, das Zentrifugalpendel. In einem Anhang sind einige neuere Apparate zur Messung der Zentrifugalkraft besprochen. Die didaktische und historische Seite des Gegenstands kommt in ausführlichen kritischen Hinweisen auf seine Darstellung in modernen Schulbüchern und auf die Ansichten neuerer und älterer Autoren zur Geltung. Näher auf das Ergebnis der Untersuchungen des Verfassers einzugehen, würde den Rahmen einer kurzen Besprechung überschreiten. Hiemens.

A. Battelli, A. Occhialini u. S. Chella, Die Radioaktivität. Aus dem Italienischen übersetzt von Max Iklé. 8. XII u. 428 S. mit 144 Figuren im Text. Leipzig, J. A. Barth. 1910. Gebunden M. 7.40

Die italienische Ausgabe dieses Werkes ist in dieser Zeitschrift 1909, S. 1039, von Herrn Harms besprochen worden. Bezüglich der vorliegenden deutschen Auflage ist hervorzuheben, daß die Übersetzungsarbeit — wie man dies von Herrn Iklé nicht anders gewöhnt ist — eine ganz ausgezeichnete ist.

Schade aber ist es, daß diese deutsche Ausgabe nicht bessere Abbildungen erhalten hat (man vergleiche Fig. 44 auf S. 89!!). Der Zeichnung, als einer internationalen „wissenschaftlichen Sprache", sollte man sich doch in einem modernen physikalischen Werke in richtiger Weise bedienen. H. Hörig.

Karl Scheel, Grundlagen der praktischen Metronomie. (Sammlung „Wissenschaft". Heft 36.) 8. XII u. 164 S. mit 39 Abbildungen im Text. Braunschweig, Vieweg & Sohn. 1911. Geh. M. 5.20, geb. M. 6.—

Die Metronomie ist ein Gebiet, dem im allgemeinen wohl mehr mit scheuer Hochachtung, als dem Bestreben, es näher kennen zu lernen und davon zu profitieren, entgegengetreten wird. Da ist es erfreulich, daß ein Verfasser, der seinem Stoffe durchweg den Stempel persönlicher Laboratoriumserfahrung aufdrücken konnte, es verstanden hat, trotz des für den Gegenstand recht knapp bemessenen Raumes eine Einführung zu geben, die jedem, der überhaupt Sinn für Präzisionsmessungen hat, willkommen sein dürfte.

Nach einer historischen, die Aufgabe der Metronomie kennzeichnenden Einleitung werden in den beiden ersten Abschnitten die Längenmessungen behandelt. Neben dem in einem besonderen Paragraphen betonten Okularmikrometer sei hier erwähnt ein Kapitel über Komparatoren, von denen ein in der Reichsanstalt befindlicher, von Leman konstruierter, näher beschrieben ist, ferner die Untersuchung von Teilungen nach verschiedenen Methoden (mit umfangreichen Zahlenbeispielen, Methode der kleinsten Quadrate vorausgesetzt) und die hochwichtige, ausführlich gegebene Ermittelung der Fehler von Meßschrauben sowie die Messung von Höhenunterschieden von Quecksilbersäulen, die Auswertung von Thermometern, die Bestimmung der Wärmeausdehnung nach der Interferenzmethode. — Dann wendet sich der Verfasser den Massenmessungen zu. Einem Abriß der Statik der gleicharmigen Wage folgt — leider ohne technische Zeichnung — die interessante Beschreibung einer klassischen Präzisionswage; Wägungsmethoden werden diskutiert, Zahlenbeispiele gegeben und die physikalisch-technischen Gesichtspunkte für die Konstruktion von Massennormalen und Massensätzen besprochen, während der folgende, vierte, Abschnitt der Behandlung des Einflusses der äußeren Verhältnisse auf die Wägung und den Methoden ihrer Berücksichtigung gewidmet ist. Aus dem Kapitel über Raummessungen seien die Abschnitte über die Dichte des Wassers und des Quecksilbers hervorgehoben.

Hochinteressant ist der letzte Teil: ein Referat der von Michelson durchgeführten und später von Benoît, Fabry und Perot so glänzend bestätigten Auswertung des Meters in Lichtwellenlängen, sowie der Arbeiten, welche zur Volumenbestimmung des Kilogramms unternommen wurden.

Hingewiesen sei schließlich noch besonders **auf** die am Schlusse gegebenen sehr beachtenswerten Tabellen zum Gebrauche bei metronomischen Messungen.

In der Bibliothek sollte das Buch seinen Platz neben dem „Kohlrausch" erhalten. H. Hörig.

Loth. Schrutka, Edler von Rechtenstamm, Theorie und Praxis des logarithmischen Rechenschiebers. 8. X u. 96 S. Wien, Franz Deuticke. 1911. Geheftet M. 3.—

Abgesehen von den wenigen, in der Tat noch nicht ganz ausgestorbenen Sonderlingen, die im Rechenschieber die „Eselsbrücke" sehen, dürfte dieses Instrument sich zurzeit unter den Physikern ganz allgemeiner Benutzung erfreuen. Daß der Apparat aber einer viel raffinierteren Ausnutzung fähig ist, als durchschnittlich bekannt, das kann man aus der vorliegenden, der Feder eines Mathematikers entstammenden Arbeit lernen. Abgesehen vom rein theoretischen Interesse (es sei hier z. B. an die Stellenwertbestimmung erinnert) bietet die Schrift für die Rechenpraxis des Physikers eine ganze Reihe von Operationen, die man sich zwar kaum präsent halten, aber doch für den akuten Bedarfsfall, wenn es sich etwa um die Berechnung von Tabellen handelt, mit Vorteil heranziehen wird. So verdient außer einem Paragraphen über die weniger bekannten speziellen Rechenschieberskalen besondere Aufmerksamkeit ein Kapitel über „besondere Arten der Verwendung des Rechenschiebers". Hier werden neben additiven und subtraktiven Operationen, mit denen man sich allerdings nicht ohne weiteres befreunden wird, die Auflösung quadratischer und kubischer Gleichungen sowie die Berechnung von Dreiecken behandelt.

Dem Text sind reichlich erläuternde Rechenbeispiele beigegeben, doch will es dem Referenten scheinen, daß es zweckmäßiger gewesen wäre, diese Aufgaben nicht in physikalisch-technisch eingekleideter Form, sondern als einfache Zahlenbeispiele zu geben. Am Schlusse des Buches findet sich ein Literaturverzeichnis. H. Hörig.

G. Friedel, Leçons de cristallographie. 310 S. mit 383 Figuren im Text. Paris, Hermann & fils. 1911.

Das Buch umfaßt geometrische, physikalische und chemische Kristallographie. „Kristall" wird als anisotrope homogene Masse definiert und die vektoriellen Eigenschaften in diskontinuierliche (dem Hauyschen Gesetz unterworfene) und in kontinuierliche eingeteilt; durch die ersteren unterscheidet sich der Kristall besonders scharf von den amorphen Massen, während z. B. in optischer Hinsicht ein regulärer Kristall von einer Flüssigkeit nicht verschieden ist. Sogleich anfangs bei Entwickelung der 32 Symmetrieklassen werden nach heutigem französischen Brauch in Anlehnung an Hauys Vorstellungen die Raumgitter eingeführt und deren Symmetrie mit derjenigen der zuzuordnenden Symmetrieklassen verglichen. In dem optischen Kapitel werden das Huygenssche Prinzip, die Eigenschaften des Kalzit und der einachsigen Kristalle, dann diejenigen der zweiachsigen Körper, die Interferenzfarben, die elliptische Polarisation, das Polarisationsmikroskop, Interferenzbilder und Drehungsvermögen betrachtet; letzteres wird als auch in der rhombischen Hemimorphie und in der monoklinen Hemiedrie möglich angenommen (in Anlehnung an Gibbs u. a.).

Lehmanns „flüssige Kristalle" werden nicht als solche anerkannt.

Einen Appendix bilden Bemerkungen über die Schoenfliessche Strukturtheorie.

Bemängeln könnte man vielleicht folgendes: die Namen Steno, Hessel und Frankenheim fehlen; ebenso der Begriff der Drehspiegelungsachse. Die Absonderung nach Gleitflächen wird als echte Spaltbarkeit betrachtet, die nur infolge der Gleitung zutage tritt. Bei Knickungen behauptet Friedel rationale „plans directeurs", d. h. Knickungsebenen; bei Disthen z. B. sei die letztere für den intakten Teil (001), für den verschobenen ($\bar{1}02$), oder auch für ersteren ($\bar{3}08$), für den letzteren (108). Dolomit wird als Mischung betrachtet, Chalzedon als besondere Modifikation. Die Kapitel über Härte, thermische Deformation und Wärmeleitung sind vielleicht ein wenig kurz.

Johnsen.

E. Sommerfeldt, Die Kristallgruppen nebst ihren Beziehungen zu den Raumgittern. 79 S. mit 50 Textfiguren und 14 Stereoskopaufnahmen. Dresden, Th. Steinkopff. 1911. M. 3.—

Verf. will in die Lehre der Kristallstruktur nicht nur Chemiker, sondern auch Botaniker und Zoologen einführen, die er zu diesem Zwecke auf den ersten 7 Seiten des Büchleins mit den Haupteigenschaften der Kristallpolyeder bekannt zu machen sucht. Statt mit Hauys Gesetz beginnt Sommerfeldt mit den ohne dieses doch recht unmotiviert erscheinenden verschiedenen Achsenkreuzarten und Achsen-Längeneinheiten. Die kurze Beschreibung der Symmetrie wird trotz ihrer Eindeutigkeit ohne Figuren dem Außenseiter schwer verständlich sein. Sommerfeldts Zuordnung regelmäßiger Körper bezw. Polygone zu den einzelnen Kristallsystemen mag didaktische Vorteile besitzen.

Die Schilderung der 14 Raumgitter wird durch ebenso viele Paare stereoskopischer Abbildungen unterstützt, welche auch die Bravaisschen Grundkörper in entsprechender Orientierung mit enthalten. Der Hauptteil des Buches enthält dann die durch 50 Figuren erläuterte Beschreibung von einfachen, nicht ineinandergestellten Raumgittern, welche dadurch die Symmetrie aller 32 Symmetrieklassen annehmen, daß man in ihre Eckpunkte kleine Massenpolyeder von geeigneter Symmetrie und geeigneter Orientierung — im allgemeinen nicht alle einander parallel — hineinsetzt. Ersetzt man jene Polyeder durch deren Polfiguren und jeden Pol durch ein Massenteilchen, so gelangt man offenbar zu Sohnckes aus ineinandergestellten Gittern bestehenden Punktsystemen. Gegenüber Fedorows und Schoenflies' allgemeinsten Anordnungen kommt Sommerfeldt zwar mit einfacheren Gruppierungen aus, dagegen muß er betreffs der Symmetrie der Massenteilchen speziellere Annahmen machen.

Die Figuren 31 und 36 scheinen mir unrichtig zu sein, da sie Gegenschraubensysteme darstellen sollen, während in der Zeichnung alle Schrauben gleichen Windungssinn besitzen.

Johnsen.

A. Nodon, L'action électrique du soleil. 12. 193 S. mit Abbildungen. Paris, Gauthier-Villars. 1910.

Der Verf. beschreibt zunächst Versuche, die zeigen sollen, daß eine negativ geladene isolierte Platte, die in einem geerdeten Metalltopf mit Öffnung steckt, sich rascher bei Bestrahlung mit Sonnen- oder Mondlicht entlädt als bei geschlossener Öffnung. Verschließen der Öffnung mit geerdetem Drahtnetz hebt den Effekt, der rund 100 Volt positiver Aufladung entspricht, auf, so daß kein Photoeffekt vorliegt. Das Phänomen wird bei verschiedenen, allerdings prinzipiell gleichen Apparaten konstatiert. Im zweiten Teil wird der Effekt einer „Induktion" der durch Aussendung negativer Elektronen positiv geladenen Sonne auf die Erde zugeschrieben und sein Einfluß auf alle möglichen Erscheinungen, wie Erdmagnetismus, Erdbeben usw. erörtert. Es wäre vielleicht nicht überflüssig, das Grundphänomen, bei dem zahlreiche Fehlerquellen mitspielen können, nachzuprüfen.

v. Wartenberg.

Tagesereignisse.

Deutsche Technische Hochschule Brünn. Der Anstalt ist das Recht verliehen worden, ferner den Titel **„K. K. Deutsche Franz Joseph Technische Hochschule"** zu führen.

An der **Universität Budapest** ist ein **zweites physikalisches Institut** unter der Leitung des o. ö. Professors E. Klupathy errichtet worden. Die Lokalitäten des neuen Instituts befinden sich im Souterrain und zweiten Stockwerke des sogen. alten, jetzt für die philosophische Fakultät der Universtät umgestalteten Polytechnikumsgebäudes.

Aus der **Dr.-Elsa-Neumann-Stiftung** ist am 18. Februar 1912 abermals **ein Preis von 1000 M.** durch die philosophische Fakultät der Universität Berlin zu vergeben. Er soll der hervorragendsten Arbeit auf physikalischem oder mathematischem Gebiete zugewendet werden, die innerhalb des Jahres 1911 der philosophischen Fakultät eingereicht worden ist.

Personalien.

(Die Herausgeber bitten die Herren Fachgenossen, der Redaktion von eintretenden Änderungen möglichst bald Mitteilung zu machen.)

Habilitiert: An der Universität Berlin Dr. Robert Pohl für Physik, an der Universität Königsberg Dr. Gerhard Hoffmann für reine und angewandte Physik, an der Universität Berlin Dr. Jacob Franck für Physik, an der Universität Zürich Dr. F. Rusch für theoretische Physik.

Ernannt: Dr. Henry N. Russell zum ord. Professor der Astronomie an der Universität Princeton, Dr. Zickendraht zum Dozenten für Physik und physikalische Chemie an der städtischen Chemieschule zu Mülhausen, Dr. J. F. Rodriguez zum Professor der anorganischen Chemie an der Facultad de farmacia der Universität von Madrid, der Direktor des Osservatorio Geofisico in Livorno Professor Ugo Mondella zum Direktor des Observatorio Regional do Rio Grande do Sul in Porto Alegre (Brasilien).

Berufen: Der ord. Professor der Mathematik an der Universität Erlangen Dr. Erhard Schmidt in gleicher Eigenschaft an die Universität Breslau.

Verliehen: Dem Privatdozenten der Chemie an der Universität Berlin Dr. Iwan Koppel der Titel Professor, dem ord. Professor der höheren Mathematik und darstellenden Geometrie an der Bergakademie Freiberg Dr. E. Papperitz der Titel Geheimer Bergrat, dem Privatgelehrten Physiker Dr. Wilh. Feddersen der Titel Geheimer Hofrat.

Gestorben: Der ord. Professor der Experimentalphysik und Direktor des Physikalischen Instituts der National-Universität La Plata Dr. Emil Bose (vom 1. Oktober 1902 bis 15 April 1909 Redakteur der Physikalischen Zeitschrift).

Gesuche.

Dr. Karl Stöckl, Passau III, ersucht höflichst um gefällige Zusendung von Separatabdrücken von Arbeiten über **innere Reibung.** Auch um Separatabdrücke von **früheren** Arbeiten aus diesem Gebiete wird gebeten.

Für die Redaktion verantwortlich Professor Dr. Friedrich Krüger in Danzig-Langfuhr. — Verlag von S. Hirzel in Leipzig.
Druck von August Pries in Leipzig.

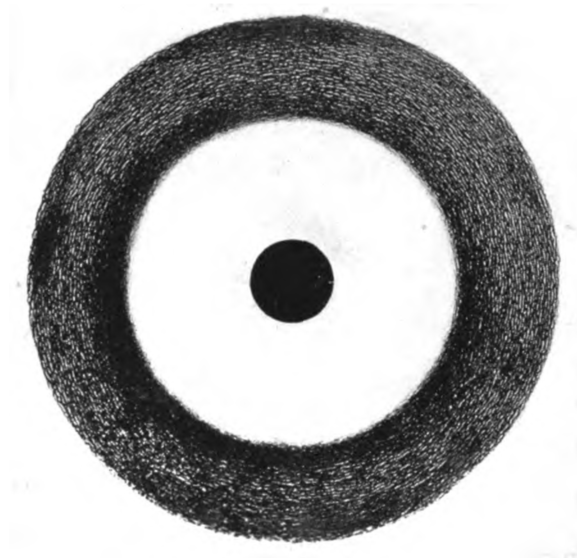


Fig. 1.

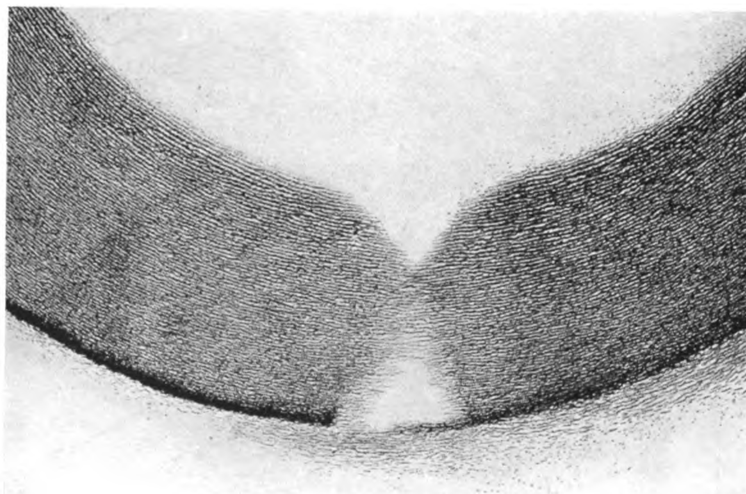


Fig. 2.

Robinson, Elektrische Staubfiguren.

Verlag von S. Hirzel in Leipzig.

Phot. Fr. Rühle, Nordhausen.

Prof. Dr. Emil Bose
Director des physikalischen Instituts der Univ. La Plata.

Verlag von S. Hirzel in Leipzig.

PHYSIKALISCHE ZEITSCHRIFT

No. 12. 15. Juni 1911. Redaktionsschluß für No. 13 am 15. Juni 1911. 12. Jahrgang.

INHALT:

Emil Bose.

Am 25. Mai 1911 brachte der Telegraph die Nachricht, daß Emil Bose im 37. Lebensjahre nach kurzer schwerer Krankheit gestorben sei, bald nachdem das von ihm erdachte und eingerichtete Physikalische Institut der Universität La Plata seiner Bestimmung übergeben worden war. Wir beklagen es als eine besondere Tücke des Schicksals, daß der Tod hier wieder einmal einen wertvollen Menschen gerade in dem Augenblicke vernichtet, wo er die Saat seines arbeits- und entsagungsreichen ersten Menschenalters zu ernten sich anschickte.

Als Bose Anfang 1909 den Ruf an die Universität La Plata erhielt, da ergriff ihn sein begeisterungsfähiger Sinn als eine große Mission der geliebten Wissenschaft: „Ziehet hin in alle Welt und lehret alle Völker!" Und mit einer aufopfernden Hingabe, die nur zu wenig mit den Kräften seines zarten Körpers haushalten mochte, hat er diese Mission in Angriff genommen. In der kurzen Zeit von zwei Jahren schuf er nicht nur seinem speziellen Fache die tragfähigen Grundlagen des Gedeihens, sondern er wurde auch alsbald der Organisationsmittelpunkt der aufstrebenden südamerikanischen Kulturstätte überhaupt. Eine Reihe von glücklichen Berufungen vorwiegend deutscher Gelehrter nach La Plata trägt deutlich den Stempel eines von ihm inspirierten weitausschauenden Geistes. In einem Briefe vom 17. April 1911 schreibt er noch: „Im übrigen dehnt sich das deutsche Element in erfreulichster Weise hier an der Universität aus und wir haben große Pläne". — Er sollte sie nicht mehr verwirklichen helfen.

Von April 1904 bis zu seiner Abreise nach La Plata hat Bose die Redaktion der Physikalischen Zeitschrift geführt. Sie hat die Eigenschaften, deren freier Entfaltung das segensreiche Wirken in der neuen Heimat entwuchs, in reichem Maße an sich selbst erfahren. Als er die Redaktion der Zeitschrift übernahm, hatte ihr Schiff die Riffe und Strudel der ersten schweren Jahre zwar schon hinter sich und sicheres, ruhiges Fahrwasser gewonnen. Aber auch bei der Fahrt auf dem freien Ozean braucht es einen ganzen Mann, ein großes Schiff zu steuern. Bose besaß die Eigenschaften, die ihn dazu befähigten: als Gelehrter war er ausgestattet mit einem breiten, auf das Wesentliche und Wichtige gerichteten Wissen, in eigener Forschungsarbeit wohl bewährt; als Mensch eine gefestigte und doch liebenswürdig bescheidene Persönlichkeit, von sicherem Taktgefühl, geachtet von allen, die ihm näher traten; beides zu einer Einheit verschmolzen in dem Feuer einer heiligen Begeisterung für seinen wissenschaftlichen Beruf, gegen die unsachliche und selbstsüchtige Motive niemals Gewalt gewinnen konnten.

Es wird der Physikalischen Zeitschrift eine treue Pflicht sein, der schlichten und lauteren Persönlichkeit Boses und seinem Wirken demnächst in einem ausführlichen Nachruf ein Denkmal zu setzen. Schon heute aber war es uns Bedürfnis, zugleich mit der äußeren Gestalt des so früh Dahingegangenen den Dank und die Anerkennung zurückzurufen, die die Physikalische Zeitschrift ihm immer bewahren wird.

Porträt auf besonderer Tafel (VI).

H. Th. S.

ORIGINALMITTEILUNGEN.

Wirkung von elektrischen und magnetischen Feldern auf die Selbstaufladung von Polonium und über die Durchdringungsfähigkeit der δ-Strahlen.

Von Fr. Hauser.

I. Man sollte erwarten, daß eine gut isolierte, mit Polonium überzogene Platte infolge der Aussendung der positiv geladenen α-Teilchen selbst eine —-Ladung annimmt. Dieses ist jedoch bekanntlich nicht der Fall, da, wie J. J. Thomson und andere gezeigt haben, außer den +-Strahlen auch —-Teilchen (sogenannte δ-Strahlen) in überwiegender Zahl gleichzeitig ausgesandt werden, weswegen sich die Platte tatsächlich positiv oder ein ihr gegenüber angebrachter Auffänger negativ auflädt[1]).

Zweck der vorliegenden Untersuchung war zunächst, den Potentialunterschied zu bestimmen, der nötig ist, um die δ-Teilchen zu einer mit Polonium bedeckten Platte zurückzubringen und dadurch weitere Aufschlüsse über die Natur dieser Strahlen zu gewinnen. Zu diesem Zwecke wurde die positive Selbstaufladegeschwindigkeit, welche, wie nachgewiesen wurde, ein genaues Maß für die Zahl der ausgesandten δ-Teilchen ist, in ihrer Abhängigkeit von elektrischen Feldern verschiedener Stärke und Richtung gemessen. Im weiteren wurde auch eine Untersuchung der Durchdringungsfähigkeit der δ-Strahlen sowie eine Bestimmung der Zahl der pro α-Teilchen ausgehenden δ-Strahlen durchgeführt. Endlich wurde auch nachgewiesen, daß die bei Anwendung starker Magnetfelder auf der Poloniumplatte sich einstellende —-Selbstaufladung[2]) entgegengesetzt gleich ist der durch die α-Teilchen wegtransportierten +-Ladung.

Die Versuche wurden anläßlich meiner Doktorarbeit[3]) mit den drei dort verwendeten und näher beschriebenen Apparaten durchgeführt. Eine Skizze von dem hier am meisten verwendeten Apparate ist in Fig. 1 zu sehen.

Das an beiden Enden offene Glasgefäß (*g*) war mit feinmaschigem Messingdrahtnetz (*n*), das durch einen eingeschmolzenen Platindraht (*d*) mit der Erde verbunden war, ausgekleidet. Verschlossen wurde es durch aufgekittete Messingdeckel (*m*), in denen Bernsteinstopfen (*s*) einge-

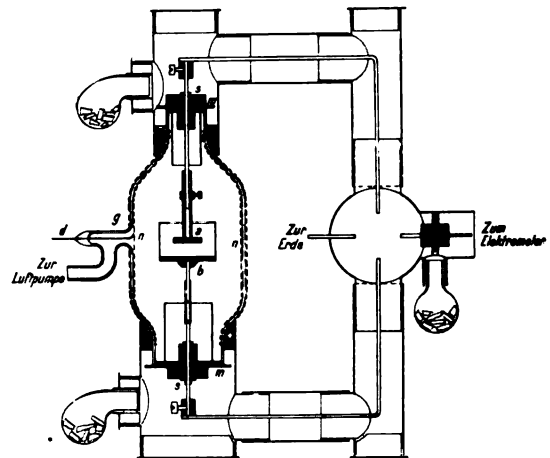


Fig. 1.

kittet waren. Durch diese führten die leitenden Träger zu der polonisierten Platte (*a*, Durchmesser 2 cm) und zu dem sie kästchenförmig umschließenden Auffänger (*b*, Durchmesser 3,9 cm, Höhe 2,5 cm). Sowohl Auffänger als auch Platte konnten an das Elektrometer angeschlossen oder geerdet werden; auch ließen sie sich leicht aus dem Apparat entfernen. Der Abstand zwischen den beiden ließ sich verändern; für gewöhnlich betrug er 1 cm. Alle Metallteile waren aus Messing. Als Kitt wurde bei diesem sowie bei den beiden anderen Apparaten Picein verwendet.

Diese letzteren unterschieden sich von dem eben beschriebenen vor allem dadurch, daß sie keinen besonderen Auffänger hatten.

Der erste von ihnen hatte zylindrische Gestalt: das nur oben offene Glasgefäß (Durchmesser 3,6 cm, Höhe 16 cm) war mit einem Hartgummistopfen verschlossen, durch den die Zuführung zur polonisierten Platte — einer Platinplatte von 3 cm Durchmesser — ging. Als Gegenelektrode diente eine gleichgroße in 6 cm Entfernung befindliche, durch einen in das Glasgefäß eingeschmolzenen Platindraht mit der Erde verbundene Platinplatte sowie ein mit dieser leitend verbundenes, das Glaßgefäß innen auskleidendes Platindrahtnetz.

Der zweite der Apparate war von kugelförmiger Gestalt. In dem Mittelpunkte einer Glaskugel von 26 cm Innendurchmesser befand sich eine silberne mit Polonium bedeckte Platte von 3 cm Durchmesser. Getragen

1) J. J. Thomson, Camb. Phil. Soc. Proc. **13**, 49, 1905; P. Ewers, diese Zeitschr. **7**, 148, 1906; E. Aschkinaß, diese Zeitschr. **8**, 773, 1907.

2) E. Aschkinaß, diese Zeitschr. **8**, 773, 1907.

3) Dissertation zur Erlangung der Würde eines Doktors der technischen Wissenschaften. Technische Hochschule München 1910.

wurde sie durch einen Draht, der durch eine von einem Messingdeckel mit Bernsteinstopfen verschlossene Öffnung (Durchmesser 3,7 cm) auf der einen Seite der Kugel zum Elektrometer führte. Als Gegenelektrode diente ein die Kugel auskleidender Silberbelag, der durch einen bereits vor der Versilberung eingeschmolzenen Platindraht mit der Erde verbunden war.

Bei allen drei Apparaten war man darauf bedacht gewesen, im durchstrahlten Raume nur gleiche Metalle einander gegenüber zu stellen, um Kontaktpotentialdifferenzen zu verhüten. Zuleitungen zum Elektrometer usw. waren stets durch geerdete Messingröhren geschützt.

Das Prinzip und der Gang der Versuche waren bei allen drei Apparaten dieselben: die mit einer kräftigen, auf elektrolytischem Wege aus einer Radiobleilösung gewonnenen Poloniumschicht bedeckte (bei dem zylindrischen Apparat auf beiden Seiten; bei den zwei anderen nur auf der Unterseite) Platte war mit einem Elektrometer (Empfindlichkeit 60,3 mm/Volt; Dämpfungsverhältnis: 2,79) verbunden. Das die polonisierte Platte umgebende, als Gegenelektrode dienende Metallgehäuse lag an Erde. Bei dem Apparate, dessen Skizze hier beiliegt (Fig. 1), konnte auch umgekehrt die polonisierte Platte mit der Erde verbunden und der Auffänger an das Elektrometer angeschlossen werden.

Die ganze Anordnung war in ein Glasgefäß eingebaut zur Ermöglichung des Arbeitens mit geringen Gasdrucken. Die tiefsten Drucke wurden durch Auspumpen mit einer Quecksilberluftpumpe unter Vorschalten von Schwefel- und Kupferstückchen und Kondensation der Gasreste mittels flüssiger Luft auf Kokosnußkohle erreicht. Endlich befand sich der ganze Apparat zwischen den Polen eines Elektromagneten, dessen Feld ermöglichte, die von der Platte ausgesandten δ-Teilchen zurückzubiegen. Die Platte wurde vor jedem Versuche auf einige Volt aufgeladen und dann am Elektrometer der Rückgang der Ladung beobachtet.

Kurve I der beiliegenden Figur (Fig. 2), die bei tiefstem Drucke aufgenommen wurde, zeigt die zeitliche Abklingung bei $+$-Ladung der Poloniumplatte ohne Magnetfeld.

Kurve III ist unter denselben Bedingungen aufgenommen, nur daß in diesem Falle die δ-Strahlen durch ein Magnetfeld (bei dem zylindrischen Apparate $\mathfrak{H} = 900$; bei der Kugel $\mathfrak{H} = 160$; bei dem zumeist verwendeten Apparate [Fig. 1] $\mathfrak{H} = 740$ absol. Einheiten) zurückgebogen wurden.

Die Kurven II und IV entsprechen I und III für negative Ladung der Platte.

Der Ladungsverlust (i) für die zwei Kurven, bei deren Aufnahme kein Magnetfeld wirksam

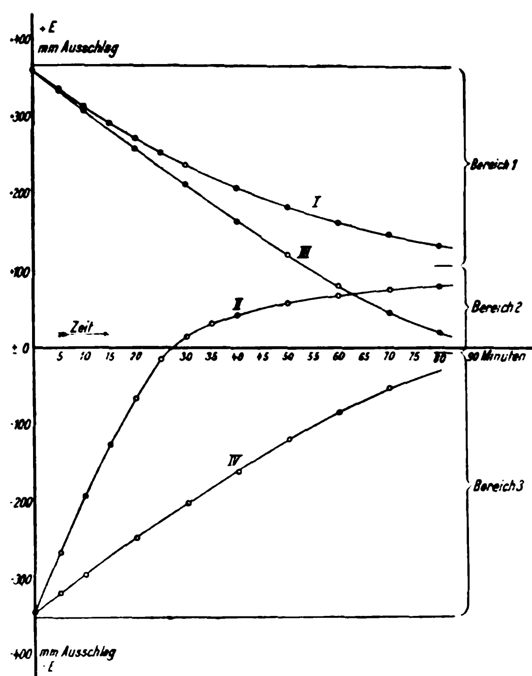


Fig. 2.

war, setzt sich zusammen aus dem in den vorhandenen Gasresten erzeugten Ionisationsstrom I (spätere Versuche [S. 473] werden zeigen, daß er bei Anwendung von flüssiger Luft äußerst gering, mitunter sogar im Vergleich zu den anderen Größen $= 0$ war), den Isolationsverlusten (v), der Wirkung der $+$-Selbstaufladung durch die δ-Strahlung (a) sowie der $-$-Selbstaufladung durch die α-Strahlung (r). Man erhält also für den Ladungsverlust der Platte ohne Magnetfeld für positive Ladung:

$$i_+ = I_+ + v_+ - a + r, \qquad (1)$$

für negative Ladung:

$$i_- = I_- + v_- + a - r. \qquad (2)$$

Wird jetzt das Magnetfeld erregt, so bleiben $I+$, $v+$ sowie r unverändert. Für $I+$ und $v+$ wurde dies durch besondere Versuche noch kontrolliert. Für r geht es aus der folgenden Betrachtung hervor: da von dem Magnetfelde, von dem bereits alle δ-Teilchen zurückgebogen werden, die α-Strahlen noch nicht merklich beeinflußt werden, so überlagert sich die von der Aussendung der α-Teilchen herrührende negative Selbstaufladegeschwindigkeit, deren Verhalten und Größe übrigens auch im Laufe dieser Arbeit untersucht wurde, mit und ohne Magnetfeld stets in gleicher Weise den vier Kurven.

a wird dagegen verschwinden, da die δ-Teilchen jetzt auf die Platte zurückgebogen werden.

Wir erhalten also:

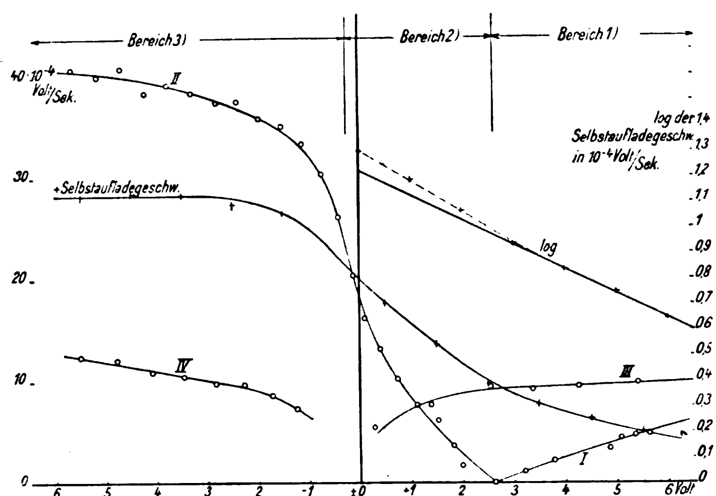


Fig. 3.

$$i_+' = I_+ + v_+ + r, \qquad (3)$$
$$i_-' = I_- + v_- - r. \qquad (4)$$

Man sieht, je nach dem Sinne des Stromes liefern uns (1)—(3) bezw. (2)—(4) den Wert der Selbstaufladegeschwindigkeit a.

Die Kurven I und II nähern sich für die Zeit $t = \infty$ asymptotisch dem Werte, bis zu welchem sich der betreffende Apparat infolge der δ-Strahlung positiv aufladen kann (vergl. auch später S. 470); die Kurven III und IV dagegen dem Werte, welchen die infolge der α-Strahlung zurückbleibende —-Restladung erreichen kann. Beide Werte hängen außer von den Eigenschaften und der Zahl der ausgesandten Teilchen im wesentlichen von der Isolierfähigkeit der Apparate ab: je besser diese ist, um so höhere Beträge wird die Selbstaufladehöhe erreichen.

Durch die beiden Aufladewerte (ohne und mit Magnetfeld) wird das Versuchsgebiet in die drei auf der Figur angedeuteten Bereiche zerlegt, für die man die +-Selbstaufladegeschwindigkeit folgendermaßen gewinnt:

Im Bereich 1: Differenz der Entladegeschwindigkeiten I — III = +-Selbstaufladegeschwindigkeit a durch die δ-Strahlung.

Im Bereich 2: Summe der Entlade- bezw. Aufladegeschwindigkeiten II + III = +-Selbstaufladegeschwindigkeit.

Im Bereich 3: Differenz der Entladegeschwindigkeiten II — IV = +-Selbstaufladegeschwindigkeit.

Bei der Auswertung der Versuche wurde nicht erst der zeitliche Verlauf graphisch aufgetragen, sondern es wurden aus den Versuchswerten gleich für die einzelnen Spannungswerte die entsprechenden sekundlichen Spannungsänderungen oder auch Ladungsänderungen gerechnet und abhängig von der Spannung aufgetragen. Für die Gewinnung der Selbstaufladegeschwindigkeit aus diesen Kurven gilt das oben Gesagte.

II. Die Versuche haben gezeigt, daß die +-Selbstaufladegeschwindigkeit der polonisierten Platte, wie zu erwarten, eine Funktion des Potentials derselben gegenüber der Gegenelektrode ist.

Legt man an die polonisierte Platte negative Spannungen, so steigt die Aufladegeschwindigkeit von dem Wert, den sie bei dem Potentialunterschiede o zwischen Platte und Gegenelektrode hat, rasch um einen kleinen Betrag an, um dann konstant zu bleiben. So erhielt man z. B. bei einem Versuche für die Spannungen (0; —0,4; —0,8; —1,2; —2) Volt als entsprechende Werte der positiven Selbstaufladegeschwindigkeit: (1,61; 1,85; 1,94; 1,94; 1,94)$\cdot 10^{-3}$ Volt pro Sekunde. Das geringfügige Ansteigen ist auf folgendes zurückzuführen:

1. infolge des elektrischen Feldes verlassen auch δ-Teilchen die polonisierte Platte, die sonst infolge ihrer geringen Elevation von Unebenheiten derselben abgefangen wurden;

2. auch Sekundärstrahlen, die ohne elektrisches Feld von den Gefäßwänden und der Gegenelektrode ausgehend auf die polonisierte Platte auftreffen konnten — allerdings bei allen Versuchen, bei denen nicht ein verhältnismäßig kleiner Auffänger die Platte umschloß, aus geometrischen Gründen in nur äußerst geringer Zahl —, werden durch das elektrische Feld größtenteils abgebogen und am Auftreffen verhindert;

3. werden durch das erdmagnetische Feld, dessen Horizontalintensität 0,2 (Gauß) beträgt, nahe der Platte fliegende Teilchen teilweise zu

dieser zurückgebogen, solange kein das Erdfeld kompensierendes elektrisches Feld vorhanden ist.

Dem Erdfelde eine derartige Wirkung zuzusprechen, ist in der Tat berechtigt, denn, wie Fig. 3 zeigt, vermag schon ein schwaches remanentes Feld von 2,2 (Gauß) einen Teil der δ-Strahlen zurückzubiegen. Während nämlich der oben erwähnte Versuch mit dem zylindrischen Apparat ausgeführt worden war, bei dem die Möglichkeit bestand, einen verhältnismäßig kleinen Magneten zu verwenden, den man zur Aufnahme der Kurven I und II vollständig entfernen konnte, diente zur Aufnahme der Fig. 3 der kugelförmige Apparat. Zu den Versuchen mit diesem sowie mit dem hier zumeist verwendeten Apparate mußte ein größerer Magnet verwendet werden, den man nicht jedesmal entfernen konnte, ohne die Glaskonstruktion zu gefährden. Man hatte infolgedessen hier bei der Aufnahme der Kurven I und II stets ein kleines remanentes Magnetfeld. Bei der Kugel betrug dieses 2,2 absolute Einheiten; bei dem anderen Apparate wegen des geringeren Polabstandes etwas mehr, weshalb auch hier für negatives Potential der Poloniumplatte ein noch stärkeres Anwachsen der Selbstaufladegeschwindigkeit stattfand. Bei zweien der Versuche (Fig. 4) war dieses allerdings auch damit bedingt, daß bei o Volt auf die Platte ein Teil der vom Auffänger kommenden Sekundärstrahlen auftraf, der dann allmählich durch das anwachsende negative Feld abgelenkt und zur Umkehr gezwungen wurde.

Legte man an die Poloniumplatte eine positive Spannung, so nahm die Selbstaufladegeschwindigkeit mit zunehmendem +-Potential der

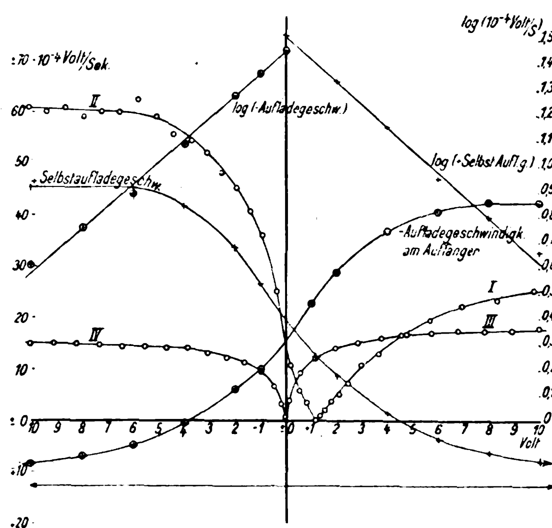


Fig. 4.

Platte ständig ab, und zwar nach einer Kurve, die in der Regel anfangs ziemlich schnell abfiel; von einigen Volt +-Spannung an aber sich gut einer $e^{-\lambda \cdot \text{Volt}}$-Kurve anschloß. Die $e^{-\lambda \cdot \text{Volt}}$-Kurven konnten unter Ausnützung des größtmöglichen Meßbereiches des verwendeten Elektrometers von ihrem Anfang an, der im Mittel bei etwa $+ 2^1/_2$ Volt lag, bis + 10 Volt verfolgt werden; ein Bereich, der für die Ermittlung von λ genügte. Für die hier einschlägigen Kurven wurde auch der Logarithmus graphisch aufgetragen (Fig. 3 und 4). Außer den in diesen Figuren dargestellten Kurven wurden noch zwei weitere aufgenommen, die ähnlichen Verlauf zeigten, wie die in Fig. 3 dargestellte.

In der folgenden Tabelle sind die Resultate dieser zwei Versuche zusammengestellt:

+-Volt	10^{-4} Volt/Sek = +-Selbstaufladegeschw.	log derselben	Differenz der aufeinanderfolgenden log	+-Volt	10^{-4} Volt/Sek. = +-Selbstaufladegeschw.	log derselben	Differenz der aufeinanderfolgenden log
0	14,0	1,146	—	0	15,6	1,193	—
1	9,9	0,996	0,150	1	11,3	1,053	0,140
2	7,4	0,869	0,125	2	9,2	0,964	0,089
3	5,9	0,770	0,099	3	7,7	0,886	0,078
4	4,7	0,673	0,097	4	6,65	0,823	0,063
5	3,8	0,580	0,093	5	5,8	0,763	0,060
6	3,3	0,519	0,061	6	5,1	0,708	0,055
7	2,87	0,458	0,061	7	4,4	0,643	0,065
8	2,5	0,398	0,060	8	3,85	0,585	0,058
9	2,18	0,338	0,060	9	3,35	0,525	0,060
10	1,9	0,279	0,059	10	2,9	0,462	0,063

Man sieht, daß sich der log der Selbstaufladegeschwindigkeit in dem ersten der beiden Versuche von 5 Volt, in dem zweiten von 3 Volt an gut einer geraden Linie anschließt.

Bezeichnet man den Spannungsabfall pro Sekunde mit i, so besteht also die Beziehung:

$$i = i_0 \cdot e^{-\lambda \cdot \text{Volt}}$$

für den Bereich, innerhalb dessen der log geradlinig verläuft.

Also

$$\overset{10}{\log}\, i = \overset{10}{\log}\, i_0 - \lambda \cdot \text{Volt} \cdot \overset{10}{\log}\, e$$

oder

$$\lambda = \frac{\overset{10}{\log} i_0 - \overset{10}{\log} i}{\text{Volt} \cdot \overset{10}{\log} e}.$$

In der folgenden Tabelle sind nun die Werte für λ usw., wie sie sich aus den aufgeführten Versuchen ergeben, zusammengestellt:

Lfd. Nr.	Figur	Spannungs-intervall (Volt)	$\overset{10}{\log} i_0$ (aus Kurve)	$\overset{10}{\log} i$ (aus Kurve)	$\overset{10}{\log} i_0 - \overset{10}{\log} i$	Volt $\times \overset{10}{\log} e$	λ	Halbwertssp. $= \frac{\log i - \log \frac{i}{2}}{\lambda \cdot \log e}$
1	3	3 bis 6 (3)	0,94	0,6	0,34	1,303	0,261	2,66
2	Tabelle S. 469	5 „ 10 (5)	0,580	0,279	0,301	2,171	0,139	4,99
3	Tabelle S. 469	3 „ 10 (7)	0,886	0,462	0,424	3,04	0,139	4,99
4	4	0 „ 10 (10)	1,5	0,62	0,88	4,343	0,203	3,41
5	4	0 „ 10 (10)	1,44	0,57	0,87	4,343	0,201	3,45

Der mittlere Wert für λ ist 0,188; der mittlere Wert für die Halbwertsspannung — d. h. die Spannung, welche die Selbstaufladegeschwindigkeit jeweils auf die Hälfte des ursprünglichen Betrages reduziert — 3,91 Volt. Will man nun den Spannungswert ermitteln, durch den die Selbstaufladegeschwindigkeit auf 1 Proz. ihres ursprünglichen Betrages reduziert, also praktisch aufgehoben wird, so erhält man hierfür mit Hilfe des oben bestimmten Mittelwertes von λ:

$$\text{Volt} = \frac{\overset{10}{\log} 1 - \overset{10}{\log} 0{,}01}{0{,}188 \cdot 0{,}434} = 24{,}5 \text{ Volt.}$$

Durch das schwache remanente Magnetfeld ist dieser Wert sicher nur innerhalb der Grenzen seiner Meßgenauigkeit beeinflußt, was daraus hervorgeht, daß die Werte von λ für die Versuche mit dem größeren remanenten Feld (2 bis 5) sogar geringer waren, wie der für den Versuch mit dem schwächeren remanenten Feld (1). Der Umstand, daß bei rund + 25 Volt die Selbstaufladung verschwindet, besagt aber, daß die δ-Teilchen durch das elektrische Feld vollständig gebremst und auf die aussendende Platte zurückgezogen werden, wenn sie eine Wegstrecke durchlaufen, zwischen deren Enden eine Potentialdifferenz von 25 Volt besteht, derart, daß die Bewegung gegen die Richtung der auf die Teilchen wirkenden Feldkraft erfolgt. Dieses Verhalten einem elektrischen Felde gegenüber entspricht den von Lenard[1]) an langsamen Kathodenstrahlen, die ebenfalls durch ein elektrisches Feld zur Umkehr gezwungen werden, gemachten Beobachtungen.

Der Wert 24,5 Volt stellt dann auch den Höchstbetrag dar, bis zu dem sich ein Poloniumpräparat bei idealer Isolation infolge der δ-Strahlung positiv aufladen kann. Da nun, wie wir später sehen werden, der Wert 24,5 Volt der Gleichung

$$e \cdot E = \frac{1}{2} m v^2;$$

1) Lenard, Ann. d. Phys. **8**, 149, 1902.

also

$$E = \frac{m v^2}{2 e}$$

für $\frac{e}{m}$ und v der δ-Strahlen genügt, so kann man ganz allgemein sagen, daß sich jeder radioaktive Körper bei absoluter Isolation auf das Potential aufladen wird, das den Werten $+\frac{e}{m}$ und v der in der Überzahl von ihm ausgesandten Strahlen entspricht. Es sind auch tatsächlich einerseits sehr hohe Selbstaufladungen infolge von radioaktiver Strahlung[1]) beobachtet worden; andererseits ein bremsender Einfluß des elektrischen Feldes auch auf α-Strahlen[2]); also Strahlen mit größerem $\frac{m v^2}{e}$ wie die δ-Strahlen; wo er sich freilich nur durch eine Verkürzung der Reichweite geltend machen konnte (eben wegen des großen $\frac{mv^2}{e}$ der α-Strahlen; dieses ist für die δ-Strahlen von der Größenordnung 10^9; für die α-Strahlen dagegen von der Größenordnung 10^{14}; also 100000mal so groß).

Zu den in der obigen Tabelle zusammengestellten Versuchen ist noch zu bemerken, daß bei Nr. 1 (Versuch mit der Kugel) und bei Nr. 2 und Nr. 3, wo man aus dem in Fig. 1 dargestellten Apparate den Auffänger herausgenommen hatte, die polonisierte Platte in größerer Entfernung frei der geerdeten Gegenelektrode — bei der Kugel Silberbelag, bei dem anderen Apparat das das Glasgefäß auskleidende Messingdrahtnetz — gegenüberstand, während sie bei Nr. 4 und Nr. 5 von dem kästchenförmigen Auffänger verhältnismäßig eng umschlossen war. Bei Nr. 4 war die Platte an das Elektrometer angeschlossen und der Auffänger geerdet; bei

1) E. Rutherford, Radioaktivität, deutsch von Aschkinaß, S. 126, 1907.

2) M. Reinganum, Sitzungsber. d. Heidelb. Akad. d. Wiss. 8. Abh., 13 S., 1910.

Nr. 5 dagegen war der Auffänger mit dem Elektrometer verbunden, während die polonisierte Platte an Erde lag. Die Versuche 4 und 5 sind in Fig. 4 dargestellt und zwar Versuch Nr. 4 vollständig mit allen aufgenommenen Kurven, während von Nr. 5 nur die aus den aufgenommenen Kurven ermittelte Kurve der Aufladegeschwindigkeit aufgetragen wurde. Die Kurven der Aufladegeschwindigkeit von polonisierter Platte und Auffänger verhalten sich, abgesehen von einem kleinen Unterschiede, der auf die etwas verschiedenen Kapazitäten von Platte und Auffänger (vergl. S. 473) zurückzuführen ist, spiegelbildlich und es folgt daraus, daß, wie nicht anders zu erwarten, der durch die δ-Strahlen wegtransportierten negativen Ladung eine ebenso große positive Selbstaufladung entspricht und daß man deshalb mit vollem Recht die Selbstaufladung als ein Maß für die δ-Strahlung ansehen darf.

Bei den Versuchen ohne Auffänger nähern sich die Kurven $e^{-\lambda \cdot \text{Volt}}$ dem Werte 0 für die Selbstaufladegeschwindigkeit. Bei den Versuchen mit Auffänger dagegen streben die Kurven der —-Aufladung des Auffängers und der +-Selbstaufladung der Poloniumplatte einem Werte zu, der jenseits von 0 liegt; d. h. bei höherem positiven Potential der Platte gegenüber dem Auffänger lädt sich diese negativ auf, während der Auffänger eine ebenso große +-Ladung erhält. Es werden in diesem Falle die von den α-Teilchen am Auffänger erzeugten Sekundärstrahlen durch das intensive elektrische Feld alle auf die Poloniumplatte gezogen. Die Kurven für +-Potential der Platte gegenüber dem Auffänger setzen sich also in diesem Falle aus der Wirkung von δ- und Sekundärstrahlen zusammen. Der Spannungswert, für welchen sie den konstanten Betrag erreichen, muß also mindestens ebenso groß sein, wie der, welcher die δ-Teilchen zur Umkehr zwingt. Da er nicht größer war, so konnten die Resultate dieser beiden Versuche mit denen von Nr. 1 bis Nr. 3 in derselben Tabelle zusammengefaßt werden. Es folgt aus diesem Umstande auch, daß wegen der Beziehung

$$E \cdot e = \frac{1}{2} m v^2$$

die Größe

$$\frac{m}{e} v^2$$

für die Sekundärstrahlen keinesfalls größer ist, wie dieselbe für die δ-Strahlen.

Um näheren Aufschluß über die Natur der bei dem verwendeten Poloniumpräparate auftretenden δ-Strahlen und die Richtigkeit der bisher gezogenen Schlüsse zu erhalten, wurde noch ein Kontrollversuch durchgeführt: die polonisierte Platte wurde bis auf 0,8 mm an den Auffänger herangebracht und dann die Abnahme der Entladegeschwindigkeit am Auffänger mit zunehmendem Magnetfelde für ein konstantes Potential des Auffängers gegenüber der Platte von $V = +9{,}8$ Volt aufgenommen (Fig. 5). Die Kurve setzt sich zusammen aus

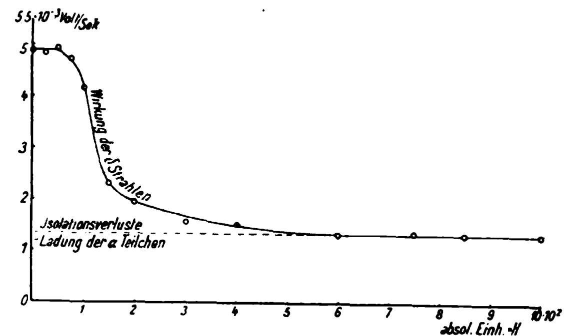


Fig. 5.

einem konstanten Ladungsverlust, der nach früher Gesagtem dargestellt wird durch den Isolationsverlust vermindert um die von den α-Teilchen auf den Auffänger transportierte +-Ladung, sowie durch einen diesem konstanten Betrage sich überlagernden Teil, der von den auftreffenden negativen δ-Teilchen herrührt. Es zeigt sich, daß bis etwa $\mathfrak{H} = 50$ Gauß die Wirkung des Magnetfeldes durch das elektrische Feld kompensiert wird. Bei einem Magnetfelde von 50 Gauß wird also eben für diejenigen δ-Teilchen, welche in tangentialer Richtung die Platte verlassen und die magnetischen Kraftlinien senkrecht so schneiden, daß sie durch das Magnetfeld auf die Platte zurückgebogen würden, die gegen die Platte gerichtete Kraft des Magnetfeldes durch die entgegengesetzt wirkende Kraft des elektrischen Feldes aufgehoben; es ist also:

$$\mathfrak{H} \cdot e \cdot v = \mathfrak{E} \cdot e,$$

d. h.

$$v = \frac{\mathfrak{E}}{\mathfrak{H}}.$$

Nun war aber

$$\mathfrak{E} = \frac{9{,}8}{0{,}08} = 122 \frac{\text{Volt}}{\text{cm}}$$

oder

$$122 \cdot 10^8 \frac{\text{elektrom. Einh.}}{\text{cm}}$$

und

$$\mathfrak{H} = 50 \text{ absol. Einh.},$$

woraus folgt:

$$v = \frac{122}{50} \cdot 10^8 = 2{,}44 \cdot 10^8 \left[\frac{\text{cm}}{\text{sec}}\right].$$

Da weiter

$$\frac{mv^2}{2} = e \cdot E,$$

somit

$$\frac{e}{m} = \frac{v^2}{2E},$$

wo E der Spannungswert, durch den die δ-Teilchen zur Umkehr gezwungen wurden; also

$E = 24{,}5$ Volt oder $24{,}5 \cdot 10^8$ elektrom. Einh., so ist:

$$\frac{e}{m} = \frac{[2{,}44 \cdot 10^8]^2}{2 \cdot 24{,}5 \cdot 10^8} = 1{,}22 \cdot 10^7 \text{ elektrom. Einh.}$$

Eine Kontrolle für diese Werte erhält man, wenn man beachtet, daß die den eben betrachteten δ-Teilchen genau entgegengesetzt fliegenden, um zur Platte zurückgebogen zu werden, Kreise von 0,8 mm Durchmesser (also $r = 0{,}04$ cm) beschreiben müssen. Man erhält für das hierzu nötige Magnetfeld:

$$\mathfrak{H} = \frac{m \cdot v}{e \cdot r}.$$

Hinsichtlich der Geschwindigkeit v ist hier zu berücksichtigen, daß die δ-Teilchen durch das elektrische Feld beschleunigt wurden; daß ihre Ausgangsgeschwindigkeit einem Spannungsunterschiede von 24,5 Volt entsprach, ihre Geschwindigkeit beim Auftreffen auf den Auffänger dagegen einem Spannungsunterschiede von

$$24{,}5 + 9{,}8 = 34{,}3 \text{ Volt.}$$

Als mittlere Geschwindigkeit ergibt sich hieraus:

$$v_m = 2{,}44 \cdot 10^8 \sqrt{\frac{24{,}5 + 34{,}3}{2 \cdot 24{,}5}}$$

$$= 2{,}44 \cdot 10^8 \sqrt{\frac{58{,}8}{49}} = 2{,}69 \cdot 10^8 \left[\frac{\text{cm}}{\text{sec}}\right].$$

Es wird:

$$\mathfrak{H} = \frac{2{,}69 \cdot 10^8}{1{,}22 \cdot 10^7 \cdot 0{,}04} = 550 \text{ Gauß.}$$

In der Tat verschwindet, wie Fig. 5 zeigt, zwischen $\mathfrak{H} = 500$ und $\mathfrak{H} = 600$ die Wirkung der δ-Strahlen. Sowohl der Wert von v, als auch der von $\frac{e}{m}$ weichen im übrigen nur wenig von den Werten ab, die von Ewers[1]) für δ-Strahlen und von Lenard[2]) für langsame Kathodenstrahlen gefunden wurden.

III. Des weiteren sollte untersucht werden, ob die negative Selbstaufladung, die gelegentlich bei Anwendung starker Magnetfelder beobachtet wurde[3]), der von den α-Teilchen transportierten +-Ladung entspreche. Die diesbezüglichen Versuche sind zum Teil in Fig. 6 dar-

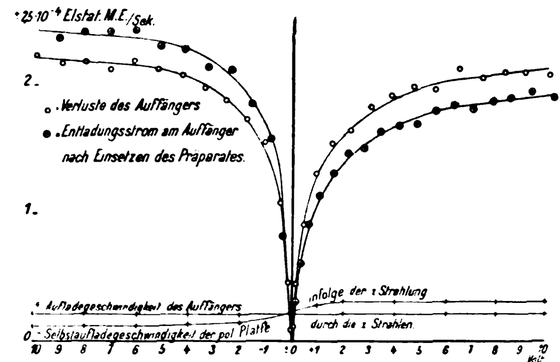


Fig. 6.

gestellt. Es wurden zunächst sowohl für den Auffänger, als auch für die Platte ohne Poloniumpräparat unter sonst gleichen Versuchsbedingungen die Isolationsverluste für +- und —-Ladung abhängig von der Spannung ermittelt. Dann wurde die nicht polonisierte Platte durch eine polonisierte Platte von genau denselben Abmessungen ersetzt, wieder evakuiert und für beide Seiten die +- und —-Entladegeschwindigkeit abhängig von der Spannung bestimmt. Es ist nun ersichtlich, daß man dann die negative Selbstaufladegeschwindigkeit der Platte erhält durch Subtraktion der Entladegeschwindigkeit für negative Ladung von den negativen Isolationsverlusten bezw. durch Subtraktion der positiven Isolationsverluste von der Entladegeschwindigkeit für positive Ladung. Ein entsprechendes Verfahren liefert die positive Aufladegeschwindigkeit des Auffängers durch die α-Strahlen.

Die Schwierigkeit bei diesen Versuchen bestand darin, daß sich meistens bei dem zum Einsetzen des Präparates nötigen Auseinandernehmen des Apparates die Verluste etwas veränderten. Je nach dem Sinne dieser Änderung erhielt man dann bei positiven Spannungen einen kleineren oder größeren Wert für die durch die α-Strahlung bedingten Aufladungen als für negative Spannungen. Der tatsächliche Wert war dann der Mittelwert aus beiden.

Man erhielt so für die durch die α-Teilchen auf den Auffänger transportierte +-Ladung:

$$\frac{3{,}1 + 1{,}2}{2} = 2{,}15 \cdot 10^{-5} \text{ elektrost. M. E./Sek.}$$

Für die auf der Platte zurückbleibende —-Ladung:

$$\frac{2{,}15 + 2{,}15}{2} = 2{,}15 \cdot 10^{-5} \text{ elektrost. M. E./Sek.}$$

[Bei einem einige Zeit vorher angestellten Versuche, wo also das Präparat noch etwas stärker war, hatte man erhalten:

1) P. Ewers, diese Zeitschr. 7, 148—152, 1906.
2) P. Lenard, Ann. d. Phys. 2, 359, 1900; und 8, 149, 1902.
3) E. Aschkinaß, diese Zeitschr. 8, 773, 1907.

$$\frac{0 + 4{,}58}{2} = 2{,}29 \cdot 10^{-5} \text{ bezw.}$$

$$\frac{2{,}33 + 2{,}33}{2} = 2{,}33 \cdot 10^{-5}.]$$

Um diese Werte zu kontrollieren, wurde mit Hilfe der Dimensionen des Apparates und eines bei mittleren Luftdrucken gemessenen Sättigungsstromes die Zahl der α-Teilchen errechnet. Dieser errechneten Zahl entsprach eine Ladung von $2{,}41 \cdot 10^{-5}$ elektrost. M. E./Sek. Dieser Betrag stimmt aber innerhalb seiner Fehlergrenzen mit dem durch die Versuche ermittelten überein.

Der Umstand, daß die Versuche in der oben beschriebenen Weise sich ausführen ließen, ist ein Beweis dafür, daß die Evakuation einen äußerst hohen Grad erreicht hatte, so daß ein Ionisationsstrom so gut wie gar nicht zu bemerken war. Ein solcher hätte die Ladungsverluste nach dem Einsetzen des Präparates so stark vergrößert, daß die ganze Erscheinung vollständig verzerrt worden wäre.

Es geht aus den Versuchen hervor, daß für die von den α-Teilchen wegtransportierte positive Ladung ein genau ebenso großer negativer Rest auf der Poloniumplatte zurückgeblieben ist. Da die Schichtdicke des durch etwa 48 stündige Elektrolyse aus einer Radiobleilösung gewonnenen aktiven Niederschlages jedoch sicher nicht mehr molekular war, so läßt sich auf Grund dieser Resultate nicht entscheiden, ob das α-Teilchen das Atom bereits geladen verläßt oder seine Ladung erst beim Zusammenstoß mit einem anderen Molekül erhält. (Gelegentlich sollen die Versuche in der oben beschriebenen Weise mit einer molekularen Schicht des radioaktiven Präparates ausgeführt werden. Hier konnte das nicht geschehen, da hierzu wegen der dann viel geringeren Zahl der ausgesandten α-Teilchen eine bedeutend empfindlichere Versuchsanordnung nötig gewesen wäre.)

IV. Aus den vorliegenden Untersuchungen läßt sich auch die Zahl der pro α-Teilchen ausgesandten δ-Strahlen und ebenso die Zahl der unter den hier gegebenen Bedingungen an Messing erzeugten Sekundärstrahlen ermitteln.

Zur Bestimmung der ersteren muß man die Höchstwerte, welche die Ordinaten der Kurven in Fig. 4 (Versuch Nr. 4 und Nr. 5) erreichen und welche Volt $\cdot\, 10^{-4}$/Sek. darstellen, mit

$$\left[\frac{1}{300} \cdot \text{Kapazität in cm}\right]$$

multiplizieren und erhält so für die durch die δ-Strahlen transportierte Ladung bei dem Versuche mit der Platte (Nr. 4):

$$45{,}5 \cdot 10^{-4} \cdot \frac{1}{300} \cdot 42$$
$$= 6{,}37 \cdot 10^{-4} \text{ [elektrost. M. E./Sek.]}$$

und bei dem Versuche mit dem Auffänger (Nr. 5):

$$43 \cdot 10^{-4} \cdot \frac{1}{300} \cdot 43{,}5$$
$$= 6{,}24 \cdot 10^{-4} \text{ [elektrost. M. E./Sek.]}.$$

Also im Mittel:

$$6{,}31 \cdot 10^{-4} \text{ [elektrost. M. E./Sek.]}.$$

Für den Ladungstransport durch die α-Strahlen hatte man erhalten:

$$0{,}215 \cdot 10^{-4} \text{ [elektrost. M. E./Sek.]}.$$

Es verhält sich also die von den δ-Teilchen transportierte Ladung zu der von den α-Teilchen mitgeführten wie $63{,}1 : 2{,}15 = 29{,}3$. Da nun ein α-Teilchen als Ladung das doppelte Elementarquantum besitzt, so wurden demnach pro α-Teilchen $2 \cdot 29{,}3 = 58{,}6$; d. h. rund 60 δ-Teilchen fortgeschleudert.

Aus den Versuchen Nr. 4 und Nr. 5 erhält man des weiteren für das Verhältnis der Zahl der δ-Strahlen zu der der Sekundärstrahlen:

$$\frac{4{,}55}{1{,}26} \text{ bezw. } \frac{4{,}3}{1{,}26};$$

im Mittel 3,52, so daß also hier jedes α-Teilchen

$$\frac{58{,}6}{3{,}52} = 16{,}65,$$

also rund 17 Sekundärstrahlen auslöste.

Zwischen den beiden Strahlenarten — den Sekundärstrahlen und den δ-Strahlen — besteht, wie Mc. Lennan[1]) fand, ein wesentlicher Unterschied. Während nämlich die ersteren durch auftreffende α-Teilchen aus den Metallen ausgelöst werden und ihre Zahl je nach dem Metall, das man den α-Teilchen aussetzt, eine andere ist, werden die letzteren in ihrer Zahl nicht durch das Metall, auf dem das Polonium niedergeschlagen ist, beeinflußt und sind infolgedessen rein radioaktiven Ursprunges. Die δ-Teilchen verlassen also zugleich mit oder kurz nach den α-Teilchen das Poloniumatom und der Rest desselben bleibt infolge der Überzahl der ausgesandten negativen δ-Teilchen positiv geladen zurück.

Es berechtigt das zu dem Schlusse, daß jedenfalls auch die bei Emanationen entsendenden radioaktiven Stoffen beobachtete +-Ladung der Emanationsatome (der sog. „Restatome")[2]) auf eine Aussendung von langsamen negativen Elektronen zurückzuführen ist.

V. Da die positive Selbstaufladung in dem Maße verschwindet, in welchem die δ-Teilchen am Verlassen der polonisierten Platte verhindert werden, so gibt uns die Abnahme der Selbstaufladegeschwindigkeit beim Bedecken des Poloniumpräparates mit Aluminiumfolie ein Mittel an die Hand, die Durchdringungsfähigkeit der δ-Strahlen zu untersuchen. Freilich müßte man zur

1) J. C. Mc. Lennan, diese Zeitschr. 10, 776, 1909.
2) Sidney Ruß, Le Radium 7, 93—96, 1910.

genauen Bestimmung derselben wissen, wie viele der von den α-Teilchen in der das Poloniumpräparat bedeckenden Aluminiumschicht erzeugte Sekundärstrahlen zugleich mit den α-Teilchen diese Schicht verlassen, was naturgemäß eine besondere Untersuchung beanspruchen würde. Nun hat zwar Duane[1]) an einem Glimmerplättchen untersucht, wie die Fähigkeit der α-Teilchen, derartige Sekundärstrahlen zu erzeugen, sich abhängig von der Entfernung des Präparates vom Glimmerplättchen verhält. Aus diesen Versuchen kann man schließen, daß bei dem verwendeten Glimmerplättchen pro α-Teilchen 6—8 Sekundärstrahlen auf der Austrittsseite auftraten; daß ferner die pro Längeneinheit ihrer Bahn von den α-Teilchen im Glimmer erzeugte Zahl der Sekundärstrahlen gegen das Ende der Reichweite etwas zunahm. Doch fehlen diesbezügliche Versuche für Aluminium; insonderheit Versuche, welche die Abhängigkeit der Zahl dieser Sekundärstrahlen von der Dicke der von den α-Teilchen durchdrungenen Schicht darstellen würden. Trotzdem gelang es näherungsweise sowohl die Durchdringungsfähigkeit der δ-Strahlen als auch die Maximalzahl der pro α-Teilchen das Aluminium verlassenden Sekundärstrahlen mit Hilfe der Abnahme der Selbstaufladegeschwindigkeit beim Bedecken des Poloniumpräparates mit Aluminiumfolien zu bestimmen. Die Versuche wurden in der Weise durchgeführt, daß die Aluminiumfolien zur Verhütung von Kontaktpotentialdifferenzen durch ein Deckelchen aus Messingdrahtnetz auf die Platte gepreßt wurden. Es wurde nun zunächst die Selbstaufladegeschwindigkeit ohne Aluminiumfolie nur mit diesem Netz allein, dann mit 1, 2, 10, 27 und 50 Aluminiumfolien abhängig von der an die Platte angelegten Spannung ermittelt. Die jeweils erreichten höchsten Werte der Selbstaufladegeschwindigkeit, die, wie aus früher Gesagtem folgt, ein Maß für die Zahl der das Aluminium verlassenden negativen Teilchen (hier δ- + Sekundärstrahlen) sind, wurden abhängig von der Zahl der Aluminiumfolien graphisch aufgetragen (Fig. 7). Die Kurve muß sich — worauf auch ihr Verlauf hindeutet — aus zwei Bestandteilen zusammensetzen, von denen der eine von den δ-Strahlen, der andere von den Sekundärstrahlen herrührt. Der erstere wird sehr schnell abfallen, da er bereits für die erste Aluminiumfolie durch einen Punkt unterhalb des aufgenommenen gehen muß, der ja der Zahl der die Aluminiumfolie verlassenden (δ-Strahlen und Sekundärstrahlen) entspricht. Er wird gemäß der Erfahrung bei derartigen Absorptionsversuchen nahezu exponentiellen Verlauf haben.

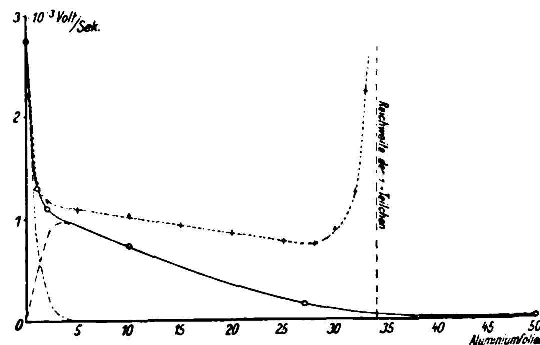


Fig. 7.

Der den Sekundärstrahlen entsprechende Teil wächst dann zunächst mit zunehmender Aluminiumdicke und schließt sich von der Aluminiumdicke an, bei welcher die erste Kurve den Wert Null erreicht, der aufgenommenen Kurve an.

Dieser Verlauf ist zu erwarten. Je dicker nämlich die Aluminiumschicht, um so mehr Sekundärstrahlen werden in ihr durch die α-Strahlen erzeugt, da ja die Sekundärstrahlung ein Volumeneffekt ist. Diese Sekundärstrahlen können aber nur so lange an der Oberfläche des Aluminiums austreten, als nicht die von ihnen hierfür zu durchdringende Aluminiumschicht ihr Durchdringungsvermögen überschreitet. Hierdurch ist dem Ansteigen der Kurve eine bestimmte Grenze gesetzt. Daß die Kurve den erreichten Höchstwert nicht bis zum Ende der Reichweite der α-Teilchen im Aluminium beibehält, sondern sofort wieder abfällt, ist durch die Absorption der erzeugenden α-Teilchen zu erklären. Diese erfolgt hier nicht plötzlich bei einer bestimmten, der Reichweite entsprechenden Schichtdicke[1]), sondern allmählich, da man nicht ein aus der gesamten α-Strahlung abgegrenztes Bündel paralleler Strahlen hatte, sondern eine α-Strahlung, die unter allen Winkeln das Aluminium durchsetzte. Berücksichtigt man diesen Umstand, indem man — unter Zuhilfenahme der Tatsache, daß sich die räumliche Verteilung der von einem Punkte ausgehenden α-Strahlen durch eine pro Flächeneinheit von gleichviel α-Teilchen getroffene Kugelfläche darstellen läßt, deren Radius durch die Reichweite der α-Teilchen in der jeweils durchstrahlten Materie, also hier Aluminium, gegeben ist — berechnet, welcher Bruchteil der α-Teilchen noch durch die jeweils aufgelegte Aluminiumschicht hindurchdringen kann, und mit den reziproken Werten dieser Brüche die entsprechenden aufgenommenen Kurvenwerte multipliziert, so er-

1) W. Duane, C. R. **146**, 1088, 1908.

1) E. Aschkinaß, Ann. d. Phys. **27**, 377, 1908.

hält man die punktierte Kurve. Ihr mittlerer geradliniger Teil fällt im Vergleich zu der aufgenommenen Kurve nur sehr schwach ab; daß er nicht vollständig konstant verläuft, rührt davon her, daß, wie beistehende Skizze erläutert, die durch die Durchdringungsfähigkeit (d) der Sekundärstrahlen mitbestimmte Wegstrecke der α-Teilchen, welche für die Erzeugung der aus dem Aluminium austretenden Sekundärstrahlen in Betracht kommt — sie ist gestrichelt gezeichnet — um so kleiner wird, je mehr sich die Aluminiumdicke der Durchdringungsfähigkeit der α-Strahlen nähert und je steiler folglich die α-Teilchen die in Betracht kommende Schicht durchsetzen.

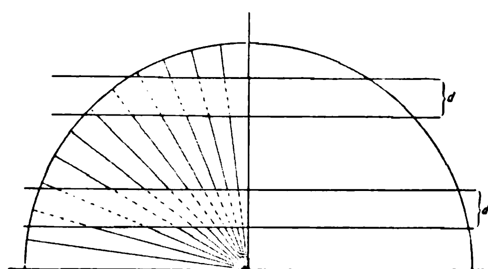


Fig. 8.

Daß die punktierte Kurve in Fig. 7 an ihrem rechten Ende plötzlich ansteigt, ist durch die Art ihrer Berechnung bestimmt sowie durch den Umstand, daß naturgemäß noch Sekundärstrahlen die Aluminiumdecke verlassen, wenn bereits alle α-Teilchen absorbiert sind. Eine weitere Bedeutung kommt diesem ansteigenden Teil natürlich nicht zu. Wohl aber dem stark abfallenden am Anfang der Kurve: wo er in den geradlinigen Teil übergeht, hört der Einfluß der δ-Strahlen auf. Hier müssen also alle δ-Strahlen absorbiert sein. Es ist das bei 3—5 Aluminiumfolien. (Vergl. die strichpunktierte Kurve und das über sie weiter oben Gesagte.) Nun betrug die durch Flächenmessung und Wägung bestimmte Dicke der Aluminiumfolien 0,69 μ, so daß also die Durchdringungsfähigkeit der δ-Teilchen 2 bis 3,5 μ beträgt. Das ist $^1/_{11}$ bis $^1/_7$ von der Durchdringungsfähigkeit der α-Strahlen des Poloniums, die in Luft 3,86 cm[1]) beträgt, was bei einem mittleren Äquivalentwert von 1,65 mm Luft pro 1 μ Aluminium einer Aluminiumschicht von 23,4 μ entspricht.

Die Höchstzahl der pro α-Teilchen das Aluminium verlassenden Sekundärstrahlen bei direkter Bedeckung des Präparates mit dem Aluminium ist durch den höchsten Punkt der gestrichelten Teilkurve gegeben. Sie beträgt demnach rund $^1/_3$ der δ-Strahlung des nicht mit Aluminium bedeckten Präparates, so daß also maximal rund 20 Sekundärstrahlen pro α-Teilchen die Aluminiumschicht verlassen.

1) M. Levin, diese Zeitschr. 7, 519, 1906.

VI. Endlich wurde auch noch die Selbstaufladegeschwindigkeit in ihrer Abhängigkeit vom Luftdruck untersucht. Für ein und denselben Spannungswert — außer bei höheren negativen Spannungen — nahm sie innerhalb des der Beobachtung zugänglichen Bereiches nahezu geradlinig mit wachsendem Luftdruck ab. In den folgenden zwei Tabellen sind die Werte dieser Versuche für —1,5 und + 0 Volt zusammengestellt.

1. Bei —1,5 Volt:

Luftdruck [mm Hg]						
∾ 0	0,00125	0,04	0,085	0,16	0,24	0,4
Selbstaufladegeschwindigkeit $\left[10^{-4}\frac{\text{Volt}}{\text{Sek.}}\right]$						
20	18,9	18,6	17,5	14,5	12,3	7,4

2. Bei ± 0 Volt:

Luftdruck [mm Hg]					
∾ 0	0,00125	0,04	0,085	0,16	0,24
Selbstaufladegeschwindigkeit $\left[10^{-4}\frac{\text{Volt}}{\text{Sek.}}\right]$					
16,7	14,4	11,5	9,0	5,0	2,7

Weiter als bis zu 0,4—0,5 mm Hg ließ sich hier nur selten beobachten, da dann der durch die α-Teilchen erzeugte Ionisationsstrom so groß war, daß er die Selbstaufladeerscheinung immer mehr verdeckte und ein zuverlässiges Messen derselben unmöglich machte. Die Abnahme der Selbstaufladegeschwindigkeit mit zunehmendem Luftdruck zeigt, daß die δ-Strahlen ebenso wie die α-Teilchen beim Durchfliegen der Luft eine Verzögerung erleiden und infolgedessen ein immer größerer Bruchteil derselben durch das remanente Magnetfeld oder auch Erdfeld zurückgebogen wird. Bei höherem negativen Potential der Poloniumplatte wird wieder der Wert der Selbstaufladegeschwindigkeit erreicht, der dem Maximalwert bei kleinsten Drucken gleichkommt; so erhielt man z. B. bei einer Versuchsreihe für —4 Volt, wo die Kurven der Selbstaufladegeschwindigkeit abhängig von der Spannung alle bereits nahezu konstant verliefen, für die Selbstaufladegeschwindigkeit bei Drucken von

$p = 0{,}00125;\ 0{,}04;\ 0{,}16;\ 0{,}51;\ 0{,}85$ [mm Hg]

die Werte: 1,33; 1,35; 1,1; 1,1; 1,1 $\left[10^{-3} \frac{\text{Volt}}{\text{Sek.}}\right]$. Selbst wenn man den letzten Wert nach dem oben Gesagten für unsicher erklären will, so läßt sich nach diesen Ergebnissen doch schließen, daß die Zahl der ausgesandten δ-Strahlen von dem Luftdruck unabhängig ist, was ja nach ihrem unmittelbar radioaktiven Ursprung zu erwarten ist.

VII. Eine kurze Zusammenfassung ergibt:

1. Durch ein negatives Potential der polonisierten Platte wird — vorausgesetzt, daß kein Magnetfeld wirkt — die Selbstaufladegeschwindigkeit nicht geändert. Die Zahl der die Platte verlassenden δ-Teilchen ist also unabhängig von der Spannung.

2. Bei einem positiven Potential werden die δ-Strahlen auf die Platte hin zurückgezogen und nach und nach alle durch das elektrische Feld gebremst und zur Umkehr gezwungen. Nr. 1 und Nr. 2 entsprechen den von Lenard an langsamen lichtelektrischen Kathodenstrahlen durchgeführten Beobachtungen.

3. Ein radioaktiver Körper wird sich bei idealer Isolation bis zu dem + Potential E spontan aufladen, das den Werten $\mp \frac{e}{m}$ und v der in der Überzahl von ihm ausgesandten Strahlen gemäß der Gleichung:

$$e \cdot E = \frac{1}{2} m v^2$$

entspricht.

4. $\frac{m \cdot v^2}{e}$ für Sekundärstrahlen, die durch das Auftreffen der α-Strahlen auf Messing erzeugt werden, ist sicher nicht größer wie für δ-Strahlen.

5. Die +-Selbstaufladung des Poloniums ohne Magnetfeld ist entgegengesetzt gleich groß der durch die δ-Strahlen wegtransportierten —-Ladung. Die —-Selbstaufladung, welche bei starken Magnetfeldern, die alle δ-Teilchen zurückbiegen, eintritt, verhält sich ebenso zu der von den α-Teilchen mitgeführten +-Ladung.

6. Pro α-Teilchen sandte das hier verwendete Poloniumpräparat rund 60 δ-Teilchen aus; die Zahl der an Messing erzeugten Sekundärstrahlen betrug unter den gegebenen Verhältnissen rund 17 pro α-Teilchen.

7. Die Durchdringungsfähigkeit der δ-Strahlen ist $^1/_{11}$ bis $^1/_7$ von der der α-Teilchen.

8. Bei direktem Bedecken des Poloniumpräparates mit Aluminiumfolie traten aus dieser pro α-Teilchen im Maximum rund 20 Sekundärstrahlen aus.

9. Die Zahl der ausgesandten δ-Teilchen ist, wie zu erwarten, unabhängig vom Luftdruck.

Physikalisches Institut der Technischen Hochschule München 1910.

(Eingegangen 25. März 1911.)

Beitrag über die Radiumemanationsgehaltsbestimmung durch Ionisationsströme.

Von W. S. Titow.

1. In der Chemiker-Zeitung Nr. 34 vom Jahre 1910 ist ein von Herrn Merle Randall auf der 41. Hauptversammlung der American Chemical Society in Boston (vom 28. bis 31. Dezember 1909) gehaltener Vortrag kurz referiert. Dieser Forscher wollte die Radiumemanationsmenge, welche zu einem Gramm Uran in Uransalzen aus Pechblende gehört, bestimmen. Zu diesem Ziele löste er genannte Salze in Wasser auf und führte die frei werdende Emanation ein in die Rezipienten mehrerer zur Emanationsmessung durch Ionisationsströme vorgelegten Elektroskope. Dabei zeigte es sich, daß jene Ionisationsströme, welche man als Maß der genannten Emanationsmenge verwerten kann, sehr variierten einerseits mit den verwendeten Meßmethoden und Meßinstrumenten und andererseits mit der in die Rezipienten eingeführten Emanationsmenge. Im ersten Falle (mit den verwendeten Meßinstrumenten und Methoden) variierten die früher genannten Ionisationsströme von $2{,}36 \times 10^{-12}$ Amp. ($708{,}7 \times 10^{-3}$ elektrostat. Einh.) für das Boltwoodsche Elektroskop und bis $4{,}80 \times 10^{-12}$ Amp. ($1441{,}5 \times 10^{-3}$ elektrostat. Einh.) für das Schmidtsche. Hierdurch kommt Herr Randall zu folgendem Schluß: „die Vermutung mehrerer Gelehrten in Europa", daß die in Ampere oder C. G. S.-Einheiten ausgedrückten und mittelst verschiedener Instrumente erhaltenen Ionisationsströme vergleichbar sind, ist nicht zutreffend.

2. Ich habe Gelegenheit gehabt, ebenso wie Herr Randall, vergleichende Messungen auszuführen. Ich benutzte einerseits das Elster-Geitelsche Instrumentarium und die Methode von Mache; andererseits das H. W. Schmidtsche Instrumentarium und seine Methode, — und als Messungsgegenstand diente mir Radiumemanationsmenge in 1 Liter Wasser und Gase von Thermen im Dorf Nowaja Biëlokuricha in Altai (Westsibirien). [Resultate der Radioaktivitätsuntersuchung dieser Thermen sind zusammengestellt in meiner Arbeit „Radioaktive Emanation in Gasen und Wasser von Thermen in Dorf Nowaja Bielokuricha in Altai", Mitteilungen (Iswästija) des Technologischen Instituts zu Tomsk.]

Bezeichne ξ die Größe des Ionisationsstromes, welchen man als Maß des Emanationsgehalts in 1 Liter Wasser oder Gas (bei atmosphärischem Druck) verwerten kann. Nennen wir o-Zeit den Moment der Einführung der Emanation in den Rezipienten des Meßinstrumentes, und bezeichnen den Moment ihres Ausblasens durch τ_0. Momente zwischen o und τ_0 durch t (mit Indizes) und Momente nach τ_0 durch τ (auch mit Indizes). Die zwischen o und τ_0 beobachteten Ionisationsströme bezeichnen wir durch J_t und die nach τ_0 beobachteten durch J_τ'. Zur Messung ξ dient J_0, welches bei der Macheschen Methode durch die Differenz $J_{\tau 0} - J_{\tau 0}'$ bestimmt ist, wobei man $J_{\tau 0}$ und $J_{\tau 0}'$ durch Extrapolation von Kurven, die nach Punkten (J_t, t) resp. (J_τ', τ) konstruiert sind, finden muß. Um nach der Schmidtschen Methode J_0 zu ermitteln, benutzte ich die Tabelle III der Schmidtschen Arbeit: „Über eine einfache Methode zur Messung des Emanationsgehaltes von Flüssigkeiten" (diese Zeitschr. **6**, 561, 1905). Zur Messung der Größen J_t war eine geschlossene Kette von Zerstreuungskörperkamera (Rezipient der Emanation), Gummigebläse, Gefäß mit dem zu untersuchenden Wasser oder Gas, Trockenapparat, gläsernes Rohr mit Watte und aufs neue die Zerstreuungskörperkamera ausgebildet. Bei Verwendung der Schmidtschen Methode waren der Trockenapparat und das Rohr mit Watte, Schmidtschen Angaben entsprechend, fortgelassen. Nachfolgende Tabelle I enthält einige die ξ-Messung betreffende Größen für Gase nach Maches Methode, und Tabelle II solche Größen nach der Schmidtschen Methode mittelst des Schmidtschen Instrumentariums. Die Größen J_0, J_t, J_τ sind in Millivolt-Sekunden und ξ in C. G. S.-Einheiten ausgedrückt. Vcm³ ist das Volumen des in die Kette eingeführten Gases.

Tabelle I.

Datum	t_1	t_n	n	τ_0	τ_1	τ_m	m	J_{τ_0}	J_{τ_0}'	J_0	Vcm³	$\xi \times 10^3$
23. Juni 1908	8ᵐ 23ˢ	12ᵐ 03ˢ	8	12ᵐ 30ˢ	19ᵐ 07ˢ	44ᵐ 38ˢ	14	5593	1135	4460	4832	77,3
24. Juni 1908	9ᵐ 09ˢ	15ᵐ 16ˢ	11	15ᵐ 23ˢ	21ᵐ 49ˢ	43ᵐ 01ˢ	8	5539	1237	4302	4592	77,0

Durch n und m sind hier (wie in der untenfolgenden Tabelle III) die Zahlen der gefundenen Punkte (J_t, t) resp. (J_τ, τ) gekennzeichnet. Die von dem Anfang des Sammelns der Gase bis zu der Einführung der Emanation in den Meßraum verflossene Zeit war allemal ungefähr $1^h\ 20^{min}$.

Tabelle II.

Datum	Vcm³	Wie viele Werte von J_0 sind gefunden?	Mittlerer Wert von J_0	$\xi \times 10^3$	Wieviel Zeit zwischen der Einführung der Emanation und Anfang der Beobachtung der Größen J_t	Wie lang dauerte die Beobachtung der Größen J_t	Wieviel Zeit zwischen der Einführung der Emanation und Beendigung der Beobachtung der Größen J_t	Bemerkungen
25. Juni 1908	1700	11	445,0 ± 1,5	81,8 ± 0,3	2ᵐ 58ˢ	1ᵐ 25ˢ	4ᵐ 23ˢ	Die Größen J_0 verkleinern sich etwas
27. Juni 1908	1700	8	422,4 ± 1,1	77,8 ± 0,2	4ᵐ 56ˢ	1ᵐ 17,5ˢ	6ᵐ 13,5ˢ	Keine merkliche Verkleinerung der Größen J_0
1. Juli 1908	138	11	123,2 ± 1,3	79,1 ± 0,8	0ᵐ 55ˢ	5ᵐ 07,5	6ᵐ 02,5	Die Größen J_0 verklein. sich merklich (von 130 anf. bis 118 zu Ende)

Die nachfolgende Tabelle III enthält einige die ξ-Messung betreffenden Größen für Wasser nach Maches Methode, und Tabelle IV solche Größen nach der Schmidtschen Methode. Durch T ist die Zeit zwischen dem Entnehmen des Wassers aus dem Brunnen und dem Anfang der Zirkulation in der Kette gezeichnet. Wcm³ ist die Menge des in die Kette eingeführten zu untersuchenden Wassers.

Beim Durchsehen dieser vier Tabellen kommen wir zu folgenden Schlüssen:

1. Machesche Methode und Elster-Geitelsches Instrumentarium geben im Falle des Wassers ziemlich konstante Werte von ξ, obgleich die Werte von W und die Dauer der Zirkulation sehr veränderlich waren. Die maximale Abweichung von dem mittleren Werte von

ξ $(17{,}2 \times 10^{-3})$ beträgt in Tabelle III nur 1,7 Proz. dieser Werte.

2. Obgleich die Tabelle I nur zwei Messungen von ξ enthält, muß man vermuten, daß im Falle des Gases die Machesche Methode und das Elster-Geitelsche Instrumentarium ebenso konstante Werte von ξ geben können, wie es beim Wasser der Fall ist.

Tabelle III.

Datum	T	Wie lange dauerte die Zirkulation?	t_1	t_2	n	τ_0	τ_1	τ_m	m	J_{τ_0}	J_{τ_0}'	J_0	W	$\xi \times 10^3$
	min sec	min sec	min sec	min sec		min sec	min sec	min sec						
6. Juli 1908	7 50	10 00	12 20	30 01	10	32 10	45 00	95 58	6	390	67	323	1441	17,2
7. Juli 1908	13 00	30 00	32 15	60 13	14	61 00	74 10	110 15	6	405	114	291	1302	17,3
8. Juli 1908	12 30	58 10	61 03	71 40	8	75 30	83 17	145 29	8	525	175	350	1564	16,9
9. Juli 1908	13 00	59 12	62 49	76 54	6	78 00	98 22	127 26	6	225	58	167	776	17,1
10. Juli 1908	10 40	28 20	34 52	55 58	6	57 22	74 19	139 03	4	158	43	115	545	17,1
11. Juli 1908	10 30	41 48	48 10	74 16	6	77 04	93 30	154 36	4	120	40	80	377	17,3
12. Juli 1908	20 00	27 49	32 20	52 45	6	55 19	75 49	148 28	4	174	48	126	581	17,4
													Im Mittel	17,2

Tabelle IV.

Datum	T	Dauer und Charakter des Schüttelns	W cm³	Wieviel Zeit zwischen der Einführung der Emanation und dem Anfang der Beobachtung der Größen J_t	Wieviel Zeit dauerte die Beobachtung der Größen J_t	Wieviel Zeit zwischen der Einführung der Emanation und Beendigung der Beobachtung der Größen J_t	Wie viele Werte von J_0 sind gefunden?	Mittlerer Wert von J_0	$\xi \times 10^3$	Bemerkungen
	min sec			min sec	min sec	min sec				
23. Juni 1908	— 40	Schwach und nicht mehr als 30 Sek.	860	— 31	7 19	7 50	21	60,8	16,9	Keine merkliche Verkleinerung der Größen J_0
5. Juli 1908	1 45	Stark während 1½ Min.	860	— 46	4 07	4 53	24	89,1	24,4	Verkleinerung der Größen J_0 von 90 bis 85
7. Juli 1908	1 50	Ebenso	777	— 56	3 31	4 27	18	65,0	20,4	Verkleinerung der Größen J_0 von 66,7 bis 63
8. Juli 1908	2 45	Stark während 2 Min.	762	1 37	4 16,5	5 53,5	22	60,3	19,3	Verkleinerung der Größen J_0 von 65,5 bis 60,4, anf. rasch, dann langsam
				7 17	4 33	11 50	14	54,2	17,4	Keine merkliche Verkleinerung der Größen J_0
9. Juli 1908	1 25	Stark während 1 Min.	767	— 54,5	4 07,5	5 02	25	70,4	22,4	Verkleinerung der Größen J_0 von 77,1 bis 66,7, anf. rasch, dann langsam
10. Juli 1908	11 30	Stark während 10 Min.	955	1 09	5 44	6 53	34	59,8	19,8	Verkleinerung der Größen J_0 von 69,4 bis 58,8, anf. rasch, dann langsam
				6 06,5	2 14,5	8 21	8	55,7	18,4	Keine merkliche Verkleinerung der Größen J_0
11. Juli 1908	67 20	Stark während 20 Min.	737	2 32	2 47,5	5 19,5	13	60,7	20,3	Keine merkliche Verkleinerung der Größen J_0
12. Juli 1908	1 37	Stark während 1 Min.	737	— 52,5	4 13,5	5 05,0	22	57,4	18,2	Verkleinerung der Größen J_0 von 63,7 bis 57,4, anf. rasch, dann langsam
				5 23,5	4 29,5	9 52,5	13	51,5	17,2	Keine merkliche Verkleinerung der Größen J_0

3. Schmidt-Duanesche Methode und Schmidtsches Instrumentarium geben allgemein im Falle des Gases größere Werte von ξ, als in entsprechendem Fall die Machesche Methode und das Elster-Geitelsche Instrumentarium geben können, nämlich: im ersten Falle haben wir für ξ $79{,}6 \times 10^{-3}$ und im zweiten $77{,}1 \times 10^{-3}$ erhalten. Der Unterschied beträgt 3,2 Proz. der letzten Werte von ξ.

4. Die Schwankungen der Werte von ξ in Tabelle II sind größer (maximale Abweichung beträgt 2,8 Proz. des mittleren Werts von ξ) als

solche in Tabelle III, und können nicht durch zufällige Beobachtungsfehler erklärt werden. Man kann diese Schwankungen auch nicht in Verbindung mit Variationen der Größe V stellen.

5. Der mittlere Wert von ξ in Tabelle IV ($19,5 \times 10^{-3}$) ist größer als der in Tabelle III ($17,2 \times 10^{-3}$) um 13,4 Proz. des letzten Wertes.

6. Während die maximale Abweichung der ξ-Werte von ihrem mittleren Wert in Tabelle III nur 1,7 Proz. beträgt, beträgt sie in Tabelle IV 25 Proz. Man kann diese Schwankungen der Werte ξ in Tabelle IV nicht durch zufällige Beobachtungsfehler erklären.

7. Obgleich zwischen den mittleren Werten von ξ in den Tabellen I und II einerseits und in den Tabellen III und IV andererseits ein nicht zu kleiner Unterschied besteht, sehen wir, daß je nach den Umständen die Schmidtsche Methode und das Schmidtsche Instrumentarium die nämlichen Werte von ξ geben können, wie die Machesche Methode und das Elster-Geitelsche Instrumentarium: ξ vom 27. Juni in Tabelle II ist sehr nahe gleich dem ξ in Tabelle I; und drei Werte von ξ in Tabelle IV (23. Juni, 8. Juli und 12. Juli) befinden sich auch in Tabelle III.

8. Dieser in Punkt 7 gezeigte Umstand läßt nicht vermuten, daß der Ionisationsstrom ein absolutes Maß der Emanationsmenge nicht sein könnte, und spricht für die von Herrn Randall bestrittene Vermutung „mehrerer Gelehrten in Europa". Man muß irgendwelche andere Ursachen suchen, warum Resultate der Messung der nämlichen Größe ξ mit zwei verschiedenen Meßmethoden und Meßinstrumenten zuweilen verschieden sein können.

3. Damit der Ionisationsstrom ein absolutes Maß der Radiumemanationsmenge sein könne, muß man folgende drei Bedingungen erfüllen:

1. der Ionisationsstrom muß ein Sättigungsstrom sein;
2. die Wände des Zerstreuungsgefäßes müssen keine Strahlen, welche aus radioaktivem Verlauf in Radiumemanation entstammen, absorbieren: die ganze Radiation dieser Art muß durch die Luft im Zerstreuungsgefäß absorbiert werden;
3. die ganze Ionisation im Zerstreuungsgefäß muß nur aus dem radioaktiven Verlauf der Radiumemanation entspringen und keiner anderen Ursache.

Wenn auch nur eine von diesen drei Bedingungen nicht erfüllt gewesen wäre, würde der Ionisationsstrom kein absolutes Maß des Radiumemanationsgehalts sein. Vielleicht aber sind nicht immer diese drei Bedingungen als gleich vollgültige anzusehen. Zum Beispiel, erst H. W. Schmidt hat gezeigt, welche Gefahr beim Vergessen der zweiten Bedingung entsteht und die Aufmerksamkeit der Forscher auf die Duanesche Arbeit (Journal de Physique (4) **4**, 605, 1905) gerichtet.

Auf die Gefahr, welche aus dem Vergessen der dritten Bedingung entspringt, hat, soviel ich weiß, erst Prof. A. P. Sokolow in Moskau (Journal der Russischen Physikalisch-Chemischen Gesellschaft, Physikalische Abteilung, **37**, 100, 1905) hingewiesen. Dieser Forscher führte bei der Untersuchung der Radioaktivität der aus der Narsan-Quelle im Kaukasus entstammenden Gase zufällig das zu untersuchende Gas nicht durch Trockenapparat und Watteschicht ein, wie es gewöhnlich geschah, sondern unvermittelt in den Rezipienten, wo Ionisationsströme beobachtet wurden; jetzt erschienen die Größen J_t unerwartet zu hoch und verkleinerten sich anfangs zu rasch, dann langsam. Zur Aufklärung dieser merkwürdigen Erscheinung vermutete Herr Prof. A. P. Sokolow, daß unter den Ionen im Meßraum solche Ionen sich befinden, welche nicht aus der Radioaktivität der zu untersuchenden Gase entstammen, sondern aus anderer Ursache, nämlich aus dem Freiwerden der in flüssiger Kohlensäure gelösten Gase. Dieses Freiwerden fand beim Aufschließen der Bombe, in welcher flüssige und gasförmige Kohlensäure und andere Gase aus der Narsan-Quelle sich aufbewahrten, statt. Die Arbeiten von Townsend, der gezeigt hat, daß die bei Elektrolyse der Basen und Säuren auftretenden Gase ionisiert sind, und die von Bloch, der gezeigt hat, daß sogenannte Phosphoremanation und neu präparierte Gase auch ionisiert sind, geben den Anlaß zu vermuten, ob auch die aus Flüssigkeiten durch Erniedrigung des Druckes freiwerdenden Gase ionisiert sind. Herr Prof. A. P. Sokolow weist auf jene Fehler hin, welche aus dieser Ionisation bei nicht hinreichend vorsichtigen Bestimmungen der Radioaktivität in der Natur entstehen können, weil diese von Prof. A. P. Sokolow vermutete Ionisation nicht zu schnell verschwindet. Bei Anwendung der Schmidtschen Methode fängt oft die Beobachtung der Größen J_t bald nach dem Schütteln des zu untersuchenden Wassers mit Luft an, und daher kann man vermuten, daß im Zerstreuungskörperraum eine Ionisation stattfindet, welche nicht aus der Radioaktivität, sondern aus anderen Ursachen entstammt. Herr Prof. A. P. Sokolow hat diese Ionisation Parasitionisation genannt.

4. Ich mache in folgendem einen Versuch, den von mir gefundenen Mißklang bei Messung der Größe von ξ durch die Parasitionisationshypothese aufzuklären.

Nehmen wir erstens an, daß wir in allen Fällen unserer Messungen von ξ nach Maches Methode keine Parasitionisation haben. Diese Ionisation konnte hier verschwinden, weil in die Zirkulationskette, wie früher schon bemerkt ist, Trockenapparat und Watteschicht eingeschlossen waren.

Nehmen wir zweitens an, daß unsere Parasitionisation noch aus einer anderen Ursache verschwinden kann: die Zeit zehrt sie auf. Daher müssen Messungsresultate desto weniger von der Parasitionisation abhängen, je später die Beobachtung der Größen J_t angefangen ist und je längere Zeit die Beobachtung durchgeführt war.

Machen wir noch eine Annahme: Parasitionisation erhält sich desto länger, je stärker und länger das Schütteln des zu untersuchenden Wassers mit Luft geschieht und im Falle von schwachem und kurzem Schütteln können wir gar keine Parasitionisation haben.

Durch diese drei Annahmen kann man erklären, warum die Schmidtsche Methode allgemein größere Werte von ξ als die von Mache gibt; warum bei der Schmidtschen Methode große Schwankungen von ξ entstehen und bei welchen Bedingungen die Schmidtsche Methode ebenso große Werte von ξ geben muß wie die Machesche Methode. Beim Durchsehen der Tabellen II und IV kann man sich überzeugen, daß der Inhalt dieser Tabellen sehr nahe allen Folgerungen der Parasitionisationshypothese entspricht.

Moskau, Februar 1911.

(Eingegangen 9. März 1911.)

Die Ursache der Lichtempfindlichkeit des Selens. I.

(Programm des Theresien-Gymnasiums in München.)

Von Chr. Ries.

Das graukristallinische Selen verdankt seine Bedeutung der Lichtempfindlichkeit, jener wunderbaren Eigenschaft, daß es unter dem Einflusse des Lichtes seinen elektrischen Widerstand bedeutend verringert. Zur Erklärung der eigenartigen Vorgänge im belichteten Selen wurden die verschiedensten Theorien aufgestellt. Einige von diesen konnten nicht lange standhalten, da sie den experimentellen Forschungsresultaten widersprachen. Auf sie hier einzugehen, ist wohl überflüssig, zumal da ich dieselben bereits in einem Buche[1]) ausführlicher behandelt habe. Ich beschränke mich daher auf die neueren Theorien von Berndt-Marc, Heschus-Schrott, Weigel, Kruyt und Pfund.

Die von Berndt[1]) aufgestellte und von Marc[2]) weiter ausgebaute chemische Theorie hat rasch viele Anhänger gefunden. Nach Berndt existiert das kristallinische Selen in zwei Modifikationen, welche im dynamischen Gleichgewicht miteinander stehen. Durch Belichtung wird dieses allmählich verschoben, bei Verdunkelung kehrt der ursprüngliche Zustand allmählich wieder zurück. Marc unterscheidet zwei Selenformen, Se_A und Se_B. Erstere entsteht durch Erhitzen des amorphen Selens auf niedrige Temperaturen (von ungefähr 130⁰) und ist praktisch ein Nichtleiter der Elektrizität. Durch längeres Erhitzen des Selens auf etwa 200⁰ bildet sich die Modifikation Se_B, welche die Elektrizität leitet und lichtelektrisch empfindlich ist. Die Form, welche bei 200⁰ erhalten wird, ist jedoch zweifellos nicht einheitlich, sondern eine feste Lösung zweier im verschiebbaren Gleichgewicht sich befindlichen Formen. Im Lichte wird das Gleichgewicht $Se_A \leftrightarrows Se_B$ zugunsten der letzteren verschoben, also in derselben Richtung wie durch kräftige Erhitzung. Diese Theorie, nach der das Licht eine chemische Umwandlung hervorruft, scheint mir für die Dauer nicht standzuhalten. Es wurde nicht bloß nachgewiesen, daß bei Belichtung in der Zelle keine meßbare Wärmeumsetzung stattfindet, wie sie doch jeden dort auftretenden chemischen Prozeß begleiten müßte, ja es wurde sogar bei —185⁰ eine fast ebenso große Lichtempfindlichkeit wie bei Zimmertemperatur festgestellt; eine chemische Reaktion kann aber bei der tiefen Temperatur nur schwer vor sich gehen. Auffallen muß auch die rasche Rückverwandlung von Se_B in Se_A mit der Abdunkelung. Mittels dieser chemischen Theorie hat man in neuester Zeit auch die Abnahme der Leitfähigkeit bei Belichtung zu erklären versucht; ich werde aber im II. Teil dieser Arbeit den Nachweis bringen, daß diese sogenannte negative Lichtempfindlichkeit gar keine lichtelektrische Eigenschaft des Selens ist. Ich bin der Ansicht, daß es sich bei der Wirkung des Lichtes auf das Selen nicht um einen chemischen, sondern um einen rein physikalischen Vorgang handelt. Dies scheint mir insbesondere auch daraus hervorzugehen, daß elektrische Schwingungen nach Agostini[3]) und Berndt[4]) den elektrischen Widerstand der Selenzellen herab-

1) Ries, Die elektrischen Eigenschaften und die Bedeutung des Selens für die Elektrotechnik. Harrwitz, Berlin 1908.

1) Diese Zeitschr. **5**, 121 u. 289, 1904; Mechaniker 1904, S. 97.

2) Marc, Die physikalisch-chemischen Eigenschaften des metallischen Selens. Voß, Hamburg 1907.

3) Nuov. Cim. **8**, 81, 1898.

4) Diese Zeitschr. **5**, 121, 1904.

setzen und nach Chiarini[1]) im Selen eine elektromotorische Kraft erzeugen. Beide Wirkungen sind auch dem Lichte eigen. Die elektrischen Wellen scheinen mir doch wohl nur eine Änderung in dem elektrischen Zustande des Selens, nicht aber eine vorübergehende chemische Umwandlung hervorrufen zu können.

Während nach Marc sowohl bei kräftiger Erhitzung wie bei Belichtung die nämliche Selenmodifikation entsteht, fand Kruyt[2]), daß beim Erhitzen eine Selenform Se_B von größerem, beim Belichten dagegen eine solche Se_A von kleinerem spezifischen Gewichte sich bildet. Es findet also im Lichte eine Verschiebung des Gleichgewichtes in der Richtung $Se_B \rightarrow Se_A$ statt. Kruyt schließt aus seinen Versuchen auf eine Volumenvergrößerung des Selens im Lichte und bringt damit die elektrische Leitfähigkeitszunahme bei Bestrahlung in enge Beziehung. Ich habe das Kruytsche Resultat mittels einer genaueren Versuchsanordnung einer gründlichen Prüfung unterworfen und gefunden, daß eine Volumenvergrößerung des Selens bei Belichtung nicht existiert und daß die von ihm beobachteten Schwankungen einer Fehlerquelle entstammen. Damit ist der Kruytschen Theorie aber die Grundlage entzogen. Die genaueren Angaben über diese Untersuchung enthält Teil I dieser Arbeit.

Nach Weigel[3]) beruht die Lichtempfindlichkeit des Selens auf einer Widerstandsverminderung des absorbierten Wassers unter dem Einflusse des Lichtes. Diese Theorie ist ganz unhaltbar. Abgesehen davon, daß eine Widerstandsverminderung von Wasser bei Bestrahlung überhaupt nicht existiert, sprechen gegen diese Auffassung nicht bloß die Arbeiten der übrigen Forscher, sondern auch zum großen Teil Weigels eigene Versuchsergebnisse. Da man den „schädlichen Einfluß der Feuchtigkeit" erkannt hat, schließt man sogar allgemein die Zellen in evakuierte Röhren ein oder umgibt sie wenigstens mit einer schützenden Schicht. Im Abschnitt IIc werde ich auf die Weigelsche Auffassung zurückkommen.

Meines Erachtens muß man bei der Forschung nach der Ursache der Lichtempfindlichkeit des Selens die Frage in Erwägung ziehen: Worauf beruhen die übrigen lichtelektrischen Erscheinungen, der Hallwachs-Lenard-Hertz- und Becquerel-Effekt? Diese finden bekanntlich ihre Erklärung durch Bewegung elektrischer Ladungen unter dem Einflusse des Lichtes.

1) Rend. R. Acc. dei Linc. **18**, 246, 1909.
2) Zeitschr. f. anorg. Chemie **64**, 305, 1909.
3) Dissertation Göttingen 1905 und N. Jahrb. f. Min., Beil., **25**, 325, 1906.

Läßt sich nun nicht auch die Lichtempfindlichkeit des Selens auf Elektronenbewegung zurückführen? Meiner Meinung nach muß es eine einheitliche physikalische Erklärung aller lichtelektrischen Erscheinungen geben, wenn auch die Vorgänge bei ihnen nicht völlig gleich sind. Die elektronische Auffassung hat allein diesen Vorzug, daß sie alle lichtelektrischen Erscheinungen in einer leicht übersichtlichen Form zusammenfaßt.

Pfund[1]) hat sich bereits für die elektronische Auffassung der Vorgänge im belichteten Selen entschieden. Die Erklärungen von Hesehus[2]) und Schrott[3]) dürften den Übergang zu dieser neueren Anschauung bilden. Letztere haben die Lichtwirkung auf Ionisation zurückgeführt; unter dem Einfluß des Lichtes entstehen nach ihnen freie Ionen, welche die vergrößerte Leitfähigkeit bedingen. Nach dem heutigen Stand der Elektronentheorie und den neuesten Anschauungen über das Wesen der Leitfähigkeit der Metalle muß wohl die Annahme einer ionisierenden Wirkung des Lichtes der elektronischen Auffassung Platz machen.

Die Leitfähigkeit der Metalle beruht darauf, daß beim Durchgang des Stromes eine Bewegung von Elektronen durch den Leiter stattfindet. Die Wirkung des Lichtes auf das Metall ist ein Resonanzphänomen; durch Licht bestimmter Perioden werden entsprechende Elektronen zum Mitschwingen angeregt und in fortschreitende Bewegung versetzt. Nun wissen wir, daß die von den ultravioletten Strahlen aus den Atomen ausgelösten Elektronen eine so große Anfangsgeschwindigkeit besitzen, daß sie aus dem Metall herausgeschleudert werden. (Dagegen kommt den elektrolytischen Ionen nur eine sehr geringe Beweglichkeit zu.) Nehmen wir nun an, daß die leitfähigkeitserhöhenden sichtbaren Strahlen Elektronen von etwas geringerer Geschwindigkeit auslösen wie die ultravioletten bei der lichtelektrischen Entladung, so haben wir die Ursache der Leitfähigkeitsänderungen im belichteten Selen. Die unter dem Einfluß des sichtbaren Lichtes von den Atomen losgetrennten Elektronen können infolge ihrer geringeren Geschwindigkeit den Körper nicht verlassen, sie erhöhen die Zahl der für den Stromtransport verfügbaren Elektronen und somit die Leitfähigkeit. Abschnitt IV der vorliegenden Arbeit enthält eine nähere Begründung dieser Anschauung.

1) Diese Zeitschr. **10**, 340, 1909.
2) Journ. d. Russ. phys.-chem. Ges. **37**, 221, 1905 und diese Zeitschr. **7**, 163, 1906.
3) Ber. d. Wien. Akad. **115** II A, 1031, 1906 und diese Zeitschr. **8**, 42, 1907.

I. Scheinbare Volumenvergrößerung des Selens bei Belichtung.

Kruyt setzte feingepulvertem Selen 0,5 Proz. Silber zu, erhitzte das Präparat im evakuierten Glasrohr drei Tage lang auf 200° und kühlte es langsam ab. Das Selenpulver wurde dann in ein Dilatometer mit flachem Gefäß gebracht, das 4,6 cm lang, 3 cm breit und 0,7 cm tief war. Als Füllflüssigkeit benutzte er Alkohol. An das Dilatometer wurde eine Kapillare von 0,3 mm Lumen, welche mit einer Milchglasskala verbunden war, angeschmolzen nnd 30 Minuten evakuiert, bis sich der Alkohol auf einen bestimmten Punkt der Skala einstellte. Als Lichtquelle diente eine elektrische Kohlenspitzen-Bogenlampe, deren Licht mittels einer Linse konzentriert wurde. Zur Absorption der Wärmestrahlen war zwischen Lichtquelle und Dilatometer, das sich in einem Wasserbad befand, ein Gefäß mit Alaunlösung eingeschaltet. Bei Belichtung zeigte sich eine Steigung des Flüssigkeitsniveaus von 13—15 mm im Kapillarrohr. Versuche mit einem zweiten Dilatometer von denselben Dimensionen, das mit Eisenpulver und Alkohol gefüllt war, ergaben ein Steigen von 6—7 mm, eine Wirkung, die den Wärmestrahlen zukommt. Die Differenz beträgt also etwa 8 mm. Kruyt schreibt nun das Steigen der Flüssigkeit um 8 mm in der Kapillare des Selendilatometers dem Einflusse des Lichtes zu, zumal er im diffusen Tageslicht, das im März von einer weißen Schneeschicht reflektiert wurde, schon beim Aufziehen bezw. Herablassen des Fenstervorhanges eine Änderung des Flüssigkeitsniveaus in der Kapillare um 7—8 mm erhielt, während das Eisendilatometer dem Tageslicht gegenüber unempfindlich gewesen sein soll.

Nun scheint mir dieser Schluß absolut nicht berechtigt. Nachgewiesen ist vielmehr, daß bei dem Vorgang tatsächlich Wärmewirkungen beteiligt sind. Nun ist aber nach Fizeau[1]) der lineare Ausdehnungskoeffizient des kristallinischen Selens 0,0000493, also mehr als viermal so groß wie der des Eisens. Daher wird eine durch Wärmezufuhr hervorgerufene und am Eisendilatometer noch kaum wahrnehmbare Volumenvergrößerung am Selendilatometer recht deutlich merkbar sein. Ferner ist das Absorptionsvermögen für Wärmestrahlen bei dem Selen stärker als bei dem Eisen. Dazu kommt, daß die spezifische Wärme des Selens ($c = 0{,}08$) geringer ist als die des Eisens ($c = 0{,}11$) und da auch das spezifische Gewicht des Selens nur 4,8 gegen 7,8 bei Eisen beträgt, so reicht zu gleicher Temperaturerhöhung ein und derselben Raumteile bei dem Selen eine weit geringere Wärmezufuhr hin als bei dem Eisen. Auf Grund dieser Eigenschaften des Selens schien es mir ganz natürlich, daß das Selendilatometer ein größeres Steigen aufwies als das Eisendilatometer. Ich entschloß mich daher, die von Kruyt beobachtete Erscheinung auf einem anderen Wege, der mehr Aussicht auf Erfolg bot, gründlich zu studieren.

Ehe ich auf diese Versuche eingehe, will ich einige Erfahrungen, die ich bei meinen Vorversuchen gemacht habe, anführen. Es wurde eine Thermometerkugel mit einer feinen kristallinischen Selenschicht überzogen und neben einem anderen Thermometer in die Nähe einer Wärmequelle gebracht. Das Thermometer mit Selenüberzug stieg weit höher als das andere, und zwar war die Wirkung noch stärker als bei einer Kugel mit Rußüberzug. Ferner wurden zwei ganz gleiche Dilatometer von der Form, wie sie Kruyt benutzte, mit gepulvertem Selen bezw. Eisenpulver gefüllt und Alkohol aufgegossen. Da die Pulverung von Selen und Eisen nie ganz gleich war, waren ungleiche Alkoholmengen nötig zur Füllung der Dilatometer bis zu gleicher Höhe der Kapillare. Es schien mir daher nicht ausgeschlossen, daß dieser Unterschied einen Einfluß auf die Erscheinung haben könnte.

Da ein Steigen des Niveaus in der Kapillare bei der Kruytschen Versuchsanordnung sowohl durch Ausdehnung des Selens wie des Alkohols hervorgerufen sein kann, wurde eine Methode ersonnen, bei der die Strahlung auf den Alkohol und das Selen in entgegengesetztem Sinne wirkt. Dies ist die hydrostatische Methode. Man bringt eine Selenscheibe in Alkohol und bestimmt mittels der hydrostatischen Wage, welchen Auftrieb die Selenscheibe infolge Ausdehnung des Selens durch die Lichtstrahlen erleidet. Verursacht die Strahlung eine Ausdehnung des Selens, so vergrößert sich der Auftrieb, es findet also eine Gewichtsabnahme statt. Wirkt die Strahlung aber auf den Alkohol, so muß infolge der Abnahme des spezifischen Gewichtes des Alkohols eine Auftriebsverminderung eintreten. Dasselbe gilt bei einer Einwirkung der Strahlung auf das Glasgefäß. Läßt sich also bei dieser Versuchsmethode tatsächlich eine Gewichtsabnahme der Selenschicht mit dem Auffallen des Lichtes nachweisen, so hat sie ihre Ursache unbedingt in der Einwirkung der Strahlung auf das Selen selbst; ob die Ursache eine Wärme- oder Lichtwirkung ist, muß der zeitliche Verlauf der Veränderungen ergeben. Die Wirkung auf den Alkohol und das Glasgefäß muß nach Möglichkeit ausgeschaltet werden.

Nun dringt nach Marc das Licht nur bis zu einer Tiefe von $5 \cdot 10^{-5}$ mm in die Selen-

1) Pogg. Ann. **138**, 26, 1869.

schicht ein, die tiefer liegende Masse bleibt von der Lichtwirkung unberührt. Es handelt sich also nur um eine Wirkung des Lichtes auf die oberste Schicht. Es empfiehlt sich demnach, eine Selenscheibe von möglichst großer Oberfläche zu konstruieren. Kruyt belichtete sein Dilatometer nur auf einer Seite; die dem Lichte direkt ausgesetzte Oberfläche betrug $(4{,}6 \cdot 3)$ qcm $= 13{,}8$ qcm. Da die seitlichen Flächen nur sehr klein waren, auch nur von seitlichem Licht getroffen werden konnten, so darf man die belichtete Oberfläche sicher nicht größer als 20 qcm annehmen. Nun betrug bei dem Kruytschen Versuch die Volumenzunahme im Tageslichte, wenn der Kapillarendurchmesser 0,3 mm und die Steigung der Säule 8 mm war, ungefähr 0,565 cmm. Ein Selenpräparat mit kaum 20 qcm Oberfläche müßte demnach im Tageslicht eine Gewichtsabnahme von $(0{,}565 \cdot 0{,}793)$ mg $= 0{,}448$ mg in Alkohol erleiden.

Ich stellte mir eine Selenscheibe von $(18 \cdot 18)$ qcm $= 324$ qcm her. Da dieselbe beiderseits belichtet wurde, so beträgt die bestrahlte Oberfläche 648 qcm, war also sicher 32 mal so groß wie bei dem Kruytschen Versuch. Es müßte daher bei gleicher Lichtintensität eine Gewichtsabnahme von 13,336 mg eintreten. Das Gewicht der Selenscheibe betrug 121,440 g, der Auftrieb in Alkohol im Dunkeln 20,0628 g, das Volumen also 25,3 ccm, somit das spezifische Gewicht 4,80. Die Dicke der Platte war durchschnittlich 0,78 mm.

Die Herstellung der Selenscheibe machte große Schwierigkeiten und gelang erst nach mehreren Versuchen. Ich erhitzte zwei große Glasplatten über 200^0 und brachte auf die eine Platte eine größere Menge Selen, das bald schmolz. Dann legte ich auf jede Ecke der Platte je ein Glasplättchen von etwa 0,8 mm Dicke und drückte die zweite Glasplatte auf die Masse. So wurde die zwischen den zwei Platten befindliche Selenmasse an allen Stellen ziemlich gleich stark. Nach der Abkühlung haften die Glasplatten fest an der schwarzen glasigen Selenscheibe. Dann wurde das Präparat 30 Stunden lang auf 200^0 erhitzt und langsam abgekühlt. Auf langsame Kühlung ist besonders zu achten, da sonst die Selenscheiben Risse erhalten. Während der Kristallisation hatte sich das Selen bereits von den Glasplatten gelöst, so daß es nach der Abkühlung sofort gebrauchsfähig war.

Obwohl die Reinheit des Selens der Firma Merck in Darmstadt, das ich zu den Versuchen verwendete, bekannt ist, wurde dasselbe nach den Vorschriften von Marc gereinigt und getrocknet. Zur Wägung verwendete ich eine ausgezeichnete Wage der Firma Wagner & Munz in München, die zu einer hydrostatischen Wage umgebaut wurde und eine Empfindlichkeit von 0,4 mg aufwies.

Die Aufhängung der Selenscheibe geschah mittels eines sehr feinen Drahtes. Der Glastrog, welcher die Selenplatte und die Füllflüssigkeit aufnehmen sollte, hatte die Dimensionen 20 cm · 20 cm · 5 cm. Derselbe wurde mit Absicht nicht zu schmal gewählt, damit er eine große Menge Alkohol aufnehmen und eine Temperatursteigerung der Flüssigkeit beim Auffallen der Strahlung nicht so leicht eintreten konnte. Als Lichtquelle benutzte ich zu beiden Seiten der Scheibe je eine kräftige Gasglühlichtlampe nebst Spiegel, bei späteren Versuchen Tageslicht. Zwischen Lichtquelle und Glastrog befand sich zur Absorption der Wärmestrahlen eine Alaunlösung. Durch Heben oder Senken eines Mantels konnte die Wage nebst dem Selenpräparat den Lichtstrahlen ausgesetzt oder entzogen werden.

Die Wagschale wurde so belastet, daß der Zeiger der Wage auf Null einspielte. Nun wurde so lange gewartet bezw. reguliert, bis die Zeigerstellung längere Zeit hindurch völlig konstant blieb. Wurde nun belichtet, so trat im ersten Moment keine Änderung der Zeigerstellung ein, nach fünf Sekunden kaum eine Spur und dann erfolgte ein fast gleichmäßiges Anwachsen des Ausschlages innerhalb einer Minute. Nach der Abdunkelung bewegte sich der Zeiger in ungefähr derselben Weise ziemlich gleichmäßig gegen die Nullage zurück. Die Selenscheibe hatte tatsächlich eine Gewichtsabnahme bei Bestrahlung erfahren. Eine geringe Erwärmung des Alkohols trat nur ein, wenn die Belichtung mit Gasglühlicht länger als $^3/_4$ bis 1 Minute ausgedehnt wurde, was daraus zu ersehen war, daß der Zeiger, nachdem eine Minute lang abgedunkelt worden war, nicht auf den Nullpunkt zurückging, sondern über den Nullpunkt hinaus nach der Gegenseite ausschlug. Daher beschränkte ich mich auf nur kurze Belichtungen. Ich betone hier ausdrücklich, daß sich meine Versuchsresultate nur auf kurz dauernde Belichtungen beziehen, nach denen der Zeiger der Wage wieder konstant auf Null stehen blieb. Es kann also nicht der Einwand gebracht werden, daß bei meinen Versuchen die Lichtwirkung durch eine entgegengesetzte Wärmewirkung gehemmt wurde. Übrigens müßte sich auch die Lichtwirkung auf das Selen viel rascher äußern als die Wärmewirkung auf den Alkohol. Eine Temperaturerhöhung des Alkohols konnte auch mit einem feinteiligen Thermometer nicht konstatiert werden.

Meine Beobachtungen ergaben mit Sicherheit, daß die Gewichtsabnahme bei Bestrahlung

nicht den Lichtstrahlen, sondern lediglich der Wärmestrahlung zuzuschreiben ist. Ließe sich die durch das Licht hervorgerufene Leitfähigkeitsänderung im Selen durch eine Volumenvergrößerung erklären, wie es Kruyt tut, so müßte die Volumenzunahme den gleichen Verlauf nehmen wie die Leitfähigkeitssteigerung. Nun findet aber beim Auffallen der Lichtstrahlen eine momentane starke Leitfähigkeitssteigerung und im weiteren Verlauf der Belichtung nur noch eine schwache Zunahme der Leitfähigkeit statt. Die Volumenvergrößerung, gemessen mittels der hydrostatischen Wage, gab ein ganz anderes Bild. Von einem momentanen Anwachsen ist überhaupt gar keine Rede und die allmähliche Volumenzunahme weist auf Wärmewirkung hin. Daß meine Wage empfindlich genug war, ergibt sich daraus, daß sie bei Auflage von nur 2 mg momentan stark reagierte.

Die kräftigste Stütze für meine Behauptung bieten meine Beobachtungen im Tageslicht. Ich arbeitete unter ähnlichen Verhältnissen wie Kruyt. Es war ein klarer Tag Mitte November. Die niedrigen Dächer der rückwärtigen Gebäude waren mit glänzendem Schnee bedeckt. Die Temperatur in meinem Beobachtungszimmer betrug konstant 10,2° C. Auf die Rückseite der Selenscheibe wurde das Licht mittels mehrerer entsprechend angeordneter Spiegel so gelenkt, daß sie hell beleuchtet war. Als ich den Mantel von dem Präparat abnahm, zeigte sich momentan keine Änderung, nach fünf Sekunden eine Spur und dann trat eine bis zur Belichtungsdauer von $1^1/_2$ Minuten fast gleichmäßige Gewichtsabnahme ein; bei Abdunkelung erfolgte die Rückkehr in die Gleichgewichtslage die erste Minute fast geradlinig, dann etwas langsamer. Der Versuch wurde mehrmals wiederholt. Die Gewichtsabnahme im Tageslicht betrug 4,0 mg, was einer Volumenzunahme von ca. 5,1 cmm entspricht. Dies ist nicht ein Drittel des auf Grund der Kruytschen Mitteilungen berechneten Effektes. Ob diese Differenz in der Größe des Effektes lediglich durch einen Unterschied der Belichtungsintensität erklärt werden kann, erscheint mir zweifelhaft, zumal die Belichtungsdauer bei meinen Versuchen länger war als bei Kruyt. Übrigens kommt es hier weniger auf die Größe des Effektes, als vielmehr auf den zeitlichen Verlauf der Änderungen an.

Um den Unterschied zwischen Leitfähigkeits- und Volumensteigerung bei Bestrahlung an ein und demselben Präparat studieren zu können, habe ich folgenden ziemlich mühevollen Versuch ausgeführt. Es wurde eine Selenplatte von derselben Art wie die beschriebene hergestellt, nur wurden an vier Stellen je zwei feine Kupferdrähte parallel zueinander eingelegt. Je zwei zusammengehörige Drähte hatten einen Abstand von etwa 1 mm und stellten mit der dazwischenliegenden Selenschicht je eine Selenzelle dar. Dieses Präparat wurde sechsmal hintereinander je $1^1/_2$ Minuten in Zwischenräumen von $^1/_2$ Stunde in der Zeit von 11—2 Uhr dem Tageslicht ausgesetzt. Beim ersten Versuch wurde die zeitliche Gewichtsabnahme der Scheibe bei $1^1/_2$ Minuten langer Bestrahlung und die darauf folgende Rückkehr zum Dunkelwert festgestellt. Für die Versuche 2—5 wurde die Scheibe in genau derselben Lage in dem benutzten Ölbad belassen, aber festgeklemmt, und jede Selenzelle einzeln an eine Stromquelle und ein hochempfindliches Galvanometer angeschlossen. Die vier Zellen zeigten ein ganz ähnliches Verhalten. Der zeitliche Verlauf der Leitfähigkeitsänderung während der Bestrahlung und kurz nach derselben ist in Kurve I Fig. 1 dargestellt. Der sechste Versuch war eine Wiederholung des ersten und bestätigte die Richtigkeit des dort gefundenen Resultats. Kurve II gibt den zeitlichen Verlauf der Volumenänderung infolge der Bestrahlung an.

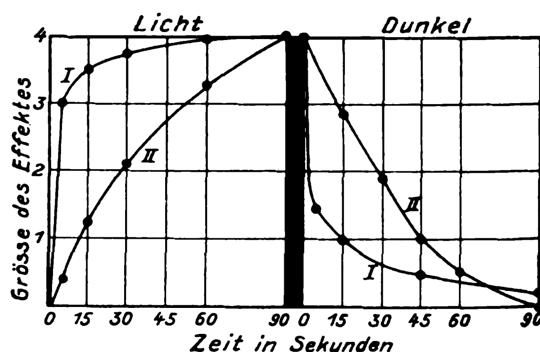


Fig. 1.

Die beiden Kurven, welche sich auf ein und dieselbe Zelle beziehen, haben gar keine Ähnlichkeit; man sieht, daß die Leitfähigkeits- und Volumenänderungen bei Bestrahlung nicht parallel gehen; es existiert demnach auch nicht der von Kruyt angenommene Zusammenhang zwischen beiden Erscheinungen. Die Volumensteigerung erklärt sich vielmehr lediglich durch Wärmeabsorption, wie sich aus dem zeitlichen Verlauf der Erscheinung zweifellos ergibt. Übrigens habe ich auch bei Ersatz der Selenscheibe durch eine Aluminiumscheibe einen Effekt im gleichen Sinne im Tageslicht beobachten können, was sicherlich nur durch Wärmeabsorption erklärt werden kann. Bei diesem Versuch ging die Zunahme bei Belichtung und die Abnahme bei Abdunkelung in genau derselben Weise vor sich wie bei der Selenzelle, nur war der Effekt ent-

sprechend geringer. Unter dem Einflusse des Lichtes allein entsteht also sicherlich keine Selenform von geringerem spezifischen Gewicht, das Licht befördert nicht die Bildung von Se_A, wie Kruyt annimmt, und damit fällt die ganze von Kruyt aufgestellte Theorie.

II. Scheinbare negative Lichtempfindlichkeit des Selens.

Um das Wesen der Lichtempfindlichkeit des Selens zu erkennen, ist es nötig, das Verhalten von Selenzellen der verschiedensten Konstruktionen bei Bestrahlung gründlich zu studieren und genau zu unterscheiden, welche Vorgänge im Selen durch das Licht und welche durch andere Einflüsse hervorgerufen werden. Fig. 2 enthält vier Kurven, welche das Verhalten der vier verschiedenen Arten von Selenzellen veranschaulicht. Kurve I wurde mittels einer

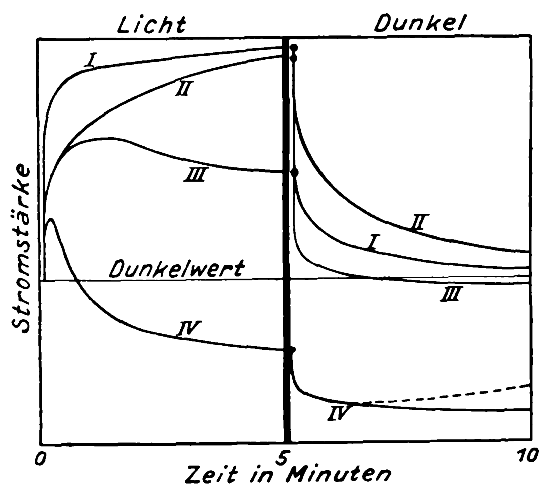


Fig. 2.

weichen, Kurve II mittels einer harten Zelle gewonnen. Die weichen Zellen erhält man im allgemeinen durch längeres Erhitzen des Präparates auf 200⁰ und langsame Abkühlung, die harten Zellen durch Erhitzen auf tiefere Temperaturen, 150—170⁰, und rasche Kühlung. Die Zellen der ersten Art haben die Eigenschaft, daß ihre Leitfähigkeit mit dem Auffallen der Lichtstrahlen ein momentanes rasches Ansteigen und dann im Verlaufe der Belichtung nur mehr eine geringe Zunahme erfährt. Diese allmähliche Zunahme, welche nach dem momentanen Effekt noch eintritt, heiße ich Trägheit bei Bestrahlung. (Wir werden später sehen, daß es auch eine Dunkelträgheit gibt.) Mit der Abdunkelung erfolgt die Rückkehr gegen den Dunkelwert erst rasch, dann langsamer. Die Zeit, welche von der Abdunkelung bis zur Rückkehr auf den ursprünglichen Dunkelwert verstreicht, ist stets größer als die vorhergehende Belichtungsdauer. Dieses Verhalten der Selenzelle heiße ich Trägheit nach Bestrahlung. Die harten Zellen zeigen, wie man beim Vergleich der Kurven I und II leicht erkennt, eine weit größere Trägheit als die weichen. Es hat sich ergeben, daß die Trägheit bei und nach Bestrahlung in gleicher Weise von der Art der Zellen, sowie der Dauer und Intensität der Belichtung abhängig ist. Es besteht also ein inniger Zusammenhang zwischen diesen beiden lichtelektrischen Eigenschaften des Selens.

Alle Zellen der ersten und zweiten Art heiße ich normal, sie lassen die wahre Lichtwirkung deutlich erkennen. Die Kurven III und IV wurden mittels anomaler Zellen gewonnen. Ich nannte sie anomal, da bei ihnen der eigentliche Lichteffekt durch andere Vorgänge ganz oder teilweise überdeckt ist. Derartige Präparate erhält man, wie ich bereits früher[1]) mitgeteilt, durch längeres Erhitzen des amorphen Selens bis kurz vor den Schmelzpunkt oder durch Kristallisation geschmolzenen Selens und äußerst langsame Kühlung. Trotz gleichartiger Herstellung wird man bald Zellen der dritten Art, bald solche der vierten Art erhalten. Bei jenen wächst mit dem Auffallen der Lichtstrahlen die Stromstärke sofort zu einem Maximum an und nähert sich dann langsam zurückgehend allmählich einem Grenzwert. Diesen Rückgang des Effekts nennt man Ermüdung des Selens. Bei der Abdunkelung fällt die Stromstärke sehr rasch gegen den ursprünglichen Dunkelwert und geht, wenn die Ermüdung etwas kräftiger war, sehr bald unter den ursprünglichen Dunkelwert herab, um sich später wieder zu erholen. Bei den Zellen der vierten Art nimmt die Stromstärke mit dem Auffallen der Lichtstrahlen momentan zu, fällt dann gegen den Dunkelwert und geht schließlich unter denselben herab; dieses Abfallen wird mit der Zeit immer schwächer. Bei der darauffolgenden Verdunkelung nimmt die Stromstärke momentan rasch, dann nur mehr ganz langsam ab. Die momentane Zunahme mit dem Auffallen der Lichtstrahlen kann sehr gering, ja sogar gleich Null sein, so daß nur eine Abnahme der Stromstärke zu beobachten ist. Die Zellen der dritten und vierten Art unterscheiden sich voneinander nur durch die Größe des Rückganges der Stromstärke. Ich werde beweisen, daß diese sogenannte negative Lichtempfindlichkeit der anomalen Präparate gar nicht von dem Einfluß des Lichtes auf das Selen selbst herrührt, daß also die Ermüdung bezw. Abnahme

1) Diese Zeitschr. 9, 569, 1908.

der Stromstärke keine lichtelektrische Eigenschaft des Selens ist. Dies scheint mir für die Erkenntnis des Wesens der Lichtempfindlichkeit des Selens von großer Bedeutung.

Meine früheren Versuche haben mich bereits zu der Überzeugung gebracht, daß die beschriebenen Vorgänge, welche die positive Lichtempfindlichkeit ganz oder teilweise zu überdecken vermögen, in den anomalen Zellen auf atmosphärische Einflüsse zurückzuführen sind. Meine neueren umfangreichen Arbeiten werden meine damalige Ansicht vollkommen rechtfertigen.

Um Bildung von Seleniden auszuschließen, verwendete ich nur Elektroden aus Kohle. In Schieferplatten wurden parallel zueinander in geringem Abstande Vertiefungen geritzt, in diese Kohlenfäden gelegt und in die Zwischenräume Selen eingeschmolzen. Diese Präparate wurden entweder 1—2 Stunden lang bis gegen den Schmelzpunkt (220^0) erhitzt und langsam (1 Std.) abgekühlt, oder es wurde geschmolzenes Selen innerhalb vier Stunden von 250^0 auf 200^0 gebracht, wobei Kristallisation eintrat, und dann langsam gekühlt. Zur Beleuchtung diente eine regulierbare Lichtquelle, deren Wärmestrahlen durch Zwischenschaltung einer Alaunlösung nach Möglichkeit ausgeschlossen waren. Wärmewirkungen kommen bei den folgenden Versuchen um so weniger in Betracht, als fast nur mit ganz geringen Lichtintensitäten gearbeitet wurde. Als elektrischen Meßapparat verwendete ich ein Deprez-d'Arsonval-Galvanometer von Siemens & Halske. Der Ausschlag von einem Skalenteil bei 3 m Abstand zwischen Spiegel und Skala entsprach gleich $2,8 \cdot 10^{-10}$ Amp. Als Stromquelle benutzte ich Akkumulatoren.

Von den 42 angefertigten Präparaten erwiesen sich 37 als im allgemeinen brauchbar. Von den unbrauchbaren fünf Zellen hatten zwei die Eigenschaft, daß ihr Widerstand beständigen mächtigen Schwankungen unterworfen war, drei verhielten sich normal. Die anomalen Zellen besaßen kurz nach der Herstellung ungefähr denselben Widerstand wie normale Zellen; dagegen waren sie polarisierbar, während normale Zellen keine oder nur ganz schwache Polarisation aufweisen. Bei längerer Belichtung zeigten sie mehr oder minder die Ermüdung. Während nun bei den normalen Zellen die Dunkelleitfähigkeit im allgemeinen mit der Zeit etwas abnimmt, konnte ich bei den anomalen Präparaten eine auffallende Vergrößerung des Dunkelwertes der Leitfähigkeit von Tag zu Tag beobachten; gleichzeitig damit wuchs die Polarisierbarkeit. Wurde nun ein solches Präparat in den Stromkreis eingeschaltet und sofort belichtet, so zeigte die Stromstärke bei einigen Zellen die in Kurve IV dargestellten Veränderungen, bei den meisten Zellen nur ein schwächeres Abfallen, wie es eine zwischen III und IV gelegene Kurve veranschaulichen würde. Alle anomalen Präparate hatten ferner schon kurz nach der Herstellung die Eigenschaft, daß die Stromstärke im Dunkeln nicht konstant blieb, sondern erst rasch, dann langsam bis zu einem Minimum abnahm. Dieser Rückgang des Dunkelwertes bei längerem Einschalten des Stromes wuchs von Tag zu Tag zugleich mit der Leitfähigkeit, der Polarisierbarkeit und der sogenannten negativen Lichtempfindlichkeit der Zellen. Offenbar haben alle diese eigenartigen Erscheinungen eine gemeinsame Ursache.

Als ich eine vollständig normale Zelle mit positivem Temperaturkoeffizienten des Widerstandes dem Lichte direkt aussetzte, so zeigte sie ebenfalls die Ermüdung. Hier beruhte der Rückgang der Leitfähigkeit auf dem Einflusse der Wärmestrahlen, wovon ich mich durch Zwischenschaltung der Alaunlösung überzeugen konnte. Da die anomalen Präparate gewöhnlich einen negativen Temperaturkoeffizienten des Widerstandes haben, kann der Rückgang der Leitfähigkeit bei ihnen nicht auf Wärmewirkung zurückgeführt werden.

a) Abhängigkeit des Effektes von dem Stromdurchgang, der Stromstärke und der Polarisation.

Da bei jedem Stromdurchgang durch eine anomale Selenzelle der Dunkelwert der Leitfähigkeit stark herabgedrückt wird, so ist es nötig, Versuche in größeren Zwischenräumen von mindestens je einem Tag vorzunehmen, damit sich die Zelle wieder erholen kann. Nun war es interessant zu erfahren, welcher Unterschied in der Leitfähigkeitsänderung auftritt, wenn während der Belichtung der Strom geschlossen bezw. unterbrochen ist. Es war notwendig, den Ausschlag 1. im Dunkeln und am Anfang der Belichtung, 2. am Ende der Belichtung und Anfang der Abdunkelung, 3. am Ende der Abdunkelung festzustellen. Also mußte dreimal der Strom wenigstens einige Sekunden eingeschaltet werden. Da bei einem besonders gut wirksamen Präparat infolge der ersten zwei, wenn auch nur kurzen Stromdurchgänge schon ein beträchtlicher Rückgang des Dunkelwertes erfolgt, wurden zu den Versuchen Zellen verwendet, die weniger stark reagieren. Aus Fig. 3 und Tabelle 1 sind die Änderungen der Stromstärke mit und ohne Stromdurchgang ersichtlich. Die punktierte Kurve gibt den Verlauf bei unterbrochenem Strom an; man sieht, daß das Verhalten normal ist. Daß die Trägheit geringer ist als bei normalen Zellen, erklärt sich durch die bei dem zweimaligen Einschalten des Stromes

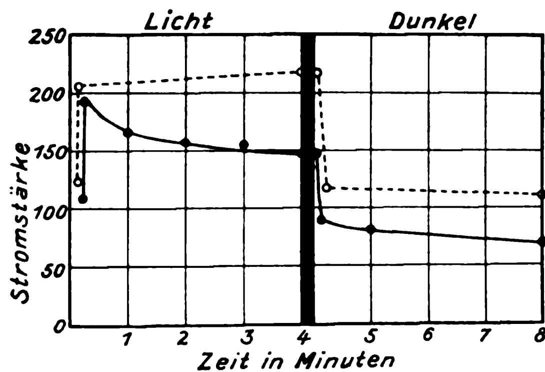


Fig. 3.

Tabelle 1.

Minuten	Licht		Dunkel	
	mit Strom	ohne Strom	mit Strom	ohne Strom
0	111	128	149	220
1/6	192	208	89	120
1/2	181		84	
1	172		80	
2	161		76	
3	153		72	
4	149	220	70,5	110

eintretenden Störungen. War der Strom beständig geschlossen, so zeigte die Zelle, wie aus der anderen Kurve ersichtlich ist, anomales Verhalten. Stark anomale Zellen, bei denen die Stromstärke schon nach wenigen Sekunden unter den Dunkelwert herabgeht, wiesen stets eine bedeutende Zunahme der Leitfähigkeit auf, wenn der Strom erst einige Minuten nach dem Beginn der Belichtung eingeschaltet wurde. Mit dem Moment des Einschaltens aber begann eine sehr rasche Abnahme der Stromstärke. Aus diesen und anderen ähnlichen Versuchen ergab sich zweifellos, daß die Abnahme der Stromstärke in den anomalen Zellen nicht durch das Licht, sondern durch den Stromdurchgang selbst verursacht wurde. Bei den normalen Zellen dagegen ist der Strom ohne Einfluß auf die Leitfähigkeitsänderungen im Lichte.

Wenn nun das Verhalten der anomalen Selenzellen durch den Stromdurchgang verursacht wird, so muß eine vorhergehende Polarisation auf den Verlauf der Erscheinung bei Belichtung von ganz besonderem Einflusse sein. Um darüber Klarheit zu erhalten, wurden an mehreren Zellen je drei Versuche folgender Art ausgeführt.

Erster Versuch: Eine anomale Zelle, die zuerst einige Minuten kurz geschlossen war, wurde in den Stromkreis eingeschaltet und sofort drei Minuten belichtet. Sie zeigte zuerst Zunahme, dann Abnahme der Stromstärke unter den Dunkelwert. Die Stromstärken sind für zwei verschiedene Präparate, a und b, in Tabelle 2 unter I angegeben. Kurve I in Fig. 4 veranschaulicht die Änderungen der Stromstärke bei dem Präparat a.

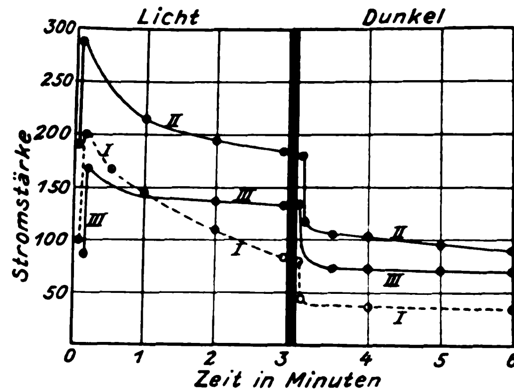


Fig. 4.

Tabelle 2.

Minuten	Stromstärke											
	Licht						Dunkel					
	I		II		III		I		II		III	
	a	b	a	b	a	b	a	b	a	b	a	b
0	102	190	190	200	86	185	80	170	180	178	136	188
1/6	200	210	280	203	162	205	49	150	120	163	81	168
1/2	170	201	239	191	154	205	43	140	110	160	77	163
1	148	192	215	181	146	200	40	135	105	158	75	158
2	110	180	192	180	139	193	38	125	97	153	72	153
3	80	170	180	178	136	188	36	118	91	149	70	149

Zweiter Versuch: Am folgenden Tage war der Dunkelwert der Leitfähigkeit etwas größer; das Präparat wurde wieder einige Minuten kurz geschlossen. Vor der Belichtung war diesmal der Strom fünf Minuten lang in entgegengesetzter Richtung durch das Präparat gesendet worden, so daß der dadurch erzeugte Polarisationsstrom mit dem nachfolgenden Strome gleichgerichtet war, ihn also verstärkte. Bei Bestrahlung, die sofort nach der Stromwendung erfolgte, stieg die Stromstärke erst an und fiel dann rasch ab, und zwar in der ersten Minute viel schneller als bei dem Versuche I infolge des raschen Verschwindens des erzeugten Polarisationsstroms. Die Zunahme der Stromstärke bei Beginn der Belichtung war in einigen Fällen kaum mehr zu beobachten (vgl. Präparat b in der Tabelle). Die Veränderungen bei dem Präparat a sind in Kurve II graphisch dargestellt, das Zahlenmaterial enthält Tabelle 2 unter II.

Dritter Versuch: Am dritten Tage war die Leitfähigkeit nur wenig größer als am ersten. Das Präparat wurde zuerst wieder kurz geschlossen

und dann in den Stromkreis eingeschaltet. Als die Stromstärke nach fünf Minuten sich einem Minimum genähert hatte, erfolgte die Belichtung. Das Präparat zeigte jetzt nur mehr die Ermüdung, die Stromstärke fiel erst bei der Abdunkelung unter den Dunkelwert, wie aus Kurve III ersichtlich ist. Schaltet man also das anomale Präparat vor der Belichtung zuerst längere Zeit in den Stromkreis ein, so kommt die Leitfähigkeitsvergrößerung im Lichte deutlich zum Ausdruck, und zwar um so mehr, je länger das Präparat vorher eingeschaltet blieb. Dies beweisen auch die vier folgenden Versuche.

Eine anomale Zelle wurde sofort nach dem Einschalten in den Stromkreis drei Minuten lang schwachem Lichte ausgesetzt. Sie zeigte sehr starke Ermüdung, wie aus Kurve I in Fig. 5 ersichtlich ist. Als sie aber nach einigen Tagen zuerst 40 Minuten eingeschaltet blieb, während welcher Zeit die Stromstärke von 200 auf 130 herabgedrückt wurde, verhielt sie sich bei Belichtung ganz normal (Kurve I'). Drei Minuten nach der Abdunkelung war der ursprüngliche Dunkelwert noch lange nicht erreicht. Nach mehreren Tagen wurde dieselbe Zelle bei noch schwächerer Belichtung sofort nach dem Einschalten drei Minuten exponiert. Das Präparat war stark anomal, wie Kurve II zeigt. Als es aber nach drei Tagen zuerst 30 Minuten eingeschaltet blieb, verhielt es sich normal (Kurve II'). Das zugehörige Zahlenmaterial enthält Tabelle 3.

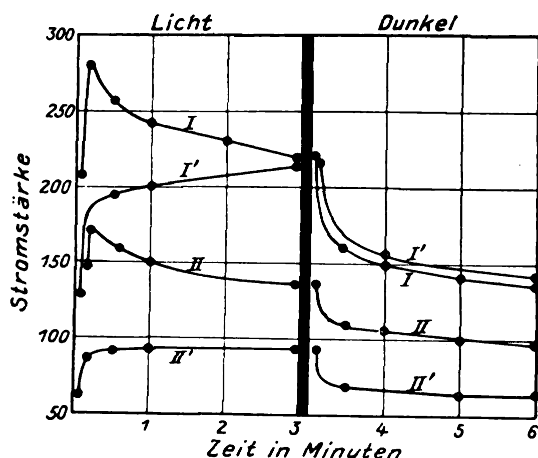


Fig. 5.

Während nun bei dem Versuch III (Tab. 2, Fig. 4) der Rückgang der Stromstärke in der letzten Minute vor der Belichtung nur mehr gering war, betrug er in der ersten Minute der Belichtung nach der Erreichung des Maximums mehrere Skalenteile. Es hat sich also im Lichte die Leitfähigkeit und somit auch die Stromstärke erhöht und unter dem Einflusse dieser größeren Stromstärke trat ein weiterer Rückgang ein. Daß die Stromstärke auf die Erscheinung von wesentlichem Einfluß ist, geht aus folgendem Versuch recht deutlich hervor.

Tabelle 3.

	Licht						Dunkel				
Min.	0	1/6	1/2	1	2	3	1/6	1/2	1	2	3
I	208	278	255	245	231	222	—	161	151	142	138
I'	131		192	200	212	220			155	149	145
II	148	170	160	152	145	140		112	108	102	99
II'	60	83	89	90	91	91	72	70	68	65	94

Will man die Abhängigkeit des Effektes von der Spannung studieren, so empfiehlt es sich nicht, Versuche an demselben Präparat mit verschiedenen Spannungen vorzunehmen. Die Dunkelleitfähigkeit des anomalen Präparates wechselt ja von Tag zu Tag; mit der Höhe der Dunkelleitfähigkeit aber nimmt im allgemeinen auch der Rückgang der Stromstärke während des Versuchs zu. Bei den beständigen Schwankungen wird man daher zu Resultaten kommen, die keinen sicheren Schluß zulassen. Davon habe ich mich wiederholt überzeugt. Ich wendete daher folgenden Kunstgriff an. Ein anomales Präparat wurde mit den beiden Polen eines Akkumulators von 2 Volt verbunden. Nach 10 Sekunden betrug die Stromstärke im Dunkeln 220, nach 1 Minute 180, nach 7 Minuten 150. Innerhalb der letzten drei Minuten war sie nur um 4 gesunken und sie wäre innerhalb der nächsten drei Minuten sicher nur auf 148 zurückgegangen. Nun wurden aber drei Minuten lang statt der 2 Volt 8 Volt angelegt, und als nachher wieder 2 Volt eingeschaltet wurden, betrug die Stromstärke 118. Die Vergrößerung der elektromotorischen Kraft innerhalb drei Minuten hat also ein ganz beträchtliches Sinken der Leitfähigkeit verursacht, während bei der früheren Stromstärke fast kein Rückgang mehr erfolgte. Dieser tiefe Dunkelwert von 118 konnte sich aber bei 2 Volt nicht halten. Nach 1 Minute betrug die Stromstärke 130 und nach 5 Minuten 134,5. Es trat also eine wesentliche Erholung bezw. Leitfähigkeitszunahme bei der geringeren Stromstärke ein. Nun wurden wieder 4 Minuten lang 8 Volt angelegt, und als nachher 2 Volt eingeschaltet wurden, betrug die Leitfähigkeit 112, während sie bei Beibehaltung der Stromstärke sicher noch etwas über 134,5 gestiegen wäre. Es trat also wieder ein beträchtlicher Rückgang infolge der Erhöhung der

Stromstärke ein. Bei der nun wieder geringeren Stromstärke konnte sich das Präparat wesentlich erholen, nach 1 Minute betrug die Leitfähigkeit 128, nach 5 Minuten 133. Die Spannung hat also einen wesentlichen Einfluß auf die Erscheinung. Der Einfluß der Spannung äußert sich demnach bei den anomalen Zellen in genau entgegengesetzter Weise wie bei den normalen, ich heiße ihn den anomalen Spannungseffekt. Nachdem nun 24 Minuten lang ohne Unterbrechung im Dunkeln der Strom durch das Präparat gesendet worden war, wurde es drei Minuten dem Lichte ausgesetzt. Das ehemals stark anomale Präparat verhielt sich ganz normal und zeigte sogar ziemlich große Trägheit. Drei Minuten nach der Abdunkelung war der Dunkelwert noch lange nicht erreicht. Der Versuch ist wiederum ein deutlicher Beweis, daß der Rückgang der Stromstärke kein lichtelektrischer Effekt ist.

Die eben geschilderte Untersuchung hat ergeben, daß ein anomales Präparat sich wieder erholt, wenn die Stromstärke abnimmt. Daher muß sich auch ein recht gut wirksames anomales Präparat, das zugleich gute Lichtempfindlichkeit besitzt, kurz nach der Abdunkelung wieder erholen. Durch die Belichtung vergrößert sich die Leitfähigkeit, aber infolge des Stromdurchgangs wird sie doch schließlich unter den Dunkelwert herabgedrückt. Sobald nun bei der Abdunkelung plötzlich ein weiterer Rückgang der Leitfähigkeit und somit eine Abnahme der Stromstärke eintritt, kann sich das Präparat etwas erholen und die Leitfähigkeit wieder langsam zunehmen, wie es der punktierte Teil der Kurve IV in Fig. 2 angibt. Ich verweise hier auf meine frühere Arbeit und auf Tabelle 38 der Arbeit von Sperling[1]), aus der sich ergibt, daß Zelle 57 ebenfalls diese Erholung zeigte.

Jede Ändernng der Stromstärke muß, wie der letzte Versuch ergeben hat, von Einfluß auf den anomalen Effekt sein. Bei jeder Belichtung eines anomalen Präparates tritt nun zweimal eine größere Änderung der Leitfähigkeit bezw. der Stromstärke auf, und zwar in entgegengesetztem Sinne. Die Belichtung bewirkt eine Erhöhung der Leitfähigkeit und damit einen Rückgang des Dunkelwertes, die nachfolgende Abdunkelung aber verursacht eine Abnahme der Leitfähigkeit, welche eine schwache Erholung des Präparates zur Folge hat. So wird also der Dunkelwert indirekt durch die Belichtung und Abdunkelung beeinflußt, und zwar um so mehr, je höher die positive Lichtempfindlichkeit ist. Eine direkte Herabsetzung der Leitfähigkeit des Selens unter dem Einflusse des Lichtes, eine sogenannte negative Lichtempfindlichkeit des Selens selbst, existiert dagegen nicht.

1) Dissertation Göttingen 1908.

Daß eine Vergrößerung der Stromstärke einen Rückgang des Dunkelwertes zur Folge hat, läßt sich auch durch Leitfähigkeitserhöhung mittels feuchter Luft deutlich zeigen. Der Effekt ist genau der gleiche, ohne daß ein Lichtstrahl mitwirkt.

b) Abhängigkeit des Effektes von der Lichtintensität.

Ist die Abnahme der Leitfähigkeit kein lichtelektrischer Effekt, sondern nur ein Vorgang, welcher die Leitfähigkeitszunahme des Selens bei Belichtung überdeckt, so wird der positive Effekt zugleich mit der Lichtintensität wachsen und geringe Lichtintensität die anomalen Vorgänge begünstigen müssen. Die Richtigkeit dieser Schlußfolgerung wurde tatsächlich durch den Versuch bestätigt.

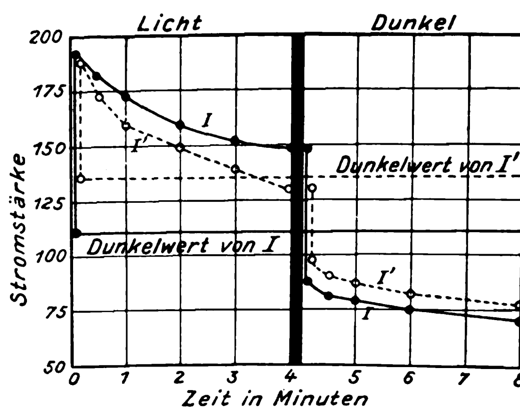


Fig. 6.

Tabelle 4.

Minuten	Stromstärke							
	Licht				Dunkel			
	starke Bel.		schwache Bel.		nach starker Bel.		nach schwacher Bel.	
	I	II	I'	II'	I	II	I'	II'
0	111	132	138	118	149	120	132	91
1/6	192	280	187	158	89	67	96	63
1/2	181	253	172	125	84	61	90	54
1	172	218	160	118	80	58	87	52
2	161	175	150	107	76	51	81	50
3	153	143	140	98	72	50	78	49
4	149	128	132	93	70,5	48	76	48
5	—	120	—	91	—	46	—	47

In Tabelle 4 sind die Änderungen der Stromstärke für zwei verschiedene Präparate, I und II, bei verschiedener Lichtintensität angegeben. Die Lichtstärke war bei den Versuchen I und II

ungefähr doppelt so groß als bei den Versuchen I′ und II′, die mit den gleichen Präparaten ausgeführt wurden. Kurve I in Fig. 6 gibt ein Bild der Stromstärkeänderungen bei stärkerer Lichtintensität, Kurve I′ bei geringerer Lichtstärke. Während das Präparat I bei kräftigerer Bestrahlung nur die Ermüdung zeigt, fällt die Stromstärke bei schwacher Belichtung bald unter den Dunkelwert. Mit dem Präparat II wird der Dunkelwert bei großer Lichtintensität nach etwa 4 Minuten erreicht, bei geringerer aber schon nach 1 Minute. Die Abnahme der Stromstärke bei Verdunkelung ist nach starker Belichtung immer größer als nach schwacher, da der Rückgang der bei der vorausgehenden Bestrahlung vergrößerten Leitfähigkeit bedeutender ist.

Durch Variieren der Lichtstärke kann man bald Abnahme, bald Zunahme des Widerstandes erzielen. Bei Anwendung großer Lichtintensität wird man an einer Zelle, die etwas anomal ist, aber gute Lichtempfindlichkeit besitzt, keinen oder wenigstens keinen auffallenden Rückgang beobachten können. Der Umstand, daß das anomale Verhalten der Selenzelle mit Vergrößerung der Lichtintensität beständig abnimmt, widerspricht der Annahme, daß es sich bei den anomalen Vorgängen um einen lichtelektrischen Effekt handelt.

Nun haben wir im vorigen Abschnitte gefunden, daß der Rückgang des Dunkelwertes mit der Lichtempfindlichkeit etwas wachsen muß, da bei größerer Lichtempfindlichkeit ein stärkerer Strom durch das Präparat fließt. Da ferner jede Erhöhung der Lichtintensität eine entsprechende Vergrößerung der Leitfähigkeit und somit der Stromstärke zur Folge hat, so muß auch mit Zunahme der Lichtstärke ein Rückgang des Dunkelwertes verbunden sein. Wir stoßen hier scheinbar auf Widersprüche. Die Vorgänge werden uns aber leicht verständlich, wenn wir bedenken, daß das Abfallen des Dunkelwertes doch viel geringer sein muß als die Zunahme der Leitfähigkeit, durch die es verursacht wird. So kommt hier der Rückgang des Dunkelwertes während der Belichtung nicht zur Geltung, im Gegenteil wird infolge der weit stärkeren positiven Lichtwirkung nur eine Ermüdung des Präparates zu beobachten sein. Nach der Abdunkelung aber verhindert die in diesem Falle stärkere Trägheit vorerst das Sinken auf einen tieferen Dunkelwert.

(Schluß folgt.)

(Eingegangen 8. April 1911.)

Das Mendelejeffsche „kubische" periodische System der Elemente und die Einordnung der Radioelemente in dieses System.

Von A. van den Broek.

In Mendelejeffs berühmter Abhandlung: „Die Beziehungen zwischen den Eigenschaften der Elemente und ihren Atomgewichten" kommen viele Äußerungen vor, die darauf hinweisen, daß die da aufgestellte Tabelle vor allem den Zweck hatte, die Gültigkeit des periodischen „Gesetzes", wie er es nennt, zu beweisen; daß aber die Form des periodischen Systems, wie er es da gab, ihn keineswegs befriedigte. Vielmehr schwebte ihm offenbar schon damals noch ein anderes System vor, das nur wegen der kleinen Zahl der damals bekannten Elemente (58) noch nicht durchzuführen war.

Da nun in den letzten Jahren von mehreren Seiten Neuordnungen dieses Systems vorgeschlagen wurden, und viele neue Elemente — die Edelgase, Radioelemente und neue seltene Erden — zu diesen 58 hinzugekommen sind, möchte ich im folgenden versuchen, dieses zweite Mendelejeffsche System nach den jetzt bekannten Tatsachen zu rekonstruieren.

Die obenerwähnten Äußerungen lauten:

„Das hier vorgeschlagene System der Elemente ist natürlich nicht als vollständig abgeschlossen zu betrachten . . .",

„die allerinteressanteste Frage ist, wie mir scheint, die Einreihung solcher Elemente, welche Ähnlichkeit haben, von Eisen, Cer, Palladium und Platin, weil hier ihrer Natur nach sich nahestehende Elemente auch sich nahekommende Atomgewichte aufweisen, was in den anderen Reihen nicht zu beobachten ist, weil in diesen letzteren die ähnlichen Elemente verschiedene Atomgewichte zeigen. Vielleicht würde das in Gruppen angeordnete System der Elemente infolge eines näheren Studiums dieser Gruppen eine Änderung in der Weise erfahren, daß an bestimmten Stellen des Systems auf die Ähnlichkeit zwischen den Gliedern der Horizontalreihen, in anderen Teilen des Systems auf eine solche bei den Gliedern der Vertikalkolumnen zu achten wäre . . ."[1]).

„Blei, Thallium, Wismut, Gold, Quecksilber, Platin, Iridium, Osmium und Wolfram sind . . . Elemente, aus welchen man sogar in vieler Hinsicht eine Gruppe zusammenstellen könnte . . ."[2]),

„. . . nach allem, was bis jetzt bekannt ist, zu urteilen, kommt auf eine bestimmte Stelle im System bloß ein Element zu stehen . . ."[3]),

1) Ostw. Klass., Nr. 68, S. 36.
2) Ibid., S. 37.
3) Ibid., S. 74.

„mich dünkt es außerdem am natürlichsten, ein kubisches System (das vorgeschlagene ist ein ebenes) zusammenzustellen, aber die Versuche zu dessen Konstruierung haben zu keinem eigentlichen Ergebnis geführt“[1]).

Ein kubisches System kann man offenbar nur dadurch bekommen, daß man entweder zwischen *F* und *Ne*, *Cl* und *Ar*, *Br* und *Kr* usw. wenigstens drei offene Stellen für Analogen des *Fe*, *Co*, *Ni*, annimmt, was durch nichts gerechtfertigt wäre, oder die *Fe*-, *Ru*- und *Os*-Gruppen, mit einer analogen bei den seltenen Erden, als neue Horizontalreihen im System einfügt, und als Analogen der ersten kleinen Periode auffaßt. Dann wird das ganze System zu einem kubischen System, bestehend aus fünf großen Perioden, wobei jede drei kleine Perioden von je 8 Elementen umfaßt, bildet also einen Kubus von fünf Stellen hoch, drei Stellen tief, acht Stellen breit, mit 120 Stellen Inhalt (Tab. 1).

Tabelle 1.

Das kubische periodische System der Elemente.

		0			I			II			III			IV			V			VI			VII		
		1	2	3	1	2	3	1	2	3	1	2	3	1	2	3	1	2	3	1	2	3	1	2	3
A	1	He			Li			Be			B			C			N			O			F		
	2		Ne			Na			Mg			Al			Si			P			S			Cl	
	3			Ar			K			Ca			Sc			Ti			V			Cr			Mn
B	1	Fe			Co			Ni			Cu			—			—			—			Zn		
	2		—			—			—			Ga			Ge			As			Se			Br	
	3			Kr			Rb			Sr			Y			Zr			Nb			Mo			Ru
C	1	Rh			Pd			—			—			Ag			—			—			Cd		
	2		—			—			—			In			Sn			Sb			Te			J	
	3			Xe			Cs			Ba			La			Ce			Nd			Pr			(Sm)
D	1	(Eu)			(Gd_1)			(Gd_2)			(Gd_3)			(Tb_1)			(Tb_2)			(Dy_1)			(Dy_2)		
	2		(Dy_3)			(Ho)			(Er)			(Tu_1)			(Tu_2)			(Tu_3)			(Yb)			(Lu)	
	3			—			—			—			—			—			Ta			W			Os
E	1	Ir			Pt			Au			Hg			Tl			Bi			Pb			—		
	2		—			—			—			—			—			—			—			—	
	3			—			—			Ra			—			Th			—			U			—

Natürlich geht dadurch die einfache Klarheit des jetzigen Systems einigermaßen verloren, und wird die Sonderstellung, die die erste kleine Periode schon jetzt einnimmt, noch ausgeprägter. Ebenso scheint auch hier die Annahme so vieler offener Stellen kaum zulässig. Aus folgenden Betrachtungen wird jedoch hervorgehen, daß in Wirklichkeit diese Annahme vollkommen motiviert ist und zugleich genügt, um einige Probleme des jetzigen Systems der Lösung näher zu bringen.

Im kubischen System sind, im Gegensatz zum jetzigen, folgende Gesetzmäßigkeiten[2]) zu erkennen:

1. Konstante Größe beider Perioden.
2. Bestimmte Zahl der möglichen Elemente bis inkl. Uran.
3. Bestimmte mittlere Differenz.
4. Die Zusammenstellung von *Na*, *Cu*, *Ag*, *Au* in einer Vertikalreihe ist vermieden.
5. Bestimmte theoretische Atomgewichte, mit welchen die wirklichen Differenzen aufweisen, die periodische Differenzen der Atomgewichte sind.
6. Die Summe aller dieser Differenzen zwischen theoretischen und wirklichen Atomgewichten mit Berücksichtigung des Vorzeichens genommen, ist von Null kaum verschieden und jedenfalls kleiner als eins vom Hundert dieser Summen.
7. Die von Lothar Meyer gegebene Kurve der Schmelzpunkte bekommt nach diesem System einen regelmäßigeren Verlauf.
8. Die mittlere Differenz ist genau zwei Atomgewichtseinheiten; alle theoretischen Atomgewichte sind gerade Vielfache von dem des *H*-Atoms.
9. Ein α-Teilchen oder *He*-Atom hat ein Atomgewicht genau gleich der doppelten mittleren Differenz. Alle wirklichen Differenzen zwischen Radioelementen, von denen eines aus dem anderen durch Ausstoßung eines α-Teilchens entstanden ist, sind doppelte theoretische mittlere Differenzen.
10. Alle α-strahlenden Radioelemente der *U*- und *Th*-Reihe können in der letzten großen Periode aufgenommen werden und füllen genau alle da vorhandenen Lücken; ebenso die der

1) Ibid., S. 32, Anm.

2) Auf einige dieser Gesetzmäßigkeiten wurde schon früher hingewiesen (Ann. d. Phys. **23**, 199, 1907). Obengenannte Äußerungen Mendelejeffs waren mir damals noch nicht bekannt.

Ak-Reihe und die neuen seltenen Erden in der vorletzten großen Periode.

11. Das kubische System erklärt nicht nur die vertikale Verwandtschaft, sondern auch die Abweichungen von dieser Regelmäßigkeit.

Im folgenden werden diese Gesetzmäßigkeiten genauer entwickelt werden.

1. Unter Periodizität versteht man die regelmäßige Wiederkehr gewisser Erscheinungen innerhalb bestimmter Grenzen. Nimmt man also als Maß der Perioden, wie im periodischen System der Elemente die Atomgewichte, so müssen die Perioden eine bestimmte (für alle gleiche) Größe nach den Atomgewichten gemessen haben. Zwar dürfen die einzelnen Perioden um diese Größe pendeln, doch muß dann jedenfalls die durchschnittliche Größe bestimmt sein. Dies ist beim alten System in keiner Weise der Fall. Nach zwei Perioden von der Größe 16—20 kommen abwechselnd solche von (nach der IV. Vertikalreihe gerechnet) 24—28 und 18—21. Die große Periode dagegen ist erst 36, dann 42, dann 50, oder vielmehr sie fängt erst irgendwo im System an, um dann die kleine ihres bestimmten Maßes zu berauben. Meistens wird angenommen, daß die Differenz von durchschnittlich 2 an allmählich steigt. Das bedeutet aber, bei gleichbleibender Zahl der Elemente, ein stetiges Wachsen der Perioden, was im Widerspruch steht mit obengenannter Definition. Nicht aber so im Kubischen.

2. In den ersten Tabellen Mendelejeffs und Lothar Meyers war für jedes Element eine eigene Stelle eingeräumt. Später wurden bisweilen *Ni* und *Co*, wahrscheinlich weil ihnen damals genau gleiches Atomgewicht (59) zugeschrieben wurde, zusammen in einer Stelle aufgenommen, andererseits auch versucht, die ganze Reihe *Mn—Zn*, auch wohl *Cr—Zn*, als Gruppe, jedoch nicht an einer Stelle, aufzunehmen.

Jedenfalls aber ist im alten System an diesen Stellen dem Periodizitäts-Gedanken Gewalt angetan, denn *Na* gehört nicht mit *Cu*, *Ag* und *Au* in eine Vertikalreihe, vielmehr gehören mehrere dieser Elemente eher zu den Gruppen, die dadurch fast ebenso viele Glieder bekommen als viele Horizontalreihen. Sollte man, wie bisweilen geschieht, alle seltenen Erden an einer Stelle aufnehmen, so bekäme man eine kleine Periode von 41 Atomgewichtseinheiten, während alle anderen des alten Systems nur 16—24 groß sind. Überall leitet Aufnahme mehrerer Elemente an einer Stelle also zu Unregelmäßigkeiten. Im kubischen System aber kommt immer an einer Stelle nur ein Element.

3. Auch im ebenen System ist eine mittlere Differenz: 2, namentlich nach Aufnahme der 7 neuen von Auer v. Welsbach entdeckten seltenen Erden, nur für ganz kleine Strecken nicht zu erkennen, wie aus Folgendem hervorgeht:

Die mittlere Differenz ist für 78 Differenzen 1,995; für die übrigen 22 dagegen 3,68, oder fast das Doppelte.

Wie sich diese verschiedenen mittleren Differenzen verteilen, zeigt Tabelle 2.

Die abweichenden Strecken, drei in der Nähe der *Fe*-, *Ru*-, *Os*-Gruppen, eine unter den Radioelementen, umfassen nur ein Sechstel der Differenzen unter den nichtradioaktiven Elementen, und zwei Siebentel aller. Da aber auch hier die einzelnen Differenzen nicht größer sind als in den normalen Strecken, vielmehr der Unterschied darin besteht, daß die größeren Differenzen in den normalen Strecken durch Umkehrungen oder Rückschläge in der Nähe kompensiert werden (*Cl—Ar* durch *Ar—K*; *Ca—Ti* durch *Co—Ni*; *Cs—Ba* durch *Ne—Pr*), so dürften wohl solche Rückschläge in den abnormen Strecken durch Unbekanntheit der betreffenden Elemente übersehen worden sein, und im periodischen System mehr Lücken bestehen, als bisher angenommen war.

Tabelle 2.

He—Zn: $\frac{65,4 - 4}{29} = 2,12$	*Zn—Se*: $\frac{79,2 - 65,4}{4} = 3,46$
Se—Ag: $\frac{107,9 - 79,2}{14} = 2,05$	*Ag—Te*: $\frac{127,6 - 107,9}{5} = 3,94$
Te—Sn: $\frac{174 - 127,6}{27} = 1,72$	*Sn—Os*: $\frac{190,9 - 174}{4} = 4,22$
Os—Bi: $\frac{208,0 - 190,9}{8} = 2,14$	*Bi—U*: $\frac{238,5 - 208,0}{9} = 3,39$
Mittel dieser 78 „stimmenden“ mittleren Differenzen $\frac{153,6}{78} = 1,97$.	Mittel dieser 22 „nichtstimmenden“ mittleren Differenzen $\frac{80,9}{22} = 3,68$.

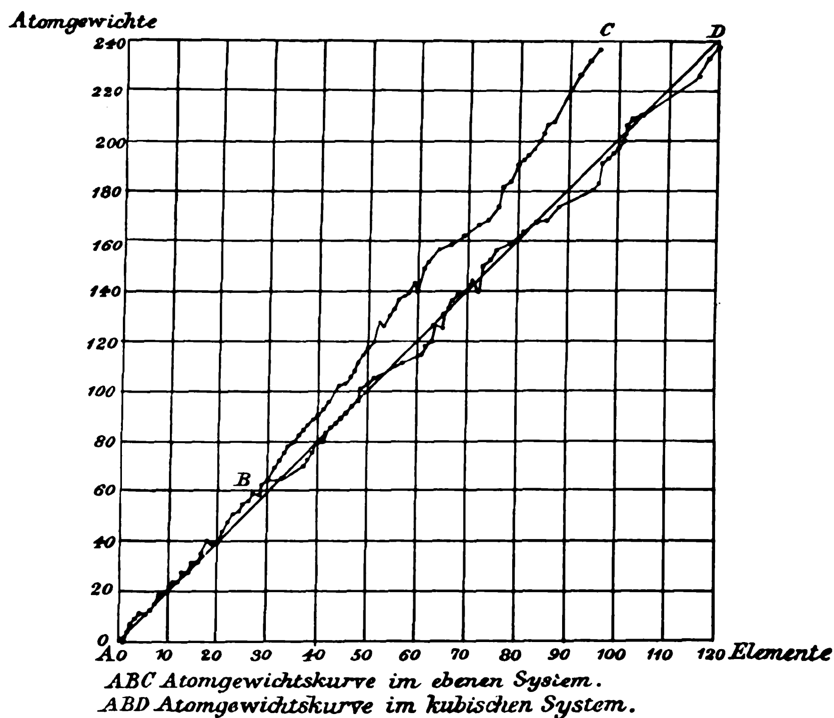


Fig. 1.

4. Lücken nimmt man im periodischen System bekanntlich immer dann an, wenn für eine Reihe aufeinanderfolgender Elemente entsprechende Analogen in anderen Perioden fehlen. Gerade aber in der Nähe der abnormen Strecken ist dieser Regel offenbar am wenigsten gefolgt worden. Folgt man für die in der rechten Kolumne der ersten Vertikalreihe des ursprünglichen Systems aufgenommenen Elemente *Na*, *Cu*, *Ag*, *Au* streng der Regel, daß nur wirkliche Analogen untereinandergestellt werden dürfen, so muß *Au* nach *Pt* in den Gruppen gestellt werden. Dem *Hg* schließt sich *Cu*, dem *Tl Ag* an; da aber auch *Pl* und *Bi* mit *Cu* und *Ag* mehr Verwandtschaft haben als mit *Zn* und *Cd*, die jedoch ebenso eher zu den Gruppen gehören, so müssen sie alle zu den Gruppen gerechnet werden. Dadurch aber werden die Gruppen, der Zahl der Elemente und Lücken nach, genau zu Reihen.

5. Da das kubische System eine konstante mittlere Differenz hat und eine bestimmte Zahl der Elemente, kommt jedem Element ein bestimmtes theoretisches Atomgewicht zu, und sind diese zusammen der kontinuierlichen Reihe aller ebenen Zahlen von 4 an gleich. Daß die richtigen Atomgewichte mit diesen theoretischen in Wirklichkeit im ganzen übereinstimmen, und der mittleren Differenz $= 2$ somit eine wirkliche Bedeutung zukommt — und damit dem

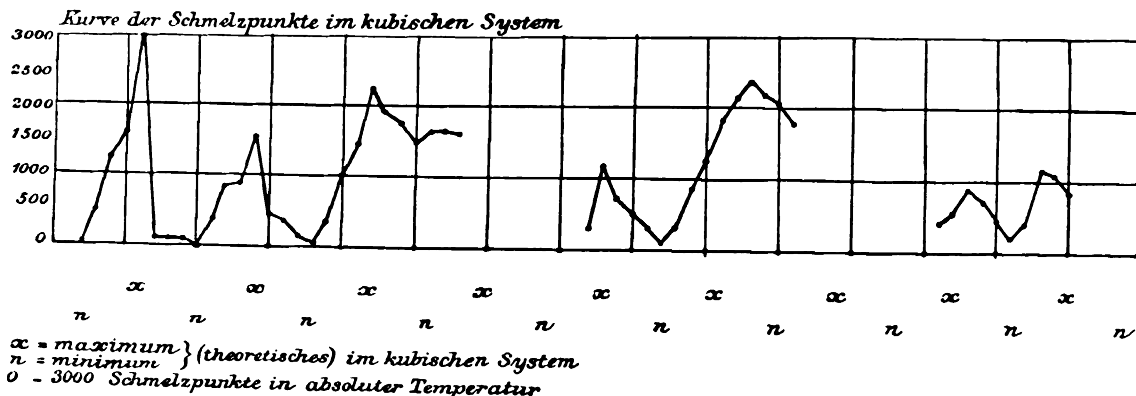


Fig. 2.

kubischen System —, zeigt sich am besten, wenn wir die Nummernfolge der Elemente für beide Systeme in horizontaler Linie als Abszissen, die dazugehörigen Atomgewichte vertikal als Ordinaten, mit den theoretischen zusammen, wie in Fig. 1, eintragen. Die theoretischen Atomgewichte nach dem kubischen System bilden dabei eine gerade Linie, um welche die wirklichen sich mit periodischen Schwankungen bewegen, während die des ebenen Systems allmählich und ohne charakteristische Kurve abweichen.

6. Diese periodischen Abweichungen der wirklichen Atomgewichte von den theoretischen heben sich gegeneinander fast vollständig auf. Wie aus folgender Tabelle hervorgeht, ist die Summe aller wirklichen 6185,62, die aller diesen Elementen zukommenden theoretischen 6206,—, die Gesamtdifferenz 20,38 oder 0,3 Proz.

4 He	4,0	40 Ca	40,09	88 Sr	87,62	190 Ta	181,0
6 Li	6,94	42 Sc	44,1	90 Y	89,0	192 W	184,0
8 Be	9,1	44 Ti	48,1	92 Zr	90,6	194 Os	190,9
10 B	11,0	46 V	51,06	94 Nb	93,5	196 Ir	193,1
12 C	12,00	48 Cr	52,0	96 Mo	90,0	198 Pt	195,2
14 N	14,01	50 Mn	54,93	98 Ru	101,7	200 Au	197,2
16 O	16,—	52 Fe	55,85	100 Rh	102,9	202 Hg	200,0
18 F	19,0	54 Co	58,97	102 Pd	106,7	204 Tl	204,0
20 Ne	20,2	56 Ni	58,68	108 Ag	107,88	206 Bi	208,0
22 Na	23,00	58 Cu	63,57	114 Cd	112,40	208 Pb	207,1
24 Mg	24,32	66 Zn	65,37	122 In	114,8	232 Ra	226,4
26 Al	27,1	74 Ga	69,9	124 Sn	119,0	236 Th	232,42
28 Si	28,3	76 Ge	72,5	126 Sb	120,2	240 U	238,5
30 P	31,04	78 As	74,96	128 Te	127,6	2698	2657,82
32 S	32,07	80 Se	79,2	130 J	126,92	2014	1997,70
34 Cl	35,47	82 Br	79,92	132 Xe	130,7	1116	1137,57
36 Ar	39,88	84 Kr	82,92	134 Cs	132,81	378	392,53
38 K	39,10	86 Rb	85,45	136 Ba	137,37		
378	392,53	1116	1137,57	2014	1997,70	6206	6185,62

Differenz: 20,38 = 0,3 Proz.

7. Ebenso wie im ebenen System die Lücken bei den Gruppenelementen durch das scheinbar regelmäßige Ansteigen der Atomgewichte verdeckt waren, so wurden diese Lücken in den bekannten Lothar Meyerschen Kurven der Atomvolumina und Schmelzpunkte durch die falsche Interpolation verdeckt. Auch hier aber zeigt die Aufstellung z. B. der Kurve der Schmelzpunkte auf einer Basis von theoretischen Maxima und Minima nach der kleinen Periode, daß tatsächlich die Kurve viel komplizierter ist, als ursprünglich angenommen wurde, und, soweit die Daten reichen, überall Anzeichen vorhanden sind, daß jedes Maximum und Minimum der kleinen Periode durch eine Steigerung bzw. Senkung der Kurve repräsentiert ist, obwohl natürlich die große Periode die relativen Höhen und Tiefen in großem Maße abändert.

8. Die theoretischen Atomgewichte stehen im Einklang mit der Proutschen Hypothese. Wie sich die wirklichen der gegenüber verhalten, zeigt Fig. 3, wo die Differenzen gegen die nächsten ganzen Zahlen, und der Zahl der dazu gehörigen Elemente angegeben sind.

Seit 1899 hat sich also die Differenz mit ganzen Zahlen wesentlich vermindert, und es ist nicht ausgeschlossen, daß dies noch weiter gehen wird. Ob dem zweiten Maximum bei 0,4 irgendwelche Bedeutung zukommt oder nicht, ist schwer zu sagen.

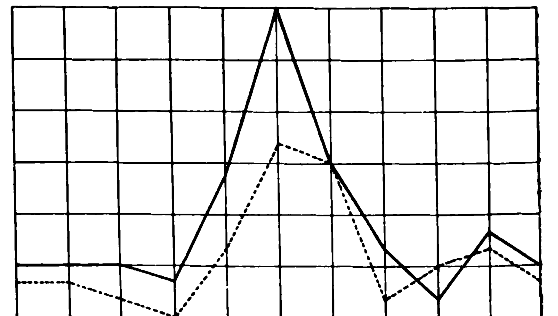


Fig. 3.

9. Da die mittlere Differenz genau die Hälfte des Atomgewichts des dem Heliumatom gleichen α-Teilchens ist, müssen die Zerfallsprodukte von *U* und *Th* (deren Atomgewichte eine Differenz von fast genau 6 aufweisen), soweit sie durch Ausstoßung eines α-Teilchens voneinander verschieden sind, zusammengenommen, eine Reihe formen, die der theoretischen, was die konstante Differenz betrifft, gleich ist. Nun sind aber die beiden Anfangselemente keine Vielfachen des *H*, das vermutliche End-

produkt der *U*-Reihe, *Pb* dagegen, kaum davon verschieden (früher 206,9, jetzt 207,1), das nach der Zahl der ausgestoßenen α-Teilchen berechnete Endprodukt der *Th*-Reihe—*Au* (197,2) ebenso weniger als die erstgenannten (238,5 und 232,42), das Atomgewicht des aus diesen Differenzen berechneten α-Teilchens, bzw. 3,925 und 3,913, gegen das des Heliumatoms 4,0. Solange nun keine anderen materiellen Teilchen als von den Radioelementen ausgestoßen bekannt sind (etwa die Braggschen γ-Strahlen; das Gewicht der Elektronen kommt nicht in Betracht), wäre ein Beweis, daß z. B. *Pb* das Endprodukt der *U*-Reihe wäre, zugleich ein Beweis, daß diese Differenzen der *H*-Vielfachen keine echten sind.

10. Ebenso wäre hierdurch bewiesen, daß nicht alle jetzt als Elemente angesehenen Zerfallsprodukte zum System gehören können. In der *U*-Reihe können wir jetzt 15, in der *Th*-Reihe etwa ebenso viele Produkte, wenn wir die zu den 4 jedenfalls nicht gleichzeitig durch *Th Em* ausgestoßenen α-Teilchen gehörigen Zwischenprodukte[1]) mitrechnen. Das gäbe zwischen *W* und *U* 38 Elemente für 18 Stellen im alten System. Nach dem kubischen dagegen, wo nur α-Strahler als richtige Elemente angenommen werden können, 7 für die *U*-Reihe, 9 für die *Th*-Reihe, 8 für die Nichtradioaktiven, zusammen 24 Elemente für 24 Stellen, also genaue Übereinstimmung. Daß die voneinander dem Atomgewichte nach nicht verschiedenen Zwischenprodukte, deren Zahl nach O. Hahn und L. Meitner[2]) wahrscheinlich noch viel größer ist, nicht alle wirkliche Elemente sein können, gilt nach dem alten System ebenso, denn nirgends kennen wir 5 oder gar 8 Elemente von gleichem Gewicht. Die Möglichkeit, daß richtige Elemente instabil werden können, schließt nicht aus, daß daneben instabile Formen vorübergehend existieren können, die nie stabil sein können, obwohl sie, solange sie existieren, als Konglomerationen physikalische und chemische Eigenschaften haben müssen.

Bei der vorletzten großen Periode herrscht noch einige Unsicherheit, da nicht feststeht, ob zwischen der 2 α-Teilchen ausstrahlenden *Akt-Em* und *Akt-A* ein Zwischenprodukt besteht — während andererseits die Existenz eines α-strahlenden *Akt-B* behauptet wird[1]), so daß die Zahl der α-Strahler in dieser Reihe 4, 5 oder 6 beträgt. Ebenso ist von den 7 neuentdeckten seltenen Erden noch wenig bekannt. Auch hier aber stimmen diese Angaben genau überein mit der Zahl der entstandenen Lücken. Die Zahl der seltenen Erden nach *Ce* beträgt 19, die der möglichen α-Strahler 6, die der Stellen von *Ce* bis *Ta* 24. Während also das ebene System weder die Radioelemente noch die seltenen Erden aufzunehmen vermag, hat das kubische dazu genau die notwendige Zahl weiterer Stellen. Wenn für die zweite und dritte große Periode radioaktive Stellen nicht bekannt sind, so könnten diese, wenn nicht identisch mit den von Lenard in der Sonne postulierten weiteren Reihen[2]), schon verfallen sein, denn nur die Radioelemente von hohem Atomgewichte haben längere Lebensdauer. Die da übrigbleibenden Lücken können also jedenfalls nicht gegen das kubische System angeführt werden.

11. Nimmt man irgendeine vom periodischen System unabhängig aufgestellte Einteilung der Elemente, z. B. die aus Ostwalds „Grundlinien der anorganischen Chemie", so kann man diese leicht derart in einer Tabelle zusammenstellen, daß nur enger verwandte untereinander kommen, und alle in aufsteigender Reihe nach der Größe der Atomgewichte geordnet sind (Tabelle 3).

Tabelle 3.

System, wo nur verwandte Elemente untereinander kommen, das aber keine bestimmte Periode aufweist.

					H	*He*	*Li*	*Be*															
	B	*C*	*N*	*O*	*F*	*Ne*	*Na*	*Mg*	*Al*														
		Si	*P*	*S*	*Cl*	*Ar*	*K*	*Ca*	*Sc*	*Ti*	*V*	*Cr*	*Mn*	*Fe*	*Co*	*Ni*	*Cu*			*Zn*	*Ga*	*Ge*	
			As	*Se*	*Br*	*Kr*	*Rb*	*Sr*	*Y*	*Zr*	*Nb*	*Mo*	(*Np*)	*Ru*	*Rh*	*Pd*	*Ag*			*Cd*	*In*	*Sn*	*Sb*
				Te	*J*	*Xe*	*Cs*	*Ba*															
La — *Lu*											*Ta*	*W*	*Os*	*Ir*	*Pt*	*Au*	*Hg*	*Tl*	*Pb*				*Bi*
								Ra		*Th*		*U*											

Man bekommt dann aber kein periodisches System, denn die horizontalen Reihen sind von den verschiedensten Längen (4, 9, 21, 21, 5, 43, ?), ebensowenig ein vollständiges, denn die sekundären Verwandtschaften sind nicht berücksichtigt.

Geht man aber davon aus, daß zwei Peri-

1) Rutherford und Geiger, diese Zeitschr. **11**, 7—11, 1910.
2) Hahn und Meitner, diese Zeitschr. **10**, 948, 1909.

1) Blanquies, C. R. de l'Acad. d. Sc. **151**, 57—60.
2) Nordlicht-Strahlen, Naturw. Rundsch. XXV, **10**, 614.

		0			I			II			III			IV			V			VI			VII		
		1	2	3	1	2	3	1	2	3	1	2	3	1	2	3	1	2	3	1	2	3	1	2	3
A	1	*He* 4; 4,0			*Li* 6; 6,9			*Be* 8; 9,1			*B* 10; 11,0			*C* 12; 12,0			*N* 14 14,0			*O* 16; 16			*F* 18; 19,0		
	2		*Ne* 20; 20,2			*Na* 22; 23,0			*Mg* 24; 24,3			*Al* 26; 27,1			*Si* 28; 28,3			*P* 30; 31,04			*S* 32; 32,07			*Cl* 34; 35,47	
	3			*Ar* 36; 39,9			*K* 38; 39,1			*Ca* 40; 40,1			*Sc* 42; 44,1			*Ti* 44; 48,1			*V* 46; 51,06			*Cr* 48; 52,0			*Mn* 50; 54,9
B	1	*Fe* 52; 55,85			*Co* 54; 58,97			*Ni* 56; 58,68			*Cu* 58; 63,57			— 60; —			— 62; —			— 64; —			*Zn* 66; 65,37		
	2		— 68; —			— 70; —			— 72; —			*Ga* 74; 69,9			*Ge* 76; 72,5			*As* 78; 74,96			*Se* 80; 79,2			*Br* 82; 79,9	
	3			*Kr* 84; 82,9			*Rb* 86; 85,45			*Sr* 88; 87,6			*Y* 90; 89,0			*Zr* 92; 90,6			*Nb* 94; 93,5			*Mo* 96; 96,0			*Ru* 98; 101,7
C	1	*Rh* 100; 102,9			*Pd* 102; 106,7			— 104; —			— 106; —			*Ag* 108; 107,9			— 110; —			— 112; —			*Cd* 114; 112,4		
	2		— 116; —			— 118; —			— 120; —			*In* 122; 114,8			*Sn* 124; 119			*Sb* 126; 120,2			*Te* 128; 127,6			*J* 130; 126,9	
	3			*Xe* 132; 130,7			*Cs* 134; 132,8			*Ba* 136; 137,37			*La* 138; —			*Ce* 140; —			*Nd* 142; —			*Pr* 144; —			*Sm* 146; —
D	1	*Eu* 148; —			*Ak C* 150; —			Gd_1 152; —			Gd_2 154; —			Gd_3 156; —			Tb_1 160; —			Tb_2 160; —			*Ak B* 162; —		
	2		Dy_1 164; —			Dy_2 166; —			Dy_3 168; —			*Ho* 170; —			*Er* 172; —			Tu_1 174; —			Tu_2 176; —			Tu_3 178; —	
	3			*Ak Em* 180; —			*Ak X* 182; —			*Yb* 184; 172			*R Ak* 186; —			*Lu* 188; 174			*Ta* 190; 181,0			*W* 192; 184,0			*Os* 194; 191
E	1	*Ir* 196; 193,1			*Pt* 198; 195,2			*Au* 200; 197,2			*Hg* 202; 200,0			*Th C* 204; 200			*Tl* 206; 204,0			*Th B* 208; 204			*Pb* 210; 207,1		
	2		Th_3 212; 208			*Fi* 214; 208			*Ra F* 216; 210			Th_2 218; 212			*Ra C* 220; 215			Th_1 222; 216			*Ra A* 224; 219			*Th Em* 226; 220	
	3			*Ra Em* 228; 223			*Th X* 230; 224			*Ra* 232; 226,4			*R Th* 234; 228,4			*Th* 236; 232,4			*Jo* 238; 230,5			*U* 240; 238,5			242;

oden von verschiedener Länge existieren, die sich beide in ähnlicher Art äußern, so ist eine derartige Einfachheit in der Tabelle von vornherein ausgeschlossen, da sich beide Perioden abwechselnd schwächen und verstärken müssen, nie aber allein wirken können.

Das kubische System dagegen läßt dieses Zusammenwirken beider Perioden deutlich erkennen. Abgesehen von der ersten kleinen Periode tritt Analogie vertikal immer auf; Analogie von links nach rechts ausgesprochen in den ersten kleinen Perioden jeder großen, und weniger in der zweiten; während Analogie von vorn nach hinten nur zwischen zweiten und dritten kleinen Perioden deutlich zu finden ist, obwohl die zweite oft eine Art Übergang zwischen den beiden äußersten darstellt. Dabei ist die Analogie von vorn nach hinten im Anfang, die von links nach rechts am Ende des Systems die stärkere, während dazwischen als Übergang horizontal allseitige Verwandtschaft besteht — die seltenen Erden. Wo die Maxima der großen und kleinen Periode zusammenfallen, finden wir ausgeprägte Eigenart und Verschiedenheit von den umgebenden Elementen; bei den Minima der großen Periode kleinste Atomvolumina und ausgesprochene Ähnlichkeit aufeinanderfolgender Elemente; dazwischen Übergangselemente, teilweise mit entfernter Verwandtschaft der aufeinanderfolgenden Elemente; wo beide Perioden in entgegengesetzter Richtung verlaufen, teilweise Unbeständigkeit — die (im ebenen System verkannten Lücken der) Radioelemente. Aber nur in der ersten Hälfte des Systems. Denn schon bei den seltenen Erden kehrt sich das Verhältnis um, und werden die beiden ersten kleinen Perioden stabil, die dritte aber nicht mehr, während in der ersten großen Periode nur noch die erste kleine stabil ist.

Instabil sind also, da die Dichte der Atome im allgemeinen mit der Größe der Atomgewichte stetig wächst, hauptsächlich die Ausnahmen dieser Regel, die zu dichten im Anfang, die zu wenig dichten am Ende.

Statt einer anscheinenden einfachen Regelmäßigkeit gibt das kubische System eine kompliziertere, aber eine, die imstande ist, sowohl die verwandtschaftlichen als die nichtverwandtschaftlichen Beziehungen zwischen den Elementen zu erklären.

Zusammenfassung.

1. Mendelejeff hat neben seinem bekannten System noch ein zweites, sei es auch nur in Andeutungen gegeben, das „kubische", das sich jetzt leicht rekonstruieren läßt.

2. Dieses kubische System hat zwei Perioden konstanter Größe, konstante mittlere Differenz, bestimmte Zahl der möglichen Elemente und bestimmte theoretische Atomgewichte für alle Elemente, von denen die wirklichen periodische Abweichungen zeigen, deren Mittel unter Berücksichtigung des Vorzeichens = Null ist.

3. Ohne diese Abweichungen erklären zu können, stimmt das theoretische System mit der Proutschen Hypothese sowie mit der aus der Größe und Zahl der bei den Radioelementen ausgestoßenen α-Teilchen abzuleitenden Folgerungen überein, und ist auch imstande, ohne weitere Hypothesen die jetzt bekannten α-strahlenden Radioelemente aufzunehmen, während die anderen nach diesem System keine selbständigen Elemente sein können. Dagegen wären noch zwei weitere Reihen zu erwarten.

4. Es macht nicht nur die Verwandtschaften, sondern auch die Abweichungen verständlich.

(Eingegangen 16. April 1911.)

Über die Radioaktivität als allgemeine Eigenschaft der Körper.

Von Theod. Wulf.

Im folgenden erlaube ich mir, auf einen Punkt hinzuweisen, der für die Auffassung der Radioaktivität als einer allgemeinen Eigenschaft der Körper von Bedeutung zu sein scheint.

Wenn man die Annahme macht, daß alle Stoffe des periodischen Systems aus den Stoffen mit dem höchsten Atomgewicht durch Zerfall entstanden sind, so wie wir es bei den bis jetzt bekannten radioaktiven Stoffen sehen, so folgt, daß es eine große Anzahl von Elementen geben muß, deren Atomgewicht um 4 oder ein Multiplum von 4 voneinander abstehen. Ein ganz oberflächlicher Blick auf eine Tabelle der Atomgewichte zeigt schon, daß das in der Tat der Fall ist. Die Zahlen 12, 16, 20, 24, 28, 32 und wieder 19, 23, 27, 31 gehören alle bekannten Elementen an. Da hier offenbar schon zwei Reihen ineinander greifen, so muß man systematisch vorgehen, um keine Reihe zu übersehen. Wenn man sämtliche Atomgewichtszahlen durch 4 dividiert, so können sich die Quotienten der Zahlen, welche um (nahezu) 4 Einheiten voneinander abstehen, nur in den ganzen Zahlen unterscheiden, während die Dezimalstellen (nahezu) dieselben sein müssen.

Ordnet man daher diese Quotienten unter Vernachlässigung der ganzen Zahlen nach der ersten Dezimalstelle, so stehen die Stoffe, deren Atomgewichte um 4 oder ein Multiplum von 4 voneinander abstehen, in derselben Klasse beisammen. Bei einer regellosen Verteilung der

Atomgewichtszahlen müssen diese Klassen alle nahezu dieselbe Anzahl Glieder enthalten.

Zugrunde gelegt wurden die soeben von der internationalen Atomgewichtskommission für 1911 veröffentlichten Zahlen, nur habe ich für *He* die einfachere Zahl 4 statt 3,99 genommen und die Radiumemanation mit dem inzwischen von Gray und Ramsay[1]) angegebenen Wert 223 hinzugefügt. Da die höheren Atomgewichte vielfach noch wenig genau bestimmt sind, während die Methode umgekehrt für die höheren Atomgewichte eine größere prozentische Genauigkeit voraussetzte, so kann das Resultat nicht nach der Genauigkeit beurteilt werden, mit der es für die Stoffe mit höherem Atomgewicht zutrifft. Die Rechnung wurde deshalb für alle Stoffe durchgeführt, die Resultate werden aber gesondert aufgeführt, zuerst für die im allgemeinen gut bestimmten 25 leichtesten Stoffe des periodischen Systems und dann für die übrigen. Die Atomgewichte wurden also durch 4 dividiert, die ganzen Zahlen in den erhaltenen Quotienten fortgelassen, und nach den übrig bleibenden Dezimalstellen wurden die Stoffe klassifiziert. Die Zahl der Stoffe in den einzelnen Klassen war folgende:

Tabelle I.

Erste Dezimale	0,0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9
haben von den 25 ersten Elem.	**11**	0	2	0	0	1	0	**9**	1	1
von den 57 übrigen Elem.	**9**	7	3	6	2	3	6	**11**	6	4
von allen Elementen	**20**	7	5	6	2	4	6	**20**	7	5

Beachtet man zunächst die erste Zahlenreihe, so kann es keinem Zweifel unterliegen, daß wir es hier mit einer Gesetzmäßigkeit zu tun haben. Denn unter den ersten 25 Elementen sind 11, deren erste Dezimale 0 ist, deren Atomgewicht also die Form $4n$ hat. Außerdem findet sich noch eine zweite Reihe von Elementen, die wieder um 4 oder ein Multiplum von 4 voneinander abstehen. Ihre Dezimalen sind, wie ein genaueres Zusehen zeigt, 0,75, daher hat das Atomgewicht dieser Stoffe die Form $4(n + 0{,}75) = 4n + 3$, oder was auf dasselbe hinauskommt, $4n - 1$. Die übrigen 8 Dezimalstellen sind insgesamt nur mit 5 Stoffen besetzt. Dieses Ergebnis wird durch die übrigen 57 Stoffe durchaus bestätigt, wenn auch aus den schon erwähnten Gründen das Resultat hier nicht so auffallend hervortritt, wie bei den ersten Elementen. Eine dritte Reihe außer den zwei erwähnten zeigt sich nicht.

Wenn man daher versucht, das ganze System der Elemente durch die zwei Reihen $4n$ und $4n - 1$ darzustellen, so gelingt das in der Tat. Schon das ist ein sehr merkwürdiges Resultat, denn ein einziger Stoff, dessen Atomgewicht zwischen 4 und 40 läge, würde die ganze Gesetzmäßigkeit zerstören. Auch die seltenen Erden, die im periodischen System nicht recht unterzubringen sind, fügen sich ohne besonderen Zwang in das Schema ein.

Im besonderen wäre zu erwähnen, daß der Wasserstoff auch hier, wie im periodischen System ganz außerhalb liegt. Die erste Zahl 3 des Systems ist unbesetzt. Bekanntlich hat schon Mendelejeff einen Stoff mit dem Atomgewicht 3 vermutet.

Für Beryllium und Stickstoff ist zwar ein Platz in dem Schema vorhanden, sie weichen aber von dem Sollwert um eine ganze Einheit ab. Bei den Stoffen mit größeren Atomgewichten sind meist Abweichungen zu bemerken, die aber im allgemeinen nicht größer sind, als der Unsicherheit der Atomgewichtsbestimmung entspricht. Im übrigen bleiben die Härten des periodischen Systems besonders beim *Ar*, *Te*, *J* bestehen.

Beim Studium der Literatur ergab sich, daß diese Gesetzmäßigkeiten bereits zu einer Zeit beachtet worden sind, als man von Radioaktivität noch nichts wußte. I. R. Rydberg[1]) machte schon 1886 auf dieselben aufmerksam und wie es scheint unabhängig davon R. Lorenz[2]) im Jahre 1896. Daraufhin legt Rydberg[3]) im Jahre 1897 in einer ausführlichen Arbeit eine große Reihe sehr auffallender Gesetzmäßigkeiten dar. Er versetzte alle Stoffe mit paarzähligen Valenzen in die Reihe von der Form $4n$, diejenigen mit unpaarzähligen Valenzen in die Reihe $4n - 1$. Um diese Verteilung vollständig durchführen zu können, mußte er aber die Atomgewichte darstellen durch die Formel $A = N + D$, wo $N = 4n$, bezw. $4n - 1$ und D eine Zahl bedeutet, die gegen N klein ist. Durch diese Darstellungsweise werden gewisse Härten, die dem System sonst noch anhaften, in der Tat vermieden. Indes scheinen die Ausführungen von Rydberg im allgemeinen bei den Chemikern wenig Beachtung gefunden zu haben[4]).

1) Gray und Ramsay, Jahrbuch der Radioaktivität und Elektronik **8**, 5, 1911.

1) Rydberg, „Die Gesetze der Atomgewichtszahlen" (Bihang t. k. Vetensk. Akad. Handl. **11**, 13, 1886.)

2) R. Lorenz, Über „Zwillingselemente". Zeitschr. für anorgan. Chemie **12**, 329, 1896; **14**, 103, 1897.

3) Rydberg, Studien über Atomgewichtszahlen, Ebenda **14**, 66, 1897.

4) Vergl. indes Nernst, Theoret. Chemie, 6. Aufl., S. 187 ff., 1909.

Indem ich daher die Entscheidung über die Frage, ob man der Wertigkeit auch heute noch eine so ausschlaggebende Bedeutung zuerkennen soll, gern kompetenteren Beurteilern überlasse, gebe ich im folgenden einfach die Tabelle der Atomgewichte, wie sie sich an die Formeln $4n$ und $4n - 1$ am vollkommensten anschließen würde. Selbstverständlich soll der Sinn dieser Tabelle nicht der sein, daß man die Atomgewichte nun alle auf die runden Zahlen korrigieren solle.

Wir können den Kern des Vorliegenden kurz in folgende Sätze zusammenfassen.

1. Durch die Untersuchungen über die Radioaktivität ist es so gut wie sicher nachgewiesen, daß die Stoffe, besonders der Uran-Radium, der Thoriumfamilie und noch einige andere durch Abschleudern eines (oder mehrer) α-Teilchen vom Atomgewicht 4 zerfallen, indem sie dabei selbst in einen Stoff mit einem um 4 Einheiten leichteren Atomgewicht übergehen.

2. Das ganze System der zurzeit bekannten Elemente läßt sich mit einer Annäherung, die unmöglich zufällig sein kann, einordnen in zwei Reihen von Stoffen, deren einzelne Glieder jedesmal um 4 Einheiten oder ein Multiplum von 4 Einheiten voneinander abstehen. Den Anfang dieser Reihen bildet das Helium vom Atomgewicht 4 und den Schluß bilden die radioaktiven Stoffe mit ihren Zerfallsprodukten, und zwar wahrscheinlich *U-Ra* für die Reihe $4n - 1$, Thorium für die Reihe $4n$.

Diese zwei Tatsachen zusammengehalten, sprechen dafür, daß die Erscheinungen der Radioaktivität nicht auf einige Stoffe beschränkt sind, sondern daß unser ganzes Elementensystem durch Atomzerfall aus den schwersten Elementen entstanden ist.

Die Darstellbarkeit aller Stoffe durch die Formeln $4n$ und $4n - 1$ ist natürlich von der Wahl der Grundeinheit abhängig. Aber daß die Differenz so auffallend vieler Atomgewichte dem Gewicht eines oder mehrerer *He*-Atome gleichkommt, ist eine rein objektive Tatsache und von der Wahl der Grundeinheit vollständig unabhängig.

Mit der Annahme, daß alle Stoffe durch radioaktiven Zerfall der schwereren entstanden sind, bekommt unser ganzes Stoffsystem eine vollkommne Einheitlichkeit; die bisher unerklärliche Tatsache, daß viele Stoffe sich um das Gewicht eines *He*-Atoms voneinander unterscheiden, erfährt eine befriedigende Erklärung; die verschiedene Häufigkeit des Vorkommens der verschiedenen Elemente, die wir bisher nur als Tatsache registrieren konnten, ist einfach eine Folge der verschiedenen „Lebensdauer" der Elemente.

Tabelle II.

Verteilung der Atomgewichte *A* auf die Reihen $4n - 1$ und $4n$.

$4n-1$	$4n$	*A*		$4n-1$	$4n$	*A*	
3		—		123		—	
	4	3.99	*He*		124	—	
7		6,94	*Li*	127		127,5	*Te*
	8	9,1	*Be*		128	126,92	*J*
11		11,0	*B*	131		130,2	*X*
	12	12,0	*C*		132	132,81	*Cs*
15		14,01	*N*	135		—	
	16	16,0	*O*		136	137.37	*Ba*
19		19,0	*F*	139		139,0	*La*
	20	20,2	*Ne*		140	140,25	*Ce*
23		23,00	*Na*	143		140,6	*Pr*
	24	24,32	*Mg*		144	144.3	*Nd*
27		27,1	*Al*	147		—	
	28	28,3	*Si*		148	—	
31		31,04	*P*	151		150,4	*Sm*
	32	32,07	*S*		152	152,0	*Eu*
35		35,46	*Cl*	155		—	
	36	39,88	*Ar*		156	157,3	*Gd*
39		39,10	*K*	159		159,2	*Tb*
	40	40,09	*Ca*		160	—	
43		—		163		162,5	*Dy*
	44	44,1	*Sc*		164	—	
47		—		167		167,4	*Er*
	48	48,1	*Ti*		168	168,5	*Tu*
51		51,06	*V*	171		—	
	52	52,0	*Cr*		172	172,0	*Yb*
55		54,93	*Mn*	175		174,0	*Lu*
	56	55,85	*Fe*		176	—	
59		58,68	*Ni*	179		—	
	60	58,97	*Co*		180	181,0	*Ta*
63		63,57	*Cu*	183		—	
	64	65,37	*Zn*		184	184,0	*W*
67		—		187		—	
	68	—			188	—	
71		69,9	*Ga*	191		190,9	*Os*
	72	72,5	*Ge*		192	193,1	*Ir*
75		74,96	*As*	195		195,2	*Pt*
	76	—			196	197,2	*Au*
79		79,2	*Se*	199		—	
	80	79,92	*Br*		200	200,0	*Hg*
83		82,9	*Kr*	203		—	
	84	85,45	*Rb*		204	204,0	*Tl*
87		87,63	*Sr*	207		207,1	*Pb*
	88	89,0	*Y*		208	208,0	*Bi*
91		90,6	*Zr*	211		—	
	92	—			212	—	
95		93,5	*Nb*	215		—	
	96	96,0	*Mo*		216	—	
99		—		219		—	
	100	101,7	*Ru*		220	—	
103		102,9	*Rh*	223		223,0	*Ra E*
	104	—			224	—	
107		106,7	*Pd*	227		226,4	*Ra*
	108	107,88	*Ag*		228	—	
111		—		231		—	
	112	112,4	*Cd*		232	232,4	*Th*
115		114,8	*In*	235		—	
	116	—			236	—	
119		119,0	*Sn*	239		238,5	*U*
	120	120,2	*Sb*				

Endlich würde aus dieser Auffassung folgen, daß das *He*-Atom in unserer gesamten Körperwelt eine ganz hervorragende Rolle spielen muß, daß es der Baustein ist, aus dem alle Stoffe

wenigstens vorzugsweise aufgebaut sind. Denn wenn stets (?) ein *He*-Atom abgetrennt wird, so müssen die einzelnen Teile desselben fester zusammenhaften als die ganzen *He*-Atome mit der übrigen Masse des zerfallenden Atoms. Ob irgendwo ein Übergang aus einer der großen Klassen in die andere stattfindet (was durch Abschleudern eines *H*-, aber auch eines *Li*-Atoms oder noch auf viele andere Weisen geschehen könnte), entzieht sich bis jetzt vollständig unserer Kenntnis.

Valkenburg (Holland), April 1911.

(Eingegangen 24. April 1911.)

Nachschrift 5. Juni 1911.

Von befreundeter Seite wurde ich darauf aufmerksam gemacht, daß bereits Rutherford in seinem Buche Radioaktive Umwandlungen, deutsch von Levin, 1907, S. 193, im wesentlichen dieselben Gedanken, allerdings ganz kurz, ausgesprochen hat. Die Stelle war mir leider ganz entgangen.

Über einige ideelle Versuche zum Relativitätsprinzip.

Von F. Grünbaum.

Gelegentlich eines Vortrages[1]) über „Längen- und Zeitmessung in der Relativitätstheorie" hat Herr H. v. Mangoldt darauf hingewiesen, daß sich z. B. die ruhenden Beobachter von den Vorgängen im bewegten System durch Benutzung der Momentphotographie bequem ein Bild verschaffen können. Da Herr v. Mangoldt diese Betrachtung nur näherungsweise und in großer Kürze durchführt, möchte ich Gelegenheit nehmen, im folgenden allgemein und streng zu untersuchen, was der ruhende und was der bewegte Beobachter auf solchen Momentphotographien vorfinden muß. Dabei sollen zu der Darstellung von Herrn v. Mangoldt einige Ergänzungen gegeben werden, weil diese m. E. sonst vielleicht zu irrtümlicher Auffassung der Konsequenzen des Relativitätsprinzips Anlaß geben könnte.

§ 1.

Wir nehmen an, ein „ruhender" Beobachter R befinde sich auf der Y-Achse des ruhenden Koordinatensystems in der Entfernung y vom Anfangspunkt O dieses Systems. Entsprechend befinde sich ein „bewegter" Beobachter B auf der Y-Achse des bewegten Systems, in der gleichen Entfernung y vom Anfangspunkt O' des bewegten Systems. Ferner sei, wie gewöhnlich, vorausgesetzt, daß im Moment des Zusammentreffens von O und O' die dort befindlichen Uhren $t = t' = 0$ zeigen. Die beiden Beobachter haben sich verabredet, in einem beliebigen, aber nach der Ablesung ihrer jeweiligen Uhren ihnen „gleichzeitig" erscheinenden Augenblick eine Momentaufnahme zu machen, die in der Mitte den betreffenden Koordinatenursprung und zu beiden Seiten einen Teil der X-Achse, bzw. der X'-Achse zeigt. Man kann sich dabei nach Herrn v. Mangoldt etwa vorstellen, daß die Koordinaten in beiden Systemen an den verschiedenen Punkten angeschrieben sind. Liest der Beobachter R im Moment der Aufnahme an seiner Uhr die Zeit T, hingegen B an der seinigen die Zeit T' ab, so soll also der Verabredung gemäß $T = T'$ sein. Da also die Aufnahmen in beiden Systemen unter genau den gleichen Orts- und Zeitverhältnissen gemacht sind, müssen wir verlangen, daß sie auch einander genau entsprechend ausfallen.

Wir fragen nun, wie sich ein beliebiger Punkt P der X-Achse auf den Bildern markieren wird. Der Punkt habe im ruhenden System die Koordinaten x, 0, 0. Nennen wir l (Fig. 1) seine Entfernung vom Ort des Beobachters R,

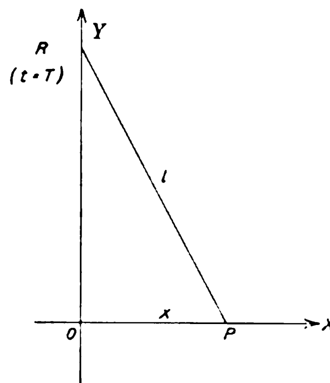


Fig. 1.

so zeigt die in P befindliche (mit aufgenommen gedachte) Uhr offenbar auf dessen Bilde die Zeit

$$T - \frac{l}{c},$$

wo c die Lichtgeschwindigkeit ist. Bezeichnen wir alles, was der ruhende Beobachter auf seinem Bilde vorfindet, stets mit dem Index r, dann haben wir für den Punkt P

$$x_r = x; \qquad t_r = T - \frac{l}{c}.$$

Im Punkt P befinden sich nun in dem Augenblick

$$t_r = T - \frac{l}{c}$$

auch eine Koordinatenmarke und eine Uhr des bewegten Systems; diese müssen nach den

1) Diese Zeitschr. 11, 737, 1910.

Grundgleichungen der Relativitätstheorie (in der Bezeichnungsweise von A. Einstein[1])) die Angaben zeigen:

$$x_r' = \beta \cdot (x_r - v \cdot t_r),$$
$$t_r' = \beta\left(t_r - \frac{v}{c^2} x_r\right).$$

R erhält also auf seinem Bilde in P

$$\left.\begin{aligned} x_r &= x \qquad t_r = T - \frac{l}{c} \\ x_r' &= \beta\left[x - v\cdot\left(T - \frac{l}{c}\right)\right]; \\ t_r' &= \beta\left[\left(T - \frac{l}{c}\right) - \frac{v}{c^2} x\right]. \end{aligned}\right| \quad \text{(I)}$$

Wie malt sich nun der Punkt P auf der Platte des bewegten Beobachters B? Dazu muß man zunächst feststellen, zu welcher t-Zeit B seine Aufnahme macht, d. h., welche Zeit ein ruhender Beobachter ablesen würde, der im Moment, wo B exponiert, an der gleichen Stelle stünde. Für die Angaben der Uhr des B gilt nun, da für ihn stets $x = v \cdot t$ ist, allgemein:

$$t' = \beta \cdot \left(t - \frac{v}{c^2} x\right) = \frac{t}{\beta}.$$

Hiernach photographiert B zu einer t-Zeit $t = \beta T' = \beta T$. Es ist dies nur ein anderer Ausdruck des bekannten Umstandes, daß Uhren des bewegten Systems, vom ruhenden aus betrachtet, βmal so langsam zu gehen scheinen wie die ruhenden Uhren.

Die Verhältnisse im Moment, wo B exponiert, veranschaulicht Fig. 2. Von dem auf-

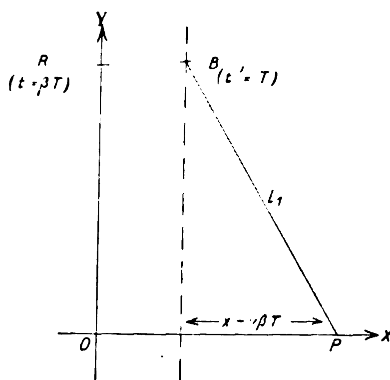


Fig. 2.

genommenen Punkt P ist B um die Strecke l_1 entfernt (vom ruhenden System aus gemessen), welche definiert ist durch

$$l_1^2 = (x - v\beta \cdot T)^2 + y^2.$$

Bezeichnen wir alles, was der Beobachter B auf seiner Platte vorfindet, mit dem Index b, so muß B bei P die t-Zeit

$$t_b = \beta T - \frac{l_1}{c}$$

verzeichnet finden; ferner war angenommen $x_b = x$. Aus den Grundtransformationen der Relativitätstheorie erhält man die Angaben, die B auf seiner Platte bei P vorfindet, zu

$$\left.\begin{aligned} x_b &= x \qquad t_b = \beta T - \frac{l_1}{c} \\ x_b' &= \beta\left[x - v\left(\beta T - \frac{l_1}{c}\right)\right]; \\ t_b' &= \beta\left[\left(\beta T - \frac{l_1}{c}\right) - \frac{v}{c^2} x\right]. \end{aligned}\right| \quad \text{(II)}$$

Wir wollen endlich zur Vervollständigung noch einen weiteren, wie B bewegten Beobachter B' einführen, dessen Aufstellung so gewählt sei, daß er im Moment $t = T$, wo der ruhende Beobachter R seine Aufnahme macht, sich gerade mit diesem deckt. B' wird genau die gleiche Aufnahme erhalten wie R, aber er wird sie anders deuten. Denn in seinem (gestrichenen) System befindet er sich weder auf der Y-Achse, noch liest er T als Aufnahmezeit ab. Die allgemeinen Transformationsgleichungen ergeben vielmehr, mit $x = 0$ und $t = T$ folgende Werte für den Ort und die Zeit von B' im bewegten System:

$$x'' = -\beta \cdot v \cdot T,$$
$$T'' = \beta T.$$

Auch der Beobachter B' muß die erhaltene Aufnahme von seinem Standpunkt aus widerspruchsfrei und gleichberechtigt deuten können, wie nachher weiter ausgeführt werden wird.

Zusammenfassend ist also zu sagen: Wir erhalten die folgenden Angaben für Ort und Zeit:

Am Ort des Apparates von R:	Feste Marke: $\boldsymbol{O, y}$
	Feste Uhr: $\boldsymbol{T}$
	Bewegte Marke: $-\beta v T$, y
	Bewegte Uhr: βT.
Auf dem Bild dieses Apparates:	Feste Marke: $\boldsymbol{x}$, $\boldsymbol{o}$
	Feste Uhr: $T - \frac{l}{c}$
	Bewegte Marke: $\beta\left\{x - v\left(T - \frac{l}{c}\right)\right\}$
	Bewegte Uhr: $\beta\left\{\left(T - \frac{l}{c}\right) - \frac{v}{c^2} x\right\}$.

Hier sind die willkürlich gewählten Größen durch fetten Druck gekennzeichnet[1]). — Für den bewegten Beobachter werden wir die entsprechende Übersicht in § 2 geben.

1) A. Einstein, Jahrb. d. Radioakt. u. Elektr. 4, 420, 1907.

1) Das Schema für diese übersichtliche Anordnung verdanke ich der Liebenswürdigkeit des Herrn Geheimrat v. Mangoldt, dem ich auch an dieser Stelle meinen verbindlichsten Dank dafür sage.

§ 2.

Aus den im vorigen Paragraphen mit (I) und (II) bezeichneten Gleichungssystemen für die Bilder der beiden Beobachter R und B ist noch keineswegs die Symmetrie dieser Resultate bezüglich der Vertauschung der gestrichenen mit den ungestrichenen Größen und von v mit $(-v)$ zu ersehen. Sie ergibt sich vielmehr erst durch die Benutzung des Prinzips der Konstanz der Lichtgeschwindigkeit c. Die beiden bewegten Beobachter B und B' müssen aus ihren Aufnahmen den gleichen Wert c für diese Geschwindigkeit erhalten wie die ruhenden, da die Transformationsgleichungen des Relativitätsprinzips die Konstanz der Lichtgeschwindigkeit in sich schließen. Es sei nur angedeutet, daß man sich durch eine einfache Rechnung auch hier davon überzeugen und im Anschluß daran die Symmetrie der gewonnenen Resultate dartun kann.

Der Beobachter B berechnet nämlich aus seiner Aufnahme als Zeit, die das Licht zum Durchlaufen des Weges PB braucht (Fig. 2), den Wert $T' - t_b'$. Er glaubt sich im Moment, wo das Licht von P ausgeht, von diesem Punkt um eine Strecke l' entfernt, welche durch die Gleichung

$$l'^2 = x_b'^2 + y^2$$

gegeben ist. Demnach müßte, da $T' = T$ ist, gelten

$$\frac{x_b'^2 + y^2}{(T - t_b')^2} = c^2. \qquad (1)$$

Hieraus erhält man nach leichter Rechnung

$$l^2 - l_1^2 = 2\beta T x v - T^2 v^2 \beta^2.$$

Diese Beziehung ist nach der Definitionsgleichung von l_1 in der Tat richtig.

Nach Gleichung (1) ist also nun

$$l' = c(T' - t_b'),$$

mithin

$$t_b' = T' - \frac{l'}{c}.$$

Schreiben wir jetzt statt x_b' einfach x' und erinnern uns, daß jede Gleichung der Relativitätstheorie in eine andere, richtige Beziehung übergeht, wenn man gestrichene und ungestrichene Größen miteinander, sowie v mit $(-v)$ vertauscht, so folgt aus dem System (II)

$$\left.\begin{aligned} x_b' &= x' \qquad t_b' = T' - \frac{l'}{c} \\ x_b &= \beta\left[x' + v\left(T' - \frac{l'}{c}\right)\right]; \\ t_b &= \beta\left[\left(T' - \frac{l'}{c}\right) + \frac{v}{c^2} x'\right]. \end{aligned}\right| \text{(IIa)}$$

Das System (I) und das System (IIa) sind nun in der Form ganz analog.

Mit Benutzung des in § 1 angegebenen Schemas erhalten wir, wenn die Worte „fest" und „bewegt" jetzt „fest, bzw. bewegt gegen B" bedeuten:

Am Ort des Apparates von B:
- Feste Marke: O, y
- Feste Uhr: T
- Bewegte Marke: $\beta v T$, y
- Bewegte Uhr: βT.

Auf dem Bild dieses Apparates:
- Feste Marke: x', o
- Feste Uhr: $T - \frac{l'}{c}$
- Bewegte Marke: $\beta\left\{x' + v\left(T - \frac{l'}{c}\right)\right\}$
- Bewegte Uhr: $\beta\left\{\left(T - \frac{l'}{c}\right) + \frac{v}{c^2} x'\right\}$

Der Vergleich dieser Übersicht mit derjenigen in § 1 zeigt, daß Ablesungen und Aufnahmen der Beobachter R und B einander völlig entsprechen, wie es das Relativitätsprinzip erfordert.

Auch der Beobachter B' muß von seinem Standpunkt aus wiederum den Wert c für die Lichtgeschwindigkeit sowie analoge Gleichungen finden. Er glaubt sich im Moment, wo das Licht P verläßt, in einer Entfernung l'' von P, welche gegeben ist durch

$$l''^2 = (x_r' - x'')^2 + y^2,$$

oder

$$l''^2 = \beta^2\left(x + v\frac{l}{c}\right)^2 + y^2.$$

Er muß demnach fordern

$$\frac{l''^2}{(T'' - t_r')^2} = c^2. \qquad (2)$$

Von hier kommt man nach leichter Rechnung auf

$$l^2 = x^2 + y^2.$$

Demnach ist die Konstanz von c gewahrt, und nach (2) kann man schreiben

$$t_r' = T'' - \frac{l''}{c}.$$

Mit diesem Wert kann man das System (I) ähnlich wie vorhin das System (II) umwandeln in

$$\left.\begin{aligned} x_r' &= x_r' \qquad t_r' = T'' - \frac{l''}{c} \\ x_r &= \beta\left[x_r' + v\left(T'' - \frac{l''}{c}\right)\right]; \\ t_r &= \beta\left[\left(T'' - \frac{l''}{c}\right) + \frac{v}{c^2} x_r'\right]. \end{aligned}\right| \text{(III)}$$

Das System (III) ist wiederum dem System (I) ganz analog.

§ 3.

Aus den allgemeinen Formeln sollen zwei besonders einfache Spezialfälle hergeleitet werden.

Wir betrachten erstens den Fall, daß beide Beobachter, R und B, ihre Aufnahme machen,

wenn sie sich am gleichen Ort befinden, also zur Zeit $T = T' = 0$. Das Gleichungssystem (I) vereinfacht sich dann zu

$$x_r = x \qquad t_r = -\frac{l}{c}$$
$$x_r' = \beta\left(x + v\frac{l}{c}\right); \quad t_r' = -\frac{\beta}{c}\left(l + v\frac{x}{c}\right).$$

Wegen $l = l_1$ (siehe Fig. 1 und Fig. 2), erhält man in diesem Fall aus dem System (II), wie natürlich, die gleichen Werte: R und B bekommen identische Aufnahmen.

Um zu erfahren, wie sich z. B. der Ursprung O des ruhenden Systems abbildet, hat man $x = 0$ und $l = y$ zu setzen und erhält (mit Fortlassung der hier überflüssigen Indizes)

$$\left.\begin{aligned} x &= 0 & t &= -\frac{y}{c} \\ x' &= \frac{\beta v y}{c} & t' &= -\beta\frac{y}{c}. \end{aligned}\right\} \quad (3)$$

Um die Daten für den Ursprung O' des bewegten Systems zu erhalten, muß man beachten, daß das von O' in den Apparat kommende Licht zu einer negativen Zeit diesen Punkt verlassen hat, derart, daß in jenem Moment (Fig. 3) sich verhielt $-x : l = v : c$.

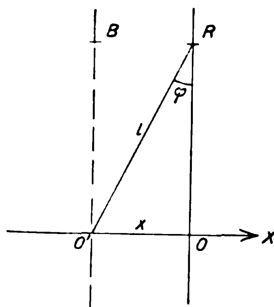


Fig. 3.

Hiernach wird

$$l = y \cdot \beta,$$

und man erhält für O'

$$\left.\begin{aligned} x &= -\frac{\beta \cdot v \cdot y}{c} & t &= -\frac{\beta y}{c} \\ x' &= 0 & t' &= -\frac{y}{c}. \end{aligned}\right\} \quad (4)$$

Die Formeln (3) und (4) veranschaulichen sehr deutlich den Sinn der Transformationen der Relativtheorie: Jeder der beiden Beobachter kann behaupten, daß er über seinem Koordinatenursprung ruhe, daß der andere die Längen im Verhältnis $\beta : 1$ zu groß und die Zeiten im Verhältnis $1 : \beta$ zu klein messe. So müßte z. B. der ruhende Beobachter nach (3) erwarten, daß sich zur Zeit

$$t = -\frac{y}{c}$$

in O der Punkt des gestrichenen Systems

$$x' = -v \cdot t = \frac{vy}{c}$$

befinde, während er auf dem Bild

$$x' = \beta \cdot \frac{vy}{c}$$

abliest. Ebenso findet er nach (4) als Aufnahmezeit für den Punkt O' den Wert

$$t = -\frac{\beta y}{c},$$

während dort

$$t' = -\frac{y}{c}$$

ist, obgleich die Uhr bei O' bei der Ankunft in O übereinstimmend mit der dortigen Uhr $t' = t = 0$ zeigt.

Einige Worte seien noch über den Ort gesagt, den die Bilder der Punkte O und O' auf der Platte einnehmen werden. Es war festgesetzt, daß die beiden Beobachter ihre Apparate parallel zur Y-Achse richten sollten. Der Beobachter R erhält daher ohne weiteres den Ursprung O seines Koordinatensystems auf der Mitte seiner Platte. Jedoch der Strahl, der O' für den Beobachter B abbildet (Fig. 3), fällt unter dem Winkel

$$\varphi = \arcsin\frac{v}{c}$$

zur Y-Achse ein. Da aber dieser Strahl auch im Innern des Apparates von B noch eine Strecke zurückzulegen hat, so wirkt während der dazu nötigen Zeit die Aberration des Lichtes derart, daß gerade durch die Ablenkung um den Winkel φ der Punkt O' für den Beobachter B in der Mitte von dessen Platte abgebildet wird.

§ 4.

Wir behandeln weiter den Spezialfall, daß der Beobachter R seine Aufnahme in dem Moment macht, wo er die beiden Punkte O und O' in Deckung erblickt, oder, genauer gesagt, daß er seine Aufnahmezeit derart wählt, daß O und O' auf dem erhaltenen Bilde einander decken. Das ist offenbar der Fall für

$$T = \frac{y}{c}.$$

Das System (I) geht dann über in

$$\left.\begin{aligned} x_r &= x & t_r &= \frac{y - l}{c} \\ x_r' &= \beta\left[x - v\frac{y - l}{c}\right]; & t_r' &= \beta\left[\frac{y - l}{c} - \frac{v}{c^2}x\right]. \end{aligned}\right| \quad (I^*)$$

Für den Punkt O (zugleich O') folgt hieraus in der Tat

$$x_r = 0 \qquad t_r = 0$$
$$x_r' = 0 \qquad t_r' = 0.$$

Das System (II) geht über in

$$\left.\begin{aligned} x_b &= x & t_b &= \frac{\beta y - l_1}{c} \\ x_b' &= \beta\left[x - \frac{v}{c}\left(\beta y - l_1\right)\right]; \\ t_b' &= \beta\left[\frac{1}{c}\left(\beta y - l_1\right) - \frac{v}{c^2}x\right]. \end{aligned}\right\} \text{(II*)}$$

Man ersieht aus Fig. 4 leicht, daß sich für B im Moment seiner Aufnahme verhält $l_1 : x_1 = c : v$, und hieraus folgt $l_1 = \beta y$ für den Punkt O. Demnach wird für O:

$$x_b = 0 \qquad t_b = 0$$
$$x_b' = 0 \qquad t_b' = 0,$$

so daß auch B auf seiner Platte die beiden Punkte O und O' in Deckung erhält, mit den Zeiten $t = t' = 0$.

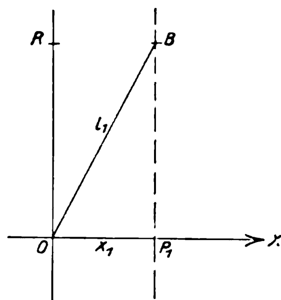


Fig. 4.

Für den Punkt P_1 (Fig. 4), der nach der Meinung des ruhenden Beobachters im Moment der Aufnahme des B sich senkrecht unter B befindet, erhält man nach (I*)

$$x_{1_r} = \beta y \frac{v}{c} \qquad t_{1_r} = -\frac{y}{c}(\beta - 1)$$
$$x'_{1_r} = \beta y \frac{v}{c}(2\beta - 1); \quad t'_{1_r} = \frac{\beta y}{c}\left[1 - \beta\left(1 + \frac{v^2}{c^2}\right)\right]$$

als Aufnahme des Beobachters R. Ferner wird nach (II*) die Aufnahme des B, weil die dort mit l_1 bezeichnete Größe für P_1 mit y zusammenfällt, folgendes ergeben:

$$x_{1_b} = x_{1_r} \qquad t_{1_b} = -t_{1_r}$$
$$x'_{1_b} = x_{1_r} \qquad t'_{1_b} = t_{1_r}.$$

Insbesondere erhält für P_1 also jeder der beiden Beobachter in seinem eigenen Koordinatensystem die gleichen Werte für x und t wie der andere in dem seinigen, den letzten beiden Gleichungen gemäß.

Ganz entsprechende Formeln erhält man, wenn man umgekehrt einen Punkt P_2 sucht, dessen Koordinate x' auf beiden Aufnahmen den gleichen Wert ergibt, nämlich

$$x' = -\beta y \frac{v}{c}.$$

Für diesen Punkt ist auch

$$x_r = -\beta y \frac{v}{c}.$$

Man ersieht das unmittelbar durch Einsetzen dieses letzteren Wertes in das System (I*):

$$x_{2_r} = -\beta y \frac{v}{c} \qquad t_{2_r} = -\frac{y}{c}(\beta - 1)$$
$$x'_{2_r} = -\beta y \frac{v}{c} = x_{2_r}; \quad t'_{2_r} = \frac{y}{c}(\beta - 1) = -t_{2_r}.$$

Weil nun ferner für einen Punkt, der auf der Aufnahme des beweglichen Beobachters das gleiche x' wie P_2 haben soll, auch $l' = \sqrt{x'^2 + y^2}$ den gleichen Wert hat wie $l = \sqrt{x^2 + y^2}$, so muß dieser Punkt auf der Aufnahme des bewegten Beobachters folgendermaßen aussehen:

$$x'_{2_b} = x'_{2_r} \qquad t'_{2_b} = -\frac{l' - y}{c} = t_{2_r},$$

und hieraus nach den allgemeinen Transformationsformeln

$$x_{2_b} = -\beta y \frac{v}{c}(2\beta - 1);$$
$$t_{2_b} = \frac{\beta y}{c}\left[1 - \beta\left(1 + \frac{v^2}{c^2}\right)\right].$$

Zur Übersicht seien die Bestimmungsstücke der Bilder von P_1 und P_2 in etwas anderer Anordnung nebeneinander gestellt:

P_1

Bild des R:
$$\left\{\begin{aligned} x_1 &= \beta y \frac{v}{c} \\ t &= -\frac{y}{c}(\beta - 1) \\ x' &= \beta y \frac{v}{c}(2\beta - 1) \\ t' &= \frac{\beta y}{c}\left[1 - \beta\left(1 + \frac{v^2}{c^2}\right)\right] \end{aligned}\right.$$

Bild des B:
$$\left\{\begin{aligned} x &= x_1 \\ t &= -t \\ x' &= x \\ t' &= t \end{aligned}\right.$$

P_2

Bild des B:
$$\left\{\begin{aligned} x_2' &= -\beta y \frac{v}{c} \\ t' &= -\frac{y}{c}(3 - 1) \\ x &= -\beta y \frac{v}{c}(2\beta - 1) \\ t &= \frac{\beta y}{c}\left[1 - \beta\left(1 + \frac{v^2}{c^2}\right)\right] \end{aligned}\right.$$

Bild des R:
$$\left\{\begin{aligned} x' &= x_2' \\ t' &= -t' \\ x &= x' \\ t &= t'. \end{aligned}\right.$$

Diese Formeln zeigen, wie auch hier zu einem Punkt P_1 des ruhenden Systems ein Punkt P_2 des bewegten Systems mit genau entsprechenden Eigenschaften angegeben werden kann.

Schließlich sei noch (wegen einiger Erörterungen in § 5) darauf hingewiesen, daß der Beobachter R auch aus diesen Photographien, die O und O' in Deckung zeigen, mit nicht mehr Recht herleiten kann, daß eine Strecke im bewegten System βmal so lang erscheint wie im ruhenden, als der Beobachter B das Umgekehrte aus seiner Aufnahme herleiten könnte. Im allgemeinen zeigen ja überhaupt die Punkte auf der Aufnahme des R verschiedene t-Zeiten. Eine solche Annahme könnte sich also höchstens auf zwei Punkte beziehen, deren Abszissen gleich, aber entgegengesetzt sind; denn nur diese zeigen auf der Aufnahme des R gleiche t-Zeichen, da t für beide gleich ist. Nennen wir die Abszissen zweier solcher Punkte x_1 und x_2, wobei $x_2 = -x_1$ ist, so folgt aus den allgemeinen Formeln

$$x'_{1_r} = \beta(x_1 - vt_1)$$

und

$$x'_{2_r} = \beta(x_2 - vt_2),$$

also wegen $t_1 = t_2$ allerdings

$$x'_{1_r} - x'_{2_r} = \beta(x_1 - x_2).$$

Indessen wird hier B einwenden, daß für ihn die Punkte nicht symmetrisch zu O' liegen, da nicht $x'_{1_r} = -x'_{2_r}$ ist, ferner, daß auch t' für beide Punkte verschieden ausfällt und daß er aus seiner Aufnahme die umgekehrte Längenbeziehung ableiten kann.

§ 5.

Wir wollen nun auf Grund unserer Ergebnisse die näherungsweise Darstellung von Herrn v. Mangoldt betrachten. Herr v. Mangoldt schreibt[1]): „Denkt man sich etwa auf der Achse OY in einem hinreichend weit von O entfernten Punkt einen genügend empfindlichen photographischen Apparat aufgestellt und gegen O hin gerichtet, so gibt eine Momentaufnahme, die mit diesem Apparat gemacht wird, von den Zuständen, die zu einer und derselben Zeit auf einem nicht allzuweit ausgedehnten, den Punkt O als Mittelpunkt enthaltenden Teil der x-Achse herrschen, mit einem Schlage ein näherungsweise richtiges Bild.“

„Es hat nun keine Schwierigkeit, sich klar zu machen, was derartige Beobachtungen ergeben müssen. Denkt man sich z. B. den Verschluß des Apparates dann einen Augenblick geöffnet, wenn dasjenige Licht eintrifft, das bei der Zeitangabe Null der festen Uhren von den in einer gewissen Nähe des Punktes O auf der Achse OX befindlichen festen und den mit ihnen zusammenfallenden beweglichen Signalen ausgesandt wurde, so erhält man ein Bild, in dessen Mitte die Punkte O und O' vereinigt erscheinen, und in dem jede der photographierten festen Uhren auf Null zeigt. Dies Bild zeigt ferner auf der Achse OX links und rechts vom Punkte O' zwei äußerste bewegliche und zugleich zwei mit ihnen in Deckung befindliche feste Signale. Sind nun $(-x')$ und x' die Abszissen der beiden ersteren in bezug auf O' und $(-x)$ und x die Abszissen der letzteren in bezug auf O, so ist nicht etwa $x' = x$, sondern ... wegen $t = 0$

$$x' = \beta x^{1)}, \text{ also umgekehrt } x = \frac{x'}{\beta}.$$

Das heißt aber in anderen Worten: Der Abstand der beiden beweglichen Signale, für den ein Bewohner des bewegten Körpers durch unmittelbare Messung den Wert $2x'$ findet, scheint einem feststehenden Beobachter nur die Länge $\frac{2x'}{\beta}$ zu haben.“

Es ist hier zunächst auffällig, daß es möglich sein soll, mit einem Schlage von den Zuständen auf einem Teil der X-Achse, also auf einer Mehrheit von Punkten, ein — wenn auch nur näherungsweise — richtiges Bild zu erhalten. Denn man denkt hier unwillkürlich an eine Möglichkeit, die „Gleichzeitigkeit“ für Ereignisse an verschiedenen Punkten zu konstatieren; und daß das unmöglich ist, bildet ja gerade einen der Grundgedanken der Relativitätstheorie. Diese Meinung wird dadurch bestärkt, daß auf dem Bild des festen Beobachters alle festen Uhren auf Null zeigen sollen. Es wird dabei also der Zeitunterschied vernachlässigt, der entsteht, weil das Licht von den verschiedenen festen Uhren aus verschieden lange Wege bis zum photographischen Apparat zurückzulegen hat. Gerade diese Vernachlässigung, bei einer Theorie, deren Wurzel eben in der scharfen Betrachtung der Zeiten liegt, die solche Lichtsignale brauchen, bedarf, wie mir scheint, einer kurzen Rechtfertigung durch eine nähere Rechnung. Insbesondere muß noch gezeigt werden, daß der bewegte Beobachter auch hier das genau entsprechende Bild findet, so daß also alle seine Uhren auf seiner Photographie in dem fraglichen Bereich ebenfalls Null zeigen. Wir wollen dartun, daß dies bei konsequenter Durchführung der Vernachlässigung in der Tat der Fall ist.

1) l. c. S. 743.

1) Im Original steht hier, offenbar infolge eines Druckfehlers, $x' = \beta$.

§ 6.

Der von Herrn v. Mangoldt betrachtete Fall ist identisch mit dem von uns in § 4 behandelten. Wir hatten dort für die Zeitangabe der ruhenden Uhren auf dem Bilde des Beobachters R gefunden:

$$t_r = \frac{y - l}{c}.$$

Hier ist (Fig. 1)

$$l = (x^2 + y^2)^{1/2}$$

oder

$$l = y\left(1 + \frac{1}{2}\frac{x^2}{y^2} + \cdots\right).$$

Hier nimmt nun Herr v. Mangoldt an, daß der Aufnahmeort hinreichend weit von O entfernt und der aufgenommene Teil der X-Achse nicht allzuweit ausgedehnt sei, mit andern Worten, das Verhältnis $\frac{x}{y}$ wird als klein angenommen, sagen wir von erster Ordnung. Dadurch wird $l = y$ und in der Tat überall $t_r = 0$. Der genauere Ausdruck für t_r würde dagegen lauten:

$$t_r = -\frac{x}{2c}\cdot\frac{x}{y}.$$

Setzen wir also $t_r = 0$, so vernachlässigen wir hier schon ein Glied erster Ordnung. Für die Größe x_r' finden wir aus § 4, nach Einsetzen unseres Wertes für l (oder t_r)

$$x_r' = \beta\cdot\left[x + \frac{v}{2c}\frac{x^2}{y}\right] = \beta x\left[1 + \frac{v}{2c}\cdot\frac{x}{y}\right].$$

Hier dürfen wir über die Größe von $\frac{v}{c}$ keinerlei Voraussetzungen machen; wenn wir also mit Herrn v. Mangoldt auf dem Bilde überall $x_r' = \beta x$ setzen, so vernachlässigen wir dabei $\frac{x}{y}$, wiederum ein Glied erster Ordnung, gegen 1.

Wir wollen deshalb folgerichtig die Vernachlässigung der Glieder erster Ordnung weiterführen.

Die von Herrn v. Mangoldt nicht berechnete Größe t_r' wird nach (I*)

$$t_r' = \beta\left[-\frac{x^2}{2cy} - \frac{v}{c^2}x\right],$$

oder

$$t_r' = -\frac{\beta x}{c}\left[\frac{x}{2y} + \frac{v}{c}\right],$$

und mit Vernachlässigung des Gliedes erster Ordnung

$$t_r' = -\beta x\cdot\frac{v}{c^2}.$$

Berechnen wir nun weiter, welches Bild der bewegte Beobachter unter den gleichen Bedingungen erhält, so handelt es sich in unseren Formeln für x_b' usw. (§ 4) vor allem um die Größe l_1. Diese war für den Punkt O gleich βy. Für irgendeinen anderen Punkt P der X-Achse tritt statt l_1 der Wert l_2 ein, wo (Fig. 5)

$$l_2^2 = l_1^2\left(1 + \frac{x^2}{l_1^2} - \frac{2x}{l_1}\cdot\frac{v}{c}\right)$$

ist.

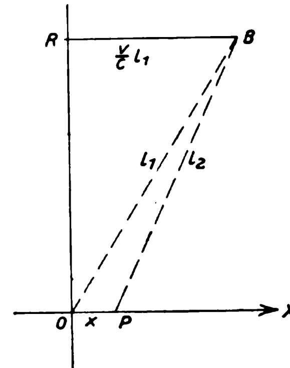


Fig. 5.

Ist $\frac{x}{y}$ klein, so ist es $\frac{x}{l_1}$ erst recht, und wir erhalten, zunächst mit Vernachlässigung des Gliedes $\frac{x^2}{l_1^2}$, angenähert

$$l_2 = l_1\left(1 - \frac{x}{l_1}\cdot\frac{v}{c}\right).$$

Demnach wird gemäß (II*)

$$t_b = \frac{1}{c}\left[l_1 - l_1\left(1 - \frac{x}{l_1}\cdot\frac{v}{c}\right)\right] = \frac{xv}{c^2}.$$

Ferner wird

$$x_b' = \beta\left[x - x\frac{v^2}{c^2}\right] = \frac{x}{\beta},$$

und

$$t_b' = \beta\left[\frac{xv}{c^2} - \frac{xv}{c^2}\right] = 0.$$

Stellen wir die gefundenen Größen zusammen, so haben wir:

Bild des R: $\begin{cases} x = x \\ t = 0 \\ x' = \beta x \\ t' = -\beta x\frac{v}{c^2} \end{cases}$ Bild des B: $\begin{cases} x' = x' \\ t' = 0 \\ x = \beta x' \\ t = \beta x'\frac{v}{c^2}. \end{cases}$

Demnach entsprechen auch diese Gleichungen den Forderungen des Relativitätsprinzips, und die benutzten Vernachlässigungen können trotz der oben angeführten prinzipiellen Bedenken eingeführt werden.

Auch die Konstanz der Geschwindigkeit c bleibt hier gewahrt. Für die Beobachter R und B geht das aus der Natur der begangenen Vernachlässigung unmittelbar hervor, aber nicht für

den Beobachter B' (siehe § 2). Für ihn gilt zur Aufnahmezeit

$$x'' = -\beta v \cdot \frac{y}{c}$$

und

$$T'' = \frac{\beta y}{c}.$$

Er muß wieder verlangen

$$\frac{(x_r' - x'')^2 + y^2}{(T'' - t_r')^2} = c^2.$$

Dies ergäbe

$$\frac{\left(\beta x + \beta v \frac{y}{c}\right)^2 + y^2}{\left(\beta \frac{y}{c} + \beta x \frac{v}{c^2}\right)^2} = c^2.$$

Vernachlässigt man hier links wieder alle Glieder von der ersten Ordnung an, so kommt man wirklich auf

$$\frac{1 + \beta^2 \frac{v^2}{c^2}}{\frac{\beta^2}{c^2}} = \frac{c^2}{\beta^2} + v^2 = c^2.$$

Es sei endlich noch bemerkt, daß im Grunde die Vorstellung der Ausführung einer Momentphotographie für unsere Überlegungen unwesentlich ist. Alles, was ein Beobachter durch sie erhält, könnte er ebensogut, gerade wie im täglichen Leben, auch unmittelbar sehen. Nur käme die rein äußerliche Schwierigkeit hinzu, daß es unmöglich ist, in einem Augenblick, ganz wörtlich verstanden, die Zustände an einer größeren Anzahl von Punkten der X-Achse beobachtend zu erfassen, während die Photographie eben dieses gestattet.

§ 7.

Die in den vorhergehenden Paragraphen ausgeführten Rechnungen sind im Grunde sämtlich Anwendungen und Spezialisierungen des einen, umfassenden Prinzips der Konstanz der Lichtgeschwindigkeit. Durch Photographie, die ja auch eine Lichtsignalgebung ist, kann eben kein Beobachter erkennen, daß seine Längen- oder Zeitmessung etwas vor der eines anderen Beobachters voraus hat. Die eingehende Betrachtung eines solchen ideellen Experimentes kann wohl dazu dienen, das Verständnis der Formeln zu vertiefen und ihre Bedeutung der Anschauung etwas näher zu bringen.

Von diesem Gesichtspunkt aus soll hier noch auf zwei andere ideelle Versuche hingewiesen werden, die dem gleichen Zwecke dienen.

Es ist eine bekannte, im § 1 schon erwähnte Folgerung aus den Grundformeln der Theorie, daß eine bewegte Uhr dem ruhenden Beobachter R βmal so langsam zu gehen scheint wie seine eigenen Uhren. Wollte also der ruhende Beobachter die Übereinstimmung seiner Uhren untereinander auf die nächstliegende Weise prüfen, nämlich dadurch, daß er eine von ihnen zu einer anderen hinträgt und dann beider Angaben vergleicht, so werden diese jetzt eine konstante Differenz aufweisen, da die transportierte Uhr während der Zeitspanne ihrer Bewegung langsamer ging. Man muß nun auf Grund des Relativitätsprinzips erwarten, daß ein mit beliebiger Geschwindigkeit bewegter Beobachter, der den Transport derselben Uhr beobachtet, beim Vergleich mit seinen Uhren genau das entsprechende Zurückbleiben jener Uhr findet. Formuliert man diese Forderung mathematisch, so erhält man auf diesem Wege eine bekannte Formel der Relativitätstheorie wieder.

Nehmen wir der Einfachheit halber an, der Beobachter R wolle die im Koordinatenursprung O befindliche Uhr mit einer in einem beliebigen Punkt $P = (x, 0)$ der X-Achse befindlichen ruhenden Uhr vergleichen. Er setzt sie dazu im Moment $t = 0$ ihrer Angabe mit einer konstanten Geschwindigkeit u in Bewegung[1]). Dann ist $x = u \cdot t$, d. h. die in P befindliche Uhr zeigt bei der Ankunft der anderen die Zeit $t = x/u$. Mit der bewegten Uhr denken wir uns am besten ein anderes Koordinatensystem fest verbunden. Sie zeigt dann bei der Ankunft in P

$$t'' = \beta''\left(t - \frac{u}{c^2}x\right),$$

wobei

$$\beta'' = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}$$

ist.

Hieraus erhält man die bekannte Gleichung

$$t'' = \frac{t}{\beta''}.$$

Ein mit der Geschwindigkeit v gegen das ruhende System längs dessen X-Achse bewegter

1) Dieser Versuch trägt ebenso wie ein von A. Einstein (Ann. d. Phys. **17**, 904, 1905) gegebenes, verwandtes Beispiel das Bedenken in sich, daß die Uhr beim Übergang aus der Ruhe in die Bewegung beschleunigt werden muß und daß wir das Verhalten der Uhr in dieser, eventuell unendlich kurzen Beschleunigungsperiode nicht kennen. Hierauf weist auch W. v. Ignatowsky (Arch. d. Math. u. Phys. **17**, 18, 19, 1910) hin, indem er betont, daß es keine Uhr gibt, welche die Eigenzeit anzeigte. Will man diese Schwierigkeit vermeiden, so muß man annehmen, daß eine dritte, zur Vergleichung dienende Uhr des ruhenden Systems schon zuvor auf die Geschwindigkeit u gebracht sei und im Moment ihres Durchganges durch O auf $t = 0$ gestellt werde. — Mathematisch ist das Ergebnis ohne weiteres vorauszusehen, weil die beobachtete Zeitverkürzung t/β für beliebig bewegte Systeme, also auch speziell für das ruhende immer dieselbe sein muß, wenn β passend gewählt ist.

Beobachter B, dessen Koordinatenursprung O', wie gewöhnlich, zur Zeit $t = t' = 0$ mit O zusammenfalle, will nun dieselbe Uhr gleichzeitig zur Vergleichung seiner Uhren benutzen. Er findet, daß sie sich gegen sein System mit einer anderen Geschwindigkeit w bewegt. Er muß, wenn die Uhr in P angekommen ist und er sie mit einer in seinem System ruhenden, in diesem Moment in P befindlichen Uhr mit der Angabe t' vergleicht, fordern, daß entsprechend wie oben

$$t'' = \frac{t'}{\beta'}$$

sei, wobei

$$\beta' = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{w^2}{c^2}}}$$

ist.

Aus der Gleichsetzung der beiden t'' findet sich

$$\frac{t}{\beta''} = \frac{t'}{\beta'},$$

und, da allgemein

$$t' = \beta\left(t - \frac{v}{c^2}\,x\right)$$

ist, hat man weiter

$$\frac{1}{\beta''} = \frac{\beta}{\beta'}\left(1 - \frac{u \cdot v}{c^2}\right).$$

Setzt man die Werte für β, β' und β'' ein, so kann man hieraus berechnen, daß

$$u = \frac{v + w}{1 + \frac{v \cdot w}{c^2}}$$

sein muß.

Dieses ist die Formel, die Einstein, auf anderem Wege abgeleitet, als „Additionstheorem der Geschwindigkeiten" bezeichnet[1]). Auch die dort gegebene allgemeinere Formel wäre auf diesem Wege herzuleiten, wenn man nicht die X-Achse, die Bewegungsrichtung der Uhr und die von B zusammenfallen ließe.

Der beschriebene, ideelle Versuch bildet die Veranschaulichung für die mathematische Tatsache, daß die Paralleltransformationen für die drei benutzten Koordinatensysteme eine Gruppe bilden[2]).

Die gleiche Beziehung zwischen den Geschwindigkeiten läßt sich auch durch Betrachtung der Verkürzungen eines mit der Geschwindigkeit u bewegten Stabes erhalten, die ein ruhender, sowie ein mit der Geschwindigkeit v bewegter Beobachter finden muß. Dieser fordert eine Verkürzung im Verhältnis $\beta' : 1$, jener im Verhältnis $\beta'' : 1$, und hiervon ausgehend, kommt man auf eine ganz ähnliche, kleine Rechnung.

1) Ann. d. Phys. 17, 906, 1905.
2) A. Einstein, l. c.

§ 8.

Zum Schluß sei ein dritter ideeller Versuch angeführt, welcher, dem ersten Anschein nach auf einen Widerspruch mit dem Relativitätsprinzip führend, sich bei näherer Betrachtung gerade in dessen Sinne deuten läßt.

Man denke sich (Fig. 6) im ruhenden System eine elektrische Leitung mit einer Batterie. Auf

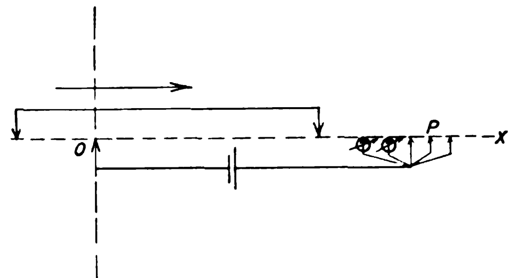


Fig. 6.

der einen Seite, etwa in O, endigt die Leitung in einem einzigen, unendlich schmalen Kontakt, auf der anderen Seite in einer großen Anzahl solcher Kontakte, die sehr nahe beieinander liegen. Jede der Zweigleitungen enthalte, wie dies bei einigen angedeutet ist, sehr nahe dem Kontakt ein äußerst empfindliches Galvanometer. Darüber hinweg bewege sich, im gestrichenen System festliegend, ein leitender Bügel, dessen beide Kontaktspitzen beständig auf der X-Achse fortgleiten.

Es gibt nun eine, und nur eine Stellung des Bügels in der er den Stromkreis der Batterie schließt. Das Galvanometer, das sich in der betreffenden, dann vom rechten Bügelkontakt berührten Leitung befindet, etwa bei P, muß ausschlagen, und selbst wenn es erst ausschlägt, nachdem der Bügel schon merklich weiter geglitten ist, so wird man doch zugeben müssen, daß gerade diese Leitung gerade dann in Kontakt mit dem rechten Bügelende war, als das linke sich in O befand.

Beim Verfolgen dieser Vorstellung stößt man sogleich auf Widersprüche gegen das Relativitätsprinzip. Vor allem hätte man ja auf diese Weise Gleichzeitigkeit für zwei verschiedene Stellen des Raumes konstatiert. Wenn der obige Gedankengang einwandfrei wäre, so müßte man eben schließen, der rechte Bügelkontakt habe die betreffende Galvanometerleitung berührt, während „gleichzeitig" der linke in O berührte. Auch kommt man mit den Längenbeziehungen in ein Dilemma. Denn wenn die Länge des

Bügels, vom mitbewegten Beobachter mittels synchroner Uhren gemessen, l' beträgt, die Länge der Strecke OP dagegen, vom ruhenden Beobachter synchron gemessen, sich zu l ergibt, so muß ja bekanntlich jeder der Beobachter, wenn er die Strecke des anderen synchron nachmißt, behaupten können, daß jener einen βmal zu großen Wert gefunden habe. Andererseits kann doch der beschriebene ideelle Versuch nur ein einziges, ganz bestimmtes Resultat ergeben; denn das rechte Bügelende hat seine unveränderliche x'-Koordinate und die Galvanometerleitung bei P auch ihre feste x-Koordinate. Nun darf dem Anschein nach keine dieser Koordinaten größer sein als die andere, weil dann eine Unsymmetrie vorhanden wäre, aus der man auf die absolute Ruhe des einen Beobachters schließen könnte. Gleich können sie aber auch nicht sein; welcher von den beiden nach der synchronen Messung in Betracht kommenden Werten, der größere, oder der βmal so kleine, sollte sich dabei wohl ergeben? Auch kann die Umkehrung des Versuches die Widersprüche nicht lösen, denn es ist kein experimenteller Grund einzusehen, weshalb etwas anderes herauskommen sollte, wenn der Bügel ruht und die Batterie mit dem Kontaktsystem sich bewegt.

Erst die Berücksichtigung der Tatsache, daß die Fortpflanzung der elektrischen Wirkung im Draht Zeit braucht, führt darauf, daß die Vorgänge an den beiden Bügelenden in dem Zeitdifferential der Berührung als unabhängig voneinander anzusehen sind. Man kann sich dann den Vorgang etwa folgendermaßen vorstellen. Die Entfernung von O bis zum nächsten Kontaktstück sei etwas kleiner als l/β, die von O bis zum fernsten Kontaktstück etwas größer als l, im ruhenden System gemessen. Kommt nun das rechte Bügelende mit den ersten Kontaktstücken in Berührung, so lädt sich der Bügel auf das Potential der Kontaktstücke, und wenn die Galvanometer empfindlich genug sind, bzw. die Kapazität des Bügels groß genug ist, so könnte man dabei die Ladungsströme konstatieren, die aber für uns unwesentlich sind. In einem bestimmten Moment kommt das linke Bügelende nun in O an. Dann findet zwischen diesem und dem ruhenden Kontakt ein elektrischer Ausgleich statt, der sich mit endlicher Geschwindigkeit über den Draht hin fortpflanzt. Im Moment, wo er das rechte, inzwischen weiter bewegte Ende erreicht hat, tritt er in das ruhende System über, etwa bei P, und das dort befindliche Galvanometer schlägt aus. Der ruhende Beobachter liest dabei x und t, der bewegte Beobachter andere Werte x' und t' ab. Um zu wissen, wann die linken Enden koinzidierten, müssen aber nun beide wieder erst rechnen, und dabei kommt man einfach auf das Additionstheorem der Geschwindigkeiten.

Der ruhende Beobachter wird nämlich

$$\frac{x}{t} = u,$$

der bewegte

$$\frac{x'}{t'} = u'$$

finden. Hier gilt, wie in § 7,

$$u = \frac{u' + v}{1 + \frac{u' \cdot v}{c^2}}.$$

Der ruhende Beobachter wird als Geschwindigkeit der Elektrizität gegen den bewegten Beobachter den Wert $u - v$ ansehen und hat nach obiger Formel

$$u - v = u'\left(1 - \frac{u \cdot v}{c^2}\right),$$

der bewegte Beobachter als Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Elektrizität gegen den ruhenden dagegen den Wert $u' + v$, und hat seinerseits

$$u' + v = u\left(1 + \frac{u' \cdot v}{c^2}\right).$$

Diese Formeln entsprechen einander in bekannter Weise; sie zeigen, daß keine Auffassung vor der anderen den Vorzug verdient.

Auch dieser ideelle Versuch dürfte ein lehrreiches Beispiel für die eigenartige Schlußweise bilden, der man altbekannte Vorgänge unterwerfen muß, wenn man sie vom Standpunkt der Relativitätstheorie betrachtet.

Charlottenburg, Physik. Institut d. Technischen Hochschule, Februar 1911.

(Eingegangen 17. März 1911.)

Zum Ehrenfestschen Paradoxon.

Bemerkung zu V. Varičaks Aufsatz.

Von A. Einstein.

Neulich hat in dieser Zeitschrift[1]) V. Varičak Bemerkungen publiziert, die nicht unerwidert bleiben dürfen, weil sie Verwirrung stiften können.

Der Verfasser hat mit Unrecht einen Unterschied der Lorentzschen Auffassung von der meinigen mit Bezug auf die physikalischen Tatsachen statuiert. Die Frage, ob die Lorentz-Verkürzung wirklich besteht oder nicht, ist irreführend. Sie besteht nämlich nicht „wirklich“, insofern sie für einen mitbewegten Beob-

1) Diese Zeitschr. 12, 169, 1911.

achter nicht existiert; sie besteht aber „wirklich", d. h. in solcher Weise, daß sie prinzipiell durch physikalische Mittel nachgewiesen werden könnte, für einen nicht mitbewegten Beobachter. Dies ist es ja, was Ehrenfest in sehr hübscher Weise deutlich gemacht hat.

Wir erhalten die Gestalt eines relativ zu einem System K bewegten Körpers in bezug auf K, indem wir die Punkte von K ermitteln, mit welchen zu einer bestimmten Zeit t von K die materiellen Punkte des bewegten Körpers koinzidieren. Da der bei dieser Festsetzung gebrauchte Begriff der Gleichzeitigkeit in bezug auf K vollkommen, d. h. so definiert ist, daß auf Grund dieser Definition eine Konstatierung der Gleichzeitigkeit auf experimentellem Wege prinzipiell möglich ist, so ist auch die Lorentz-Kontraktion prinzipiell wahrnehmbar.

Dies würde Herr Varičak vielleicht zugeben, also in gewissem Sinne seine Aussage zurücknehmen, daß die Lorentz-Kontraktion eine „subjektive Erscheinung" sei. Aber er würde vielleicht an der Ansicht festhalten, daß die Lorentz-Verkürzung lediglich in den willkürlichen Festsetzungen über die „Art unserer Uhrenregulierung und Längenmessung" ihre Wurzel habe. Inwiefern diese Ansicht nicht aufrecht erhalten werden kann, zeigt folgendes Gedankenexperiment.

Es seien zwei (ruhend verglichen) gleichlange Stäbe $A'B'$ und $A''B''$, welche längs der X-Achse eines beschleunigungsfreien Koordinatensystems in der X-Achse paralleler, gleichsinniger Orientierung gleiten können. $A'B'$ und $A''B''$ sollen aneinander vorbeigleiten, wobei $A'B'$ im Sinne der positiven, $A''B''$ im Sinne der negativen X-Achse mit beliebig großer konstanter Geschwindigkeit bewegt sei. Dabei begegnen sich die Endpunkte A' und A'' in einem Punkte A^*, die Endpunkte B' und B'' in einem Punkte B^* der X-Achse. Die Entfernung A^*B^* ist dann nach der Relativitätstheorie kleiner als die Länge eines jeden der Stäbe $A'B'$ und $A''B''$, was mit einem der Stäbe konstatiert werden kann, indem derselbe im Zustand der Ruhe an der Strecke A^*B^* angelegt wird.

Prag, Mai 1911.

(Eingegangen 18. Mai 1911.)

Über einen möglichen Unterschied zwischen Emissions- und Absorptionsspektren.

Von T. Krawetz.

Das emittierende Molekül bestehe aus einer unbeweglichen, positiven Kugel, deren Ladung $= 2e$ sei, und aus zwei Elektronen, deren Masse m, deren Ladung $-e$ betrage. Die Elektronen werden von der positiven Kugel gleich stark angezogen und erleiden bei ihrer Bewegung gleichen Widerstand. Dann sind, bei Abwesenheit äußerer Kräfte, die Gleichungen für die Verrückungen der Elektronen:

$$\frac{d^2x_1}{dt^2} + k\frac{dx_1}{dt} + p_0^2 x_1 - q^2 x_2 = 0;$$
$$\frac{d^2x_2}{dt^2} + k\frac{dx_2}{dt} + p_0^2 x_2 - q^2 x_1 = 0.$$

Beim Integrieren dieses Systems kommen wir bekanntlich zu der Gleichung:

$$(-p^2 + kip + p_0^2)^2 - q^4 = 0,$$

welche uns die Eigenfrequenzen zu

$$p_1 = \sqrt{p_0^2 + q^2};\ p_2 = \sqrt{p_0^2 - q^2}$$

ergibt; dabei ist die Dämpfung k vernachlässigt. Wir haben es also im Emissionsspektrum mit einem Duplett zu tun.

Betrachten wir anderseits die Dispersion eines aus solchen Molekeln bestehenden Mediums. Die Bewegungsgleichungen sind jetzt:

$$\frac{d^2x_1}{dt^2} + k\frac{dx_1}{dt} + p_0^2 x_1 - q^2 x_2 = -\frac{e}{m}X;$$
$$\frac{d^2x_2}{dt^2} + k\frac{dx_2}{dt} + p_0^2 x_2 - q^2 x_1 = -\frac{e}{m}X.$$

Wenn X periodisch variiert, folgt daraus:

$$x_1 = x_2 = -\frac{e}{m}X\frac{(-p^2 + kip + p_0^2) + q^2}{(-p^2 + kip + p_0^2)^2 - q^4},$$

was schließlich durch Kürzung zu

$$x_1 = x_2 = -\frac{e}{m}X\frac{1}{-p^2 + kip + p_0^2 - q^2}$$

wird.

Weiter verfahren wir in der üblichen Weise, indem wir

$$\varepsilon = 1 + 4\pi\frac{\Sigma ex'}{X'}$$

setzen. Hier ist $\Sigma ex' = -Ne(x_1' + x_2')$, wo N die Molekelzahl in der Volumeinheit bedeutet. Durch Einsetzen der Werte für x_1 und x_2 erhalten wir:

$$\varepsilon = 1 + 4\pi N\frac{e^2}{m}\frac{2}{-p^2 + kip + p_0^2 - q^2}.$$

Das ist aber der bekannte Drudesche Ausdruck für die Dispersion eines Mediums mit einem einzigen Absorptionsstreifen. Das Maximum der Absorption liegt bei der Frequenz

$$p_2 = \sqrt{p_0^2 - q^2}.$$

Im Absorptionsspektrum fehlt also eine Linie, welche im Emissionsspektrum vorhanden war[1]).

1) Bei der Besprechung des entsprechenden Falles in A. Garbassos „Vorlesungen über theoretische Spektroskopie" (S. 139) übersieht der Verfasser, daß in seiner endgültigen Formel ε'' gleich Null sein soll; darum erhält er ein von dem meinigen abweichendes Resultat. Dasselbe gilt auch von dem auf S. 145 Gesagten.

Zu demselben Resultat gelangen wir aber, wenn wir uns zu dem allgemeinen Falle mehrerer gekoppelten Elektronen wenden. (Vergl. J. J. Thomson, Phil. Mag. S. VI, v. 7., S. 237). Das erwähnte Resultat beansprucht deswegen allgemeine Bedeutung.

Die Ursache dieser Besonderheit läßt sich folgenderweise erklären. Wie es in der Theorie zweier gleichen gekoppelten Systeme dargelegt wird, besteht aus den zwei möglichen Eigenperioden die eine allein, wenn beide Systeme in derselben Phase schwingen, die andere allein, wenn die Phasen entgegengesetzt sind. In allen übrigen Fällen kommen beide Eigenschwingungen zum Vorschein. Nun ist bei freien Schwingungen jeder dieser Fälle möglich. Wenn aber die Schwingungen erzwungen sind, so wirkt, wegen der Kleinheit der Molekeldimensionen gegen die Wellenlänge, stets dieselbe erregende Kraft auf beide Elektronen. Darum immer eine konphase Bewegung und auch eine einzige Eigenperiode.

Moskau, 29. März 1911.

(Eingegangen 1. Mai 1911.)

Über das Verhalten des Trabanten —0,121 Å.-E. der Quecksilberlinie 5790 Å.-E. im magnetischen Felde.

Von Harald Lunelund.

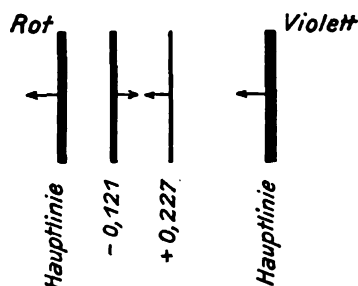
In einem vor einiger Zeit erschienenen Aufsatz hat Gmelin[1]) die Aufmerksamkeit auf das eigenartige Verhalten der Quecksilberlinie 5789,88 im magnetischen Felde gelenkt. In meiner ungefähr gleichzeitig veröffentlichten Dissertation[2]) habe ich den transversalen Zeeman-Effekt dreier Trabanten (+0,227, +0,131 und —0,121) der Quecksilberlinie 5790 behandelt, jedoch nur +0,227 ausführlicher beschrieben. Zur Vervollständigung der Angaben betreffs des Trabanten —0,121 sei daher noch folgendes mitgeteilt.

Es sei hervorgehoben, daß ich die parallel und senkrecht zu den Kraftlinien schwingenden Komponenten getrennt beobachtete. Es werden hier nur die parallel schwingenden Komponenten von —0,121 berücksichtigt.

Bezüglich des Näheren über das als Dispersionsapparat verwendete 35 stufige Gitter und die als Lichtquelle dienende Quarzamalgamlampe sowie die Bestimmung der magnetischen Feldstärke sei auf die Dissertation hingewiesen.

1) P. Gmelin, diese Zeitschr. 11, 1193, 1910.
2) Harald Lunelund, Über die Struktur einiger Spektrallinien und ihren Zeeman-Effekt in schwachen Magnetfeldern, S. 69 (Helsingfors 1910); Ann. d. Phys. 34, 529, 1911.

Während die mittlere Komponente der Hauptlinie 5790 sich im Magnetfelde proportional dem Quadrat der Feldstärke nach Rot verschiebt[1]), bewegt sich die parallel schwingende Komponente des Trabanten —0,121 nach Violett. Die Verschiebung, die okular deutlich wahrgenommen wurde, ist in der Figur durch einen Pfeil angedeutet. Da die Mittellinie von +0,227 stark nach Rot rückt, so nimmt die gegenseitige Entfernung der beiden Trabanten mit wachsender Feldstärke bedeutend ab. Bei —0,121 habe ich keine okularen Messungen angestellt; die in der beistehenden Tabelle enthaltenen Zahlen sind durch nachträgliches Ausmessen einiger im Sommer 1910 in Göttingen während der Dissertationsarbeit aufgenommenen Photogramme erhalten worden.



Die Entfernung zwischen —0,121 und der Hauptlinie wurde bestimmt und daraus die Verschiebung der ersteren Linie berechnet. Dabei ist natürlich zu berücksichtigen, daß die Hauptlinie nach der entgegengesetzten Richtung wandert. Die Korrektion habe ich nach den Angaben Gmelins[2]) bei den von mir benutzten Feldstärken 2800, 4035, 4835 und 5590 Gauß zu bezw. 0,0003, 0,0007, 0,0010, 0,0013 Å.-E. bestimmt.

Die Tabelle gibt einen Überblick über die Ergebnisse der Messungen.

H (Gauß)	Verschiebung $\delta\lambda$ (Å.-E.)	$\frac{\delta\lambda}{H}\cdot 10^6$	$\frac{\delta\lambda}{H^2}\cdot 10^9$
2800	0,011(2)	4,00	1,43
4035	0,022(0)	5,45	1,35
4835	0,033(5)	6,93	1,43
5590	0,040(5)	7,25	1,30

Die Übereinstimmung zwischen den Werten von $\frac{\delta\lambda}{H^2}$ untereinander ist auch innerhalb dieser verhältnismäßig engen Grenzen der Feldstärken bedeutend besser als die von $\frac{\delta\lambda}{H}$, bei höherer Feldstärke würde sich der Unterschied noch fühlbarer machen. Die Verschiebung findet also

1) P. Gmelin, diese Zeitschr. 9, 212, 1908.
2) Gmelin, l. c.

proportional dem Quadrat der Feldstärke statt.

Das Mittel aus den Werten von $\frac{\delta\lambda}{H^2}\cdot 10^9$ ist 1,38.

Die Abweichungen der Werte für $\frac{\delta\lambda}{H^2}\cdot 10^9$ bei den verschiedenen Feldstärken sind erklärlich, da sowohl Hauptlinie als Trabant ziemlich breit waren und genaue Einstellungen dadurch erschwert wurden. — Bei okularer Beobachtung in einem Felde von etwas mehr als 6000 Gauß erschien der Trabant sogar doppelt, aber auf den Photogrammen — also bei geringerer Feldstärke — war die Zerlegung kaum sichtbar. Es wurde darum beim Ausmessen auf den Schwerpunkt der Linien eingestellt. — Die parallel schwingende Komponente von —0,121 war stets breiter als diejenige von +0,227.

Da der Zeeman-Effekt bei den Trabanten der Quecksilberlinie 5790 vieles an Interesse bietet, so habe ich durch obige Vervollständigung meiner früheren Angaben zur Aufklärung der Tatsachen beitragen wollen.

Helsingfors, den 11. April 1911.

(Eingegangen 15. April 1911.)

Die Knickfestigkeit gerader Stäbe.

Von Fr. Engeßer.

In dem mir leider sehr verspätet zur Kenntnis gelangten Artikel über die Knickfestigkeit gerader Stäbe in dieser Zeitschrift (**9**, 136, 1908) leitet Herr v. Kármán die für Spannungen außerhalb Elastizitätsgrenze gültige Knickformel ab mit dem Bemerken, daß die richtige Lösung der Frage seines Wissens noch nicht veröffentlicht sei. Er führt dabei auch meine in der Zeitschrift des Arch.- u. Ing.-Vereins zu Hannover 1889 erschienene Abhandlung an, auf deren hinfällige Schlußweise er von Professor Prandtl aufmerksam gemacht worden sei. Den beiden Autoren waren, nach diesen Bemerkungen zu schließen, meine späteren Veröffentlichungen über den fraglichen Gegenstand unbekannt geblieben. Ich hatte schon im Jahre 1895 die Entwicklung selbst richtig gestellt und als erster die richtige Lösung der Frage in verschiedenen technischen Zeitschriften veröffentlicht (vgl. Schweizerische Bauzeitung 1895, II, S. 24; Zentralblatt der Bauverwaltung 1896, S. 492; Zeitschrift des Vereins Deutscher Ingenieure 1898, S. 927), was ich hiermit auch in dieser Zeitschrift feststellen möchte.

Karlsruhe, im Mai 1911.

(Eingegangen 7. Mai 1911.)

Tagesereignisse.

Die Chemikerverbände von Deutschland, England und Frankreich haben sich unter Mitwirkung von Wilhelm Ostwald, Hermann Wichelhaus und Paul Jacobson von der Deutschen Chemischen Gesellschaft, P. Frankland, Raphael Meldola und Sir William Ramsay von der Chemical Society und A. Bébal, Albin Haller und R. Hanriot in Paris zu einer **Association Internationale des Sociétés chimiques** verbunden, die allmählich alle Chemikerverbände mit dem Zwecke der Beschäftigung mit Fragen von allgemeinem und internationalem Interesse für die Chemie umfassen soll. Erster Präsident ist Professor Dr. Wilhelm Ostwald in Groß-Bothen bei Leipzig. Die nächste Zusammenkunft ist für April 1912 in Berlin geplant.

Personalien.

(Die Herausgeber bitten die Herren Fachgenossen, der Redaktion von eintretenden Änderungen möglichst bald Mitteilung zu machen.)

Habilitiert: Für Chemie: an der Universität Wien Dr. Anton Keilan, an der Universität Göttingen Dr. Ernst Wilke-Dörfurt, an der Universität Würzburg Dr. Kurtius Langheld.

Ernannt: Der Professor der Chemie am Polytechnikum in Riga Dr. Paul Walden zum ord. Akademiker der Kaiserl. Akademie der Wissenschaften in St. Petersburg (mit dem Recht auf Beibehaltung seiner Rigaer Stellung), Dr. R. Casemade zum Professor der analytischen Chemie an der Universität Barcelona, der a. o. Professor an der Universität Graz Dr. Karl Hillebrand zum ord. Professor der Astronomie ebenda, Dr. Johannes Schröder in Montevideo zum ord. Professor für Chemie und Agrikulturchemie an der jetzt selbständigen Landwirtschaftlichen Hochschule daselbst, der a. o. Professor für Chemie und Physik an der Ecole préparatoire de médicine et de pharmacie in Angers Dr. Jean Allonic zum ord. Professor der Chemie und Toxikologie an derselben Hochschule an Stelle von Professor Aristide Tesson, der in den Ruhestand tritt, der ord. Professor an der Universität Klausenburg Dr. Lipot Fejer zum ord. Professor der Mathematik an der Universität Budapest.

Neuer Lehrauftrag: Dem ord. Professor der Mathematik an der landwirtschaftlichen Hochschule Poppelsdorf Dr. Philipp Furtwängler für höhere Geodäsie an der Universität Bonn.

Gestorben: Der Chemiker Dr. Winzheimer, Vorstand der Wissenschaftlichen Abteilung der Firma J. D. Riedel in Berlin, die Astronomin Wilhelmine Paton-Fleming, Vorsteherin der Abteilung für astronomische Photographie am Harvard College Observatory in Cambridge, der Professor der Chemie an der University of South Dr. Cameron Pigotty, der a. o. Professor der chemischen Pharmazie an der Universität Göttingen Geh. Reg.-Rat Dr. Karl Polstorff.

Für die Redaktion verantwortlich Professor Dr. Friedrich Krüger in Danzig-Langfuhr. — Verlag von S. Hirzel in Leipzig.
Druck von August Pries in Leipzig.

PHYSIKALISCHE ZEITSCHRIFT

No. 13. | 1. Juli 1911. Redaktionsschluß für No. 14 am 29. Juni 1911. | 12. Jahrgang.

INHALT:

ORIGINALMITTEILUNGEN.

Magnetische Eigenschaften elektrolytischer Eisenschichten.

Von W. Kaufmann und W. Meier.

1. Einleitung. Die magnetischen Eigenschaften elektrolytischen Eisens sind öfters untersucht worden[1]); im allgemeinen zeigte sich, daß die Eisenniederschläge, wenn auch stark abweichend, je nach der Zusammensetzung der Elektrolytlösung, aus der sie gewonnen wurden, sich in ihren magnetischen Eigenschaften ähnlich wie Stahl verhielten, d. h. relativ große Remanenz und Koerzitivkraft besaßen. Beetz (l. c.) untersuchte Eisen, das in einem starken magnetischen Felde niedergeschlagen war, und fand an diesem einen starken remanenten Magnetismus, der durch nachträgliche Einwirkung eines Feldes nur noch verhältnismäßig wenig gesteigert werden konnte. Aus seinen Zahlen berechnet sich eine Remanenz von etwa 63, 81, 84, 91 Proz. für vier aus verschiedenen Lösungen erhaltenen Eisenpräparate.

Herr Maurain (l. c.) beobachtete im Jahre 1900, daß schon recht schwache Felder (10 bis 15 Gauß), wenn sie während der Entstehung des Eisens wirkten, genügten, um das Eisen bis zur Sättigung zu magnetisieren. Er fand ferner, daß die Hysteresiskurven für derartiges Eisen eine von der gewohnten durchaus abweichende Gestalt haben, nämlich fast diejenige eines Rechtecks, von dessen Ecken zwei etwas abgerundet sind (Fig. 1). Für ein im Felde Null niedergeschlagenes Eisen dagegen gibt er an, die gewöhnliche Form der Hysteresisschleife gefunden zu haben.

Die vorliegende Untersuchung wurde zuerst nur zu dem Zwecke in Angriff genommen, die von Maurain beobachteten Erscheinungen aus eigener Anschauung kennen zu lernen; gewisse Abweichungen unserer Resultate von denen

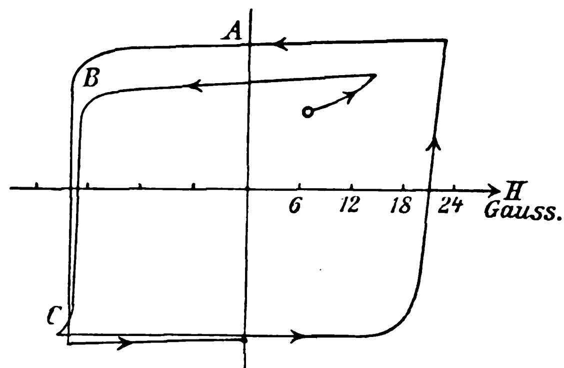


Fig. 1.

Maurains gaben jedoch Veranlassung, die Bedingungen für die Entstehung der Maurainschen Hysteresisschleifen näher zu untersuchen und namentlich ein Verfahren auszuarbeiten, welches konstante Resultate zu erzielen gestattete.

2. Die Hauptresultate der vorliegenden Untersuchung sind folgende:

a) Das Auftreten einer Hysteresisschleife der von Herrn Maurain angegebenen Form ist unabhängig davon, ob das Eisen bereits während seiner Entstehung oder erst nachträglich magnetisiert wird.

1) Beetz, Pogg. Ann. 111, 107, 1860; Cailletet, C. R. 130, 319, 1875; Du Bois, Phil. Mag. (5) 29, 298, 1890; Leick, Wied. Ann. 58, 691 u. 59, 750, 1896; Houllevigue, Journ. d. phys. (3) 6, 246, 1897; Sechelson, Wied. Ann. 67, 37, 1899; Maurain, C. R. 131, 410, 880, 1900, Journ. d. phys. (3) 10, 123, 1901, Eclair. électrique 26, 212, 1901; Schild, Ann. d. Phys. (4) 25, 612, 1908.

b) Das Resultat Maurains, daß ein während der Elektrolyse wirkendes Feld schon bei geringen Intensitäten Sättigung bewirkt, wird bestätigt. Ein schwaches konstantes magnetisches Feld wirkt also auf sich bildendes Eisen ähnlich wie auf gewöhnliches Eisen unter dem Einflusse fortwährender Erschütterungen (vgl. Ewing, Magnet. Indulation usw., § 85).

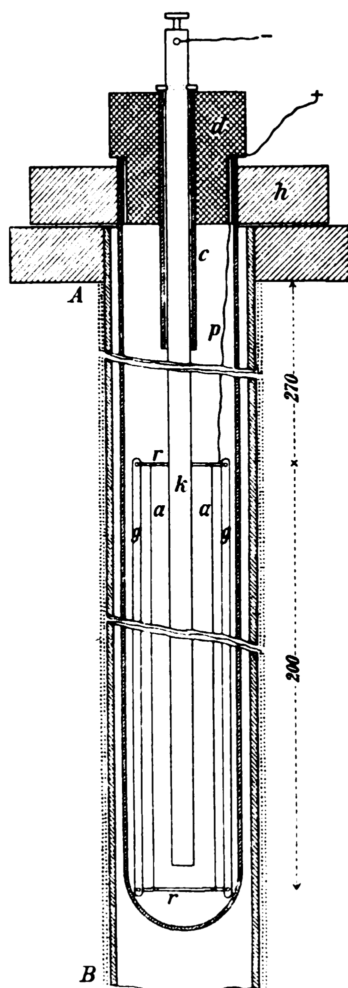


Fig. 2.

c) Die Maurainschen Hysteresisschleifen entstehen nur beim Innehalten ganz bestimmter Bedingungen für die Zusammensetzung der Lösung.

d) Die Gestalt der Hysteresisschleifen entspricht ziemlich genau einer von Herrn R. Gans publizierten[1]) theoretischen Kurve.

e) Die Eisenniederschläge verändern ihre magnetischen Eigenschaften sehr schnell, vermutlich durch Abgabe von Wasserstoff, und können durch kathodische Polarisation teilweise wieder regeneriert werden.

3. Apparat und Untersuchungsmethode. Der Apparat zur Erzeugung der Eisenniederschläge war bis auf die etwas abweichenden Dimensionen dem Maurainschen nachgebildet (Fig. 2). In einem unten geschlossenen Glaszylinder hing an einem Platindraht (*p*) ein Gestell aus zwei Glasstäben (*g g*), die oben und unten durch je einen aus 1 mm starkem Platindraht gebildeten Ring (*r*) verbunden waren. Vier dünnere parallele Platindrähte *a a* verbanden beide Ringe und bildeten die Anode.

Als Kathode diente ein 6 mm dicker Messingstab (*k*), der durch ein in den Hartgummideckel (*d*) eingekittetes Glasrohr (*c*) zentriert war. Durch den Deckel führte ferner ein hier nicht mitgezeichnetes dünnes Glasrohr, das unten in eine Kapillare ausgezogen und rechtwinklig umgebogen war und zur langsamen Zuführung von Ammoniaklösung sowie zum Umrühren diente.

Der ganze Apparat war in ein Holzbrett *h* eingelassen und stak im Innern einer Drahtspule *A B* von 93,9 cm Länge und 4 cm Durchmesser, die aus zwei Lagen von auf eine Glasröhre aufgewickeltem, 1 mm starkem, mit Emaille isoliertem Kupferdraht bestand. Die Spule diente zur Erzeugung des während der Elektrolyse bezw. während der magnetischen Messungen wirkenden Feldes bezw. zur Kompensation der senkrechten Komponente des Erdfeldes.

Aus der Windungszahl 1614 und der Länge berechnet sich das Spulenfeld zu $H = 21{,}55\, J_{\mathrm{Amp.}}$

Zur Messung der Magnetisierung diente, da die magnetometrische Methode wegen der starken Störungen durch die städtische Straßenbahn nicht anwendbar war, eine Induktionsmethode.

Zu diesem Zwecke wurde in der eben beschriebenen Feldspule nach Entfernung des Elektrolysengefäßes eine Vorrichtung angebracht, welche gestattete, eine „Induktionsspule“ über den zu messenden Eisenniederschlag zu ziehen. Da sich die Induktionsspule dabei in dem mittleren homogenen Teile des Feldes bewegte, so rührte der entstehende Ausschlag des ballistischen Galvanometers nur von dem Eisen her und war seiner Magnetisierung direkt proportional. Als Galvanometer diente ein Drehspuleninstrument von Hartmann & Braun von etwa 2 Ohm Widerstand und 15 Sekunden Schwingungsdauer.

Das Feld wurde durch eine Akkumulatorenbatterie von 32 Volt erzeugt, die während der Messungen nicht anderweitig benutzt werden durfte. Die Regulierwiderstände waren so gewählt, daß in dem kritischen Feldbereich von etwa 20 Gauß eine möglichst feine Abstufung (etwa 0,002 Amp. = 0,042 Gauß) möglich war;

1) Göttinger Nachr. 1910, 28. Mai.

zur Messung der höheren Felder konnte die Empfindlichkeit des Siemensschen Präzisions-Amperemeters ohne Stromunterbrechung im Verhältnis 1 : 10 geändert werden.

4. Lösung und Elektrolyse. Herr Maurain gebrauchte für den größten Teil seiner Versuche einen Elektrolyten, der aus 20 g Ferridammoniumoxalat und 8 g Ammoniumoxalat in 1000 ccm Wasser bestand; über die Herkunft des Salzes und die Herstellung der Lösung macht er keine näheren Angaben. Die ersten Vorversuche, die wir mit den aus den angegebenen Salzen[1]) ohne besondere Vorsichtsmaßregeln hergestellten Lösungen ausführten, ergaben zwar bereits das oben unter b genannte Resultat, doch wich die Hysteresisschleife nicht wesentlich von der bekannten Form gewöhnlichen weichen Stahles ab. Beträchtliche Abweichungen der einzelnen Versuchsreihen in der Größe der pro Milliamperestunde erhaltenen Eisenmengen, im Werte ihrer Magnetisierung, in der Gestalt der Kurven ließen einen Einfluß geringer Änderungen in der Zusammensetzung der Lösung vermuten, der durch umfangreiche Versuche aufgeklärt werden mußte. Auf einige der hierbei gefundenen besonderen Einflüsse soll weiter unten eingegangen werden. Im folgenden geben wir zunächst das schließlich adoptierte Verfahren an, das zu einigermaßen konstanten Resultaten und zu Kurven der von Herrn Maurain angegebenen Gestalt geführt hat.

Das Eisensalz wurde kalt in destilliertem Wasser bis zur Sättigung gelöst und die Lösung im Vakuum über Schwefelsäure bis zur Hälfte eingeengt. Von den hierbei entstandenen Kristallen wurden nur die am Boden der Kristallisierschale befindlichen schön ausgebildeten Exemplare benutzt; die Kristalle wurden erst unmittelbar vor Gebrauch aus der Mutterlauge entfernt, mit etwas Wasser abgespült, zwischen reinem Fließpapier getrocknet, gewogen und in Wasser im Verhältnis 40 : 1000 gelöst. Von dem Ammoniumoxalat wurde eine Vorratslösung von 16 : 1000 ebenfalls auf kaltem Wege hergestellt. Unmittelbar vor Gebrauch wurden 100 g der Eisenlösung in 100 g der Ammoniumsalzlösung hineingegossen und noch 10 ccm $^1/_{10}$ norm. NH_3 zugefügt. Es wurde stets auf peinlichste Sauberkeit aller Gefäße geachtet; die Kristalle kamen nur mit einer Platinpinzette und mit reinstem Filtrierpapier in Berührung. Da die Eigenschaften des Eisenniederschlages vor allem von dem Gehalt der Lösung an freier Säure (d. h. also von Wasserstoffionen) abzuhängen schienen (siehe § 10), so mußte während der Elektrolyse einem zunehmenden Säuregehalt der Lösung durch passenden Ammoniakzusatz vorgebeugt werden. Dazu diente das oben erwähnte Glasrohr, durch welches von Zeit zu Zeit etwas NH_3, und zwar etwa 3 ccm $^1/_{10}$ norm. NH_3 für jede 10 mg Eisen hinzugefügt wurde.

Der als Kathode dienende Messingstab wurde unmittelbar vor dem Beginn der Elektrolyse mit Schmirgel hochglanzpoliert und in konzentrierter Sodalösung gebadet. Hierauf erfolgte zunächst oberflächliche Abspülung, Abreiben mit Filtrierpapier, bis dieses völlig weiß blieb, und Wägung des Stabes. Nach der Wägung wurde der Stab nochmals in reiner konzentrierter Sodalösung gebadet, mit destilliertem Wasser abgespritzt und noch naß in die Elektrolytlösung hineingesteckt. Die völlig gleichmäßige Benetzung des Stabes durch das Spülwasser erwies sich als genügendes Kriterium seiner Sauberkeit.

Die Elektrolyse erfolgte mit 100 bis 200 Milliampere; ein wesentlicher Einfluß der Stromdichte konnte innerhalb dieser Grenzen nicht konstatiert werden. Die Eisenmenge pro Amperestunde betrug etwa 350 bis 400 mg. Nach dem Faradayschen Gesetz sind für dreiwertiges Eisen rund 700 mg zu erwarten. Die Abweichung rührt davon her, daß, wie schon Maurain bemerkt die Lösung das Eisen angreift.

Nach der Elektrolyse wurde die Kathode sofort mit Filtrierpapier trocken gerieben und dann zur Bestimmung der Eisenmenge nochmals gewogen. Ein Abspülen des Eisens vor der Trocknung war insofern schädlich, als dann das Eisen sein blankes Aussehen verlor und rascher „alterte" (siehe § 7). Das frisch niedergeschlagene Eisen scheint also vom Wasser angegriffen zu werden.

Wegen der raschen Veränderlichkeit des Eisens (siehe § 7) erfolgte die erste magnetische Messung meist sofort nach der Herstellung.

5. Bestimmung der Magnetisierungskurven. Wir bezeichnen ein Feld, dessen Richtung mit derjenigen der Vertikalkomponente des Erdfeldes übereinstimmt, das also von oben nach unten gerichtet ist, als ein positives. Entsprechend wird die ein solches Feld erzeugende Stromrichtung in der Spule und ferner der an dem positiv magnetisierten Eisen gemessene ballistische Ausschlag als positiv bezeichnet. Das während der Elektrolyse wirkende Feld H_0 ist stets positiv oder Null.

Die Ausschläge des ballistischen Galvanometers bedurften einer kleinen Korrektion, da das Spulenfeld nicht ganz homogen war, so daß bei eingeschaltetem Strom auch ohne Eisen ein Ausschlag entstand, wenn die Induktionsspule verschoben wurde. Derselbe betrug —3 Skalenteile bei einem Spulenfeld von 50 Gauß. Da

1) Die Salze waren von E. Merck in Darmstadt bezogen.

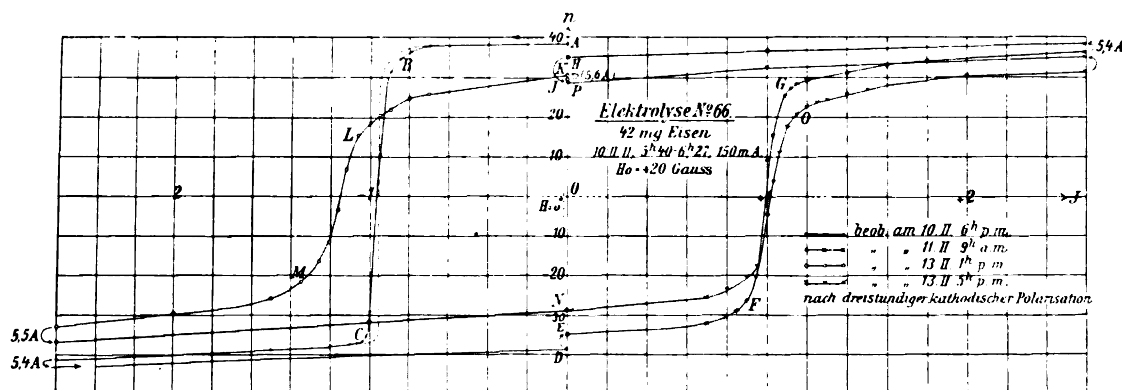


Fig. 3.

eine Feldänderung von 1 Gauß bei feststehender Spule 19,5 Skalenteile ergab, so betrug die Inhomogenität etwa 0,15 Gauß bei im ganzen 50 Gauß oder 0,3 Proz. Da 50 Gauß durch einen Strom von 2,3 Amp. erzeugt werden, so ist zu den gemessenen Ausschlägen die Korrektion $+J\cdot 3/2{,}3$ zu addieren. Die weiter unten mitgeteilten Resultate sind bereits mit dieser Korrektion versehen.

Die vertikale Komponente des Erdfeldes beträgt 0,44 Gauß, zu deren Kompensation ein Strom von 0,020 Amp. erforderlich ist. Einem Spulenstrome J entspricht also ein Feld:

$$H = 21{,}55\,(J + 0{,}020).$$

Aus den Dimensionen der Induktionsspule (1480 Windungen von 0,5 mm starkem Draht, innerer Durchmesser 1,0 cm, äußerer Durchmesser 1,65 cm, 8 Lagen, Länge 10 cm) ergibt sich die mittlere Fläche einer Windung zu 1,40 cm². Ein Feld von 1 Gauß erzeugt hierin einen Ausschlag von 19,5 Skalenteilen. Wenn also ein Eisenniederschlag n Skalenteile gibt, so entspricht diesen eine gesamte Kraftlinienzahl von $n \cdot 1{,}40/19{,}5 = 0{,}072 \cdot n$ Gauß $\times$ cm², oder eine Polstärke:

$$m = \frac{0{,}072}{4\pi}\cdot n = 0{,}00573 \cdot n.$$

6. Allgemeine Resultate. Die Kurven $ABCD$ der Fig. 3 und 4 zeigen die typische Form der Hysteresiskurve für einen nach den Vorschriften von § 5 hergestellten Eisenniederschlag, wenn man die Beobachtung unmittelbar nach der Herstellung ausführt. Die näheren Daten der Elektrolyse sind neben den Kurven angegeben. Abszisse ist der Spulenstrom, Ordinaten sind die Galvanometerausschläge n; über die Absolutwerte siehe § 8. Fig. 3 zeigt durchaus das von Herrn Maurain angegebene Verhalten, nämlich fast konstante Magnetisierung bis dicht an das Koerzitivfeld H_c heran (Strecke AB), dann sehr rasches Umbiegen und fast senkrechten Absturz zu negativen Werten (Strecke BC). Der ganze Umschlag erfolgt in einem Feldintervall von etwa 3 Gauß. Vom Punkte C ab läßt Herr Maurain das Feld wieder auf Null zurückgehen (vgl. Fig. 1). Wir haben es vorgezogen, die Kurve weiter zu verfolgen, wobei sich als neue Eigentümlichkeit ein ziemlich scharfer Knick im Punkte C zeigte, jenseits dessen die Kurve fast horizontal verläuft.

Über $J = 2{,}6$ hinaus waren keine sehr exakten Messungen mehr möglich, weil das Galvanometer infolge von Schwankungen des Spulenstromes und Thermoströmen, die von der stark erwärmten Feldspule erzeugt wurden, zu unruhig wurde. Es wurde jedoch stets der

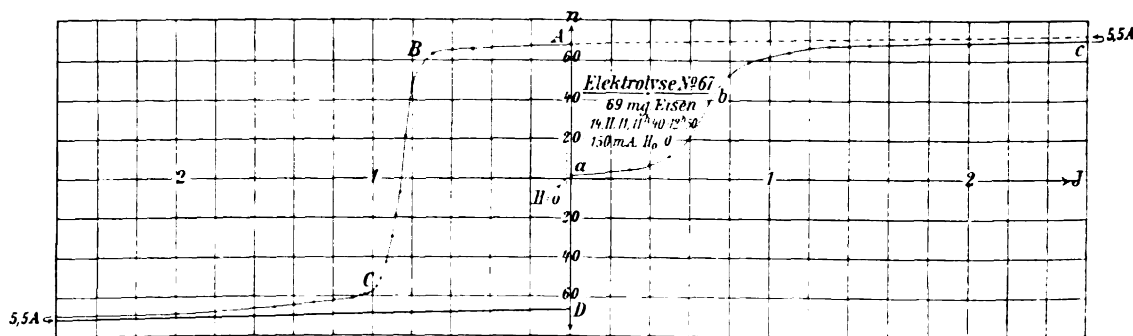


Fig. 4.

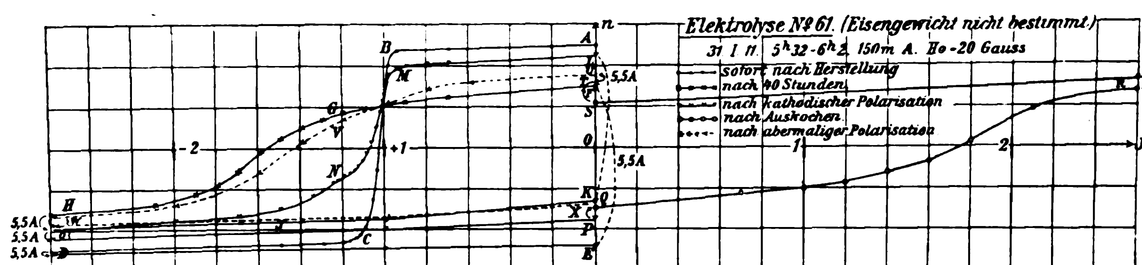


Fig. 5.

Strom noch bis auf etwa 5,5 Amp., also H bis auf etwa 120 Gauß gesteigert. Einige Messungen auch bis zu diesen Feldern hinauf ergaben eine weitere Zunahme von n um höchstens 10 Proz. (siehe Fig. 6 und 7).

Fig. 4 zeigt einen Eisenniederschlag, der im Felde Null, d. h. bei einem zur Kompensation des Erdfeldes dienenden Spulenstrom von —0,0204 Amp. entstanden ist. abc ist die Nullpunktskurve, die nicht von der gewohnten Form abweicht; der schwache Anfangsmagnetismus rührt von nicht ganz genauer Kompensation des Erdfeldes her. Der absteigende Ast $ABCD$ zeigt wieder dieselbe charakteristische Form, wie in Fig. 3, den plötzlichen Absturz BC und den Knick bei C, nur ist das Stück BC weniger steil und deutlich gekrümmt. Jedenfalls weicht auch diese Kurve von der gewohnten Form so stark ab, daß man dem vorliegenden Eisen eine von der gewöhnlichen durchaus abweichende Konstitution zuschreiben muß.

Nun ist es bekannt, daß elektrolytisches Eisen unter Umständen ziemlich große Mengen von Wasserstoff enthält[1]); daß auch im vorliegenden Falle der Wasserstoffgehalt des Eisens für die Gestalt der Magnetisierungskurve mitbestimmend ist, scheint aus den folgenden Versuchen hervorzugehen.

Überläßt man einen Eisenniederschlag sich selbst und untersucht ihn nach einiger Zeit von neuem, so findet man eine andere Magnetisierungskurve; die Kurven $EFGH$ und $IKLMN$ in Fig. 3 sind z. B. 15 bezw. 67 Stunden nach Herstellung des Stabes aufgenommen; die Magnetisierbarkeit hat abgenommen, die Koerzitivkraft ist größer geworden, der Knick C hat einer stetigen Biegung G bezw. M Platz gemacht, so daß die Gestalt der Kurve sich der gewöhnlichen genähert hat.

Unterwirft man nun einen so „gealterten" Stab kurze Zeit hindurch einer kathodischen Polarisation, so werden die ursprünglichen Eigenschaften teilweise regeneriert, wie aus der Kurve NOP hervorgeht, die nach dreistündiger Polarisation in verdünnter Essigsäure erhalten wurde.

Eine ähnliche Versuchsreihe zeigt Fig. 5; die nötigen Daten sind in der Figur angegeben. Hier ist sowohl die Alterung in 40 Stunden als auch die Regeneration durch 25 Minuten dauernde Polarisation in Ammoniumoxalatlösung sehr auffällig; der eigentümliche Knick bei N, der in ähnlicher Weise noch mehrfach beobachtet wurde, scheint auf eine Zusammensetzung des regenerierten Eisens aus zwei Schichten von verschiedenem H_c hinzuweisen. Die Wirkung der Polarisation erreicht nach etwa 20 bis 30 Minuten ihren Grenzwert. Der regenerierte Stab wurde nunmehr während einiger Minuten in siedendes Wasser getaucht. Wenn die Alterung von einer Wasserstoffabgabe herrührte, so war eine Beschleunigung dieses Vorgangs durch Erhitzung zu erwarten; in der Tat zeigte sich der erwartete Effekt in einer Abnahme des remanenten Magnetismus von 18 auf 14,5 (von P nach Q) und einem Ansteigen von J_c bis auf 1,75, also $H_c = 37{,}7$ Gauß. Auch jetzt ließ sich durch nochmalige Polarisation eine teilweise Regenerierung erzielen; der remanente Magnetismus stieg von selbst, d. h. ohne daß inzwischen ein Feld außer dem Erdfelde einwirkte, von 11 auf 16 (von S nach T) und nach Einwirkung von 5,5 Amp. auf 18 (U).

Daß eine völlige Regeneration nicht möglich ist, erklärt sich leicht, wenn man bedenkt, daß die sich ausscheidenden Wasserstoffionen nur durch Diffusion in das Innere des Stabes gelangen können, daß also die Hauptwirkung auf die äußere Oberfläche beschränkt bleibt. Eine Gewichtsänderung des Eisens konnte weder bei der Alterung noch bei der Regeneration festgestellt werden.

7. Korrektion wegen Alterung, Änderung der Lösung und Erdmagnetismus. Die unmittelbar beobachteten Kurven sind aus dreierlei Gründen verzerrt und bedürfen einer Korrektion.

a) Der Alterungsvorgang, welcher jedenfalls zuerst rasch und dann allmählich langsamer verläuft, findet auch schon während der Elektrolyse

1) Vgl. Cailletet, l. c. u. Houllevigue, l. c.

statt, so daß das erhaltene Eisen aus verschieden alten Schichten mit entsprechend verschiedener Koerzitivkraft zusammengesetzt ist. Während der etwa eine Stunde dauernden Beobachtung der Kurve setzt sich dieser Prozeß noch fort. Die Wirkung auf die Kurve besteht offenbar in einer Verringerung der Steilheit des Stückes BC.

b) Die Wirkung der Alterung wird je nach der Zusammensetzung der Lösung kompensiert oder vermehrt durch die Änderung der Lösung während der Elektrolyse, welche durch den in § 4 erwähnten Ammoniakzusatz allerdings großenteils kompensiert wurde. Wenn man ohne einen solchen Zusatz mehrere Niederschläge nacheinander aus der gleichen Lösung herstellte, so war die Koerzitivkraft der späteren Niederschläge größer[1]).

c) Trotz der außerordentlichen Dünnheit der Eisenschichten ist doch die Entmagnetisierungswirkung der Pole nicht ganz zu vernachlässigen. Da die Entmagnetisierung für einen dünnen Eisenzylinder nicht gleichmäßig, sondern offenbar nach den Enden zu stärker ist, so konnte nur durch eine Überschlagsrechnung ermittelt werden, daß der Maximalwert des entmagnetisierenden Feldes von der Größenordnung von etwa 1 Gauß war. Der geradlinig abfallende Kurventeil BC erstreckt sich aber über einen Strombereich von etwa 0,1 Amp., also etwa 2 Gauß.

Nimmt man alle drei Ursachen zusammen, welche den Abfall BC verlangsamen, so erscheint es sehr wahrscheinlich, daß für einen ungealterten, völlig homogenen und unendlich langen Eisenniederschlag das Stück BC völlig senkrecht sein würde.

8. Absolutwerte. Der Galvanometerausausschlag im Felde Null, also der vom remanenten Magnetismus allein herrührende, beträgt pro Milligramm Eisen rund einen Skalenteil. (Die Abweichungen der einzelnen Präparate sind ziemlich beträchtlich und schwanken zwischen 0,85 bis 1,15 Skalenteilen pro Milligramm, ohne daß ein Grund für die Abweichungen angebbar wäre.) Nach § 5 beträgt also die Polstärke pro Milligramm Eisen 0,00573 C.G.S.

Die Länge der Eisenschicht ist 20 cm, also beträgt das magnetische Moment pro Milligramm: $20 \cdot 00573 = 0{,}115$. Nimmt man die Dichte des Eisens zu 7,8 an, so erhält man als Moment pro Kubikzentimeter oder als Intensität der (remanenten) Magnetisierung:

$$J_r = 0{,}115 \cdot 7{,}8 \cdot 1000 = 897 \text{ oder rund } 900.$$

Unter der Annahme einer Remanenz von 83 Proz., welche sich aus den wenigen vorliegenden Beobachtungen für Felder von über 100 Gauß ergibt, beträgt demnach die Sättigungsintensität:

$$J_{\max} = 900/0{,}83 = \text{rund } 1100.$$

Die Koerzitivkraft schwankt bei den einzelnen nach dem in § 4 angegebenen Rezept hergestellten Proben zwischen etwa $H_c = 19$ und $H_c = 24$ Gauß. (Über die Abhängigkeit der Koerzitivkraft von der Zusammensetzung der Lösung siehe die Anmerkung in § 7 sowie § 10.)

Die Anfangspermeabilität berechnet sich aus Versuch No. 67 (Fig. 4) wie folgt: Für $J = 0$ betrug $n = 1{,}4$; für $J = 0{,}3$ Amp., also $H = 21{,}55 \times 0{,}3 = 6{,}5$ betrug $n = 4{,}9$. Also ist: $\delta n / \delta H = (4{,}9 - 1{,}4)/6{,}5 = 0{,}54$ für eine Eisenmenge von 69 mg. Also pro Milligramm Eisen: $\delta n / \delta H = 0{,}54/69 = 0{,}0078$. Folglich ist die Suszeptibilität: $\varkappa = 0{,}0078 \cdot 900 = 7{,}0$ und die Anfangspermeabilität: $\mu_a = 1 + 4\pi\varkappa = \mathbf{89}$.

Vergleicht man obige Zahlen mit den für gewöhnliche Eisenarten gefundenen, so zeigt sich eine gewisse Ähnlichkeit mit dem Verhalten ungehärteten Stahles, eine Tatsache, auf welche schon Houllevigue (l. c.) aufmerksam machte. So findet man z. B. bei Gumlich und Rogowski[1]) folgende Angaben für ungehärteten Stahl: $J_{\max} = 1580$, $J_r = 1040$, $H_c = 16{,}7$ Gauß, $\mu_a = 73$.

9. Vergleichung mit der Gansschen Theorie. Die bereits erwähnte Theorie von Herrn R. Gans operiert in ähnlicher Weise wie die Theorien von Langevin[2]) und Weiß[3]) und wie viel früher auch schon Ewing[4]) mit dem Begriff des „molekularen Feldes", welches sich zu dem äußeren Felde addiert. Während aber Herr Langevin seine Theorie zunächst nur auf Gase anwendet und die Herren Ewing und Weiß dieselbe für ein regelmäßiges Molekülgitter, also für einen Eisenkristall sowie für ein aus solchen Kristallen in regelloser Weise zusammengesetztes Eisen durchführen, entwickelt Herr Gans für eine völlig regellose Anhäufung von Molekularmagneten, also für ein amorphes Eisen, zunächst eine Beziehung zwischen dem gesamten molekularen Felde K und der Magnetisierung M. Das molekulare

1) Folgende Tabelle zeigt dies; die Lösung entsprach dem in § 4 gegebenen Rezept, nur unterblieb der weitere NH_3-Zusatz während der Elektrolyse:

Elektrolyse No.	mg Fe	J_c
37	62	0,80
38	42	0,92
39	31	1,04
40	31	1,14
41	25	1,15

1) Ann. d. Phys. (4) **34**, 255, 1911.
2) Ann. de chim. et phys. (8) **5**, 70, 1905.
3) Thèses de doctorat Paris 1896; Journ. d. phys. **3**, 194, 1904, **4**, 836, 1905.
4) Phil. Mag. 1890.

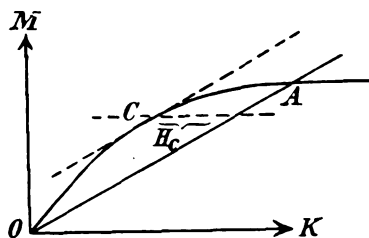


Fig. 6.

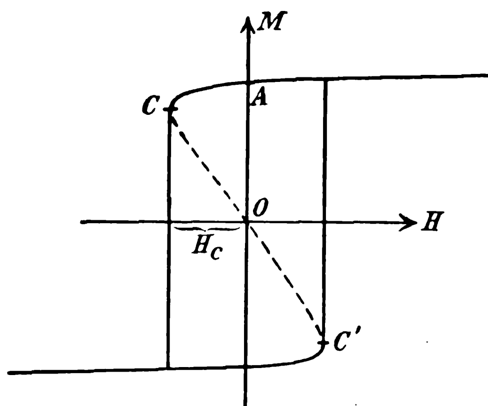


Fig. 7.

Feld setzt sich aber aus dem äußeren Felde H und einem von der Magnetisierung M selbst herrührenden Anteil zusammen, so daß

$$K = H + 4\pi/3 \cdot M. \qquad (1)$$

Aus der allgemeinen Magnetisierungskurve, die nur einen Zusammenhang zwischen M und K liefert, wird dann die spezielle Magnetisierungskurve des gerade vorliegenden Eisens, d. h. M als Funktion von H, durch eine Scherung gewonnen, wobei die Neigung der Scherungslinie eine für die Eisensorte charakteristische Konstante ist.

Die schematischen Fig. 6 und 7 zeigen erstens die M–K-Kurve, zweitens die M–H-Kurve, welche aus der ersteren durch die Scherung erhalten ist. A ist die Scherungslinie. Der gestrichelte Teil zwischen C und C' ist labil, an diesen Stellen findet also ein plötzliches „Umklappen" des Magnetismus statt, so daß die wirkliche Magnetisierungskurve durch den ausgezogenen Linienzug dargestellt ist.

Diese Magnetisierungskurve gilt, wie gesagt, nur für einen sogenannten „Elementarkomplex", d. h. für ein homogenes, aber völlig ungeordnetes Konglomerat von Eisenmolekeln. Da fast alles bisher untersuchte Eisen aber kristallinische Struktur hat, so waren Kurven der beschriebenen Art dort nicht zu erwarten. Eine Erweiterung seiner Theorie auf derartiges aus einzelnen Elementarkomplexen in regelmäßiger oder unregelmäßiger Weise zusammengesetztes Eisen hat Herr Gans in Aussicht gestellt.

Eine Vergleichung der oben beschriebenen Magnetisierungskurven für das elektrolytische Eisen, welches makro- und mikroskopisch durchaus strukturlos erscheint, drängt nun unmittelbar zu der Vermutung, daß man es hier mit einem Zustand des Eisens zu tun habe, welcher demjenigen der Gansschen Elementarkomplexe, d. h. also dem Zustande völliger molekularer Unordnung, zum mindesten sehr nahe komme.

Auf die allgemeine Ähnlichkeit der Maurainschen Kurven mit seiner theoretischen Kurve hat Herr Gans schon hingewiesen. Unsere Beobachtungen ergeben die Möglichkeit einer genaueren Vergleichung.

Da jede Ungleichförmigkeit im Eisen, jede kleine Lücke im Innern Abweichungen in Richtung einer Annäherung an die gewöhnliche Magnetisierungskurve ergeben muß, so ist an eine exakte numerische Übereinstimmung natürlich nicht zu denken. Namentlich begreift man leicht, daß auch oberhalb des Koerzitivfeldes die Kurve nicht völlig reversibel ist, wie es die Gans sche Theorie verlangt.

Die M—K-Kurve hat nach einer brieflichen Mitteilung von Herrn Gans, wenn man die Wärmebewegung in Rücksicht zieht, eine etwas andere Gestalt, als in seiner Abhandlung angegeben, wo sie aus einem geradlinigen und gekrümmten Stück zusammengesetzt ist. Ihre Gleichung lautet vielmehr:

$$M = \coth(x) - 1/x, \qquad (2)$$

wobei x eine K proportionale Größe. Dieselbe Kurve ist bereits von Langevin (l. c.) abgeleitet worden. Ihre Gestalt ist in Fig. 6 ungefähr angedeutet.

Trägt man nun diese Kurve in passend gewähltem Maßstabe auf und wählt die Scherungslinie so, daß ein möglichst guter Anschluß an die Beobachtung erreicht wird, so erhält man das Bild der Fig. 8, in welcher die ausgezogene Kurve die Beobachtungen an dem Eisenpräparat No. 32 darstellt. Es ist hier ein vollständiger Zyklus bis zu $+5$ Amp. gemessen, und die Beobachtungen beider Hälften stimmen sehr gut überein. Die gestrichelte Kurve zeigt den theoretischen Verlauf unter der Annahme, daß die Remanenz 83 Proz. beträgt, die Sättigung also 56 Skalenteilen entspricht, und derartiger Wahl der Scherung, daß für $H = 0$ beide Kurven sich schneiden.

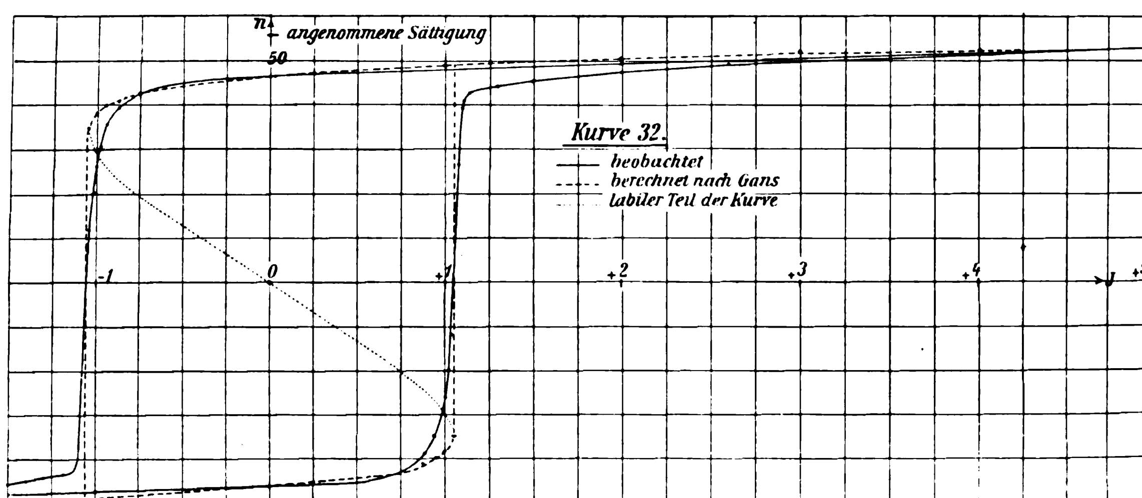


Fig. 8.

10. Spezielle Ergebnisse bezüglich des Einflusses der Lösung auf die Form der Magnetisierungskurve. Die Untersuchung hatte zwar wesentlich die Ermittelung derjenigen Versuchsbedingungen zum Zwecke, welche zur Erzielung von solchen Eisenniederschlägen führten, die den Angaben Herrn Maurains und der Theorie Herrn Gans' möglichst entsprachen; doch zeitigten die langwierigen systematischen Variationen in der Zusammensetzung des Elektrolyten natürlich noch manche nicht uninteressante Nebenresultate. Eine Hauptschwierigkeit bildet die leichte Zersetzlichkeit des Eisenammoniumsalzes, die schon bei der Herstellung des Ausgangsmaterials sich bemerkbar macht. So zeigte es sich zum Beispiel, daß die oben genannten Resultate zwar mit dem von Merck-Darmstadt bezogenen Salz stets zu erzielen waren, daß dagegen ein von Kahlbaum-Berlin bezogenes Salz nicht zu gebrauchen war und selbst nach zweimaligem Umkristallisieren abweichende Kurven ergab. Äußerlich machte sich die abweichende Beschaffenheit des Kahlbaumschen Salzes dadurch bemerkbar, daß beim Einengen der Lösung sich einige Dezigramme eines schwer löslichen weißen Salzes ausschieden, das auf einem *Pt*-Blech in der Flamme restlos verdampfte und das spez. Gewicht 1,64 hatte. Wahrscheinlich bestand dasselbe aus saurem Ammoniumoxalat $[(NH_4)HC_2O_4]$.

Die Wirkung des NH_3-Zusatzes geht aus folgender Versuchsreihe hervor, welche das Verhalten von vier rasch hintereinander hergestellten Niederschlägen zeigt; die Lösung wurde jedesmal aus einer bereit gehaltenen Vorratslösung neu hergestellt und nur der NH_3-Zusatz variiert. Das Feld H_0 betrug jedesmal 15 Gauß, der Elektrolysenstrom 100 Milliampere, die Dauer der Elektrolyse 60 Minuten.

Tabelle 1. (Elektrolysen No. 57 und 58.)

No.	NH_3-Menge $^1/_{10}$ norm.	*Fe*-Menge	Remanenz	Remanenz / *Fe*-Menge	Koerzitivkraft
1	0 ccm	43 mg	35 Skalent.	0,81	1,20 Amp.
2	3 „	46 „	46 „	1,00	1,00 „
3	7 „	40 „	40,5 „	1,01	0,90 „
4	11 „	46 „	47,5 „	1,03	0,93 „

Man sieht, wie durch 3 ccm NH_3 bereits die Magnetisierung von 0,81 bis 1,00 pro Milligramm Eisen erhöht wird; weiterer Zusatz beeinflußt die Magnetisierung kaum mehr; dagegen wird die Koerzitivkraft weiter herabgedrückt bis zu einem Minimum bei etwa 7 ccm.

Die ursprünglich grüne Lösung wurde durch 7 ccm NH_3 gelblichgrün, durch 11 ccm orangegelb gefärbt; wahrscheinlich rührte die Färbung von kolloidalem Eisenhydroxyd her. Durch Zusatz größerer Mengen von NH_3 konnte in der Tat dunkelrote Färbung erhalten werden und nach etwa 24 Stunden trat Ausflockung des Eisenhydroxyds ein. Wurde eine mit 7 bis 10 ccm NH_3 versetzte Lösung elektrolysiert, so stellte sich die ursprünglich grüne Farbe wieder her. Der in § 4 angegebene weitere NH_3-Zusatz während der Elektrolyse hielt den Zustand angenähert konstant. Für im ganzen durchschnittlich ausgeschiedene 40 mg $\overset{+++}{Fe} = 3 \cdot 40/56 =$ rund 2 mg-Äq. wurden nämlich zugesetzt $10 + 4 \cdot 3 = 22$ ccm $^1/_{10}$ normales NH_3, das sind 2,2 mg-Äq.

11. Abhängigkeit der Magnetisierung von H_0. Die Induktionsmethode gestattete nicht, die Magnetisierung während der Elektrolyse unter Einwirkung des Feldes H_0 zu messen; es wurde vielmehr nur der nachherige remanente Magnetismus im Felde 0 (genauer im Erdfelde) gemessen. Da jedoch H_0 nur klein war (nicht

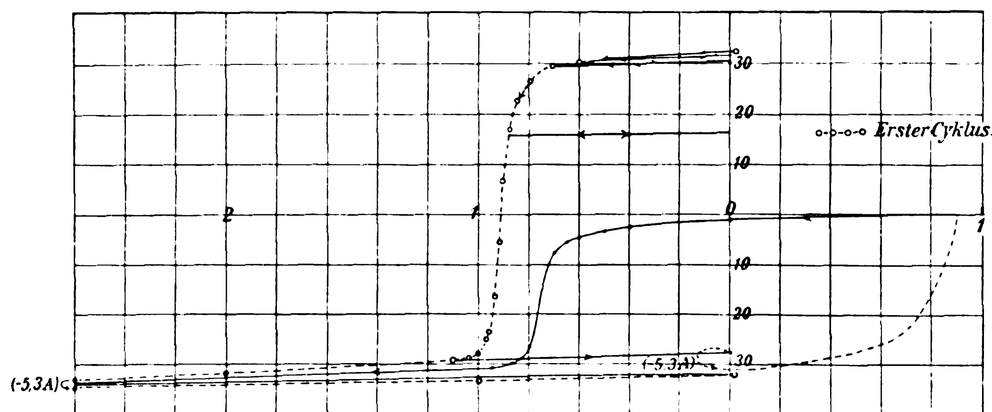


Fig 9.

über 20 Gauß), so war wegen des geringen Abfalls des absteigenden Astes der Hysteresiskurve der Unterschied zwischen dem remanenten Magnetismus (n_r) und dem zu H_0 gehörigen temporären (n_t) zu vernachlässigen. In der Tabelle 2 ist der Zusammenhang zwischen n_r und H_0 dargestellt. Ferner bedeutet n_r' den nach Einwirkung von 3 Amp. oder rund 60 Gauß verbleibenden remanenten Magnetismus. Sämtliche Versuche der Reihe wurden mittels der gleichen Vorratslösung gemacht.

Tabelle 2.

Elektrolyse No.	H_0	n_r	n_r'	mg Fe	$\frac{n_r}{\text{mg } Fe}$	$\frac{n_r'}{\text{mg } Fe}$
14	0	0	18,5	28	0	0,66
15	1	8	20,5	29	0,27	0,71
16	2	26,5	36	56	0,47	0,625
17	3	33	35,5	52	0,64	0,68
18	4	25	28,5	43	0,58	0,66
19	20	30	29,5	46	0,65	0,64

Die Ergebnisse stimmen mit denen Herrn Maurains qualitativ überein; die Sättigung für $n_r/\text{mg}Fe$ ist schon bei wenigen Gauß erreicht; $n_r'/\text{mg}Fe$ ist innerhalb der hier ziemlich beträchtlichen Versuchsschwankungen unabhängig von H_0.

Aus den ersten vier Zeilen folgt, daß bis zu etwa $H_0 = 3$ ein Anstieg von n_r/mg um etwa 0,25 pro Gauß erfolgt; dem entspricht nach § 9 ein Moment von $0,25 \cdot 900 = 225$ pro ccm. Die Suszeptibilität hat also, bezogen auf ein während der Elektrolyse wirkendes Feld, den ungeheuren Anfangswert $\varkappa_a = 225$ und $\mu_a = 4\pi \cdot 225 + 1$ = rund 2800, also etwa 30mal größer, als bei nachträglicher Magnetisierung. Ewing (l. c.) fand für einen im Felde stark erschütterten weichen Eisendraht etwa

$$\mu_a = 80000, \text{ also } \varkappa_a = \frac{80000}{4\pi} = 6400.$$

12. Mehrfache und unterbrochene Magnetisierung. Durch mehrmaliges (bis zu 250mal) Ummagnetisieren zwischen $\pm 5,5$ Amp. wird die Magnetisierungskurve nicht wesentlich geändert; doch sind gerade in bezug auf diesen Punkt die Versuchsreihen nicht ganz vollständig, da sie vor Auffindung der Alterungserscheinung gemacht sind, so daß nicht ganz feststeht, ob die kleinen beobachteten Abrundungen von dem Ummagnetisieren oder von der Alterung herrühren.

Über das Verhalten bei unterbrochenen Zyklen gibt die in Tabelle 3 und in Fig. 9 dargestellte Versuchsreihe an einem im Felde 0 erzeugten Stab Auskunft. Für eine quantitative Bestimmung der differentiellen Suszeptibilität an den einzelnen Punkten der Magnetisierungskurve reicht die Genauigkeit der Methode nicht aus. Den mitgeteilten Messungen ging ein vollständiger Magnetisierungszyklus zwischen ± 5 Amp. voraus.

Tabelle 3. (Elektrolyse No. 49.)

Amp.	n	Amp.	n	Amp.	n
0	32,4	0	27,2	—0,84	—29,1
—0,5	31,0	—5,3	—	—0,87	—29,9
0	31,7	+0,0	+0,2	—0,95	—30,7
—0,5	30,7	0	—1	—1,2	—31,1
—0,7	29,4	—0,4	—2,7	—2,6	—33,4
0	30,7	—0,5	—3,5	—5,3	—
—0,7	29,8	—0,6	—4,6	—2,5	—34
—0,9	15,8	—0,7	—7,9	0	—32
0	16,7	—0,8	—26,5		
—1,1	—29,4	—0,82	—28,3		

Innerhalb der Versuchsfehler scheint der Verlauf der Magnetisierung in dem Bereiche zwischen der eigentlichen Magnetisierungskurve und der Feldstärke 0 reversibel zu sein. Interessant ist der Teil der Kurve in der Nähe des Nullpunktes. Das Eisen befindet sich dort nicht nur im unmagnetisierten Zustand, sondern ist

auch namentlich für positiv gerichtete Felder in ziemlich weitem Bereich fast gar nicht magnetisierbar.

(Eingegangen 21. April 1911.)

Die Ursache der Lichtempfindlichkeit des Selens. II.

Von Chr. Ries.

(Schluß.)

c) Abhängigkeit des Effektes von der Feuchtigkeit. — Selenhygrometer.

Die Vermutung, daß das anomale Verhalten auf Feuchtigkeit des Selens zurückzuführen sei, war naheliegend, ja die Zunahme des Effektes nach der Herstellung, ferner die täglichen Schwankungen des Dunkelwertes drängten zu der Annahme, daß die Luftfeuchtigkeit hier im Spiele sei. Ein Vergleich der Schwankungen der Dunkelleitfähigkeit einer anomalen Selenzelle mit den Änderungen der Luftfeuchtigkeit innerhalb vier Wochen ergab eine recht gute Übereinstimmung. Für die ersten 13 Tage sind diese Änderungen in Fig. 7 graphisch dargestellt; die punktierte Kurve gibt die Schwankungen der Luftfeuchtigkeit an. Aus Tabelle 5 sind die Änderungen von Luftfeuchtigkeit, Leitfähigkeit und Temperatur für dieselbe Zeit zu ersehen.

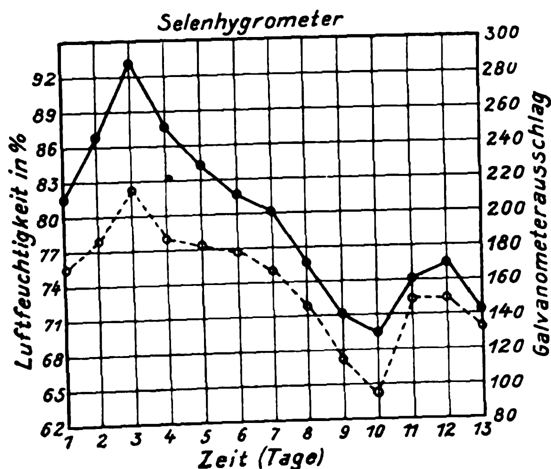


Fig. 7.

Meine anomalen Zellen besaßen einen negativen Temperaturkoeffizienten des Widerstandes (wenigstens in der Nähe der Zimmertemperatur). Erwärmung bewirkte also eine Leitfähigkeitszunahme. Da die Zellen ziemlich stark auf Wärmewirkungen reagieren, so wäre bei größeren Temperaturunterschieden ein Vergleich wohl unmöglich geworden. Es wurde jedoch ein nie geheiztes Zimmer gefunden, dessen Temperatur, trotzdem die Ventilation dauernd geöffnet war, innerhalb Wochen nahezu konstant blieb. Hygrometer und ein Kästchen mit der Selenzelle waren nebeneinander aufgehängt. Das Selenpräparat war wohl vor den Einflüssen des Lichtes, nicht aber der Luft geschützt. Die Temperatur wurde gemessen an zwei gut übereinstimmenden Thermometern, von denen das eine am Hygrometer befestigt war, während das andere mit seiner Skala zum Teil aus dem Kästchen herausragte. Der Temperaturunterschied betrug innerhalb der angegebenen Zeit nur $1^1/_2{}^0$ C. Der Einfluß des Temperaturwechsels ist aus der Tabelle leicht zu ersehen; so wäre am 8. und 13. Tage bei höherer Temperatur der Ausschlag wohl etwas größer gewesen. Daß aber der Temperaturwechsel nicht allein die Ursache der Schwankungen des Dunkelwertes ist, ergibt sich nicht bloß aus dem gleichen Verlauf der beiden Kurven, sondern auch daraus, daß innerhalb der ersten drei Tage bei gleicher Temperatur der Ausschlag zugleich mit der Luftfeuchtigkeit wuchs, vom 5. bis zum 6. Tage und vom 8. bis zum 9. Tage der Ausschlag trotz Temperaturzunahme fiel, vom 10. bis zum 11. Tage aber trotz Temperaturabnahme stieg. Bemerkenswert ist das verhältnismäßig langsame Anwachsen der Leitfähigkeit am 11. Tage; läßt man aber den 11. Tag unberücksichtigt, so findet man, daß das Ansteigen der zwei Kurven vom 10. bis zum 12. Tage nahezu parallel geht. Daraus ergibt sich, daß das Selen auf die Luftfeuchtigkeit verhältnismäßig langsam reagiert. Dieses Nachhinken der Selenfeuchtigkeit hat sich auch an anderen Stellen, insbesondere auch beim Abfallen der Kurven gezeigt. Ferner ist zu erwähnen, daß die Differenzen der Leitfähigkeit bei größerer Luftfeuchtigkeit weit stärker sind als bei geringerer, also mit Abnahme der Luftfeuchtigkeit stark abnehmen.

Tabelle 5.

Tag	Temperatur	Luftfeuchtigkeit	Galvanometerausschlag
1.	$8^3/_4{}^0$ C	75,5 Proz.	210
2.	$8^3/_4$	78	246
3.	$8^3/_4$	82,5	289
4.	8	78	251
5.	$7^1/_4$	77,5	228
6.	$8^1/_2$	76,5	212
7.	8	75	200
8.	$7^1/_4$	72	168
9.	$8^1/_4$	67	140
10.	$8^1/_4$	64	133
11.	$7^3/_4$	72,5	160
12.	$7^3/_4$	72,5	173
13.	$7^1/_4$	70	144

Die Übereinstimmung der beiden Kurven ist außerordentlich auffallend, und wenn man noch die kleinen Temperaturschwankungen in Betracht zieht, so muß wohl jeder Zweifel, daß das anomale Selen hygroskopisch ist, völlig aufhören. Einen praktischen Wert wird trotz der hier gefundenen günstigen Resultate das Selenhygrometer nie erreichen, und zwar nicht bloß wegen des starken Temperatureinflusses, sondern insbesondere deshalb, weil der Strom täglich nur einmal auf einige Sekunden geschlossen werden darf. Die Erholungszeit der Zelle ist zu lang. Bei meinen Versuchen wurde jeden Abend 7 Uhr der Ausschlag genau 15 Sekunden nach Stromschluß festgestellt und dann der Strom unterbrochen. Ein längeres oder öfteres Einschalten würde den Dunkelwert immer weiter herabdrücken, so daß die Resultate nicht mehr zu vergleichen wären.

Daß die atmosphärische Luft die alleinige Ursache der anomalen Vorgänge im Selen ist, bestätigt aufs deutlichste folgender Versuch: Eine Zelle, welche alle Eigenschaften eines anomalen Präparates besaß, wurde eine Stunde lang durch einen trockenen Luftstrom getrocknet und dann in ein Glasgefäß eingeschlossen, das auf 50 mm evakuiert wurde. Die Zelle zeigte sich nun trotz des Stromdurchgangs normal. Hierauf brachte ich die Zelle wieder ins Freie; bei der eben herrschenden großen Luftfeuchtigkeit hatte sie schon nach wenigen Tagen ihre anomalen Eigenschaften wieder erlangt. Es empfiehlt sich also, praktisch brauchbare Zellen in evakuierten Glasröhren herzustellen und dauernd einzuschließen.

Schließlich gelang es mir noch, an Präparaten, welche nur schwache Ermüdung bei Bestrahlung zeigten, durch Einbringen in feuchte Luft alle anomalen Vorgänge in deutlicher Weise hervorzurufen. Ein solches anomales Präparat wurde zugleich mit einem normalen in einem Kasten aufgehängt, in den durch eine kurze Röhre die Dämpfe von $^1/_4$ l Wasser von 28° geleitet wurden. Dabei kühlte sich die Flüssigkeit allmählich auf 15° ab. Nach 1 Stunde wurden die 2 Präparate herausgenommen, $^1/_4$ Stunde im Freien aufbewahrt und dann geprüft. Die Leitfähigkeit des anomalen war nun 17 mal so groß als vor dem Einbringen in die Kammer, während die des normalen nur um $^1/_{10}$ gewachsen war. Als dieser Versuch an zwei anderen Zellen mit Wasser von 32° wiederholt wurde, war die Leitfähigkeit der anomalen auf das 100fache, die der normalen auf das Doppelte angestiegen. An einem anomalen Präparat konnte ich einmal die Beobachtung machen, daß die Leitfähigkeit einige Minuten nach dem Herausnehmen aus der Kammer noch langsam fast auf den doppelten Wert anwuchs, während dieselbe sonst immer sofort mit der Herausnahme zurückging. Vielleicht hatte sich in dem einen Falle an der Oberfläche des Präparates etwas Wasserdampf niedergeschlagen, der erst noch ganz vom Präparat aufgenommen wurde. Bei allen Versuchen dieser Art wurde der Strom nur so lange eingeschaltet, als zur Messung nötig war. In der atmosphärischen Luft ging die Leitfähigkeit der auf die Weise behandelten anomalen Präparate in 2—3 Tagen ungefähr auf den früheren Wert zurück, bei den normalen dauerte dies kaum 1 Stunde. Bei den anomalen Zellen stieg die Leitfähigkeit bloß unter der Einwirkung der Luftfeuchtigkeit oft auf den dreifachen Wert an, während an normalen Zellen eine Änderung nicht mit Sicherheit festgestellt werden konnte, da auch der Temperaturwechsel mitwirkte. Anomale Selenpräparate sind demnach stark hygroskopisch, normale dagegen kaum.

Die mit der feuchten Kammer behandelten hygroskopischen Präparate zeigten, wenn sie bald nachher in den Stromkreis eingeschaltet und belichtet wurden, nur Abnahme der Leitfähigkeit. Nachdem sie 24 Stunden im Freien aufbewahrt waren, ging der Abnahme der Leitfähigkeit bei Bestrahlung bereits eine kurze Zunahme voraus (vergl. Kurve IV, Fig. 2). Am folgenden Tage konnte man meist nur mehr starke Ermüdung beobachten; das Präparat war also ungefähr in den früheren Zustand zurückgekehrt. Wurde nun das Präparat kurze Zeit auf einer Temperatur von 30—40° gehalten, so daß es austrocknen konnte, so fiel die Dunkelleitfähigkeit nur mehr um 10—30 Proz. und nun zeigte das Präparat bei Belichtung die bekannte Trägheit, verhielt sich also normal, um später in der Luft wieder allmählich anomal zu werden. Normale Zellen zeigten weit geringere Veränderungen.

Die Polarisierbarkeit solcher Präparate nahm immer zugleich mit der Leitfähigkeit zu und ab. Wir sehen also auch bei den in der feuchten Kammer behandelten anomalen Zellen, daß Polarisierbarkeit, Leitfähigkeitsänderung und Rückgang der Leitfähigkeit bei Stromdurchgang immer in gleicher Weise sich ändern wie es schon früher allgemein an den anomalen Zellen, die nicht eigens mit feuchter Luft präpariert wurden, beobachtet worden war. Dies ist ein neuer Beweis dafür, daß die anomalen Vorgänge lediglich auf den Einfluß der Luftfeuchtigkeit zurückzuführen sind.

Mehrere Präparate, die zugleich mit anomalen Zellen hergestellt worden waren, kamen so-

fort nach der Abkühlung in klares Öl. Sie verhielten sich stets normal und zwar nicht bloß im Ölbad selbst, sondern auch nach Herausnahme aus demselben. Die dem Präparat anhaftende Ölschicht verhinderte eben ein Eindringen von Feuchtigkeit.

Ich muß an dieser Stelle auf die Arbeit von Weigel etwas näher eingehen. Nach Weigel beruht die Lichtempfindlichkeit des Selens nicht auf einer Zunahme der Leitfähigkeit des Selens selbst, sondern auf einer Widerstandsverminderung des absorbierten Wassers unter dem Einflusse des Lichtes; die Selenzelle muß nach ihm unbedingt eine bestimmte Wassermenge enthalten, um überhaupt lichtelektrisch empfindlich zu sein. Um diese seine Anschauung zu stützen, bringt Weigel nur einen einzigen direkten Beweis, indem er festzustellen sucht, daß die Lichtempfindlichkeit verschwindet, wenn dem Selen das Wasser entzogen wird. Ein Präparat, das in ein Gefäß mit Phosphorpentoxyd gebracht wurde, besaß anfänglich gute Lichtempfindlichkeit, die allmählich abnahm; schließlich wurde das Präparat anomal, es trat bei Belichtung bisweilen Widerstandszunahme auf. Nun habe ich bei meinen zahlreichen Versuchen, bei denen ich ganz trockene Präparate der Feuchtigkeit bezw. dem Wasserdampf aussetzte, stets ohne Ausnahme eine allmähliche Abnahme der Lichtempfindlichkeit bis zu Null und negativen Werten konstatieren können. Es scheint mir daher bei dem Weigelschen Versuch irgendein Mangel vorzuliegen; denn der Ausfall der Untersuchung deutet darauf hin, daß das Präparat eher Feuchtigkeit aufgenommen als abgegeben hat. Ich habe nun den Versuch verschiedene Male wiederholt und bin in allen Fällen zu dem entgegengesetzten Resultat gelangt: Entzieht man dem Selen Wasser, so steigt die Lichtempfindlichkeit, ein Ergebnis, das vollständig im Einklang mit meinen anderen Beobachtungen steht.

Eine Selenzelle wurde in ein Glasgefäß, das Phosphorpentoxyd enthielt, luftdicht eingeschlossen und mehrere Tage hintereinander geprüft. Besondere Sorgfalt mußte darauf verwendet werden, daß die Temperatur konstant blieb. Sofort nach dem Einbringen betrug die Dunkelleitfähigkeit des Präparates 158, nach 60 Sekunden langer Bestrahlung 204; bei Wiederholung des Versuches nach 1 Stunde erhielt ich die Werte 123 bezw. 173, am folgenden Tage 122 bezw. 172, nach 7 Tagen 118 bezw. 168. Ein anderes Präparat brachte ich in ein Gefäß, das Chlorcalcium enthielt. Die entsprechenden Werte waren gleich nach dem Einbringen 180 bezw. 430, nach 1 Stunde 160 bezw. 411, am folgenden Tage 150 bezw. 395, am nächsten Tag 141 bezw. 370, nach 7 Tagen 142 bezw. 372. Ähnliche Resultate lieferten andere Versuche. Man sieht, die Dunkelleitfähigkeit nimmt allmählich zugleich mit dem Wassergehalt des Präparates ab, während die Lichtempfindlichkeit etwas steigt.

Übrigens gibt Weigel selbst Beobachtungen an, die direkt das Gegenteil von dem beweisen, was er behauptet. Er brachte eine Zelle in destilliertes Wasser und belichtete sie wiederholt. Bei jeder folgenden Belichtung sank die Lichtempfindlichkeit immer mehr. Als die Zelle aus dem Wasser gebracht und getrocknet wurde, hatte sie wieder höhere Lichtempfindlichkeit, die aber beim Eintauchen der Zelle ins Wasser rasch sank, besonders beim Schütteln. Andere Reagenzien hatten noch einen größeren Einfluß und bewirkten Widerstandsvermehrung. Dieser Versuch ist doch ein deutlicher Beweis für den schädlichen Einfluß des Wassers. Auch die Beobachtung Weigels, daß die Lichtempfindlichkeit im Vakuum größer ist als bei Atmosphärendruck, spricht gegen seine eigene Auffassung von dem Wesen der Lichtempfindlichkeit des Selens. Da man den „schädlichen Einfluß der Feuchtigkeit" erkannt hat, schließt man allgemein Selenzellen in evakuierte Röhren ein oder umgibt sie mit einem schützenden Überzug. Die Feuchtigkeit ist übrigens nicht bloß die Ursache des anomalen Verhaltens mancher Selenzellen bezw. der Abnahme der Lichtempfindlichkeit, sondern auch der Polarisationsströme und der unipolaren Leitung.

Weigel schreibt ferner: Bidwell wies nach, daß die photoelektrischen Ströme in Selenzellen bedingt sind durch die Anwesenheit von Wasser, da sie beim Austrocknen verschwinden. Ich konstatiere demgegenüber, daß dies nur zutrifft für solche Zellen, die schon im Dunkeln einen Strom zeigen und bei denen das Licht lediglich eine Vergrößerung der Dunkelleitfähigkeit bewirkt oder den Becquereleffekt erzeugt. In solchen Zellen ist die Richtung des photoelektrischen Stromes unabhängig von der Lichtrichtung, es tritt nur eine Änderung des schon im Dunkeln existierenden Stromes ein. Bei den Präparaten aber, die im Dunkeln keine Spur von einem Strom zeigen und photoelektrisch erregbar sind, ist die Richtung des Stromes bedingt durch die Richtung des Lichtes, Feuchtigkeit aber ist dem photoelektrischen Strom schädlich. Hat eine photoelektromotorisch wirksame Zelle im Laufe der Zeit (wahrscheinlich infolge Aufnahme von Feuchtigkeit) ihre Wirksamkeit verloren, so kann nach Uljanin die photoelektrische Eigenschaft sogar durch nochmaliges

Erwärmen (und somit Austreibung von Feuchtigkeit) wieder hervorgerufen werden.

Gegen die Weigelsche Annahme, daß die Lichtempfindlichkeit des Selens auf einer Widerstandsverminderung des absorbierten Wassers beruhe, spricht vor allem noch eine Tatsache. Es existiert nämlich überhaupt keine Widerstandsverminderung des Wassers bei Bestrahlung (Cunningham, Burke, Regner, Goldmann)[1]). Man könnte sich aber denken, daß der Becquereleffekt in den feuchten Zellen bei Belichtung auftritt. Dieser aber kann ebenfalls nicht die Ursache der Lichtempfindlichkeit des Selens sein, da der Becquereleffekt[2]) je nach der Natur der Elektrode, dem Potential und der Wellenlänge des Lichtes sich in ganz verschiedenem Sinne äußern kann.

Nachdem die Ursache der anomalen Eigenschaften des Selens auf verschiedenen Wegen festgestellt worden ist, bleibt noch die weitere Frage übrig: Wie erklärt sich der Rückgang der Leitfähigkeit während des Stromdurchgangs? Daß hier die Polarisation eine Rolle spielt, ist klar; aber sie reicht nicht aus zur Erklärung dieser Erscheinung. Bringt man z. B. eine anomale Zelle, die in der Atmosphäre bei Stromdurchgang deutliche Abnahme der Stromstärke zeigt, in klares Öl, so ist der Rückgang sowohl im Dunkeln als im Lichte wesentlich geringer. Diese neue Erscheinung ist wieder unabhängig vom Lichteinfluß, denn sie gilt für Licht und Dunkel in gleicher Weise. Die Abnahme der Stromstärke bei Versuchen in Öl rührt, wie das Experiment wiederholt ergab, zum großen Teil von dem Polarisationsstrom her, der den Hauptstrom herabdrückt. Daher kann man an einem in Öl tauchenden Präparat bei Belichtung gewöhnlich nur mehr eine Ermüdung beobachten; ein Abfallen der Stromstärke unter den Dunkelwert könnte nur bei einem sehr feuchten Präparat und recht geringer Lichtwirkung eintreten. Dies gilt in gleicher Weise für eine von Natur aus gut anomal wirksame Zelle wie für ein mit feuchter Luft behandeltes anomales Präparat. Da in der Atmosphäre der Rückgang bedeutend stärker ist, so muß die Ölschicht einen sonst sich vollziehenden Prozeß beeinträchtigen.

Hat man durch längeren Stromdurchgang die Leitfähigkeit eines Präparates erheblich herabgesetzt, so erholt sich dieselbe in der atmosphärischen Luft nur langsam. Nimmt man das ganze Experiment aber im Ölbad vor, so geht die Erholung viel rascher vor sich. Demnach scheint mir beim Stromdurchgang in der Atmosphäre an den Stellen größter Stromdichte eine Feuchtigkeitsabgabe stattzufinden, welche ein Sinken der Stromstärke bewirkt, während im Ölbad, das die rasche Abgabe der Feuchtigkeit verhindert, nur eine geringe Verdrängung derselben eintritt. Bei der Erholung wird dann das Präparat in dem einen Falle die Feuchtigkeit aus der Atmosphäre erst wieder langsam gewinnen müssen, während sie im anderen Falle schon in genügender Menge in der nächsten Nähe vorhanden ist.

Zum Schlusse dieses Abschnittes will ich noch auf eine Untersuchung von Marc eingehen. Dieser hat durch sorgfältiges Trocknen des Selens und Kristallisation in einem trockenen Kohlensäurestrom Präparate erhalten, die bei 130° einen so hohen Widerstand hatten, daß er ihn mit seinem Galvanometer von $1 \cdot 10^{-9}$ Amp. Empfindlichkeit nicht messen konnte. Dagegen erhielt er bei Zusatz von seleniger Säure Präparate von guter Leitfähigkeit. Marc schließt daraus, daß die Selenform Se_A praktisch keine Leitfähigkeit besitzt und daß die je daran beobachtete Leitfähigkeit dieser Form auf Verunreinigungen beruht. Dagegen besitzt die Selenform Se_B, die beim Erhitzen von Se_A auf 180—200° entsteht, eigene Leitfähigkeit. Dieser Schluß scheint mir zu weitgehend. Es ist richtig, daß das bei niedriger Temperatur (ca. 130°) kristallisierte Selen, wenn es recht trocken hergestellt wird, eine außerordentlich kleine Leitfähigkeit besitzt. Bei Kristallisation von 150 bis 170° hat das Selen sicherlich, auch wenn es noch so trocken hergestellt wird, eine meßbare Leitfähigkeit. Höheres Leitvermögen erreicht das Präparat durch Erhitzen auf 195 bis 220°. Nun zeigt das Selen mit der Höhe der Erhitzungstemperatur ein immer mehr verflochtenes Netzwerk und immer größeres spezifisches Gewicht; es scheint mir daher ganz natürlich, daß gleichzeitig damit die Leitfähigkeit wächst und zwar erst langsam, dann allmählich immer rascher.

d) Abhängigkeit des Effektes von der Wellenlänge des Lichtes.

Das Maximum der Empfindlichkeit liegt nicht bei allen Selenzellen an der gleichen Stelle des Spektrums, da die Farbenempfindlichkeit mit der Herstellung des Präparates zusammenhängt. Es wurden daher Versuche mit verschiedenen Präparaten angestellt. Von Interesse war, ob rotes und blaues Licht in verschiedener Weise auf den Rückgang der Leitfähigkeit einwirkt. Wäre der Effekt ein chemischer Vorgang, so würde die Lichtfarbe nicht ohne Einfluß sein. Ich erinnere hier an die lichtelek-

1) Vergl. Ries, Das Licht. Wissen u. Können Bd. 11, Barth, Leipzig 1909, S. 231—237.
2) Vergl. Ries, Das Licht, S. 170—207.

trischen Erscheinungen an Metallen in Elektrolyten, den Becquereleffekt, bei dem die Wellenlänge des Lichtes, wie ich an anderer Stelle[1]) ausführlich geschildert, eine ganz besondere Rolle spielt und rotes bzw. blaues Licht recht verschiedenartige Wirkungen hervorruft. Auf Grund der vorhergehenden Untersuchungen war jedoch ein Einfluß der Lichtfarbe kaum zu erwarten.

Es kommt bei dieser Untersuchung weniger auf Verwendung von homogenem Lichte an, als insbesondere darauf, daß sich die anomalen Eigenschaften der Zellen von Versuch zu Versuch nicht wesentlich ändern. Ich arbeitete daher bloß mit farbigen Gläsern.

Nachdem ich mir rote und blaue Gläser verschafft hatte, die möglichst wenig andersfarbiges Licht durchließen, wurden unter ihnen zwei solche Gläser ausgesucht, daß eine hochempfindliche normale Selenzelle genau die gleiche Leitfähigkeitserhöhung erfuhr, ob das Licht durch die rote oder blaue Platte auf die Zelle fiel. Wäre nun der Rückgang der Leitfähigkeit ein photochemischer Vorgang, so müßte sich ein anomales Präparat hinter dem roten Glas anders verhalten als dem blauen. Die Untersuchung ergab aber keinen Unterschied im Abfallen der Leitfähigkeit im roten und blauen Licht.

Tabelle 6.

Min.	Stromstärke							
	Licht				Dunkel			
	rot		blau		nach roter Bel.		nach blauer Bel.	
	I	II	I	II	I	II	I	II
0	175	210	180	232	147	170	150	170
1/6	230	267	230	290	106	130	110	125
1/2	208	232	210	253	100	122	103	116
1	183	212	186	231	92	117	94	110
2	158	182	162	188	85	108	89	101
3	147	170	150	170	80	102	83	93

In Tabelle 6 sind die Änderungen bei zwei Präparaten I und II angegeben. Wenn bei II im blauen Licht ein tieferes Sinken beobachtet wurde als im roten, so beruht dies nicht auf der Farbenwirkung, da auch nach der Abdunkelung die Abnahme entsprechend größer ist. Der Unterschied erklärt sich lediglich durch die größere Feuchtigkeit des Präparates bei dem Versuch mit blauem Licht, wie man aus den Dunkelwerten ersehen kann. Ist es doch Regel, daß alle Präparate, deren Dunkelleitfähigkeit infolge Feuchtigkeitszunahme gestiegen ist, auch eine größere Abnahme der Stromstärke bei Stromdurchgang aufweisen. Bei dem Präparat I verhielt sich rotes Licht genau wie blaues; diese Beobachtung wurde auch an anderen Präparaten gemacht. In der Tabelle wurden die Änderungen bei zwei Zellen angegeben, die hinter dem roten und blauen Glas ganz genau die gleiche Lichtempfindlichkeit zeigten, als sie sorgfältig getrocknet und in das Ölbad gebracht worden waren, wo sie sich normal verhielten. Rotes und blaues Licht wirkte also in gleicher Weise auf diese Zellen im normalen und anomalen Zustande. Davon konnte ich mich auch dadurch überzeugen, daß ich während der Belichtung plötzlich für das rote Glas das blaue einschob und umgekehrt, wodurch die Kurve keine Änderung erlitt. Ich komme zu dem Schlusse, daß kein photochemischer Vorgang vorliegt, was vorauszusehen war, da ja ein direkter Einfluß des Lichtes auf den Effekt überhaupt nicht existiert.

1) Ries, Das Licht etc., Wissen und Können, Bd. 11, 180—192, Barth Leipzig 1909.

e) Schluß.

Die als anomal bezeichneten Zellen zeigen nur unter bestimmten Bedingungen ein außergewöhnliches Verhalten. Sie erweisen sich bei Belichtung ganz normal ohne Stromdurchgang, nach langem Stromdurchgang, nach sorgfältigem Trocknen und nachfolgendem Einbringen in ein Vakuum oder Öl. Durch entsprechende Polarisation, Veränderung der Stromstärke und Variieren der Lichtintensität läßt sich das anomale Verhalten im Lichte mehr oder weniger deutlich zum Ausdruck bringen. Alle Versuche, die Ursache des anomalen Effektes aufzuklären, führten zu demselben Resultat; es handelt sich nicht um einen chemischen Prozeß, sondern lediglich um Einflüsse der Feuchtigkeit und insbesondere der Luftfeuchtigkeit. Daß das anomale Selen hygroskopisch ist, zeigen in überzeugender Weise die Versuche mit dem Selenhygrometer. Übrigens ließen sich mit feuchter Luft alle von den Forschern bis jetzt beobachteten Erscheinungen hervorrufen. Der Rückgang der Leitfähigkeit beruht auf einer Veränderung des Feuchtigkeitsgehaltes an den Stellen größter Stromdichte und auf Polarisation. Der anomale Vorgang lagert sich bei Belichtung über die Leitfähigkeitsvergrößerung des Selens und verdeckt dieselbe ganz oder teilweise. Im ersten Falle kommt die wahre Lichtempfindlichkeit erst bei der Abdunkelung durch die plötzliche Abnahme der Leitfähigkeit zur Geltung, im zweiten Falle erkennt man sie auch an der momentanen Leitfähigkeitserhöhung mit dem Auffallen der Lichtstrahlen. Der anomale Effekt ist keine lichtelektrische Erscheinung und scheidet bei der Frage nach

der Ursache der Lichtempfindlichkeit des Selens vollständig aus.

Ein Vergleich meiner Versuchsergebnisse mit den allerdings nur spärlich vorliegenden Resultaten der wenigen Forscher, die überhaupt eine Leitfähigkeitszunahme des Selens im Lichte beobachteten, läßt eine auffallende Übereinstimmung ersehen. Alle Präparate, die diese Erscheinung zeigten, wurden durch lange Erhitzung auf möglichst hoher Temperatur oder durch Kristallisation geschmolzenen Selens und äußerst langsame Kühlung erhalten. Die Beobachtungen von Kalischer[1]) an einigen Zellen mit verschiedener Lichtstärke decken sich völlig mit den meinigen. Die allmähliche Zunahme der Dunkelleitfähigkeit nach der Herstellung und gleichzeitige Abnahme der Lichtempfindlichkeit bis zu Null und negativen Werten ist von Pochettino und Trabacchi[2]) regelmäßig beobachtet worden; sie bezeichnen das Verhalten als charakteristisch für diese Art von Zellen. Berndt[3]) beobachtete bei längerer Bestrahlung zuerst höhere Leitfähigkeit und schließlich Abnahme derselben wahrscheinlich infolge von Abgabe von Feuchtigkeit, wie er selbst beisetzt. Sperling[4]) hat bei seinen Versuchen Zellen von Giltay verwendet, die sämtlich mehr oder minder große Ermüdung zeigten und schon kurz nach der Abdunkelung ihren Dunkelwert erreichten. Besonders interessant sind seine Versuche mit den Zellen Nr. 57 und 83 (Tabelle 38—43). Die Belichtung dauerte durchschnittlich eine Stunde. War die Lichtintensität gering, so sank die Leitfähigkeit kaum 1 Minute nach der Abdunkelung unter den Dunkelwert und erreichte 1 Stunde nach der Abdunkelung einen um ca. 25 Proz. niedrigeren Dunkelwert als vor der Belichtung. Nach Versuchen mit großer Intensität trat dieses Herabsinken unter den Dunkelwert weniger ein, da eben hier die viel größere Trägheit noch zu stark in entgegengesetztem Sinne wirksam war. Sperling führte dieses Verhalten, das genau mit dem meiner Präparate übereinstimmt, auf Polarisation zurück, die er tatsächlich auch beobachten konnte. Bemerken möchte ich, daß ich die verwendeten Giltayschen Zellen wegen ihres zweifellos anomalen Verhaltens durchaus nicht für minderwertig halte. Es werden sich dieselben im Gegenteil, da sie ihren Dunkelwert nach der Belichtung möglichst rasch wieder anzunehmen suchen, praktisch recht gut bewähren, zumal sie sehr hohe Lichtempfindlichkeit besitzen.

1) Wied. Ann. **32**, 108, 1887.
2) Rend. R. Accad. dei Linc. **15**. 27, 1906 und Nuov. Cim. **12**, 335, 1906 und **13**, 286, 1907.
3) diese Zeitschr. **5**, 121, 1904.
4) Dissertation, Göttingen 1907.

Aus den angeführten Gründen verwendet auch Korn für die Fernphotographie Giltaysche Zellen.

Aus der vollständigen Übereinstimmung meiner Versuchsergebnisse mit den von einigen Forschern gefundenen Resultaten, soweit solche eben vorliegen, geht zweifellos hervor, daß die von mir konstruierten Zellen genau von derselben Art sind und daß infolgedessen bei all diesen anomalen Zellen die Ursache ihres ungewöhnlichen Verhaltens die gleiche gewesen sein muß. Nun hat Brown[1]) vor einigen Monaten eine kurze Abhandlung über eine „neue lichtelektrische Eigenschaft am Selen“ veröffentlicht. Er hat eine schwache Leitfähigkeitsabnahme bei Belichtung an mehreren Präparaten beobachtet und scheint geneigt zu sein, die Ursache dieser Erscheinung im Selen selbst zu suchen. Die Zellen hatten einen so geringen Widerstand (1,3—187 Ohm bei 3 mm gegenseitigem Abstand der Drähte), daß ein Auftreten der positiven Lichtempfindlichkeit, d. h. eine Abnahme der Leitfähigkeit bei Bestrahlung überhaupt ausgeschlossen sein mußte. Selen von so geringem Widerstand reagiert nicht mehr auf Licht. Auf diese Tatsache, die ich früher schon einmal angeführt habe, hat erst kürzlich wieder Giltay[2]) hingewiesen. Nun beträgt die von Brown beobachtete Widerstandszunahme im Lichte in einem Falle bei einem Dunkelwert von 117 Ohm nur 1,5, bei 191 Ohm nur 2 Ohm, bei 262,5 nur 1,1 Ohm, in den meisten Fällen aber war die Wirkung noch viel geringer. Diese kaum nennenswerte Änderung beruht meines Erachtens auf Verunreinigung bzw. Feuchtigkeit. Ein Vergleich der von Brown angegebenen Beobachtungen mit meinen Resultaten führt zu einer merkwürdigen Übereinstimmung in den Eigenschaften seiner Zellen mit den charakteristischen der beschriebenen anomalen Präparate.

Über die Herstellung der Zellen ist leider in der genannten Mitteilung nichts angegeben. Aus der direkt vorausgehenden Abhandlung von Brown über Selenzellen ersieht man, daß Brown zu seinen Zellen nasses Selen benutzte und äußerst langsame Kühlung anwendete. Das Verhalten seiner Zellen stimmt in folgenden Punkten mit dem meiner anomalen Präparate in auffallender Weise überein; 1. Die Zellen besitzen sehr hohe Leitfähigkeit. 2. Die Präparate haben einen negativen Temperaturkoeffizienten des Widerstandes. 3. Fortgesetztes Messen des Widerstandes bei wiederholten Belichtungen und raschen Temperaturschwankungen hatten eine beständige Abnahme der Dunkelleitfähigkeit zur

1) Diese Zeitschr. **11**, 482, 1910.
2) Diese Zeitschr. **11**, 419, 1910.

Folge. 4. Bei kurzdauernden Belichtungen von 15 Sek. konnte sich die Leitfähigkeit nach der Abdunklung wieder erholen, nach mehreren hintereinander stattfindenden Bestrahlungen trat allmählich ein Rückgang der Dunkelleitfähigkeit und schließlich keine Erholung mehr ein. 5. Die Zelle I zeigte später, als ihre Dunkelleitfähigkeit abgenommen hatte, bei Bestrahlung einen geringeren Effekt als bei dem ursprünglichen höheren Dunkelwert. 6. Eine Zelle hatte — wie mir Herr Brown mitzuteilen die Freundlichkeit hatte — bald wieder die auffallende Eigenschaft verloren. Demnach ist der Effekt mit der Zeit veränderlich, wahrscheinlich je nach dem Feuchtigkeitsgehalt der Luft. Ich komme daher zu dem Schlusse: Wir haben es bei den Brownschen Zellen nicht mit einer neuen lichtelektrischen Eigenschaft des Selens zu tun. Seine Zellen besitzen infolge ihres sehr geringen Widerstandes keine Lichtempfindlichkeit mehr. Der beobachtete Effekt hat seine Ursache in Feuchtigkeit.

III. Ursachen der Trägheit des Selens.

Marc hat experimentell nachgewiesen, daß die Trägheit des Selens zum Teil auf einer Tiefenwirkung des Lichtes beruht. Mit dem Auffallen der Lichtstrahlen erhält nur die äußere Oberfläche eine erhöhte Leitfähigkeit, allmählich aber dringt ein Teil des Lichtes bis zu einer Tiefe von $5 \cdot 10^{-5}$ mm in das Selen ein und erhöht auch die Leitfähigkeit der tiefer liegenden Schichten. Dadurch allein würde meines Erachtens noch keine wesentliche Leitfähigkeitszunahme im Verlaufe der Belichtung auftreten. Eine besondere Rolle spielt hier die Tatsache, daß der spez. Widerstand metallischer Schichten bis zu einer Schichtdicke von der Größenordnung 10^{-5} mm konstant bleibt, mit abnehmender Schichtdicke dagegen sehr rasch wächst. Fällt nun das Licht auf eine Selenzelle, so muß die Dicke der Oberflächenschicht, die bei Bestrahlung eine erhöhte Leitfähigkeit erhält, mit dem Eindringen des Lichtes erst rasch, dann langsam zunehmen und sich so der kritischen Schichtdicke immer mehr nähern, was eine allmähliche Widerstandsabnahme der stromführenden Schicht zur Folge hat. Die Tiefenwirkung äußert sich also in zweifacher Weise, es erfolgt eine Leitfähigkeitszunahme teils infolge einer direkten Beeinflussung der tieferen Schicht, teils infolge Anwachsens der stromführenden Oberflächenschicht bis zur kritischen Schichtdicke. Sobald das Licht bis zur kritischen Schichtdicke eingedrungen ist, fällt die Leitfähigkeitszunahme der zweiten Art weg und nun wird die Empfindlichkeit verhältnismäßig wenig wachsen. Die Richtigkeit meiner Anschauung wird durch die Tatsache gestützt, daß die Annäherung an ein Maximum durch Anwendung großer Lichtintensität viel rascher erreicht wird als bei schwacher Belichtung.

Weitere Ursachen der Trägheit sind der Spannungseffekt und die Dunkelträgheit des Selens gegen Stromdurchgang, Erscheinungen, die bis jetzt kaum beachtet worden sind. Der spez. Widerstand des Selens ist, wie schon Adams[1]) beobachtet hat, eine Funktion der E.M.K.; der elektrische Dunkelwiderstand einer Selenzelle fällt kleiner aus, wenn er bei hoher E.M.K. gemessen wird als bei niedriger. Diese Einwirkung der E.M.K. auf den Dunkelwiderstand des Selens heißt Luterbacher[2]) Spannungseffekt. Nach Luterbacher steigt die Leitfähigkeitskurve mit Zunahme der E.M.K. erst rasch, dann langsam an, für höhere E.M.K. ist der Spannungseffekt also geringer. Eine Selenzelle nimmt ferner den einer bestimmten E.M.K. entsprechenden Dunkelwiderstand nicht plötzlich, sondern allmählich an und zwar besonders langsam bei hohen elektromotorischen Kräften. Diese Erscheinung will ich Dunkelträgheit nennen zum Unterschied von der Trägheit bei und nach der Bestrahlung. Der Widerstand bleibt nach der Messung nicht dauernd verändert; es gibt eine gewisse Erholungszeit, nach der die Zelle ihren ursprünglichen Widerstand wieder annimmt. Der Vorgang hat also Ähnlichkeit mit der Trägheit bei und nach der Bestrahlung.

Da nun die Erscheinungen, die wir Spannungseffekt, Dunkelträgheit und Erholung genannt haben, auch bei bzw. nach der Bestrahlung auftreten und eine Funktion der E.M.K. sind, so muß die Lichtempfindlichkeit und zeitliche Empfindlichkeitsänderung von der E.M.K. mehr oder minder abhängig sein. Um diese Abhängigkeit zu studieren, habe ich folgende Versuche angestellt.

Zu Untersuchungen dieser Art können natürlich nur ganz normale Zellen Verwendung finden. Ich habe meine Präparate aber noch außerdem in Glasgefäße, die Chlorcalcium enthielten, luftdicht eingeschlossen, um atmosphärische Einflüsse auszuschalten. Es wurden zehn normale Zellen geprüft und zwar bei elektromotorischen Kräften von 0,2—6 Volt. Dieser Spannungsbereich schien mir für meine Zwecke ausreichend, da die Leitfähigkeit des Selens bzw. die Stromstärke bei Bestrahlung im allgemeinen Werte annimmt, die das Dreißigfache des Dunkelwertes nicht übersteigen. Bei zwei Zellen waren die Unterschiede in der Leitfähigkeit bei 0,2 und 6 Volt sehr gering, 7 Präparate zeigten bei 6 Volt

1) Proc. Roy. Soc. **33**, 535, 1875.
2) Ann. d. Phys. **33**, 1392, 1910.

eine um zirka 5 % vergrößerte Leitfähigkeit, nur eine Zelle war außerordentlich wirksam. Dieselbe besaß bei 0,4 bzw. 4 Volt im Dunkeln die Leitfähigkeiten 30 bzw. 45. Im ersteren Falle wuchs die Dunkelleitfähigkeit in der ersten Minute noch rasch, später nur mehr langsam an, so daß sie nach 5 Minuten ungefähr 40 betrug. Bei 4 Volt konnte in der gleichen Zeit nur ein schwaches, mehr gleichmäßiges Anwachsen beobachtet werden. Vergleicht man alle Resultate von Luterbacher, so ergibt sich ebenfalls, daß die Zunahme der Dunkelleitfähigkeit in der ersten Minute für niedrige E.M.K. viel bedeutender ist als bei hoher E.M.K.

Tabelle 7.

Minuten	Licht		Dunkel	
	bei 4 Volt	bei 0,4 Volt	bei 4 Volt	bei 0,4 Volt
0	45	30	184	151
1	166	122	81	70
2	175	136	71	61
3	184	151	63,5	54,5

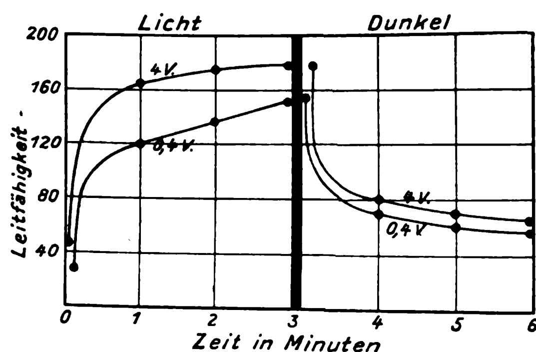


Fig. 8.

Als die Zelle ausgeruht hatte, wurde sie bei 0,4 Volt belichtet und nach der Erholung bei 4 Volt. Die Leitfähigkeitsänderungen sind in Tabelle 7 angegeben und in Fig. 8 graphisch dargestellt. Der photoelektrische Effekt in der ersten Minute war bei niedrigerer E.M.K. etwas größer als bei höherer Spannung. Dieser Unterschied erklärt sich vor allem durch den Spannungseffekt. Unter dem Einflusse des Lichtes sinkt der Widerstand des Selens, die Stromstärke wächst und diese größere Stromstärke bewirkt einen Rückgang des Dunkelwiderstandes (Spannungseffekt); dieser aber ist bei niedrigerer E.M.K. größer als bei höherer. Noch viel auffallender ist der Unterschied in der Trägheit bei Bestrahlung von der ersten bis zur dritten Minute; bei niedrigerer E.M.K. war die Trägheit wesentlich größer, eine Erscheinung, die ihre Ursache in der Dunkelträgheit, z. T. auch im Spannungseffekt hat. Die Zelle nimmt eben bei Bestrahlung die der höheren Stromstärke entsprechende Leitfähigkeit nur allmählich an und da diese allmähliche Zunahme in den ersten Minuten bei niedriger E.M.K. größer ist als bei hoher, mußte die zeitliche Änderung im Lichte bei 0,4 Volt größer ausfallen. Auch die immer mehr wachsende Stromstärke kann noch eine geringe Steigerung des Leitvermögens bewirken. Der Unterschied der Leitfähigkeitskurven wird natürlich bei Zellen, die den Spannungseffekt und die Dunkelträgheit nur schwach zeigen, weniger stark hervortreten.

Dieselbe Zelle besaß einige Tage zuvor bei 0,4 Volt die Leitfähigkeit 33, bei 4 Volt die Leitfähigkeit 50. Die Zelle wurde belichtet und bald 0,4, bald 4 Volt angelegt. Zu Beginn der Belichtung betrug das Leitvermögen bei 0,4 Volt 131, bei 4 Volt 203. Die Leitfähigkeiten für 0,4 und 4 Volt näherten sich im Verlaufe der Belichtung immer mehr und nach 15 Minuten langer Bestrahlung konnte bei 0,4 Volt eine Leitfähigkeit von 280, bei 4 Volt eine solche von 310 konstatiert werden. Während der Abdunkelung verschob sich das Verhältnis wieder mehr, nach einigen Minuten betrug die Leitfähigkeit bei 0,4 Volt 46, bei 4 Volt 62. Auch aus diesem Versuch geht hervor, daß die Trägheit bei niederer E.M.K. stärker hervortritt als bei hoher.

Für Selenzellen, welche den Spannungseffekt und die Dunkelträgheit zeigen, gilt die Gesetzmäßigkeit: Je kleiner die E.M.K., desto geringer die spezifische Leitfähigkeit und desto größer die Trägheit bei Bestrahlung. Auffallend ist, daß auch die harten Zellen geringe spezifische Leitfähigkeit und große Trägheit bei Bestrahlung besitzen im Gegensatz zu den weichen Zellen. Diese Beziehung scheint mir darauf hinzuweisen, daß der Spannungseffekt und die Dunkelträgheit mit der Konstruktion der Zellen zusammenhängen.

Daß diese Erscheinungen nicht auf Joulesche Wärme zurückzuführen sind, hat Luterbacher schon nachgewiesen. Für die Richtigkeit seiner Behauptung spricht die von mir gemachte Beobachtung, daß zwei Zellen mit positivem Temperaturkoeffizienten des Widerstandes, bei denen jede Erwärmung eine Abnahme der Leitfähigkeit bewirkte, ebenfalls den Spannungseffekt, wenn auch nur in geringem Grade, zeigten. Die Ursache der Erscheinungen ist vorläufig noch zweifelhaft. Der an einer Zelle von Luterbacher beobachtete anomale Verlauf der Leitfähigkeitskurve für höhere E.M.K. ist sicherlich auf eine geringe Feuchtigkeit jener Zelle zurückzuführen. Ich erinnere hier an den früher beschriebenen anomalen Spannungseffekt.

Leider war ich nicht imstande, die auf den Spannungseffekt und die Dunkelträgheit sich beziehenden Ergebnisse durch Wiederholung der Versuche auf ihre allgemeine Gültigkeit zu prüfen und die Erscheinungen eingehender zu studieren, da ich nur eine einzige gute Zelle dieser Art besaß und diese mir bald zugrunde ging. Auf das ganz merkwürdige Verhalten einer Zelle, die ich seit längerer Zeit besitze, will ich noch hinweisen. Die Zelle zeigt gleich nach dem Einschalten des Stromes nur eine geringe Dunkelleitfähigkeit, die anfangs langsam zunimmt. Bald aber vergrößert sich die Leitfähigkeit plötzlich auf das 5—10fache und nun folgen beständige mächtige Schwankungen des Widerstandes. Nach ca. 10 Minuten hat das Präparat eine ungefähr 100mal so große Leitfähigkeit wie anfangs, die beständige Änderungen (Zunahme und Abnahme) erleidet. Nach Ausschalten des Stromes kehrt die Leitfähigkeit nach längerer Zeit angenähert auf den ursprünglichen Wert zurück.

Nach den oben angeführten Versuchsergebnissen unterliegt es wohl keinem Zweifel, daß die Trägheit bei Bestrahlung zum Teil der Dunkelträgheit und dem Spannungseffekt zuzuschreiben ist, indem eben die der immer mehr wachsenden Stromstärke entsprechende Leitfähigkeit nur allmählich erreicht wird. Bei vielen Zellen wird der Anteil dieser Erscheinungen an der Trägheit bei Bestrahlung freilich nur gering sein; je größer er ist, desto mehr muß auch die Trägheit nach der Bestrahlung durch die Erholung beeinflußt werden.

IV. Theorie.

Nachdem durch die vorhergehenden Untersuchungen festgestellt ist, daß die Ermüdung und Leitfähigkeitsabnahme bei Belichtung keine Eigenschaften des Selens selbst sind, kommen für die Beurteilung der Vorgänge im belichteten Selen nur mehr die momentane Leitfähigkeitszunahme und die Trägheit in Betracht. Nach den neuesten Anschauungen über das Leitvermögen der Metalle findet bei dem Stromdurchgang eine Bewegung von Elektronen durch den Leiter statt. Wie wir uns nun die Leitfähigkeitsänderungen im belichteten Selen vorzustellen haben, dafür geben uns die Arbeiten von Scholl[1]), Wilson[2]) und Pfund[3]) wesentliche Anhaltspunkte.

Nach Wilson zeigt trockenes Jodsilber eine außerordentlich hohe lichtelektrische Entladung bei ultravioletter Bestrahlung, während violette Strahlen nicht entladend wirken. Dagegen wird die Leitfähigkeit des Jodsilbers fast nur von den violetten Strahlen beeinflußt, während ultraviolette Strahlen bloß eine geringe Wirkung haben. Demnach vermehren die Strahlen von größter Entladungswirkung die Leitfähigkeit am wenigsten, während die Strahlen, welche die Leitfähigkeit am stärksten vermehren, gar keine Entladungswirkung erkennen lassen. Wir müssen daher annehmen, daß die von den sichtbaren Strahlen ausgelösten Elektronen eine viel geringere Geschwindigkeit besitzen als die bei ultravioletter Belichtung vom Körper ausgestrahlten Elektronen. Die Geschwindigkeit der langsamen Elektronen, die im sichtbaren Licht vom Atom abgetrennt werden, reicht nicht hin, ihnen das Austreten aus dem Körper zu ermöglichen, so daß die Zahl der freien Elektronen im Körper und somit die Leitfähigkeit zunehmen muß. Daß die Metalle keine deutliche Leitfähigkeitsvergrößerung bei Bestrahlung erkennen lassen, beruht in der Hauptsache darauf, daß bei ihrem außerordentlich hohen Leitvermögen die Zahl der im Metall freien Elektronen schon so groß ist, daß die durch Bestrahlung noch freigemachten keine meßbare Widerstandsabnahme mehr bewirken können. Im Gegensatz hierzu zeigen unzusammenhängende, gekörnte oder granuläre Schichten mit hohem Widerstand eine Leitfähigkeitserhöhung bei Belichtung. Interessant sind die Versuche von Wilson an granulären Schichten von Silber. Den großen Widerstand der Schicht schreibt Wilson dem losen Zusammenhang zwischen den einzelnen Silberteilchen zu. Der Widerstand war in der Luft nicht konstant, er nahm täglich ab und zu und zwar vermutlich infolge von Änderungen im Feuchtigkeitsgehalt der Luft. Bei Belichtung verringerte sich der Widerstand des granulären Silbers. In den angeführten Punkten stimmt das Verhalten solcher Präparate mit dem des Selens gut überein. Nun hat Wilson an gekörnten Schichten von Silber unter dem Einfluß der ultravioletten Strahlen eine wesentliche Leitfähigkeitserhöhung beobachtet. Daher glaubt Wilson, daß bei ihnen die leitfähigkeitserhöhende Wirkung parallel der entladenden Wirkung geht, zumal auch die bei ultravioletter Bestrahlung eintretende Zunahme der Stromstärke von der Spannung in weiten Grenzen unabhängig war. Wilson faßt also die Leitfähigkeitserhöhung im granulären Silber als eine Entladung von Teilchen zu Teilchen auf. Die beiden Erklärungen, die Wilson für die Ursachen der Leitfähigkeitsänderungen des belichteten Jodsilbers bzw. granulären Sil-

1) Zeitschr. f. wiss. Phot. **4**, 1, 1906.
2) Dissertation, Leipzig 1907; und Ann. d. Phys. **23**, 107, 1907.
3) Diese Zeitschr. **10**, 340, 1909.

bers gibt, scheinen auf das Selen direkt übertragbar zu sein. Inwiefern dies zutrifft, wollen wir im folgenden untersuchen.

Die Angaben der Forscher über die Abhängigkeit der Widerstandsänderung des Selens von der Wellenlänge des Lichtes weichen weit voneinander ab; alle stimmen jedoch darin überein, daß die Wirkung den sichtbaren Strahlen des Spektrums zukommt, während sie im ultravioletten Teil nur schwach ist. Die meiste Beachtung verdienen hier die Arbeiten von Pfund und Sperling, deren Messungen sich auf Licht verschiedener Wellenlänge, aber gleicher Energie beziehen. Pfund fand ein ausgesprochenes Empfindlichkeitsmaximum für rotes Licht von der Wellenlänge $700\,\mu\mu$; die Empfindlichkeit wächst von $1000\,\mu\mu$ langsam und von $800\,\mu\mu$ sehr rasch gegen $700\,\mu\mu$, um gegen $600\,\mu\mu$ schnell abzufallen; mit noch kleinerer Wellenlänge bleibt sie nahezu gleich. Die Reflexion wies von $1000-400\,\mu\mu$ keine größeren Unterschiede auf. Die Absorption, gemessen an sehr dünnen Schichten, dagegen stieg von den roten bis zu den violetten Strahlen beständig an. Wenn nun das vom Selen absorbierte Licht im Atom Resonanz erregen und diese Resonanz zur Auslösung von Elektronen führen soll, so müßte man erwarten, daß die Leitfähigkeit bei abnehmender Wellenlänge zugleich mit der Absorption anwächst. Pfund erklärt nun das Auftreten des Empfindlichkeitsmaximums für die dünnen Schichten, die für die Leitfähigkeitsänderungen im Lichte und die Absorption in Betracht kommen, durch die Tatsache, daß der spezifische Widerstand metallischer Schichten bis zu einer Schichtdicke von der Größenordnung 10^{-5} *mm* konstant bleibt, mit abnehmender Schichtdicke aber sehr rasch wächst. Da bei einer Wellenlänge von $700\,\mu\mu$ die Eindringungstiefe des Lichtes und somit die Dicke der stromführenden Schicht gerade gleich der „kritischen" Schichtdicke und bei kleinerer Wellenlänge kleiner als diese ist, so muß in diesem Gebiete eine gewaltige Leitfähigkeitsabnahme auftreten, welche die von der Absorption herrührenden Wirkungen aufhebt. Wenn nun die Wellenlänge, bei der das Empfindlichkeitsmaximum auftritt, von der Eindringungstiefe abhängt, so muß mit Zunahme der Lichtintensität und somit der Eindringungstiefe die Lage des Maximums nach der Seite der kürzeren Wellen hin verschoben werden. Dies bestätigte tatsächlich der Versuch, ein deutlicher Beweis für die Richtigkeit der Pfundschen Folgerungen. Pfund nimmt daher an, daß das Maximum der lichtelektrischen Leitfähigkeitserhöhung nicht im Rot sondern im Violett liegen wird, wo die Absorption groß ist. Aus den viel älteren Versuchen von Cornu[1]) ergibt sich, daß die Absorption mit abnehmender Wellenlänge bis ins ultraviolette Gebiet, das Pfund nicht mehr untersuchte, beständig steigt. Das Selen würde sich dann in diesem Punkte wie das trockene Jodsilber verhalten, bei dem das Maximum der Absorption ebenfalls im Ultraviolett liegt, während die Leitfähigkeitserhöhung von den violetten Strahlen verursacht wird. Daher können wir auch die von Wilson aufgestellte Erklärung der Ursache der Lichtempfindlichkeit von Jodsilber offenbar auf das Selen übertragen; ich werde später darauf zurückkommen. Für diese Annahme spricht auch das Versuchsergebnis von Sperling; er hat experimentell gefunden, daß bei Licht gleichen Energieinhaltes die blauen Strahlen die intensivste Wirkung ausübten. So dürfen wir wohl mit Sicherheit annehmen, daß die hauptsächlichste Wirkung auf den Selenwiderstand dem sichtbaren Lichte und zwar den brechbareren Strahlen zuzuschreiben ist. Wir können daher die Leitfähigkeitsvergrößerung bei Bestrahlung nicht als eine Entladung von Teilchen zu Teilchen auffassen. Denn die lichtelektrische Entladung kommt fast ausschließlich den ultravioletten Strahlen zu. Elster und Geitel[2]) und Braun[3]) haben zwar für einige Metalle der Alkaligruppe ein Maximum der Empfindlichkeit im sichtbaren Spektralgebiet gefunden. Nach den neuesten Versuchen von Pohl und Pringsheim[4]) existieren bei den Alkalimetallen „kritische" Wellenlängengebiete, in denen der lichtelektrische Strom durch eine senkrecht zur Metalloberfläche schwingende Komponente des elektrischen Vektors eine jäh ansteigende Vergrößerung erfährt; sie unterscheiden zwei verschiedene Arten des lichtelektrischen Effektes, einen normalen und einen selektiven. Letzterer kommt aber für das Selen sicherlich nicht in Betracht. Sollte eine lichtelektrische Entladung stattfinden, so müßte auch wohl eine Änderung im Effekt auftreten, wenn man das Licht zuerst in einem Winkel von 45^0 gegen die Stromrichtung im Selen auffallen läßt und dann plötzlich den Strom umkehrt. Alle Versuche dieser Art führten zu einem negativen Resultat, es zeigte sich keine Spur einer Änderung der Empfindlichkeit.

Daß das Selen die lichtelektrische Entladung im ultravioletten Lichte in hohem Grade zeigt, ist von Schmidt[5]) festgestellt worden. Stellen wir einer Selenplatte ein Drahtnetz gegenüber, so wird bei Bestrahlung ein Elektronen-

1) Compt. rend. **108**, 917 u. 1211, 1889.
2) Wied. Ann. **52**, 493, 1894.
3) Dissertation Bonn 1905.
4) Verhandl. d. D. Phys. Ges. 1910, S. 215, 349, 682, 697.
5) Wied. Ann. **62**, 407, 1897.

strom vom Selen zum Drahtnetz übergehen. Dies erinnert uns unwillkürlich an die Vorgänge in den photoelektromotorisch wirksamen Selenelementen, wie sie insbesondere von Uljanin[1]) und mir[2]) konstruiert worden sind. Solche Zellen. erhält man durch Einschmelzen einer dünnen kristallinischen Selenschicht zwischen 2 durchsichtigen Metallspiegeln; brauchbare Präparate dieser Art gelingen indes selten. Die Zelle zeigt im Dunkeln nicht die geringste E.M.K.; bei Belichtung entsteht ein Strom, der stundenlang konstant bleibt und mit der Abdunkelung sofort ohne Rückstand auf Null zurückgeht. Es handelt sich also hier nicht um eine bloße Änderung eines schon im Dunkeln existierenden Stroms. Der Photostrom fließt, wie ich früher nachgewiesen, stets in der Richtung der Lichtstrahlen, die belichtete Elektrode wird elektropositiv, d. h. es fließt ein Elektronenstrom von der Selenschicht zur bestrahlten Elektrode, wie wir es bei der lichtelektrischen Entladung oben gesehen. Um mich nun zu überzeugen, ob wir es hier mit dem bekannten Hallwachseffekt zu tun haben, sandte ich einen Strom durch eine photoelektromotorisch wirksame Zelle und suchte blaue und rote Gläser aus, die beim Einbringen in den Gang der Strahlen genau die gleiche Abnahme des Selenwiderstandes bewirkten. Sollte es sich nun bei dem photoelektrischen Strom um eine lichtelektrische Entladung handeln, die noch ins spektrale Gebiet herüberreicht, so müßte der Photostrom doch wohl bei Einschalten des roten Glases statt des blauen eine Änderung erleiden. Ich konnte jedoch nicht die geringste Veränderung feststellen. Demnach wird der im Lichte entstehende Strom bei jenen Zellen und die Leitfähigkeitsänderung von den gleichen Strahlen hervorgerufen und zwar von dem sichtbaren Teil des Spektrums. Wir haben es also nicht mit dem Hallwachseffekt zu tun. Übrigens hat auch Uljanin bei ultravioletter Bestrahlung nur eine schwache Wirkung beobachtet.

Wir können uns nun die Vorgänge im belichteten Selen folgendermaßen vorstellen. Die Wirkung des Lichtes auf die Leitfähigkeit des Selens ist ein Resonanzphänomen. Durch Licht bestimmter Periode werden diejenigen Elektronen, deren Eigenperiode mit der Periode des erregenden Lichtes übereinstimmt, zum Mitschwingen angeregt und in fortschreitende Bewegung versetzt. Die Resonanzbewegungen bei der Absorption des Lichtes spielen nur eine auslösende Rolle für Bewegungen, die schon innerhalb der Körperatome vorhanden sind. Die von den leitfähigkeitserhöhenden sichtbaren Strahlen ausgelösten Elektronen besitzen keine solche Anfangsgeschwindigkeit, daß sie den Körper verlassen können, sie erhöhen lediglich die Anzahl der für den Stromtransport verfügbaren Elektronen und somit die Leitfähigkeit. Daß auf das Selen ein größerer Bereich des Spektrums sich wirksam zeigt, hat seine Ursache darin, daß jede Zelle aus verschiedenartigem Selen besteht. Mit dem Eindringen des Lichtes in das Selen werden auch aus tieferen Schichten Elektronen losgelöst, gleichzeitig wächst mit der Dicke der stromführenden Oberflächenschicht die Bewegungsfreiheit der Elektronen.

Da die Wirkung des Lichtes nach innen rasch abnimmt, so muß die Bewegung der Elektrizitätsträger nach der Oberfläche zu immer lebhafter werden. So kann es leicht vorkommen, daß Elektronen einer tieferen vom Licht noch beeinflußten Schicht unter die gleichschwingenden Elektronen der äußersten Schicht gelangen. Diese Annahme gewinnt noch an Wahrscheinlichkeit, wenn wir die Vorgänge beim Hallwachseffekt in Erwägung ziehen. Dort werden die Elektronen aus dem Metall herausgeschleudert (äußerer photoelektrischer Effekt); ja nach Kleeman[1]) besitzen die von ultraviolettem Licht ausgelösten Elektronen ein Bewegungsmoment in Richtung der auffallenden Strahlen. In unserem Falle, wo wir es mit viel langsameren Elektronen zu tun haben, die den Körper nicht verlassen können (innerer photoelektrischer Effekt), wird dann wenigstens eine Bewegung der Elektronen im Metall gegen die Oberfläche zu eintreten. So wird die äußere Schicht allmählich gesättigt werden mit Elektronen (Trägheit bei Bestrahlung). Mit dem Abdunkeln wird sich momentan ungefähr die gleiche Zahl von Elektronen, die beim Auffallen des Lichtes in der äußersten Schicht ausgelöst wurde, mit den positiven Atomen infolge ihrer gegenseitigen Anziehung vereinigen, die überschüssigen allmählich in die äußerste Schicht eingedrungenen Elektronen aber werden geraume Zeit gebrauchen, bis sie mit Atomen von tiefer liegenden Schichten sich verbinden können, da die zwischen ihnen wirkenden Kräfte infolge der größeren Entfernung zu einer sofortigen Vereinigung nicht hinreichen können. Das Selen wird also nach dem Abdunkeln infolge der größeren Zahl noch freier Elektronen in der äußersten Schicht einen höheren Dunkelwert der Leitfähigkeit (Trägheit nach Bestrahlung) zeigen. Allmählich aber werden sich freie Elektronen auf ihren Bahnen durch den nicht mehr vom Lichte beeinflußten

1) Wied. Ann. **34**, 241, 1888.
2) Diese Zeitschr. **9**, 569, 1908.

1) Proc. Roy. Soc. **84**, 92, 1910.

Körper wieder an tiefer liegende Atome angliedern können, wodurch der frühere Dunkelwert langsam wieder erreicht wird. Je länger und intensiver die Belichtung war, desto größer muß die Zahl der überschüssigen Elektronen in der äußersten Schicht sein; letztere werden dann bei plötzlicher Abdunkelung auch eine entsprechend längere Zeit zur Angliederung an Atome nötig haben als wenn ihre Zahl geringer ist. Mit der Größe der Trägheit bei Belichtung muß also im gleichen Maße die Trägheit nach Belichtung zunehmen, was den tatsächlichen Verhältnissen entspricht.

Es wird allgemein angenommen, daß der Transport der Wärme im Metall fast ganz durch die frei beweglichen Elektronen besorgt wird. Wenn nun das sichtbare Licht auf die Elektronen im Selen einzuwirken vermag, so muß auch die Wärmeleitfähigkeit des Selens bei Bestrahlung sich ändern. Tatsächlich haben Bellati und Lussana[1]), sowie Pochettino und Trabacchi[2]) gefunden, daß durch Belichtung die Wärmeleitfähigkeit des Selens gesteigert wird. Bei der Thermoelektrizität ferner haben wir es mit elektronischen Vorgängen an der Grenze zweier Metalle zu tun. Dieselben müssen natürlich im Selen durch das Licht beeinflußt werden. Weidert[3]) vermochte denn auch eine Abnahme der thermoelektrischen Kraft des Selens im Licht um 3—4 Proz. nachzuweisen. Natürlich werden auch elektrische Schwingungen die Elektronenbewegung im Selen beeinflussen können. Durch Arbeiten von Agostini und Berndt, die schon in der Einleitung erwähnt wurden, ist erwiesen, daß elektrische Schwingungen den elektrischen Widerstand des Selens zu verringern vermögen.

Was schließlich den Lichteffekt bei den photoelektromotorisch wirksamen Präparaten betrifft, so haben wir bereits oben gesehen, daß derselbe von den gleichen Strahlen hervorgerufen wird wie die Leitfähigkeitszunahme. Die Elektronen, welche durch Absorption des Lichtes im Metall in Bewegung gesetzt werden, besitzen also nur geringe Geschwindigkeit. Da aber bei diesen Zellen das Selen direkt auf die durchsichtige Metallschicht aufgeschmolzen ist, so daß Selen und Metallschicht einen Körper bilden, können die ausgelösten Elektronen an die Metallelektrode gelangen und den Elektronenstrom unterhalten. Denselben Effekt vermögen nach Chiarini, wie bereits in der Einleitung erwähnt, elektrische Schwingungen zu erzeugen.

1) Gazz. chim. Ital. **17**, 391, 1887; Atti R. Ist. Ven. **6**, 19, 1887.
2) Nuov. Cim. **13**, 286, 1907.
3) Dissertation Rostock 1905; Ann. d. Phys. **18**, 811, 1905.

Lichtelektrische Entladung und Leitfähigkeitserhöhung bei Bestrahlung sind elektronische Vorgänge, nur ist die Geschwindigkeit der Elektronen in beiden Fällen verschieden. Da nun schon die lichtelektrische Entladung je nach der Substanz recht verschiedene Intensität aufweist, so müssen die Unterschiede in der Größe des inneren photoelektrischen Effektes infolge der viel geringeren Geschwindigkeit der ausgelösten Elektronen bei den einzelnen Substanzen noch weit größer sein. Es kann demnach gar nicht auffallen, wenn der innere photoelektrische Effekt in manchen Substanzen von geringer Leitfähigkeit kaum nachweisbar ist.

Goldmann[1]) hat durch die elektronische Auffassung des Becquereleffekts die Brücke zwischen diesem Gebiete und dem Hallwachs-Lenard-Effekt, welcher wieder mit dem Hertzeffekt verwandt ist, geschlagen. Durch die elektronische Auffassung der Leitfähigkeitserhöhung bei Bestrahlung wird die Kette geschlossen, indem dann allgemein die photoelektrischen Erscheinungen auf Bewegung elektrischer Ladungen zurückgeführt werden. Einige lichtelektrische Wirkungen, bei denen stoffliche Veränderungen auftreten, beruhen allerdings größtenteils auf photochemischen Vorgängen; aber schon sind Stimmen laut geworden, welche den Ursprung des photochemischen Vorgangs in der Auslösung eines Elektrons aus dem lichtempfindlichen Molekül suchen und also die Elektronenaussendung als den primären Vorgang und den photochemischen als seine Folgereaktion bezeichnen.

1) Dissertation Leipzig 1908 u. Ann. d. Phys. **27**, 449, 1908.

München im Januar 1911.

(Eingegangen 8. April 1911.)

Bemerkungen zu einer Fundamentalgleichung in der kinetischen Gastheorie.

Von D. Enskog.

Die folgenden Zeilen beschäftigen sich mit der bekannten Gleichung, aus welcher Maxwell seine Theorie der Diffusion, Reibung und Wärmeleitung entwickelt. Sie lautet in Boltzmanns Schreibweise:

$$\left.\begin{aligned}&\frac{\partial(\varrho\overline{\varphi})}{\partial t}+\frac{\partial(\varrho\overline{\xi\varphi})}{\partial x}+\frac{\partial(\varrho\overline{\eta\varphi})}{\partial y}+\frac{\partial(\varrho\overline{\zeta\varphi})}{\partial z}-\\&\qquad-\varrho\left[X\overline{\frac{\partial\varphi}{\partial\xi}}+Y\overline{\frac{\partial\varphi}{\partial\eta}}+Z\overline{\frac{\partial\varphi}{\partial\zeta}}\right]=\\&\qquad=m\left[B_4(\varphi)+B_5(\varphi)\right].\end{aligned}\right\}\quad(1)$$

φ ist hier eine Größe, die jedes Molekül mit sich führt. Sie ist eine Funktion der Geschwindig-

keitskomponenten ξ, η, ζ des betreffenden Moleküls, darf aber keine der anderen Veränderlichen enthalten. ϱ ist die Dichte des betrachteten Gases, m die Masse eines Moleküls, X, Y, Z die Komponenten der auf die Masseneinheit wirkenden äußeren Kräfte, $B_4(\varphi)$ ist die Zunahme pro Volumen- und Zeiteinheit der Summe aller in einem Volumenelement do vorhandenen φ durch Zusammenstöße mit fremden Molekülen und $B_5(\varphi)$, die durch die Zusammenstöße der Moleküle des Gases unter sich bewirkten. Die über alle Moleküle in do erstreckten Mittelwerte sind durch horizontale Striche ausgezeichnet.

Wir nehmen jetzt an, daß φ im allgemeinen außer von ξ, η, ζ auch von x, y, z und t abhängt, und wollen eine entsprechende Gleichung ableiten, die in diesem allgemeineren Falle gilt.

Die Zunahme der Summe aller φ in do während der Zeit dt ist:

$$do\,dt\int\frac{\partial(f\varphi)}{\partial t}\,d\omega = do\,dt\int\left(f\frac{\partial\varphi}{\partial t}+\varphi\frac{\partial f}{\partial t}\right)d\omega, \qquad (2)$$

f ist die Geschwindigkeitsverteilungsfunktion und $d\omega = d\xi\,d\eta\,d\zeta$. Wir dividieren die Gleichung durch $do\,dt$, multiplizieren sie mit m und erhalten so:

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(m\int f\varphi\,d\omega\right) = m\int f\frac{\partial\varphi}{\partial t}\,du + m\int\varphi\frac{\partial f}{\partial t}\,du$$

oder anders geschrieben:

$$\frac{\partial(\varrho\overline{\varphi})}{\partial t} = \varrho\overline{\frac{\partial\varphi}{\partial t}} + m\int\varphi\frac{\partial f}{\partial t}\,du. \qquad (3)$$

Nach einer bekannten Gleichung[1]) ist:

$$\left.\begin{aligned}\frac{\partial f}{\partial t} &= -\xi\frac{\partial f}{\partial x}-\eta\frac{\partial f}{\partial y}-\zeta\frac{\partial f}{\partial z}-\\ &-X\frac{\partial f}{\partial\xi}-Y\frac{\partial f}{\partial\eta}-Z\frac{\partial f}{\partial\zeta}+\\ &+\int\int_0^\infty\int_0^{2\pi}(f'F_1'-fF_1)\,g\,b\,d\omega_1\,db\,d\varepsilon+\\ &+\int\int_0^\infty\int_0^{2\pi}(f'f_1'-ff_1)\,g\,b\,d\omega_1\,db\,d\varepsilon.\end{aligned}\right\} \qquad (4)$$

Es ist ferner:

$$\xi\varphi\frac{\partial f}{\partial x} = \xi\frac{\partial(f\varphi)}{\partial x}-\xi f\frac{\partial\varphi}{\partial x} = \frac{\partial(f\xi\varphi)}{\partial x}-f\cdot\xi\frac{\partial\varphi}{\partial x}$$

und daher:

$$-m\int\xi\varphi\frac{\partial f}{\partial x}\,du = -\frac{\partial(\varrho\overline{\xi\varphi})}{\partial x}+\varrho\overline{\xi\frac{\partial\varphi}{\partial x}}. \qquad (5)$$

Sodann ist:

$$\int_{-\infty}^{+\infty}\varphi\frac{\partial f}{\partial\xi}\,d\xi = [\varphi f]_{-\infty}^{+\infty}-\int_{-\infty}^{+\infty}f\frac{\partial\varphi}{\partial\xi}\,d\xi = -\int_{-\infty}^{+\infty}f\frac{\partial\varphi}{\partial\xi}\,d\xi$$

und folglich:

$$-mX\int\varphi\frac{\partial f}{\partial\xi}\,d\omega = \varrho X\overline{\frac{\partial\varphi}{\partial\xi}}. \qquad (6)$$

Schließlich gilt:

$$\left.\begin{aligned}\int\varphi\,d\omega\int\int_0^\infty\int_0^{2\pi}(f'F_1'-fF_1)\,g\,b\,d\omega_1\,db\,d\varepsilon &=\\ &= B_4(\varphi)\end{aligned}\right\} \qquad (7)$$

nebst einem entsprechenden Ausdruck für $B_5(\varphi)$. Wenn man das alles in (3) einsetzt, erhält man:

$$\left.\begin{aligned}&\frac{\partial(\varrho\overline{\varphi})}{\partial t}+\frac{\partial(\varrho\overline{\xi\varphi})}{\partial x}+\frac{\partial(\varrho\overline{\eta\varphi})}{\partial y}+\frac{\partial(\varrho\overline{\zeta\varphi})}{\partial z}=\\ &=\varrho\left[\overline{\frac{\partial\varphi}{\partial t}}+\overline{\xi\frac{\partial\varphi}{\partial x}}+\overline{\eta\frac{\partial\varphi}{\partial y}}+\overline{\zeta\frac{\partial\varphi}{\partial z}}+\right.\\ &\left.+X\overline{\frac{\partial\varphi}{\partial\xi}}+Y\overline{\frac{\partial\varphi}{\partial\eta}}+Z\overline{\frac{\partial\varphi}{\partial\zeta}}\right]+\\ &+m[B_4(\varphi)+B_5(\varphi)].\end{aligned}\right\} \qquad (8)$$

In dieser Gleichung sind die vier ersten Glieder der rechten Seite neu; alle anderen sind mit den entsprechenden von (1) identisch. Denkt man sich die Gleichung mit $do\,dt$ multipliziert, so sieht man, daß die linke Seite die ganze Zunahme der Summe von $m\varphi$ in do bedeutet, vermehrt um die Menge, die durch die Grenzflächen mit den Molekülen mehr aus- als einströmt. Dies gilt zunächst, wenn do festgehalten wird und keine Größenänderungen erleidet. Wie wir sehen werden, gilt es auch ohne diese Einschränkungen. — In der rechten Seite bedeutet das erste Glied die Zunahme der erwähnten Summe durch die Abhängigkeit der Funktion φ von der Zeit und die drei nächsten die Zunahme, die der Abhängigkeit von x, y und z zufolge dadurch zustande kommt, daß die Moleküle im Raume fortwandern.

In (8) wollen wir anstatt ξ, η, ζ die neuen Veränderlichen

$$\mathfrak{x}=\xi-u;\quad \mathfrak{y}=\eta-v;\quad \mathfrak{z}=\zeta-w \qquad (9)$$

substituieren. u, v und w sind beliebige Geschwindigkeiten, die von x, y, z und t abhängen. Zeichnen wir zuerst die Differentialquotienten der transformierten Funktionen durch einen Apostroph aus, so erhalten wir in bekannter Weise:

$$\frac{\partial\psi}{\partial t}=\frac{\partial'\psi}{\partial t}-\frac{\partial'\psi}{\partial\mathfrak{x}}\frac{\partial u}{\partial t}-\frac{\partial'\psi}{\partial\mathfrak{y}}\frac{\partial v}{\partial t}-\frac{\partial'\psi}{\partial\mathfrak{z}}\frac{\partial w}{\partial t}$$

$$\frac{\partial\psi}{\partial\xi}=\frac{\partial'\psi}{\partial\mathfrak{x}}\quad\text{usw.,}$$

wo ψ eine beliebige Funktion der Veränderlichen ist. Setzt man dies in (8) ein, beachtet, daß die Mittelwerte der linken Seite von ξ, η und ζ unabhängig sind, und schreibt

$$\frac{\partial}{\partial t}+u\frac{\partial}{\partial x}+v\frac{\partial}{\partial y}+w\frac{\partial}{\partial z}=\frac{d}{dt},$$

so wird man erhalten:

1) Siehe Boltzmann, Gastheorie I, S. 114.

$$
\begin{aligned}
&\frac{d(\varrho\overline{\varphi})}{dt}+\varrho\overline{\varphi}\left(\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}+\frac{\partial w}{\partial z}\right)+\\
&\quad+\frac{\partial(\varrho\overline{\mathfrak{x}\varphi})}{\partial x}+\frac{\partial(\varrho\overline{\mathfrak{y}\varphi})}{\partial y}+\frac{\partial(\varrho\overline{\mathfrak{z}\varphi})}{\partial z}=\\
&=\varrho\Big[\overline{\frac{d\varphi}{dt}}+\overline{\mathfrak{x}\frac{\partial\varphi}{\partial x}}+\overline{\mathfrak{y}\frac{\partial\varphi}{\partial y}}+\overline{\mathfrak{z}\frac{\partial\varphi}{\partial z}}+\\
&\quad+\overline{\left(X-\frac{du}{dt}-\mathfrak{x}\frac{\partial u}{\partial x}-\mathfrak{y}\frac{\partial u}{\partial y}-\mathfrak{z}\frac{\partial u}{\partial z}\right)\frac{\partial\varphi}{\partial\mathfrak{x}}}+\\
&\quad+\overline{\left(Y-\frac{dv}{dt}-\mathfrak{x}\frac{\partial v}{\partial x}-\mathfrak{y}\frac{\partial v}{\partial y}-\mathfrak{z}\frac{\partial v}{\partial z}\right)\frac{\partial\varphi}{\partial\mathfrak{y}}}+\\
&\quad+\overline{\left(Z-\frac{dw}{dt}-\mathfrak{x}\frac{\partial w}{\partial x}-\mathfrak{y}\frac{\partial w}{\partial y}-\mathfrak{z}\frac{\partial w}{\partial z}\right)\frac{\partial\varphi}{\partial\mathfrak{z}}}+\\
&\quad+m[B_4(\varphi)+B_5(\varphi)]\,.
\end{aligned}
\qquad (10)
$$

Die linke Seite dieser Gleichung ist aus der linken Seite von (8) entstanden und folglich mit ihr gleichbedeutend. Das erste Glied von (10) stellt den ganzen Zuwachs der Summe von $m\varphi$ in do dar, wenn das Element im Raume mit den Geschwindigkeitskomponenten u, v und w fortwandert, aber der Größe nach unverändert bleibt, das zweite Glied entspricht dem, was in das Element durch dessen Dilatation einströmt, wenn die Grenzflächen überall die Geschwindigkeitskomponenten u, v und w haben; durch die drei folgenden wird endlich die Menge dargestellt, die aus dem veränderlichen Element im ganzen ausströmt. Die rechte Seite muß folglich das enthalten, was von der Größe $\Sigma m\varphi$ innerhalb der Grenzen des Volumenelements überhaupt entsteht oder geschaffen wird.

In dem speziellen Falle, daß u, v und w die mittleren Geschwindigkeitskomponenten des Gases bedeuten, gehen die zwei ersten Glieder von (10) der Kontinuitätsgleichung zufolge in

$$\varrho\,\overline{\frac{d\varphi}{dt}} \qquad (11)$$

über. Ist außerdem kein anderes Gas vorhanden und φ von x, y, z und t unabhängig, geht (10) in eine bekannte Gleichung[1]) über. Sie enthält natürlich auch (8) und (1) als Spezialfälle.

Setzt man in (8) $\varphi = \frac{1}{m}\cdot \ln f$, so ist die Bedeutung der linken Seite aus dem Vorhergehenden schon klar. Bildet man die Mittelwerte der rechten Seite, so geht der erste Klammerausdruck in:

$$\int\Big\{\frac{\partial f}{\partial t}+\xi\frac{\partial f}{\partial x}+\eta\frac{\partial f}{\partial y}+\zeta\frac{\partial f}{\partial z}+ \\ +X\frac{\partial f}{\partial\xi}+Y\frac{\partial f}{\partial\eta}+Z\frac{\partial f}{\partial\zeta}\Big\}\,d\omega$$

über. Dieses Integral ist nach (4) gleich:

1) Boltzmann, Gastheorie I, S. 151.

$$\int\int\int_0^\infty\int_0^{2\pi}(f'F_1'-fF_1)\,g\,b\,d\omega\,d\omega_1\,db\,d\varepsilon+ \\ +\int\int\int_0^\infty\int_0^{2\pi}(f'f_1'-ff_1)\,g\,b\,d\omega\,d\omega_1\,db\,d\varepsilon\,.$$

Das bedeutet die ganze Zahl der Moleküle, die durch Zusammenstöße entstehen, und diese Zahl ist natürlich gleich Null. Die rechte Seite wird folglich auf die zwei letzten Glieder reduziert. Addiert man die entsprechende für das andere Gas geltende Gleichung, so findet man nach bekannten Überlegungen[1]), daß die Summe der rechten Seiten nie positiv sein kann. Was von der Größe H geschaffen wird, entsteht mithin durch die Zusammenstöße, und die entstandene Menge ist immer negativ oder gleich Null. Damit ist für das betrachtete Volumenelement das H-Theorem erwiesen[2]).

Wir nehmen jetzt an, daß u, v und w die Geschwindigkeitskomponenten des Schwerpunkts der beiden Gase sind. Wir zeichnen Mittelwerte, die sich auf das erste Gas beziehen, durch einen Apostroph aus und die des zweiten durch zwei. Andere Größen unterscheiden wir durch die Indizes 1 und 2. Die mittleren Geschwindigkeitskomponenten der Moleküle des ersten Gases nennen wir u_1, v_1 und w_1, die des zweiten u_2, v_2 und w_2, und schreiben:

$$
\left.
\begin{aligned}
&u_1-u=u_1'; \quad v_1-v=v_1'\ldots;\\
&u_2-u=u_2''\ldots\\
&\varrho_1\overline{\mathfrak{x}^2}'=p_{xx}'; \quad \varrho_1\overline{\mathfrak{x}\mathfrak{y}}'=p_{xy}'\ldots\\
&\varrho_2\overline{\mathfrak{x}^2}''=p_{xx}''\ldots\\
&p_{xx}'+p_{xx}''=p_{xx};\\
&p_{xy}'+p_{xy}''=p_{xy} \text{ usw.}
\end{aligned}
\right\}
\qquad (12)
$$

Setzen wir in (10) $\varphi=\mathfrak{x}$ und bemerken, daß $B_5(\mathfrak{x})$ verschwindet, dann erhalten wir:

$$
\begin{aligned}
&\frac{d(\varrho_1 u_1')}{dt}+\varrho_1 u_1'\left(\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}+\frac{\partial w}{\partial z}\right)+\\
&\qquad+\frac{\partial p_{xx}'}{\partial x}+\frac{\partial p_{xy}'}{\partial y}+\frac{\partial p_{xz}'}{\partial z}=\\
&=\varrho_1\left(X_1-\frac{du}{dt}\right)-\varrho_1 u_1'\frac{\partial u}{\partial x}-\varrho_1 v_1'\frac{\partial u}{\partial y}-\varrho_1 w_1'\frac{\partial u}{\partial z}+\\
&\qquad+m_1 B_4'(\mathfrak{x})\,.
\end{aligned}
$$

Addieren wir hinzu die entsprechende Gleichung

1) Boltzmann, Gastheorie I, S. 127.

2) Multipliziert man (8) mit do und integriert über das Raumgebiet, das die ganze Gasmasse enthält, so liefern die drei letzten Glieder der linken Seite vermittels des Integralsatzes von Gauß ein Oberflächenintegral, das den Strom von $cu\varphi$ durch die Oberfläche des Gebiets, oder, wenn das Gas von Wänden umgeben ist, den Verlust durch die Zusammenstöße der Moleküle mit den Wänden darstellt. Wie man findet, hat Boltzmann bei der Berechnung der Größe $\frac{d}{dt}\Sigma_{m_1 o}\varphi$ (Gastheorie I, S. 121—123) diesen Umstand außer Acht gelassen, und sein Ausdruck ist daher nicht ganz vollständig. In dem Beweis des H-Theorems, das von diesem Ausdruck ausgeht (S. 124) ist demzufolge eine entsprechende Lücke vorhanden.

für das andere Gas, so wird, wenn ϱ die Dichte der Mischung ist, da

$$m_1 B_4'(\mathfrak{x}) + m_2 B_4''(\mathfrak{x}) = 0;$$
$$\varrho_1 u_1' + \varrho_2 u_2' = 0; \quad \varrho_1 + \varrho_2 = \varrho$$

ist:

$$\frac{\partial p_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial p_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial p_{xz}}{\partial z} = \varrho_1 X_1 + \varrho_2 X_2 - \varrho \frac{du}{dt}. \quad (13)$$

Dies ist die Bewegungsgleichung einer Mischung zweier diffundierender Gase.

Die Translationsenergie eines Moleküls können wir in drei Teile zerlegen, die durch die drei Glieder der rechten Seite des folgenden Ausdrucks dargestellt werden:

$$\frac{1}{2} m_1 \{(\mathfrak{x}+u)^2 + (\mathfrak{y}+v)^2 + (\mathfrak{z}+w)^2\} =$$
$$= \frac{1}{2} m_1 \mathfrak{c}^2 + m_1 (u\mathfrak{x} + v\mathfrak{y} + w\mathfrak{z}) +$$
$$+ \frac{1}{2} m_1 (u^2 + v^2 + w^2).$$

Das zweite Glied wird in der Mischung im Mittel gleich Null. Das dritte Glied ist der Anteil des Moleküls an der Bewegungsenergie und das erste der an der Wärmeenergie der Mischung. Man bemerke, daß diese Zerlegung eine andere ist als diejenige, die man in bezug auf die Schwerpunktsgeschwindigkeit des betreffenden Gases vornehmen kann.

Wir setzen in (10) $\varphi = \frac{1}{2} \mathfrak{c}^2$ und definieren die Größen:

$$\left.\begin{aligned} &q_x' = \frac{1}{2} \varrho_1 \overline{\mathfrak{x} \mathfrak{c}^2}'; \quad q_y' = \frac{1}{2} \varrho_1 \overline{\mathfrak{y} \mathfrak{c}^2}' \ldots; \\ &q_x'' = \frac{1}{2} \varrho_2 \overline{\mathfrak{x} \mathfrak{c}^2}'' \ldots \\ &Q_1 = \frac{1}{2} \varrho_1 \overline{\mathfrak{c}^2}'; \quad Q_2 = \frac{1}{2} \varrho_2 \overline{\mathfrak{c}^2}''; \\ &q_x = q_x' + q_x'' \ldots; \quad Q = Q_1 + Q_2. \end{aligned}\right\} \quad (14)$$

Wir erhalten dann:

$$\frac{dQ_1}{dt} + Q_1\left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z}\right) + \frac{\partial q_x'}{\partial x} + \frac{\partial q_y'}{\partial y} + \frac{\partial q_z'}{\partial z} =$$
$$= \varrho_1 u_1'\left(X_1 - \frac{du}{dt}\right) + \varrho_1 v_1'\left(Y_1 - \frac{dv}{dt}\right) +$$
$$+ \varrho_1 w_1'\left(Z_1 - \frac{dw}{dt}\right) - p_{xx}' \frac{\partial u}{\partial x} -$$
$$- p_{yy}' \frac{\partial v}{\partial y} - p_{zz}' \frac{\partial w}{\partial z} - p_{xy}'\left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}\right) -$$
$$- p_{xz}'\left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x}\right) - p_{yz}'\left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y}\right) +$$
$$+ \frac{1}{2} m_1 B_4'(c^2).$$

Addieren wir hinzu die für das andere Gas geltende Gleichung, dann erhalten wir:

$$\left.\begin{aligned} &\frac{dQ}{dt} + Q\left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z}\right) + \frac{\partial q_x}{\partial x} + \frac{\partial q_y}{\partial y} + \\ &+ \frac{\partial q_z}{\partial z} = \varrho_1 u_1' X_1 + \varrho_2 u_2' X_2 + \\ &+ \varrho_1 v_1' Y_1 + \varrho_2 v_2' Y_2 + \varrho_1 w_1' Z_1 + \\ &+ \varrho_2 w_2' Z_2 - p_{xx} \frac{\partial u}{\partial x} - p_{yy} \frac{\partial v}{\partial y} - \\ &- p_{zz} \frac{\partial w}{\partial z} - p_{xy}\left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}\right) - \\ &- p_{xz}\left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x}\right) - p_{yz}\left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y}\right). \end{aligned}\right\} \quad (15)$$

Wenn nur ein einfaches Gas vorhanden ist, gilt ein Ausdruck, bei dem die sechs ersten Glieder der rechten Seite fehlen, der im übrigen aber mit (15) übereinstimmt. Ist $X_1 = X_2$ usw., verschwinden auch hier diese Glieder, d. h. wenn die auf die beiden Gase wirkenden äußeren Kräfte gleich sind, stammt die in einer Mischung zweier diffundierender Gase entwickelte Wärme aus denselben Quellen, wie ein einfaches Gas. Es entsteht daher im ganzen keine Wärme aus der Arbeit gegen den Diffusionswiderstand. Nur wenn die äußeren Kräfte verschieden sind, wird bei der Diffusion Wärme entwickelt. Die Gleichung zeigt, daß Wärme außerdem durch Kompression (die Glieder 7—9) und durch Reibung (die drei letzten) entsteht. Zu bemerken ist dabei, daß Kompression und Reibung im allgemeinen Folgen der Diffusion sind.

Das erste Gas seien jetzt die Elektronen eines Metalls und das zweite das Metall selbst. Es ist dann mit üblichen Bezeichnungen:

$$X_1 = \frac{e}{m} \frac{\partial V}{\partial x}; \quad \varrho_1 u_1' = -\frac{m}{e} \mathfrak{i}_x$$

und folglich die pro Volumen- und Leiteinheit durch den elektrischen Strom entwickelte Wärme:

$$-\left(\mathfrak{i}_x \frac{\partial V}{\partial x} + \mathfrak{i}_y \frac{\partial V}{\partial y} + \mathfrak{i}_z \frac{\partial V}{\partial z}\right).$$

Maxwell sucht in seiner Abhandlung: „On the dynamical Theory of Gases" auch die intramolekulare Energie in Rechnung zu bringen[1]). Er wendet indessen (1) an, wo sie nicht angewandt werden darf — auf ein φ, das nicht nur von ξ, η und ζ abhängt — und kommt zu einem unrichtigen Ausdruck. Will man diese Energie hier mitnehmen, kommt man mit den obigen einfachen Definitionen der Drucke nicht aus, und wir wollen daher die Theorie auf den Fall beschränken, in dem sie den Voraussetzungen nach gilt.

Ist φ nur von x, y, z und t abhängig, findet man in gleicher Weise erstens, daß in der Mischung die ganze entstandene Größe $\Sigma m \varphi$ in dem veränderlichen Volumenelement zurück-

1) Maxwell, Scientific Papers II, S. 62—67.

bleibt, zweitens, daß die Zunahme gleich $\varrho \frac{d\varphi}{dt}$ ist, und drittens die Kontinuitätsgleichung, wie folgender Ausdruck zeigt:

$$\frac{d(\varrho\varphi)}{dt} + \varrho\varphi\left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z}\right) = \varrho \frac{d\varphi}{dt} \cdot \quad (16)$$

Das gilt mithin auch dann, wenn man

$$\varphi = \frac{1}{2}(u^2 + v^2 + w^2)$$

setzt.

In bezug auf die Berechnung der Größen $B_4(\varphi)$ und $B_5(\varphi)$ mögen hier einige Bemerkungen folgen. In Maxwells Theorie gestaltet sich diese Berechnung sehr einfach und spielt eine Hauptrolle. Im allgemeinen wird sie komplizierter und auch nebensächlicher. Sie kann indessen auch hier ein Mittel werden, um größere Annäherung zu erzielen, und sie kann in einfacherer Weise ausgeführt werden, als es beim ersten Blick scheinen würde.

Wir nehmen wie früher an, daß u, v und w die Geschwindigkeitskomponenten der Mischung sind, und definieren:

$$\left.\begin{aligned} f^{(0)} &= n_1\left(\frac{hm_1}{\pi}\right)^{\frac{3}{2}} e^{-hm_1 c^2}; \\ F_1^{(0)} &= n_2\left(\frac{hm_2}{\pi}\right)^{\frac{3}{2}} e^{-hm_2 c_1^2}. \end{aligned}\right\} \quad (17)$$

h entspricht dabei der mittleren Wärmeenergie eines Moleküls in der ganzen Mischung und $\mathfrak{c}^2 = \mathfrak{x}^2 + \mathfrak{y}^2 + \mathfrak{z}^2$. Wir betrachten ferner das Integral:

$$J = \int\int_{-\infty}^{+\infty} \mathfrak{x}^{\nu}\, \mathfrak{x}_1^{\nu_1} f^{(0)} F_1^{(0)} \psi(g)\, d\mathfrak{x}\, d\mathfrak{x}_1,$$

wo ν und ν_1 ganze Zahlen sind und $\psi(g)$ eine beliebige Funktion von g bedeutet. Der Ausdruck kann in folgender Form geschrieben werden:

$$\begin{aligned} J = &\int\int_0^{+\infty} \mathfrak{x}^{\nu}\, \mathfrak{x}_1^{\nu_1} f^{(0)} F_1^{(0)} \psi(g)\, d\mathfrak{x}\, d\mathfrak{x}_1 + \\ &+ \int\int_{-\infty}^{0} \mathfrak{x}^{\nu}\, \mathfrak{x}_1^{\nu_1} f^{(0)} F_1^{(0)} \psi(g)\, d\mathfrak{x}\, d\mathfrak{x}_1 + \\ &+ \int_0^{+\infty}\int_{-\infty}^{0} \mathfrak{x}^{\nu}\, \mathfrak{x}_1^{\nu_1} f^{(0)} F_1^{(0)} \psi(g)\, d\mathfrak{x}\, d\mathfrak{x}_1 + \\ &+ \int_{-\infty}^{0}\int_0^{+\infty} \mathfrak{x}^{\nu}\, \mathfrak{x}_1^{\nu_1} f^{(0)} F_1^{(0)} \psi(g)\, d\mathfrak{x}\, d\mathfrak{x}_1. \end{aligned}$$

Ist $\nu + \nu_1$ eine ungerade Zahl, dann verschwindet die Summe der zwei ersten Glieder und ebenso die Summe der zwei letzten. Man sieht das, wenn man im zweiten und dritten Integral die neuen Veränderlichen

$$\mathfrak{x}' = -\mathfrak{x} \quad \text{und} \quad \mathfrak{x}_1' = -\mathfrak{x}_1$$

substituiert, denn die Substitution ändert nicht die Form von $f^{(0)}$, $F_1^{(0)}$, g und $\psi(g)$, nur vertauscht das Produkt $\mathfrak{x}^{\nu}\,\mathfrak{x}_1^{\nu_1}$ das Zeichen und die Integrationsgrenzen werden mit denen des ersten und des dritten Integrals identisch.

Man folgert unter anderem hieraus ohne Schwierigkeit, daß, wenn φ eine homogene Funktion von $\mathfrak{x}$, $\mathfrak{y}$ und $\mathfrak{z}$ ist, und f in der Form dargestellt ist, die ich früher angegeben habe[1]), so liefern nur die Glieder mit den Koeffizienten β_n einen Beitrag, wenn der Grad von φ ungerade ist, und nur die mit γ_n, wenn er gerade ist. Wir übergehen den Beweis und wollen das Gesagte durch ein spezielles Beispiel erläutern.

Nimmt man an, daß die Geschwindigkeiten eines jeden Gases um die Geschwindigkeit seines Schwerpunktes nach dem Maxwellschen Gesetze verteilt sind, so kann man mit Vernachlässigung der kleinen Glieder höherer Ordnung:

$$\left.\begin{aligned} f &= f^{(0)}\{1 + 2hm_1u_1'\mathfrak{x} + 2hm_1v_1'\mathfrak{y} + \\ &\qquad + 2hm_1w_1'\mathfrak{z}\} \\ &\text{und} \\ F_1 &= F_1^{(0)}\{1 + 2hm_2u_2'\mathfrak{x}_1 + 2hm_2v_2'\mathfrak{y}_1 + \\ &\qquad + 2hm_2w_2'\mathfrak{z}_1\} \end{aligned}\right\} \quad (18)$$

schreiben. Sind r_x, r_y und r_z die Geschwindigkeitskomponenten des Schwerpunkts zweier zusammenstoßender Moleküle, g_x, g_y, g_z die Komponenten von g, und schreibt man:

$$\mathfrak{r}_x = r_x - u; \quad \mathfrak{r}_y = r_y - v; \quad \mathfrak{r}_z = r_z - w$$
$$\mathfrak{r}^2 = \mathfrak{r}_x^2 + \mathfrak{r}_y^2 + \mathfrak{r}_z^2,$$

so wird, weil

$$m_1\mathfrak{x} + m_2\mathfrak{x}_1 = (m_1 + m_2)\mathfrak{r}_x; \quad \mathfrak{x} - \mathfrak{x}_1 = g_x$$

ist.

$$\left.\begin{aligned} \mathfrak{x} &= \mathfrak{r}_x + \frac{m_2}{m_1 + m_2} \cdot g_x; \\ \mathfrak{x}_1 &= \mathfrak{r}_x - \frac{m_1}{m_1 + m_2} \cdot g_x; \\ m_1\mathfrak{x}^2 + m_2\mathfrak{x}_1^2 &= (m_1 + m_2)\mathfrak{r}_x^2 + \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} \cdot g_x^2; \\ h[m_1\mathfrak{c}^2 + m_2\mathfrak{c}_1^2] &= h(m_1 + m_2)\mathfrak{r}^2 + \\ &\qquad + \frac{hm_1m_2}{m_1 + m_2} \cdot g^2. \end{aligned}\right\} \quad (19)$$

Die Größe $m_1 B_4(\xi)$, die wir jetzt berechnen wollen, ist:

$$m_1 B_4(\xi) = m_1 \int\int\int_0^{\infty}\int_0^{2\pi} (\xi' - \xi) f F_1 g b\, d\omega\, d\omega_1\, db\, d\varepsilon$$

und es gilt:

$$m_1 \int_0^{2\pi} (\xi' - \xi)\, d\varepsilon = \frac{4\pi m_1 m_2}{m_1 + m_2} (\xi_1 - \xi) \cos^2\vartheta\,^{2)} =$$
$$= -\frac{4\pi m_1 m_2}{m_1 + m_2} \cdot g_x \cos^2\vartheta.$$

Schreibt man

---

1) Diese Zeitschr. **12**, 58, 1911.
2) Boltzmann, Gastheorie I, S. 196.

$$\int_0^\infty \cos^2 \vartheta \, b \, db = \Theta_1(g), \tag{20}$$

so wird:

$$m_1 B_4(\xi) = -\frac{4\pi m_1 m_2}{m_1 + m_2} \int\int \Theta_1(g) g g_x \int F_1 \, d\omega \, d\omega_1.$$

In das Integral substituiert man $\mathfrak{r}_x$ und g_x für $\mathfrak{x}$ und $\mathfrak{x}_1$ usw. Die Determinante der Transformation ist $+1$. Multipliziert man die durch (18) gegebenen f und F_1 und vernachlässigt im Klammerausdruck die Produkte der an sich kleinen Glieder, so liefern, wie später klar werden soll, nur die mit $\mathfrak{x}$ und $\mathfrak{x}_1$ als Faktoren einen Beitrag zu $B_4(\xi)$. Mit Weglassen der anderen wird

$$f F_1 = f^{(0)} F_1^{(0)} \{2 h m_1 u_1' \mathfrak{x} + 2 h m_2 u_2' \mathfrak{x}_1\}.$$

Nach Substitution der neuen Veränderlichen wird der Klammerausdruck:

$$2h(m_1 u_1' + m_2 u_2')\mathfrak{r}_x - \frac{2 h m_1 m_2}{m_1 + m_2}(u_2 - u_1) g_x.$$

Von diesen zwei Gliedern brauchen wir nur das letzte mitzunehmen. Wir erhalten folglich:

$$\left.\begin{aligned} m_1 B_4(\xi) &= \frac{8}{\pi^2} \cdot n_1 n_2 \cdot \frac{h^4 (m_1 m_2)^{\frac{7}{2}}}{(m_1 + m_2)^2} \cdot (u_2 - u_1) \times \\ &\times \int_{-\infty}^{+\infty}\int\int\int\int\int \Theta_1(g) g g_x^2 e^{-h(m_1+m_2)\mathfrak{r}^2 - \frac{h m_1 m_2}{m_1 + m_2} \cdot g^2} dg_x \, dg_y \, dg_z \, d\mathfrak{r}_x \, d\mathfrak{r}_y \, d\mathfrak{r}_z. \end{aligned}\right\} \tag{21}$$

Wie man sogleich sieht, ist:

$$\int_{-\infty}^{+\infty}\int\int e^{-h(m_1+m_2)\mathfrak{r}^2} d\mathfrak{r}_x \, d\mathfrak{r}_y \, d\mathfrak{r}_z = \frac{\pi^{\frac{3}{2}}}{h^{\frac{3}{2}}(m_1 + m_2)^{\frac{3}{2}}}.$$

Wir haben mithin:

$$m_1 B_4(\xi) = \frac{8}{\sqrt{\pi}} \cdot n_1 n_2 h^{\frac{5}{2}} \left(\frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}\right)^{\frac{7}{2}} (u_2 - u_1) \int_{-\infty}^{+\infty}\int\int \Theta_1 e^{-\frac{h m_1 m_2}{m_1 + m_2} \cdot g^2} g g_x^2 \, dg_x \, dg_y \, dg_z.$$

Bezeichnet man mit β den Winkel zwischen der X-Achse und dem Vektor g, so wird

$$g_x = g \cos \beta,$$

und anstatt $dg_x \, dg_y \, dg_z$ hat man

$$2\pi g^2 \sin \beta \, d\beta \, dg$$

zu setzen. Es ist folglich:

$$m_1 B_4(\xi) = 16\sqrt{\pi} \cdot n_1 n_2 h^{\frac{5}{2}} \left(\frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}\right)^{\frac{7}{2}} \int_0^\infty \Theta_1 e^{-\frac{h m_1 m_2}{m_1 + m_2} \cdot g^2} g^5 \, dg \times$$
$$\times \int_0^\pi \cos^2 \beta \sin \beta \, d\beta.$$

Das letzte Integral ist gleich $\frac{2}{3}$. Substituiert man noch die Veränderliche

$$z = g\sqrt{\frac{h m_1 m_2}{m_1 + m_2}}, \tag{22}$$

so findet man schließlich:

$$m_1 B_4(\xi) = \frac{32 n_1 n_2}{3} \sqrt{\frac{\pi m_1 m_2}{h(m_1 + m_2)}} (u_2 - u_1) \int_0^\infty \Theta_1(g) e^{-z^2} z^5 \, dz. \tag{23}$$

Denkt man sich in (21) anstatt oder nebst g_x^2 eine ungerade Potenz von g_x, $\mathfrak{r}_x$ usw., so sieht man, daß das Integral verschwindet. Man erkennt daraus, daß die vorgenommenen Weglassungen berechtigt waren.

Der erhaltene Ausdruck ist aus den gleichen Voraussetzungen in anderer Weise von P. Langevin abgeleitet[1]. Wer Langevins Abhandlung gelesen hat, wird zugeben, daß die Vereinfachung nicht unbeträchtlich ist.

Das bestimmte Integral in (23) ist bei gegebenen Gasen nur von der Temperatur abhängig. Wir wollen es $\Psi_{15}(T)$ schreiben. Wenn die Moleküle einander wie vollkommen elastische Kugeln abstoßen und sonst kraftlos sind, gilt:

$$\Psi_{15} = \frac{s_{12}^2}{4} = \frac{(s_1 + s_2)^2}{16}.$$

Das liefert einen Wert, der schon von Stefan[1] durch ebenso konsequente Rechnungen, wie diese, gefunden worden ist.

Die Formel ist indessen nur als eine ziemlich grobe Annäherung richtig, was darin begründet ist, daß die Geschwindigkeitsverteilung eine andere ist, als diejenige die hier wie von Stefan und Langevin angenommen wird. Im allgemeinen wird neben dem Glied, das die

1) P. Langevin, Ann. chim. phys. (8) 5, 245, 1905.

1) J. Stefan, Wien. Ber. 65 (II), 323—363, 1872.

relative Geschwindigkeit der Gase als Faktor enthält, auch ein anderes einhergehen, das dem Temperaturgefälle proportional ist. Der Koeffizient von $n_1 n_2 (u_2 - u_1)$ und der des zweiten Gliedes werden Funktionen des Mischungsverhältnisses. Interessant und wichtig ist aber, daß die auf dieser Formel aufgebaute Diffusionstheorie der Wirklichkeit so gut entspricht, wie es der Fall ist.

Wir führen die universelle Gaskonstante R, die Avogadrosche Konstante N, die Molekulargewichte M_1 und M_2 und die absolute Temperatur T ein. Dann geht (23) in:

$$m_1 B_4(\xi) = \frac{32}{3}\sqrt{\frac{2\pi R T}{M_1 M_2 (M_1 + M_2)}} \cdot N \Psi_{15} \cdot \varrho_1 \varrho_2 (u_2 - u_1) \qquad (24)$$

über. Der entsprechende Wert des Diffusionskoeffizienten ist, wenn p den Gesamtausdruck bedeutet:

$$D = \frac{3 R^{\frac{3}{2}} T^{\frac{3}{2}}}{32 \sqrt{2\pi} \cdot N \Psi_{15}} \cdot \sqrt{\frac{1}{M_1} + \frac{1}{M_2}} \cdot \frac{1}{p} \qquad (25)$$

und im Falle elastischer Kugeln

$$D = \frac{3 R^{\frac{3}{2}} T^{\frac{3}{2}}}{8 \sqrt{2\pi} \cdot N s_{12}^2} \cdot \sqrt{\frac{1}{M_1} + \frac{1}{M_2}} \cdot \frac{1}{p} \cdot \qquad (26)$$

Maxwell gibt einen Wert an[1]), dessen Zahlenkoeffizient sich als $\frac{4}{3}$ desjenigen von (26) erweist, der aber im übrigen mit dem letzteren übereinstimmt.

Denkt man sich mit van der Waals, daß die Moleküle elastische Kugeln sind, die zugleich Anziehungskräfte aufeinander ausüben, so wird die Einwirkung der Anziehungskräfte unbegrenzt abnehmen, wenn die Temperatur wächst. Man wird danach Ψ_{15} durch eine nach Potenzen von $\frac{1}{T}$ fortschreitende Reihe darstellen können, deren von T unabhängiges Glied gleich $\frac{s_{12}^2}{4}$ ist. Ist die Temperatur hoch genug, so verschwinden alle Glieder bis auf die zwei ersten, und man kann dann Ψ_{15} darstellen durch:

$$\Psi_{15} = \frac{s_{12}^2}{4}\left(1 + \frac{C}{T}\right) \qquad (27)$$

oder mit demselben Rechte und noch bequemer durch

$$\Psi_{15} = \frac{s_{12}^2}{4} e^{\frac{c}{T}} \cdot \qquad (28)$$

Wenn die Kräfte Anziehungskräfte sind, werden zudem C und c positiv, wie bekannte Überlegungen von Sutherland und Reinganum zeigen.

Zum Schluß machen wir noch eine Anwendung auf die Elektronentheorie der Metalle. Dabei ist zu bemerken, daß dies, streng genommen, nicht zulässig ist, einerseits weil das Newton-Coulombsche Kraftgesetz Θ_1 und verwandte Integrale unendlich macht, und andererseits, weil das eine „Gas" ein fester Körper ist. Die Forderung, daß die Wirkungssphäre nur einen kleinen Teil des ganzen Raumes einnehmen soll, ist mit anderen Worten nicht erfüllt. Man kann sich indessen ein System mit derartigen Wechselwirkungen denken, daß die Theorie ihre Geltung nicht verliert, das aber in Einzelheiten mit dem betrachteten übereinstimmt. Das Bild wird man vielleicht in irgendeiner Hinsicht der Wirklichkeit näher bringen können, als wenn man die Anziehungen ganz vernachlässigt.

Aus (1) erhält man die für den elektrischen Strom gültige Beziehung:

$$m_1 B_4(\xi) = -\varrho_1 X_1 = -n_1 e \frac{\partial V}{\partial x} \cdot$$

Setzt man in (23)

$$u_2 = 0; \quad n_1 u_1 = -\frac{i_x}{e},$$

und vernachlässigt m_1 gegen m_2, erhält man:

$$m_1 B_4(\xi) = \frac{32 n_2}{3}\sqrt{\frac{\pi m_1}{h}} \cdot \Psi_{15} \cdot \frac{i_x}{e} \cdot$$

Daraus folgt endlich, wenn $h = \frac{3}{4\alpha T}$ gesetzt wird:

$$i_x = -\varkappa \frac{\partial V}{\partial x},$$

wo

$$\varkappa = \frac{9}{64} \cdot \frac{n_1}{n_2} \cdot \frac{e^2}{\Psi_{15}\sqrt{3\pi m_1 \alpha T}} \qquad (29)$$

ist.

Die Anwesenheit von Ψ_{15} macht die Abweichungen vom Wiedemann-Franzschen Gesetze verständlich. Aus der Analogie mit den Gasen darf man den Schluß ziehen, daß auch der Ausdruck der Wärmeleitungsfähigkeit eine ähnliche Funktion enthalten muß, die aber von Ψ_{15} verschieden ist. Es folgt daraus, daß das Verhältnis der Wärmeleitungsfähigkeit zu $\varkappa$ nicht einfach der absoluten Temperatur proportional sein kann.

Upsala, am 16. März 1911.

(Eingegangen 25. März 1911.)

1) Maxwell, Papers **2**, 343.

Struktur und Optik großer Kristalltropfen.

Von O. Lehmann.

Mit 2 Tafeln (VII/VIII).

Flüssige Kristalle, welche so leichtflüssig sind wie Wasser, nehmen freischwebend die Form kugeliger oder ellipsoidischer Tropfen an[1]). Von isotropen Tropfen unterscheiden sich solche „Kristalltropfen" durch ihre Struktur[2]), die vor allem durch ihr optisches Verhalten zum Ausdruck kommt, schon bei Beobachtung im natürlichen Licht.

Zum Studium kann man zweckmäßig Paraazoxyanisol (mit Zusatz von Piperin[3]) als Lösungsmittel) benutzen, doch muß, um freischwebende Tropfen zu erhalten, eine Spur Kolophonium beigefügt werden, welches vermutlich von den begrenzenden Glasflächen in dünner Schicht adsorbiert wird, und dadurch verhindert, daß dort haftende Moleküle der festen Modifikation gewissermaßen zu Kristallisationskernen werden[4]).

Betrachtet man einen solchen Tropfen in der Richtung, um welche er vollkommen symmetrisch erscheint, d. h. in der sog. I. Hauptlage, so erblickt man im Zentrum einen dunkeln Punkt, welcher schwärzer wird, wenn man den Tubus des Mikroskops entfernt, und umgekehrt in einen hellen Punkt überzugehen pflegt, wenn man den Tubus nähert. Ich nannte ihn „Kernpunkt". Er ist von einem grauen „Hof", scheinbar begrenzt von einem dicken ringförmigen Wulst, umgeben (Fig. 1)[5]).

Durch mechanische Zerrung des Tropfens, z. B. beim Betupfen des Deckglases mit einer Präpariernadel, geht der Punkt in einen Strich oder Faden über, der runde Hof in einen grauen Streifen oder ein graues Band[6]).

Das Auftreten solcher dunkler Punkte und Striche in einer klar durchsichtigen, chemisch homogenen Flüssigkeit ist ein neues optisches Phänomen, welches die Physik vor Entdeckung der flüssigen Kristalle nicht kannte, das eben für diese geradezu charakteristisch ist[1]).

Zuerst wurde ich auf das Auftreten solcher optischer Diskontinuitäten aufmerksam bei den polyedrischen flüssigen Kristallen von Ammoniumoleat, welche durch Abrundung infolge der Wirkung der Oberflächenspannung und durch Einfließen anderer flüssiger Kristallindividuen in ihrer Struktur gestört waren[2]).

Durch Untersuchung relativ großer Kristallindividuen von einer Dicke bis 0,8 mm in rotierender Kapillarröhre mittelst meines Mikroskops für thermische Analyse[3]) ist es gelungen, den Grund der eigentümlichen optischen Erscheinung vollkommen aufzuklären[4]).

Hiernach sind Punkte und Striche Diskontinuitäten der Struktur, d. h. Stellen, an welchen die Richtungen größter (bzw. kleinster) Dielektrizitätskonstante (und magnetischer Permeabilität), welche die Lichtfortpflanzung bedingen, nicht parallel verlaufen, sondern von dem betreffenden Punkt ausstrahlen (bzw. ihn in konzentrierten Kreisen umgeben) oder (in einem Strich) unter scharfen Winkeln zusammentreffen[5]). Stetige Änderungen dieser Richtungen geben sich kund durch das Auftreten von Schlieren und Brennlinien oder Brennflächen, d. h. durch die Bildung der Höfe oder Bänder.

Anschaulicher sagt man unter Benutzung der Molekulartheorie: Punkte und Striche sind Stellen, von welchen aus die Molekülachsen nach verschiedenen Richtungen divergieren, oder um welche sie sich in Kurven aneinanderreihen; die schlierenartigen Höfe und Bänder dagegen werden durch stetige Richtungsänderung der Molekülachsen bedingt.

Besonders deutlich gibt sich dieser Ursprung der Punkte, Striche und Schlieren bei Betrachtung im polarisierten Lichte zu erkennen, da der Dichroismus die Richtung stärkster Lichtabsorption, die wieder mit der Lage der Mole-

1) Siehe O. Lehmann, Wied. Ann. **40**, 401, 1890; Ann. d. Phys. **2**, 649, 1900; Die neue Welt der flüssigen Kristalle, Leipzig, Akad. Verlagsgesellschaft 1911, S. 209 u. ff., S. 237 u. ff., S. 343 u. ff.

2) Der üblichen Molekulartheorie der Flüssigkeiten gemäß ist das Zustandekommen einer Struktur (Raumgitteranordnung der Moleküle) identisch mit kristallinischer Erstarrung. Mit dieser Theorie befindet sich also die Existenz flüssiger Kristalle in Widerspruch. Näheres siehe in dem zuletzt zitierten Buche.

3) So viel, daß beim Abkühlen gerade eben noch Kristalltropfen entstehen.

4) O. Lehmann, Wied. Ann. **41**, 528, 1890; Ch. Mauguin, Compt. rend. **151**, 886, 1910. Vielleicht handelt es sich auch einfach um eine Veränderung des Glases an der Oberfläche, nicht um anhaftende feste Moleküle.

5) Die Figuren befinden sich auf Tafel VII u. VIII.

6) G. Friedel u. F. Grandjean, Bull. soc. min. **33**, 192, 1910, bezeichnen den Strich als „fil", den verzerrten Hof als „bande".

1) Ein Analogon bei festen Kristallen ist das von A. Kundt beobachtete Sichtbarwerden der Grenzen der Individuen in Quarzzwillingen im Schlierenapparat und die Erkennung der Zwillingslamellen in den gepreßten Kalkspatkristallen von E. Reusch.

2) O. Lehmann, Wied. Ann. **56**, 785 u. ff. Figg. 13, 18, 20, 21, 22; 1895. Flüssige Kristalle, Leipzig 1904, S. 40 u. 41; Ann. d. Phys. **19**, 22, 407; **20**, 63, 1906.

3) D. R. P. Nr. 230010; Das Kristallisationsmikroskop, Braunschweig, Fr. Vieweg & Sohn 1910, S. 72 u. ff.

4) Siehe O. Lehmann, Verh. d. D. phys. Ges. **13**, 338, 1911, u. Ann. d. Phys. 1911, im Druck.

5) Zuweilen sammeln sich auf solchen Linien auch Unreinigkeiten, welche nicht in die Kristalle aufgenommen werden. Beim Schmelzen entstehen dort zuerst Tröpfchen isotroper Flüssigkeit infolge Erniedrigung des Schmelzpunktes durch lösliche Verunreinigungen. In zusammenhängenden ausgedehnten Massen können auch Fäden ohne Hof auftreten d. h. ohne Störung der Molekularanordnung in der Nähe. (Vgl. diese Zeitschr. **11**, 44, 1910.)

külachsen zusammenhängt, an jeder Stelle ohne weiteres erkennen läßt. Beispielsweise erscheinen die tetragonalen flüssigen Kristalle des Paraazoxybenzoesäureäthylesters in (rot-)gelber Farbe, wenn die kurze Nicoldiagonale der kristallographischen Hauptachse parallel läuft, dagegen farblos, wenn sie senkrecht dazu steht, (oder falls man in der Richtung der Hauptachse durch die Kristalle hindurchsieht). Gleiches gilt für die pseudoisotropen Massen oder halbisotropen Kristalle[1]), bei welchen nur die Hauptachsen der Moleküle parallel sind, die Nebenachsen dagegen regellos gerichtet, derart, daß nicht nur zwei (zueinander rechtwinklige) Symmetrieebenen durch die Achse existieren, sondern deren unendlich viele.

Folge hiervon ist, daß die hier häufig vorkommenden konischen Störungen der Molekularanordnung[2]), falls die kurze Nicoldiagonale quer zur Achse steht, ganz unsichtbar bleiben, weil auch die zum Gesichtsfeld senkrechten oder wenigstens stark geneigten Kristallfasern — sofern man die Hauptachse als Längrichtung der Fasern betrachtet — ebenso farblos erscheinen wie die ganze Kristallmasse und die schwach gelbe Färbung der übrigen nicht genügend hervortritt. Man sieht dann nur die Achse der doppelten oder einfach konischen Störung als schwarze Gerade in der farblosen Kristallmasse und den Rand der Basis als freischwebenden schwarzen Ring, durch dessen Ebene die genannte schwarze Gerade in der Mitte senkrecht hindurchgeht. Dreht man den Nicol um 90°, so wird das Bild ein ganz anderes. Die Kristallmasse erscheint nunmehr rotgelb, und die schwarze Gerade ist umgeben von einem grauen Hof, entstanden durch starke Ablenkung der gelben (extraordinären) Strahlen, die zur Seite gedrängt werden und sich in hellen Brennlinien vereinigen, die den genannten grauen Rhombus umsäumen. Bei Durchsicht in der Achse verkürzt sich die schwarze Gerade zum Punkt.

Ganz ähnlich liegen nun die Verhältnisse bei den Kristalltropfen. Der dunkle Punkt im Zentrum ist die zu einem Punkt verkürzt erscheinende Symmetrieachse, um welche die Moleküle radial angeordnet gedacht werden können.

1) Ich nannte solche Gebilde (vgl. Taf. 3 u. 4 in meinem Buch „Flüssige Kristalle") in den Verh. d. D. phys. Ges. **13**, 338, 1911, im Anschluß an die Bezeichnung pseudoisotrope Massen „Pseudokristalle". Da, wie ich eben bemerke, G. Friedel u. F. Grandjean (Bull. soc. min. **33**, Nr. 8, 1910) das Wort in anderem Sinne gebrauchen, schlage ich die Bezeichnung halbisotrope flüssige Kristalle vor. Möglicherweise gibt es auch ganz isotrope flüssige Kristalle, welche nicht mit amorphen Flüssigkeiten identisch sind.

2) Siehe O. Lehmann, Ann. d. Phys. **12**, 311, 1903; **19**, 407, 1906; **20**, 63, 1906; Die neue Welt der flüssigen Kristalle 1911, S. 368 u. ff.; Verh. d. D. phys. Ges. **13**, 338, 1911.

Bei Beobachtung im polarisierten Licht erscheint demgemäß der Tropfen in ein weißes und ein gelbes Quadrantenpaar geteilt, ersteres mit nur blasser Schattierung, also mit Kern ohne Hof, letzteres sehr dunkel schattiert, mit kräftigem Hof um den Kern. (Siehe z. B. Die neue Welt usw. S. 214, Fig. 136).

Wird das Nicolsche Prisma über dem Präparat eingeschaltet, und ist dessen kurze Diagonale von rechts nach links gerichtet, so erscheinen die gelben Quadranten rechts oben und links unten. Hieraus folgt[1]), daß man sich die Kristalltropfen nicht, wie behauptet wurde, aus optisch einachsigen Fasern, welche radial um die Symmetrieachse gruppiert sind, zusammengesetzt denken kann. Wohl könnten sie aus monosymmetrischen Blättchen von rhombischem Umriß bestehen, bei welchen die eine (längere) Kante die Richtung der Orthodiagonale hat, die andere (kürzere) die der Klinodiagonale, die somit eine Kombination der drei Pinakoide darstellen. Nimmt man an, diese „Kristallmoleküle" zeigten sich gelb, wenn die kurze Nicoldiagonale den kurzen Kristallkanten parallel ist, und sie seien (oben) so gelagert, wie Fig. 2 andeutet, so müssen in der Tat die gelben und weißen Quadranten die wirklich beobachtete Lage haben[2]).

Im Gegensatz zum Dichroismus homogener Kristalle wechseln die weißen und gelben Quadranten ihren Ort (Fig. 3), falls man das Nicolsche Prisma statt über dem Präparat unter demselben einschaltet[3]).

Die Erklärung ergibt sich aus der weiteren eigentümlichen Tatsache, daß, wenn man den Tubus des Mikroskops bei oberem Nicol so einstellt, daß nicht die Oberseite des Tropfens scharf gesehen wird, sondern die Unterseite, die Felderteilung verschwindet. Ebenso verschwindet dieselbe bei Anwendung des unteren Nicols, wenn man die Oberseite des Tropfens scharf einstellt. Da bei homogenen flüssigen Kristallen[4])

1) O. Lehmann, Ann. d. Phys. **2**, 666, 1900.

2) Ich bemerkte dazu a. a. O.: „Dies steht in guter Übereinstimmung zu der Tatsache, daß bei der Umwandlung der festen Modifikation in die flüssig-kristallinische (falls Kristalle mit parallelen Molekülen entstehen), die Richtung größter Leitfähigkeit (stärkster Absorption) dieselbe schiefe Lage gegen die Kanten beibehält, welche sie vor der Umwandlung hatte." In der Tat beobachtet man solche Konstanz des Dichroismus sehr häufig z. B. bei der Umwandlung von festem Paraazophenetol (s. O. Lehmann, Ann. d. Phys. **21**, 381, 1906) in die dimorphe Modifikation.

3) O. Lehmann, Ann. d. Phys. **2**, 266 u. ff., 1900.

4) Solche bilden sich bei sehr dünnen Schichten reiner Präparate (ohne Zusatz von Lösungsmittel) infolge der Adhäsion an die Glasflächen. Vgl. O. Lehmann, Wied. Ann. **41**, 530, 1890, Fig. 2; Ann. d. Phys. **12**, 325, 1903; **18**, 805, 1905; Die neue Welt d. fl. Kr. S. 222, Anmerk. 2, 1911; G. Friedel u. F. Grandjean, Bull. soc. min. **33**, 192, 1910; Ch. Maugin, Compt. rend. **151**, 886, 1910.

diese Eigentümlichkeit fehlt, und die Felder auf Ober- und Unterseite identisch sind, kann sie ihren Grund nur in der verschiedenen Orientierung der Moleküle in den übereinanderliegenden Schichten haben, durch welche Effekte wie bei E. Reuschs bekannten wendeltreppenartigen Glimmerkombinationen hervorgebracht werden. Die Wirkung ist dieselbe, wie wenn nur die dem Nicolschen Prisma zugewandte Kristallschicht vorhanden wäre, vorausgesetzt, daß auf diese scharf eingestellt wird[1]).

Für die Erkenntnis der Struktur der flüssigen Kristalle ist das Ergebnis von großem Wert. Man kann stets sicher sein, mit dem oben eingeschalteten Nicol nun die Anordnung der Moleküle auf der Oberseite zu erhalten, mit dem unten eingeschalteten die molekulare Struktur der Unterseite.

Da nun für die betrachteten Kristalltropfen die in Fig. 3 dargestellte Struktur der Unterseite die entgegengesetzte ist wie die der Oberseite, folgt, daß der Tropfen aus zwei Hälften mit verschiedener Anordnung der Moleküle besteht, und in der Tat kann man in manchen Fällen die Trennungsfläche der beiden Hälften sehr deutlich hervortreten sehen (Fig. 4[2])), namentlich bei Verwendung von Azobenzol statt Piperin. Es ist mir sogar gelungen, deutliche Photographien derselben zu erhalten, deren eine in Fig. 5 wiedergegeben ist. Im Normalfall nimmt die Trennungsebene die Lage der Äquatorebene ein, d. h. sie ist eine Ebene durch die Tropfenmitte senkrecht zur Symmetrieachse. Wird der Tropfen gezerrt, so wird sie entsprechend deformiert, nimmt aber alsbald wieder die Normalform an, wenn der Tropfen freischwebend[3]) sich selbst überlassen wird.

Bringt man einen Kristalltropfen durch Drehen der Kapillarröhre in die zweite Hauptlage, so verschwindet der Kernpunkt, und an dessen Stelle tritt eine beiderseits zugespitzte, spindelartige Schliere (Fig. 6), welche mit ihren spitzen Enden die Tropfenoberfläche berührt[1]). Befindet sich die Achse der Spindel in der Achse der Röhre, und läßt man diese und damit den Tropfen rotieren, so bleibt der Anblick immer derselbe, der Tropfen ist somit rings um die Symmetrieachse wirklich vollkommen symmetrisch, die Spindel hat kreisförmigen Querschnitt[2]).

Bei Untersuchung im polarisierten Licht erscheint die Spindel dunkel schattiert und intensiv gelb gefärbt (Fig. 7), wenn die kurze Nicoldiagonale quer zur Spindelachse steht, fast unsichtbar und farblos dagegen (Fig. 8), wenn das Nicolsche Prisma um 90° gedreht wird. Im Gegensatz zu den Beobachtungen bei I. Hauptlage des Tropfens macht es keinen Unterschied, ob dieses Prisma über oder unter dem Präparat eingeschaltet wird.

Nach der gemachten Annahme über die Form und Lagerung der Kristallmoleküle ist dies selbstverständlich. Von der Seite gesehen ist nämlich die Molekularanordnung die in Fig. 9 dargestellte. Die als monosymmetrische Kriställchen gedachten Moleküle wenden dem Beobachter diejenige Seite zu, auf welcher sie symmetrisch erscheinen und erscheinen gelb, wenn die kurze Nicoldiagonale ihrer Längsrichtung parallel ist, farblos bei der um 90° verdrehten Lage, sowohl in der unteren wie in der oberen Hälfte des Tropfens.

Hiernach ist die Stellung der Moleküle an der Tropfenoberfläche keine gleichmäßige. Während die in der Nähe der Pole befindlichen flach aufliegen, stehen diejenigen in der Nähe des Äquators hochkant.

Im Gegensatz zu früherer Auffassung[3]) er-

1) Gleiches gilt für die konischen Störungen, wie ich in den Verh. d. D. phys. Ges. **13**, 338, 1911 und den Annalen der Physik, 1911 (noch im Druck) gezeigt habe. Von Störungen, die auf der Oberseite bei oberem Nicol Felderteilung verursachen, sieht man, wenn sie durch Drehen der Kapillare auf die Unterseite gebracht und wieder scharf eingestellt werden, nur die Kegelachse und den Basisring, während die Felderteilung fehlt. Bei unterem Nicol beobachtet man die Felderteilung der Störungen auf der Unterseite, nicht die der oberen Störungen.

2) Die Achse steht hier zur Bildebene geneigt.

3) In der konstant rotierenden horizontalen Kapillare sind genau in der Achse des Rohres freischwebende Tropfen auch dann zu erhalten, wenn deren spezifisches Gewicht nicht genau mit dem der umgebenden Mutterlauge übereinstimmt, weil infolge der beständigen Lagenveränderung der letzteren die geringe Tendenz der Tropfen zum Fallen oder Steigen nicht zur Geltung kommen kann. Man kann auch mehrere Millimeter lange Säulen kristallinischer Flüssigkeit mit einer einzigen beim Drehen unverändert bleibenden Schliere in der Achse erhalten, d. h. sehr lang gezogene Tropfen in II. Hauptlage.

1) In den ersten Abhandlungen habe ich die Schliere richtig als Spindel aufgefaßt. Später bin ich durch Beobachtung der eigentümlichen Erscheinungen beim Übergang aus der I. in die II. Hauptlage in Zweifel geraten und habe sie als Linse betrachtet, die mit ihrem Rande die Tropfenoberfläche berührt. Die neue, weitaus vollkommenere Beobachtungsweise brachte die Entscheidung, daß die erste Auffassung die richtige war.

2) Bei Tropfen mit stark ausgeprägter Trennungsfläche der beiden Hälften zeigt die Spindel eine schwache Einschnürung in der Mitte wie bei Fig. 10. Bei Drehung des Tropfens zwischen gekreuzten Nicols erkennt man, daß die Stellung der Moleküle zu beiden Seiten der Trennungsfläche keine ganz übereinstimmende ist.

3) Früher hielt ich solche Verschiedenheit wegen der Oberflächenspannung, welche die Orientierung der Moleküle von der Oberfläche bedingt, für unmöglich, und konstruierte deshalb abweichende Modelle (s. Flüssige Kristalle, 1904, S. 61, Fig. 97 u. S. 73, Fig. 243), welche sich nunmehr als irrig erwiesen haben. Auf einen Irrtum deutete übrigens schon die Unmöglichkeit hin, die Rotation der Tropfen bei Erwärmung von unten zu erklären, speziell daß die Tropfen in II. Hauptlage rotieren, die in I. Hauptlage nicht, während es gerade umgekehrt sein sollte, wenn

geben also die neuen Beobachtungen, daß die Stellung der Moleküle an der Oberfläche eine ganz beliebige sein kann, daß somit die Oberflächenspannung wenigstens bis zu einem gewissen Werte, keine richtende Wirkung ausübt[1]). Dies zeigt sich auch beim Schmelzen.

Während nämlich feste Körper an der Oberfläche schmelzen, zeigt sich bei den kristallinischen Flüssigkeiten auch Schmelzen im Innern. Bei Überschreitung der Temperatur der Umwandlung in die isotrope Flüssigkeit bilden sich im Innern der flüssig-kristallinischen Masse kugelrunde Tropfen isotroper Flüssigkeit, welche, wenigstens im allgemeinen[2]), keine Störung der angrenzenden Struktur verursachen, obschon sie derartige Größe erreichen können, daß die kristallinische Flüssigkeit nur noch als eine dünne Haut auf den kugeligen isotropen Tropfen erscheint. Dann tritt bald Platzen dieser Blase ein, der isotrope Tropfen vereinigt sich mit der umgebenden Mutterlauge, und die kristallinische Schicht zieht sich zu einem normalen Kristalltropfen zusammen.

Aus den Erscheinungen im polarisierten Licht ergeben sich ohne weiteres diejenigen im natürlichen Licht, wenn man sich dieses aus zwei zueinander senkrechten polarisierten Strahlen zusammengesetzt denkt (oder es durch einen rasch um seine Achse rotierenden Strahl ersetzt). Umgekehrt kann man sich in komplizierteren Fällen aus den Erscheinungen im natürlichen Licht die im polarisierten zum voraus ableiten.

Die Erscheinungen beim Übergang eines Tropfens von der ersten in die zweite Hauptlage konnte ich früher nur sehr unvollkommen studieren, da nur winzige Tröpfchen freischwebend zu erhalten waren und mit großer Geduld abgewartet werden mußte, bis sie durch eine Flüssigkeitsströmung in der gewünschten Richtung um 90° gedreht wurden, was meist so rasch erfolgte, daß die Zeit zum genauen Erfassen des Beobachteten nicht zureichte. Mittelst des neuen Mikroskops können diese Erscheinungen mit aller Bequemlichkeit an großen Tropfen studiert und photographiert werden, da man durch Anhalten der rotierenden Kapillare (etwa bei Drehung mit der Hand oder durch Bremsen der Transmissionsschnur oder Nachlassen der Spannrolle) den Tropfen in jeder Zwischenstellung zwischen den beiden Hauptlagen beliebig lange erhalten kann.

Ob infolge dieser genaueren Beobachtungsweise oder infolge Verschiedenheit der neueren Präparate von den früheren die Ergebnisse etwas von den früher gewonnenen[1]) abweichen, habe ich noch nicht feststellen können. Jedenfalls sind die neuen Beobachtungen durchaus zuverlässig, es dürfte sogar möglich sein, kinematographische Aufnahmen des Übergangs von der I. in die II. Hauptlage nach der Natur zu machen.

Hat sich die Achse um 30 oder 60° gedreht, so ist der Anblick des Tropfens etwa der in Fig. 11 u. 12 dargestellte. Die Drehung des Tropfens erfolgte um eine horizontale Achse, derart, daß die betrachtete Oberseite sich von unten nach oben bewegte, also von der rechten Seite der Drehachse gesehen im Sinne des Uhrzeigers. Man sieht, daß die Spindel, welche in der II. Hauptlage die Richtung der Symmetrieachse des Tropfens hatte und die Mitte des Tropfens einnahm, sich nach links verschoben und gekrümmt hat. Gleichzeitig hat sich von rechts gewissermaßen ein Teil der Randlinie, welcher ursprünglich als Halbkreis von Pol zu Pol reichte, ebenfalls nach links ganz selbständig ins Innere gezogen, sich von den Polen ablösend und zu einem kleinen krummen Strich verkürzend, dessen Enden ihre Lage auf der Mittellinie beibehalten, aber näher zusammenrücken. Bei Fortsetzung der Drehung im gleichen Sinne verkürzt sich dieser Strich weiter zum Kernpunkt, während die krumme Spindelschliere sich ganz symmetrisch um den Rand des Tropfens herumzieht, und so den dunkeln Rand desselben und den grauen Hof des Kernpunktes bildet, welche beide durch einen hellen Ring getrennt sind, die frühere helle Mittellinie der Spindelschliere.

Wie schon erwähnt, ist die Schliere kein substantielles Gebilde, sondern lediglich eine optische Täuschung infolge der Lichtbrechung. Aus dem Ergebnis ist somit der sehr wichtige Schluß zu ziehen, daß sich der Tropfen, der sich in der I. und II. Hauptlage gegen hindurchgehendes Licht als symmetrisch gebaut erwies,

man als Ursache aufsteigende Flüssigkeitsströme betrachtet. Das Modell Fig. 10 gibt dagegen ohne weiteres die Erklärung, weil die molekularen Schaufeln zu beiden Seiten entgegengesetzt gerichtet sind, somit in gleichem Sinne drehend wirken, während in der ersten Hauptlage am Äquator solche schiefe Schaufeln, welche Rotation erzeugen könnten, fehlen. Vielleicht kommen aber auch Oberflächenströmungen in Betracht (s. Die neue Welt d. fl. Kr., S. 212), denn häufig sieht man an der Oberfläche ein eigentümliches Flimmern wie von fortwährendem Entstehen und Verschwinden winziger Ätzfiguren infolge wechselnder molekularer Temperaturverschiedenheiten (entsprechend den in der Brownschen Bewegung zum Ausdruck kommenden Verschiedenheiten des Bewegungszustandes) herrührend.

1) Für grössere Werte der Oberflächenspannung trifft dies nicht mehr zu (s. Flüssige Kristalle, S. 45).

2) Es bilden sich wohl konische Störungen in der Richtung der Symmetrieachse, namentlich bei Paraazoxybenzoesäureäthylester. Bei diesem sind die Tropfen in der Richtung der Achse verlängert. Bezüglich Ammoniumoleat vgl. Flüssige Kristalle, Taf. I, Fig. 3.

1) O. Lehmann, Ann. d. Phys. **2**, 673, Fig. 1 u. 10—15, 1900. Bei Zusatz von Paraazoxyzimtsäureäthylester nähern sich die Erscheinungen diesen früher beobachteten.

für schief hindurchgehendes Licht unsymmetrisch verhält. Hierin liegt ein neuer Beweis dafür, daß der Tropfen nicht aus optisch einachsigen Fasern bestehend gedacht werden kann, die symmetrisch um die Hauptachse gruppiert sind. Die Substanz muß notwendig optisch zweiachsig, nämlich monosymmetrisch sein[1]).

Was den ursprünglich die beiden Pole verbindenden Bogen anbelangt, der sich ins Innere gezogen hat, so kann man sich leicht im polarisierten Licht davon überzeugen, daß er auch nach dieser Lagenänderung noch die Pole verbindet, denn bei Anwendung des oberen Nicols erscheinen die weißen und gelben Quadranten am einen Ende des Bogens, nämlich dem, welches auf der Oberseite des Tropfens liegt, bei Anwendung des unteren am anderen, unten befindlichen. Natürlich sind in dieser Stellung die Quadranten stark verzerrt (Fig. 13), und erst wenn sich der kleine krumme Strich zum Kernpunkt zusammengezogen hat und in die Mitte des Tropfens gewandert ist, erhalten sie gleiche Größe.

Mit diesen Erscheinungen stehen die Eigenschaften des oben beschriebenen Molekularmodells in Einklang, denn notwendigerweise müssen bei schrägem Durchgang der Strahlen durch das Molekülsystem Übergänge zwischen den in I. u. II. Hauptlage auftretenden Wirkungen auf das durchgehende Licht zu beobachten sein, und die Unsymmetrie der Moleküle erklärt die tatsächlich auftretende Unsymmetrie des Aussehens der Tropfen. Man kann übrigens an Stelle der monosymmetrischen Moleküle monosymmetrische Fasern setzen, welche den Raum kontinuierlich erfüllen, und so nicht nur die Molekularhypothese umgehen, sondern die Erscheinungen der Rechnung zugänglich machen und prüfen, ob die berechnete Lichtverteilung im Tropfen wirklich mit der tatsächlichen übereinstimmt. Die Durchführung dieser Rechnung bildet ein Problem der theoretischen Physik, welches (wenn auch mit einigen Umständen), lösbar sein dürfte.

Die Fig. 14 zeigt die Photographie eines Tropfens mit schräger Achse nach der Natur.

1) Da durch Einwirkung der Glasflächen und namentlich bei fremden Beimischungen (z. B. Paraazoxyzimtsäureäthylester) derartige kristallinische Flüssigkeiten pseudoisotrope Massen bilden können (siehe O. Lehmann, Die scheinbar lebenden Kristalle, Eßlingen, J. F. Schreiber 1907, S. 35, Fig. 49), folgt, wie schon früher hervorgehoben (siehe O. Lehmann, Die neue Welt der flüssigen Kristalle 1911, S. 201), daß zweiachsige Teilchen in regelloser Anordnung bei parallelen Hauptachsen eine optische einachsige Masse bilden können, somit die von D. Vorländer und H. Hauswaldt aufgenommenen Ringfiguren nicht optische Einachsigkeit der betreffenden Substanz beweisen, daß vielmehr die betrachtete Substanz, wie ich schon früher geschlossen hatte (Ann. d. Phys. **2**, 671, 1900), zweiachsig ist.

Auch hier kann man die besprochene Verschiedenheit der linken und rechten Hälfte deutlich erkennen. Bei den eingangs erwähnten konischen Störungen des tetragonal-flüssigkristallinischen Paraazoxybenzoesäureäthylesters, deren Achse als schwarzer Strich erscheint (analog der die Pole verbindenden Linie bei den Kristalltropfen), ist dies nicht der Fall. Rechts und links bleiben hier stets gleich beim Übergang aus der zweiten in die erste Hauptlage, wobei ebenfalls der Strich zu einem Punkt verkürzt erscheint. Der Strich bleibt stets in der Mitte, er rückt nicht wie die Kernlinie des Kristalltropfens scheinbar auf eine Seite. Daß letzteres der Fall ist, daß der axiale Strich verschwindet, und dafür seitlich eine krumme Linie auftritt, ist Folge der Strahlenbrechung; die Symmetrieachse selbst, d. h. die Linie, um welche die Moleküle radial oder in konzentrischen Kreisen gruppiert sind, bleibt natürlich in Wirklichkeit stets unverändert in der Mitte, sie scheint nur (für den Beobachter) ihren Ort zu verlassen und seitlich zu rücken, bis sie schließlich, wenn die zweite Hauptlage erreicht ist, am Rande völlig verschwindet. Diese Tatsache, daß eine Linie, welche aus den zu Eingang erwähnten Gründen dunkel in der durchsichtigen Masse erscheinen sollte, an anderer Stelle auftritt oder völlig unsichtbar werden kann, ist wohl zu beachten, wenn man aus dem Anblick der Kristalltropfen einen Schluß auf deren Struktur ziehen will.

Bei zusammenhängenden flüssig-kristallinischen Massen können die dunklen Linien auch ganz ohne Höfe erscheinen. (S. 540, Anm. 6.)

Vermehrt man den Gehalt der Lösung an Kolophonium, so wird, wie schon früher beschrieben, die Struktur der Tropfen gestört, und man erhält Übergänge zu den lamellierten oder geschichteten Tropfen[1]).

Meine frühere Auffassung, die zu beobachtenden Schichten seien, wie es den Anschein hat, voneinander völlig getrennt, hat sich durch die neueren Beobachtungen als unrichtig erwiesen. Auch ein solcher Schichtkristall ist als ein Individuum aufzufassen, dessen Struktur nur eigenartig verdreht ist, um so mehr, je größer der Gehalt an Kolophonium, was mit den an den sogenannten anomalen Mischkristallen[2]) gemachten Erfahrungen übereinstimmt.

Im einfachsten Falle biegt sich die Symmetrieachse, der Faden, unter gleichzeitiger Verdrehung der beiden Hälften derart zusammen, daß die beiden Enden nebeneinander, also z. B. beide auf der Oberseite des Tropfens in der Mitte

1) O. Lehmann, Flüssige Kristalle 1904, S. 72, Fig. 238 und S. 81, Fig. 266.

2) Siehe „Die Welt der flüssigen Kristalle" 1911, S. 131; Die scheinbar lebenden Kristalle 1907, S. 41, Fig. 66.

erscheinen. Diese Lage des Tropfens soll hier als I. Hauptlage bezeichnet werden (Fig. 15). Im polarisierten Licht kann man leicht erkennen, daß beide nebeneinander befindliche Fadenenden von den gelben und weißen Quadrantenpaaren umgeben sind, und zwar, wie aus oben beschriebenem Modell leicht abzuleiten ist, in übereinstimmender Stellung (während, wenn der eine Symmetriepunkt oben, der andere sich unten befindet, die Anordnung der Quadrantenpaare bei beiden entgegengesetzt ist). Der mittlere Teil des Fadens, welcher auf der Unterseite erscheinen sollte, bleibt infolge der Strahlenbrechung unsichtbar. Zwischen beiden Fadenhälften erscheint eine S-förmige Schliere.

Dreht man den Tropfen um den horizontalen Durchmesser um 90°, so daß die beiden Fadenenden an den oberen Rand kommen, wie bei Fig. 16 — diese Stellung sei die II. Hauptlage genannt —, so erscheint der Faden vollständig, und seine Verdrehung gibt sich durch Überkreuzung der Enden kund. Dreht man den Tropfen um die vertikale Achse, so gewährt er den Anblick von Fig. 17.

Bei stärkerer Strukturstörung wird in I. Hauptlage aus der Schliere eine längere Spirale (Fig. 18), wobei wieder der auf der Unterseite liegende Mittelteil des Fadens unsichtbar bleibt. Gleiches gilt für die II. Hauptlage (Fig. 19), wobei die oberen Kreuzungen des Fadens verschwinden. Auch die Schliere zerfällt in zwei getrennte Bögen.

Fig. 20 zeigt denselben Tropfen um die Vertikalachse um 90° gedreht.

Die Fig. 21 stellt einen stärker gestörten Tropfen in I. Hauptlage dar, bei welchem die Fadenenden aus ihren Höfen heraustreten, da sie sich nach oben wenden.

Auch bei diesen komplizierten Schichttropfen hat man sich in die Nähe des Fadens die Moleküle ganz ebenso angeordnet zu denken wie bei einfachen Tropfen (Fig. 9), während sich in einiger Entfernung naturgemäß Abweichungen ergeben, da die Masse die Kugel kontinuierlich erfüllen muß.

Die Fig. 22, 23, 24 sind Reproduktionen von Photographien nach der Natur. Fig. 22 stellt einen einfachen Tropfen in II. Hauptlage dar, welcher Spuren von Verdrehung zeigt.

Dreht man den Tropfen Fig. 24 um die Symmetrielinie, so wandern die Bögen und Schlieren je nach dem Sinn der Drehung nach dem oberen oder unteren Ende, um dort schließlich zu verschwinden, während an der entgegengesetzten Seite neue entstehen.

Fließen zwei Tropfen zusammen, z. B. mit der den Fadenenden abgewandten Seite, so entsteht ein scheinbar symmetrischer Tropfen (Fig. 25). Gleiches gilt für das Zusammenfließen mit den entgegengesetzten Flächen (Fig. 26).

Unter Umständen, wenn auch selten, beobachtet man Tropfen, deren Fäden anscheinend in konzentrische Ringe (Fig. 27) oder parallele Gerade (Fig. 28) aufgelöst sind, ja letztere lassen sich in der Kapillarröhre als Säulen kristallinischer Flüssigkeit von mehreren Millimetern Länge erhalten. Deren Längsstreifung ist nur eine optische Täuschung, denn wenn die Kapillare um ihre Achse rotiert, behalten die geraden parallelen Striche ihre Lage unverändert bei, wie wenn sie die Projektionen zylindrischer Flächen wären, deren Querschnitte die Kreise in Fig. 27 sind. Bringt man aber den Tropfen in schiefe Lage, so verwandeln sich diese Kreise in eine zusammenhängende Spirale. Öfters zeigen sich auch verschlungene Fäden im Zentrum (Fig. 29), welche beim Drehen des Tropfens ihre Form ändern und mit den aufbrechenden Kreisen in Verbindung treten.

Die Fig. 30 stellt eine Art Übergang zwischen den Spiraltropfen und denjenigen mit konzentrischen Blasen dar. Der Tropfen ist im Begriff, in die isotrope Flüssigkeit überzugehen, wie man daran erkennt, daß sich im Innern bereits ein Tropfen der letzteren (ähnlich einer Luftblase) gebildet hat. Würde man abkühlen, so würde dieser Tropfen durch Rückumwandlung in kristallinisch-flüssige Substanz wieder verschwinden. Umgekehrt würde er beim Erwärmen sich vergrößern, und, sobald er die Oberfläche des Kristalltropfens erreicht, von diesem ausgestoßen werden.

Fig. 31 stellt die Kuppe einer Säule kristallinischer Flüssigkeit in einer Kapillarröhre von 0,6 mm dar. Da eine erhebliche Menge Kolophonium beigemischt ist, ist die Struktur verwickelt und entspricht der Kombination eines Schichtkristalltropfens in I. Hauptlage mit einem solchen in II. Hauptlage. Beim Drehen der Kapillare würden sich die Fäden und Schlieren in der beschriebenen Weise verändern.

Fig. 32 zeigt ebenfalls eine derartige kristallinisch-flüssige Säule mit weniger Kolophoniumzusatz. Sie scheint aus hutförmigen Schichten zu bestehen, welche bei Rotation der Röhre um ihre Achse je nach dem Sinn der Drehung sich nach oben oder unten verschieben, wie dies bereits bei Fig. 24 erwähnt wurde. Fig. 33 ist die Photographie des Endes einer 0,8 mm dicken Säule kristallinischer Flüssigkeit mit mehr Kolophonium. Die Fäden erscheinen an einzelnen Stellen verdreht. Mit dem Studium solcher Komplikationen bin ich noch beschäftigt.

Zum Schlusse sei bemerkt, daß die Tropfen auch bei seitlicher Beleuchtung mit intensivem Licht untersucht wurden, also in dunklem Gesichtsfelde, wobei das eine (das gelbe) der

durch Doppelbrechung entstandenen Strahlenbündel einen Brennpunkt in der Nähe der gegenüberliegenden Oberfläche erzeugt. Während in solchem Falle die halbisotropen flüssigen Kristalle des Paraazoxybenzoesäureesters ebenso dunkel bleiben wie die Lösung, aus welcher sie sich ausscheiden, bleibt bei den Kristalltropfen nur die Lösung dunkel, die Tropfen selbst erscheinen diffus erleuchtet, d. h. sie zeigen das Tyndallphänomen. Da der Unterschied beider Kristallsorten darin beruht, daß bei ersteren wenigstens die Hauptachsen der Moleküle parallel sind, dürfte der Grund der Erscheinung wohl in der abweichenden Stellung der Molekülachsen zu suchen sein[1]). Anscheinend tritt das Tyndallphänomen um so stärker auf, je mehr durch fremde Zusätze die Struktur gestört wird.

Sehr störend wird das Tyndallphänomen bei Projektion der Kristalltropfen im magnetischen Felde zwischen gekreuzten Nicols. Größere zusammenhängende flüssig-kristallinische Massen bestehen aus zahlreichen, durch unsichtbare Scheidewände getrennten Individuen, wie man besonders im rotierenden Kapillarrohr erkennt, speziell im polarisierten Licht. Diese Flächen stehen glockenartig über den Randkurven der „Felder" von den begrenzenden Glasflächen oder erstrecken sich röhrenförmig von einer solchen Randkurve zur korrespondierenden an der gegenüberliegenden Wand. Die Fäden mit oder ohne Höfe verlaufen natürlich im Innern des von einer solchen Fläche abgeschlossenen Raumes und endigen meist an zwei Punkten derselben Kurve oder zweier korrespondierender Randkurven. Im ersteren Fall pflegen sie sich unter Verkürzung des Fadens zu nähern und mit diesem zu verschwinden, d. h. die Wirbelstruktur ist eine unbeständige und wird allmählich durch eine mehr homogene verdrängt. Im magnetischen Felde stellen sich die Grenzflächen senkrecht und nehmen alle Fäden auf, so daß die Randkurven mit Kernpunkten besetzt erscheinen[2]). Mit fortschreitender Einstellung der Molekülachsen in die Kraftlinienrichtung, d. h. mit zunehmender Feldintensität verschwinden aber naturgemäß die Grenzflächen und mit ihnen die Kernpunkte immer mehr, bis schließlich homogene Massen entstehen, die aber infolge des Tyndalleffekts zwischen gekreuzten Nicols erleuchtet erscheinen.

Faßt man eine kristallinische Flüssigkeit ohne Bezugnahme auf die Molekulartheorie lediglich als eine anisotrope Flüssigkeit auf, so müßten sich bei mechanischer Deformation, z. B. Torsion um eine Achse[1]), die Elementarparallelepipede, in welche dieselbe zerlegt werden kann, zu dünnen Bändern ausstrecken, welche sich auf die Achse aufwickeln. Denkt man sich aus der so deformierten Flüssigkeit ein Elementarparallelepiped gleicher Größe wie das ursprüngliche ausgeschnitten, so wird dasselbe, da es aus verschieden orientierten Schichten besteht, ganz andere Eigenschaften zeigen als das umgeänderte. Dies steht in Widerspruch zu den Beobachtungen, welchen zufolge die Eigenschaften der flüssigen Kristalle bei Deformation (infolge der spontanen Homöotropie) im wesentlichen ungeändert bleiben. Man müßte also Kräfte an den Oberflächen der Elementarparallelepipede angebracht denken, welche während der Deformation Gleichrichtung der Elemente bewirken. Die Rechnung muß zu dem Ergebnis führen, daß Übereinstimmung mit den Beobachtungen nur dann zu erlangen ist, wenn diesen Raumdifferentialen eine ganz bestimmte Größe, nämlich die der Moleküle zugeschrieben wird. Man könnte also im Prinzip, ausgehend von der Annahme kontinuierlicher Materie, auf Grund des Verhaltens flüssiger Kristalle die Dimensionen der Moleküle und deren Kraftwirkungen berechnen.

1) A. Coehn, Zeitschr. f. Elektrochemie 1909, S. 652, beobachtete das Tyndallphänomen auch bei reinen klaren Zuckerlösungen, man kann also hieraus nicht etwa schließen, die Kristalltropfen seien trübe Massen.

2) Siehe O. Lehmann, Flüssige Kristalle 1904, Taf. **36**, Fig. 1 u. 4: **37**, Fig. 1, 4, 5, 6 u. 9. Auch hierüber soll später (in den Sitzb. d. Heidelb. Akad.) ausführlicher berichtet werden.

1) Siehe O. Lehmann, Archives des sciences phys. et nat. Genève **28**, 205, 1909.

Karlsruhe, den 4. April 1911.

(Eingegangen 8. April 1911.)

Einfluß eines magnetischen Kraftfeldes auf kristallinisch-flüssige Substanzen.

Von Gerhard Vieth.

O. Lehmann[1]) sowohl wie E. Bose[2]) haben das Verhalten kr.-fl. Substanzen im Magnetfelde untersucht und haben bei verschiedenen Substanzen Klärung von trüben Phasen gefunden. Ich habe meinerseits bei Untersuchungen an Äthoxybenzalamino-α-Methylzimtsäureäthylester und Äthoxybenzalamino-α-Äthylzimtsäureäthylester, die mir in dankenswerter Weise durch Herrn Prof. Dr. Vorländer zur Verfügung gestellt wurden, Klärung der trüben Phase gefunden, und zwar beobachtete ich zwischen planparallelen Glasplatten bei einer Schichtdicke von 0,03 mm.

1) O. Lehmann, Flüssige Kristalle, Leipzig 1904, S. 75.

2) E. Bose, diese Zeitschr. **9**, 708, 1908; **10**, 230, 1909; **12**, 60, 1911.

Interessanter aber sind Einflüsse der Kraftlinien, die sich beim Wachstum der einzelnen Phasen geltend machen. Zur Verwendung kam ein starker Elektromagnet, der einen möglichst guten Kraftlinienschluß besaß und bei 10 A ungefähr ein Feld von 14000 Gauß hatte[1]). Durch die Einwirkung dieses kräftigen Feldes zeigte sich beim Methylester eine sehr auffällige Beschleunigung des Wachstums der ersten kr.-fl. Phase. Schaltete man während des Wachstums der Phase das Kraftfeld einige Male ein und aus, so war auch nachträglich noch sichtbar, welcher Teil ohne Einwirkung des Feldes und welcher mit dessen Einwirkung gewachsen war. Es zeigten sich, analog wie der Rand der Phase gewachsen war, körnige Absätze und klare Streifen. Die klaren Streifen wuchsen unter Einwirkung des Magnetismus.

Im polarisierten Licht wächst die erste kr.-fl. Phase nicht in scharfer Randbegrenzung, sondern die Grenze verläuft in mehreren dunklen und hellen Streifen von abnehmender Intensität. Unter Einwirkung des Magnetfeldes ist diese Grenze ganz scharf gezeichnet.

Beim Äthylester ist ebenfalls der Einfluß der Kraftlinien auf die Geschwindigkeit des Wachstums der ersten kr.-fl. Phase in demselben Sinne wie beim Methylester bemerkbar, jedoch nicht so auffällig. Ohne Kraftfeld bildet sich die erste kr.-fl. Phase grobkörnig aus. Diese Körnung verschwindet beim Einschalten des Feldes momentan, während sie sich ohne Feld bis zum Eintritt der zweiten kr.-fl. Phase hält.

Im Gegensatz zu der ersten Substanz ist bei dieser ein Unterschied im Verlauf der Wachstumsgrenze mit oder ohne Kraftfeld nicht zu beobachten.

Tiefer in das Wesen dieser interessanten Erscheinung einzudringen, wäre nur möglich gewesen, wenn man die Wirkung des Magnetismus bei starker Vergrößerung hätte beobachten können. Bei der Konstruktion des benutzten Magneten war eine derartige Untersuchung unausführbar.

Vom Standpunkte der von Bose aufgestellten Schwarmtheorie findet die Erscheinung der Wachstumsbeschleunigung der trüben kr.-fl. Phase eine zwanglose Erklärung. Bose ist bekanntlich der Ansicht, daß schon in der trüben Phase einzelne Schwärme von parallel gerichteten Molekülen vorhanden sind. Die Wärmebewegung ist aber noch zu groß, als daß es zu einer allgemeinen Parallelrichtung käme. Diese wird erst erreicht in der klaren kr.-fl. Phase.

Bose stellt weiterhin die Frage auf, welche Bedingungen einer besseren Ausbildung der Schwarmzustände günstig sein würden, und kommt zu dem Resultat, daß „ein Sinken der Temperatur und damit eine Abnahme der fortschreitenden und drehenden Bewegung der Moleküle eine Vergrößerung der Einzelschwärme ermöglichen".

Meine Versuche ergeben nun, daß die magnetische Richtkraft ebenfalls eine Vergrößerung der Einzelschwärme herbeiführt, die sich durch ein schnelleres Wachstum der ersten Phase bemerkbar macht. Unter dem Einfluß des magnetischen Feldes wird den langgestreckten Molekülen gleichsam eine Richtung angegeben, in der sie sich lagern können, und auf diese Weise wird eine schnellere Ausbildung der Phase erreicht.

Die vorliegenden Untersuchungen wurden unter Leitung des Herrn Geh. Regierungsrates Prof. Dr. E. Dorn im Physikalischen Institut der Universität angestellt.

Halle a. S., Physikalisches Institut.

(Eingegangen 27. April 1911.)

[1]) cf. G. Vieth, Dissertation, Halle 1910.

Über die Erklärung der Naturgesetze auf statistisch-mechanischer Grundlage.

Von J. D. van der Waals jr.

Die Frage, ob die statistische Mechanik eine befriedigende Erklärung der Naturgesetze geben kann, ist schon öfters erörtert. Doch ist es vielleicht nicht überflüssig, noch einmal zu versuchen, die Sache möglichst klarzustellen. Um eine richtige Einsicht in die Lösung der Frage zu bekommen, ist es notwendig, sich die Methoden und Prinzipien der Wahrscheinlichkeitsrechnung deutlich vor Augen zu halten. Ich meine namentlich die folgenden Prinzipien.

I. Wenn ein Ereignis, das verschiedene Resultate ergeben kann, sehr oft geschieht, z. B. wenn eine Roulette, von der man a priori überzeugt ist, daß sie mit gleicher Wahrscheinlichkeit rot oder schwarz ergeben wird, sehr oft gedreht wird, so kann man aus einer gewissen Serie der Ergebnisse, welche man beobachtet, nie etwas ableiten für die Resultate der Spiele, welche der beobachteten Serie vorhergehen oder auf sie folgen.

II. Gleicherweise: Wenn eine Distribution im Raume durch Wahrscheinlichkeitsregeln bestimmt ist, z. B. wenn man eine Menge von Punkten auf einer Fläche ausgebreitet hat, wobei man a priori überzeugt ist, daß jede Stelle für jeden Punkt gleich wahrscheinlich ist, dann werden die Lagen der Punkte innerhalb eines bestimmten Gebietes, welche wir beobachten, uns nichts lehren können über die Lagen der

Punkte in anderen Gebieten, selbst nicht über diejenigen, welche dem untersuchten Gebiete am nächsten liegen.

III. Nur wenn wir aus der wahrgenommenen Serie oder aus dem untersuchten Gebiete schließen, daß wir die Wahrscheinlichkeit a priori unrichtig abgeschätzt hatten, und daß z. B. die Punkte auf der Fläche nach einer gewissen Regel angeordnet worden sind, würden wir aus den beobachteten Ereignissen eine Schlußfolgerung über die noch nicht beobachteten ableiten können. Um zu untersuchen, ob wir zu einem derartigen Schlusse berechtigt sind, muß bekanntlich die Bayessche Regel herangezogen werden.

Denken wir uns nun, daß wir ein System, das wir vorher niemals beobachtet haben, zum Objekt für unsere Beobachtungen machen. Die Wahrscheinlichkeitsrechnung lehrt, daß wir erwarten müssen, daß wir es in dem wahrscheinlichsten Zustande finden werden, d. h. daß die Entropie maximal sein wird[1]), und daß das System im Gleichgewicht ist. Öfters aber finden wir es nicht im Gleichgewicht. Wir haben Ursache uns darüber zu wundern, ebenso wie wir uns wundern würden, wenn wir beim Roulette-Spiel tausendmal hintereinander „rot" beobachteten. Man sagt bisweilen, daß dem nicht so ist, daß, wenn die Entropie maximal wäre, wir nicht leben und also überhaupt nicht beobachten könnten. Daß wir leben sagt also, daß die Entropie nicht maximal ist, daß wir innerhalb eines Teiles des Weltalls leben, wo jetzt eine erhebliche Abweichung von dem wahrscheinlichsten Zustande besteht, so daß wir keine Ursache haben zu erwarten, bei einer willkürlichen Beobachtung den wahrscheinlichsten Zustand zu finden. Dem zweiten oben zitierten Wahrscheinlichkeitsprinzipe zufolge aber, ist diese Betrachtung nicht zutreffend. Die Beobachtungen an unserem eigenen Körper und an anderen Systemen angestellt, sagen nichts aus über noch nicht beobachtete Systeme.

Wichtiger ist die Frage: Wenn wir nun bei einer ersten Beobachtung an einem Systeme sehen, daß die Entropie nicht maximal ist, welche Veränderungen müssen wir dann erwarten, die in dem System eintreten werden? Der Wahrscheinlichkeitsrechnung zufolge werden wir erwarten, daß die Entropie zunehmen wird. Das ist auch dasjenige, was wir immer beobachten. In dieser Hinsicht stimmt das Ergebnis der Wahrscheinlichkeitsrechnung also ganz mit den empirischen Naturgesetzen überein.

1) Die Relation zwischen Wahrscheinlichkeit und Entropie, wie sie aus den Betrachtungen von Boltzmann und von Gibbs folgt, werde ich hier als bekannt voraussetzen.

Weniger einfach liegt die Sache, wenn wir nach dem Zustande während der Zeit fragen, welche der ersten Beobachtung vorhergeht. Jeder Physiker wird überzeugt sein, daß auch während dieser Zeit die Entropie zugenommen habe, und daß sie daher anfänglich noch mehr von dem maximalen Werte entfernt gewesen sei. Die Wahrscheinlichkeitsrechnung aber fordert bekanntlich, daß wir das Umgekehrte erwarten. Schon die Umkehrbarkeit der Bewegung zeigt, daß wir für gleiche Zeitabschnitte vor und nach dem Augenblicke, in welchem wir unsere Beobachtung ausgeführt haben, denselben Zustand erwarten müssen. Man sagt wohl bisweilen, daß unsere Beobachtungen zeigen, daß wir in einer Periode leben, in welcher die Entropie zunimmt, aber das kann auch hier keine Lösung der Schwierigkeit sein. Den beiden Prinzipien I und II zufolge lehren die Beobachtungen, in gewissen Zeiten an gewissen Systemen angestellt, nichts über Beobachtungen in anderen Zeiten und an anderen Systemen.

So sehen wir, daß die Wahrscheinlichkeitsrechnung die Naturgesetze, wie sie sich in unseren Beobachtungen zeigen, befriedigend erklärt. Daß sie aber strittig ist mit dem Postulate, daß in Zeiten, welche unserer ersten Beobachtung an einem gewissen Systeme vorhergehen, dieselben Naturgesetze gültig gewesen sind; sie würde fordern, daß die Prozesse damals so geschehen sind, daß die Entropie abnahm.

Es ist natürlich unmöglich, das oben genannte Postulat aufzugeben. Nur sehr ungern aber wird der Physiker auf die Benutzung kinetischer und statistischer Methoden Verzicht leisten, welche sich in so vielen Fällen als zutreffend erwiesen haben. Es ist aber auch sehr gut möglich, die beiden miteinander verträglich zu machen, wenn man das sub III Gesagte in Betracht zieht. Ich habe das einmal[1]) durch folgendes Beispiel beleuchtet.

Man denke sich ein Zimmer, von welchem man weiß, daß es in vier Tagen nicht geöffnet worden ist. Was vorher geschehen ist, weiß man nicht. Man öffnet es und findet es gefüllt mit einer Mischung von Luft und Leuchtgas. Die Mischung ist aber nicht homogen; in der oberen Hälfte findet man sie reicher an Leuchtgas und das in höherem Maße, als dem Gleichgewichtszustande unter Einfluß der Schwere entsprechen würde. Gefragt wird: Wie ist dieser Zustand entstanden, wie ist z. B. der Zustand vor vier Tagen gewesen?

Jeder Physiker wird sagen: Vier Tage vor-

1) Tijdschrift voor Wijsbegeerte, 1911.

her war die Mischung noch weniger homogen; der Raum ist nicht mit einer homogenen Mischung, sondern teilweise mit Luft, teilweise mit Leuchtgas gefüllt worden. Ein konsequenter Anhänger der Boltzmannschen Wahrscheinlichkeitslehre aber würde sagen müssen: Vor vier Tagen ist wahrscheinlich die Mischung mehr homogen gewesen. Eine noch größere Inhomogenität, wie die jetzt beobachtete ist höchstunwahrscheinlich.

In diesem Beispiele ist es leicht zu sehen, wie man die beiden Meinungen miteinander in Übereinstimmung bringen kann. Man kann sagen: der beobachtete Zustand kann in verschiedener Weise zustande gekommen sein, 1. durch Zufall, wenn eine homogene Mischung im Raume bestanden hat, und die Gase sich spontan entmischt haben, 2. durch Absicht, wenn die Gase getrennt in den Raum eingeführt worden sind und noch nicht die Zeit gehabt haben, sich vollständig zu mischen. Auch wenn man a priori die Wahrscheinlichkeit einer absichtlich getrennten Füllung nur auf 10^{-6} abschätzen würde, würde die Bayessche Regel ergeben, daß man a posteriori die Wahrscheinlichkeit auf „Absicht" fast auf eins, diejenige aber auf „Zufall" fast auf Null abschätzen müsse. Nur wenn man auf Grund dieser Überlegung schließt, daß wahrscheinlich „Absicht" stattgefunden hat, ist man berechtigt anzunehmen, daß auch in der Zeit, welche den Beobachtungen vorherging, Zunahme der Entropie stattgefunden hat.

Und dasselbe gilt im allgemeinen in der Physik. Nur wenn man für jedes System a priori die Möglichkeit annimmt, daß es von einem geordneten Anfangszustande (d. h. von einem Zustande, wo die Entropie von dem maximalen Werte verschieden ist) ausgegangen ist, und die Wahrscheinlichkeit eines solchen Anfangszustandes a priori so groß wählt, daß sie für alle Nicht-Gleichgewichtzustände a posteriori (nach Anwendung der Bayesschen Regel) fast eins wird, ist man berechtigt, die kontinuierliche Geltung des Satzes, daß die Entropie zunimmt, anzunehmen. Der geordnete Zustand ist dann nicht durch Zufall, sondern durch Absicht (durch ein ordnendes Prinzip, oder wie man es sonst nennen will) entstanden. Wie man sich das ordnende Prinzip zu denken hat, ist natürlich nicht physikalisch zu erklären. Selbst nicht, ob man sich die ganze Welt von einen gleichzeitig bestehenden Anfangszustand ausgegangen denken muß, oder ob das „Prinzip" auf verschiedene Systeme in verschiedenen Zeiten gewirkt hat. Nur glaube ich gezeigt zu haben, daß es ohne die Annahme eines solchen Prinzips unmöglich ist, die Wahrscheinlichkeitsbetrachtungen mit der kontinuierlichen Geltung des Entropieprinzips in Einklang zu bringen.

(Eingegangen 23. April 1911.)

Über das spektrophotometrische Verschiebungsgesetz.

(Vorläufige Mitteilung.)

Von S. Pokrowsky.

Bezeichnen wir mit $J_\lambda d\lambda$ die photometrische Helligkeit irgendeines Spektrumteils zwischen den Wellenlängen λ und $\lambda + d\lambda$. Die Größe $J_\lambda d\lambda$ ist durch zwei Faktoren bedingt:

1. Durch die Menge der diesem Spektrumteil zukommenden Strahlenenergie $e_\lambda d\lambda$;
2. durch eine besondere spezifische Sensibilität des Auges zu Reizungen von bestimmter Periode, die sich mit der Änderung derselben verändert, ferner auch von e_λ abhängt und gewöhnlich als Verhältnis

$$\frac{J_\lambda}{e_\lambda} = \varphi(\lambda, \lambda_0, e_\lambda)$$

bestimmt wird, wo λ_0 dem Gebiet der größten Sensibilität des Auges bei gegebener Helligkeit entspricht.

Das Vorhandensein der Größe e_λ in dieser Funktion, die wir von nun an Funktion der chromatischen Sensibilität des Auges nennen werden, ist durch besondere Eigenschaften des Auges hervorgerufen, welche unter dem gemeinsamen Namen der Erscheinung Purkinjes zusammengefaßt und dadurch charakterisiert werden, daß bei ein und derselben Veränderung der, den verschiedenen Spektrumteilen zukommenden Energie den längeren Wellen größere Veränderungen der photometrischen Helligkeit entsprechen, als den kürzeren. Aus den Untersuchungen von A. König[1]) stellt es sich heraus, daß die Erscheinung Purkinjes auf die spektrophotometrischen Messungen nur in einem bestimmten Zwischenraume der Helligkeitsgrade einen bemerkbaren Einfluß ausübt, nämlich von der Helligkeit, die ein mit Magnesiumoxyd bedeckter Lichtschirm, der durch eine Blende von 1 qmm betrachtet wird, beim Lichte von 1,5 $\frac{\text{Hefner}}{\text{Meter}}$ aufweist bis zur Helligkeit desselben Lichtschirms hinauf, der von 1560 $\frac{\text{Hefner}}{\text{Meter}}$ beleuchtet wird. Außerhalb dieser Grenzen ist der Einfluß der Purkinjeschen Erscheinung nicht wahrnehmbar und folglich kann man annähernd

1) Beiträge zur Psychologie und Physiologie d. Sinnesorgane. H. v. Helmholtz' Festgruß, 1891.

$$\varphi(\lambda, \lambda_0, e_\lambda) = \varphi(\lambda, \lambda_0) = \varphi = \frac{J_\lambda}{e_\lambda} \qquad (1)$$

setzen.

Diese Gleichung ist desto genauer, je weiter wir von den oben angegebenen Grenzen entfernt sind.

Das von mir hergeleitete Gesetz könnte man analog dem Gesetz der spektrobolometrischen Verschiebung Wiens Gesetz der spektrophotometrischen Verschiebung nennen. Beide Gesetze können in Form folgender Differentialgleichungen dargestellt werden.

Gesetz der spektrobolometrischen Verschiebung:

$$\frac{de_\lambda}{d\lambda} = 0. \qquad (2)$$

Gesetz der spektrophotometrischen Verschiebung:

$$\frac{dJ_\lambda}{d\lambda} = 0. \qquad (3)$$

Beide Gesetze verbinden die Temperatur des strahlenden Körpers mit der Lage des bolometrischen und photometrischen Maximums in seinem normalen Spektrum. Die Anwendbarkeit der Gleichung (3) ist auf das sichtbare Spektrumgebiet beschränkt.

Für den schwarzen Körper gibt die Gleichung (2) mit Hilfe der Formel von Wien-Planck

$$\vartheta \lambda_{m.b.} = \text{const.}$$

Indes ist zur Lösung der Gleichung (3)

$$\frac{dJ_\lambda}{d\lambda} = \frac{d(e_\lambda \varphi)}{d\lambda} = 0$$

die vorherige Kenntnis der Funktion φ erforderlich. Gegenwärtig sind zwei Formen dieser Funktion vorgeschlagen: die eine ist auf analytischem Wege von Prof. D. A. Goldhammer[1]) vom Gesetz der integralen photometrischen Helligkeit von Ewald Rasch abgeleitet; die andere ist induktiv nach Analogie von P. G. Nutting[2]) erhalten. Die Goldhammersche Formel, die mit den gegenwärtig existierenden nicht zahlreichen experimentellen Untersuchungen der chromatischen Sensibilität des Auges gut übereinstimmt, hat folgende Form:

$$\varphi = \left(\frac{\lambda_0}{\lambda} e^{1-\frac{\lambda_0}{\lambda}}\right)^{n-4}, \qquad (4)$$

wo n ein gewisser von λ_0 abhängiger und offenbar für jedes einzelne Auge individueller Parameter ist. Die Kurven der chromatischen Sensibilität des Auges, die man aus den Angaben von Langley und A. König erhält, haben eine Form, die der Kurve, welche das Gesetz der Fehlerverteilung in der Wahrscheinlichkeitstheorie ausdrückt, sehr nahe kommt. Davon geleitet, gibt P. G. Nutting der Funktion φ folgende, die Eigenschaften eines mittleren Auges charakterisierende Form:

$$\varphi = C e^{-\alpha(\lambda - \lambda_0)^2}, \qquad (5)$$

wo $C = \text{const}$, α auch ein gewisser Parameter, der von Helligkeit und, scheinbar, von Besonderheiten des Auges abhängt. Für schwache Helligkeiten, die sich der Schwelle nähern,

$$\alpha = \pi, 4, 5; \quad \text{bei } \lambda_0 = 5{,}1 \ (0{,}51\,\mu).$$

Für große Helligkeiten

$$\alpha = 2; \quad \text{bei } \lambda_0 = 5{,}6 \ (0{,}56\,\mu).$$

Setzen wir die Ausdrücke (4) und (5) in die Gleichung (3) ein und lösen sie hinsichtlich ϑ, so erhalten wir für den schwarzen Körper folgende zwei Gleichungen, welche die Temperatur mit der Lage des photometrischen Maximums in seinem normalen Spektrum verbinden:

$$\vartheta = \frac{C}{(n+1)\lambda_{max.\,phot.} - (n-4)\lambda_0} \qquad (6)$$

$$\vartheta = \frac{C}{2\alpha(\lambda_{m.\,ph.} - \lambda_0)\lambda^2_{m.\,ph.} + 5\lambda_{m.\,ph.}}. \qquad (7)$$

Diese Gleichungen entsprechen tatsächlich dem Maximalwert $J_\lambda\, d\lambda$ im Spektrum, denn bei

$$\lambda = \frac{(n-4)\lambda_0 + \frac{C}{\vartheta}}{n+1}$$

$$\frac{d^2 J_\lambda}{d\lambda^2} < 0.$$

Bei $n = 2(2 + \alpha\lambda^2_{m.\,ph})$ fallen beide Gleichungen zusammen. Daraus folgt, daß der unbestimmte Parameter n der Formel des Prof. D. A. Goldhammer außerdem auch noch eine Funktion von $\lambda_{m\,ph.}$ sein muß. Bis jetzt sind zur Klarstellung der Beziehungen zwischen der Temperatur des schwarzen Körpers und der Lage des photometrischen Maximums in seinem Spektrum keine speziellen Untersuchungen gemacht worden. Doch weisen alle bis jetzt existierenden Angaben darauf hin, daß es im allgemeinen in den Spektren der irdischen Lichtquellen und der Sterne nur ein einziges photometrisches Maximum gibt und daß infolgedessen die Gleichung (7), die hinsichtlich $\lambda_{m.ph.}$ dritten Grades ist, nur eine reelle positive Wurzel haben muß. Gibt man dieser Gleichung die gewöhnliche Form einer Gleichung dritten Grades, d. h. schreibt sie in Form

$$\lambda^3_{m.\,ph.} + a\lambda^2_{m.\,ph.} + b\lambda_{m.\,ph.} + c = 0,$$

wo $a = -\lambda_0$; $b = \frac{5}{2\alpha}$; $c = -\frac{C}{2\alpha\vartheta}$, so ist bekanntlich die Bedingung, welche die Existenz nur einer reellen positiven Wurzel bestimmt:

1) D. A. Goldhammer, Ann. d. Phys. **16**, 621, 1905.
2) P. G. Nutting, Phys. Review **24**, S. 202, 1907.

$$\frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27} > 0, \quad (8)$$

wo $p = b - \frac{a^2}{3}$; $q = c - \frac{ab}{3} + \frac{2a^3}{27}$.

Die Ungleichung (8) gibt die untere Grenze für den Wert des Parameters α in Abhängigkeit von λ_0 und der Temperatur ϑ des schwarzen Körpers.

Die Gleichungen (6) und (7) können zur Lösung der umgekehrten Aufgabe dienen: zur Untersuchung der Abhängigkeit der Parameter n und α von der Helligkeit, wenn man spektrophotometrische Beobachtungen erst bei ein und derselben Temperatur des schwarzen Körpers, aber bei verschiedenen Helligkeiten, dann aber bei verschiedenen Temperaturen und bei ein derselben Helligkeit irgendeines Spektrumteils macht; dabei gibt jede Kurve der photometrischen Helligkeit des Spektrums ein entsprechendes $\lambda_{m.ph.}$; der Vergleich dieser Kurve mit der Kurve der Energieverteilung im Spektrum des schwarzen Körpers gestattet λ_0 (als λ, welches dem Maximum der Funktion φ entspricht) zu berechnen; die Temperatur des schwarzen Körpers aber wird von vornherein gegeben sein. Alle diese Daten gestatten, die Werte der Parameter n und α für jeden Helligkeitsgrad zu bestimmen und geben auf diese Weise die Möglichkeit, an die Untersuchung der Funktionen der chromatischen Sensibilität des Auges, die von Prof. D. A. Goldhammer und P. G. Nutting vorgeschlagen worden sind, von einer anderen Seite, als wie es gewöhnlich getan wird, zu schreiten.

Zum Schluß will ich darauf hinweisen, welche Bedeutung das Studium der Energieverteilung in Spektren des von dem Monde und den Planeten erhaltenen diffusen Lichtes für die Astrophysik haben kann. Diese Spektren mit den Spektren diffusen Lichtes, die wir von verschiedenen Gesteinsarten auf der Erdoberfläche erhalten, vergleichend, werden wir vielleicht imstande sein, irgendwelche Schlüsse hinsichtlich der Zusammensetzung der äußeren reflektierenden Schichten der Planeten- und Mondoberfläche zu ziehen.

St. Petersburg, Physikalisches Laboratorium des Elektrotechnischen Instituts.

(Eingegangen 5. Mai 1911.)

Das neuerbaute physikalische Institut der Landwirtschaftlichen Hochschule in Berlin [1]).

Von R. Börnstein.

Mit 2 Tafeln (IX u. X).

Nachdem unser neues Institut nunmehr in allen seinen Teilen baulich vollendet und in Gebrauch genommen ist, dürfte eine kurze Beschreibung für manchen Leser dieser Zeitschrift von Interesse sein. Das Institut ist aus der physikalischen Sammlung der früheren Landwirtschaftlichen Akademie Proskau entstanden, an welcher 1866 ein Lehrstuhl für Physik errichtet, mit den zur Anschaffung von Apparaten erforderlichen Mitteln ausgestattet und durch C. Pape besetzt wurde. Als dessen Nachfolger übernahm 1878 der Verfasser dieser Zeilen die dortige Professur und wurde 1881 an die hiesige Hochschule versetzt unter gleichzeitiger Übertragung der in Proskau vorhandenen Apparate an die Berliner Anstalt. Nachdem dann durch lange Jahre das Physikalische Institut in überaus bescheidenen Räumen bestanden hatte, wurden ihm durch den jetzt bezogenen Neubau die großen und schönen Räumlichkeiten zugewiesen, von welchen ein Teil bereits 1908, der Rest und insbesondere der Hörsaal mit seiner nächsten Umgebung 1910 in Gebrauch genommen werden konnten. In unmittelbarer Nähe des an der Invalidenstraße gelegenen und seit 1881 in Gebrauch befindlichen Hauptgebäudes der Hochschule lag ein nur wenig bebautes und ausreichend großes Hinterland, welches, an keine Straßenfront grenzend und darum für Laboratorienzwecke besonders geeignet, durch rechtzeitigen Ankauf für die notwendig gewordene Erweiterung der Hochschule gewonnen wurde. Insbesondere sollte für das tierphysiologische und das physikalische Institut neue Unterkunft geschaffen werden, und daher wurde zunächst den beteiligten Leitern, Professor Zuntz und dem Verfasser, sowie den bauleitenden Architekten Gelegenheit zum Studium ähnlicher, bereits vollendeter Anstalten gegeben. Außer zahlreichen wissenschaftlichen Bauwerken Berlins wurden die entsprechenden Anstalten in Breslau, Budapest, Wien, Leipzig und Göttingen besichtigt, und die dortigen Erfahrungen fanden sorgfältige Beachtung bei den zahlreichen Beratungen, durch welche der Plan unseres Neubaues festgestellt wurde. Der zuerst ausgeführte Bauteil I (vgl. Grundriß Taf. IX und X) begrenzt die Ostseite des Hofes, und von ihm gehen drei Seitenflügel nach außen (Osten) aus; er enthält hauptsächlich Arbeits-

1) Instituts-Neubauten Nr. VII (Nr. VI: diese Zeitschr. 7, 401, 1906).

räume und nur zwei Hörsäle von 200 und 70 Plätzen, während der Bauteil II denselben nördlichen Hof nach Süden hin begrenzt, andererseits eine gegen den noch weiter südlich liegenden Haupthof gerichtete Front hat und neben kleineren Räumen zwei übereinander liegende große Hörsäle enthält. Mit Ausnahme einiger für physikalische Messungen bestimmter Kellerräume sind alle Arbeitszimmer des Keller-, Erd- und ersten Obergeschosses dem tierphysiologischen Institut zugewiesen, außerdem der am gaben des Professor S. Exner erbauten Hörsaal des Wiener physiologischen Instituts nachgebildet, hat aufsteigende Sitzreihen in zwei Geschossen und darüber eine schräge Decke, welche wiederum den Boden für die aufsteigenden Sitzreihen des oberen Hörsaals bildet. Ganz besonders sorgfältig ist die Lufterneuerung behandelt, weil ja den in zwei Schichten untergebrachten Hörern der untere Saal weniger Luftraum für die Person bietet, als es bei der sonst üblichen Bauart zu sein pflegt. Der obere größere Hörsaal (Fig. 4 und 5)

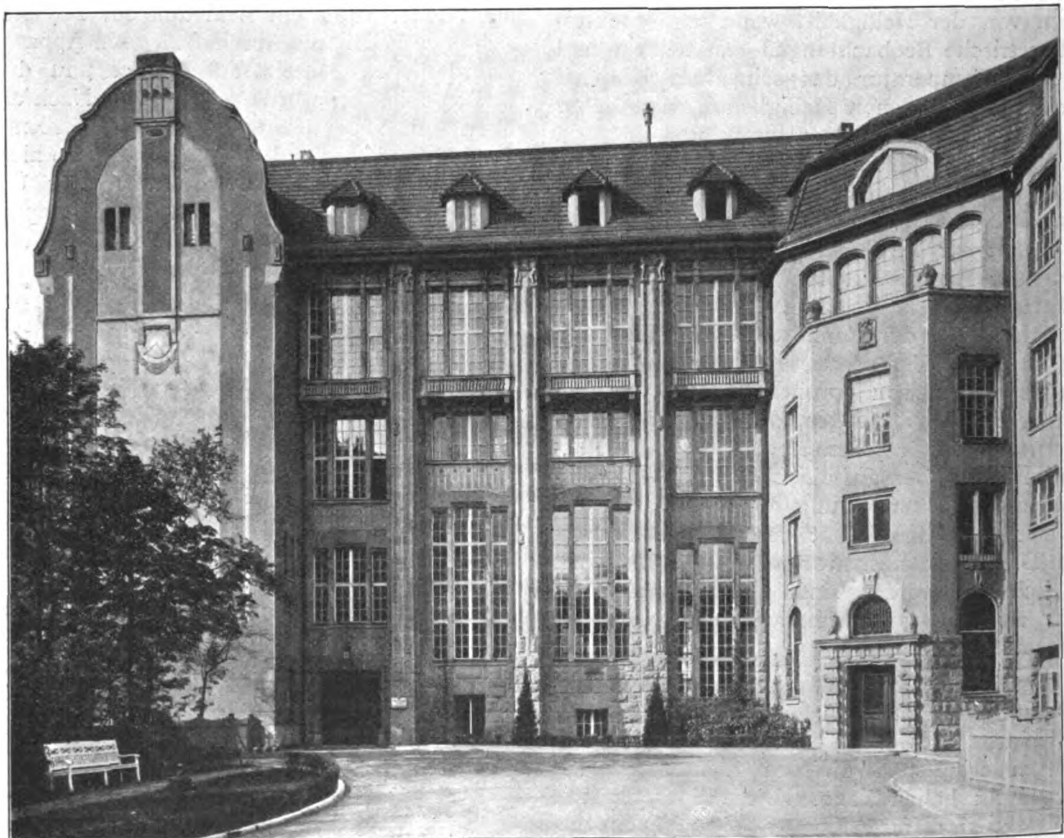


Fig. 1. **Hörsaalgebäude. Südansicht vom Haupthof aus.**

Nordende des zweiten Stockes liegende Raum für Fischbeobachtungen samt dem daneben befindlichen Stall, während die sonstigen Arbeitsräume des zweiten und dritten Stockwerkes, sowie einige Räume des Dachgeschosses und das über dem großen Hörsaal befindliche flache Dach den Zwecken der Physik und Meteorologie dienen.

Die im Hörsaalgebäude (Fig. 1) befindlichen beiden großen Auditorien liegen übereinander und erstrecken sich durch je zwei Stockwerke. Der untere Saal (Erdgeschoß und erster Oberstock, Fig. 3) ist in manchen Einzelheiten dem nach An-

erstreckt sich durch das zweite und dritte Stockwerk und enthält bei 18 m Breite und 22 m Tiefe 354 Sitzplätze in parabolisch aufsteigenden Reihen, außerdem an den beiden links und rechts (nördlich und südlich) befindlichen Fensterwänden je eine horizontale Galerie, er kann also insgesamt über 400 Hörer fassen. In diesem Raum finden die Vorlesungen über Experimentalphysik statt, an welchen die Studierenden der drei Abteilungen der Landwirtschaftlichen Hochschule (Landwirtschaft, Geodäsie, landwirtschaftlich-technische Gewerbe), ferner der Tierärztlichen Hochschule und zurzeit auch Hörer der Berg-

akademie und der Universität teilnehmen. Außerdem dient der Hörsaal auch als Aula, in der Regel allerdings nur einmal jährlich zur Kaisergeburtstagfeier. Inbetreff der für das Experimentieren erforderlichen Vorrichtungen erwies es sich als recht nützlich, daß während des Baues provisorisch ein anderer Hörsaal benutzt wurde, in welchem alle Einzelheiten vor der endgültigen Herstellung erprobt werden konnten. Ein fester Experimentiertisch von 3,5 m Länge enthält die Zuleitungen für Gas, Wasser, Elektrizität, Preßluft und Vakuum, während je zwei weitere Tische rechts und links nach Bedarf angeschoben werden können. Behufs Ausführung magnetischer Vorlesungsversuche ist der Experimentiertisch eisenfrei hergestellt, die Zuleitungen für Gas und Wasser aus Kupfer, die Abflußleitungen aus Blei, die Beschläge des Tisches aus Messing. An der Rückwand befinden sich noch einige Auslässe für Gas usw. in einem kiefernen Paneel, welches hinter dem Experimentiertisch zu einer hoch hinaufreichenden Wandbekleidung ausgebildet ist. Diese enthält nebeneinander in pilasterartiger, eichener Umrahmung zwei vertikal verschiebbare Wandtafeln, dahinter zwei Projektionsvorhänge von $1,80 \times 3$ m Größe, und über diesen die Brüstung einer Empore, welche zum Anbringen herabhängender Pendel oder dgl., sowie bei akademischen Feiern zur Unterbringung der Musiker dient. Die erwähnten Projektionsvorhänge reichen für die Vorlesung in der Regel aus und werden in der Weise benutzt, daß auf dem Experimentiertisch zur Beleuchtung der zu projizierenden Gegenstände kleine, mit 5 oder 10 Amp. brennende Bogenlampen dienen, deren Strahlen gegen die Hörer gerichtet sind und mittels passend aufgestellter Spiegel nach dem Schirm geworfen werden. Damit ist die Anbringung eines Projektionsapparates in den vorderen Sitzreihen und die damit verbundene Unbenutzbarkeit der besten Plätze vermieden. Wird einmal die Projektion größerer Bilder erforderlich, so dient dazu eine hinter den obersten Sitzreihen befindliche Zeißsche große Lampe (Anschaffungskosten 1100 M.) und ein Vorhang von 4×4 m Größe, der nahe unter der Decke aufgerollt ist und nach dem Herablassen die Öffnung der vorgenannten Empore deckt. Während die Verdunkelung im unteren Hörsaal auf mechanischem Wege durch

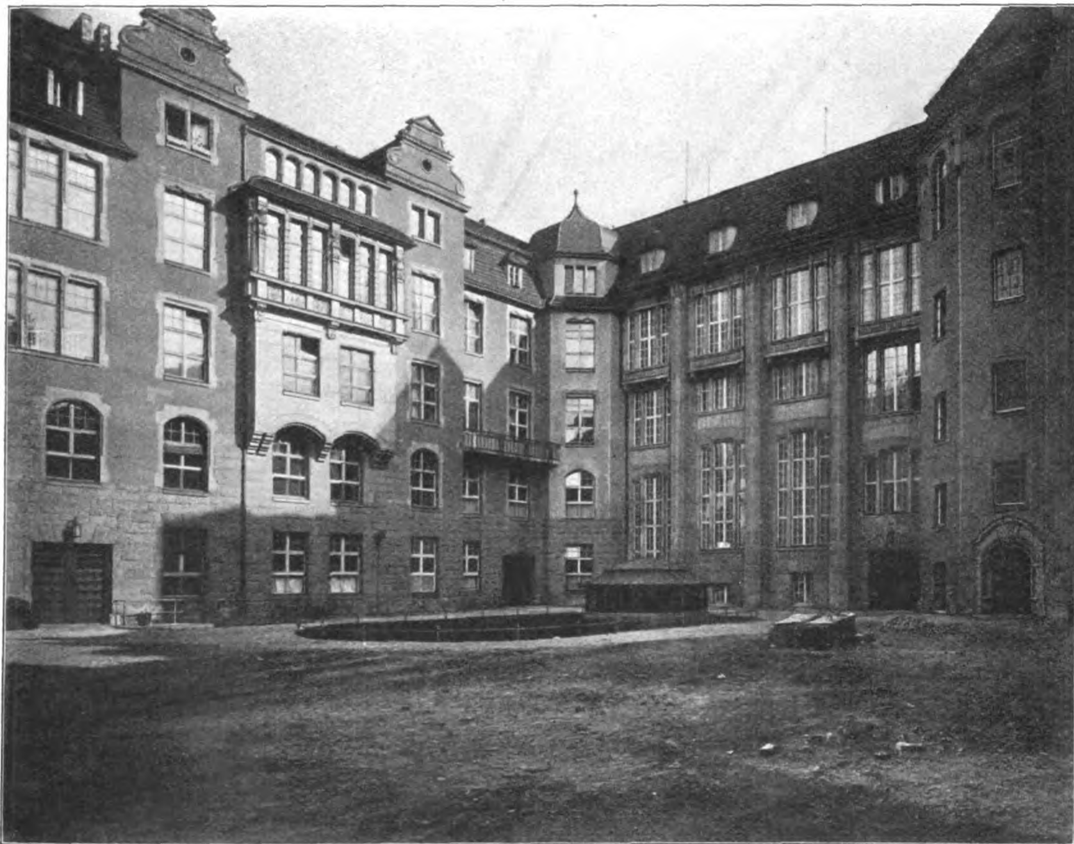


Fig. 2. Bauteil I und II vom nördlichen Hof aus.

Kurbeln gehandhabt wird, erwies sich dies durch Einfachheit ausgezeichnete Verfahren im oberen Saal als nicht durchführbar, denn an den rechts und links von den Hörern befindlichen Fensterwänden, welche in halber Höhe durch die Galerie unterbrochen sind, mußten die Fenster und Verdunkelungsflächen in vier Gruppen geteilt werden (rechts, links und oben, unten), welche durch vier gesonderte, im Dachgeschoß untergebrachte Elektromotoren vom Experimentiertisch aus einzeln bewegt werden können (Kosten der Ausführung etwa 10000 M.). Die Saaldecke ist horizontal und eben, sie hängt an den eisernen Dachbindern, und unter ihr ist mit 50 cm Zwischenraum eine 5 cm starke Rabitzdecke gespannt. Der Zwischenraum dient zur Entlüftung und ist durch Rabitzkanäle bis über Dach geführt. Die untere Deckenfläche ist dem Saalgrundriß entsprechend eingeteilt, der ellipsenförmige Spiegel ist mit Stuckputzkammtechnik derartig rauh hergestellt, daß wahrscheinlich hierdurch die ganz ausgezeichnete Akustik des Hörsaals erzeugt wurde. In den Brennpunkten des Spiegels sind Bronzekronen mit je 32 Stück 50kerziger Tantallampen angebracht und außerdem auf der Ellipsenperipherie noch 12 bronzene Leuchtkörper mit je drei ebensolchen Lampen; diese Beleuchtung kann in drei Gruppen gesondert sowohl vom Experimentiertisch, wie auch von der an der hinteren Saalseite befindlichen Projektionslampe aus ein- und ausgeschaltet werden. Außerdem ist an den Pfeilern über den seitlichen Galerien noch eine mit Gas gespeiste Notbeleuchtung vorhanden, zur Erhellung des Experimentiertisches und seiner Umgebung einige besonders einzuschaltende Glühlampen, darunter auch eine „Soffitenbeleuchtung“ für die Wandtafeln, bestehend aus röhrenförmigen Glühlampen, die nach der Seite der Hörer hin abgeblendet sind und nur die Tafeln bestrahlen. In den Ecken der Decke befinden sich zur Entlüftung dienende perforierte Rosetten, deren eine mit einer Aufhängevorrichtung für das Foucaultsche Pendel verbunden ist. Für die Zuführung frischer Luft durch mehrere in der Wand befindliche Öffnungen ist ein elektrisch betriebener Ventilator vorgesehen, die erforderliche Frischluft wird aus einem im nörd-

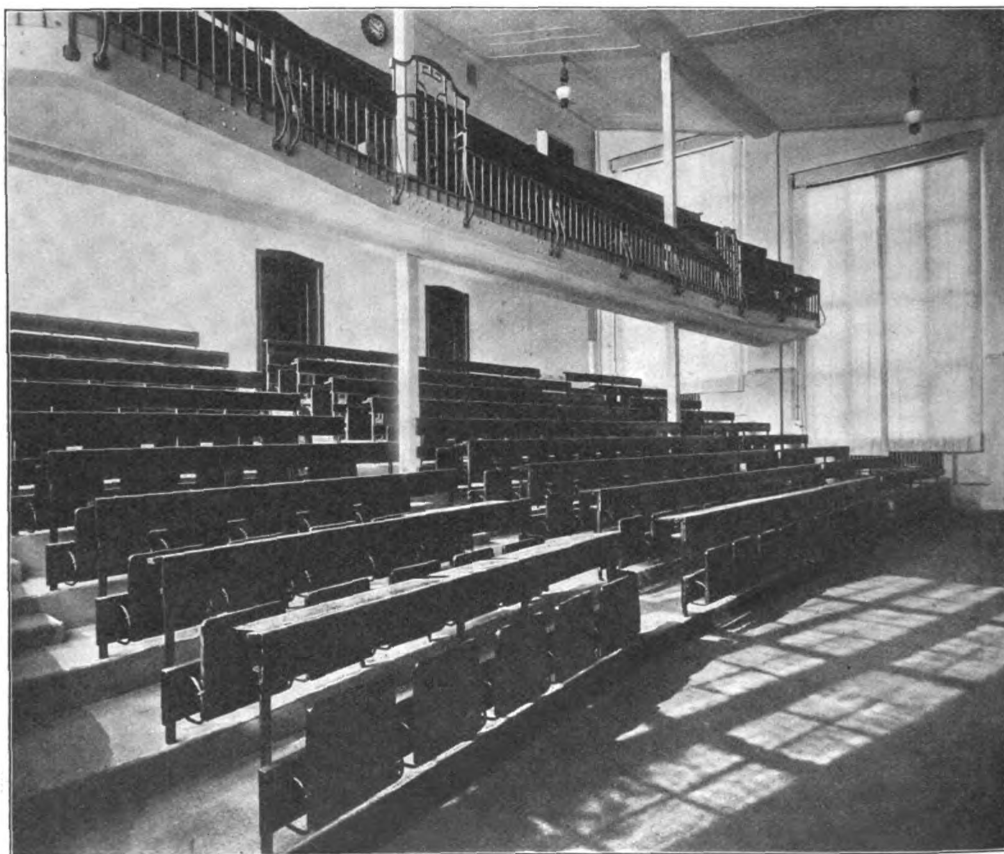


Fig. 3. Hörsaal im Erdgeschoß mit aufsteigender Gallerie.

lichen Hof stehenden überdachten Drahtnetz-Häuschen (in Fig. 2 sichtbar) unterirdisch nach dem Keller gesaugt und von da in den Hörsaal gepreßt. Zur Erwärmung des ganzen Hauses dient eine Niederdruckdampfheizung mit Rippenkörpern.

Recht umfangreiche Arbeiten verursachte die ausgedehnte Versorgung der Institutsräume mit elektrischen Kraftleitungen, Gas und Wasser. Zur Beleuchtung der Arbeitsräume ist Gasglühlicht verwendet; nur eine kleine Orientierungslampe in jedem Zimmer wird mit elektrischem Strom gespeist, und diese Lampen sind so angebracht, daß man beim Betreten der Zimmer vom Korridor aus sogleich neben der Tür den Einschalter betätigen kann. Ferner befinden sich in allen Zimmern die erforderlichen Steckdosen zur Stromlieferung; sie erhalten elektrische Energie teils von den Berliner Elektrizitätswerken als Gleichstrom (+ oder — 220 V. gegen Null), teils von der im dritten Stockwerk aufgestellten Akkumulatorenbatterie (60 Zellen in mannigfacher Verteilung verwendbar) oder von dem Umformer, welcher sich gleichfalls im dritten Stock befindet und den Gleichstrom der Elektrizitätswerke in Wechselstrom oder Drehstrom umsetzt. Zwischen Akkumulatoren- und Umformerzimmer befindet sich das „Wechselstromlaboratorium“ mit den von beiden Seiten hereingeführten Zuleitungen und einem Schaltbrett, von welchem die im Einzelfall gewünschte Stromart in die Arbeitszimmer beider Stockwerke gesendet werden kann, während der Gleichstrom der Elektrizitätswerke direkt in alle Räume geleitet ist. Die Zweckverteilung ist derartig, daß das untere (zweite) Stockwerk (Taf. IX) für Vorlesung und Unterrichtsübungen bestimmt ist, das obere (dritte, Taf. X) für Meßübungen und wissenschaftliche Arbeiten. Demgemäß schließen sich an den großen Hörsaal zunächst die für Experimentalvorlesungen dienenden Nebenräume. Ein großes Vorbereitungszimmer mit allen erforderlichen Zuleitungen, Verdunkelungsvorrichtung usw. gestattet das Ausprobieren von Versuchen und die Zusammenstellung der in der Vorlesung gebrauchten Aufbauten; hier findet auch das im Semesterbeginn erfahrungsmäßig mit einigem Andrang geschehende Be-

Fig. 4. Großer (oberer) Hörsaal.

legen der Vorlesung statt (das „Abtestieren" hat man glücklicherweise bei uns abgeschafft). Hinter der Kathederwand ist neben dem Hörsaal noch ein fensterloser Raum vorhanden, von welchem eine Wendeltreppe in die darüber liegende Empore führt. Dieser Raum ist nach Herabschieben der Tafeln und Heraufziehen der Projektionsvorhänge durch zwei große Öffnungen mit dem Hörsaal verbunden, er dient zum Aufbewahren der Projektionslampen mit ihren Widerständen und Kabeln, sowie sonstiger oft gebrauchter Gegenstände und kann auch zur Aufstellung von Lichtquellen für Vorlesungsversuche u. dgl. benutzt werden; daneben liegt eine vom Korridor zugängliche Dunkelkammer zur raschen Entwickelung von in der Vorlesung aufgenommenen Photographien. An das Vorbereitungszimmer schließen sich das Schreib- und Experimentierzimmer des Institutsleiters und einige Sammlungsräume, zu denen jenseits des Korridors im östlichen Anbau eine „chemische Küche", eine Übungswerkstätte und noch weitere Sammlungszimmer kommen. Die hier untergebrachte Sammlung enthält lediglich Unterrichtsapparate und ist in fünf Zimmern mit zusammen etwa 150 qm Fläche untergebracht, also reichlicher mit Raum bedacht, als sonst wohl üblich. Es finden nämlich in denselben Zimmern auch die Unterrichtsübungen statt, die der Institutsleiter seit 1904 eingerichtet hat und durch welche künftige Physiklehrer und -lehrerinnen mit der Handhabung und Instandhaltung der Demonstrationsapparate, sowie mit der Herstellung einfacher Lehrmittel vertraut gemacht werden sollen. Hierbei werden die Apparate unmittelbar aus den Schränken genommen und auf daneben stehenden Tischen zur Verwendung aufgebaut. Auch die als Abschluß jedes Übungstages stattfindenden wöchentlichen Experimentalvorträge der Studierenden werden meistens in den Sammlungsräumen gehalten, und nur im Falle besonders umfangreicher experimenteller Zurüstungen wird der nördlich neben den Sammlungsräumen liegende kleine Hörsaal benutzt, welcher im übrigen für sonstige Vorlesungen der Hochschule dient. Vielfach wird bei diesen Übungen von den kleinen Projektionslampen zu 5 Amp. Gebrauch gemacht, um die Teil-

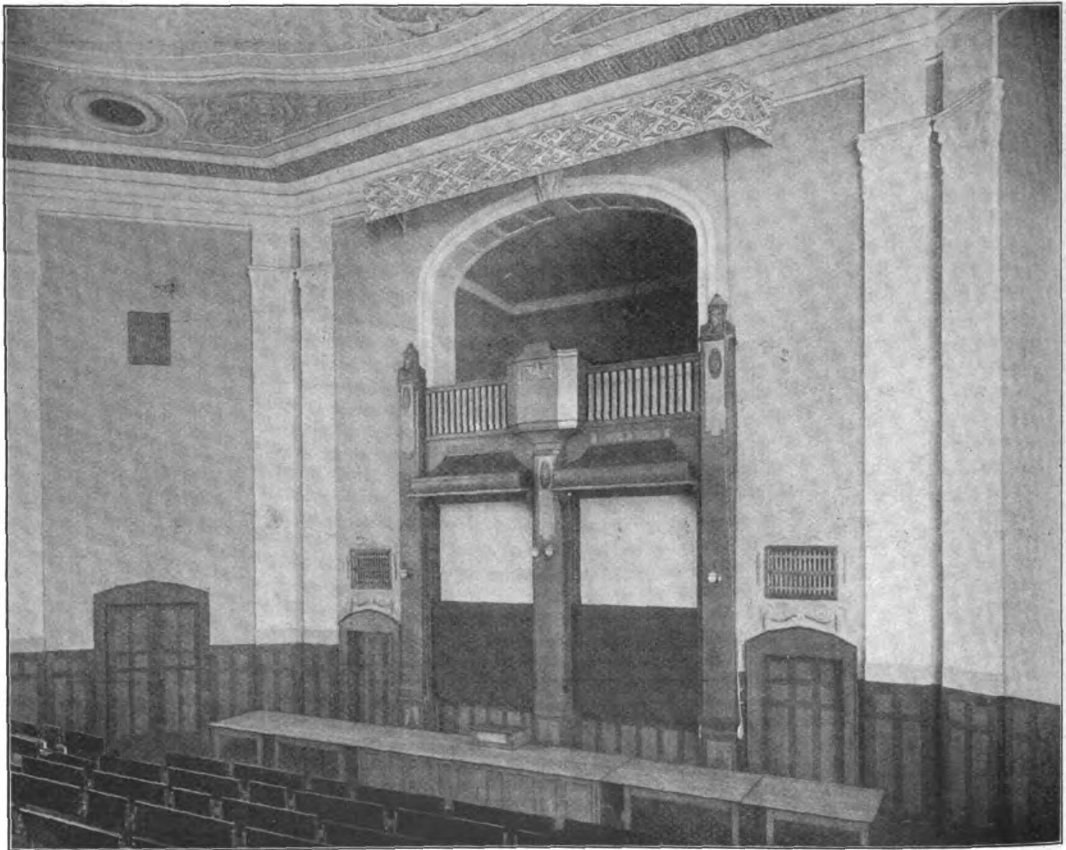


Fig. 5. Kathederwand im großen Hörsaal.

nehmer an die einfache Technik des Projizierens zu gewöhnen. Zum Auffangen der Bilder dienen kleine, in den für Optik bestimmten Zimmern angebrachte aufziehbare Vorhänge oder ein tragbarer mit Papier bespannter Holzrahmen auf Fuß oder auch die helle Zimmerwand oder Decke, und meistens sind die Bilder hell genug, um ohne Verdunkelung sichtbar zu sein, so daß die im gleichen Zimmer sonst noch Arbeitenden nicht gestört werden. Indessen haben die meisten Zimmer Verdunkelungsvorrichtung, bestehend aus lichtdichten Gardinen, die sehr rasch durch Schnüre zu- oder weggezogen werden können. Zur weiteren Ausgestaltung der Unterrichtsübungen dient ferner eine neben der Sammlung befindliche Übungswerkstätte, ausgestattet mit allerlei handfesten und zum Teil aus der Mechanikerwerkstätte ausrangierten Geräten und Werkzeugen, in deren Handhabung die Übungsteilnehmer durch den Institutsmechaniker unterwiesen werden können. Die eigentliche Werkstätte (Fig. 6) ist hiervon getrennt und enthält Drehbänke, Bohr-, Hobel-, Fräsmaschine, Kaltsäge, ferner Schmiede, Hobelbank, Bandsäge, galvanoplastische Einrichtung usw. samt den erforderlichen Elektromotoren. Ein Mechaniker mit einem Lehrling übt hier seine sehr erwünschte Tätigkeit durch Herstellung mannigfacher, ohne Fabrikbetrieb ausführbarer Apparate, sowie durch rasche und zweckmäßige Ausführung von Reparaturen. Diese Einrichtung bewährt sich ausgezeichnet sowohl bei der Herstellung von besonderen, für bestimmte Untersuchungen erforderlichen Vorrichtungen, wie auch durch die Möglichkeit, die Wirkungen kleiner Unglücksfälle sofort unschädlich zu machen.

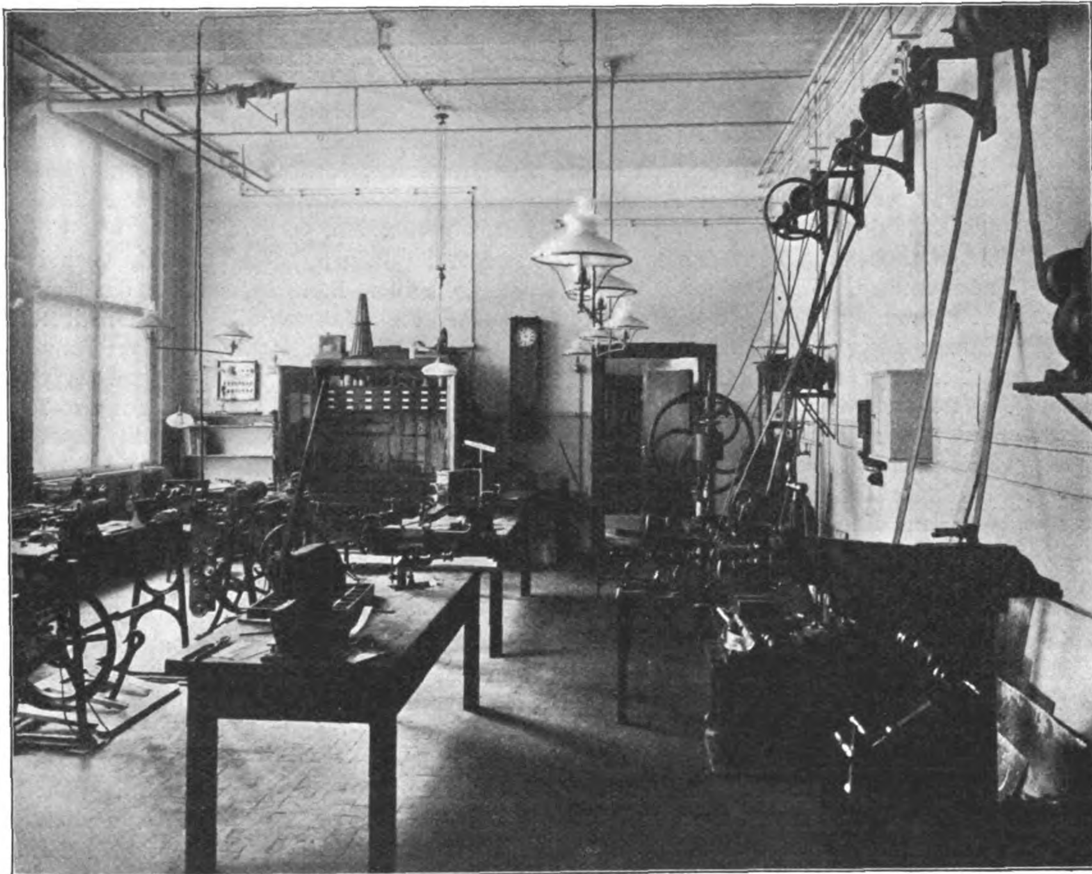


Fig. 6. Mechanische Werkstätte.

Im dritten Stockwerk hat das physikalische Institut außer den schon erwähnten Räumen noch ein zweckmäßig und hübsch ausgestattetes Bibliothekzimmer mit Zeitschriften und Lehrbüchern, ferner Arbeitszimmer für die drei Assistenten, Übungs- und Praktikantenräume. In den Übungsräumen, welche zusammen etwa 115 qm Bodenfläche haben, befinden sich in Schränken die hier gebrauchten Meßapparate und werden in der seit Kohlrauschs Vorgang

allgemein üblichen Art des physikalischen Praktikums zum Unterricht benutzt; hauptsächlich nehmen die Studierenden der landwirtschaftlich-technischen Abteilung an diesen Übungen teil. Die Übungsräume sowohl wie die für wissenschaftliche Untersuchungen dienenden Praktikantenzimmer sind mit den erforderlichen Zuleitungen für Gas, Wasser, Elektrizität, sowie mit Verdunkelungsvorrichtungen, Werkzeug usw. ausgestattet.

Einige weitere Arbeitszimmer befinden sich noch im Keller des Hörsaalgebäudes; diese Räume sind sämtlich hell, trocken, mit Zentralheizung versehen und zeichnen sich durch Erschütterungsfreiheit (namentlich auf den isoliert gemauerten Pfeilern) und geringe Temperaturschwankung aus. Unter und auf dem flachen Dache des Hörsaalgebäudes ist endlich die meteorologische Station untergebracht. Auf dem Dache befinden sich die zu den regelmäßigen, dreimal täglich geschehenden Terminablesungen benutzten Thermometer, Hygrometer, Windfahnen und Regenmesser, sowie die zur fortlaufenden Aufzeichnung von Windrichtung, Windstärke, Temperatur und Niederschlag dienenden Apparatteile. Außerdem sind zwei gemauerte Pfeiler zur festen Aufstellung von Apparaten vorhanden und werden zurzeit hauptsächlich als Standort für den Theodoliten benutzt, mit welchem die Verfolgung der Pilotballons zur Erforschung der Luftbewegung geschieht. Unter dem Dach ist ein „Registrierzimmer" eingerichtet, welches die Uhrwerke und Registriervorrichtungen der außen befindlichen Aufzeichnungsapparate enthält, außerdem den seit Dezember 1883 an der Hochschule in Gang befindlichen Barographen (System: Sprung-Fueß), ein Normalbarometer usw. Dieser Raum hat zur Erzielung von Isothermie eine hölzerne Wandbekleidung und zwischen dieser und der Mauer eine isolierende Luftschicht, die nach Bedarf durch Gasheizung erwärmt werden kann. Einige andere Räume des Dachgeschosses dienen zur Bearbeitung und Aufbewahrung der meteorologischen Aufzeichnungen, zur photographischen Entwickelung, für Versuche und gelegentlich auch für meteorologische Übungen. In unmittelbarer Nachbarschaft dieser Institutsräume ist die Dienststelle des öffentlichen Wetterdienstes untergebracht, welche von dem Berliner Wetterbureau (Leiter: Professor Dr. Leß) verwaltet wird und die tägliche Herausgabe von Wetterkarten und Prognosen besorgt. Auch liegen hier die Wohnungen für einige Assistenten und Diener.

Der Zugang zu den Hörsälen geschieht von dem im westlichen Teil des Hörsaalgebäudes liegenden Treppenhause aus. Die Haupttreppe führt zu den im höchsten Teil des großen Hörsaals hinter den Sitzen angebrachten Eingangstüren; außerdem sind noch zwei gesonderte Nebentreppen vorhanden, die zur Galerie des unteren Hörsaals und zu zwei in halber Höhe des oberen Hörsaals rechts und links befindlichen Türen führen, so daß man von hier aus zu den vorderen Sitzreihen gelangen kann, ohne vorher die ganze Höhe des Saales erklimmen zu müssen. Für die Arbeits- und sonstigen Institutsräume, sowie zur Verbindung der Stockwerke sind noch vier Treppen und zwei Fahrstühle vorhanden.

Die Baukosten, einschließlich Grunderwerb für die beiden Bauteile, welche das tierphysiologische und das physikalische Institut, fünf Hörsäle, sowie eine Anzahl sonstiger Räume und Dienstwohnungen enthalten, betrugen 1 235 000 M. und für die innere Einrichtung 424 000 M., wovon auf das physikalische Institut 190 000 M. kommen. Der Bau unterstand der Oberleitung des Geheimen Oberbaurat Delius vom Ministerium der öffentlichen Arbeiten und wurde ausgeführt unter Regierungs- und Baurat Blau durch den Landbauinspektor Gerhardt und später durch den Baurat v. Bandel, dem als örtlicher Bauleiter Regierungsbaumeister Oehme zugewiesen war. Wir, die wir in den neuen Räumen arbeiten dürfen, tun es in der Empfindung lebhaften Dankes sowohl gegen das Königliche Ministerium für Landwirtschaft, Domänen und Forsten, welches die hohen Baukosten zur Verfügung stellte, wie auch gegen die ausführenden Architekten, unter denen außer den Vorgenannten auch der an den Vorarbeiten beteiligte Baurat Kern erwähnt werden muß. Alle diese Herren haben in mehrjähriger, hingebungsvoller Arbeit und in sorgfältigem Eingehen auf die unsererseits ausgesprochenen Anträge und Wünsche ein Werk geschaffen, in welchem hohe Zweckmäßigkeit mit künstlerischer Durcharbeitung in schönster Weise vereinigt ist.

(Eingegangen 28. März 1911.)

BESPRECHUNGEN.

P. M. Balcells, L'observation solaire. Mém. de l'Observatoire de l'Ebre. No. 2. 4. 133 S. Barcelona 1909.

P. J. G. Mollá, La section électrique. Mém. de l'Observatoire de l'Ebre. No. 4. 4. 123 S. Barcelona 1909.

R. Cirera, Boletin mensual del Observatorio del Ebro en Tortosa. 1. Nr. 1. Januarheft. 4. 85 S. Barcelona 1910.

Bei Tortosa, Provinz Katalonien, in der Nähe der Deltamündung des Ebro, ist in den letzten Jahren ein reich ausgestattetes und wissenschaftlich vorzüglich geleitetes Observatorium entstanden, das vornehmlich die Beziehungen zwischen Sonnentätigkeit und den geophysikalischen Vorgängen untersuchen soll. In den Bereich seiner Arbeiten gehören daher dauernde Verfolgung der Sonnentätigkeit, des Erdmagnetismus, der Erdelektrizität einschließlich der Erdströme, der Seismik und der meteorologischen Elemente.

Die Hefte 2 und 4 geben ausführliche Beschreibungen der aufgestellten Instrumente für Sonnenphysik und Erdelektrizität. Ein ausgezeichnet verfaßter Text wird durch gute Photographien und äußerst fein durchdachte schematische Zeichnungen ergänzt.

Während sonst ein Observatorium nach und nach sein Arbeitsfeld vergrößert, werden in Tortosa sämtliche geplante Messungen gleich in vollem Umfange aufgenommen. Dies beruht wohl in der großen Erfahrung seines Leiters Cirera als Direktor des früheren Observatoriums in Manila.

Die dritte Arbeit stellt das erste Heft der laufenden Beobachtungen dar (jetzt April 1911 liegen schon die endgültigen Ergebnisse vom Mai 1910 vor). Sein Inhalt bestätigt, daß Tortosa unter die besten Observatorien zu rechnen ist und jedenfalls an Größe des Arbeitsgebietes alle übrigen übertrifft. Es werden jeden Tag gemessen: Sonnenfleckenrelativzahl und heliographische Lage der Flecken und Fackeln, Luftdruck, Lufttemperatur und -feuchtigkeit, Regenmenge, Sonnenscheindauer, Windrichtung und -stärke, Wolkenzug, Bewölkungsgröße, luftelektrische Zerstreuung und Ionenführung, Potentialgefälle am Erdboden, Hertzsche Wellen durch Blitzentladungen, die Variationen des Erdmagnetismus, die Erdströme in zwei zueinander nahezu senkrechten Leitungen. (Tortosa ist zurzeit das einzige Observatorium, das Erdströme dauernd registriert.)

Alle diese Beobachtungen werden vorzüglich tabellarisch geordnet. Das Wertvollste aber, welches diese Publikation für jeden Geophysiker bietet, ist die graphische Zusammenstellung am Schluß jedes Monatsheftes. Hier wird der Verlauf aller Elemente von Stunde zu Stunde, Tag für Tag eingetragen, und zwar so, daß alle Beobachtungen derselben Zeit untereinander stehen. Mit einem Schlage läßt sich so ein Urteil über den Zusammenhang verschiedener Phänomene gewinnen, z. B. Regen und Potentialgefälle, Erdstrom und Erdmagnetismus, Potentialgefälle und Erdstrom, Orte der Sonnenflecken und -fackeln usw. usw.

Diese umfangreiche graphische Darstellung ersetzt in weitem Maße die Originalkurven der Registrierapparate. Ihr Studium sei jedem Geophysiker daher angelegentlichst empfohlen.

A. Nippoldt.

William Ramsay, La Chimie moderne. Traduit de l'anglais par H. de Miffonis. Première Partie: Chimie théorique; 162 S. Seconde Partie: Chimie descriptive; 276 S. Paris, Gauthier-Villars. 1909 u. 1911.

Da Ramsays „Moderne Chemie" bei dem Erscheinen in deutscher Übersetzung in dieser Zeitschrift (**6**, 560, 1905 und **7**, 331, 1906) bereits eingehend besprochen worden ist, so genügt es, an dieser Stelle auf die Existenz der französischen Ausgabe hinzuweisen.

Werner Mecklenburg.

Max Speter, Die chemischen Grundstoffe. (Bücher der Naturwissenschaft, herausgegeben von Prof. Dr. Siegmund Günther, Bd. 8.) kl. 8. 127 S. mit 10 Figuren im Text und 10 Tafeln. Leipzig, Philipp Reclam jun. M. —40, gebunden M. —80.

Eine kurze Darstellung der Lehre von den Elementen nach allgemeinen und theoretischen Gesichtspunkten und unter besonderer Berücksichtigung der historischen Seite. Die Lektüre des Büchleins kann insbesondere jüngeren Physikern und Chemikern warm empfohlen werden.

Werner Mecklenburg.

H. A. Lorentz, Sichtbare und unsichtbare Bewegungen. Deutsch von G. Siebert. Zweite, vom Verfasser revidierte Auflage. 8. 106 S. mit 40 eingedruckten Abbildungen. Braunschweig, Friedr. Vieweg & Sohn. 1910. Geh. M. 3.—, geb. M. 4.—

Diese im Frühjahr 1901 gehaltenen populären Vorträge dürften den Lesern dieser Zeitschrift bekannt sein. Die neue Auflage enthält nichts wesentlich Neues gegenüber der alten, und zwar liegt dies im Wesen der Sache. Lorentz wollte seinem Publikum nur in großen Zügen einen Einblick in die Anschauungen unserer Physik geben. Radioaktivität und Relativitätsprinzip finden sich auch in dieser neuen Auflage nicht. Sympathisch aber muß an diesen Vorträgen nach wie vor wirken die klassische Einfachheit und Klarheit der Darstellung.

H. Hörig.

P. Gruner, Kurzes Lehrbuch der Radioaktivität. 8. 119 S. mit 20 Figuren im Text. Zweite, vollständig umgearbeitete Auflage von „Die radioaktiven Substanzen und die Theorie des Atomzerfalls". Bern, A. Francke. 1911. M. 2.50.

Der Schwerpunkt des vorliegenden, mit einem 125 Nummern zählenden (übrigens auf die Zugänglichkeit der betreffenden Organe Rücksicht nehmenden) Literaturverzeichnis (bis Ende 1910) versehenen, zum Einarbeiten in das Gebiet der Radioaktivität wirklich brauchbaren Lehrbuchs, ruht auf der physikalischen Seite, während die rein chemischen sowie

geologischen und physiologischen Fragen außerhalb des benutzten Rahmens liegen. Dank einer ausgezeichnet klaren und sehr gewissenhaften Darstellung, bringt der Verfasser auf 105 Seiten viel mehr, als man auf den ersten Blick denkt. Die mathematischen Ableitungen, zum Teil in kleinem Druck, sind zwar kurz, aber so gehalten, daß der Leser alles Nötige zum Weiterarbeiten in der Hand hat. Hervorzuheben sind auch die ziemlich zahlreichen und instruktiven numerischen Angaben sowie ein gut gearbeitetes alphabetisches Register. Der Stoff ist wie folgt geordnet: I. Historische Einleitung. II. Strahlungen. III. Der radioaktive Umwandlungsprozeß. IV. Die radioaktiven Substanzen. V. Anhang (namentlich über die Meßmethoden der Radioaktivität).

Die Schrift verdient warm empfohlen zu werden.

H. Hörig.

The Mineral resources of the Philippine islands. Issued by the division of geology and mines, bureau of science, Warren D. Smith, chief. Manila 1910. S. 6—79.

Es werden die Mineralerträge der Philippinen mit besonderer Berücksichtigung des Jahres 1909 beschrieben, wobei es sich hauptsächlich um Gold, Kupfer, Eisenglanz, Magneteisen, silberhaltigen Bleiglanz, Manganoxyd, etwas Platin, Zinkblende, Antimonglanz, Molybdänglanz, Quecksilber, Zinnober, Arsen, tertiäre Kohle (mit 54 Proz. Kohlenstoff im Maximum), Baustein (vulkanischer Tuff), Kalk, Marmor, Ton, Erdöl und Erdgas handelt; daneben werden noch gewonnen: Asbest, Glassand, Graphit, Glimmer, Talk, Mineralwässer, Sandstein, Polierschiefer, Gips, Schwefelkies und Schwefel in geringen Mengen. Johnsen.

Tagesereignisse.

Das **Technische Museum für Industrie und Gewerbe in Wien** veröffentlicht soeben einen künstlerisch ausgestatteten Aufruf, dem wir entnehmen, daß das sechzigjährige Regierungsjubiläum des Kaisers Franz Josef I. der österreichischen Industrie den Anlaß bot, unter Mitwirkung des Staates und der Stadt Wien dieses neue Museum zu errichten. Das eine Fläche von 20000 Quadratmetern bedeckende Museumsgebäude, dessen Grundsteinlegung am 20. Juni 1909 erfolgte, wird sich nun bald gegenüber dem Schlosse Schönbrunn als ein dauerndes Denkmal des Monarchen erheben. Das Technische Museum soll die Entwicklung der industriellen und gewerblichen Arbeit und die Großtaten der Technik in geschichtlicher Reihenfolge aufzeigen, es will aber auch den technischen Leistungen unserer Zeit gerecht werden und durch periodische Fachausstellungen die Fortschritte auf diesem Gebiete fördern. Kein schweigendes Museum soll erstehen, sondern eine lebende, der Allgemeinheit gewidmete Bildungsstätte, die die wissenschaftlichen Voraussetzungen und die wirtschaftlichen Ziele der Technik laut verkündet. Ein ansehnlicher Sammlungsbestand ist bereits gesichert, denn die Einverleibung umfangreicher und wertvoller staatlicher Sammlungen, die bisher zerstreut angeordnet waren, steht unmittelbar bevor. Noch fehlen aber viele Glieder in der Kette der technischen Entwicklung. Deshalb ergeht an die Vertreter der technischen Wissenschaft, der Industrie und des Gewerbes der Ruf, an dem großen Werke mitzuarbeiten und ihm bei der Beschaffung und Auswahl der Museumsobjekte ihre Unterstützung angedeihen zu lassen. Alle Gegenstände, die die technische Arbeit in ihren Voraussetzungen, an ihren Mitteln und durch ihre Wirkungen zu verstehen lehren, sind als Sachspenden geeignet; hauptsächlich also: Werkzeuge, Maschinen, Apparate, Modelle, Werkstoffe, Arbeitsvorgänge, Enderzeugnisse, sowie überdies auch Pläne, Zeichnungen, Bücher, Abhandlungen, Bildnisse und Handschriften. Zur vorläufigen Aufbewahrung und Sichtung der eingehenden Sachspenden hat die Staatsverwaltung geräumige Hallen in der Rotunde im k. k. Prater bereit gestellt. Die Namen der Spender werden durch Aufschriften an ihren Widmungen und durch ein Gedenkbuch festgehalten. Nähere Aufschlüsse erteilt die Geschäftsstelle des Technischen Museums, Wien I., Ebendorferstraße Nr. 6.

Auf der **4. Jahresversammlung des Deutschen Werkbundes** berichtete Dr. Leo Arons über einen neuen von ihm erfundenen Apparat, **das Chromoskop**, der zur Bestimmung von Farben dient. Der Apparat gestattet, jede mögliche Farbennuance so durch zwei Zahlen festzulegen, daß sie zu jeder Zeit und an jedem Ort in vollständig gleicher Weise wieder zur Erscheinung gebracht werden kann.

Personalien.

(Die Herausgeber bitten die Herren Fachgenossen, der Redaktion von eintretenden Änderungen möglichst bald Mitteilung zu machen.)

Habilitiert: An der Universität Straßburg Professor Dr. Richard Gans, bisher an der Universität Tübingen, Dr. Emil Zdarek für physiologische Chemie an der Universität Wien.

Ernannt: Der Privatdozent für anorganische Chemie an der Universität Bern Dr. Fritz Ephraim zum a. o. Professor für analytische Chemie ebenda, der a. o. Professor an der Böhmischen Universität Prag Dr. Bohumil Kucera zum ord. Professor der Physik ebenda, der ord. Professor am Polytechnikum in Zürich Dr. Georg Bredig zum ord. Professor der physikalischen Chemie und Elektrochemie an der Technischen Hochschule Karlsruhe, der Unterdirektor der Sternwarte in Nizza Dr. Louis Simonin zum Astronome titulaire am Observatorium in Paris, der wissenschaftliche Hilfsarbeiter am Königl. Astronomischen Recheninstitut in Berlin Dr. Hugo Clemens zum Observator ebenda.

Verliehen: Dem Privatdozenten für angewandte Chemie an der Universität Leipzig Dr. Gustav Heller der Titel Professor.

Gestorben: Der Chefchemiker der Ungarischen Geologischen Landesanstalt Dr. Alexander v. Kalecsinszky in Budapest, der Assistent am Physikalischen Institut der Technischen Hochschule Dresden Dr. Hermann Rumpelt und der Hilfsassistent am Wissenschaftlich-Photographischen Institut derselben Hochschule Conradi.

Gesuche.

Für die Redaktion verantwortlich Professor Dr. Friedrich Krüger in Danzig-Langfuhr. — Verlag von S. Hirzel in Leipzig.
Druck von August Pries in Leipzig.

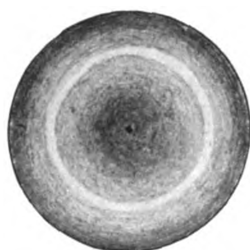


Fig. 1.

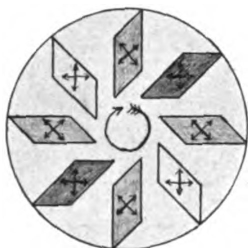


Fig. 2.

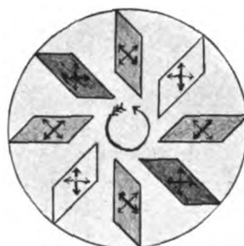


Fig. 3.

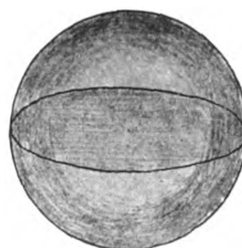


Fig. 4.

Fig. 5.

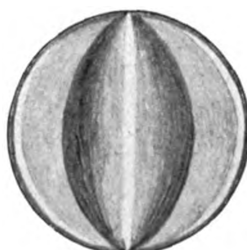


Fig. 6.

Fig. 7.

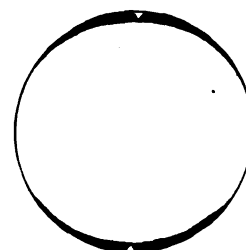


Fig. 8.

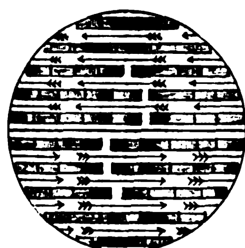


Fig. 9.

Fig. 10.

Fig. 11.

Fig. 12.

Fig. 13.

Fig. 14.

Fig. 15.

Fig. 16.

Fig. 17.

Fig. 18.

Fig. 19.

Fig. 20.

O. Lehmann, Struktur und Optik der Kristalltropfen.

Verlag von S. Hirzel in Leipzig.

Fig. 21.

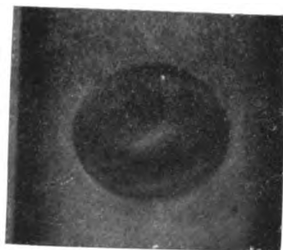


Fig. 22.

Fig. 23.

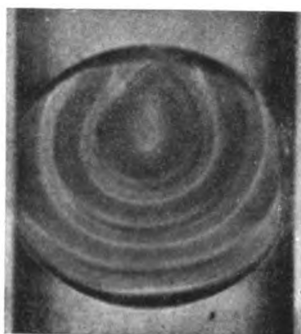


Fig. 24.

Fig. 25.

Fig. 26.

Fig. 27.

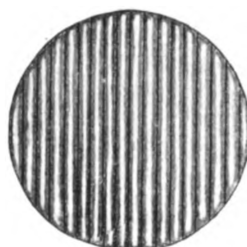


Fig. 28.

Fig. 29.

Fig. 30.

Fig. 31.

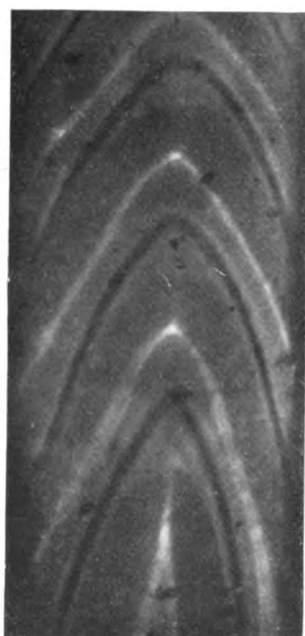
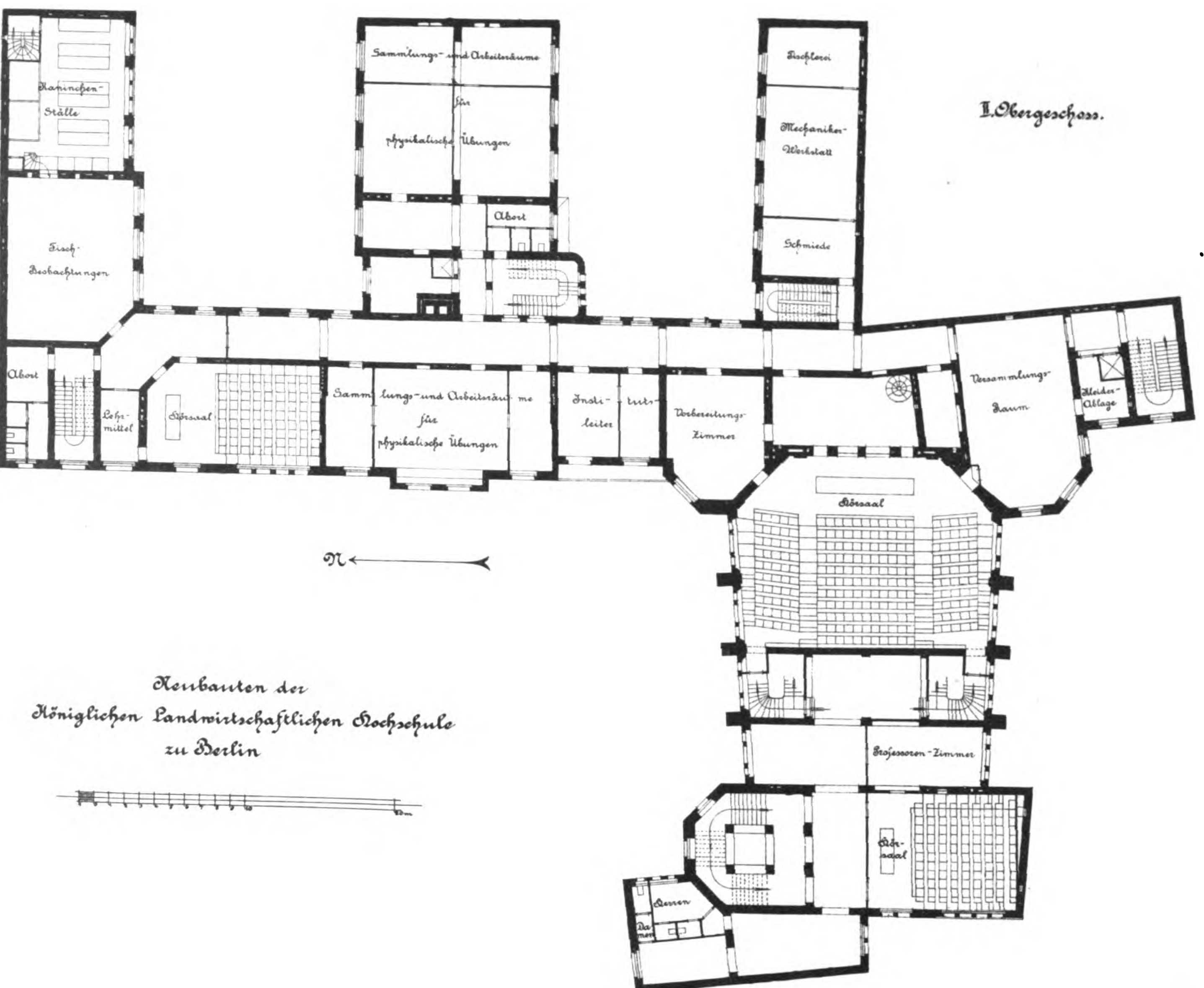


Fig. 32.

Fig. 33.

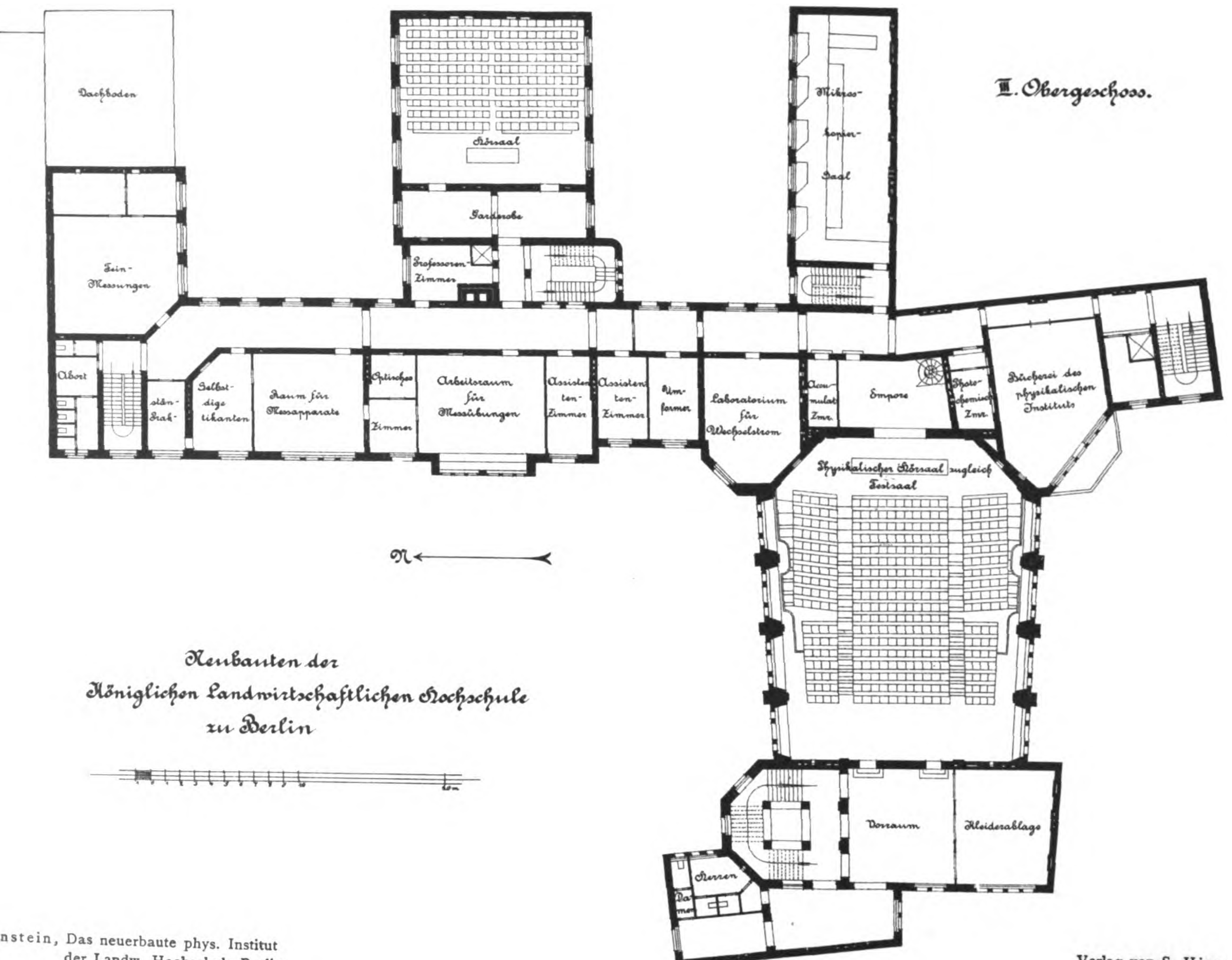
O. Lehmann, Struktur und Optik der Kristalltropfen.

Verlag von S. Hirzel in Leipzig.



R. Börnstein, Das neuerbaute phys. Institut der Landw. Hochschule Berlin.

Verlag von S. Hirzel in Leipzig.



Verlag von S. Hirzel in Leipzig.

PHYSIKALISCHE ZEITSCHRIFT

No. 14. 15. Juli 1911. 12. Jahrgang.

Redaktionsschluß für No. 15 am 13. Juli 1911.

INHALT:

ORIGINALMITTEILUNGEN.

Elektromagnetische Effekte, die von der Verzerrung herrühren, welche ein Feld an der Bahn der Ionen in Metallen hervorbringt. (Effetti elettromagnetici dovuti alla distorsione che un campo produce sulla traiettoria degli ioni nei metalli.)

Von O. M. Corbino.

I. Einleitung.

1. Bei den klassischen Vorgängen der Potentialverteilung in stromdurchflossenen Leitern (Ohmsches Gesetz), des Elektromagnetismus (Örsted-Effekt), der Elektrodynamik (Ampère-Effekt) und der elektromagnetischen Induktion (Faraday-Effekt) üben die beiden einander entgegengesetzt gerichteten Ströme positiver und negativer Ionen, die wir in der Elektronentheorie der metallischen Leitfähigkeit annehmen, Wirkungen aus, die sich nicht voneinander trennen lassen. Die beobachteten Effekte können als die Summe jener betrachtet werden, die jede der beiden Ionengattungen für sich allein hervorbringen würde, und sie sind bei einer gegebenen Gesamtstromstärke von den Teilwerten des positiven und des negativen Stromes, sowie von den Geschwindigkeiten dieser Ströme, unabhängig.

Die Annahme vom Nebeneinanderbestehen der beiden getrennten Ströme gestattet uns indessen, eine ganze Reihe von Erscheinungen vorauszusagen, die mit den vorgenannten in Zusammenhang stehen, Erscheinungen, bei denen diese beiden Ströme mit ihren Teilwerten und mit den Eigengeschwindigkeiten der beiden Ionenarten eine besondere Rolle spielen.

Von dieser Reihe elektrodynamischer Erscheinungen zweiter Art war bisher nur eine einzige bekannt, nämlich die anomale Verteilung der Linien gleichen Potentiales in einer stromdurchflossenen Metallscheibe, die in einem Magnetfelde angeordnet ist, also das Hallphänomen. Dieses Phänomen ist in der Tat ein Beweis dafür, daß die Potentialverteilung in der Scheibe nicht mehr den Gesetzen folgt, die Kirchhoff für dreidimensionale Leiter auf Grund des Ohmschen Gesetzes aufgestellt hat. Es gilt also hier nicht mehr der Satz, daß die elektrischen Niveaulinien senkrecht auf den Stromlinien stehen, während diese in der isolierten Scheibe den normalen Verlauf beibehalten, den sie bei Nichtvorhandensein des Feldes besitzen.

Die Elektronentheorie erklärt unschwer diese Abweichungen vom Ohmschen Gesetz, die ein Differentialeffekt der ungleichen Bewegungsgrößen der beiden Ströme sind, der kompliziert wird durch das gleichzeitige Vorhandensein einiger — ihrerseits gleichfalls mit der Theorie in Einklang stehender — thermischer Effekte.

Es war daher ein naturgemäßer Gedanke, von dem Kapitel des Ohmschen Gesetzes zu den übrigen Kapiteln der Elektrizitätslehre überzugehen, und zwar zum Elektromagnetismus, zu den elektrodynamischen Kräften, zur elektromagnetischen Induktion, und zu untersuchen, welche neuen Effekte zweiter Art wir auf Grund der Theorie vorhersagen und durch das Experiment nachweisen können. Das ist der Zweck der vorliegenden Arbeit. Ich beabsichtige, hier das Vorhandensein der Grunderscheinungen und ihre Abhängigkeit von einem einzigen für das Metall charakteristischen Parameter festzustellen. Diesen Parameter will ich das Differential-Ionenmoment des Metalles nennen. Es steht mit

den Drudeschen Konstanten[1]) in folgender Beziehung:

Es seien ev_1 und ev_2 die absoluten Geschwindigkeiten, welche die beiden Ionenarten unter der Einwirkung eines elektrischen Feldes von der Stärke 1 annehmen; σ sei das Leitvermögen des Metalles; $\frac{\sigma_1}{\sigma}$ und $\frac{\sigma_2}{\sigma}$ seien die Bruchteile der Gesamtstromstärke, die seitens der beiden einander entgegengesetzt gerichteten Ströme transportiert werden. Wir wollen als Moment der positiven Ionen den Ausdruck $\frac{ev_1\sigma_1}{\sigma}$ und als Moment der negativen Ionen den entsprechenden Ausdruck bezeichnen, ferner als Differential-Ionenmoment die Größe

$$E = \frac{ev_1\sigma_1}{\sigma} - \frac{ev_2\sigma_2}{\sigma}.$$

Wenn, wie es bei Elektrolyten zutrifft, die Anzahl der beweglichen positiven und negativen Ionen im Kubikzentimeter gleich wäre, so würden wir für E den einfacheren Ausdruck

$$E = e(v_1 - v_2)$$

erhalten, das heißt, E würde gleich der Differenz der Beweglichkeiten ev_1 und ev_2 der beiden Ionengattungen sein.

Den Gegenstand unserer Betrachtungen soll eine kreisförmige Metallscheibe bilden, deren Mittelpunkt und Umfang in passender Weise mit einer Quelle elektromotorischer Kraft oder mit einem Galvanometer verbunden werden können; dabei sollen alle Vorsichtsmaßregeln getroffen werden, die erforderlich sind, um die Effekte erster Art, die bei weitem erheblicher sind, zu vernichten.

II. Elektromagnetische Wirkung einer Scheibe, die von einem Strome in radialer Richtung durchflossen wird und in einem konstanten Felde angeordnet ist.

2. Nach der gewöhnlichen Theorie ist eine Scheibe, die von einem Strome in radialer Richtung durchflossen wird, in elektromagnetischer Hinsicht inaktiv, selbst dann, wenn sie in einem Felde angeordnet ist. Die Betrachtung der beiden Ionenströme wird uns indessen zu dem Schlusse führen, daß sich die Scheibe unter der Einwirkung eines normal gerichteten Feldes in eine besondere magnetische Scheibe verwandelt, die einen normal zur Scheibe verlaufenden Kraftfluß hervorruft. Diese Scheibe wird somit imstande sein, in einer sie umgebenden Spule einen induzierten Strom zu erregen in dem Augenblicke, in dem man den radialen Strom durch die Scheibe hindurchschickt.

1) Drude, Ann. d. Phys. (4) **1**, 566; **3**, 370, 1900.

Es seien r_1 und r_2 der innere und der äußere Halbmesser, von denen die Scheibe begrenzt wird; die Scheibe sei in dem normal gerichteten Felde H angeordnet; dieses Feld nun werde durch einen Strom erzeugt, der im Sinne des Uhrzeigers verläuft. Unter dem Einflusse der elektrischen Kraft F und der elektromagnetischen Wirkung werden die positiven Ionen eine Geschwindigkeit annehmen, deren radiale und zirkulare Komponente, in Polarkoordinaten ausgedrückt, durch die Gleichungen

$$\left.\begin{aligned} r\frac{d\vartheta}{dt} &= Hev_1\frac{dr}{dt}, \\ \frac{dr}{dt} &= ev_1 F - Hev_1 r\frac{d\vartheta}{dt} \end{aligned}\right\} \qquad (1)$$

verbunden sein werden. Da nun das elektrische Potential eine einsinnig verlaufende Funktion ist, und da sämtliche Wirkungen symmetrisch zur Achse der Scheibe und zur Feldachse sind, so werden die Linien gleichen Potentiales auch weiterhin die Kreisform beibehalten, die sie ohne das Vorhandensein des Feldes besessen haben, und die elektrische Kraft wird somit stets radial gerichtet sein.

Setzen wir

$$Hev_1 = m_1, \qquad (2)$$

so ergibt uns die erste Gleichung des Systems (1):

$$r\,d\vartheta = m_1\,dr,$$

also:

$$\vartheta = m_1 \log r + C.$$

Die Konstante C bestimmen wir, indem wir

$$\text{für } \vartheta = 0$$
$$r = r_1$$

setzen. Dann erhalten wir:

$$r = r_1 e^{\frac{\vartheta}{m_1}}, \qquad (3)$$

und analog würden wir, wenn wir

$$Hev_2 = m_2 \qquad (4)$$

setzten, für die negativen Ionen

$$r = r_1 e^{-\frac{\vartheta}{m_2}}$$

erhalten.

Sonach sind die Bahnen der beiden Ionenarten zwei verschiedene logarithmische Spiralen und nicht, wie es ohne Vorhandensein des Feldes der Fall ist, ein gemeinsamer Halbmesser des Kreises. Wenn der Gesamtstrom zentrifugal gerichtet ist, so wird die Spirale der positiven Ionen in entgegengesetztem Sinne durchlaufen wie der Magnetisierungsstrom.

Im allgemeinen kann man daher sagen, daß zwar die Linien gleichen Potentiales in der Scheibe unverändert bleiben, daß sich hingegen die Bahnen der beiden Ströme voneinander trennen, im Gegensatz zu der Sachlage beim

Hallschen Versuch, wenn von der Scheibe keine seitlichen Ströme abgezweigt werden. Infolgedessen braucht man auch nicht, wie beim Hallphänomen, die transversale Verdichtung der Ionen und ihre daraus sich ergebende elektrische und thermische Rückdiffusion zu berücksichtigen.

3. Nicht minder leicht gestaltet sich die theoretische Berechnung der elektromagnetischen Wirkung, welche diese verzerrten Ströme hervorrufen.

Aus offensichtlichen Symmetriegründen werden wir bei der Auswertung des Gesamtflusses durch die Scheibe, oder auch durch eine konzentrische induzierte Spule, die radiale Komponente des Stromes gänzlich unberücksichtigt lassen dürfen. Andererseits erhalten wir, wenn wir mit J_1 den gesamten Strom bezeichnen, der von den positiven Ionen getragen wird, und der mit der Gesamtstromstärke J durch die Beziehung

$$J_1 = \frac{\sigma_1}{\sigma} J$$

verbunden ist:

$$J_1 = 2\pi r \varepsilon N_1 e \frac{dr}{dt},$$

wo ε die Dicke der Scheibe bezeichnet. Folglich ist

$$\frac{dr}{dt} = \frac{J_1}{2\pi r \varepsilon N_1 e},$$

so daß nach System (1) die Stromdichte des zirkularen Stromes

$$N_1 e r \frac{d\vartheta}{dt} = \frac{m_1 J_1}{2\pi r \varepsilon}$$

sein wird, während wir den gesamten zirkularen Strom, welcher halben Weges quer durch den Durchmesser der Scheibe hindurchgeht, durch

$$\frac{m_1 J_1}{2\pi} \log \frac{r_2}{r_1}$$

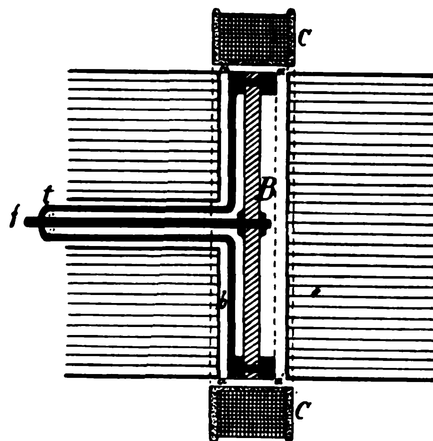
werden ausdrücken können.

Es ist somit bewiesen, daß die Wirkung der positiven und der negativen Ionen der Scheibe den Größen $m_1 J_1$ bezw. $m_2 J_2$ proportional ist, und daß deshalb die elektromagnetische Gesamtwirkung der Scheibe jener eines Systemes von Kreisströmen mit der Dichte $\frac{EJH}{2\pi r \varepsilon}$ gleichkommt, daß sie mit anderen Worten dem Differential-Ionenmoment E, der Gesamtstromstärke J und der äußeren Feldstärke H proportional ist. Die Proportionalitätskonstante wird nur von den Dimensionen der Scheibe abhängig sein, oder auch von jenen der Induktionsspule, wenn man statt des Flusses durch erstere die Induktionswirkung auf letztere untersucht. Die Proportionalitätskonstante wird deshalb für alle Scheiben von gleichem Umfange und aus beliebigem Metall dieselbe sein und würde auf Grund von Betrachtungen rein geometrischer Natur berechnet werden können. Man kann sie aber auch experimentell bestimmen. Zu diesem Zwecke braucht man nur die Induktionswirkung einer leitenden Scheibe zu messen, die in der Mitte durchbohrt und längs eines Halbmessers aufgeschlitzt ist, und an die man mittels zweier längs der Schnittränder angeordneter Zuleitungen von zu vernachlässigendem Widerstande eine konstante elektromotorische Kraft anlegt. Diese elektromotorische Kraft wird nämlich Kreisströme hervorbringen, deren Dichte umgekehrt proportional r ist. Man messe experimentell mittels einer oder mehrerer rings herum führender Windungen (oder mit einer Induktionsspule) den Gesamtfluß durch die Scheibe (oder deren Induktionswirkung auf die Spule), wenn der gesamte Kreisstrom den Wert $\frac{1}{2\pi} \log \frac{r_2}{r_1}$ hat, und K sei beispielsweise der Wert, den man für die Induktionswirkung auf die Spule erhält. Dann wird offenbar die Induktionswirkung, die man feststellt, wenn die Scheibe in radialer Richtung von der Stromstärke J durchflossen wird, durch die Gleichung

$$C = KEJH \qquad (5)$$

gegeben sein.

4. Das Experiment hat die theoretische Voraussage bestätigt. Es wurde in der folgenden Weise ausgeführt:



Eine kreisförmige Wismutscheibe B (siehe die Figur) kann in radialer Richtung von einem Gleichstrom durchflossen werden. Dieser Strom tritt vom Mittelpunkte aus ein, und zwar durch Vermittelung eines durch die Mitte hindurchgeführten Drahtes f, der dort mittels zweier kleiner Muttern befestigt ist. Am Umkreise

der Scheibe wird der Strom von zwei kleinen Kupferringen a, a' aufgenommen, die an den Rändern der beiden Flächen der Scheibe angebracht sind. Von einem der beiden Ringe aus geht der Strom in radialer Richtung durch eine kleine parallel zur Scheibe angeordnete Kupferplatte bis zu einer Röhre t zurück, die in die Bohrung hineinpaßt und den Mitteldraht f umgibt. Eine flache Spule CC, deren Windungen zur Scheibe parallel verlaufen, umgibt die Scheibe ringsum und ist an ein Galvanometer angeschlossen.

Scheibe und Spule sind zwischen den Polen eines Elektromagnets nach Weiß senkrecht zu den Kraftlinien angeordnet. Zu diesem Zwecke geht die Röhre, die den Mitteldraht umgibt, durch den Kanal des Kernes des Elektromagnets und durch die Bohrung eines der Polschuhe; der andere Polschuh ist blind. Die ebenen Flächen beider Polschuhe sind an Ausdehnung nahezu gleich dem unbedeckten Teile der Wismutscheibe. Wenn der Elektromagnet nicht erregt ist, so bringt der Durchgang des radialen Stromes keinerlei elektromagnetische Wirkung in der Spule hervor, welche die Scheibe umgibt; das Galvanometer zeigt daher auch keinen Ausschlag, wenn man diesen Strom erregt oder unterbricht. Wenn man jedoch das Magnetfeld erregt (wobei man währenddessen den Stromkreis mit der Spule und dem Galvanometer unterbricht) und dann bei erregtem Felde den Strom in der Scheibe schließt, so beobachtet man am Galvanometer einen plötzlichen Ausschlag wie bei einem induzierten Strome. Unterbricht man den Strom in der Scheibe, so erhält man einen gleich großen Ausschlag nach der entgegengesetzten Seite. Die Richtung der erhaltenen Ausschläge ändert sich mit der Richtung des Stromes in der Scheibe sowie auch mit der Richtung des Stromes im Elektromagnet; und der induzierte Strom wird Null, wenn man die Wismutscheibe durch eine Kupferscheibe ersetzt.

Es ist daher ausgeschlossen, daß es sich um Wirkungen handelt, die von Induktionen erster Art zwischen den Stromkreisen oder von schwachen Zweigströmen herrühren. Natürlich muß man dafür Sorge tragen, daß die beiden Ströme, die im Elektromagnet und in der Scheibe fließen, vollständig unabhängig voneinander sind.

Bei diesen Versuchen hatte der aktive Teil der Scheibe einen Durchmesser von 65 mm und eine Dicke von 2,8 mm. Die elektromagnetische Wirkung ergab sich als proportional der durch die Scheibe fließenden Stromstärke und nahm mit der Feldstärke zu.

Bei einer Feldstärke von ungefähr 3700 Einheiten und einer Stromstärke von 15 Ampere in der Scheibe entsprachen die erhaltenen Ausschläge der Induktionswirkung, welche dieselbe Spule seitens einer Windung erfährt, die den gleichen Umfang hat wie die Scheibe, die rings um die Scheibe im Luftschlitz angeordnet ist, und die von einem Strome von 0,26 Ampere durchflossen wird. Der Sinn des Ausschlages stand immer im Einklang mit folgender Regel: Eine unter dem Einfluß des Feldes stehende Scheibe verwandelt sich durch den Durchgang eines zentrifugal gerichteten Stromes in eine magnetische Scheibe mit gleichem Umlaufssinne wie der magnetisierende Strom. Wenn der Strom in zentripetaler Richtung fließt, so ist der Umlaufssinn der magnetischen Scheibe, die der Wismutscheibe entspricht, dem Sinne des Magnetisierungsstromes entgegengesetzt.

Das Experiment bestätigt also die Proportionalität mit J und lehrt uns überdies, daß im Wismut E negativ ist, das heißt, daß das Moment der negativen Ionen überwiegt.

Was nun das Gesetz der Abhängigkeit von H anlangt, so wird diese minder einfach sein, als es nach der Formel den Anschein hat, wenn das Feld durch einen Elektromagnet in Eisen erregt wird. Der Fluß, der durch die Scheibe und die Spule geht, wird nämlich zum Teil durch den Eisenmantel geschlossen und tritt durch die Polschuhe ein und aus. Dadurch wird die Intensität der beobachteten Wirkungen gesteigert; mit Anwachsen der Feldstärke und somit der Induktion im Eisen nimmt dessen Differential-Permeabilität ab, das heißt dessen Fähigkeit, den neuen Kraftlinien, die seitens der Scheibe erzeugt werden, den leichten Durchgang zu gestatten. Dies ist der Grund dafür, daß die Induktionswirkung erfahrungsgemäß langsamer zunimmt als die Feldstärke, und aus diesem Grunde nimmt auch bei gleicher Feldstärke die Wirkung zu, wenn die Polschuhe der Scheibe genähert werden. Man kann indessen diesen Einfluß des Eisens dadurch korrigieren, daß man die beobachtete Wirkung mit jener vergleicht, die eine stromdurchflossene kreisförmige Windung ausübt, die rings um die Scheibe im Luftschlitz angeordnet ist.

Auf diese Weise habe ich beobachten können, daß auch die korrigierte Wirkung langsamer zunimmt als die Feldstärke, gerade wie es beim Wismut für das Hallsche Phänomen gilt. Dies zeigt sich in der nachstehenden Tabelle. In dieser enthält die zweite Spalte die Stromstärken, die man durch die Windung schicken mußte, um denselben Galvanometerausschlag zu erhalten, den man mit der Scheibe beobachtete, wenn diese von 15 Ampere durchflossen wurde.

Feldstärke $H =$	Äquivalente Stromstärke in der Windung, $C =$	$C/H \cdot 10^5$
3700	0,26 Ampere	7
5700	0,31 „	5,6
7000	0,34 „	4,9
8200	0,36 „	4,3
9000	0,37 „	4

5. Der beobachtete Effekt hängt also nach der Theorie von σ_1, σ_2, v_1 und v_2 ab, während der Halleffekt außerdem noch von $x_1 = \frac{d \log N_1}{dT}$ und $x_2 = \frac{d \log N_2}{dT}$ abhängt, also von der Änderung des Verhältnisses der Ionenzahlen mit der Temperatur, und zwar nach der Formel

$$R = \frac{e}{\sigma} \frac{v_1 x_2 - v_2 x_1}{x_1 + x_2}.$$

Man erkennt hieraus, daß die festgestellte elektromagnetische Wirkung eine weitere unabhängige Beziehung zwischen den charakteristischen Konstanten des Metalles liefert.

Wenn wir also, um uns eine Vorstellung von der relativen Größenordnung des Halleffektes und des elektromagnetischen Effektes für die verschiedenen Metalle zu bilden, annehmen, daß für diese ungefähr

$$N_1 = N_2 = N$$

und

$$x_1 = x_2$$

sei, so werden wir, wenn wir nur die von Metall zu Metall veränderlichen Faktoren beibehalten, für den elektromagnetischen Effekt

$$C = \frac{N}{\sigma}(v_1{}^2 - v_2{}^2) = v_1 - v_2$$

und für den Halleffekt

$$R = \frac{v_1 - v_2}{\sigma},$$

mithin

$$C = R\sigma$$

erhalten. Nun ändert sich bekanntlich R von Metall zu Metall sehr stark, das Produkt aus R und dem Leitvermögen σ dagegen sehr viel weniger. Während beispielsweise (nach Drude) das Tellur einen ungefähr 650000 mal größeren Halleffekt hervorbringt als das Silber[1]), wird sein elektromagnetischer Effekt nur etwa 5 mal so groß sein! Aus demselben Grunde ist auch das Verhältnis der beiden Hallschen Koeffizienten zwischen Wismut und Silber ungefähr 11000, während das Verhältnis zwischen den elektromagnetischen Wirkungen nur 150 betragen würde. Alles dies gilt, wohlverstanden, unter den erforderlichen Vorbehalten in betreff der vorausgesetzten Gleichheit zwischen N_1 und N_2 sowie zwischen x_1 und x_2.

1) Drude, a. a. O. **3**, 392.

III. Energie der Scheibe im Felde. — Elektromagnetische Kräfte.

6. Durch das Ergebnis, das wir für die elektromagnetischen Wirkungen der Scheibe erhalten haben, die im Felde von einem Strome in radialer Richtung durchflossen wird, sind wir in der Lage, ihre beiderseitigen Energien zu berechnen.

Wir haben gesehen, daß die Scheibe einem ebenen System von Kreisströmen von der Dichte $\frac{EJH}{2\pi r \varepsilon}$ äquivalent ist. Ein kleiner Ring vom Halbmesser r und der Breite dr wird somit vom Strome $\frac{EJH}{2\pi r} dr$ durchflossen werden, und seine Energie im Felde H wird

$$dW = -\frac{EJH}{2\pi r} dr \cdot \pi r^2 H$$

sein. Folglich wird die Gesamtenergie der Scheibe im Felde durch

$$W = -\frac{1}{4\pi} EJH^2 S \qquad (6)$$

gegeben sein, wo S die aktive Oberfläche der Scheibe bezeichnet, nämlich die Fläche, die man erhält, wenn man von der Gesamtfläche der Scheibe den kleinen zentralen Kreis vom Halbmesser r_1 abzieht.

Wenn dagegen das Feld mit der Normalen zur Scheibe einen Winkel α bildet, wird

$$W' = W \cos^2 \alpha$$

sein; auf die Scheibe wird somit ein Kräftepaar mit dem Moment

$$M = -\frac{dW'}{d\alpha} = W \sin 2\alpha =$$

$$-\frac{1}{4\pi} EJSH^2 \sin 2\alpha \qquad (7)$$

wirken, und dieses wird am größten sein für $\alpha = 45^0$. Nun hat W, wie wir sehen werden, einen merklichen Wert. Es mußte daher möglich sein, diese besonderen elektrodynamischen Wirkungen zweiter Art nachzuweisen. Tatsächlich habe ich denn auch ein erhebliches Kräftepaar festgestellt, als ich zu einem System zweier Scheiben aus Kupfer und Wismut überging, die längs des Umfanges miteinander verbunden und in den Mittelpunkten an zwei Drähte angeschlossen waren, durch die der Strom zugeführt wird. Das ganze System war zwischen den Polen des Elektromagnets aufgehängt. Dabei war dafür gesorgt, daß die Amperesche elektrodynamische Wirkung auf die Stromzuleitungsdrähte ausgeschaltet war. Diese Wirkung

selbst ändert seine Richtung mit dem Felde, während das gesuchte Kräftepaar immer dieselbe Richtung hat, da es ja von H^2 abhängig ist.

Das Wesen des beobachteten Effektes gestattet, vorauszusagen, daß man die Untersuchung weiter erstrecken und das Wismut durch ein anderes Metall ersetzen kann, für das E einen geringeren Wert hat. Die einschlägigen Versuche sind gegenwärtig im Gange.

IV. Radial gerichtete elektromotorische Kräfte, die seitens eines veränderlichen Feldes in einer Metallscheibe erzeugt werden.

7. Wie wir gesehen haben, verwandelt sich eine Metallscheibe, die in radialer Richtung von einem Strome durchflossen wird und daher elektromagnetisch inaktiv ist, unter der Wirkung des Feldes in eine besondere magnetische Scheibe, die zu diesem Felde normal gerichtet ist. Die in radialer Richtung vom Strome durchflossene Scheibe ruft nämlich eine geringe Änderung des zuvor vorhandenen Feldes hervor. Man kann dann voraussagen, daß umgekehrt die Erzeugung des Feldes in der Scheibe eine radial gerichtete elektromotorische Kraft hervorrufen muß, also einen radial gerichteten Strom, wenn man Mittelpunkt und Umfang metallisch miteinander verbindet.

Ordnet man nun die Wismutscheibe zwischen den Polen des Elektromagnets so an, wie es die Figur zeigt, und verbindet man die Mitte f und die peripherische Röhre t mit einem Galvanometer, so stellt man tatsächlich fest, daß bei Erregung des Feldes ein induzierter Strom und bei Unterbrechung des Feldes ein entgegengesetzt gerichteter Strom entsteht. Der induzierte Strom hat bei Erregung des Feldes immer dieselbe Richtung, einerlei, welches die Feldrichtung ist. Hierin besteht ein charakteristischer Unterschied gegenüber den gewöhnlichen Induktionserscheinungen.

8. Man kann dieses Phänomen als einen richtigen Halleffekt deuten, den die Foucaultschen Kreisströme erfahren, die durch die Änderung des Feldes in der Scheibe entstehen. Dieser muß in der Tat infolge des Halleffektes eine senkrecht auf den Stromlinien stehende und somit radial gerichtete elektromotorische Kraft entsprechen. Die Gestalt der Ströme wird die ursprüngliche, also die kreisförmige bleiben, solange nicht durch den äußeren Kreis die Verbindung zwischen dem Mittelpunkte und der Peripherie der Scheibe hergestellt wird.

Die theoretische Vorherbestimmung der Gesetze des Phänomens wird jedoch sehr kompliziert, wenn man sie aus der Integration der einzelnen Hallschen elektromotorischen Kräfte längs des Halbmessers ableiten will, denn bereits die Berechnung der Foucaultströme bietet erhebliche Schwierigkeiten, wenn man ihre Verzögerung gegenüber den Änderungen des äußeren Flusses berücksichtigt. Es sei noch bemerkt, daß man den Hallschen Koeffizienten für den Dauerzustand zu berechnen und zu messen pflegt, also für den Zeitpunkt, wenn die von der Kondensation der Ionen herrührenden Temperaturdifferenzen zwischen den Rändern der Scheibe (transversaler thermischer Effekt für longitudinalen elektrischen Strom) stabil geworden sind. Im vorliegenden Falle ist dagegen anzunehmen, daß sich der Vorgang bei merklich konstanter Temperatur abwickelt.

Es wird sich vielmehr empfehlen, die beobachteten Ausschläge zu denen in Beziehung zu bringen, die für den elektromagnetischen Effekt gelten. Dabei wollen wir von dem Ausdruck für die Energie ausgehen, welche die von einem Strome in radialer Richtung durchflossene Scheibe im äußeren Felde besitzt, und wollen das Verfahren anwenden, dessen man sich gewöhnlich bedient, um die Gesetze der Induktion und des Elektromagnetismus abzuleiten. Wir wollen zweckmäßig nicht vergessen, daß, wie beim Wismut, E auch von H abhängig sein kann.

Während der veränderlichen Periode des Feldschlusses, innerhalb eines Zeitraumes dt, sei der induzierte Strom J, die zugehörige elektromotorische Kraft e; und die Änderung der durch Gleichung (6) gegebenen Energie W sei dW. Dann wird

$$dW = eJdt = -\frac{1}{4\pi} SJd(EH^2)$$

und folglich

$$e = -\frac{1}{4\pi} S\frac{d(EH^2)}{dt}$$

sein. Bezeichnen wir mit ϱ den Widerstand des gesamten Stromkreises, der den Mittelpunkt der Scheibe mit dem Rande verbindet, so wird demnach die Elektrizitätsmenge Q, die bei der Erregung des Feldes zwischen den Feldwerten 0 und H aufgenommen wird,

$$Q = \frac{1}{4\pi\varrho} SE_H H^2 \tag{8}$$

sein, wo E_H den Endwert von E bezeichnet, welcher dem Feldwerte H entspricht. Die Induktionswirkung wird daher vom Vorzeichen H unabhängig sein, und das Galvanometer wird beim Schließen des Feldes gleiche und gleich gerichtete Ausschläge liefern, einerlei, welches die Feldrichtung ist. Das Experiment bestätigt, wie wir gesehen haben, diese Voraussage.

Würden wir die Scheibe einem Wechsel-

felde aussetzen, so würde der Ausdruck $(E_H H^2)$ in Gleichung (8) periodisch wieder dieselben Werte annehmen, und wir würden beim Durchgang durch Null immer $Q = 0$ erhalten. Der äußere Stromkreis würde daher von Wechselströmen durchflossen werden, wobei ein Transport gleicher Elektrizitätsmengen nach beiden Richtungen stattfinden würde.

9. Die Formel (8) gestattet eine unmittelbare Bestimmung des Differential-Ionenmomentes E. Zu diesem Zwecke braucht man nur das Galvanometer für Elektrizitätsmengen zu eichen und die Feldstärke und die Oberfläche der Scheibe zu messen. Auf diese Weise habe ich für die Wismutscheibe, die ich bei all diesen Versuchen benutzt habe, die folgenden Werte erhalten:

H	$E \cdot 10^5$
3700	7,7
6100	4,9
7250	4,5
8100	4,4
8650	4,3

Wir finden also hier dieselbe Abnahme von E mit wachsender Feldstärke wieder, die wir bereits bei der elektromagnetischen Wirkung beobachtet haben.

Die Größenordnung des Induktionsphänomens für die verschiedenen Metalle ist dem Differential-Ionenmoment E proportional, gerade wie dies für den elektromagnetischen Effekt gilt; sie ist daher in erster Annäherung von dem Produkte $R\sigma$ aus dem Hallschen Koeffizienten und dem Leitvermögen des Metalles abhängig, einem Produkte, das für die einzelnen Metalle viel weniger verschieden ist als R.

Trotzdem läßt sich voraussagen, da die beobachtete Wirkung beim Wismut ziemlich klein ist (ein Drehspulengalvanometer von Hartmann & Braun mit einem Widerstande von 4 Ohm zeigte beim Schließen des Feldes einen Höchstausschlag von etwa 100 Skalenteilen), daß der Effekt sich nur für einige wenige andere Metalle, wie für Antimon, für Tellur und vielleicht auch für Eisen, ohne besondere Vorsichtsmaßregeln deutlich feststellen lassen wird.

10. Man kann den beobachteten Induktionseffekt auch noch in mehr synthetischer und überzeugender Weise erklären. Die Ionen der Metallscheibe bewegen sich wie die Moleküle eines Gases nach allen Richtungen hin und sehen sich dabei, dank der Wirkung des als wachsend angenommenen Magnetfeldes, einer elektrischen Kraft unterworfen, die von der Änderung des Feldes herrührt. Diese Kraft sucht, die Ionen vorwiegend längs einer zur Scheibe konzentrischen Kreisbahn mitzureißen. Die Ionen sind weiter einer elektromagnetischen Kraft unterworfen. Diese beruht auf dem augenblicklichen Werte des zur Bewegungsrichtung senkrechten Feldes und wirkt daher vorwiegend in radialer Richtung. Diese letztere Bewegung wird, wie leicht einzusehen ist, für beide Ionengattungen eine zentripetale sein, wenn die Feldstärke zunimmt, andernfalls eine zentrifugale. Infolge der ungleichen Beweglichkeit der beiden Ionengattungen ist diese radiale Kraft für beide verschieden. Die Ionen werden sich daher im Mittelpunkte und am Umfange in verschiedenem Maße anhäufen und sich dem Hinzutreten weiterer Ionen desselben Vorzeichens widersetzen, wenn der äußere Stromkreis offen ist und ihnen den Austritt nicht gestattet. Man kann den geschilderten Versuch somit als eine richtige magnetische Zentrifugalbewegung der Ionen ansehen.

V. Drehung einer in radialer Richtung von einem Wärmestrome durchflossenen Wismutscheibe im Magnetfelde.

11. Eine kreisförmige Wismutscheibe ist an einem Drahte zwischen den Polflächen eines Elektromagnets unter einem Winkel von 45^0 gegen die Kraftlinien aufgehängt. Die Torsion des Fadens hebt das Orientierungsbestreben auf, das die Scheibe infolge ihres Diamagnetismus besitzt.

Läßt man auf den Mittelpunkt der Scheibe ein feines Lichtstrahlenbündel fallen, das ihn, wenn auch nur schwach, erwärmt, so stellt man das Vorhandensein eines energischen Kräftepaares fest, welches die diamagnetische Orientierung der Scheibe aufzuheben und die Scheibe daher parallel zu den Kraftlinien einzustellen strebt. Die Wirkung kehrt sich nicht um, wenn man die Feldrichtung umkehrt; sie wechselt dagegen das Vorzeichen, wenn man — mittels des Lichtstrahlenbündels oder auf andere Weise — den Rand der Scheibe erwärmt. Das Kräftepaar ist am stärksten unter 45^0 gegen die Kraftlinien und kann dann einen erheblichen Wert erreichen, so daß es das starke Orientierungsbestreben, das die Scheibe infolge ihres Diamagnetismus besitzt, aufheben kann, besonders wenn die Scheibe leicht berußt ist.

12. Die Elektronentheorie der Metalle gibt uns ohne weiteres die Erklärung für den beobachteten Effekt.

Nach der Auffassung Drudes erfolgt die Wärmeleitung in Metallen nach einem zweifachen Mechanismus. Einerseits entsteht in dem Metall ein fortwährender Ionenaustausch zwischen den warmen und den kalten Teilen, und dieser hat die Wirkung, die Temperaturen durch Konvektion auszugleichen, wie es bei Gasen

der Fall ist, und zwar in der Weise, daß durch jede beliebige Ebene nach beiden Richtungen hin eine gleich große Anzahl Ionen hindurchgeht. Mit diesem Wärmetransport sind daher keinerlei elektrische Erscheinungen verbunden. Gleichzeitig würde nach dieser Auffassung eine Verschiedenheit in der Konzentration der Ionen zwischen den Punkten entstehen, an denen die Temperatur verschieden ist, da in fast allen Metallen die Anzahl der Ionen im Kubikzentimeter eine Funktion der Temperatur ist. Die Folge hiervon ist eine richtige Ionenwanderung in einem bestimmten Sinne, und wenn der Körper isoliert ist, so entstehen in ihm elektrische Kräfte, die eine weitere Diffusion der Ionen zu verhindern imstande sind. Auf dieser Wanderung würden die Abweichungen vom Wiedemann-Franzschen Gesetz und der Thomsoneffekt beruhen; auf ihr beruht auch die oben besprochene Drehung der Wismutscheibe im Magnetfelde.

In der Tat wandern, wenn wir annehmen, daß der radiale Wärmefluß in zentrifugaler Richtung erfolgt, die positiven und negativen Ionen in radialer Richtung und erfahren durch das Feld eine Ablenkung längs Spiralen, die, wie sich beweisen läßt, noch die durch Gleichung (3) gegebene Gestalt haben, da sie von demselben Parameter $m_1 = Hev_1$ abhängen. Es läßt sich weiter beweisen[1]), daß wenn man m_1^2 gegenüber der Einheit vernachlässigt, die elektromagnetische Wirkung der Scheibe jener eines ebenen Systemes von Kreisströmen äquivalent ist, deren Dichte

$$i = p\,\frac{\sigma_1\sigma_2}{\sigma}(x_1 + x_2)(ev_1 + ev_2)H\frac{dT}{dr}$$

ist, wo p eine universelle Konstante ist, die den Wert besitzt, den ihr bereits Drude in seiner Arbeit beigelegt hat, wo $\frac{dT}{dr}$ den Differentialquotienten der Temperatur nach dem Radius bezeichnet, und wo die übrigen Ausdrücke die übliche Bedeutung haben.

Bezeichnen wir mit Q die in der Scheibe fließende Wärmemenge und mit k das Wärmeleitvermögen der Substanz, so erhalten wir weiter:

$$i = -p\,\frac{1}{2\pi r}\,\frac{\sigma_1\sigma_2}{k\sigma}(x_1 + x_2)(ev_1 + ev_2)QH,$$

und folglich wird, wenn wir

$$V = \frac{\sigma_1\sigma_2}{k\sigma}(x_1 + x_2)(ev_1 + ev_2)$$

setzen, die Dichte der äquivalenten Kreisströme durch die Gleichung

$$i = -p\,\frac{1}{2\pi r}VQH$$

gegeben.

Die Scheibe wird im Felde eine Energie

$$W = \frac{p}{4\pi}VQSH^2$$

haben, und wenn die Normale zur Scheibe mit den Kraftlinien einen Winkel α bildet, so wird auf die Scheibe ein Kräftepaar

$$M = W \sin 2\alpha$$

wirken, das für $\alpha = 45^0$

$$M = \frac{p}{4\pi}VQSH^2$$

wird.

Das Kräftepaar wird somit dem Quadrate der Feldstärke und dem Wärmefluß proportional sein und wird von dem für das Metall charakteristischen Koeffizienten V abhängen; letzterer hat nichts mit dem Koeffizienten des transversalen thermomagnetischen Phänomens (elektrischen Effektes) von Ettingshausen und Nernst gemeinsam, wie es nach der synthetischen Erklärung des Phänomens den Anschein haben könnte.

Man kann V in der Form

$$V = \frac{\sigma}{k} \times \frac{\sigma_1\sigma_2}{\sigma^2}(x_1 + x_2) \times \frac{ev_1 + ev_2}{\sigma} \times \sigma$$

schreiben. Der erste Faktor dieses Ausdrucks ändert sich von einem Metall zum andern wenig; der zweite ist proportional diesen Änderungen, das heißt den Abweichungen vom Wiedemann-Franzschen Gesetz; der dritte ist dem Ettingshausenschen Koeffizienten P proportional (das heißt der transversalen Temperaturdifferenz in einer Scheibe, die im Felde angeordnet ist und von einem elektrischen Strome durchflossen wird).

Die Anzahl der Metalle, für die alle diese Elemente bestimmt sind, ist gering.

Auf Grund der vorhandenen Daten läßt sich voraussagen, daß V für Kupfer und für Silber Null sein muß, während es für einige andere Metalle die folgenden relativen Werte hat:

für Nickel	2,4
„ Eisen	67
„ Antimon	900
„ Wismut	12300;

möglicherweise wird auch für Kohle der Wert von V nicht sehr klein sein.

Tatsächlich habe ich beim Kupfer und beim Silber das Vorhandensein des Kräftepaares nicht feststellen können.

Rom, Physikalisches Institut der Kgl. Universität.

(Nach dem Manuskript aus dem Italienischen übersetzt von Max Iklé.)

(Eingegangen 1. April 1911.)

1) Corbino, Rend. Linc. **20**, 570, 1911.

Elastizitätstheorie und Relativitätsprinzip.

Von Max Born.

Das Ziel der folgenden Untersuchung ist nicht die vollständige Aufstellung der Elastizitätstheorie, die dem Relativitätsprinzip genügt, auch nicht eine kritische Betrachtung aller dabei möglichen Ansätze, sondern der Nachweis, daß ein bestimmter, von Minkowski eingeschlagener Weg, gegen dessen Gangbarkeit mehrfach Einwände erhoben worden sind, sich in konsequenter Weise ein beträchtliches Stück weiter verfolgen läßt. Die genaue Formulierung des Problems findet sich erst in § 5 und § 7. Die vorhergehenden Erörterungen scheinen mir zum Verständnis der Fragestellung notwendig zu sein.

§ 1. Für die an bewegten Körpern angreifenden elektromagnetischen Kräfte sind im wesentlichen zwei Ansätze vorhanden, die beide mit dem Lorentz-Einsteinschen Relativitätsprinzip im Einklang sind; sie rühren von Minkowski[1]) und Abraham[2]) her.

Beiden Theorien gemeinsam ist die Beschreibung des elektromagnetischen Spannungszustandes durch ein System von 16 Größen, die wir in ein Schema (Matrix) der Form

$$\begin{vmatrix} X_x & Y_x & Z_x & -iT_x \\ X_y & Y_y & Z_y & -iT_y \\ X_z & Y_z & Z_z & -iT_z \\ -iX_t & -iY_t & -iZ_t & T_t \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} & S_{14} \\ S_{21} & S_{22} & S_{23} & S_{24} \\ S_{31} & S_{32} & S_{33} & S_{34} \\ S_{41} & S_{42} & S_{43} & S_{44} \end{vmatrix} = S \tag{1}$$

zusammenfassen (c ist die Lichtgeschwindigkeit und $i=\sqrt{-1}$), wobei die in dem zweiten Schema stehenden Buchstaben $S_{\alpha\beta}$ nur eine andere Bezeichnung für die an entsprechender Stelle des ersten Schemas stehenden Größen sein sollen. Dabei bedeuten die neun Größen

$$\begin{vmatrix} X_x & Y_x & Z_x \\ X_y & Y_y & Z_y \\ X_z & Y_z & Z_z \end{vmatrix} \tag{2}$$

die Komponenten der „Maxwellschen Spannungen", ferner sind $\frac{1}{c}X_t$, $\frac{1}{c}Y_t$, $\frac{1}{c}Z_t$ die Komponenten des elektromagnetischen „Impulses", cT_x, cT_y, cT_z die des „Poyntingschen Vektors", und T_t ist die elektromagnetische Energiedichte.

Die beiden Theorien unterscheiden sich einmal hinsichtlich der Ausdrücke, durch die diese „Spannungskomponenten" mit den Vektoren des elektromagnetischen Feldes zusammenhängen, sodann hinsichtlich der Art und Weise, wie sich aus den „Spannungskomponenten" die am Volumelement angreifenden ponderomotorischen Kräfte ausdrücken. Im folgenden soll nur der letztere Unterschied betrachtet werden.

§ 2. Nach Abraham haben diese Kräfte die folgenden Werte:

$$\left.\begin{aligned} \mathfrak{K}_x &= \frac{\partial X_x}{\partial x}+\frac{\partial X_y}{\partial y}+\frac{\partial X_z}{\partial z}-\frac{1}{c}\frac{\partial X_t}{\partial t}, \\ \mathfrak{K}_y &= \frac{\partial Y_x}{\partial x}+\frac{\partial Y_y}{\partial y}+\frac{\partial Y_z}{\partial z}-\frac{1}{c}\frac{\partial Y_t}{\partial t}, \\ \mathfrak{K}_z &= \frac{\partial Z_x}{\partial x}+\frac{\partial Z_y}{\partial y}+\frac{\partial Z_z}{\partial z}-\frac{1}{c}\frac{\partial Z_t}{\partial t}, \end{aligned}\right\} \tag{3}$$

und die Arbeit und Wärmeentwicklung

$$c\,\mathfrak{K}_t = \mathfrak{w}\,\mathfrak{K} + Q$$

ist gegeben durch

$$\mathfrak{K}_t = -\frac{\partial T_x}{\partial x}-\frac{\partial T_y}{\partial y}-\frac{\partial T_z}{\partial z}-\frac{1}{c}\frac{\partial T_t}{\partial t}. \tag{3'}$$

Indem man nach Minkowski

x, y, z, ict durch x_1, x_2, x_3, x_4,
$\mathfrak{K}_x$, $\mathfrak{K}_y$, $\mathfrak{K}_z$, $i\mathfrak{K}_t$ durch K_1, K_2, K_3, K_4

ersetzt, kann man die Gleichungen (3), (3') auch kurz so schreiben:

$$\left.\begin{aligned} K_h &= \frac{\partial S_{1h}}{\partial x_1}+\frac{\partial S_{2h}}{\partial x_2}+\frac{\partial S_{3h}}{\partial x_3}+\frac{\partial S_{4h}}{\partial x_4} \\ &(h=1,2,3,4), \end{aligned}\right\} \tag{3''}$$

oder mit der Minkowskischen Symbolik

$$K = \operatorname{lor} S. \tag{3'''}$$

Ferner ist nach Abraham das Schema (1) symmetrisch, d. h. es ist

$$S_{\alpha\beta} = S_{\beta\alpha} \tag{4}$$

oder

$$\left.\begin{aligned} Y_z &= Z_y, & Z_x &= X_z, & X_y &= Y_x, \\ X_t &= T_x, & Y_t &= T_y, & Z_t &= T_z. \end{aligned}\right\} \tag{4'}$$

§ 3. Nach Minkowski stellen die durch (3), (3') bzw. (3'') definierten Größen $\mathfrak{K}$ bzw. K nicht die ponderomotorischen Kräfte dar, sondern sind noch durch eine Zusatzkraft zu ergänzen, die von der Geschwindigkeit $\mathfrak{w}$ ($\mathfrak{w}_x$, $\mathfrak{w}_y$, $\mathfrak{w}_z$) der Materie abhängt; diese Zusatzkraft hat die Komponenten

$$\frac{\Phi\,\mathfrak{w}_x}{c\sqrt{1-\frac{\mathfrak{w}^2}{c^2}}},\quad \frac{\Phi\,\mathfrak{w}_y}{c\sqrt{1-\frac{\mathfrak{w}^2}{c^2}}},\quad \frac{\Phi\,\mathfrak{w}_z}{c\sqrt{1-\frac{\mathfrak{w}^2}{c^2}}}, \tag{5}$$

wo

---

1) H. Minkowski, Die Grundgleichungen für die elektromagnetischen Vorgänge in bewegten Körpern. Nachr. d. K. Ges. d. Wissensch. zu Göttingen, Math.-phys. Kl. 1908. Abgedruckt in den Math. Ann. **68**, 472, 1910; Ges. Abhandl. II, S. 352; separat erschienen als Heft 1 der Fortschr. d. math. Wissensch. in Monographien (hrsg. v. O. Blumenthal). Für das Folgende kommen besonders die §§ 13, 14 und der Anhang in Betracht.

2) M. Abraham, Zur Elektrodynamik bewegter Körper. Rendiconti del circ. mat. di Palermo **28**, 1, 1909. Vergl. besonders das Ende von § 9.

$$\Phi = \frac{\frac{1}{c}(\mathfrak{w}_x \mathfrak{K}_x + \mathfrak{w}_y \mathfrak{K}_y + \mathfrak{w}_z \mathfrak{K}_z) - \mathfrak{K}_t}{\sqrt{1 - \frac{\mathfrak{w}^2}{c^2}}}, \qquad (6)$$

ist; setzen wir mit Minkowski

$$w_1 = \frac{\mathfrak{w}_x}{c\sqrt{1 - \frac{\mathfrak{w}^2}{c^2}}}, \quad w_2 = \frac{\mathfrak{w}_y}{c\sqrt{1 - \frac{\mathfrak{w}^2}{c^2}}},$$

$$w_3 = \frac{\mathfrak{w}_z}{c\sqrt{1 - \frac{\mathfrak{w}^2}{c^2}}}, \quad w_4 = \frac{i}{\sqrt{1 - \frac{\mathfrak{w}^2}{c^2}}},$$

$$(w, \bar{w}) = w_1^2 + w_2^2 + w_3^2 + w_4^2 = -1,$$

so wird in Minkowskischer Symbolik

$$\Phi = (K\bar{w}), \qquad (6')$$

und die Zusatzkraft wird als vierdimensionaler Vektor:

$$\Phi w = (K\bar{w})\, w.$$

Demnach lauten die ponderomotorischen Kräfte Minkowskis so:

$$R = K + (K\bar{w})\, w, \qquad (5')$$

wo K durch (3'') oder (3''') gegeben ist. Dieser Vektor R ist normal auf w,

$$(R, \bar{w}) = 0, \qquad (5'')$$

d. h. in einem Koordinatensystem, in welchem ein materieller Punkt momentan ruht, erscheint R als reiner Raumvektor. Übrigens kann man, da $c\mathfrak{K}_t$ gleich der Summe der Arbeit und der entwickelten Wärme Q ist,

$$c\mathfrak{K}_t = \mathfrak{w}\mathfrak{K} + Q,$$

auch schreiben

$$\Phi = -\frac{Q}{c\sqrt{1 - \frac{\mathfrak{w}^2}{c^2}}}. \qquad (6'')$$

Das Schema der Minkowskischen Spannungen ist nicht symmetrisch. Aber es findet sich bei Minkowski die folgende Beziehung zwischen den Spannungen[1]):

$$V = w(S - \bar{S})^* = 0, \qquad (7)$$

die man ausführlich so schreiben kann:

$$\left.\begin{aligned} V_1 &= \phantom{w_1(S_{43}-S_{34})+{}} w_2(S_{34} - S_{43}) + w_3(S_{42} - S_{24}) + w_4(S_{23} - S_{32}) = 0, \\ V_2 &= w_1(S_{43} - S_{34}) \phantom{{}+w_2(S_{34}-S_{43})} + w_3(S_{14} - S_{41}) + w_4(S_{31} - S_{13}) = 0, \\ V_3 &= w_1(S_{24} - S_{42}) + w_2(S_{41} - S_{14}) \phantom{{}+w_3(S_{14}-S_{41})} + w_4(S_{12} - S_{21}) = 0, \\ V_4 &= w_1(S_{32} - S_{23}) + w_2(S_{13} - S_{31}) + w_3(S_{21} - S_{12}) \phantom{{}+w_4(S_{12}-S_{21})} = 0, \end{aligned}\right\} \qquad (7')$$

oder auch mit reellen Größen:

$$\left.\begin{aligned} \frac{\mathfrak{w}_y}{c}(T_z - Z_t) - \frac{\mathfrak{w}_z}{c}(T_y - Y_t) + (Y_z - Z_y) &= 0, \\ \frac{\mathfrak{w}_z}{c}(T_x - X_t) - \frac{\mathfrak{w}_x}{c}(T_z - Z_t) + (Z_x - X_z) &= 0, \\ \frac{\mathfrak{w}_x}{c}(T_y - Y_t) - \frac{\mathfrak{w}_y}{c}(T_x - X_t) + (X_y - Y_x) &= 0, \\ \mathfrak{w}_x(Y_z - Y_y) + \mathfrak{w}_y(Z_x - X_z) + \mathfrak{w}_z(X_y - Y_x) &= 0. \end{aligned}\right| \qquad (7'')$$

Von diesen Gleichungen sind offenbar nur drei unabhängig; denn V ist normal auf w, d. h. es ist

$$(V, \bar{w}) = V_1 w_1 + V_2 w_2 + V_3 w_3 + V_4 w_4 = 0.$$

Bezeichnet man den Strahlvektor mit $\mathfrak{S}$, den Impulsvektor mit $\mathfrak{g}$ und den Vektor mit den Komponenten $Y_z - Z_y$, $Z_x - X_z$, $X_y - Y_x$, mit $\mathfrak{N}$, so lassen sich die Gleichungen vektoriell so schreiben:

$$\left.\begin{aligned} \left[\mathfrak{w}, \frac{\mathfrak{S}}{c^2} - \mathfrak{g}\right] + \mathfrak{N} &= 0, \\ \mathfrak{w}\mathfrak{N} &= 0. \end{aligned}\right\} \qquad (7''')$$

Wenn ein materieller Punkt momentan ruht, $\mathfrak{w} = 0$, so gehen die Gleichungen (7''') über in

$$\mathfrak{N} = 0, \qquad (7'''')$$

d. h. dann ist das Schema der eigentlichen Maxwellschen Spannungen (2) symmetrisch. Hieraus ist zu entnehmen, daß die Gleichungen (7) ein gewisser Ersatz für die bei Minkowski fehlende Symmetrie des Schemas (1) darstellen. An diese Bemerkung soll das Folgende anknüpfen.

§ 4. Es sind bisher nur wenige Versuche gemacht worden, die Mechanik kontinuierlich ausgedehnter, deformierbarer Medien, speziell die Elastizitätstheorie[2]), dem Relativitätsprinzip anzupassen, d. h. die Grundgleichungen so abzuändern, daß sie gegen die Lorentz-Transformationen kovariant sind. Minkowski hat im Anhange seiner „Grundgleichungen"[3]) einen Ansatz sehr allgemeiner Natur für die elastischen Kräfte gegeben, der von einer Verallgemeinerung des Hamiltonschen Prinzips ausgeht und so eingerichtet ist, daß sich die oben genannten Minkowskischen Ausdrücke für die elektro-

1) H. Minkowski, Grundlagen usw., l. c. (Anm. 1, S. [569]), Formel 86 des § 13.

2) W. v. Ignatowsky, Zur Elastizitätstheorie vom Standpunkte des Relativitätsprinzips. Diese Zeitschr. 12, 164, 1911.

3) H. Minkowski, l. c. (Anm. 1, S. 569), Anhang: Mechanik und Relativitätspostulat.

magnetischen Kräfte und Spannungen der allgemeinen Mechanik einordnen[1]).

Ehe wir auf diese Theorie selbst eingehen, wollen wir die entsprechenden Überlegungen der gewöhnlichen Mechanik anstellen. Wir gehen aus von einem System von Spannungen von der Form (2). Für die virtuelle Arbeit dieser Flächenkräfte macht man den Ansatz

$$\begin{aligned}\delta W = \iiint\Big(&X_x\frac{\partial\delta x}{\partial x}+X_y\frac{\partial\delta x}{\partial y}+X_z\frac{\partial\delta x}{\partial z}\\ &+Y_x\frac{\partial\delta y}{\partial x}+Y_y\frac{\partial\delta y}{\partial y}+Y_z\frac{\partial\delta y}{\partial z}\\ &+Z_x\frac{\partial\delta z}{\partial x}+Z_y\frac{\partial\delta z}{\partial y}+Z_z\frac{\partial\delta z}{\partial z}\Big)dx\,dy\,dz,\end{aligned} \quad (8)$$

wobei δx, δy, δz virtuelle Verrückungen bedeuten und die Integration über den betrachteten Teil der Substanz zu erstrecken ist.

Die virtuelle Arbeit der äußeren Kräfte $\mathfrak{K}$ (in die wir die d'Alembertschen Trägheitskräfte einschließen) ist:

$$\delta A = \iiint(\mathfrak{K}_x\delta x+\mathfrak{K}_y\delta y+\mathfrak{K}_z\delta z)\,dx\,dy\,dz. \quad (9)$$

Die Gleichgewichtsbedingung lautet

$$\delta A = \delta W \quad (10)$$

und liefert in bekannter Weise mit Hilfe einer partiellen Integration die Gleichungen

$$\begin{aligned}\mathfrak{K}_x &= \frac{\partial X_x}{\partial x}+\frac{\partial X_y}{\partial y}+\frac{\partial X_z}{\partial z},\\ \mathfrak{K}_y &= \frac{\partial Y_x}{\partial x}+\frac{\partial Y_y}{\partial y}+\frac{\partial Y_z}{\partial z},\\ \mathfrak{K}_z &= \frac{\partial Z_x}{\partial x}+\frac{\partial Z_y}{\partial y}+\frac{\partial Z_z}{\partial z}.\end{aligned} \quad (11)$$

Dabei ist vorausgesetzt, daß δx, δy, δz willkürliche, differenzierbare Funktionen des Ortes sind.

Bekanntlich gelten in der Elastizitätstheorie die Symmetriebedingungen des Schemas (2):

$$Y_z = Z_y,\ Z_x = X_z,\ X_y = Y_x, \text{ oder } \mathfrak{N} = 0, \quad (12)$$

und diese drücken aus, daß die Spannungen keine resultierenden Drehmomente auf die einzelnen Volumelemente ausüben. Auch diese Bedingungen kann man aus dem Prinzip der virtuellen Verrückungen ableiten, wenn man verlangt, daß die Gleichung (10) bestehen soll für alle virtuellen Verrückungen der folgenden Art: Es werde irgendein (beliebig kleiner) Teil G der Substanz als starrer Körper bewegt, während der Rest in Ruhe bleibt.

Diese Verrückungen sind allgemeiner als die vorher betrachteten, weil sie unstetig sind; innerhalb des als starr verrückten Teils G gilt nämlich

$$\begin{aligned}\delta x &= a + qz - ry,\\ \delta y &= b + rx - pz,\\ \delta z &= c + py - qx,\end{aligned} \quad (13)$$

wo a, b, c die Komponenten der virtuellen Translation, p, q, r die der virtuellen Rotation sind, und außerhalb von G sind

$$\delta x = 0, \quad \delta y = 0, \quad \delta z = 0. \quad (14)$$

Auf die virtuelle Translation a, b, c kommt es im folgenden gar nicht an; wir könnten sie gleich Null setzen.

Für diese Verrückungen wird

$$\begin{aligned}\delta W = \iiint\{&p(Z_y - Y_z)+q(X_z-Z_x)+\\ &+r(Y_x-X_y)\}\,dx\,dy\,dz,\end{aligned} \quad (15)$$

und

$$\begin{aligned}\delta A = \iiint\{&p(y\mathfrak{K}_z - z\mathfrak{K}_y)+q(z\mathfrak{K}_x-x\mathfrak{K}_z)+\\ &+r(x\mathfrak{K}_y-y\mathfrak{K}_x)\}\,dx\,dy\,dz.\end{aligned} \quad (15')$$

Dividiert man beide Gleichungen durch das Volumen des Gebietes G und läßt dieses gegen Null konvergieren, so ergibt sich offenbar

$$\begin{aligned}&\lim_{G=0}\frac{1}{G}\delta W =\\ &= p(Z_y - Y_z)+q(X_z-Z_x)+r(Y_x-X_y),\end{aligned} \quad (16)$$

während

$$\lim_{G=0}\frac{1}{G}\delta A = 0 \quad (16')$$

wird, sofern die äußeren Kräfte $\mathfrak{K}$ überall endlich und stetig sind.

Da in (16) p, q, r willkürliche Größen sind, so folgt aus (10) infolge (16), (16') die Behauptung (12): $\mathfrak{N} = 0$.

§ 7. Der in § 5 erwähnte Ansatz Minkowskis zur Aufstellung der Grundgleichungen für die Spannungen in bewegten Medien unter Berücksichtigung des Relativitätsprinzips entspricht genau dem im ersten Teil des § 6 für die gewöhnliche Statik elastischer Medien dargelegten Verfahren; er gibt nämlich die Ableitung der Gleichungen (5'), welche den Formeln (11) des § 6 entsprechen, aus einem Variationsprinzipe, das dem in § 6 angewandten Prinzipe der virtuellen Verrückungen genau nachgebildet ist[1]).

Dagegen fehlt bei Minkowski die dem zweiten Teile des § 6 entsprechende

1) An diese Theorie hat sich eine Diskussion zwischen den Herren M. Abraham (diese Zeitschr. 10, 737, 1909 und 11, 527, 1910) und G. Nordström (diese Zeitschr. 10, 681, 1909 und 11, 440, 1910) geknüpft, deren Gegenstand mit der hier behandelten Frage nicht unmittelbar zusammenhängt.

1) Minkowski selbst bezeichnet dieses Prinzip als eine Verallgemeinerung des Hamiltonschen Prinzips; in der Tat sind im Raume von vier Dimensionen beide Auffassungsweisen berechtigt.

Theorie, die Ableitung der Symmetriebedingungen.

Ich werde im folgenden zeigen, wie man auf genau demselben Wege wie in § 6 diese Bedingungen aufstellen kann. Dazu war, wie wir sehen, nötig, virtuelle starre Rotationen zu betrachten; denn die Symmetriebedingungen sagten aus, daß die Drehmomente an den einzelnen Volumelementen sich das Gleichgewicht halten. Hier scheint sich eine Schwierigkeit zu erheben; denn es ist bekannt, daß der im eigentlichen Sinne starre Körper der Relativitätsmechanik[1]) im allgemeinen keine Rotationen ausführen kann[2]). Wenn man aber bedenkt, daß es sich hier eigentlich nur um virtuelle Rotationen von Volumelementen, d. h. von unendlich kleinen starren Körpern handelt, so erkennt man, daß eine uneigentliche Starrheitsdefinition, bei der nur die unendlich nahe Umgebung eines ausgezeichneten Punktes sich im gewöhnlichen Sinne starr verhält, dieselben Dienste tun muß. Eine solche Starrheitsdefinition habe ich seinerzeit, bereits im Hinblick auf die hier behandelte Anwendung, aufgestellt[3]).

Mit Hilfe dieser virtuellen Rotationen werden wir in § 10 mit leichter Mühe genau wie in § 6 die Bedingung für das Gleichgewicht der an den Volumelementen angreifenden Drehmomente aufstellen, und zwar werden wir gerade die von Minkowski im Falle der Elektrodynamik angenommenen Gleichungen (7) finden, wie wir es auf Grund des Verhaltens für ruhende Körper ($\mathfrak{w} = 0$) bereits in § 4 vermuten konnten.

Man kann auch das in § 2 erörterte System von Abraham, die von ihm angegebenen Ausdrücke für die Kräfte und seine Symmetriebedingungen, aus demselben allgemeinen mechanischen Prinzipe gewinnen. Dazu müssen nur die virtuellen Verrückungen anders definiert werden, nämlich als beliebige starre Bewegungen eines vierdimensionalen Raumteils als Ganzes; sie würden also der von Herrn Noether[4]) vorgeschlagenen Starrheitsdefinition entsprechen. Mir scheinen aber solche Verrückungen physikalisch schwer zu deuten zu sein. Auf die Durchführung dieses Ansatzes, die übrigens sehr einfach ist, will ich im folgenden verzichten.

1) M. Born, Die Theorie des starren Elektrons in der Kinematik des Relativitätsprinzips. Ann. d. Phys. (4) **30**, 1, 1909.

2) Herglotz, Über den vom Standpunkt des Relativitätsprinzips als „starr" zu bezeichnenden Körper. Ann. d. Phys. (4) **31**, 393, 1910. F. Noether, Zur Kinematik des starren Körpers in der Relativtheorie. Ann. d. Phys. (4) **31**, 919, 1910.

3) M. Born, Zur Kinematik des starren Körpers im System des Relativitätsprinzips. Nachr. d. K. Ges. d. Wissensch. zu Göttingen, Math.-phys. Kl. 1910.

4) F. Noether, l. c. (Anm. 3 auf dieser Seite), Schluß, S. 942.

Vielmehr liegt mir in erster Linie daran, den Einwurf zu entkräften, daß dem Satze vom Gleichgewicht der Drehmomente am Volumelement durch Minkowskis Ansätze für die ponderomotorischen Kräfte der Elektrodynamik nicht genügt werde.

§ 8. Das mechanische Variationsprinzip Minkowskis lautet folgendermaßen: Das elastische Medium bewegt sich so, daß für jede virtuelle Verrückung $\delta x_1, \delta x_2, \delta x_3, \delta x_4$

$$\delta A = \delta W \tag{17}$$

ist; dabei ist

$$\left.\begin{aligned}\delta A = \iiiint (R_1\,\delta x_1 + R_2\,\delta x_2 + R_3\,\delta x_3 + \\ + R_4\,\delta x_4)\,dx_1\,dx_2\,dx_3\,dx_4,\end{aligned}\right\} \tag{18}$$

wo der Raumzeitvektor R die äußere Kraft (inklusive Trägheitskraft) bedeutet, die auf der Geschwindigkeit w normal ist:

$$(R, \overline{w}) = R_1 w_1 + R_2 w_2 + R_3 w_3 + R_4 w_4 = 0, \tag{19}$$

und das Integral

$$\delta W = \iiiint \sum_{\alpha,\beta} S_{\alpha\beta} \frac{\partial\,\delta x_\beta}{\partial x_\alpha}\, dx_1\,dx_2\,dx_3\,dx_4 \tag{20}$$

nennt Minkowski die „Spannungswirkung".

Beide Integrale sind über eine Raumzeitsichel[1]) zu erstrecken.

Die virtuellen Verrückungen wählt Minkowski stets so, daß sie für einen mitbewegten Beobachter als reine Raumvektoren erscheinen, d. h. normal auf der Geschwindigkeit:

$$\left.\begin{aligned}(\delta x, \overline{w}) = \delta x_1 \cdot w_1 + \delta x_2 \cdot w_2 + \delta x_3 \cdot w_3 + \\ + \delta x_4 \cdot w_4 = 0.\end{aligned}\right\} \tag{21}$$

Es ist bequem, die δx_α durch vier unabhängige Größen u_α ($\alpha = 1, 2, 3, 4$) auszudrücken derart, daß (21) identisch erfüllt ist; dazu hat man nur zu setzen:

$$\delta x_\alpha = u_\alpha + (u, \overline{w})\, w_\alpha, \quad (\alpha = 1, 2, 3, 4), \tag{22}$$

wo, wie oben,

$$(u, \overline{w}) = u_1 w_1 + u_2 w_2 + u_3 w_3 + u_4 w_4$$

ist. Ferner wird angenommen, daß die u_α an den Grenzen des vierdimensionalen Integrationsgebietes (Sichel) verschwinden.

Setzt man die Ausdrücke (22) in (18) ein, so erhält man, wenn man $dx_1\,dx_2\,dx_3\,dx_4 = d\omega$ setzt und zur Abkürzung nur ein Integralzeichen schreibt:

$$\begin{aligned}\delta A &= \int \sum_\alpha R_\alpha\,\delta x_\alpha\,d\omega = \\ &= \int \sum_\alpha R_\alpha \Big(u_\alpha + \sum_\beta u_\beta w_\beta \cdot w_\alpha\Big)\,d\omega \\ &= \int \sum_\alpha u_\alpha \Big(R_\alpha + \sum_\beta R_\beta w_\beta \cdot w_\alpha\Big)\,d\omega,\end{aligned}$$

und da wegen (9)

$$\sum_\beta R_\beta w_\beta = (R, \overline{w}) = 0$$

ist:

$$\delta A = \int \sum_\alpha u_\alpha R_\alpha\,d\omega. \tag{23}$$

1) Vgl. H. Minkowski, l. c. (Anm. 1, S. 569), Anhang.

Den Ausdruck (20) für δW formt man erst durch partielle Integration[1]) um in

$$\delta W = \int \sum_\alpha \delta x_\alpha \sum_\beta \frac{\partial S_{\beta,\alpha}}{\partial x_\beta} d\omega = \int \sum_\alpha K_\alpha \delta x_\alpha d\omega,$$

und hieraus gewinnt man durch dieselbe Rechnung wie bei δA:

$$\delta W = \int \sum_\alpha u_\alpha (K_\alpha + (K, \overline{w}) w_\alpha) d\omega. \quad (24)$$

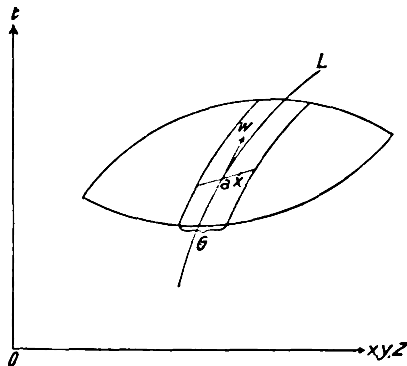
Da die u_α willkürliche Funktionen der vier Koordinaten x_1, x_2, x_3, x_4 sind, ergibt sich vermöge (23) und (24) aus (14):

$$R_\alpha = K_\alpha + (K, \overline{w}) w_\alpha. \quad (25)$$

Diese Ausdrücke für die Kräfte R stimmen mit den elektrodynamischen Formeln (5') überein.

§ 9. Jetzt wollen wir, über Minkowski hinausgehend, den Momentensatz durch Anwendung virtueller Rotationen aus dem Variationsprinzip (17) herleiten. Diese werden folgendermaßen definiert.

Aus dem Integrationsgebiete der Integrale (18) und (20) heben wir ein Teilgebiet heraus, nämlich einen Raumzeitfaden F von beliebigem Querschnitt G. Eine feste Raumzeitlinie dieses Fadens sei L; sie sei dadurch definiert, daß die Koordinaten eines Punktes a, der sie beschreibt, als Funktion der Eigenzeit τ desselben gegeben sind:



$$\left.\begin{array}{ll} a_1 = a_1(\tau), & a_2 = a_2(\tau), \\ a_3 = a_3(\tau), & a_4 = a_4(\tau). \end{array}\right\} \quad (26)$$

Der Geschwindigkeitsvektor von a sei w mit dem Komponenten

$$w_\alpha = \frac{d a_\alpha}{d\tau}, \quad \text{wo } (w, \overline{w}) = -1. \quad (27)$$

Für eine bestimmte Lage des Punktes a auf L konstruieren wir den zu w normalen Raum; sei x ein Punkt desselben, so ist

$$(x - a, w) = 0. \quad (28)$$

Ferner sei p ein beliebiger, auf w normaler Vektor, dessen Komponenten als Funktionen von τ gegeben sind:

$$p_\alpha = p_\alpha(\tau), \quad (p, \overline{w}) = 0. \quad (29)$$

Wir nennen ihn virtuelle Winkelgeschwindigkeit. Seine ersten drei Komponenten

$$p_1 = \frac{1}{c}\mathfrak{p}_x, \quad p_2 = \frac{1}{c}\mathfrak{p}_y, \quad p_3 = \frac{1}{c}\mathfrak{p}_z, \quad (29')$$

definieren einen Raumvektor $\mathfrak{p}$, während

$$p_4 = \frac{i}{c^2}(\mathfrak{w}_x \mathfrak{p}_x + \mathfrak{w}_y \mathfrak{p}_y + \mathfrak{w}_z \mathfrak{p}_z) = \frac{i}{c^2}(\mathfrak{u}, \mathfrak{p}) \quad (29'')$$

ist.

In Analogie mit den Ausdrücken (13) für die virtuelle Rotation der gewöhnlichen Mechanik bilden wir das vierdimensionale Vektorprodukt (Raumzeitvektor 2. Art)

$$[p, x - a] = Q, \quad (30)$$

mit den sechs Komponenten

$$Q_{\alpha\beta} = -Q_{\beta\alpha} = p_\alpha(x_\beta - a_\beta) - p_\beta(x_\alpha - a_\alpha). \quad (30')$$

Diese 6-komponentige Verbindung kann noch nicht mit der 4-komponentigen Verrückung identifiziert werden; vielmehr bilden wir die beiden zu Q gehörigen „Ruhvektoren"[1]), d. h. die beiden Raumvektoren Q_{23}', Q_{31}', Q_{12}' und Q_{14}', Q_{24}', Q_{34}', die ein mitbewegter Beobachter wahrnimmt.

Der erste von diesen verschwindet:

$$wQ = w[p, x - a] = 0, \quad (31)$$

wie aus der identischen Relation

$$\left.\begin{aligned} \sum_\beta w_\beta Q_{\beta\alpha} &= \\ &= \sum_\beta w_\beta (p_\beta(x_\alpha - a_\alpha) - p_\alpha(x_\beta - a_\beta)) \\ &= (x_\alpha - a_\alpha)\sum w_\beta p_\beta - p_\alpha \sum w_\beta (x_\beta - a_\beta) \end{aligned}\right\} \quad (32)$$

oder symbolisch

$$\left.\begin{aligned} wQ = w[p, x - a] &= \\ &= (x - a)(p, \overline{w}) - p(x - a, w) \end{aligned}\right\} \quad (33)$$

vermöge (28) und (29) folgt.

Der andere Ruhvektor von Q, den man Ruhrotation nennen kann, ist

$$q = iwQ^* = iw[p, x - a]^*, \quad (34)$$

wo Q^* den zu Q dualen Vektor bedeutet, d. h. denjenigen, bei dem die Indizespaare 23, 31, 12 und 14, 24, 34 vertauscht sind. Seine Komponenten sind demnach

$$\left.\begin{aligned} q_1 &= i(\phantom{w_1 Q_{43}+{}} w_2 Q_{34} + w_3 Q_{42} + w_4 Q_{23}), \\ q_2 &= i(w_1 Q_{43} \phantom{{}+w_2 Q_{34}} + w_3 Q_{14} + w_4 Q_{31}), \\ q_3 &= i(w_1 Q_{24} + w_2 Q_{41} \phantom{{}+w_3 Q_{14}} + w_4 Q_{12}), \\ q_4 &= i(w_1 Q_{32} + w_2 Q_{13} + w_3 Q_{21}. \end{aligned}\right\} \quad (34')$$

Setzt man hier die Ausdrücke (30') für die $Q_{\alpha\beta}$ ein, so kann man die rechten Seiten auch nach den Größen $(x_\alpha - a_\alpha)$ ordnen, wobei sie formal dieselbe Gestalt behalten; führt man also die Abkürzungen

$$p_\alpha w_\beta - p_\beta w_\alpha = P_{\alpha\beta} \quad (35)$$

1) Die Randintegrale fallen fort, weil die virtuellen Verrückungen am Rande des Integrationsgebietes verschwinden sollten.

1) Vgl. M. Born, l. c. (Anm. 1, S. 572), § 2.

sein, so kann man schreiben[1])

$$\left.\begin{aligned} q_1 &= i\{ \qquad\qquad (x_2-a_2)P_{34}+(x_3-a_3)P_{42}+(x_4-a_4)P_{23}\},\\ q_2 &= i\{(x_1-a_1)P_{43} \qquad\qquad +(x_3-a_3)P_{14}+(x_4-a_4)P_{31}\},\\ q_3 &= i\{(x_1-a_1)P_{24}+(x_2-a_2)P_{41} \qquad\qquad +(x_4-a_4)P_{12}\},\\ q_4 &= i\{(x_1-a_1)P_{32}+(x_2-a_2)P_{13}+(x_3-a_3)P_{21} \qquad\qquad \}, \end{aligned}\right\} \quad (34'')$$

oder symbolisch

$$q=i(x-a)P^*=i(x-a)[p,w]^*. \quad (34''')$$

Die drei ersten Komponenten von q,

$$q_1=-\frac{\mathfrak{q}_x}{c},\quad q_2=-\frac{\mathfrak{q}_y}{c},\quad q_3=-\frac{\mathfrak{q}_z}{c} \quad (34^{\mathrm{IV}})$$

bilden einen Raumvektor, während

$$\left.\begin{aligned} q_4 &= -\frac{i}{c^2}(\mathfrak{w}_x\mathfrak{q}_x+\mathfrak{w}_y\mathfrak{q}_y+\mathfrak{w}_z\mathfrak{q}_z)=\\ &= -\frac{i}{c^2}(\mathfrak{w},\mathfrak{q}) \end{aligned}\right\} \quad (34^{\mathrm{V}})$$

ist.

Die Formel (31) zeigt, daß für einen mitbewegten Beobachter der Vektor 2. Art Q sich auf einen reinen Raumvektor reduziert, und zwar liest man aus den Ausdrücken (34') ab, daß für $\mathfrak{w}=0$, d. h. $w_1=w_2=w_3=0$, $w_4=i$

$$\mathfrak{q}=[\mathfrak{p},\mathfrak{r}], \quad (36)$$

wo $\mathfrak{r}$ der Raumvektor ist, der die Punkte x und a verbindet; für den Fall der Ruhe stimmen also die Komponenten des Vektors $\mathfrak{q}$ mit den Ausdrücken (13) für die virtuelle Rotation der gewöhnlichen Mechanik überein. Wir werden daher den auf w normalen Raumzeitvektor q für bewegte Körper als die virtuelle Rotation ansehen: Es sei innerhalb des Fadens L

$$\delta x=q=i(x-a)P^* \quad (37)$$

oder

$$\delta x_\beta=q_\beta=i\sum_\alpha(x_\alpha-a_\alpha)P^*_{\beta\alpha} \quad (37')$$

und außerhalb L sei

$$\delta x=0. \quad (37'')$$

§ 10. Diese Werte setzen wir in die Integrale δA und δW ein und verlangen, daß diese verschwinden, wie auch der die feste Raumzeitlinie L umgebende Faden F gewählt werde.

Wir dividieren nun δA und δW durch den Querschnitt G des Fadens und lassen dann diesen gegen Null konvergieren. Dann wird offenbar, sofern die äußeren Kräfte endlich und stetig sind,

$$\lim_{G=0}\frac{1}{G}\delta A=0, \quad (38)$$

weil die δx_α verschwinden, wenn die Punkte x des Fadens gegen die Punkte a der Linie L konvergieren.

δW reduziert sich auf ein Linienintegral längs des Fadens:

$$\lim_{G=0}\frac{1}{G}\delta W=\int i\sum_{\alpha,\beta}S_{\alpha\beta}P^*_{\beta\alpha}d\tau, \quad (39)$$

und dieses muß nach (17) und (38) verschwinden für alle virtuellen Rotationen.

Wir schreiben die Summe unter dem Integralzeichen ausführlich hin, indem wir uns erinnern, daß

$$P^*_{\alpha\alpha}=0\ (\alpha=1,2,3,4),\quad P^*_{\alpha\beta}=-P^*_{\beta\alpha},$$
$$P^*_{23}=P_{14},\quad P^*_{31}=P_{24},\quad P^*_{12}=P_{34},$$
$$P^*_{14}=P_{23},\quad P^*_{24}=P_{31},\quad P^*_{34}=P_{12}$$

ist; sie lautet:

$$\begin{aligned} &\qquad\qquad S_{12}P_{43}+S_{13}P_{24}+S_{14}P_{32}\\ &+S_{21}P_{34} \qquad\qquad +S_{23}P_{41}+S_{24}P_{13}\\ &+S_{31}P_{42}+S_{32}P_{14} \qquad\qquad +S_{34}P_{21}\\ &+S_{41}P_{23}+S_{42}P_{31}+S_{43}P_{12}. \end{aligned}$$

Hier setzen wir die Ausdrücke (35) für die $P_{\alpha\beta}$ ein und ordnen nach den p_α; dann verwandelt sich die Summe in:

$$\begin{aligned} &p_1\{ \qquad\qquad w_2(S_{43}-S_{34})+w_3(S_{24}-S_{42})+w_4(S_{32}-S_{23})\}\\ &+p_2\{w_1(S_{34}-S_{43}) \qquad\qquad +w_3(S_{41}-S_{14})+w_4(S_{13}-S_{31})\}\\ &+p_3\{w_1(S_{42}-S_{24})+w_2(S_{14}-S_{41}) \qquad\qquad +w_4(S_{21}-S_{12})\}\\ &+p_4\{w_1(S_{23}-S_{32})+w_2(S_{31}-S_{13})+w_3(S_{12}-S_{21}) \qquad\qquad \}. \end{aligned}$$

Die Faktoren der p_α sind nichts anderes als die Komponenten des Vektors

$$V=w(S-S)^*, \quad (40)$$

der in den elektrodynamischen Gleichungen (7) auftrat. Derselbe ist offenbar normal auf w:

$$(V,w)=0. \quad (41)$$

Die Gleichgewichtsbedingung lautet also, daß das längs der Raumzeitlinie L erstreckte Integral

$$\int\sum_\alpha p_\alpha V_\alpha d\tau=0 \quad (39')$$

sein soll für alle Funktionen $p_\alpha(\tau)$, die der Bedingung

$$(p,w)=\sum_\alpha p_\alpha w_\alpha=0 \quad (39'')$$

genügen. Drücken wir, wie in § 8, die p_α durch vier unabhängige Größen aus, derart, daß (39'') identisch erfüllt wird, so können wir auf das Verschwinden des Vektors $V+(V,w)w$ schließen;

1) Bei willkürlichen Werten von $P_{\alpha\beta}$ stellen die Formeln (34'') eine infinitesimale Rotation des vierdimensionalen Raumes um eine beliebige Achse dar; die Formeln (35) beschränken die Lage der Achse derart, daß sie einem mitbewegten Beobachter als räumliche Gerade, ohne zeitliche Komponente, erscheint. Man kann auch von diesem Gedanken bei der Definition der virtuellen Rotationen ausgehen.

wegen (41) aber folgt daraus, daß längs der Linie L

$$V = 0 \qquad (42)$$

ist, und da L eine beliebige Linie ist, gilt diese Gleichung überall.

Damit ist die Behauptung bewiesen, daß die Minkowskischen Gleichungen (7) die Bedingungen des Gleichgewichts der Volumelemente gegenüber virtuellen Rotationen darstellen.

Zur Aufstellung der vollständigen Elastizitätstheorie fehlt jetzt noch eine Methode, um die Spannungen in einer gegen die Lorentz-Transformationen kovarianten Weise mit den Deformationen in Beziehung zu setzen, durch die sie erzeugt werden. Ich werde demnächst zeigen, daß man wiederum durch Verallgemeinerung eines in der Elastizitätslehre wohlbekannten Prinzips diesen Zusammenhang herstellen kann.

(Eingegangen 8. Mai 1911.)

Ionenbeweglichkeit in Gasen. I.

Von Max Reinganum.

1. Theorie.

Es ist die auffallende Tatsache gefunden worden, daß schwere Ionen, wie die von Methyljodid, Quecksilberjodid[1]) oder radioaktive Restatome[2]) in leichten Gasen ungefähr dieselbe Beweglichkeit haben, wie die Ionen der leichten Gase selbst. Eine vollständig befriedigende Erklärung dieser Tatsache steht bisher aus. Nun hat zwar Wellisch[3]), da die genannten großen Beweglichkeiten nicht mit einer früher von ihm aufgestellten Theorie[4]) verträglich sind, die mit normalen Molekulargrößen der Ionen rechnet, zu einer Theorie seine Zuflucht genommen, die im wesentlichen darin besteht, daß die fremden Ionen in einem Gase nicht dauernd ihre Ladung behalten sollen, sondern sie bald und fast dauernd an die Gasmoleküle abgeben. Diese sollen dann den größten Teil des Stromtransportes besorgen und auch zum Teil die fremden, nunmehr ungeladenen Ionen mitschleppen. Dem Verfasser scheint aber diese Vorstellung zu unnötigen Komplikationen bisher einfacher Tatsachen, namentlich auf dem Gebiete der Radioaktivität, zu führen.

Im folgenden soll nun gezeigt werden, daß, wenn man eine strengere Formel der kinetischen Gastheorie, als die von Wellisch in seinen zuerst erwähnten Abhandlungen benutzte, zugrunde legt, die großen Beweglichkeiten schwerer Ionen in leichten Gasen zwanglos selbst dann noch folgen, wenn man allen Ionen normale Molekulargrößen zuschreibt. Wir schließen uns an eine von Langevin entwickelte Theorie an[1]).

Gewöhnlich versteht man (so auch Wellisch) unter der „Formel von Langevin" für die Ionenbeweglichkeit k die Beziehung[2]):

$$k = \frac{el}{m_1 v}. \qquad (1)$$

Es bedeutet e die Ladung des Ions, m_1 die Masse desselben, l die mittlere Weglänge, v die mittlere molekulare Geschwindigkeit desselben. Diese Gleichung wollen wir aber nicht als Formel von Langevin bezeichnen, sie kehrt übrigens in allen Theorien der elektrischen Leitung wieder, ob sich dieselben auf Elektrolyten, Elektronen in Metallen oder Gasionen beziehen. Ihr Mangel ist, daß der Zahlenfaktor der rechten Reihe in Wirklichkeit nicht streng Eins ist, sondern mit dem Massenverhältnis von Ion zu den Molekülen variiert, wenn man wenigstens für die mittlere Weglänge l die einfache kinematische Bedeutung beibehalten will. In der Theorie von Wellisch ist nun die Formel (1) verwendet.

Wir wollen unter der Gleichung von Langevin vielmehr eine andere verstehen, die er später (l. c. 1905) auf der viel strengeren Grundlage der Maxwellschen Grundgleichungen für die kinetische Gastheorie abgeleitet hat. Diese Formel lautet (ib., S. 281):

$$k = \frac{3e\sqrt{\frac{h(m+m_1)}{\pi m m_1}}}{32 n \cdot s^2 \cdot \mu \cdot Y(\mu)}. \qquad (2)$$

Hierin bedeutet m die Masse des Gasmoleküls, n die Zahl der Gasmoleküle in der Volumeneinheit, $s = a_1 + a$ die Radiensumme des kugelförmig gedachten Ions und Moleküls. Ferner ist

$$h = \frac{n}{2p}; \quad p = \frac{RTnm}{M}, \qquad (3)$$

wo p der Druck des Gases ist. In der 2. Gleichung (3) bedeutet daher R die Gaskonstante, T die absolute Temperatur, M das Molekulargewicht des Gases. Vorausgesetzt ist in den Gleichungen (3), daß man den Druck der Ionen

---

1) E. M. Wellisch, The passage of electricity through gaseous mixtures. Proc. Roy. Soc. London, A. **82**, 500—517, 1909.

2) J. Franck, Verh. d. D. phys. Ges. **11**, 397—405, 1909.

3) E. M. Wellisch, Über die Vorgänge beim Transport des aktiven Niederschlags. Verh. d. D. phys. Ges. **13**, 159—171, 1911.

4) E. M. Wellisch, The mobilities of the ions produced by Röntgen Rays in gases and vapours. Phil. Transact. of the London Roy. Soc. **209**, 240—279, 1909.

1) P. Langevin, Une formule fondamentale de théorie cinétique. Ann. d. Chim. et de Phys. [8] **5**, 245—288, 1905.

2) P. Langevin, L'ionisation des gaz. Ann. de Chim. et de Phys. [7] **28**, 289—384, 1903, speziell S. 336.

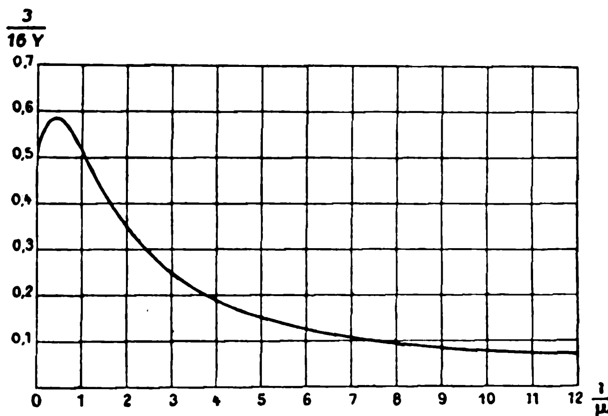
gegen den Druck des Gases vernachlässigen darf, was bei Gasionisation natürlich erfüllt ist.

Ferner enthält die Gleichung (2) zwei Größen μ und $Y(\mu)$. Diese hängen mit der Vorstellung zusammen, daß die Anziehungskräfte zwischen Ion und Molekül dieselben sind, wie zwischen einer Elementarladung im Mittelpunkt des Ions und einer dielektrischen Kugel (dem Molekül). Bezeichnet K die Dielektrizitätskonstante des Gases, so ist nach Langevin:

$$\mu = \sqrt{\frac{(K-1)e^2}{8\pi p s^4}}. \qquad (4)$$

μ hängt bei konstantem Volumen wegen p von der Temperatur ab. Die Funktion Y ergibt sich als Funktion von μ als das Resultat einer Anzahl elliptischer und zum Schluß graphischer Integrationen. Das Resultat wird auch nur als Kurve mitgeteilt, bei der $\frac{1}{\mu}$ als Abszisse und $\frac{3}{16Y}$ als Ordinate verwandt wird.

Die diesbezügliche Fig. 7 von Langevin ist folgende:



Es ist klar, daß der rein graphisch gegebene Teil der Gleichung (2) die Anwendung der interessanten Langevinschen Theorie erheblich erschwert, und eine solche ist daher meines Wissens auch nur in ganz geringem Umfange, und zwar von Langevin selbst in der zitierten Abhandlung, für Luftionen gegeben worden. Es ist mir nun vor einigen Jahren anläßlich einer gastheoretischen Untersuchung gelungen, die Kurve Fig. 1 in einer verhältnismäßig einfachen Formel vollständig innerhalb der Zeichnungsgenauigkeit derselben zusammenzufassen[1]). Dieselbe lautet:

$$\frac{3}{16Y} = \frac{3\mu}{4\left(1 + 1{,}485\mu \cdot 10^{-\frac{0{,}5253}{\mu}}\right)}. \qquad (5)$$

Wir prüfen die Formel durch einen Vergleich mit den Kurvenwerten. Sie liefert das Maximum der Kurve an der Stelle $\frac{1}{\mu} = 0{,}465$, und die Höhe des Maximums zu 0,580. Ferner gibt sie für folgende Werte von $\frac{1}{\mu}$ die beistehenden Werte von $\frac{3}{16Y}$:

$\frac{1}{\mu}$	$\frac{3}{16Y}$
0	0,505
1	0,520
2	0,352
3	0,247
4	0,187
5	0,150
8	0,0938
12	0,0625

Wie man sieht, gibt sie also vollständige Übereinstimmung mit den Werten der Zeichnung.

Führen wir (5) in Gleichung (2) ein, so erhalten wir die Formel für die Ionenbeweglichkeit jetzt in der geschlossenen übersichtlichen Form:

$$k = \frac{3e\sqrt{\frac{\pi(m+m_1)}{hmm_1}}}{8 \cdot ns^2\left\{1 + 1{,}485\mu \cdot 10^{-\frac{0{,}5253}{\mu}}\right\}}. \qquad (6)$$

Es ist nun ohne weiteres ersichtlich, daß durch das 2. Glied der geschweiften Klammer der Einfluß der Kräfte zwischen Ion und Molekülen zum Ausdruck gebracht wird. Es ist dies übrigens qualitativ vollständig im Einklang mit der von Sutherland und dem Verfasser schon lange verschiedenen Berechnungen zu Grunde gelegten Anschauung, daß die Vergrößerung der Stoßzahl durch die Anziehungskräfte auf die molekularen Phänomene so wirkt, als wäre der Molekularradius in bestimmter, von der Temperatur abhängiger Weise vergrößert. Ist $\mu = 0$, so erhalten wir die Beweglichkeit rein elastischer Kugeln von der Masse m_1 und der Ladung e zwischen unelektrischen elastischen Kugeln der Masse m und der Dielektrizitätskonstante 1. Die Formel wird dann identisch mit einer, die man aus der Stefanschen Diffusionstheorie[1]) ableiten kann.

In bezug auf (6) ist noch zu bemerken, daß die Gleichung natürlich auch noch gilt, wenn man die Vorstellung von Langevin über das Zustande-

1) Mitgeteilt, jedoch mit unbestimmt gelassenen Konstanten, durch K. Rappenecker. Über die Reibungskoeffizienten von Dämpfen und ihre Abhängigkeit von der Temperatur. Dissertation, Freiburg i. Br. 1909. — Zeitschr. f. phys. Ch. **72**, 711, 1910.

1) J. Stefan, Wiener Ber. **65** (2), 330, 1872.

kommen der Anziehung zwischen Ion und Molekül nicht zugrunde legt, sondern nur insoweit von seinem Ansatz Gebrauch macht, daß man eine Anziehung umgekehrt proportional der 5. Potenz der Entfernung r annimmt. Dann tritt an Stelle der potentiellen Energie R' von Langevin

$$R' = \frac{-(K-1)\,e^2}{8\pi n r^4}, \tag{7}$$

der allgemeinere Wert

$$R' = \frac{-F}{r^4}, \tag{8}$$

worin wir F als Potentialkonstante bezeichnen wollen.

Der Wert (7) von R' stellt übrigens nur das Hauptglied einer Reihe dar, die von Langevin durch Entwicklung nach zonalen harmonischen Funktionen erhalten wurde. Die ganze Reihe lautet (Langevin, loc. cit. 1903, S. 317 bis 320, Anm.):

$$\left.\begin{aligned} R' = \frac{(K-1)\,e^2}{8\pi n r^4}\Big[1 + \frac{K'+2}{K'+{}^3/_2}\,\frac{a^2}{r^2} + \\ + \frac{K'+2}{K'+{}^4/_3}\,\frac{a^4}{r^4} + \cdots\Big]. \end{aligned}\right\} \tag{9}$$

Hierin ist K' die Dielektrizitätskonstante der homogen gedachten Kugeln vom Radius a. Sie kann angenähert berechnet werden aus[1]):

$$\frac{K'-1}{K'+2} = \frac{33600\,(K_0-1)}{V_M},$$

wo V_M das Koppsche Molekularvolumen und K_0 die Dielektrizitätskonstante unter Normalbedingungen bedeutet. K' ist meist von der Größenordnung etwa 2,6 bis 20. Es zeigt sich, daß für die meisten Substanzen für $r = 2a$ das zweite Glied zwischen 0,25 und 0,30 liegt, also für genauere numerische Rechnungen, die z. B. über den Polymerisationsgrad der Ionen entscheiden sollen, eigentlich nicht vernachlässigt werden darf.

Wir führen nun den Wert (4) für μ in Gleichung (6) ein, ersetzen die Massen m_1 und m durch die Molekulargewichte M_1 und M von Ion und Molekül. Wir berücksichtigen ferner die Gleichungen (3), wählen die absolute Gaskonstante zu $8{,}32 \cdot 10^7$, drücken p in mm Quecksilber aus und bilden durch Division mit 300 die Beweglichkeit pro Volt Spannungsgefälle. Dann ergibt sich die Ionenbeweglichkeit:

$$k = \frac{0{,}003480\,e\sqrt{T\left(\frac{1}{M_1}+\frac{1}{M}\right)}}{p\left\{s^2 + \frac{8{,}120\cdot 10^{-8}\,e\sqrt{K-1}}{\sqrt{p}}\,10^{-\frac{96{,}1\sqrt{p}\,s^2}{e\sqrt{K-1}}}\right\}}. \tag{10}$$

Hier sind alle etwaigen weiteren Kräfte zwischen Ionen und Molekülen, die auch ohne Ladung vorhanden wären, also die reinen Molekularkräfte, noch vernachlässigt. Sie würden sich als weitere additive Glieder in der Klammer des Nenners bemerkbar machen.

Der Zahlenfaktor 0,00348 der Beweglichkeitsgleichung (2), und damit auch (10), ist noch nicht ganz sicher, vielleicht muß er um ca. 12 Proz. verkleinert werden[1]). Da diese Frage jedoch noch nicht ganz entschieden ist, behalten wir den Zahlenfaktor von (10) an dieser Stelle bei.

Es wird sich bei der Diskussion der Beobachtungen zeigen, daß s^2 im Nenner von (10) neben dem 2. Gliede desselben fast ganz zurücktritt. Wir können daher schon folgendes schließen: In ein und demselben Gase gilt bei verschiedenen Ionen die Proportionalität

$$k \text{ prop.} \sqrt{\frac{1}{M_1}+\frac{1}{M}} \cdot 10^{\frac{96{,}1\sqrt{p}\,s^2}{e\sqrt{K-1}}}.$$

Ersetzen wir daher ein leichtes Ion, bei dem etwa $M_1 = M$ war, wenn M das Molekulargewicht des leichten Gases ist, durch ein schweres und etwa kompliziert zusammengesetztes Ion, so wird zwar der erste Faktor (die Wurzel) im Höchstfall auf den 1,414. Teil verkleinert, der zweite Faktor (das Exponentialglied) wächst aber, da der kleinstmöglichste Zentralabstand s zwischen Ion und Molekül zunimmt, wenn der Radius des Ions größer wird. Zum mindesten können wir daher schon sagen, daß qualitative Kompensation beider Einflüsse in Bezug auf die Beweglichkeit k eintreten kann.

2. Anwendung der Theorie auf reine Gase.

Wir versuchen zunächst Anwendung der Gleichung (10) auf die Ionen in reinen Gasen. Bezeichnet x das Verhältnis des Ionendurchmessers zum Molekulardurchmesser, so können wir das Molekulargewicht des Ions, wie es auch Langevin tut, angenähert

---

1) Es ist nämlich

$$\frac{K-1}{K+2}\,\frac{1}{\varrho}$$

unabhängig von der Dichte ϱ. Bezeichnet man mit β das von 1 g wirklich eingenommene Volumen, so ist $\beta = \frac{0{,}22}{\varrho_s}$, wo ϱ_s die Dichte beim normalen Siedepunkt bedeutet (siehe das von Rappenecker, l. c. S. 714 an Benzol gefundene Resultat). Also ist

$$\frac{(K'-1)\,0{,}22}{(K'+2)\cdot\varrho_s} = \frac{(K_0-1)\,22412}{(K_0+2)\,M},$$

woraus die obige Gleichung folgt, wenn man K_0 neben 2 gleich 1 setzt.

1) M. Reinganum, Studie zur Elektronentheorie der Metalle. Heidelberger Ak. Sitz. Ber. 10. Abh. S. 12, 1911.

$$M_1 = x^3 M$$

schreiben. Bezeichnen wir mit s_0 den Durchmesser des normalen Moleküls, den wir als durch die Gastheorie gegeben betrachten, so ist ferner

$$s = \frac{s_0(1+x)}{2}$$

und Einsetzen der beiden letzten Gleichungen in (10) erlaubt, sowohl den Ionenradius $\frac{x s_0}{2}$, wie den Polymerisationsgrad x^3 des Ions bei bekannter Ionenbeweglichkeit zu berechnen. Durch die entsprechende graphische Ermittlung fand Langevin für die positiven Ionen der Luft bei Zimmertemperatur ungefähr $x^3 = 27$, d. h. eine sehr beträchtliche „Clusterbildung". Führt man die entsprechende Rechnung nach Gleichung (10) durch, so zeigt sich in dem Verhalten der schwer koerziblen Gase und der ungesättigten Dämpfe ein sehr wesentlicher Unterschied. Bei den Gasen tritt das zweite Glied des Nenners, d. h. die scheinbare Vergrößerung des Ionenquerschnitts durch die dielektrische Anziehung, ganz zurück neben dem ersten Gliede s^2, d. h. neben der wahren Vergrößerung durch Anlagerung von Molekülen. Bei den Dämpfen dagegen folgt nur eine ganz geringe Clusterbildung (zum Teil beinahe normale Molekulargröße des Ions), während das zweite Glied, die dielektrische Anziehung des Ions, ganz bedeutend über das erste s^2 überwiegt. Diese Verschiedenheit scheint nun ihrem Sinne nach recht unwahrscheinlich zu sein und darauf hinzudeuten, daß die Theorie noch einer Verbesserung bedarf.

Wir führen daher die Theorie versuchsweise unter der Annahme durch, daß immer $M_1 = M$, d. h. alle Ionen normale Molekulargröße haben, da das Verhalten der Dämpfe dies nahelegt. Dann läßt sich eine notwendige, allerdings nicht sehr große Korrektur der Gleichung (10) leicht einführen. s^2 wird scheinbar nicht nur durch die dielektrische Anziehung von Ion und Molekülen, sondern auch durch die gewöhnlichen Molekularkräfte des Ions auf die Moleküle vergrößert. Dieser Anteil läßt sich aber für $M = M_1$ aus der Gastheorie berechnen, und zwar wird am einfachsten das erste Glied des Nenners s^2 durch $s^2 e^{\frac{c'}{T}}$ ersetzt[1]). Hier ist c' ungefähr die halbe kritische Temperatur T_c des Gases[2]).

1) M. Reinganum, diese Zeitschr. **2**, 241—245, 1901; Ann. d. Phys. **10**, 334—353, 1903; **28**, 142—152, 1909.
2) S. auch K. Kappenecker, loc. cit., S. 716. Die Korrektion $e^{\frac{c'}{T}}$ ist z. B. durchaus nötig, um aus der Gastheorie konstante Werte der Loschmidtschen Zahl zu erhalten.

Für $T = 288$ läßt sich also

$$s^2 e^{\frac{c'}{T}} = s^2 \cdot 10^{0,000754\, T_c}$$

schreiben.

Es werde ferner $p = 760$ mm gesetzt, so daß für k die auf Atmosphärendruck reduzierten Beweglichkeiten zu nehmen sind. Als Mittelwert der Temperatur T wurde 288 oder 15° C genommen.

Das Elementarquantum e wählen wir zu $4,65 \cdot 10^{-10}$ el.-st. Einh. Ferner berücksichtigen wir noch, daß die Dielektrizitätskonstante K mit derjenigen bei 0° C, die mit K_0 bezeichnet werden möge, nach der Gleichung zusammenhängt (für Gase streng, für Dämpfe genügend genau):

$$\frac{K-1}{K_0-1} = \frac{273}{T} = \frac{273}{288}.$$

Einführung der genannten Festsetzungen ergibt:

$$k = \frac{1,409 \cdot 10^{-12}}{\sqrt{M}\left[s^2 10^{0,000754\, T_c} + \frac{1,333 \cdot 10^{-13}\sqrt{K_0-1}}{10^{\frac{5,853 \cdot 10^{12} s^2}{\sqrt{K_0-1}}}}\right]} \quad (11)$$

oder

$$k = \frac{1,409 \cdot 10^{-12}}{\sqrt{M}\left[s^2 e^{\frac{c'}{T}} + \frac{A}{10^B}\right]} = \frac{1,409 \cdot 10^{-12}}{\sqrt{M} \cdot S^2}, \quad (12)$$

wo A, B und S^2 leicht ersichtliche Abkürzungen bedeuten.

Wir können S^2 als den scheinbaren Ionenquerschnitt, $s^2 e^{\frac{c'}{T}}$ als den scheinbaren Molekularquerschnitt des Ions und s^2 als seinen wahren Querschnitt bezeichnen, indem wir vom Faktor $4/\pi$ absehen und die Annahme $M_1 = M$ berücksichtigen.

Wir wollen nun nicht so weiter vorgehen, daß wir aus (11) die Beweglichkeiten berechnen, sondern wir berechnen umgekehrt aus den beobachteten Beweglichkeiten nach (12) die Größe S^2, und vergleichen sie mit dem theoretischen Wert S^2_{th}, der aus der Gleichung folgt:

$$S^2_{th} = s^2 \cdot 10^{0,00754\, T_c} + \frac{1,33^3 \cdot 10^{-13}\sqrt{K_0-1}}{10^{\frac{5,853 \cdot 10^{12} \cdot s^2}{\sqrt{K_0-1}}}}. \quad (13)$$

Den Tabellen 1 und 2 liegen nur positive Ionenbeweglichkeiten zugrunde, da hier bei negativen Ionen mögliche Anomalien wegfallen. Und zwar ist $k+$ für O_2 von Zeleny bestimmt, für Ar, He, N_2 von Franck und Pohl, für die übrigen Dämpfe ist $k+$ der schönen

Tabelle 1.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
	M	$k+$	V_M	$(K_0-1)\,10^4$	$A \cdot 10^{16}$	10^B	$\frac{A \cdot 10^{16}}{10^B}$ th	$\frac{A \cdot 10^{16}}{10^B}$ exp.	C	$\Gamma \cdot 10^4$	Z
He	4	5,09	27	0,74	11,5	2,99	3,85	42	4,6	14,8	10,9
H_2	2	6,02	25	2,6	21,5	1,74	12,4	53	3,0	20,8	4,3
N_2	28	1,27	33	5,9	32,4	1,56	20,8	65	2,4	28,1	3,1
CO	28	1,10	33	6,9	35	1,51	23,2	75	2,5	37,9	3,2
O_2	32	1,36	26	5,4	30,9	1,49	20,7	56	2,2	20,2	2,7
Ar	40	1,37	28								
CO_2	44	0,81	35	9,6	41,3	1,44	28,7	79	2,2	38,6	2,7
N_2O	44	0,82		10,7							
NH_3	17	0,74	28	77,0	117	1,12	104	150	1,4	69,2	1,4
SO_2	64	0,44	44								
Aldehyd	44	0,31	56								
C_2H_5Cl	64,5	0,33	72	155,4	166	1,15	144	160	1,1	32,5	1,1
Äthyläther	74	0,29	107	74,2	115	1,32	87	162	1,7	130	1,9
CH_3Br	95	6,29	55								
C_5H_{12}	72	0,36	121								
Methylazetat	74	0,33	86								
Äthylformiat	74	0,30	86								
Azeton	58	0,31	78								
Äthylalkohol	46	0,34	63	94,0	129	1,19	108	187	1,6	150	1,7
Äthylazetat	88	0,31	108								
CH_3J	142	0,21	65								
C_2H_5J	156	0,17	87								
CCl_4	154	0,30	102	42,6	87	1,42	61	90	1,3	35	1,5

Tabelle 2.

1	2	3	4	5	6
	T_c	$s^2 \cdot 10^{+16}$	$s^2 e^{\frac{T_c}{8T}} \cdot 10^{16}$	$S^2 \cdot 10^{16}$	$S^2_{th} \cdot 10^{16}$
He	4,5	7,0	7,1	49,2	11
H_2	35	6,7	7,1	60,0	20
N_2	124	8,0	9,9	74,6	31
CO	137	8,0	10,8	86,1	34
O_2	154	6,8	8,9	65,1	30
Ar	156	7,2	9,4	57,8	
CO	304	8,3	14,1	93,2	43
N_2O	310				
NH_3	404	7,2	14,4	164	
SO_2	429	9,7	20,4	142	
Aldehyd	454	11,4	25,1	244	
C_2H_5Cl	458	13,2	29,2	189	173
Äthyläther	467	17,5	39,4	201	126
CH_3Br	467	11,3	25,4	177	
C_5H_{12}	470	19,0	42,9	164	
Methylazetat	507	15,2	36,4	176	
Äthylformiat	507	15,2	36,4	194	
Azeton	511	14,2	34,5	511	
Äthylalkohol	513	12,3	30,0	217	138
Äthylazetat	522	17,6	43,5	172	
CH_3J	528	12,6	31,5	200	
C_2H_5J	554	15,3	40,0	236	
CCl_4	557	17,0	44,7	135	106

Experimentaluntersuchung von Wellisch[1]) entnommen. Aus letzterer rühren auch die benutzten Werte für $K_0 - 1$ her. Für Helium ist der Wert von Hochheim für K_0 eingeführt. (Verh. D. phys. Ges. **10**, 446, 1908.)

Tabelle 1 enthält die Ionenbeweglichkeiten und verwandten Molekulargewichte, Tabelle 2 in Reihe 5 die hieraus resultierenden scheinbaren Ionenquerschnitte S^2. Es ist von Interesse, daß dieselben um ein Vielfaches größer sind als die wahren Molekularquerschnitte s^2, die nach der Gastheorie folgen[1]), und in der 3. Kolumne

1) Wellisch, London Transact. Roy. Soc., loc. cit., S. 269.

1) Dieselben sind unter der Voraussetzung berechnet, daß die wahre Raumerfüllung wie bei Benzol beim normalen Siedepunkt 0,223 ist (Kappenecker, l. c., S. 714). Für die Molekularvolumina V_M (Kol. 4, Tab. 1) beim Siede-

derselben Tabelle enthalten sind, wie auch viel größer als die durch die gewöhnlichen Molekularkräfte scheinbar vergrößerten Molekularquerschnitte, die in Kolumne 4 der Tabelle stehen.

Wir gehen nun zur theoretischen Bestimmung von S^2 über. Die Werte von $K_0 - 1$ enthält die 1. Tabelle Reihe 5, die Einzelwerte von A, 10^B und $\frac{A}{10^B}$ sind daselbst in den Reihen 6 bis 8 enthalten. Den experimentellen Wert von $\frac{A}{10^B}$, d. h. die Differenz von S^2 nach (12) und von $s^2 \cdot 10^{0,000754\, Tc}$, gibt die Spalte 9 daselbst. In Tabelle 2 steht in Spalte 6 der Wert S^2_{th} nach (13) neben dem experimentellen Wert von S^2.

Man sieht, daß die S^2_{th} zum Teil weit unter den experimentellen Werten bleiben, d. h., daß sich mit der Vorstellung, daß die typischen Kräfte der Ionen auf die Moleküle dielektrischer Natur sind und gleichzeitig die Molekulargröße der Ionen die normale ist, ferner die Annäherung des Ionenzentrums zum Molekülzentrum gerade bis auf Molekulardurchmesser erfolgt, zum Teil viel zu große (bis 4,5 mal zu große) Beweglichkeiten berechnen würden, da die Anziehungskräfte namentlich bei den schwer koerziblen Gasen zu klein werden.

Noch erheblicher, als der Unterschied zwischen Spalte 5 und 6 der Tabelle 2, ist natürlich derjenige der Spalten 8 und 9 in der Tabelle 1, da hier die ausgleichende Wirkung des rein molekularen Gliedes fehlt. Hier liegt das Verhältnis des experimentellen zum theoretischen Wert zwischen 11 bei Helium und 1,1 bei Chlorbenzol.

Auffallenderweise sind nun, wie schon am Anfang dieses Abschnittes bemerkt wurde, die größten Abweichungen zwischen Theorie und Beobachtung nicht bei den komplizierten Molekülen, sondern bei den einfachsten, schwer zu verflüssigenden Gasen vorhanden. Wenn man daher die Abweichung zwischen Theorie und Experiment dadurch erklären wollte, daß die Ionen aus mehreren, und zwar x^3 normalen Molekülen bestehen, so müßte man annehmen, daß gerade die schwerst verflüssigbaren Gase die kompliziertest zusammengesetzten Ionen bilden, während in hochsiedenden Dämpfen, wie C_2H_5Cl die Ionen nahezu normale Größe hätten. Dieses Verhalten erscheint aber sehr unwahrscheinlich. Namentlich wird man sich nur schwer entschließen können, bei den Edelgasen Helium und Argon Assoziationen am Ion infolge der Ladung anzunehmen.

Wir können daher aus den Tabellen den Schluß ziehen, daß die Gasionen höchstwahrscheinlich normale Molekulargröße haben, daß jedoch durch die zu Grunde gelegte Vorstellung des Zustandekommens der Ionenanziehung die Kräfte namentlich bei den leichten Ionen nur unvollkommen wiedergegeben werden.

(Eingegangen 2. Mai 1911.)

(Schluß folgt.)

punkt sind für die leichteren Gase die experimentellen Werte genommen, die Dämpfe dagegen sind nach der Koppschen Regel berechnet. Durch die systematische Abweichung der leichten Gase vom Gesetz der übereinstimmenden Zustände werden daher für diese die so gewonnenen Werte s^2 reichlich groß, etwas größer als direkt etwa aus der inneren Reibung.

Die Gradation von Bromsilbergelatineschichten im Ultraviolett.

Von Erich Stenger.

Entgegen der von Eder[1]) ausgesprochenen Ansicht, daß „streng genommen jede photographische Platte eine besondere charakteristische Schwärzungskurve für die einzelnen Strahlen verschiedener Wellenlängen hat", fanden zuerst J. Precht und E. Stenger[2]) in einer der photographischen Praxis angepaßten Versuchsanordnung, daß der Verlauf der hinter Dreifarbenfiltern gewonnenen Gradationskurven ungefärbter und gefärbter Bromsilbergelatineschichten parallel zu nennen ist. Das gleiche Ergebnis wurde von E. Stenger[3]) erhalten und ausführlich besprochen, als er auf ungefärbte oder gefärbte Schichten spektral zerlegtes Licht wirken ließ. Der praktische Beweis gleicher Gradation verschieden gefärbter Lichtbezirke auf ungefärbten Bromsilbergelatineschichten wurde von E. Stenger[4]) erbracht durch Dreifarbenaufnahmen auf gewöhnlichen Bromsilbergelatineplatten. Der durch verbesserte Versuchsanordnung absolut einwandfreie Beweis der Parallelität der Gradationskurven verschiedener Wellenlänge wurde später von Gotthelf Leimbach[5]) geliefert, indem er die Schwärzungen auswertete, welche durch eine in absolutem Maß gemessene Lichtstrahlung eines bestimmten Wellenlängenbereichs im sichtbaren Spektrum hervorgebracht wurden.

Die Untersuchungen von Precht und Stenger beschränken sich auf die drei Lichtbezirke, wie sie von Filtern für Dreifarbenaufnahmen geliefert werden; Stenger wertete in seiner

1) Ausführliches Handbuch, III, 5. Aufl., S. 272.
2) Revue Suisse de Photographie **17**, 129 ff., 1905, siehe auch diese Zeitschr. **6**, 329 ff., 1905.
3) Zeitschr. f. Reproduktionstechnik **8**, Heft 3—5, 1906.
4) Zeitschr. f. Reproduktionstechnik **7**, 86, 1905.
5) Zeitschr. f. wissensch. Photographie **7**, 157, 181, 1909.

späteren Arbeit die Schwärzungen aus, welche von spektral zerlegtem Lichte der Wellenlängen 375 bis über 600 hinaus erzeugt wurden, je nach dem durch Sensibilisierung erhaltenen Empfindlichkeitsbereich. Leimbach führte seine Messungen zwischen den Wellenlängen 415 und 700 aus. Gelegentlich einer astronomisch-photographischen Untersuchung[1]) war es von Interesse, die Gradation von Bromsilbergelatineschichten im Ultraviolett mit derjenigen sichtbarer Lichtstrahlen zu vergleichen. Die Versuchsanordnung in bezug auf die Aussonderung einzelner Spektralbezirke war gegeben durch die bei Mondaufnahmen verwendeten Filter. In der vorliegenden Untersuchung verglich der Verfasser die Wirkung weißen Lichtes, welches ungeschwächt und ohne Einschaltung absorbierender Medien die Plattenschicht traf, mit der Wirkung von Strahlen des gleichen Lichts, welche einmal ein im wesentlichen ultraviolette, einmal orangerote Anteile durchlassendes Filter durchdrangen. Die verwendeten Flüssigkeitsfilter (8 mm Schichtdicke, die Küvette für die Ultraviolettbelichtung bestand aus Quarzscheiben, Lichtquelle Zirkonstift in der Sauerstoff-Leuchtgasgebläseflamme) hatten folgende Zusammensetzung:

Für Ultraviolett: { Nitrosodimethylanilin 1:5000, Rhodulinviolett (Bad. Anilin- & Sodafabr.) 1:5000 } Gleiche Teile.

unter Zusatz von Äthylviolett (Bayer) 1:25000 bis zum Stopfen der Rotlücke (Probe für die verwendete Plattensorte im Quarzspektrographen).

Durchlässigkeit dieses Filters: etwa 300 bis 385 $\mu\mu$;

Für Orangerot: { Eosin 1:2000, Uranin 1:2000, Tartrazin 1:100 } Gleiche Teile.

Durchlässigkeit dieses Filters: etwa von D ab nach längeren Wellen.

Zur Untersuchung wurden Perorthoplatten von Perutz verwendet. Plattenstreifen wurden in Scheiners großem Sensitometer belichtet, und zwar

für Ultraviolett: Entfernung von der Lichtquelle 1 m, Belichtung 60 Sek.,

für Orangerot: Entfernung von der Lichtquelle 1 m, Belichtung 15 Sek.,

für Weiß: Entfernung von der Lichtquelle 2 m, Belichtung $^1/_2$ Sek.,

so daß das Belichtungsverhältnis zur Erzeugung einigermaßen gleicher Schwärzungen auf den drei Versuchsplatten betrug:

Ultraviolett : Orangerot : Weiß = 480 : 120 : 1.

Die Platten wurden gemeinsam 5 Minuten lang in Rodinal 5:100 entwickelt. Die in Martens Polarisationsphotometer erhaltenen Messungsergebnisse der Schwärzungen der einzelnen Sensitometerfelder enthält die Tabelle, die graphische Darstellung dieser Ergebnisse die beigegebene Kurvendarstellung. Nur der geradlinig verlaufende Kurvenabschnitt wurde berücksichtigt. Der Einfachheit halber wurde die

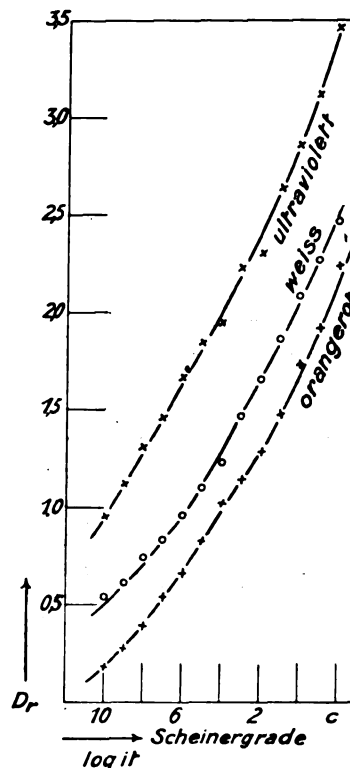


Tabelle.

Scheiner-Grade.	Schwärzungen im Ultraviolett Belichtungs-Verhältn. 480	Orangerot Belichtungs-Verhältn. 120	Weiß Belichtungs-Verhältn. 1
c	3,47	2,23	2,47
b	3,12	1,92	2,27
a	2,87	1,73	2,08
1	2,64	1,47	1,87
2	2,31	1,28	1,65
3	2,23	1,14	1,46
4	1,95	1,02	1,23
5	1,85	0,82	1,10
6	1,67	0,66	0,96
7	1,47	0,54	0,83
8	1,31	0,39	0,74
9	1,12	0,27	0,61
10	0,96	0,18	0,53

1) A. Miethe und B. Seegert, Über qualitative Verschiedenheiten des von einzelnen Teilen der Mondoberfläche reflektierten Lichtes, (II. Mitteilung). Astronomische Nachrichten 1911 (in Druck).

Verschiedenheit der Belichtung (siehe oben) in der Kurvendarstellung außer acht gelassen.

Die Kurvendarstellung zeigt deutlich, wie nach den früheren Versuchen nicht anders zu erwarten war, daß auch im Ultraviolett die Gradation mit derjenigen im sichtbaren Spektrum übereinstimmt, daß also auch im unsichtbaren kurzwelligen Spektralbereich die Gradation bei normaler Belichtung von der Wellenlänge unabhängig ist.

Photochemisches Laboratorium der Kgl. technischen Hochschule Berlin-Charlottenburg am 4. Mai 1911.

(Eingegangen 9. Mai 1911.)

Experimentelle Untersuchungen über die innere Reibung einiger organischer Flüssigkeiten im turbulenten Strömungszustande.

Von Walter Sorkau.

Herr Kollege Bose[1]), zurzeit Direktor des Physikalischen Instituts der Universität La Plata (Argentinien), machte mich im vergangenen Jahre auf eine Arbeit aufmerksam, die er zusammen mit Herrn Rauert im Mai 1909 in dieser Zeitschrift[2]) hatte erscheinen lassen, und die fortzusetzen ihm leider aus Mangel an Zeit und geeigneten Mitarbeitern nicht möglich war. Es handelte sich um gewisse Merkwürdigkeiten, die einige Flüssigkeiten in ihrer inneren Reibung zeigen, wenn sie unter starkem Drucke durch ein Kapillarrohr gepreßt werden. Da Herr Bose erst kürzlich auf seine Arbeit in dieser Zeitschrift[3]) zurückgekommen ist, so erübrigt sich hier an dieser Stelle die Angabe näherer Details. Die Untersuchungen interessierten mich aus molekular-theoretischen Gründen; ich nahm sie daher auf und führte sie in etwas abgeänderter Form weiter. Als Vertreter des Instituto Nacional del Profesorado Secundario habe ich dem Congreso Científico Internacional Americano in Buenos Aires im Juli 1910 einen kurzen Bericht über das angesammelte Material gegeben; wenn die Arbeit auch heute noch nicht zum Abschluß gelangt ist, so möchte ich doch die Zeit meines Aufenthaltes hier in Deutschland dazu benutzen, eine vorläufige Mitteilung in dieser Zeitschrift zu veröffentlichen.

Die meinen Untersuchungen zugrunde liegende Versuchsanordnung ist aus der nachfolgenden Skizze ersichtlich.

Um die verwendete Druckluft möglichst zu trocknen, wurde der Luftkompressionspumpe ein Chlorkalziumröhrchen vorgelegt und der Boden des Windkessels mit einer Schicht von Kaliumhydroxyd bedeckt. Der Druckmessung diente ein Quecksilbermanometer, hinreichend hoch, um bis zu 3 Atmosphären bequem ablesen zu können. Vor Beginn einer Versuchsreihe wurde die Holzleiste, auf der das Manometer montiert worden war, mit Papierstreifen beklebt; auf ihnen wurden Anfang- und Enddruck für jede Einzelbeobachtung mit einem feinen Bleistiftstrich vermerkt, die zusammengehörigen Striche fortlaufend numeriert und die Abstände zwischen ihnen nach Beendigung der Versuchsreihe mit einem in Millimeter geteilten Lineal ausgemessen. Ein hinter dem Manometer in die Druckleitung eingeschalteter Hahn diente dazu, das Druckreservoir abzuschließen, für den Fall, daß es notwendig wurde, die Umschaltungshähne während einer zusammenhängenden Beobachtungsreihe neu zu dichten. Mit Hilfe einer Leitungsverzweigung,

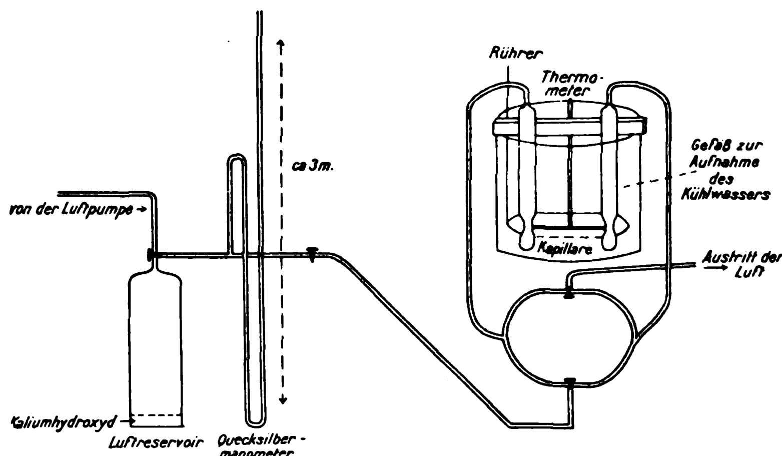


Fig. 1.

1) Inzwischen am 25. V. 1911 gestorben. D. R.
2) **10**, 406, 1909.
3) **12**, 126—135, 1911.

deren Mechanismus sich ohne weiteres aus der Skizze ergibt, wurde erreicht, daß der Druck abwechselnd auf beide Schenkel des Reibungsapparates gesetzt bezw. daß beide mit der Außenluft nacheinander in Verbindung gebracht werden konnten. Um bei konstanten Temperaturen arbeiten zu können, wurde der Reibungsapparat, befestigt in einem Holzrahmen, der auch das Thermometer trug, in ein großes Glasgefäß gehängt; ein Rührer aus Kupferdraht diente zur Durchwirbelung des Heiz- bezw. Kühlwassers. Bei späteren Versuchen soll die Vorrichtung durch einen geeigneten Thermostaten ersetzt werden, da die beständige Regelung der Temperatur mit dem Rührer recht zeitraubend war. Der Reibungsapparat, den Herr Bose so liebenswürdig war mir zusammenzublasen, da sich in Buenos Aires ein geschickter Glasbläser nicht auftreiben ließ, unterscheidet sich von dem Bose-Rauertschen in zwei Punkten. Zunächst erhielten die Schenkel eine zylindrische Form, um die Druckreduktionsformel in Anwendung bringen zu können; sodann wurde die kurze, winzig enge Kapillare von unbekanntem Durchmesser ersetzt durch ein Stück einer Thermometerkapillare von 5 cm Länge, deren Gleichförmigkeit durch Messung und Wägung zweier Quecksilberfäden festgestellt worden war wie folgt:

Länge des Quecksilberfadens 39 mm;
Gewicht . . . . 0,0738 g.
Ein Faden von 21 mm Länge müßte 0,0397 g wiegen; gefunden wurde sein Gewicht zu 0,0409 g. Die Differenz kann als von Wäge- und Meßfehlern herrührend betrachtet werden.

Aus den Wägungen ergibt sich in bekannter Weise der Durchmesser der Kapillare zu 0,423 mm.

Mit Hilfe des Achsenkreuzes zweier Fernrohre, die auf einer aufrechten Schiene in einem Abstande von 15,5 cm unverschiebbar montiert worden waren, wurden auf dem rechten Schenkel des Apparates zwei Punkte festgelegt, die als Anfang- und Endmarke für alle Beobachtungen dienten, ungefähr 40 cm² Flüssigkeit entsprechend. Die Zeiten, die der Meniskus einer Flüssigkeit brauchte, um von der oberen zur unteren Marke zu gelangen, wurden mittels einer $^1/_{10}$-Sekundenuhr ermittelt.

Für sämtliche Versuche habe ich die reduzierten Drucke mit der Formel:

$$p_{(\text{reduziert})} = \frac{\left(p_1 + \frac{h_1 \cdot s}{13 \cdot 6}\right) - \left(p_2 - \frac{h_2 \cdot s}{13 \cdot 6}\right)}{\ln\left(\frac{p_1 + \frac{h_1 \cdot s}{13 \cdot 6}}{p_2 - \frac{h_2 \cdot s}{13 \cdot 6}}\right)}$$

berechnet, worin p_1 und p_2 die am Manometer zu Beginn und am Schluß einer Beobachtung abgelesenen Drucke, h_1 und h_2 die Abstände der Menisken in beiden Schenkeln bei der Anfang- und Endstellung und s das spezifische Gewicht der untersuchten Flüssigkeit bedeuten. Bei ganz hohen Drucken habe ich auch die weniger genaue Formel

$$p_{(\text{reduziert})} = \frac{\left(p_1 + \frac{h_1 \cdot s}{13 \cdot 6}\right) + \left(p_2 - \frac{h_2 \cdot s}{13 \cdot 6}\right)}{2}$$

herangezogen.

Die bisher untersuchten Flüssigkeiten sind die folgenden:

1. Wasser, bei 15 und 25 Grad Celsius;
2. Äthylalkohol, bei 15 und 25 Grad Celsius;
3. Chloroform, bei 3, 15, 25 und 35 Grad Celsius;
4. Aceton, bei 3, 10,5, 20 und 30 Grad Celsius;
5. Trimethyläthylen, bei 3, 12, 20 und 30 Grad Celsius.

Das Beobachtungsmaterial findet sich in den nachfolgenden Tabellen; die Drucke sind statt in Zentimetern des Quecksilbermanometers in Kilogrammen pro cm² angegeben.

Für die Poiseuillesche innere Reibung einer Flüssigkeit gilt bekanntlich die Beziehung

$$pt = K,$$

wo K eine Konstante bedeutet, deren Größe abhängt von den Dimensionen des Kapillarrohres, von der chemischen Beschaffenheit der Flüssigkeit und der Menge, deren Durchfluß beobachtet wurde, sowie von der Temperatur, bei der die Beobachtung stattfand. Wählt man daher ein rechtwinkliges Koordinatensystem und trägt die beobachteten Drucke (p) auf der X-Achse und die Produkte aus Druck und zugehöriger Zeit (pt) auf der Y-Achse auf, so erhält man eine Parallele zur X-Achse, welche die Y-Achse in der Entfernung K schneidet. Beim Übergang zur Turbulenz- oder der sogenannten hydraulischen Reibung beginnt das Produkt pt zu wachsen, und man erhält eine je nach der beobachteten Substanz schneller oder langsamer aufsteigende Kurve. Wasser geht rascher in den turbulenten Zustand über als Äthylalkohol, wie ein Blick auf die graphischen Darstellungen Fig. 2 und Fig. 3 zeigt. Im Poiseuilleschen Zustande dünnflüssiger als Alkohol, erreicht es schon bei einem Drucke von etwa 1,6 kg pro cm² dessen Zähigkeit, ein Verhalten, das auch schon Bose und Rauert beobachten konnten; allem Anschein nach überschneidet dann bei Drucken höher als 2,1 kg, zu denen ich bei weiteren Versuchen zu gelangen hoffe, die Wasserkurve die Kurve des Äthyl-

Tabelle 1.

Substanz: Destilliertes Wasser.
Temperatur: 15 Grad Celsius.

Nr.	*p*	*t*	Nr.	*p*	*t*	Nr.	*p*	*t*
1	1,9310	29,5	16	1,0404	45,1	31	0,3767	95,7
2	1,8616	30,0	17	0,9930	46,2	32	0,3440	103,4
3	1,7977	30,9	18	0,9494	47,9	33	0,3005	115,2
4	1,7335	31,4	19	0,9290	48,8	34	0,2815	121,0
5	1,6736	32,2	20	0,8776	50,8	35	0,2464	135,8
6	1,6058	33,2	21	0,8192	53,2	36	0,2408	139,7
7	1,5390	34,2	22	0,7660	55,8	37	0,2129	154,3
8	1,4778	34,9	23	0,7367	57,6	38	0,1870	172,0
9	1,4193	36,0	24	0,6911	60,4	39	0,1604	197,2
10	1,3554	37,2	25	0,6520	63,0	40	0,1372	228,3
11	1,2874	38,9	26	0,5694	69,1	41	0,1152	267,0
12	1,2316	39,95	27	0,5348	72,7	42	0,0932	325,2
13	1,1778	40,9	28	0,4902	78,3	43	0,0732	409,7
14	1,1106	42,6	29	0,4535	82,8			
15	1,0717	44,1	30	0,4178	88,6			

Tabelle 2.

Substanz: Destilliertes Wasser.
Temperatur: 25 Grad Celsius.

1	1,9433	27,6	17	1,0606	40,8	33	0,4380	75,6
2	1,8740	27,8	18	1,0009	42,0	34	0,4084	79,6
3	1,8045	28,6	19	0,9656	43,5	35	0,3741	84,55
4	1,7406	29,2	20	0,9243	44,7	36	0,3621	87,2
5	1,6970	29,8	21	0,9041	44,95	37	0,3338	92,65
6	1,6387	30,5	22	0,8810	45,9	38	0,3065	99,0
7	1,5816	31,2	23	0,8389	47,7	39	0,2790	106,3
8	1,5220	32,0	24	0,8149	48,5	40	0,2546	114,75
9	1,4652	32,6	25	0,7757	50,35	41	0,2316	123,9
10	1,4100	33,5	26	0,7330	52,4	42	0,2096	135,1
11	1,3554	34,8	27	0,6574	56,6	43	0,1809	152,0
12	1,3048	35,6	28	0,6226	58,9	44	0,1617	168,3
13	1,2520	36,3	29	0,5878	61,0	45	0,1398	189,4
14	1,2039	37,2	30	0,5527	64,2	46	0,1221	214,3
15	1,1537	38,3	31	0,5210	66,9	47	0,1042	246,4
16	1,1028	39,6	32	0,4700	71,6	48	0,0865	294,2

Tabelle 3.

Substanz: Äthylalkohol.
Temperatur: 15 Grad Celsius.

1	2,0218	28,4	18	1,1759	42,2	35	0,4746	86,3
2	1,9660	29,2	19	1,1310	43,4	36	0,4420	92,2
3	1,9089	29,6	20	1,1065	44,1	37	0,4073	98,3
4	1,8531	30,3	21	1,0616	45,4	38	0,3801	105,4
5	1,8001	31,2	22	1,0195	46,8	39	0,3475	113,8
6	1,7947	31,3	23	0,9296	50,2	40	0,3189	122,7
7	1,7239	32,1	24	0,8901	52,2	41	0,2890	136,4
8	1,6655	32,7	25	0,8527	53,9	42	0,2754	142,4
9	1,6124	33,4	26	0,8065	56,3	43	0,2479	153,0
10	1,5594	34,1	27	0,7760	58,0	44	0,2342	160,7
11	1,5091	35,2	28	0,7256	61,2	45	0,2097	177,4
12	1,4574	35,8	29	0,6956	63,1	46	0,1798	206,7
13	1,4057	37,0	30	0,6630	65,5	47	0,1484	247,3
14	1,3595	38,0	31	0,6283	68,6	48	0,1253	292,3
15	1,3105	39,0	32	0,5875	72,0	49	0,1034	351,7
16	1,2670	40,0	33	0,5488	77,0	50	0,0807	440,6
17	1,2207	41,1	34	0,5114	81,4	51	0,0599	570,8

Tabelle 4.

Substanz: Äthylalkohol.
Temperatur: 25 Grad Celsius.

Nr.	*p*	*t*	Nr.	*p*	*t*	Nr.	*p*	*t*
1	1,9619	27,3	4	1,9157	27,5	7	1,8477	27,0
2	1,9565	25,8	5	1,8613	27,8	8	1,8055	28,6
3	1,9198	27,45	6	1,8504	28,2	9	1,7783	28,8
10	1,7430	29,25	27	1,0630	41,4	44	0,4143	85,7
11	1,7035	29,85	28	1,0426	42,2	45	0,3812	91,5
12	1,6573	30,0	29	0,9806	43,95	46	0,3510	97,9
13	1,6518	30,3	30	0,9356	45,2	47	0,3218	105,0
14	1,6002	31,0	31	0,8942	47,0	48	0,2957	113,3
15	1,5621	31,4	32	0,8548	48,35	49	0,2683	122,8
16	1,5417	31,65	33	0,8148	50,5	50	0,2418	133,6
17	1,4873	32,5	34	0,7784	52,0	51	0,2193	147,4
18	1,4805	32,75	35	0,7302	54,4	52	0,1934	163,9
19	1,4696	32,9	36	0,6866	57,3	53	0,1818	173,6
20	1,4302	33,6	37	0,6559	59,2	54	0,1563	200,3
21	1,4003	34,0	38	0,6199	61,8	55	0,1348	229,2
22	1,3635	34,5	39	0,5870	64,4	56	0,1149	266,4
23	1,3241	35,2	40	0,5516	67,7	57	0,0979	313,3
24	1,2561	36,6	41	0,5139	71,5	58	0,0785	386,8
25	1,1963	38,3	42	0,4796	75,9	59	0,0608	504,8
26	1,1296	39,5	43	0,4470	80,3			

Tabelle 5.

Substanz: Chloroform.
Temperatur: 3 Grad Celsius.

1	2,1187	27,0	16	1,1382	40,8	31	0,5344	66,8
2	2,0400	27,9	17	1,0947	41,8	32	0,4977	70,0
3	1,9555	27,8	18	1,0493	43,0	33	0,4651	73,3
4	1,8848	28,3	19	1,0006	44,5	34	0,4420	75,4
5	1,8100	29,0	20	0,9627	45,6	35	0,4080	80,0
6	1,7447	30,1	21	0,9193	47,2	36	0,3759	84,8
7	1,6895	29,9	22	0,8825	48,1	37	0,3471	89,2
8	1,6170	30,8	23	0,8437	49,8	38	0,3172	95,2
9	1,5557	31,9	24	0,7956	51,6	39	0,2897	100,8
10	1,4960	32,5	25	0,7569	53,2	40	0,2638	108,2
11	1,4306	33,4	26	0,7214	54,9	41	0,2380	115,7
12	1,3652	35,6	27	0,6874	56,8	42	0,2096	127,3
13	1,3044	37,6	28	0,6534	58,5	43	0,1802	142,0
14	1,2477	38,4	29	0,6119	61,0	44	0,1492	162,8
15	1,1885	39,6	30	0,5704	63,6	45	0,1224	189,8

Tabelle 6.

Substanz: Chloroform.
Temperatur: 15 Grad Celsius.

1	2,1542	27,55	20	1,1016	37,7	39	0,4923	67,0
2	2,0828	27,9	21	1,0887	37,75	40	0,4576	70,4
3	2,0148	28,4	22	1,0499	38,8	41	0,4318	72,7
4	1,9489	28,7	23	1,0227	37,7	42	0,4005	76,9
5	1,8686	29,9	24	1,0010	41,3	43	0,3869	78,35
6	1,8061	30,5	25	0,9738	42,55	44	0,3597	82,2
7	1,7415	31,2	26	0,9547	43,4	45	0,3427	85,2
8	1,6789	31,4	27	0,9330	44,3	46	0,3060	92,1
9	1,6143	32,3	28	0,8894	45,5	47	0,2795	97,9
10	1,5518	32,7	29	0,8450	47,3	48	0,2529	104,3
11	1,5069	33,4	30	0,8035	48,8	49	0,2291	112,3
12	1,4498	34,2	31	0,7702	50,15	50	0,2071	120,6
13	1,3981	34,9	32	0,7350	51,7	51	0,1831	130,3
14	1,3464	35,45	33	0,7007	53,2	52	0,1639	143,3
15	1,2893	36,0	34	0,6619	55,2	53	0,1420	158,0
16	1,2362	36,55	35	0,6273	57,0	54	0,1186	181,0
17	1,1859	37,0	36	0,5916	59,6	55	0,0945	215,4
18	1,1506	36,8	37	0,5603	61,4	56	0,0757	255,8
19	1,1397	37,4	38	0,5222	64,4	57	0,0605	313,2

Tabelle 7.

Substanz: Chloroform.
Temperatur: 25 Grad Celsius.

1	2,1034	27,3	5	1,8627	29,0	9	1,6464	31,2
2	2,0381	27,8	6	1,8055	29,8	10	1,5975	32,0
3	1,9769	28,35	7	1,7525	30,6	11	1,5458	32,55
4	1,9198	29,0	8	1,6981	30,5	12	1,4941	33,4

Nr.	p	t	Nr.	p	t	Nr.	p	t
13	1,4451	33,7	30	0,6591	53,8	47	0,1563	140,5
14	1,3901	34,45	31	0,6195	55,8	48	0,1364	155,5
15	1,3703	35,0	32	0,5749	58,4	49	0,1171	173,2
16	1,3187	35,4	33	0,5423	60,8	50	0,0980	196,8
17	1,2683	36,3	34	0,5078	63,5	51	1,3394	34,8
18	1,2167	36,6	35	0,4899	65,3	52	1,2850	35,8
19	1,1595	38,1	36	0,4570	68,1	53	1,2450	36,65
20	1,1147	38,9	37	0,4257	71,1	54	1,1954	37,5
21	1,0698	39,4	38	0,4026	74,7	55	1,1300	38,3
22	1,0208	40,0	39	0,3669	79,3	56	1,0892	38,8
23	0,9746	40,8	40	0,3399	82,65	57	1,0423	40,0
24	0,9283	41,0	41	0,3128	87,0	58	1,0002	40,4
25	0,8875	41,4	42	0,2869	92,7	59	0,9641	40 7
26	0,8467	42,5	43	0,2656	97,1	60	0,9179	40,9
27	0,7964	46,4	44	0,2411	104,1	61	0,8690	42,0
28	0,7488	49,5	45	0,2186	111,4	62	0,8289	45,7
29	0,7046	51,5	46	0,1972	119,6	63	0,7907	47,4

Tabelle 8.

Substanz: Chloroform.

Temperatur: 35 Grad Celsius.

1	2,2454	26,2	21	1,1423	37,0	41	0,4784	63,5
2	2,1717	26,5	22	1,0960	37,1	42	0,4519	66,0
3	2,1023	26,8	23	1,0581	36,8	43	0,4233	68,7
4	2,0342	27,4	24	1,0063	37,4	44	0,4002	71,7
5	1,9692	27,9	25	0,9554	39,2	45	0,3715	75,0
0	1,9063	28,2	26	0,9092	41,0	46	0,3470	78,6
7	1,8437	29,0	27	0,8622	40,8	47	0,3227	82,5
8	1,7870	29,4	28	0,8604	40,5	48	0,3015	86,7
9	1,7290	30,25	29	0,8278	42,1	49	0,2776	90,0
10	1,6754	30,4	30	0,7942	44,0	50	0,2551	95,8
11	1,6237	31,2	31	0,7639	44,0	51	0,2332	102,0
12	1,5640	31,6	32	0,7285	44,7	52	0,2136	108,4
13	1,5150	32,4	33	0,6973	49,2	53	0,1937	115,7
14	1,4672	31,7	34	0,6660	51,3	54	0,1745	124,4
15	1,4210	31,6	35	0,6357	53,0	55	0,1567	134,0
16	1,3722	32,1	36	0,6089	54,2	56	0,1405	145,4
17	1,3110	33,1	37	0,5816	55,6	57	0,1237	162,8
18	1,2970	34,7	38	0,5577	57,6	58	0,1072	175,7
19	1,2266	34,5	39	0,5317	59,3	59	0,0906	201,8
20	1,1803	36,6	40	0,5090	61,0			

Tabelle 9.

Substanz: Aceton. Temperatur: 3 Grad Celsius.

1	2,2274	19,5	17	1,1831	26,0	33	0,5208	46,8
2	2.1459	19,8	18	1,1342	26,6	34	0,4821	49,1
3	2,0425	20,2	19	1,0872	27,55	35	0,4474	51,6
4	1,9786	20,8	20	1,0403	29,2	36	0,4113	54,3
5	1,9022	20,5	21	0,9961	30,2	37	0,3774	57,4
0	1,8365	21,3	22	0,9499	30,5	38	0,3475	60,6
7	1,7700	21,8	23	0,9064	31,8	39	0,2930	67,6
8	1,7045	21,8	24	0,8547	33,1	40	0,2652	72,6
9	1,6387	21,9	25	0,8125	34,8	41	0,2385	77,7
10	1,5780	22,4	26	0,7731	35,4	42	0,2120	85,0
11	1,5197	23,0	27	0,7350	37,5	43	0,1777	96,1
12	1,4476	24,0	28	0,6969	38,6	44	0,1540	106,4
13	1,3945	23,7	29	0,6608	40,2	45	0,1259	122,5
14	1,3402	24,4	30	0,6294	41,1	46	0,0959	156,2
15	1,2885	24,8	31	0,5922	43,0	47	0,0670	199,5
16	1,2318	25,4	32	0,5453	44,6			

Tabelle 10.

Substanz: Aceton. Temperatur: 10,5 Grad Celsius.

1	2,2032	18,6	5	2,0495	20,9	9	1,8414	20,0
2	2,1515	18,8	6	1,9938	19,8	10	1,7925	20,5
3	2,1270	18,6	7	1,9407	19,8	11	1,7462	20,7
4	2,1121	19,2	8	1,8890	19,8	12	1,7000	20,9

Nr.	p	t	Nr.	p	t	Nr.	p	t
13	1,6510	22,0	30	1,2170	26,5	47	0,6949	37,8
14	1,6048	21,5	31	1,2131	26,2	48	0,6433	39,4
15	1,5640	22,0	32	1,1858	24,7	49	0,6418	39,2
16	1,5640	21,4	33	1,1659	26,8	50	0,5990	41,4
17	1,5232	22,4	34	1,1233	27,7	51	0,5535	43,6
18	1,5055	22,2	35	1,0770	28,0	52	0,5154	45,6
19	1,4824	22,2	36	1,0457	28,4	53	0,4792	47,7
20	1,4484	24,6	37	1,0008	28,8	54	0,4310	51,4
21	1,4226	22,8	38	0,9696	29,3	55	0,3971	54,0
22	1,3858	23,6	39	0,9288	29,3	56	0,3664	56,8
23	1,3810	24,0	40	0,8906	29,8	57	0,3392	59,8
24	1,3464	23,8	41	0,8513	31,1	58	0,3100	63,4
25	1,3259	23,2	42	0,8187	31,3	59	0,2765	68,6
26	1,3083	23,6	43	0,7832	32,8	60	0,2349	76,4
27	1,2797	26,0	44	0,7466	33,2	61	0,2142	81,5
28	1,2756	25,1	45	0,7153	34,4	62	0,1870	88,6
29	1,2471	26,4	46	0,7112	37,0	63	0,1598	99,3

Tabelle 11.

Substanz: Aceton.

Temperatur: 20 Grad Celsius.

1	2,2685	18,7	19	1,1907	25,6	37	0,5576	42,0
2	2,1937	19,5	20	1,1492	27,2	38	0,5370	43,6
3	2,1257	19,6	21	1,1084	25,9	39	0,4991	45,0
4	2,0427	20,0	22	1,0676	25,8	40	0,4672	47,0
5	1,9761	20,4	23	1,0268	27,0	41	0,4434	48,5
6	1,9094	20,2	24	0,9880	29,7	42	0,4189	50,5
7	1,8469	20,5	25	0,9472	29,8	43	0,3903	52,8
8	1,7843	21,2	26	0,9112	30,0	44	0,3645	55,1
9	1,7082	21,4	27	0,8758	31,4	45	0,3373	57,9
10	1,6510	21,8	28	0,8405	31,4	46	0,3135	60,6
11	1,5960	21,95	29	0,8051	32,0	47	0,2890	64,2
12	1,5422	22,3	30	0,7752	32,5	48	0,2672	67,8
13	1,4906	22,5	31	0,7256	33,5	49	0,2455	71,8
14	1,4389	23,0	32	0,6903	34,4	50	0,2237	76,6
15	1,3913	23,2	33	0,6657	34,4	51	0,2002	81,9
16	1,3460	23,7	34	0,6412	35,4	52	0,1784	88,7
17	1,2988	23,6	35	0,6134	37,5	53	0,1581	97,3
18	1,2390	24,4	36	0,5821	37,2	54	0,1376	106,2

Tabelle 12.

Substanz: Aceton.

Temperatur: 30 Grad Celsius.

1	2,1365	19,7	24	1,3505	23,3	47	0,5997	35,5
2	2,0930	20,1	25	1,3178	24,1	48	0,5712	37,6
3	2,0754	19,7	26	1,2743	23,9	49	0,5453	38,3
4	2,0482	19,8	27	1,2417	24,7	50	0,5358	38,3
5	2,0128	19,8	28	1,2131	25,0	51	0,5127	39,4
6	1,9774	19,8	29	1,1723	25,4	52	0,4869	47,6
7	1,9774	19,8	30	1,1206	25,5	53	0,4533	46,2
8	1,8999	20,6	31	1,0975	26,3	54	0,4319	47,6
9	1,8428	20,2	32	1,0608	26,5	55	0,4097	49,5
10	1,7966	20,9	33	1,0173	26,3	56	0,3901	51,1
11	1,7367	21,0	34	0,9942	28,5	57	0,3638	53,4
12	1,6946	21,3	35	0,9506	27,4	58	0,3425	55,7
13	1,6524	21,9	36	0,9207	27,7	59	0,3140	58,9
14	1,6116	21,8	37	0,9035	28,2	50	0,2901	62,2
15	1,5735	22,6	38	0,8690	28,6	61	0,2711	65,2
16	1,5368	23,2	39	0,8445	29,0	62	0,2488	68,8
17	1,5246	22,4	40	0,8132	30,8	63	0,2217	74,2
18	1,5028	22,3	41	0,7804	31,6	64	0,1986	80,2
19	1,4974	22,9	42	0,7398	32,3	65	0,1783	85,8
20	1,4674	22,8	43	0,7072	32,3	66	0,1540	94,6
21	1,4525	22,8	44	0,6800	33,2	67	0,1295	106,2
22	1,4185	23,4	45	0,6528	35,0	68	0,1062	123,5
23	1,3831	23,0	46	0,6242	35,2			

Tabelle 13.

Substanz: Trimethyläthylen.
Temperatur: 3 Grad Celsius.

Nr.	p	t	Nr.	p	t	Nr.	p	t
1	2,1506	18,1	21	1,2217	23,6	41	0,5560	35,5
2	2,0717	18,4	22	1,1836	23,6	42	0,5281	36,2
3	2,0000	19,0	23	1,1455	24,9	43	0,5029	38,2
4	1,9377	18,6	24	1,1074	25,2	44	0,4778	39,5
5	1,8758	19,6	25	1,0666	25,0	45	0,4546	40,1
6	1,8214	19,2	26	1,0313	25,2	46	0,4342	41,3
7	1,7874	19,5	27	1,0014	25,8	47	0,4111	45,1
8	1,7262	20,6	28	0,9687	26,6	48	0,3853	46,6
9	1,6827	20,2	29	0,9361	27,5	49	0,3605	48,9
10	1,6378	20,6	30	0,9062	27,1	50	0,3348	51,4
11	1,5957	20,9	31	0,8735	27,4	51	0,3104	54,0
12	1,5549	21,6	32	0,8354	27,3	52	0,2783	57,8
13	1,5141	21,3	33	0,8028	28,4	53	0,2546	61,6
14	1,4733	22,2	34	0,7702	29,4	54	0,2314	65,2
15	1,4352	22,0	35	0,7430	30,2	55	0,2101	69,5
16	1,3971	22,3	36	0,7103	30,1	56	0,1801	77,2
17	1,3604	22,8	37	0,6777	31,6	57	0,1529	86,4
18	1,3250	22,4	38	0,6369	32,6	58	0,1352	93,9
19	1,2897	23,5	39	0,6097	34,0	59	0,1052	112,0
20	1,2543	23,4	40	0,5838	33,4	60	0,0805	134,0

Tabelle 14.

Substanz: Trimethyläthylen.
Temperatur: 12 Grad Celsius.

1	2,2166	18,1	24	1,1598	23,7	47	0,5276	36,2
2	2,1350	18,4	25	1,1277	23,8	48	0,5018	37,2
3	2,0561	18,0	26	1,0975	24,4	49	0,4760	37,8
4	1,9814	18,5	27	1,0676	24,9	50	0,4542	38,2
5	1,9230	18,5	28	1,0390	24,6	51	0,4297	39,2
6	1,8685	19,2	29	1,0009	24,9	52	0,4025	40,8
7	1,8168	19,4	30	0,9676	25,5	53	0,3780	43,2
8	1,7678	19,6	31	0,9391	26,2	54	0,3522	48,3
9	1,7202	19,8	32	0,9275	25,6	55	0,3277	50,7
10	1,6767	19,95	33	0,9003	27,3	56	0,3046	53,0
11	1,6332	20,3	34	0,8730	27,3	57	0,2815	55,8
12	1,5911	20,7	35	0,8459	27,6	58	0,2605	58,8
13	1,5516	21,0	36	0,8187	28,4	59	0,2400	62,3
14	1,5108	21,4	37	0,7833	28,3	60	0,2196	66,2
15	1,4728	21,0	38	0,7561	29,0	61	0,1979	70,6
16	1,4347	21,8	39	0,7234	29,6	62	0,1775	76,0
17	1,3993	21,7	40	0,6990	30,6	63	0,1584	81,4
18	1,3612	22,2	41	0,6759	29,6	64	0,1407	88,4
19	1,3259	23,0	42	0,6487	32,0	65	0,1202	98,4
20	1,2933	22,6	43	0,6242	32,4	66	0,1032	109,7
21	1,2578	23,3	44	0,5970	34,4	67	0,0833	127,4
22	1,2270	23,4	45	0,5711	32,8	68	0,0667	149,6
23	1,1926	23,4	46	0,5508	35,4			

Tabelle 15.

Substanz: Trimethyläthylen.
Temperatur: 20 Grad Celsius.

1	2,0710	18,6	14	1,4236	21,5	27	1,0388	25,0
2	1,9690	18,6	15	1,3883	22,5	28	1,0116	25,3
3	1,8942	18,9	16	1,3856	22,6	29	0,9844	26,0
4	1,8439	19,2	17	1,3502	22,6	30	0,9599	26,4
5	1,7976	19,6	18	1,3094	22,6	31	0,9327	26,4
6	1,7514	19,6	19	1,2822	23,3	32	0,9028	27,3
7	1,7011	20,1	20	1,2523	23,5	33	0,8783	27,4
8	1,6603	20,2	21	1,2210	23,4	34	0,8565	28,0
9	1,6222	20,4	22	1,1884	24,0	35	0,8239	27,9
10	1,5787	20,6	23	1,1584	23,7	36	0,7967	28,8
11	1,5352	20,9	24	1,1176	24,7	37	0,7668	28,3
12	1,4971	21,5	25	1,0945	25,2	38	0,7396	29,6
13	1,4590	21,8	26	1,0673	24,8	39	0,7124	29,5

Nr.	p	t	Nr.	p	t	Nr.	p	t
40	0,6824	30,7	51	0,5452	40,8	62	0,1863	71,9
41	0,6566	30,6	52	0,3900	41,6	63	0,1669	76,8
42	0,6308	31,9	53	0,3690	42,9	64	0,1505	82,6
43	0,6063	31,4	54	0,3486	43,7	65	0,1335	88,8
44	0,5845	33,3	55	0,3268	46,4	66	0,1178	97,1
45	0,5600	33,9	56	0,3057	51,4	67	0,1021	107,0
46	0,5383	34,0	57	0,2845	54,2	68	0,0857	121,3
47	0,5152	34,7	58	0,2656	56,5	69	0,0706	138,5
48	0,4880	35,7	59	0,2451	59,6	70	0,0581	162,6
49	0,4600	37,2	60	0,2217	63,7			
50	0,4410	37,8	61	0,2030	67,6			

Tabelle 16.

Substanz: Trimethyläthylen.
Temperatur: 30 Grad Celsius.

1	2,2531	17,4	27	1,1706	23,8	53	0,5471	32,8
2	2,1729	18,2	28	1,1428	24,3	54	0,5273	34,2
3	2,0940	17,9	29	1,1162	24,6	55	0,4982	36,6
4	2,0287	18,5	30	1,0890	24,5	56	0,4778	36,4
5	1,9716	18,7	31	1,0618	24,8	57	0,4601	36,5
6	1,9172	18,8	32	1,0373	25,6	58	0,4411	39,0
7	1,8696	18,8	33	1,0128	26,0	59	0,4205	39,1
8	1,8247	19,2	34	0,9883	25,8	60	0,4039	39,5
9	1,7812	19,5	35	0,9625	25,9	61	0,3838	41,3
10	1,7377	19,9	36	0,9393	26,9	62	0,3675	41,1
11	1,6969	20,1	37	0,9162	26,4	63	0,3457	46,4
12	1,6534	20,3	38	0,8931	27,8	64	0,3271	47,1
13	1,6153	20,2	39	0,8578	27,4	65	0,3067	48,6
14	1,5772	20,6	40	0,8360	27,0	66	0,2890	51,0
15	1,5386	21,0	41	0,8142	28,0	67	0,2713	54,0
16	1,5024	21,0	42	0,7925	28,2	68	0,2559	56,6
17	1,4670	21,9	43	0,7734	28,9	69	0,2336	59,4
18	1,4344	21,3	44	0,7544	29,1	70	0,2221	62,3
19	1,3990	22,2	45	0,7245	29,2	71	0,2031	65,0
20	1,3691	22,4	46	0,7000	30,4	72	0,1877	69,4
21	1,3372	22,3	47	0,6804	30,6	73	0,1735	73,0
22	1,3066	22,4	48	0,6538	32,3	74	0,1488	81,2
23	1,2761	22,6	49	0,6300	31,2	75	0,1350	85,9
24	1,2474	23,1	50	0,6089	32,1	76	0,1198	94,6
25	1,2277	23,7	51	0,5879	32,7	77	0,1031	103,9
26	1,1999	23,6	52	0,5674	32,8	78	0,0909	112,8

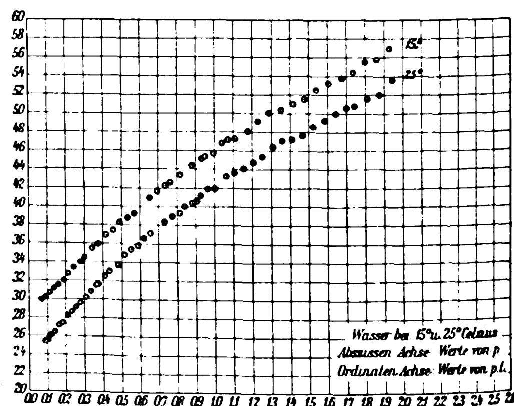


Fig. 2.

alkohols. Ein ähnliches Verhalten zeigt Chloroform. Während die Beobachtung bei kleinen Drucken bei 15 Grad uns die nachstehende Tabelle liefert:

Substanz	p	$p \cdot t$
Wasser	0,093	30,31
	0,115	30,76
	0,137	31,33
	0,160	31,63
Alkohol	0,081	35,56
	0,103	36,34
	0,125	36,62
	0,148	36,70
	0,180	37,17
Chloroform	0,095	20,35
	0,119	21,46
	0,142	22,44
	0,164	23,50

was einer Zähigkeitsreihenfolge von Alkohol: Wasser: Chloroform entspricht, ergeben sich bei höheren Drucken die folgenden Produkte:

Substanz	p	$p \cdot t$
Wasser	1,674	53,89
	1,734	54,43
	1,798	55,55
	1,862	55,85
	1,931	56,96
Alkohol	1,666	54,45
	1,724	55,34
	1,795	56,17
	1,853	56,14
	1,909	56,49
	1,966	57,42
Chloroform	1,679	52,72
	1,742	54,35
	1,806	55,08
	1,869	55,88
	1,949	55,94
	2,015	57,23

woraus sich eine nahezu gleiche Zähigkeit für die drei Flüssigkeiten ablesen läßt.

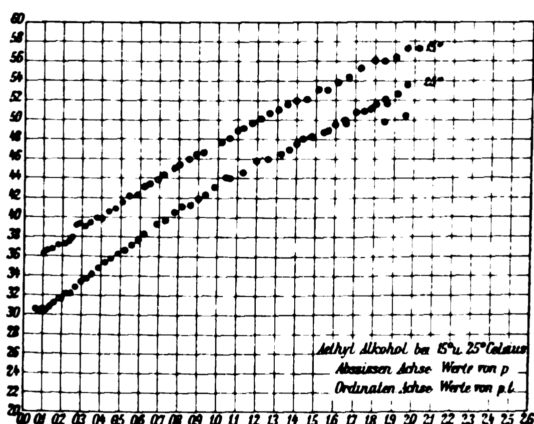


Fig. 3.

Noch in einer anderen Hinsicht erwies sich Chloroform als interessant. Während die Reibungskurven für Wasser und Alkohol sehr gleichmäßig aufsteigen und nur geringe Ungenauigkeiten aufweisen, die von den unvermeidlichen Versuchsfehlern herrühren, zeigen die Chloroformkurven (Fig. 4, 5, 6 und 7) von einer bestimmten Stelle an eine ganz deutliche Unstetigkeit. Da der Punkt, an dem die bis dahin regelmäßig verlaufenden Kurven unterbrochen werden und dann in ganz anderem Sinne an-

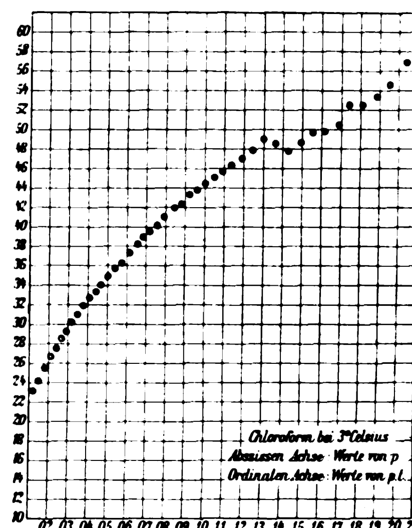


Fig. 4.

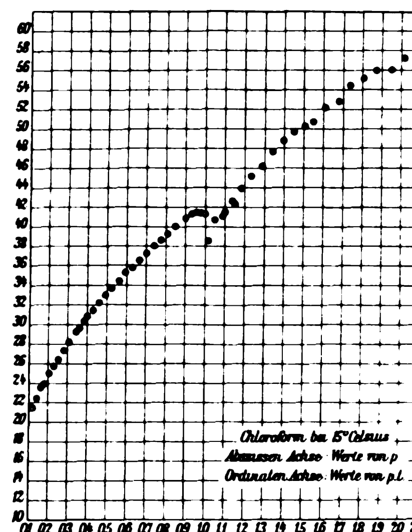


Fig. 5.

steigen, deutlich von der Temperatur abhängig ist, so dürfte es sich hier wohl nicht um eine zufällige Erscheinung handeln. Verbindet man in Fig. 8 die vier Umwandlungspunkte miteinander, so resultiert ganz deutlich eine neue Kurve.

Die erwähnte Diskontinuität fand sich bei der Untersuchung des Acetons wieder (Fig. 9, 10, 11 und 12). Auch hier bricht die Kurve

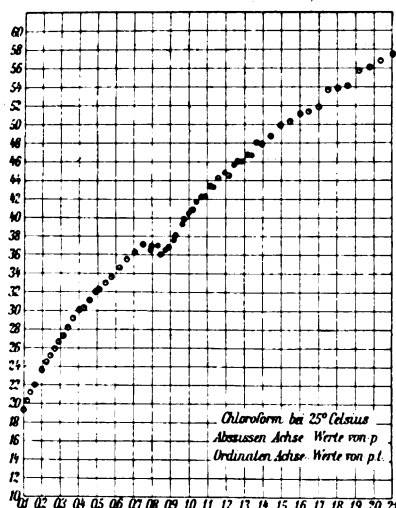


Fig. 6.

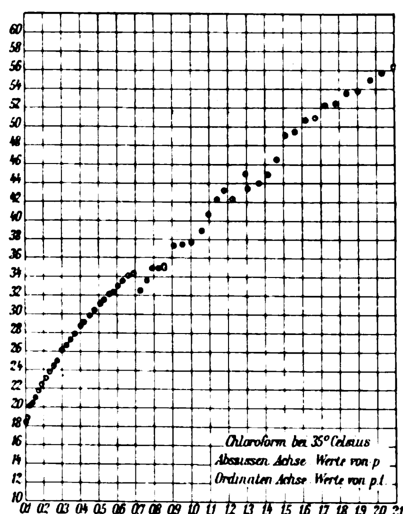


Fig. 7.

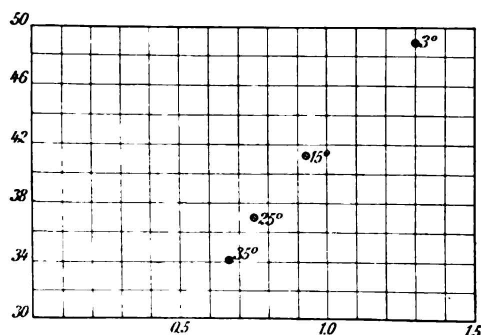


Fig. 8

von einer bestimmten Stelle an, die bei der tiefsten Temperatur am höchsten liegt und dann allmählich mit steigender Temperatur herabsinkt,

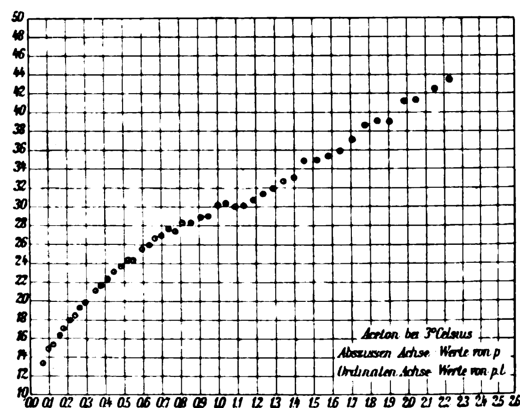


Fig. 9.

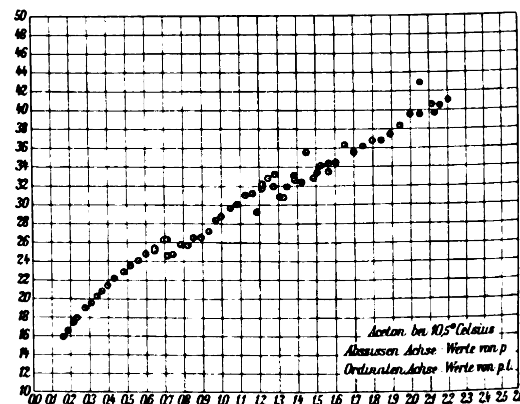


Fig. 10.

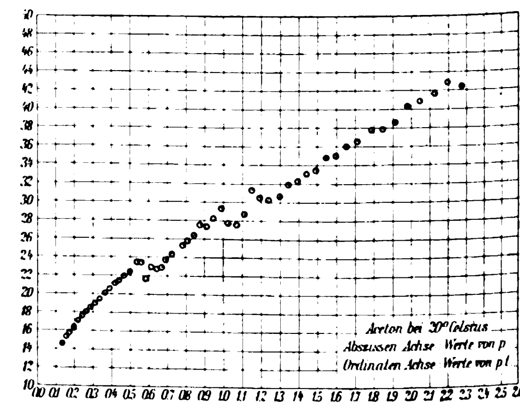


Fig. 11.

ab und geht nach Überwindung eines Gebietes, in welchem die pt-Werte sehr schwanken, fast geradlinig in neuer Richtung weiter. Wie aus

Fig. 13 ersichtlich ist, besteht anch bei den Umwandlungspunkten dieser Substanz eine gesetzmäßige Beziehung.

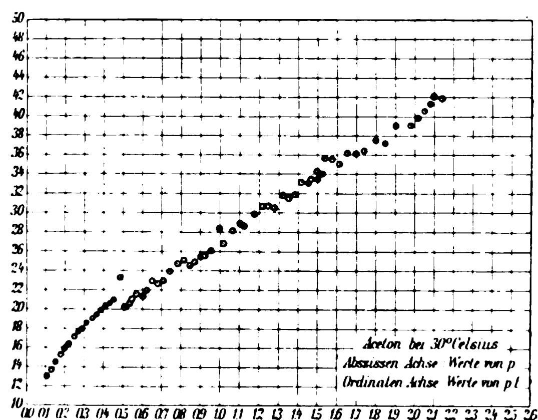


Fig. 12.

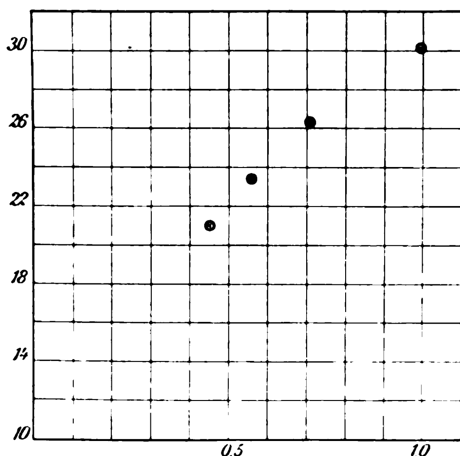


Fig. 13.

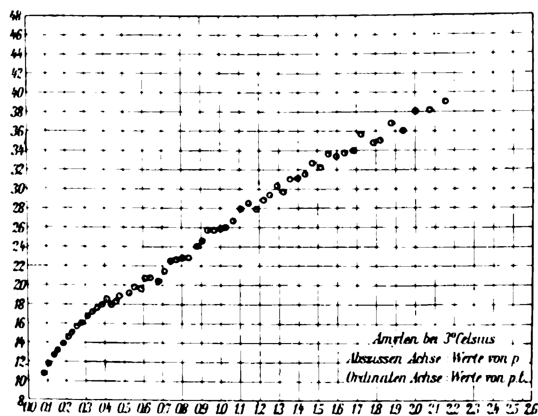


Fig. 14.

Ich hätte dieses so merkwürdige Phänomen gern bis an den Siedepunkt des Chloroforms und des Acetons hinauf verfolgt, doch fehlte es mir an einer geeigneten Heizvorrichtung, und so mußte dieser Teil der Arbeit bis in das kommende Semester verschoben werden. Um

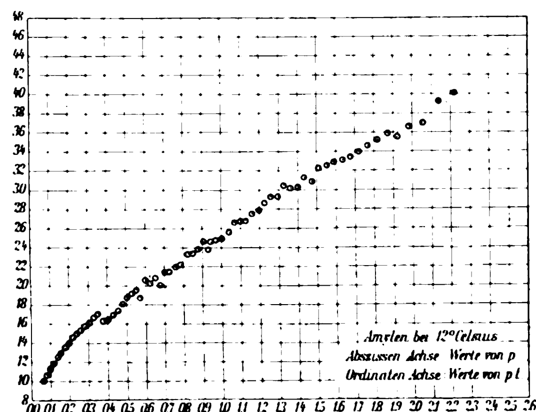


Fig. 15.

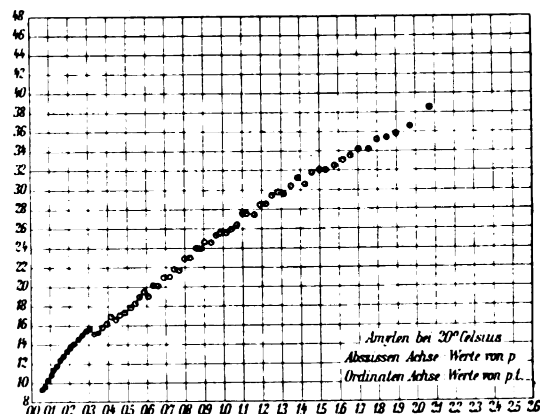


Fig. 16.

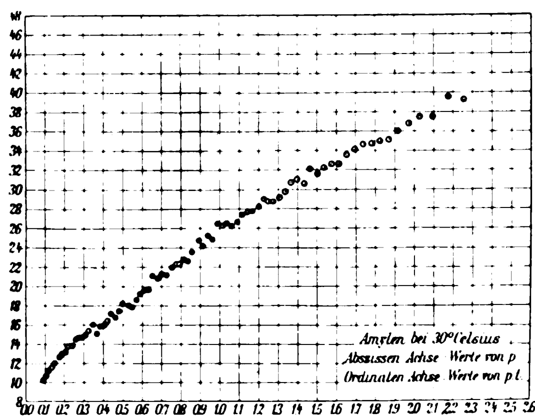


Fig. 17.

aber doch feststellen zu können, wie sich eine Flüssigkeit in der Nähe ihres Siedepunktes verhält, habe ich meine Untersuchungen auf das Trimethyläthylen ausgedehnt. Meine Ver-

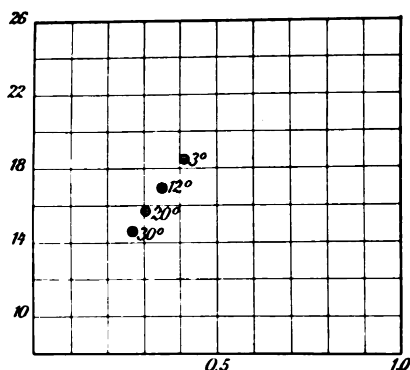


Fig. 18.

mutung, daß sich die Unstetigkeit wiederfinden werde und daß die Umwandlungspunkte bei den Temperaturen von 3, 12, 20 und 30 Grad, also in einem Intervall, dessen Anfang kaum 30 Grad vom Siedepunkt entfernt ist, früher auftreten würden als beim Aceton und Chloroform, fand sich bestätigt. Wir sehen an der Hand der Figuren 14, 15, 16 und 17, daß das Gebiet der bisher bekannten ersten hydraulischen Strömung nahezu verschwindet. Der Teil hinter dem Umwandlungspunkt, der noch beim Aceton sich als recht labil erwiesen hatte, nimmt beim Amylen, besonders bei den höheren Temperaturen, deutlich die Form einer allmählich ansteigenden Kurve an. Die Umwandlungspunkte selber liegen, wie beim Chloroform und beim Aceton, anscheinend gesetzmäßig zueinander (Fig. 18). Da die Möglichkeit nicht ausgeschlossen ist, daß das Bestehen einer zweiten hydraulischen Strömung bei genügend hohen Temperaturen sich bei allen Flüssigkeiten wiederfindet, so sollen auch Wasser und Äthylalkohol noch weiter hinauf zum Siedepunkte untersucht werden; über die Resultate hoffe ich in Jahresfrist berichten zu können. Sollte es sich hier in der Tat um eine Erscheinung allgemeinster Natur

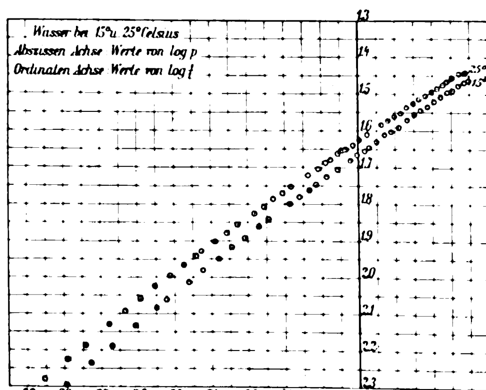


Fig. 19.

handeln, so ließe sich vielleicht mit Hilfe der Umwandlungspunkte zweier Flüssigkeiten etwas Bestimmtes darüber sagen, bei welchen Temperaturen und Drucken letztere miteinander ver-

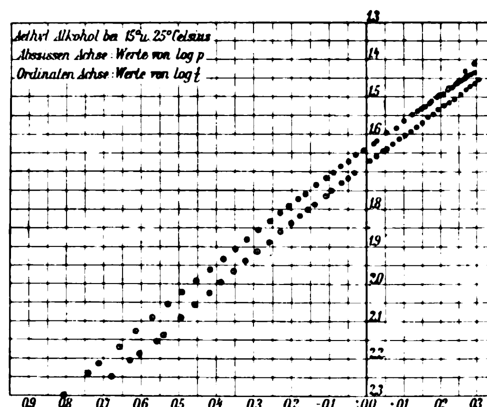


Fig. 20.

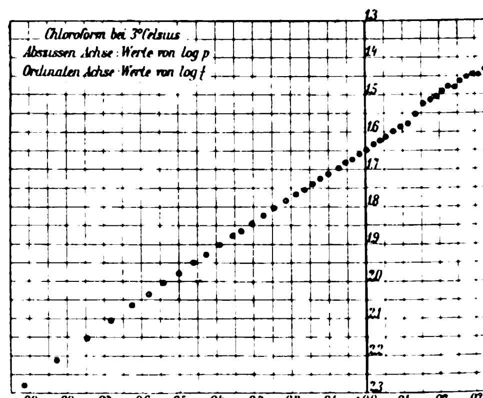


Fig. 21.

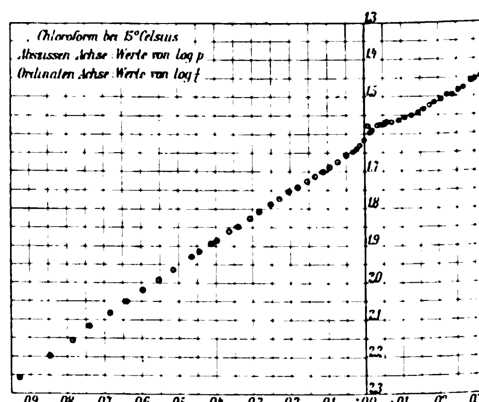


Fig. 22.

gleichbar sind. Nehmen wir an, daß die Wirbel der ersten Turbulenzströmung aus Molekularkomplexen gebildet sind, über deren Größe wir wohl zurzeit wenig wissen, so vermehrt anscheinend eine hinreichende Steigerung von Druck

und Temperatur die molekulare Eigenbewegung in der Flüssigkeit derart, daß von einem bestimmten und für jede Flüssigkeit charakteristischen Moment an die molekulare Expansion die Kohäsion überwindet und wir somit zu einer Reibung der Einzelmoleküle, ähnlich wie bei einem Gase, im Kapillarrohr gelangen; daß diese neue Reibung sich in ihrer Größe von der Komplexreibung wesentlich unterscheidet, dürfte nicht weiter merkwürdig sein. Ist diese Anschauungsweise richtig, so wäre zunächst erforderlich, für jede Flüssigkeit die Umwandlungspunktskurven für eine Anzahl von Temperaturen aufzusuchen; die eventuellen Schnittpunkte der Kurven zweier Flüssigkeiten miteinander geben uns dann zu einem bestimmten Druck die entsprechenden Temperaturen, bei denen in den Flüssigkeiten die Expansion gerade die Kohäsion überwindet, d. h. wo sich in beiden der Zustand eines „flüssigen Gases" einzustellen beginnt.

Logarithmiert man die Gleichung $p \cdot t = k$, so ergibt die neue Gleichung

$$\log p + \log k = k_1$$

oder umgeformt

$$-\log t = \log p + k_1$$

eine weitere graphische Darstellung für die Poisseuillesche und die Turbulenzreibungen, falls man auf der X-Achse eines rechtwinkligen Koordinatensystems die Werte von $\log p$ und auf der Y-Achse die entsprechenden Werte von $-\log t$ oder $\log \frac{1}{t}$ aufträgt. Der Koeffizient von $\log p$ in der obigen Gleichung für die Poisseuillesche Reibung ist gleich 1, woraus sich für die Gerade eine Neigung von 45 Grad gegen die X-Achse ergibt. Bei der hydraulischen Reibung geht dann die Gerade in eine schwach gekrümmte Kurve über, deren oberes Ende, vor dem Umwandlungspunkte, als gerade Linie angesehen werden kann. Die für Wasser (Fig. 19) mit Hilfe der Gaußschen Methode der kleinsten Quadrate ermittelten Gleichungen für die Turbulenzreibungen bei 15 und 25 Grad sind:

I. 15 Grad; Anzahl der Beobachtungen: 14.
$-\log t = -1{,}66068 + 0{,}67747 \cdot \log p$;
Neigung ($\cot \alpha$): 1,476.

Mittlerer Fehler $\sqrt{\frac{\Sigma \Delta^2}{n-1}}$:

a) im $\log t = \pm 0{,}0019$,
b) in Sek. $= \pm 0{,}15$.

II. 25 Grad; Anzahl der Beobachtungen: 19.
$-\log t = -1{,}62583 + 0{,}66037 \cdot \log p$;
Neigung ($\cot \alpha$): 1,514.

Mittlerer Fehler $\sqrt{\frac{\Sigma \Delta^2}{n-1}}$:

a) im $\log t = \pm 0{,}0021$,
b) in Sek. $= \pm 0{,}16$.

Für Äthylalkohol (Fig. 20) wurde gefunden:

I. 15 Grad; Anzahl der Beobachtungen: 22.
$-\log t = -1{,}67582 + 0{,}72343 \cdot \log p$;
Neigung: 1,382.

Mittlerer Fehler $\sqrt{\frac{\Sigma \Delta^2}{n-1}}$:

a) im $\log t = \pm 0{,}0017$,
b) in Sek. $= \pm 0{,}13$.

II. 25 Grad; Anzahl der Beobachtungen: 22.
$-\log t = -1{,}62884 + 0{,}67293 \cdot \log p$;
Neigung: 1,486.

Mittlerer Fehler $\sqrt{\frac{\Sigma \Delta^2}{n-1}}$:

a) im $\log t = \pm 0{,}0018$,
b) in Sek. $= \pm 0{,}12$.

Auffallend bei beiden Flüssigkeiten ist, daß der Einfluß der Temperatur geringer wird — der Zwischenraum zwischen beiden Kurven in Fig. 19 und 20 vermindert sich —, je höher man in das Gebiet der Turbulenz hinaufkommt. Die Verringerung des Zwischenraums kommt im Wachsen der Kotangente mit ansteigender Temperatur zum Ausdruck. In der Nähe der Umwandlungspunkte scheint indes die Neigung bei verschiedenen Temperaturen nahezu konstant zu sein, wie nachstehende Tabelle für Chloroform zeigt:

Substanz: Chloroform. (Fig. 21, 22, 23 und 24.)

		Gleichungen	Anzahl der Beobachtungen	Mittlerer Fehler a) im $\log t$	Mittlerer Fehler b) in Sek.	Neigung ($\cot g\, \alpha$)
35°	Oberer Teil . .	$-\log t = -1{,}60843 + 0{,}55156 \cdot \log p$	13	$+0{,}0022$	$+0{,}14$	1,813
	Unterer „ . .	$-\log t = -1{,}59341 + 0{,}65564 \cdot \log p$	13	$\pm 0{,}0012$	$\pm 0{,}16$	1,525
25°	Oberer Teil . .	$-\log t = -1{,}61620 + 0{,}55372 \cdot \log p$	20	$\pm 0{,}0027$	$+0{,}20$	1,806
	Unterer „ . .	$-\log t = -1{,}61179 + 0{,}64973 \cdot \log p$	12	$\pm 0{,}0012$	$+0{,}16$	1,539
15°	Oberer Teil . .	$-\log t = -1{,}62204 + 0{,}54925 \cdot \log p$	14	$+0{,}0025$	$+0{,}18$	1,821
	Unterer „ . .	$-\log t = -1{,}62599 + 0{,}65061 \cdot \log p$	19	$\pm 0{,}0011$	$\pm 0{,}16$	1,537
3°	Oberer Teil . .	$-\log t = -1{,}60356 + 0{,}53491 \cdot \log p$	11	$+0{,}0046$	$+0{,}31$	1,869
	Unterer „ . .	$-\log t = -1{,}64709 + 0{,}64869 \cdot \log p$	18	$\pm 0{,}0013$	$\pm 0{,}15$	1,538

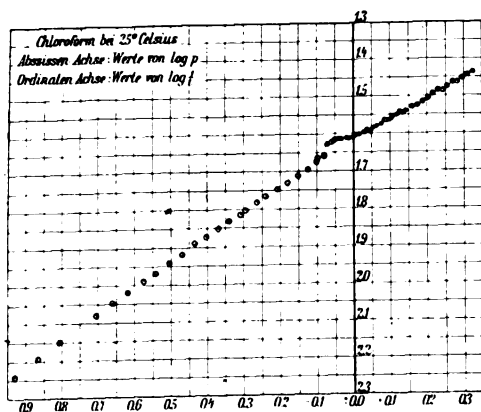


Fig. 23.

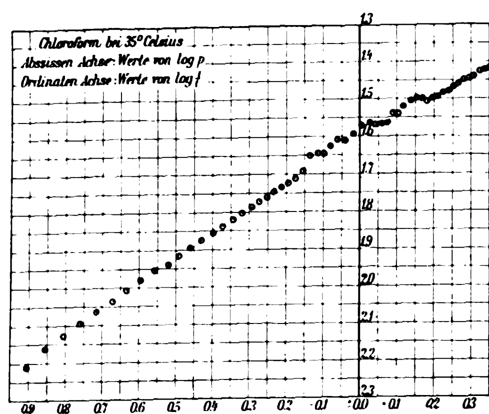


Fig. 24.

Die Schwankungen, die ein Maximum von 0,014 umfassen, sind wohl den Versuchsfehlern zur Last zu schreiben; als Mittelwert ergibt sich

$$\text{cotg}\ \alpha_{(\text{Chloroform})} = 1{,}535\,.$$

Für die Teile jenseits des labilen Gebietes, das mit Erhöhung der Temperatur sich anscheinend

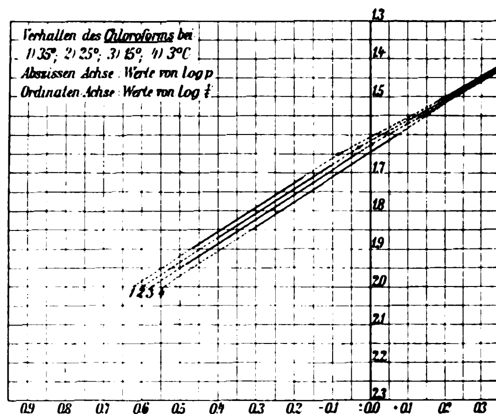


Fig. 25.

nach oben und unten hin ausdehnt, ergab sich eine ganz andere Neigung. Läßt man den bei 3 Grad gefundenen Wert von 1,869 beiseite — die Höhe des mittleren Versuchsfehlers deutet darauf hin, daß bei der Ausgleichung zuviel Punkte des labilen Gebietes mit hineingezogen worden sind —, so ergibt sich für die zweite hydraulische Strömung ein Mittelwert von 1,815 für die Kotangente.

Die ermittelten Gleichungen sind in Fig. 25 graphisch dargestellt. Bemerkenswert ist, daß sich der Einfluß der Temperatur auf die Größe der Konstanten A der Gleichungen für das obere Gebiet bedeutend vermindert:

Turbulenz I	Differenz	Turbulenz II	Differenz
$A_{35°} = 1{,}59341$		$A_{35°} = 1{,}60843$	
	0,01838		0,00777
$A_{25°} = 1{,}61179$		$A_{25°} = 1{,}61620$	
	0,01420		0,00584
$A_{15°} = 1{,}62599$		$A_{15°} = 1{,}62204$	
	0,02169		
$A_{3°} = 1{,}64768$			

Für Aceton (Fig. 26, 27, 28 und 29) wurde die folgende Tabelle ermittelt:

Substanz: Aceton.

		Gleichungen	Anzahl der Beobachtungen	Mittlerer Fehler a) im log t	Mittlerer Fehler b) in Sek.	Neigung (cotg α)
30°	Oberer Teil .	$-\log t = -1{,}43003 + 0{,}42725 \cdot \log p$	37	$\pm 0{,}0056$	$\pm 0{,}31$	2,341
	Unterer „ .	$-\log t = -1{,}43530 + 0{,}66680 \cdot \log p$	12	$\pm 0{,}0007$	$\pm 0{,}11$	1,500
20°	Oberer Teil .	$-\log t = -1{,}42227 + 0{,}39445 \cdot \log p$	17	$\pm 0{,}0030$	$\pm 0{,}14$	2,535
	Unterer „ .	$-\log t = -1{,}45872 + 0{,}64602 \cdot \log p$	12	$\pm 0{,}0011$	$\pm 0{,}15$	1,548
10,5°	Oberer Teil .	$-\log t = -1{,}43405 + 0{,}48112 \cdot \log p$	24	$\pm 0{,}0063$	$\pm 0{,}32$	2,078
	Unterer „ .	$-\log t = -1{,}47119 + 0{,}65232 \cdot \log p$	15	$\pm 0{,}0015$	$\pm 0{,}15$	1,533
3°	Oberer Teil .	$-\log t = -1{,}44429 + 0{,}44779 \cdot \log p$	17	$\pm 0{,}0045$	$\pm 0{,}23$	2,233
	Unterer „ .	$-\log t = -1{,}48468 + 0{,}64986 \cdot \log p$	15	$\pm 0{,}0024$	$\pm 0{,}24$	1,539

Auch in diesem Falle ergibt sich für die Neigung der Geraden, die die Reibung in der Turbulenz I darstellen, als Mittelwert:

$$\text{cotg}\ \alpha_{(\text{Aceton})} = 1{,}530\,.$$

Für die Teile jenseits des labilen Gebietes, also für die Turbulenz II, wurde für die Neigung ein

Mittelwert von 2,30 gefunden; nach der Größe des mittleren Fehlers zu urteilen, erscheint die Kotangente für Aceton bei 20 Grad im Betrage

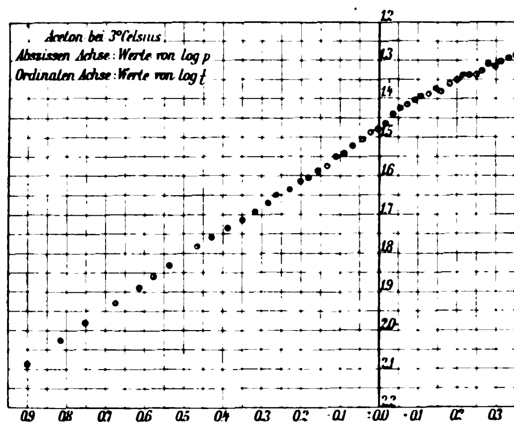


Fig. 26.

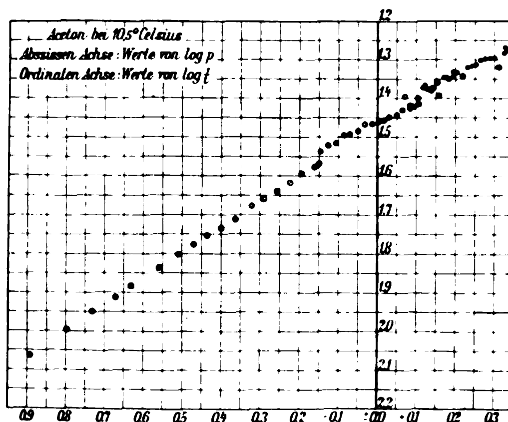


Fig. 27.

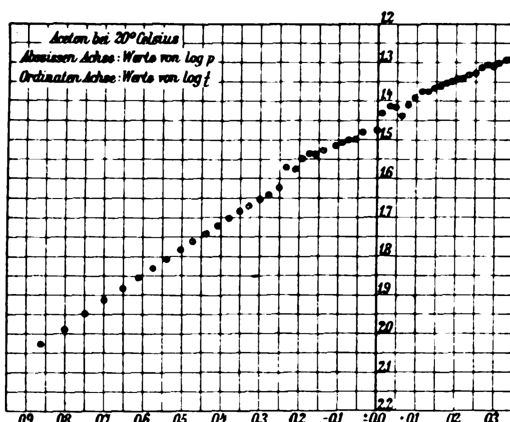


Fig. 28.

von 2,535 als am wenigsten fehlerhaft. Die sehr kurzen Durchflußzeiten haben die Genauigkeit der Beobachtungen wohl in etwas verringert, doch schwerlich in dem Maße, daß mittlere Fehler von 0,3 Sekunden resultieren könnten; immerhin sollen die weiteren Versuche am Aceton

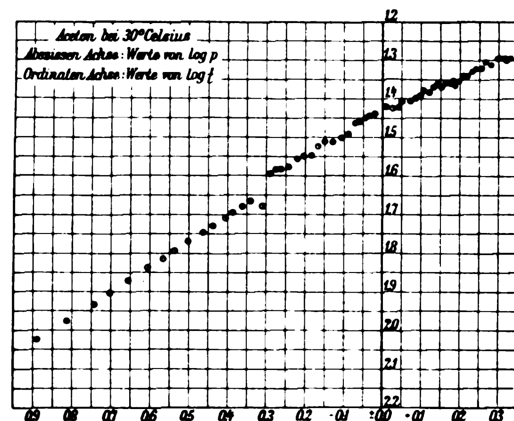


Fig. 29.

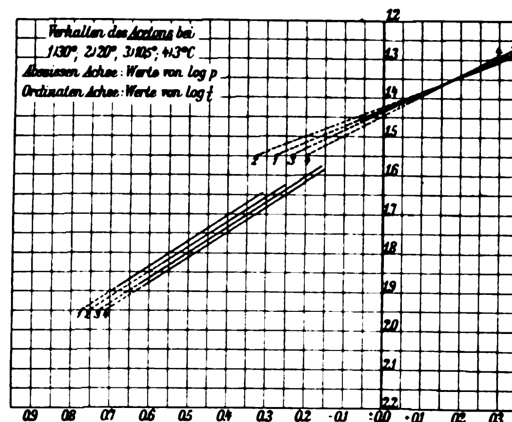


Fig. 30.

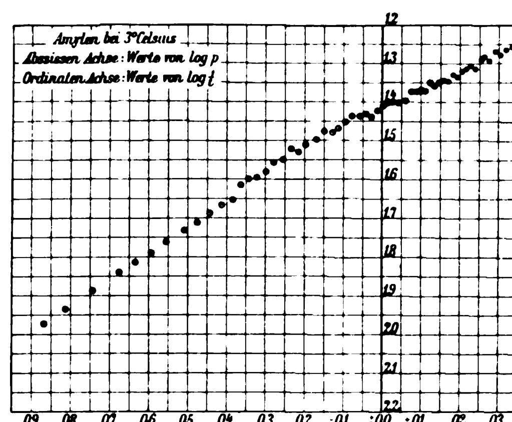


Fig. 31.

mit größeren Substanzmengen angestellt werden. Wahrscheinlicher ist aber, daß die verwendeten Temperaturen und Drucke noch nicht ausreichend waren, um im Aceton die zweite hydrau-

lische Strömung vollständig herzustellen. Soviel ist aber schon jetzt aus der graphischen Zusammenstellung (Fig. 30) ersichtlich, daß Aceton dieselbe Merkwürdigkeit zeigt wie Chloroform, die nämlich, daß im Gebiete der Turbulenz II die Temperatur aufhört, ein wesentlicher Faktor für die innere Reibung zu sein.

Für das Trimethyläthylen (Fig. 31, 32, 33 und 34) ergab die Methode der kleinsten Quadrate die folgende Tabelle:

Substanz: Trimethyläthylen (Amylen).

	Gleichungen	Anzahl der Beobachtungen	Mittlerer Fehler im $\log t$	Mittlerer Fehler in Sek.	Neigung ($\cotg \alpha$)
30° Oberer Teil . .	$-\log t = -1{,}41110 + 0{,}47940 \cdot \log p$	36	$\pm 0{,}0046$	$\pm 0{,}23$	2,086
30° Unterer „ . .	$-\log t = -1{,}35425 + 0{,}66860 \cdot \log p$	9	$\pm 0{,}0025$	$\pm 0{,}38$	1,496
20° Oberer Teil . .	$-\log t = -1{,}41192 + 0{,}47560 \cdot \log p$	34	$\pm 0{,}0047$	$\pm 0{,}25$	2,103
20° Unterer „ . .	$-\log t = -1{,}36908 + 0{,}66543 \cdot \log p$	12	$\pm 0{,}0012$	$\pm 0{,}21$	1,503
12° Oberer Teil . .	$-\log t = -1{,}40316 + 0{,}44186 \cdot \log p$	32	$\pm 0{,}0055$	$\pm 0{,}27$	2,263
12° Unterer „ . .	$-\log t = -1{,}38511 + 0{,}65896 \cdot \log p$	11	$\pm 0{,}0011$	$\pm 0{,}17$	1,518
3° Oberer Teil . .	$-\log t = -1{,}41716 + 0{,}47862 \cdot \log p$	29	$\pm 0{,}0064$	$\pm 0{,}33$	2,089
3° Unterer „ . .	$-\log t = +1{,}39398 + 0{,}66423 \cdot \log p$	11	$\pm 0{,}0013$	$\pm 0{,}20$	1,506

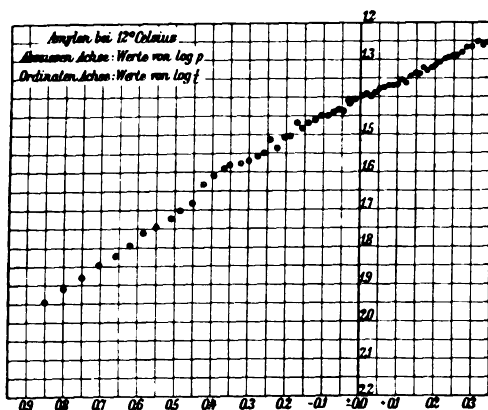


Fig. 32.

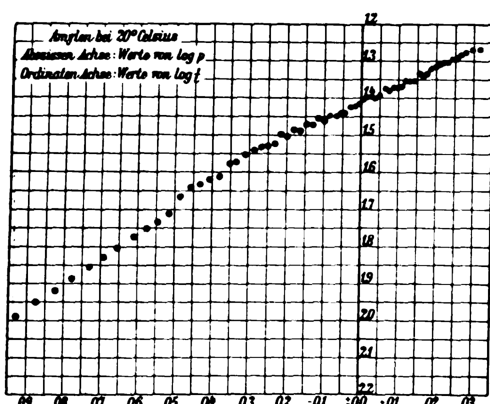


Fig. 33.

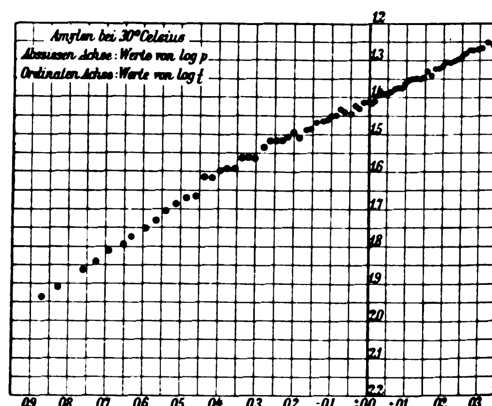


Fig. 34.

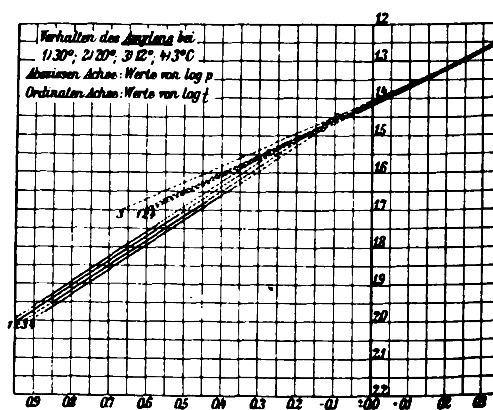


Fig. 35.

Als Mittelwert für die Kotangente der vier Geraden in der Turbulenz I resultiert 1,505, also eine Zahl, die von der bei Chloroform und Aceton gefundenen nicht zu sehr abweicht. Für die Neigung im Gebiete der Turbulenz II erhält man den Mittelwert 2,135; die Richtungsänderung ist also auch beim Amylen recht beträchtlich. Ein Blick auf die Zusammenstellung der Resultate in Fig. 35 zeigt, daß auch bei dieser

Untersuchungsserie eine Verminderung des Einflusses der Temperatur auf die innere Reibung in der zweiten hydraulischen Strömung deutlich zutage tritt.

Daß chemisch so verschiedene Stoffe, wie Wasser (bei 25°), Chloroform, Aceton und Amylen, zunächst sich in dem von mir benutzten Apparate so ähnlich verhalten, daß in der logarithmischen Darstellung für ihre Kotangenten annähernd gleiche Werte (1,514, 1,535, 1,530, 1,505) sich ergeben, ist gewiß beachtenswert. Ob es sich hier um einen Zufall handelt oder nicht, muß durch Versuche an anderen Flüssigkeiten festgestellt werden. In der Turbulenz II zeigen sich dann allerdings bemerkenswerte Unterschiede in der Größe der einzelnen Kotangenten (Chloroform: 1,815, Aceton: 2,30, Amylen: 2,135); sie stehen vielleicht im Zusammenhange mit der verschiedenartigen Konfiguration der Moleküle der einzelnen Flüssigkeiten. Eine Untersuchung einer homologen organischen Reihe könnte da möglicherweise eine Aufklärung herbeiführen; ich hoffe, über die Resultate einer derartigen Arbeit bald berichten zu können.

Ich will die Arbeit nicht schließen, ohne auch an dieser Stelle Herrn Emil Bose, in dessen Institut der experimentelle Teil dieser Publikation entstanden ist, für sein freundschaftliches Entgegenkommen mir gegenüber herzlichst zu danken. Auch möchte ich die Hilfe, die mir meine Frau durch ihre unermüdliche Arbeit an der Rechenmaschine gewährt hat, nicht unerwähnt lassen.

Buenos Aires, z. Z. Zoppot, den 22. Februar 1911.

(Eingegangen 23. Februar 1911.)

Messungen der durchdringenden Strahlung bei Ballonfahrten.

Von Albert Gockel.

Ich habe schon früher[1]) eine Mitteilung veröffentlicht, wonach es sich bei einer Ballonfahrt herausstellte, daß die γ-Strahlung in der Atmosphäre nur in geringem Maße mit der Höhe abnahm. Die damaligen Versuche waren, weil am Schluß die Isolation des Apparates infolge eines Unfalles nicht geprüft werden konnte, nicht ganz einwandfrei. Ich habe mittlerweile Gelegenheit gehabt, die Versuche bei zwei weiteren Fahrten zu wiederholen und bin, wie ich hier gleich bemerken will, zu denselben Resultaten wie früher gekommen. Auch Herr E. Lagrange in Brüssel hat, wie er auf dem Brüsseler Kongreß für Radiologie im vorigen Jahre mitteilte, nur eine geringe Abnahme der Strahlung mit der Höhe beobachtet.

Die erste der beiden erwähnten Fahrten fand am 15. Oktober vorigen Jahres statt. Über der Schweiz lag der südwestliche Rand eines ziemlich ausgedehnten Hochdruckgebietes. Wie es bei solchem Wetter im Herbst hier die Regel ist, lagerte am Erdboden eine ca. 800 m hohe Nebelschicht, die erst nach Mittag sich lockerte und gegen 3 h p. ganz verschwand. Der 9½ Uhr in Zürich unter Führung von Herrn Dr. de Quervain aufgestiegene Ballon blieb zunächst ca. 1½ Stunden über dieser Stadt stehen und zog dann in südwestlicher, später in nordwestlicher Richtung nach dem Jura. Die Landung fand 4 h p. zwischen Olten und Solothurn statt. Die erreichte Maximalhöhe war 2860 m. Zur Beobachtung der durchdringenden Strahlung dienten der schon früher beschriebene Apparat, bestehend aus einem Wulfschen Elektrometer mit luftdicht aufgesetzter Ionisierungskammer und ein speziell für solche Messungen konstruierter Wulfscher Strahlungsapparat[1]). Mit Rücksicht auf die dünnen Wände konnte letzterer nicht luftdicht verschlossen gehalten werden, durch ein in den seitlichen Stutzen mit Hilfe eines Stück Gummischlauches eingesetztes Kapillarrohr konnte der innere Druck sich mit dem äußeren in das Gleichgewicht setzen. Eine Störung beim Steigen oder Fallen des Ballons wurde nicht bemerkt.

Will man das Eintreten von Außenluft beim Fallen des Ballons vermeiden, so kann man an dem genannten Stutzen auch einen kleinen Gummiballon anbringen, dessen Volumen sich dann mit dem äußeren Druck ändert, doch ergibt sich schon aus Versuchen von Mache, daß die kleinen Mengen beim Fallen des Ballons in den Apparat eintretender Luft die Resultate nicht beeinflussen können. Beide Apparate funktionierten zur vollen Zufriedenheit, ihre Angaben stimmten, wenn man der später zu besprechenden Änderung der Dichte der Luft in dem nicht dicht geschlossenen Apparat Rechnung trägt, gut überein; die Isolation war vor der Fahrt und unmittelbar nach derselben tadellos.

Die Aufstellung der Apparate auf einem am Korbrande befestigten Tischchen, als welches der zur Verpackung des Apparates dienende Kasten dienen kann, erwies sich für die genaue Ablesung vorteilhafter als die Aufhängung in den Korbleinen.

---

1) Diese Zeitschr. 11, 280, 1910.

1) Th. Wulf, diese Zeitschr. 10, 152, 1909.

Ich erwähne im folgenden nur die Angaben des Wulfschen Strahlungsapparates, da die Zerstreuung im ersten Apparat mit der in diesem erhaltenen parallel ging. Die Zahlen geben den Voltverlust pro Stunde an. Die Kapazität des Apparates ist 1,2 cm, der Luftraum beträgt 2700 ccm, 1 Voltstunde entspricht also $1,11 \times 10^{-6}$ E. S. E. gleich einer Erzeugung von 0,88 Ionen pro Sekunde im ccm, wenn die Elementarladung zu $4,65 \times 10^{-10}$ E. S. E. angenommen wird.

Die Resultate sind in der folgenden Tabelle zusammengestellt, die angegebenen Zahlen sind jeweils Mittelwerte aus mehreren Ablesungen, die immer in einem Augenblick gemacht wurden, in dem der Ballonkorb möglichst ruhig war.

Zeit	Ort	Voltverlust
7—9h30	Schuppen des Gaswerkes Schlieren bei Zürich.	13,3
9h45—10h45	800—1100 m über Zürich im Nebel.	10,3
10h45—11h30	etwa 1700 m, zwischen Zürich und Zug über dem Nebel.	8,3
11h30—12h30	1900 m über Entlebuch.	8,5
12h30—1h30	1900 m über Entlebuch.	9,6
1h30—3h30	2800 m, Gegend von Olten.	10,0
	nach der Landung auf Wiese.	9,8

Der mittlere Wert des Voltverlustes für denselben Apparat an den Tagen vor und nach der Ballonfahrt in meinem Garten in Freiburg war 10,3.

Der erste Apparat, der in den Korbleinen hing und vor der Landung nicht eingepackt zu werden brauchte, konnte noch eine Stunde lang weiter verfolgt werden. Er ergab übereinstimmend mit dem Strahler, während der Ballon aus seiner höchsten erreichbaren Höhe von 2860 m langsam niederging, denselben Wert wie nachher auf der Wiese, nämlich 10,4 Voltstunden.

Während der ganzen Fahrt schwankte die Temperatur nur sehr wenig. Sie betrug morgens 7½ Uhr in Zürich 6,0, mittags 2 Uhr, in der größten von uns erreichten Höhe 8,7° C.

Die relative Feuchtigkeit sank, nachdem einmal die Nebelschicht verlassen war, unter 50 Proz.

Die zweite Fahrt fand am 2. April dieses Jahres von Bern aus statt. Über ganz Mitteleuropa lag hoher Druck, die Luftbewegung war daher außerordentlich schwach, wir bewegten uns im Laufe des Vormittags im Zickzackkurs um Bern, erst nach Mittag trieb uns der Wind gegen den Jura; über dem Bieler See aufsteigende Gewitterwolken veranlaßten uns gegen 2 h aus der Höhe von 2800 m auf die von 1200 niederzugehen und nach 3 h zur Landung zu schreiten, die trotz des starken Böenwindes, der sich mittlerweile am Boden eingestellt hatte, glatt vonstatten ging.

Die Fahrt war Klubfahrt des Aeroklubs, und da fünf Personen sich daran beteiligten, so blieb mir nur Raum für Aufstellung eines Apparates, nämlich des Wulfschen Strahlers. Ein Unfall, der demselben bald nach der ersten Fahrt vom Oktober zugestoßen war, hatte mich veranlaßt ihn der Firma Günther & Tegetmeyer zur Reparatur zu übersenden. Er kam mit einer neuen Einrichtung zur Kompensation des Temperatureinflusses auf die Stellung der Fäden, aber auch bedeutend unempfindlicher zurück. Das früher so lästige Wandern der Fäden bei einseitiger Bestrahlung, dem durch entsprechende Beschirmung vorgebeugt werden mußte, hat jetzt aufgehört.

Die Kapazität des Apparates ist jetzt 1,3 cm, eine Voltstunde entspricht demnach $1,20 \times 10^{-6}$ E. S. E.

Resultate.

		Volt St.
7h30—9h a,	freier Platz bei Gasanstalt Bern	15,8
9h30—11h15	Ballon steigt bis 1600 m	13,8
11h15—12h15	östlich Bern 1900 m	15,1
12h15—1h45	westlich Bern 2500 m	12,2

Isolationsverlust nach der Landung 0,05 Voltstunden. Mittlerer Voltverlust in meinem Garten in Freiburg, Höhe 650 m, am Tage vor der Fahrt 13,8, am Tage nach der Fahrt, nach starkem Gewitterregen, 12,5. Der Apparat konnte natürlich auch bei dieser Fahrt nicht luftdicht geschlossen sein, doch konnte ich, da es am Vormittag gelang den Ballon stundenlang in derselben Höhe zu halten, zeitweise auch mit Hilfe eines Quetschhahnes den über den seitlichen Stutzen gezogenen Kautschukschlauch vollständig schließen. Die Versuche zeigten, daß ein Einfluß des Ein- oder Austretens von Luft durch die kapillare Öffnung nicht zu erkennen war. Die Temperatur schwankte bei der zweiten Fahrt zwischen + 3° und + 7° C.

Die Abnahme der Strahlung mit der Höhe ist also noch unbedeutender als früher gefunden. Es ist nun bei der Betrachtung der in den beiden Tabellen gegebenen Zahlen zu berücksichtigen, daß das Innere des Apparates mit der äußeren Luft in Verbindung stand, sich die Dichte der eingeschlossenen Luft mit der Höhe änderte und damit auch die Zahl der durch dieselbe Strahlung erzeugten Ionen. Die gleichzeitige Änderung der Beweglichkeit kommt, weil wir mit Sättigungsstrom arbeiten, nicht in Betracht. Über den Absorptionskoeffizient der hier in Betracht kommenden Strahlung ist nichts Sicheres bekannt, da wir ja noch im Zweifel sind, woher denn eigentlich die beobachtete Strahlung stammt. Machen wir

aber die wahrscheinlichste Annahme, daß es sich um die γ-Strahlung der in der Atmosphäre und in den obersten Erdschichten enthaltenen Zerfallsprodukte der bekannten radioaktiven Substanzen handelt, so müssen wir berücksichtigen, daß sich der Absorptionskoeffizient dieser Strahlung mit der Dicke der bereits durchstrahlten Schicht, hier also der Wände des Apparates und der durchstrahlten Luftschicht ändert und im übrigen proportional der Dichte des durchstrahlten Materials ist. Die Änderung des Absorptionskoeffizienten mit der Dichte des von den Strahlen bereits durchlaufenen Weges kann mangels der nötigen numerischen Unterlagen hier nicht in Rechnung gezogen werden, sehr wahrscheinlich aber dürfen wir diese Änderung auch vernachlässigen, bleibt also nur noch diejenige Änderung des Absorptionskoeffizienten, welche proportional der Dichte der in dem Apparat eingeschlossenen Luft ist. Diese Dichte änderte sich, wie sich aus den Barometerablesungen ergibt, bei den zwei Fahrten im Maximum im Verhältnis von 720:500, die Abnahme der Ionendichten ist aber, wie aus den beiden Tabellen hervorgeht, geringer, es würde also aus diesen Resultaten folgern, daß sogar eine schwache Zunahme der Strahlung mit der Höhe stattfindet. Entsprechend dem Gesagten mußte bei dem nur bei der ersten Fahrt benutzten dickwandigen vollständig geschlossenen Apparat die Ionisation weniger abnehmen als in dem gleichzeitig benutzten offenen dünnwandigen. Tatsächlich war dieses auch bis gegen Schluß der Fahrt der Fall, dann trat eine rasche Abnahme ein und die Angaben der beiden Apparate verliefen von nun an parallel, wahrscheinlich war auch der erste undicht geworden. Ich habe wegen dieser Unsicherheit hier nur die Angaben des zweiten Apparates benutzt.

Die erhaltenen Resultate würden in Übereinstimmung stehen mit dem, was auch Pacini[1]) aus seinen Beobachtungen auf dem Meere und Mache[2]) aus denen in Innsbruck folgert, daß nämlich ein nicht unbeträchtlicher Teil der durchdringenden Strahlung unabhängig ist von der direkten Wirkung der in den obersten Erdschichten enthaltenen aktiven Substanz. Befriedigend stimmen mit meinen Resultaten auch die von Wulf[3]) auf dem Eiffelturm erhaltenen überein, besonders wenn man bedenkt, daß die Strahlung auch, abgesehen von der Höhenänderung, lokalen und zeitlichen Schwankungen unterworfen ist, dagegen fand Bergwitz[1]) bei einer Ballonfahrt, daß schon in 1300 m Höhe die Ionisierung in einem luftdicht geschlossenen Gefäß auf 24 Proz. des am Boden erhaltenen Wertes zurückging. Seine Zahlen sind aber wegen einer am Apparate im Laufe der Versuche eingetretenen Störung nicht einwandfrei.

1) D. Pacini, Annali dell' Ufficio Centrale Meteorologico Ital. Vol. 32, Partie 1, 1910.
2) H. Mache, Wien. Ber. 119, 55, 1910.
3) Th. Wulf, diese Zeitschr. 11, 811, 1910.

Nachdem sich, wie bekannt, eine sehr starke Abnahme der Strahlung über Wasserflächen herausgestellt hat, wirft sich jetzt die Frage auf, wie sich wohl die Strahlung in der Höhe über Wasserflächen verhält. Versuche zur Lösung dieser Frage sind mit gütiger Unterstützung der Schweizerischen Meteorologischen Zentralanstalt und der Seenkommission der Schweizerischen naturforschenden Gesellschaft in Vorbereitung.

Für die erste der erwähnten Fahrten war der Ballon von der Sektion Ostschweiz des Schweizerischen Aeroklubs der Meteorologischen Zentralanstalt zur Verfügung gestellt worden. Der Direktion derselben, die mir die Teilnahme an dieser Fahrt ermöglichte, und dem Adjunkten der Anstalt, Herrn Dr. de Quervain, welcher den Ballon führte, möchte ich auch an dieser Stelle meinen herzlichsten Dank für ihre freundliche, tatkräftige Unterstützung aussprechen.

1) K. Bergwitz, Habilitationsschrift, Braunschweig 1910. Die S. 38 daselbst in der 4. Vertikalspalte der Tabelle angegebenen Zahlen beruhen offenbar auf Schreibfehlern.

Freiburg (Schweiz), April 1911.

(Eingegangen 11. Mai 1911.)

Über den Klang der Kirchenglocken.

Von P. J. Blessing.

Der von unsern Kirchenglocken ausgehende Klang ist bekanntlich aus einer Reihe von einfachen Tönen kombiniert. Unter denselben tritt einer mit besonderer Kraft und Wucht hervor, so daß alle andern gegen diesen in den Hintergrund treten. Wir bezeichnen denselben mit dem Namen Hauptton oder Schlagton; und er ist's, nach dem die Glocke benannt wird. Nun ist es merkwürdig, daß bis auf den heutigen Tag das Rätsel noch seiner Lösung harrt, wie dieser Ton im Material der Glocke entsteht und was ihm die hervorragende Macht seiner Tonfülle verleiht, so daß er sich vor allen übrigen Schallkomponenten so sehr auszeichnet. Abgesehen von diesem einen Hauptton kennt man die Entstehungsweise aller übrigen Klangkomponenten in ihrer ganzen Reihe vom tiefsten bis zum höchsten, und erkennt auch deutlich die

Gleichartigkeit ihrer Natur und Beschaffenheit. Sie haben alle etwas sehr Weiches und sanft Verklingendes, ähnlich den Obertönen einer Saite. Im Gegensatz zum Hauptton der Glocken wollen wir diese Töne Nebentöne benennen. Man bemerkt bezüglich des Intensitätsverhältnisses der Nebentöne zum Hauptton, daß sie gegen letzteren ebenso zurückstehen, wie bei Saiteninstrumenten die Obertöne gegen den Grundton der Saite.

Die Glocke teilt sich, die Schwingungsweise ihres Materials bezüglich der Nebentöne betreffend, wie eine Chladnische Klangplatte in verschiedene regelmäßige Felder (wir können sie Sektoren heißen, wenn wir die Glocke von oben gesehen als eine Kreisscheibe betrachten), deren Grenzlinien (Knotenlinien) sowohl als Meridiane von oben (der Krone) nach dem unteren Rand ziehen, als auch als Parallelkreise zum Rand der Glocke auftreten.

Wenn die Glocke vollkommen regelrecht gebaut ist, läßt sie je nach der Anzahl ihrer Schwingungsfelder, die sich nach bestimmten Gesetzen begrenzen, folgende Töne erklingen: den tiefsten Ton, den wir Grundton nennen wollen, wenn sie sich in vier Teile teilt; dann einen um eine Oktave höheren Ton, bei welchem sie außer der Vierteilung noch eine horizontale Kreisknotenlinie erkennen läßt. Darauf folgt die kleine Terz über dieser Oktave durch Sechsteilung. Ebenfalls infolge der Sechsteilung, aber mit Hinzufügung einer andern Kreisknotenlinie entsteht die nächstliegende Quinte, dann die Doppeloktave durch Bildung von acht Sektoren. Gesellt sich zu diesen acht senkrechten Knotenlinien (Meridianen) noch ein horizontaler Knotenkreis, so wird die nächstfolgende kleine oder große Terz gebildet, und so weiter bis in die Höhe hinauf. Daß in den meisten Glocken verschiedene dieser Tonhöhen nicht in reinen harmonischen Intervallen zum Vorschein kommen, ist nicht zu verwundern, da es kaum möglich ist, den Guß einer Glocke so vollkommen regelmäßig zu bewerkstelligen, wie es die Theorie verlangen würde.

Noch ist keine Erklärung dafür gefunden, warum der Hauptton immer in der Nähe der Oktave des Grundtones der Nebentöne sich einfindet, und noch unerklärlicher ist es, wie er sich neben diese einbetten kann, bei den einen Glocken etwas höher, bei andern tiefer als diese. Gewiß ist, daß er sich nicht wie die Nebentöne bilden kann, nämlich durch pendelartige Bewegung der Schwingungsfelder. Dafür liegen mannigfache Beweise vor.

1. Es ist nicht zu verstehen, woher er seine überwiegende, metallisch klingende Kraft bekommt, mit der er alle übrigen Töne der Glocke bei weitem übertrifft, auch den zunächst bei ihm liegenden, manchmal kaum von ihm differierenden und unterscheidbaren Nebenton (welcher der Regel nach die Oktave des Grundtones sein sollte.)

2. So hervorragend seine Stärke ist, so kurz ist er von Dauer. Er klingt nicht sanft aus wie die Nebentöne, sondern verstummt alsbald. Sehr angemessen ist darum seine Stellung in der Reihe der Nebentöne dann, wenn er in der Höhe der Oktave des Grundtones auftritt. Bei den meisten guten Glocken findet man, daß dieser zweite Nebenton mit dem Hauptton zusammenfällt, auch wenn der Grundton ein falsches Intervall zu diesen beiden bildet. In diesem Fall füllt der nachklingende Nebenton die durch das schnelle Verstummen des Haupttones entstehende Lücke wohltuend aus und täuscht uns ein prächtiges Ausklingen des Haupttones vor. Die eigentümliche Aufgabe, die dieser Nebenton insofern übernimmt, als er die Fortsetzung des Haupttones erklingen läßt, berechtigt uns, ihm die Bezeichnung „Hilfston" beizulegen.

3. Ein besonders charakteristisches und untrügliches Erkennungszeichen des Unterschiedes zwischen Haupt- und Nebenton ist der auffallende Umstand, daß der Hauptton sozusagen unfaßbar ist durch irgendwelche Instrumente, von welcher Art sie sein mögen, die ihn zum Mitklingen bewegen möchten. Während jeder Nebenton mit Leichtigkeit und volltönend Antwort gibt und selbständig mitschwingt, wenn die den betreffenden Ton gebende Stimmgabel auf die Glocke aufgesetzt wird oder wenn diese letztere mit der Stimmpfeife oder Trompete angeblasen oder mit der Stimme angerufen wird, und noch lange nachhallt, auch wenn der erregende Ton unterdrückt wird, bis zum völligen Verklingen, so nützen beim Hauptton all diese Manipulationen nichts. Er verharrt hartnäckig bei seinem Stillschweigen, wie wenn er unempfindlich wäre für jede Art harmonisch klingender Anreizung zum Mitklingen, wogegen er seine Stimme auch beim leisesten Anklopfen der Glocke nicht verweigert. Selbstverständlich können solche Proben seiner Eigentümlichkeit nur an Glocken vorgenommen werden, welche einen deutlich wahrnehmbaren Unterschied der Tonhöhe zwischen Haupt- und Hilfston aufweisen. Lord Rayleigh in London, der sich eigens mit eingehendstem Studium der Kirchenglocken befaßt hat[1]), wäre in der Lage gewesen, der Sache auf die Spur zu kommen, da all die Glocken, die ihm zur Verfügung standen, dieses unliebsame Merkmal an sich trugen. Vermittelst der Stimmgabeln konnte er

1) On Bells. By Lord Rayleigh, Sec. R. S. London, Edinburgh and Dublin. Philosophical Magazine and Journal of Science, Series V, Vol. 29, Nr. 176, Jan. 1890.

die Nebentöne aufs genaueste mit ihren Schwingungszahlen feststellen, auch die senkrechten und horizontalen Knotenlinien angeben, der Hauptton aber blieb ihm verborgen, so daß er sich damit begnügen mußte, zum Zeugnis seiner Existenz vom Glockengießer sich nur sagen zu lassen, nach welchem Ton die Glocke benannt werde. Er fand dann, daß dieser Ton (der Hauptton) mit dem fünften der Nebentöne dem Namen nach ungefähr übereinstimmte.

3. Ebenso auffallend, wie die vorerwähnte Eigenheit des Haupttones, ja geradezu befremdend und fast unglaublich erscheint eine weitere, die man gleichsam als die Umkehrung der letzteren ansehen könnte. Wie er einerseits die Instrumente, die ihn durch Anrufung seiner Tonhöhe zum sympathischen Mitklingen und Mitsingen antreiben möchten, wirkungslos sein läßt, so vermag auch er andrerseits trotz seiner übermächtigen Stärke den Luftraum in dem ihm entsprechenden Resonator nicht in Schwingung zu bringen. Wenn man darauf acht gibt, die Probe beim Läuten einer Glocke zu machen, deren Hauptton sich deutlich von dessen Hilfston unterscheidet, z. B. um einen ganzen oder auch nur einen halben Ton, so stellt sich heraus, daß der Resonator nicht im geringsten widerhallt, sondern ruhig und wie unempfindlich gegen solchen Einfluß bleibt. Dr. Rud. König, darüber befragt, glaubte, diese sonderbare Erscheinung dahin erklären zu sollen, daß dieser Glockenton ein Stoßton (nach seiner Theorie verstanden) sein müsse, der durch Kombination von zweien oder mehreren der Nebentöne der Glocke entstehe. Allein unter den verschiedenartigsten Zusammenstellungen solcher Nebentöne hat sich nie eine Kombination ergeben, die zum Hauptton geführt, geschweige denn eine so frappante Tonstärke hätte hervorbringen können. Wenn übrigens Stoßton gleichbedeutend mit Kombinationston wäre, so dürfte die Vermutung K.s in unserm Fall wohl nicht zutreffen; denn auch für diese Töne ist der Resonator empfänglich, wenn auch in etwas andrer Weise als wie für die gewöhnlichen Töne.

4. Der Hauptton ist von so besonders gearteter Natur, daß er sich mit keinem andern verbindet, um mit ihm einen Kombinationston zu bilden, mag dieser ein Nebenton derselben oder einer andern Glocke sein. Dagegen können zwei beliebige Nebentöne einer oder zweier Glocken so vereinigt werden, daß sie einen Kombinationston erster oder zweiter Ordnung bilden, z. B. kann man bei aufmerksamem Aufhorchen beim Läuten einer Glocke, deren zweiter und dritter Nebenton eine kleine oder große Terz bilden, einen Kombinationston deutlich wahrnehmen; derselbe wird eine große Terz oder im letzteren Fall eine Quart unterhalb des tieferen Nebentones gehört.

5. Von großer Bedeutung ist, daß man die Anwesenheit des Haupttones kann verschwinden machen, während die Nebentöne bleiben, wenn auch der Höhe nach etwas verändert. Erste Bedingung zur Erzeugung eines Haupttones ist nämlich, daß der Schlagring in der Konstruktion der Glocke sich verdickt und zwar in der Weise, daß die Kurve der innern Seite sich in entgegengesetztem Sinne ausbaucht als wie die der äußern, wie unsere Kirchenglocken grundsätzlich immer geformt sind. Im Gegensatz dazu findet sich bei den Schalen- oder Uhrenglocken, bei den chinesischen, japanischen oder anamitischen Glocken diese hervorragende charakteristische Stärke und Schärfe eines Haupttones nicht, weil ihre Innen- und Außenwände parallel oder fast gleichartig nebeneinander herablaufen. Die Probe ist an unsern Kirchenglocken schon gemacht worden. Die innere oder äußere Wulst des Schlagrings wird abgedreht, so daß die innere und äußere Wandung der Glocke sich mehr und mehr der parallelen Richtung nähert. Je weiter die Prozedur fortschreitet, desto schwächer und leiser hört sich der Hauptton der Glocke an, bis er zuletzt dem Ohr völlig entschwindet.

Das gleiche Resultat erhalten wir, was kaum zu vermuten war, wenn der untere scharfe Rand der Glocke allmählich abgestumpft wird. Anfänglich, solange noch wenig von der Schärfe des Randes abgenommen wird, erscheint der Hauptton noch nicht bedeutend, wenn auch merklich geschwächt. Mit zunehmender Abstumpfung nimmt er rasch ab bis zur schließlichen Unhörbarkeit.

Von großem Einfluß auf die Bildung des Haupttones scheint noch ein weiteres Moment zu sein, das noch weniger begreiflich ist: die Größe der Glocke. Ein Beispiel aus neuester Zeit hat uns darüber in nicht geringe Verwunderung gesetzt. Es wurde eine Glocke gegossen nach dem Muster einer alten, durch ihren prachtvollen Ton und ihr ungewöhnlich großes Gewicht (96 Ztr.) berühmten Glocke. Die alte hat als Hauptton $\bar{c}$; Nebentöne sind: c, a, $\bar{es}$, $\bar{g}$, $\bar{\bar{c}}$. Der Hilfston ist um eine kleine Terz zu tief (a statt c), hebt sich also ganz entschieden vom Hauptton ab. Die neu zu gießende Glocke sollte die höhere Oktave von der alten erhalten, und es wurden ihr dementsprechend aufs genaueste die Maßverhältnisse der letzteren (von allen die Hälfte) gegeben. In der Tat wurde durch den Guß erreicht, daß die kleine Glocke nicht nur im Gewicht der Erwartung entsprach (12 Ztr.), sondern auch das getreue Abbild von allen Nebentönen der großen zum Vorschein

brachte, nämlich deren höhere Oktaven. Allein sie trug den verblüffenden Mangel an sich, daß sie durch Abwesenheit eines Haupttones glänzte. Umsonst sucht man nach dem zum voraus berechneten $\bar{c}$. Wenn ein oder das andere Ohr dagegen meinte einen derartigen Ton zu hören, so bleibt es doch sehr zweifelhaft, ob dies Schein oder Wirklichkeit ist.

Endlich hat ein neuerlicher Versuch gezeigt, daß auch die obere Platte der Glocke (Haube genannt), die die Krone trägt, vonnöten ist, wenn der Hauptton ihr verbleiben soll. Von einer alten Glocke, die umgegossen werden sollte, wurde bestätigt, daß ihr Hauptton um einen halben Ton vom Hilfston differierte. Darauf wurde die Haube abgetrennt — und der Hauptton war verschwunden.

Nach all dem Gesagten drängt sich nun die Frage auf: gibt es keine Mittel und Wege, um dem großen Geheimnis auf die Spur zu kommen, wie der Hauptton der Glocke entsteht, und wie es zu erklären ist, daß er auf den Resonator keinerlei Einfluß ausübt?

Beuron (Hohenzollern).

(Eingegangen 6. April 1911.)

Über die Frage nach den fundamentalsten Naturgesetzen[1]).

Von J. D. Van der Waals jr.

Man glaubte bis vor kurzem, in den Prinzipien der Mechanik, wie sie von Newton formuliert worden sind, die fundamentalsten Gesetze der Natur zu besitzen, und hielt eine physikalische Erscheinung für vollkommen erklärt, sobald man sie auf diese Gesetze der Mechanik zurückgeführt hatte, so daß man die Aufgabe der theoretischen Physik kurz zusammenfassen konnte als: mechanische Naturerklärung. Heutzutage aber sind ernste Zweifel nicht nur an der fundamentalen Bedeutung, sondern sogar an der Exaktheit jener Gesetze aufgestiegen. Es wird selbst erwogen, ob sie nicht, weit davon entfernt, die Grundgesetze der Natur zu sein, vielmehr nur als Formeln angesehen werden müssen, die in bestimmten Fällen, nämlich wenn die Geschwindigkeiten nicht zu groß sind und die Beschleunigungen nicht zu plötzlich eintreten, die Körperbewegung mit einem gewissen Grade der Annäherung wiedergeben, während ihre teilweise Gültigkeit aus anderen fundamentaleren Naturgesetzen abgeleitet werden kann.

Wie mich dünkt, haben wir auch gar keine Ursache, uns darüber zu verwundern, daß die Ansicht über die fundamentale Beschaffenheit der mechanischen Gesetze Widerspruch findet. Im Gegenteil finde ich es viel verwunderlicher, daß man nicht schon früher nach einer Erklärung der mechanischen Gesetze durch andere fundamentalere gesucht hat. Die mechanischen Gesetze scheinen mir auf einer unrationellen Voraussetzung aufgebaut zu sein, die als Basis unserer Naturwissenschaft ungeeignet ist.

Ich will damit folgendes sagen. In der Mechanik wird das Trägheitsprinzip als gegeben angenommen, d. h. es wird angenommen, daß ein Körper, der in Bewegung ist, mit konstanter Geschwindigkeit in Bewegung bleibt, wenn nicht eine Kraft auf ihn wirkt, die den Bewegungszustand ändert. Es wird also angenommen, daß wir, um die Beschleunigung zu bestimmen, die Kräfte kennen müssen, die auf den Körper wirken; die Geschwindigkeit soll unabhängig von den Kräften fortbestehen. Eine Folge hiervon ist, daß man, um die Bewegung vollkommen bestimmen zu können, außer den Kräften noch zwei Dinge kennen muß: die Anfangslage des Körpers und seine Anfangsgeschwindigkeit. Nehmen wir als Beispiel die Bahn, die von einem Geschosse unter dem Einfluß der Schwerkraft beschrieben wird. Die Schwerkraft macht die Bahn zur Parabel. Um die Parabel aber vollkommen zu bestimmen, müssen wir nicht nur wissen, wo die Kugel abgeschossen wurde, sondern auch, in welcher Richtung und mit welcher Geschwindigkeit sie das Gewehr verließ. Die Forderung nun, die wir an eine gesetzmäßige Naturerklärung stellen, daß der Zustand des folgenden Augenblicks durch den Zustand des vorhergehenden Augenblicks vollkommen bestimmt sein soll, erfüllt die Mechanik insofern, als sie den Zustand des vorhergehenden Augenblicks durch die Lage und die Geschwindigkeit des Körpers gegeben denkt.

Gegen eine solche Art der Zustandsbestimmung habe ich folgendes einzuwenden: eine Geschwindigkeit besteht nicht einen einzigen Augenblick, sondern während einer bestimmten Zeit und kann daher nicht dazu dienen, den Zustand eines Augenblickes anzugeben. Wenn man eine Geschwindigkeit definieren will, braucht man immer zwei Augenblicke und muß den zwischen den zwei Augenblicken zurückgelegten Weg durch die Zeit dividieren. Wenn man nur von dem gegenwärtigen Augenblick ausgeht, ist es niemals möglich, eine Geschwindigkeit zu bestimmen, und auch nicht möglich, den Begriff Geschwindigkeit zu verstehen.

Wenn jemand an der Richtigkeit dieser Behauptung zweifelt, so möge er versuchen anzu-

1) Aus der Antrittsrede von Prof. van der Waals jun., gehalten am 18. Jan. 1909 zu Amsterdam.

geben, worin der Unterschied zwischen zwei genau gleichen Körpern besteht, von denen der eine in Ruhe, der andere in Bewegung ist. Er wird vielleicht sagen, daß vor einer kleinen Zeit dt der erste schon denselben Platz einnahm wie jetzt, während der zweite einen andern hatte. Gut, das ist ein Unterschied, der vor der Zeit dt bestand; aber worin besteht der Unterschied jetzt? Es kommt mir vor, als ob in der Beantwortung dieser Frage eine gewisse Schwierigkeit liegt. Doch muß auch jetzt ein wirklicher Unterschied bestehen, denn wären die Systeme absolut gleich, dann würden sie immer gleich bleiben, wenn keine verschiedenen äußeren Ursachen darauf wirken.

Man mag sagen: die Geschwindigkeit, die bis zu diesem Augenblick bestand, ist Ursache, daß die Bewegung auch nach diesem Augenblicke fortdauert. Das muß zweifellos richtig sein. Aber es kann doch nur indirekt so sein. Wenn wir keine „Wirkung in die Ferne" bei der Zeit zulassen, dann kann die vergangene Geschwindigkeit die zukünftige nur über den Augenblick „jetzt" beeinflussen. Jetzt muß etwas bestehen, was die Folge der früheren Geschwindigkeit und die Ursache der späteren Bewegung ist. So komme ich zu der Folgerung, daß der Begriff Geschwindigkeit wohl brauchbar sein mag, um den Zustand eines gegebenen Augenblicks zu bestimmen, aber daß er dies nur auf indirekte Weise imstande ist. In einem bewegten Körper muß noch etwas anderes vorhanden sein als Geschwindigkeit, d. i. Ortsänderung, die in bestimmter Zeit vor sich geht, nämlich etwas, was in jedem unteilbaren Augenblicke besteht und die Ursache der folgenden Ortsveränderung ist.

Die hier geäußerten Bedenken gegen die gewohnte mechanische Auffassung, die in der Geschwindigkeit eine unabhängige, gegebene Größe und nichts weiter sieht, ist nicht neu. Sie wurden schon von Leibniz[1]) ausgesprochen. Dieser glaubte um die Schwierigkeit herumzukommen, wenn er annahm, daß der Unterschied zwischen ruhenden und bewegten Körpern darin bestehe, daß die letzteren eine gewisse Größe enthielten, die er „vis viva" nennt, und die dem Produkt von Masse und Geschwindigkeitsquadrat proportional ist.

Auf Veranlassung dieses Ausspruches von Leibniz entbrannte ein langer Streit über das Maß der lebendigen Kräfte. Die Anhänger von Descartes und Newton wollten das Produkt aus Masse und Geschwindigkeit benutzen, das wir mit Bewegungsgröße bezeichnen, ein Name, der auch damals schon dafür verwendet wurde; die Anhänger von Leibniz dagegen hielten sich an das Maß, das wir kinetische Energie nennen. Man stellte es wohl früher so dar, als ob die Leibnizianer in diesem Streite im Rechte gewesen wären. Sicher haben sie insofern gesiegt, als ihr Maß jetzt noch „lebendige Kraft" genannt wird. Daß sie aber darum das Recht auf ihrer Seite gehabt haben sollen, kann ich nicht einsehen. Wenn man mit 's Gravenzande die Kraft als dasjenige definiert, was einen bewegten Körper von einem Punkt nach dem nächsten treibt, dann ist nicht einzusehen, warum die kinetische Energie dieser Definition besser entsprechen soll als die Bewegungsgröße.

Mir scheint, daß es nicht möglich ist zu entscheiden, welche von beiden Parteien recht hat, und daß der Streit um das Maß der lebendigen Kraft im Grunde ebenso sinnlos ist, als wenn man streiten wollte, ob man die Stärke einer Schwingung durch die Amplitude messen soll oder durch die von der Schwingung repräsentierte Energie, die dem Quadrate der Amplitude proportional ist. Ein jeder wird darauf antworten, daß das völlig gleichgültig ist. Es hängt einfach davon ab, was man unter Schwingungsstärke verstehen will. Jedes Maß ist gut, falls nur ein bestimmter Wert des Maßes unzweideutig mit einem bestimmten Werte der Erscheinung zusammenhängt.

Auffallend ist es, daß in dem ganzen Streite über das Maß der lebendigen Kraft, der nach meiner Meinung ganz bedeutungslos ist, fast kein Wort darüber gefallen ist, worin die „vis insita corporibus moventibus" nun eigentlich besteht. Nur von Sturm ist diese Frage aufgeworfen worden. Leibniz[1]) beantwortet sie durch die Erklärung: „Diese Kraft kann wohl deutlich begriffen, aber nicht auf anschauliche Weise erklärt werden. Ebensowenig wie das Wesen der Seele kann sie auf solche Weise erklärt werden. Kraft ist eines von den Dingen, die wir nicht mit der Vorstellung, sondern mit dem Verstande erreichen."

Mir scheint, daß Leibniz sich hier noch unter dem Einflusse der im Mittelalter so beliebten aristotelischen Erklärungsweise von Erscheinungen mit Hilfe sogenannter „facultates occultae" befindet. Die Erklärung der Fortbewegung von Körpern durch eine in ihnen enthaltene „vis viva" fällt in der Tat in dieselbe Rubrik wie die Erklärung, daß das Opium kraft seiner „virtus dormitiva" Schlaf erzeugt. So kommt mir vor, daß Sturm vollkommen recht hatte zu fragen, worin die vis viva denn

1) „De ipsa natura" Leibnitii Op. Phil. ed. Erdmann, S. 154 und „Specimen dynamicum" Leibnitii Op. Phil. ed. Dutens 3, 315.

1) Ed. Erdmann, l. c. § 7, S. 156.

eigentlich bestehe. Doch ist diese Frage, soviel ich weiß, niemals wieder gestellt worden.

Der Grund, warum ich diesen alten Streit jetzt wieder zur Sprache bringe und die Frage von Sturm wieder aufwerfe, ist der, daß vor einigen Jahren eine Hypothese aufgestellt worden ist, die möglicherweise als Antwort auf die Sturmsche Frage betrachtet werden kann.

Ich darf wohl als allgemein bekannt annehmen, daß Newton, obwohl er selbst nicht an die direkte Wechselwirkung von Körpern die sich in einem gewissen Abstand voneinander befinden, glaubte, trotzdem solche Fernkräfte in die Physik eingeführt hat. Gegen diese Einführung hat sich Widerspruch erhoben. Man sagte: Körper können an Orten, wo sie nicht sind, keine Wirkung ausüben. Seitdem uns Faraday lehrte, die Wirkung, die weit entfernte Körper aufeinander ausüben, dadurch zu erklären, daß man zwischen den Körpern ein Medium annimmt, daß die Wirkung übermittelt, und Maxwell diese Vorstellung auf so meisterhafte Weise in seiner Theorie von Elektrizität und Magnetismus verkörpert hat, seitdem hat sie in der Physik allgemeinen Eingang gefunden. Es ist nun merkwürdig, daß für das Bedenken gegen die andere unrationelle Annahme der Mechanik, die wir dadurch gekennzeichnet haben, daß die Folgen eintreten, wenn die Ursache nicht mehr besteht, eine Aufklärung im gleichen Sinne zu finden ist. Wenn wir z. B. einen Kanonenschuß erst einige Sekunden, nachdem er abgefeuert ist, hören, so erklären wir das damit, daß der Schall während der Zeit, die zwischen Abgeben und Wahrnehmen des Schusses liegt, sich in dem zwischen Kanone und Ohr liegenden Medium fortgepflanzt hat. Wenn das Medium von der Art ist, daß Gleichgewichtsstörungen Zeit brauchen, um sich darin fortzupflanzen, dann kann es sowohl von einer örtlichen, wie auch von einer zeitlichen Wirkung in die Ferne Rechenschaft geben.

Hierauf beruht nun auch die Erklärung, mit deren Hilfe wir den Schwierigkeiten der mechanischen Gesetze entgehen können. Wenn wir annehmen, daß alle Körper elektrische Ladungen besitzen — was schon wegen ihrem optischen Verhalten sehr plausibel erscheint —, dann können wir die Frage, auf welche Weise die Bewegung, die bis zu diesem Augenblicke stattgefunden hat, die zukünftige Bewegung beeinflussen kann, folgendermaßen beantworten: die vergangene Bewegung besteht jetzt noch dadurch, daß sie sich in einem jetzt bestehenden modifizierten Zustand des Mediums offenbart. Ebenso wie der Einfluß des Kanonenschusses in der Form von Luftschwingungen noch fortbesteht und diese erst später mein Ohr erreichen und hier die Wahrnehmung des Schalles hervorbringen, so besteht auch der Einfluß der früheren Bewegung im elektromagnetischen Kraftfeld weiter, und das Feld kann nun seinerseits auf die spätere Bewegung der Körper Einfluß ausüben.

Scheinbar besteht ein Unterschied zwischen diesen zwei Fällen. Bei dem Beispiele des Kanonenschusses liegt eine beträchtliche Entfernung zwischen dem Ort, wo das Geräusch hervorgebracht wird, und dem Orte, wo es wahrgenommen wird, und die Fortpflanzung des Geräusches über diese Entfernung kann von dem Zeitunterschiede zwischen Ursache und Wirkung Rechenschaft geben. Das Trägheitsgesetz gilt aber für einen einzelnen Körper, dessen Weiterbewegung erklärt werden soll. Scheinbar ist also hier von keiner Fortpflanzung die Rede. Doch ist dieser Unterschied nicht wesentlich: das kleinste System, das wir uns in Bewegung denken können — und als solches betrachten wir gegenwärtig das Elektron —, hat doch noch immer eine gewisse Größe; die verschiedenen Punkte davon haben einen gewissen Abstand, und die Kraftwirkung, die von einem Punkte desselben ausgeht, wird in einem andern Punkte etwas, wenn auch noch so wenig, später empfunden. Und dieser Zeitunterschied ist genügend, um Rechenschaft davon zu geben, wie die frühere Bewegung auf die spätere Einfluß haben kann.

Die Antwort, die wir auf die Frage von Sturm geben würden, kann folgendermaßen formuliert werden: Die eigentliche „vis viva" in dem Sinne, den Leibniz dem Worte zuschrieb, nämlich als dasjenige, was ein bewegtes System von einem ruhenden unterscheidet, und was die Bewegung aufrecht erhält, ist das magnetische und das durch die Bewegung veränderte elektrische Kraftfeld.

Nehmen wir nun noch an, daß die Elektronen keine Masse im mechanischen Sinne besitzen, sondern nur die sogenannte elektromagnetische Masse, die eben eine Folge des Kraftfeldes ist, und denken wir uns die Moleküle aus solchen positiven und negativen Elektronen aufgebaut, so daß im ganzen in der Natur keine mechanische Masse vorkommt, dann haben wir uns ein Weltbild — das sogenannte elektromagnetische Weltbild — geformt, für das die Bedenken, die wir gegen das mechanische Weltbild vorgebracht haben, nicht gelten.

Unsere Bedenken gegen die Prinzipien der Mechanik, wie sie gewöhnlich formuliert werden, bestanden ja darin, daß die Kräfte dabei benutzt werden, um die Beschleunigungen zu bestimmen; infolgedessen werden die Geschwin-

digkeiten als unabhängige, primäre, gegebene Größen eingeführt. Wird nun die Masse gleich Null gesetzt, so fällt aus der Gleichung: Kraft gleich Masse mal Beschleunigung auch die Beschleunigung weg. Aus den übrig bleibenden Gleichungen kann man, wenn das Kraftfeld gegeben ist, die Geschwindigkeiten berechnen[1]). Dieses Kraftfeld aber ist wieder von der früheren Bewegung des Elektrons abhängig. Das ist alles, wie wir in einer rationellen Dynamik erwarten.

Auf Grund des Gesagten glaube ich annehmen zu dürfen, daß die mechanischen Gesetze nicht die fundamentalsten Naturgesetze sind, sondern daß sie vielmehr eine Erklärung mit Hilfe von anderen fundamentaleren Gesetzen erfordern, und daß die Elektronentheorie imstande ist, die Erklärung auf befriedigende Weise zu geben. Damit ist aber noch nicht gesagt, daß die Erklärung auch die richtige sei. Eine nähere, sowohl experimentelle als theoretische Untersuchung wird nötig sein, um zu erfahren, ob das wirkliche Verhalten der Körper mit dem Verhalten von Körpern, die ausschließlich elektromagnetische Masse besitzen, übereinstimmt. Zeigt sich, daß dies nicht der Fall ist, dann ist die Erklärung natürlich zu verwerfen. Ich meine aber, daß wir trotzdem nicht zu dem „mechanischen Weltbilde" zurückkehren sollen, sondern daß auch dann die Aufgabe bestehen bleibt, eine Erklärung des Trägheitsgesetzes mit Hilfe von elementareren Gesetzen zu finden.

1) Daß dieses so ist, zeigt sich besonders deutlich in der Sommerfeldschen Theorie der Dynamik des Elektrons und in den Betrachtungen von P. Hertz über unstetige Bewegungen. Es zeigte sich nicht in der Abrahamschen Theorie für die quasistationäre Bewegung.

Eine wichtige Folge des Faktums, daß die Geschwindigkeit des Elektrons nicht als unabhängig veränderliche Größe zu betrachten ist (wie in der Mechanik), habe ich Proc. Acad. of Amsterdam, January 1909, angegeben.

(Aus dem Holländischen übersetzt von Hilde Barkhausen.)

(Eingegangen 29. April 1911.)

Einige Bemerkungen über das Erdbeben vom 3.—4. Januar 1911.

Von Elmar Rosenthal.

Von der Entstehung eines tektonischen Erdbebens macht man sich gewöhnlich folgende Vorstellung. An einer bestimmten Stelle der Erdkruste bildet sich eine bis zur Grenze der Bruchfestigkeit gehende Spannung. Sobald die Spannung jene Grenze erreicht, wozu unter Umständen äußere Ursachen (Luftdruckänderungen, Niederschläge, Massentransporte) beitragen könnten, erfolgt der Bruch oder die Verschiebung, und diese ist häufig nicht auf einen Punkt oder eine kleine kreisförmige Fläche beschränkt, sondern kann längs einer Linie von bedeutender Länge erfolgen. Bei dem San-Franzisco-Beben z. B. (18. April 1906) wurden die Erdschichten längs einer 435 km langen Linie horizontal um einige Meter gegeneinander verschoben. Ähnliche Fälle sind wahrscheinlich sehr häufig.

Es ist nun zum mindesten unwahrscheinlich, daß die Verschiebung und damit der Beginn der seismischen Erschütterung an allen Punkten einer solchen „Herdlinie" genau gleichzeitig erfolgt. Man wird vielmehr annehmen müssen, daß die Verschiebung in irgendeinem Punkte A beginnt und sich von dort über die ganze Linie mit der Geschwindigkeit elastischer Wellen verbreitet. Vom Punkte A gehen im Moment der Verschiebung Erdbebenwellen aus; etwas später entstehen nacheinander solche auch in den übrigen Punkten der Herdlinie und überlagern die ersteren. Man wird sich dabei vorstellen müssen, daß die kleinen Zusatzspannungen, die durch die von A ausgehenden elastischen Wellen verursacht werden, gerade hinreichen, um die an der Herdlinie schon bestehende Spannung auf den der Bruchfestigkeit entsprechenden Betrag zu vergrößern.

Es ist nun sehr wohl möglich, daß im Punkte A ein relatives Minimum von Bruchfestigkeit und entsprechender Spannung besteht, in einem anderen Punkte B der Herdlinie aber ein relatives Maximum. In diesem Falle wird die Amplitude der von A ausgehenden Erdbebenwellen relativ klein, dagegen die Amplitude der von B ausgehenden Wellen relativ groß sein. Man wird bei genügender Entfernung zwischen A und B auf einer seismischen Station zunächst sehr kleine Amplituden (e = emersio nach der Göttinger Bezeichnung) registrieren, eine kurze Zeit später aber ein plötzliches Anwachsen (i = impetus) derselben bemerken.

Dieser Fall scheint bei dem im Titel genannten Beben vom 3.—4. Januar 1911 vorgekommen zu sein. Auf den zurzeit in meinen Händen befindlichen Seismogrammen lassen sich zu Beginn des ersten Vorläufers ganz deutlich der erste Anfang P_e und etwa 20 Sek. später P_i unterscheiden. In anderen mir zugänglichen Bebenberichten wird der Anfang gleichfalls mit P_e bezeichnet, was bei der ungewöhnlichen Stärke dieses Bebens entschieden auffallend ist.

Die in Rede stehende Erscheinung erklärt sich leicht aus der soeben dargelegten Annahme: P_e würde dem oben mit A bezeichneten Punkte entsprechen, P_i dem Punkte B. Es ist dabei selbstverständlich durchaus nicht notwen-

dig, daß die Punkte A und B den Endpunkten der Herdlinie entsprechen, wohl aber ist dies im allgemeinen nicht unwahrscheinlich, da ja die Endpunkte der Herdlinie durch maximale Bruchfestigkeit oder minimale Spannung gegeben sind.

Die relative Lage der Punkte A und B kann wie folgt berechnet werden. Es sei T_1 die Eintrittszeit des Bruches im Punkte A, T_2 die Zeit im Punkte B; Δ_1 und Δ_2 seien die entsprechenden sphärischen Entfernungen bis zur seismischen Station und $f(\Delta)$, die Laufzeit. Dann hat man

$$T_2 - T_1 + f(\Delta_2) - f(\Delta_1) = P_i - P_e$$

oder wenn $T_2 - T_1 = z$, $P_i - P_e = dt$ gesetzt wird, in erster Annäherung:

$$z + d\Delta \cdot f'(\Delta) = dt.$$

Setzt man ferner $d\varphi = x$ und $d\lambda \cos\varphi = y$, wo $d\varphi$ und $d\lambda$ die Breiten- und Längendifferenz zwischen A und B bezeichnen, und nennt das Azimut der Station vom Punkte A gesehen a, so hat man:

$$z - x \cos a\, f'(\Delta) + y \sin a\, f'(\Delta) = dt.$$

Jede seismische Station liefert eine solche Gleichung. Zur Berechnung benutze ich: 1. eine Kopie des Seismogramms aus Pulkowa[1]), 2. eine photographische Kopie des Seismogramms aus Wien, 3. das Originalseismogramm aus Ottawa. Die mir außerdem vorliegende Kopie des Seismogramms aus Florenz-Ximeniano zeigt dieselbe Eigentümlichkeit wie die übrigen Seismogramme, indessen sind die Zeitangaben auf demselben zu lückenhaft, um mir eine einigermaßen sichere Bestimmung von P_e und P_i zu erlauben. Den Herren Fürst B. Galitzin, Direktor Trabert, Direktor Klotz und Pater Alfani sei an dieser Stelle für freundliche Übersendung der genannten Dokumente mein wärmster Dank ausgesprochen.

Ich finde:

	Pulkowa	Wien[2])	Ottawa
P_e:	$23^h\ 32^m\ 16^s$	$23^h\ 33^m\ 41^s$	$23^h\ 38^m\ 34^s$
P_i:	36^s	59^s	58^s

Nach der von Fürst Galitzin[3]) mitgeteilten Isoseistenkarte nehme ich für den Punkt A die mittleren Werte: $\varphi = 43^0$, $\lambda = 77^0\ E$ an, und für $f(\Delta)$ benutze ich die von Zöppritz[4]) berechneten Werte. Dann ergibt die Auflösung der oben aufgestellten Gleichungen:

$$d\varphi = -0{,}4^0,\quad d\lambda = -1{,}5^0,$$

so daß sich also die Herdlinie AB vom Ausgangspunkt 130 km weit nach SW 65° erstreckt. Die Galitzinsche Karte gibt dem epizentralen Teil des Schüttergebiets gleichfalls die Form einer Linie, die nach SW 80° gerichtet und 160 km lang ist.

Die Zeitdifferenz z ergibt sich zu 23^s. Die Entfernung AB wurde also mit einer Geschwindigkeit $v = 6^1/_2$ km/sek. durchmessen. Selbstverständlich gibt diese Berechnung nur die Horizontalprojektion von AB; die beiden Punkte können ja in verschiedenen Tiefen liegen. Der wahre Wert von v könnte durch diesen Umstand vergrößert werden.

Die mitgeteilte Rechnung kann nur den Wert einer ersten Orientierung beanspruchen. Es ist ja zu bedenken, daß die Lage von AB nur durch die Differenzen dt-z bestimmt wird, die nur wenige Sekunden betragen. Etwas mehr Sicherheit würde das Resultat durch Benutzung einer größeren Zahl von Stationen gewinnen und ich würde den Herren Fachkollegen für freundliche Mitteilung der von ihnen beobachteten Werte P_e und P_i sehr dankbar sein. Eine weitere Kontrolle würde auch die Benutzung des zweiten Vorläufers bieten, doch ist hier die Identifizierung der zu A und B gehörigen Werte wohl mit zu viel Willkür behaftet.

Warschau, Universität, 12. April 1911.

(Eingegangen 20. April 1911.)

1) Aus der Arbeit: Fürst B. Galitzin: Das Erdbeben vom 3.—4. Januar 1911. Bull. Acad. St.-Pétersbourg 1911, S. 127—136.

2) Mittel aus „Wiech. Pendel" Vert. Komp. und Horiz. Komp. N.-S.

3) l. c., Fig. 2.

4) E. Wiechert und K. Zöppritz, Über Erdbebenwellen. Nachr. K. Ges. Göttingen 1907.

Der Freiballon als Empfangsstation für drahtlose Telegraphie.

Von Paul Ludewig.

Die sich in der letzten Zeit im Freiballonsport häufenden Unglücksfälle haben durch Herrn Geheimrat Aßmann[1]), dem Direktor des Königl. Preuß. Aeronautischen Observatoriums zu Lindenberg, zu einer Organisation geführt, die eine große Anzahl von Pilotballonaufstiegen, die an verschiedenen über ganz Mitteldeutschland verteilten Orten täglich gemacht werden, in Wetterkarten zusammenfaßt und Warnungen an die Luftschiffervereine weitergibt. Es geht das Bestreben dahin, von einer in Lindenberg zu errichtenden großen Station für drahtlose Telegraphie direkt mittels elektrischer Wellen an die in Fahrt befindlichen Luftschiffe die Wetteraussichten zu übermitteln.

Über den Bau der drahtlosen Stationen in den lenkbaren Luftschiffen ist nur sehr wenig veröffentlicht, da es sich hier meist um militärische Geheimnisse handelt. Ob Versuche

1) Deutsche Zeitschrift für Luftschiffahrt J. A. M., 14. Dez. 1910.

auch mit Freiballonen gemacht sind, ist nirgends verzeichnet. Es sei daher vergönnt, in Kürze von den Versuchen zu berichten, die der Verfasser im Anfang dieses Jahres mit Unterstützung des Frankfurter Vereins für Luftschifffahrt in dieser Richtung gemacht hat. Dabei war beabsichtigt, mit möglichst einfacher und leichter Apparateanordnung die von einer Landstation für drahtlose Telegraphie ausgesandten Wellen aufzufangen.

Das Neue des Problems lag in der Anordnung der Antenne, die aus zwei Teilen zu

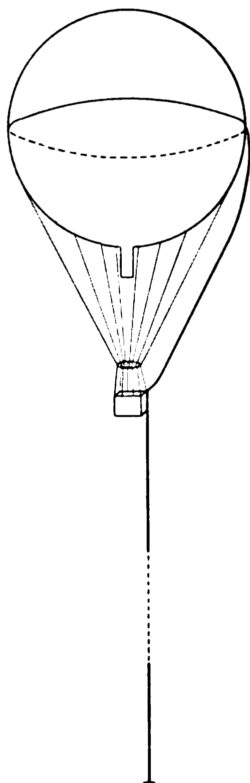


Fig. 1.

gestalten war, zwischen denen die Empfangsapparate eingeschaltet werden mußten. Als Empfangsapparate selbst standen die in der Praxis seit langem eingeführten Empfänger zur Wahl.

Es wurde folgendermaßen verfahren: Nachdem der Ballon halb gefüllt war, wurde in Höhe des Äquators rings um den Ballon ein Draht in die Maschen des Netzes verflochten, dessen eines Ende nach dem Hochlassen des Ballons zum Korb geführt wurde. Dieser Drahtteil diente als obere Antennenhälfte. Als untere wurde nach der Abfahrt des Ballons vom Korb aus ein unten beschwerter Draht heruntergelassen. Die Antenne hatte also im gebrauchsfertigen Zustande die Gestalt der Fig. 1.

Da der Zweck der Versuche war, festzustellen, mit wie einfachen Mitteln die Übertragung möglich sei, wurde auch eine sehr einfache Empfangsschaltung gewählt. Als Empfänger diente die Schlömilchzelle, die, um platzraubende Apparatur zu vermeiden, direkt in die Antenne (vergl. Fig. 2) eingeschaltet wurde. Bei dieser Anordnung ist naturgemäß eine genaue Abstimmung nicht möglich. Sie wurde auf die Wellenlänge von 500 m der Gebestation dadurch annähernd erreicht, daß der vom Korb herabhängende Draht 125 m lang, also gleich $\frac{\lambda}{4}$ gemacht wurde.

Mit der Wahl dieser relativ primitiven Empfangsanordnung war auch die Frage entschieden, ob man von der Sendestation gedämpfte oder ungedämpfte Wellen geben sollte. Die geringe Abstimmungsfähigkeit der Empfangsstation machte die erste Art notwendig. Es wurden also in der als Sendestation dienenden ca. 30 m hohen T-Antenne des Elektrotechnischen Institutes des Physikalischen Vereins zu Frankfurt am Main nach der Braunschen Methode bei starker Kopplung stark gedämpfte Schwingungen erregt.

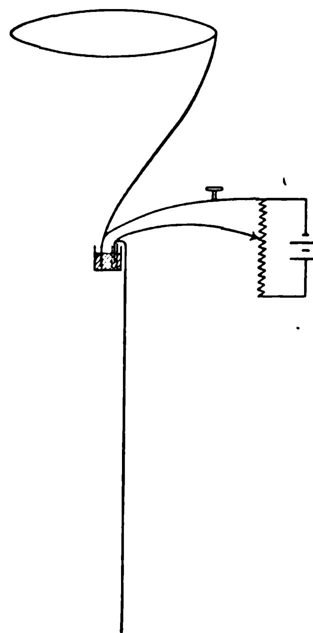


Fig. 2.

Bei einer ersten Fahrt am 12. März dieses Jahres mit dem Ballon Tilli II des Frankfurter Vereins für Luftschiffahrt gab die Station zwei Stunden lang Zeichen, die gut verstanden wurden. In dieser Zeit legte der Ballon die Strecke von ca. 50 km zurück und erreichte dabei eine

größte Höhe von ca. 600 m über dem Boden. In dieser Höhe schienen die Zeichen ein wenig an Stärke zu verlieren.

Bei einer zweiten Fahrt am 23. März 1911 stiegen 3 Ballons des Frankfurter Vereins je mit einer Empfangsstation ausgerüstet auf. Es hatten die Stationen von Göttingen, Darmstadt, Karlsruhe und Frankfurt ihre Beteiligung zugesagt. Die Stationen Göttingen, Karlsruhe und Darmstadt gaben mit Tonfunken und Stoßerregung, Frankfurt nach der Braunschen Methode mit 50periodischen Funken. Die Zeichen von Frankfurt und Darmstadt wurden gut gehört, was bezüglich der letzteren Station auf gute Abstimmung der Ballonstation schließen läßt.

Göttingen und Karlsruhe blieben unverständlich. Während der Zeit, zu der Göttingen geben sollte, trafen Zeichen mit 50periodischen Funken ein, und zwar wurde ein (nicht verstandener) Text sehr schnell gegeben. Wie sich nachträglich durch Anfrage bei den in der Nähe befindlichen Stationen herausstellte, wurden diese Zeichen von dem zu der Zeit übenden Telegraphenbataillon in Coblenz (die Ballons landeten in der Nähe von Coblenz) gegeben.

Bei beiden Fahrten wurde die bei der Abfahrt der Ballons noch nicht vorliegende Wetterkarte des Tages in kurzem Auszug drahtlos übermittelt.

(Eingegangen 16. Mai 1911.

Bemerkung zu einer Bestimmung des Moleculardurchmessers und über minimale optische wirksame Schichtdicke.

Von Joh. Koenigsberger und W. J. Müller.

Die geringste Menge von Bleisuperoxyd, die optisch deutlich wahrnehmbar das Reflexionsvermögen eines Platinspiegels beeinflußt, ist $7{,}8 \cdot 10^{-4}$ mg pro qcm[1]). Diese Menge ist, wie wir ebenfalls optisch nachweisen konnten, gleichförmig verteilt. Sie entspricht einer Schichtdicke von 0,84 $\mu\mu$, da die Dichte, wie ebenfalls optisch durch Interferenzbeobachtungen gezeigt werden konnte, schon bei sehr geringen Dicken gleich der normalen des Bleisuperoxyds, = 9,3, ist.

Damals konnten wir nur angeben, daß dies der Minimalwert für eine derartige Schicht und, da diese als zusammenhängend nachgewiesen wurde, der Maximalwert für den Molekulardurchmesser ist. Seitdem hat man aber auf verschiedenem Wege experimentell und theoretisch die Zahl der Moleküle N in 1 ccm Gas bei 0° und 760 mm genau ermittelt. Die Untersuchungen von Planck, Lorentz, Rutherford, Perrin, Millikan u. a. ergeben ziemlich übereinstimmend $N = 2{,}77 \cdot 10^{19}$ mit einem Fehler von etwa $\pm$ 10 Proz und für ein Grammolekül $= 6{,}17 \cdot 10^{23}$. Hieraus berechnet sich einwandfrei die Masse einer Schicht von Moleküldicke der Formel PbO_2 zu $3{,}2 \cdot 10^{-4}$ mg, also etwa die Hälfte des von uns damals gefundenen Wertes. Daher kann man folgern, daß vielleicht das PbO_2-Molekül im festen Zustand Pb_2O_4 entspricht, daß aber jedenfalls eine optisch sicher wahrnehmbare Änderung schon bei einer Schicht von maximal zwei Moleküldicken auftreten kann. Daraus geht hervor, daß das optische Verhalten von Oberflächen unter bestimmten Bedingungen sehr leicht, schon durch die geringste chemische Änderung, beeinflußt werden kann. Dies Ergebnis ist eine Ergänzung zu den indirekt von Rayleigh und Drude gezogenen Folgerungen.

1) Diese Zeitschr. 6, 847 u. 849, 1905.

(Eingegangen 22. Mai 1911.)

Zur Behandlung der Bornschen Starrheitsdefinition.

Erwiderung an Herrn P. Ehrenfest.

Von W. v. Ignatowsky.

Zu der Notiz des Herrn P. Ehrenfest[1]) über meine Arbeit[2]) möchte ich folgendes bemerken. Ich beabsichtigte gar nicht, in derselben den Übergang von Ruhe zur gleichförmigen Rotation eines Zylinders zu erklären. Meine diesbezügliche Bemerkung, die Herr P. Ehrenfest beanstandet[3]) und die ich zurückgenommen habe[4]), hatte mit dem Hauptzweck meiner Arbeit nichts zu tun und sollte auch nicht als ein Resultat derselben aufgefaßt werden. Was meine Bemerkung in bezug auf geradlinige Translation anbelangt, auf die mich Herr F. Noether aufmerksam machte und die ich berichtigt habe[5]), so beruhte dieselbe auf einem Mißverständnis meinerseits, da man eben unter einer krummlinigen Translation in der Relativitätstheorie etwas anderes zu verstehen hat, als in der gewöhnlichen Mechanik, wie ich das in meiner Bemerkung hervorgehoben habe[5]). Da diese Fragen somit erledigt waren, so wundert es mich deshalb sehr, daß Herr P. Ehrenfest noch einmal darauf zurückkommt.

Der Hauptzweck meiner Arbeit[6]) war die elementare Ableitung der Bornschen Starrheits-

1) Diese Zeitschr. 12, 412, 1911.
2) Ann. d. Phys. 33, 607, 1910.
3) Diese Zeitschr. 11, 1127, 1910.
4) Diese Zeitschr. 12, 164, 1911.
5) Ann. d. Phys. 34, 373, 1911.
6) Ann. d. Phys. 33, 607, 1910.

bedingung, zugleich wollte ich die Bedeutung der synchronen Messungen hervorheben. Denn wenn wir ein beliebiges bewegtes Volumenelement messend verfolgen, so können wir uns in bezug auf dasselbe ein Urteil in jedem Moment nur dadurch bilden, daß wir es synchron messen. Diesbezüglich möchte ich noch auf einen Artikel[1]) von mir hinweisen, in welchem die Beziehungen zwischen Linien-, Flächen- und Volumenelementen, synchron gemessen von verschiedenen Koordinatensystemen aus, abgeleitet sind.

Nun noch ein paar Worte in bezug auf die Überlichtgeschwindigkeit. Aus dem Beispiel in § 6 meiner Arbeit[2]) folgt, daß der Knick sich mit Überlichtgeschwindigkeit bewegt. Dasselbe Beispiel habe ich in meinem Königsberger Vortrag angegeben[3]), aber nie diesen Fall als Signalisierung bezeichnet[4]). Eine solche Bezeichnung schiebt mir Herr P. Ehrenfest ganz fälschlich zu. Was die Existenz einer solchen Geschwindigkeit überhaupt anbelangt, so irrt

1) Archiv für Mathematik und Physik **17**, 1, 1911 **18**, 17, 1911.
2) Ann. d. Phys. **33**, 607, 1910.
3) Diese Zeitschr. **11**, 972, 1910.
4) Siehe die Diskussionen zum obigen Vortrag, S. 975.

sich Herr P. Ehrenfest, wenn er dieselbe abstreitet[1]). Denn was in einem System als gleichzeitig erscheint, wird dies nicht in einem anderen System sein. Wenn wir in einem bewegten System den mitbewegten Stab gleichzeitig (für das bewegte System) heben, so wird für den ruhenden Beobachter dies nicht gleichzeitig geschehen. Daher der Knick usw. Kein substantieller Punkt bewegt sich hierbei mit Überlichtgeschwindigkeit. Im übrigen kann sich der Knick nur nach einer Richtung bewegen. Eine Anwendung[2]) hiervon habe ich gemacht, um das Beispiel des Herrn V. Varičak[3]) mit der Pause zu erklären.

Ich halte infolge des oben Gesagten alle Fragen für erledigt und sehe mich veranlaßt, wegen dem Ton, den Herr P. Ehrenfest mir gegenüber einnimmt, auf jede weitere Diskussion zu verzichten.

1) Diese Zeitschr. **12**, 412, 1911.
2) Diese Zeitschr. **12**, 414, 1911. Ich möchte hier gleich einen Druckfehler korrigieren. In der zweiten Spalte, Zeile 15 von oben, muß es statt der Stab, der Streifen heißen.
3) Diese Zeitschr. **12**, 168, 1911.

Berlin, den 28. Mai 1911.

(Eingegangen 30. Mai 1911.)

BESPRECHUNGEN.

Max Leo, Die Anlauffarben. Eine neue Methode zur Untersuchung opaker Erze und Erzgemenge. gr. 8. 74 S. mit 1 Dreifarbendrucktafel und 1 Tabelle. Dresden, Th. Steinkopff. 1911. M. 2.—

Die Anlauffarben sind Interferenzfarben, abhängig von der Dicke und Lichtbrechung der Anlaufschicht, aber auch von deren Absorptionsvermögen, sowie von der Farbe des Untergrundes. Diese Anlaufschichten bedeuten wohl vielfach, wie schon Frankenheim vermutete (1835), regelmäßige Kristallverwachsungen. Verf. bewerkstelligte nun auch künstliche Anfärbung bei Zimmer- oder bei erhöhter Temperatur durch Lösungen von $KBrO_3$, $AgNO_3$, $CuSO_4$, KCN, $K_4Fe(CN)_6 + HCl$, $AuCl_3$ oder auch durch elektrolytisches Anfärben (mit *Cu*-, *Ni*-, *Co*- oder *Ag*-Salzlösungen), wofür Verf. besondere sinnreiche Verfahren ausgebildet hat. Die Anlaufschicht läßt sich allermeist leicht und glatt ablösen, und entspricht daher einer Art Wachstum, nur die Amalgamierung bei Metallniederschlag auf metallischer Kathode bedeutet eine Art Auflösung letzterer; nach Bäckström (1888) muß zwischen zwei Kristallflächen von verschiedener Lösungsgeschwindigkeit eine elektrische Potentialdifferenz entstehen, die bei Gegenwart eines Elektrolyten einen Strom erzeugt; das gleiche ist bei Flächen von verschiedener Wachstumsgeschwindigkeit zu erwarten. Verf. untersuchte Kiese sowie Gemenge von solchen; verschiedene Arten färben sich auch verschieden; schon Hausmann fand (1848), daß Kupferkies und Buntkupfererz beim Erhitzen ihre Anlauffarbe verschieden schnell ändern. Auch ungleichwertige Flächen des gleichen Materials färbten sich mit verschiedenen Geschwindigkeiten; trägt man letztere auf den Flächennormalen auf, so bestimmen die Endpunkte die „Färbungsfläche". Horbachit lieferte auf ebener Fläche ungleichmäßigen Anlauf und verriet sich durch die Arten der Anfärbung als Gemenge von Magnetkies, *Ni*-haltigem Schwefelkies und *Ni*-Linneit, den Verf. als Pentlandit bezeichnet. Im Magnetkies fanden sich stets kleine Pyriteinschlüsse, was schon Groth infolge des *S*-Überschusses der Magnetkiese vermutete. Spaltungsflächen färben sich am langsamsten. Am Bleiglanz und am Pyrit färbt sich Oktaederfläche schneller als Würfelfläche; thermoelektrisch positiver Pyrit färbt sich schneller als negativer (Referent vermutet, daß man letzteres ebenso wie die elektrische Potentialdifferenz auf kleine chemische Unterschiede zurückzuführen hat, wofür wohl auch die von Liebisch kürzlich am Zinnstein gemachten Beobachtungen sprechen).

Zum Schlusse möchte ich auf einige Irrtümer des übrigens recht anregenden Büchleins hinweisen. Verf. behauptet, daß im Zinksulfat-Heptahydrat ein Molekül H_2O durch ein Molekül K_2SO_4 oder $(NH_4)_2SO_4$ ersetzt werden könne. Warum nicht? aber nicht unter Erhaltung der Kristallform! — Verf. meint, im regulären System seien linke und rechte Formen „wenigstens nach der Sohnckeschen Strukturtheorie" nur in der plagiedrischen Hemiedrie und in der Tetartoedrie möglich. Diese Möglichkeit hängt jedoch nicht von der hypothetischen Struktur, sondern lediglich von der tatsächlichen Symmetrie ab! — Verf. sagt, infolge der ikositetraedrischen Kristallform des

Bornit müßten dessen Wachstumsgeschwindigkeiten in verschiedenen Richtungen eine so geringe Verschiedenheit haben, daß die „Färbungsfläche" (s. oben) nur wenig von der Kugelfläche abweichen könnte, falls seine Ansicht richtig sei, daß Richtung größter Wachstumsgeschwindigkeit und Richtung größter Färbungsgeschwindigkeit „korrespondieren". Von diesem (hypothetischen) Zusammenfallen der Richtungen ist aber doch das Größenverhältnis von Maximum und Minimum, und daher auch die Gestalt der Färbungsfläche ganz unabhängig. Überdies läßt sich aus der ikositetraedrischen Form des Bornit für die Wachstumsgeschwindigkeiten nicht realisierter Flächen zwar eine untere, nicht aber eine obere Grenze ableiten (vergl. A. Johnsen, „Wachstum und Auflösung der Kristalle", Leipzig 1910); auch wird die Hypothese über das Zusammenfallen der Richtungen von Wachstumsmaximum und Färbungsmaximum sich nicht halten lassen, da sich beide Vorgänge nicht in derselben Lösung abspielen, und beide mit der Beschaffenheit der Lösungen variieren, derart, daß sich nicht nur die Größe, sondern auch die Richtung des Maximums ändert. Statt Lösungsgeschwindigkeit sagt Verf. „Löslichkeit", worunter man jedoch gewöhnlich „Sättigungskonzentration" versteht. — Beim Studium der Literatur über regelmäßige Kristallverwachsungen ist dem Verf. die wichtige Arbeit von O. Mügge (Neues Jahrb. f. Mineral., Blge.-Bd. **16**, 335, 1903) entgangen. Johnsen.

Tagesereignisse.

Preisaufgaben der Fürstl. Jablonowskischen Gesellschaft für die Jahre 1911—1913. 1. Für das Jahr 1911: Es soll die Theorie des Regenbogens gefördert und insbesondere der Verteilungszustand des Lichtes mit anzugebender Genauigkeit für eine Kugel mit beliebigem Durchmesser bestimmt werden, der aber so klein sei, daß er nur wenige oder gar keine Beugungsstreifen ermöglicht, und zugleich so groß, daß er nicht gegenüber der Lichtwellenlänge vernachlässigt werden darf. 2. Für das Jahr 1913: Wie lautet in der Theorie des Newtonschen Potentials, für das durch die Methode der reziproken Radien aus dem Ellipsoid entstehende Ovaloid derjenige Satz, der dem C. Neumannschen Satze (Abh. d. K. S. Ges. d. Wiss. 1909) analog ist.

Der Preis für jede gekrönte Abhandlung beträgt M. 1500.—.

Der Jahresbericht, der ausführlichere Mitteilungen über die gestellten Preisaufgaben enthält, ist durch den Sekretär der Gesellschaft (für das Jahr 1911 Geh. Hofrat Professor Dr. Bücher, Leipzig, Auenstr. 2, II) zu beziehen.

Radioaktivität menschlicher Organe. Im Heidelberger Institut für Krebsforschung sind von Dr. Albert Caan interessante Versuche angestellt worden, welche die Radioaktivität menschlicher Organe festgestellt haben. Das Ergebnis der Untersuchung solcher Organe, die niemals mit Radium in Berührung gekommen waren, in bezug auf ihre Radioaktivität zeigte das Vorhandensein einer Substanz, welche die Fähigkeit besitzt, die Luft für Elektrizität leitend zu machen. Ob diese Substanz identisch mit Radium ist, dafür fehlt, wie Dr. Caan in einer der Heidelberger Akademie der Wissenschaften vorgelegten Abhandlung ausführt, zunächst der sichere Nachweis. Daß es sich jedoch um eine radioaktive Substanz zu handeln scheint, dafür spricht, nach den bisherigen Ergebnissen, die Eigenschaft der Substanz, das normalerweise vorhandene Isoliervermögen der Luft in mehr oder minder hohem Grade aufzuheben. Außerdem zeigten einige Organe sowohl im Rohzustande wie auch nach der Veraschung eine Beeinflussung der photographischen Platte. Für die Herkunft dieser radioaktiven Substanz gibt es zwei Erklärungen: ihre Aufnahme mittels fester Nahrung oder Getränken — gibt es doch an vielen Orten radioaktive Trinkwässer — oder die Absorption der durch den Atmungsprozeß in die Blutbahn gebrachten radioaktiven Emanation.

Personalien.

(Die Herausgeber bitten die Herren Fachgenossen, der Redaktion von eintretenden Änderungen möglichst bald Mitteilung zu machen.)

Habilitiert: An der Universität Leipzig Dr. Robert König für Mathematik, an der Böhmischen Technischen Hochschule Prag Dr. Bydzowsky für Mathematik, an der Technischen Hochschule Berlin Dr. W. v. Ignatowsky für Theoretische Physik und Mechanik.

Ernannt: Der a. o. Professor an der Deutschen Universität Prag Dr. Samuel Oppenheim zum ord. Professor der Astronomie an der Universität Wien, der Privatdozent an der Universität Genf Dr. M. Blanchard zum a. o. Professor für Mathematik an der Universität Freiburg i. Schw., Dr. Ing. Karl Vollmer in Ludwigshafen zum a.o. Professor für technische Physik an der Universität Jena, Professor der Mathematik am Wellesley College Miss Ellen Fitz Pendleton zum Präsidenten dieses Instituts, der Professor der Elektrotechnik an der Columbia-Universität Dr. Michael L. Pupin zum Direktor der Phoenix-Research Laboratories, somit zum Leiter der Untersuchungen im Gebiete der Physik.

Verliehen: Dem Dozenten für physikalische Metallurgie an der Technischen Hochschule Aachen Dr. Max Levin der Titel Professor.

Berufen: Der a. o. Professor an der Universität Kiel Dr. Heinrich Biltz zum ord. Professor der Chemie an der Universität Breslau.

Gestorben: Der Professor der Chemie am Technischen Institut „G. Sommeiller" Decio Bizzari in Turin, der Chemiker (und Schriftsteller auf kolloidchemischem Gebiete) Dr. S. J. Levites in St. Petersburg, der a. o. Professor der Mathematik an der Deutschen Universität Prag Dr. Josef Grünwald, der ord. Professor der Chemie an der Universität Graz Dr. Hugo Schrötter.

Gesuche.

Für die Redaktion verantwortlich Professor Dr. Friedrich Krüger in Danzig-Langfuhr. — Verlag von S. Hirzel in Leipzig.
Druck von August Pries in Leipzig.

PHYSIKALISCHE ZEITSCHRIFT

No. 15. 1. August 1911. 12. Jahrgang.

Redaktionsschluß für No. 16 am 27. Juli 1911.

INHALT:

ORIGINALMITTEILUNGEN.

Weitere Untersuchungen an photoelektrischen Zellen mit gefärbten Kaliumkathoden.

Von J. Elster und H. Geitel.

Wie wir unlängst mitgeteilt haben[1]), läßt sich die photoelektrische Empfindlichkeit der Alkalimetalle, d. h. die bei gleicher Beleuchtungsstärke von der Flächeneinheit abgegebene Menge negativer Elektrizität dadurch wesentlich steigern, daß man für kurze Zeit in den diese Metalle enthaltenden Vakuumzellen bei Gegenwart verdünnten Wasserstoffs einen Glimmstrom einleitet, bei dem die Alkalimetallfläche zweckmäßig die Kathode bildet. Hierbei nimmt das vorher blanke Metall Färbungen an, die für Kalium, Rubidium, Cäsium zwischen Grün bis Indigoblau liegen, während Natrium gelbliche bis braune Töne zeigt.

Wir sehen in diesen farbigen Schichten die kolloiden Modifikationen der Alkalimetalle, ihre Bildung denken wir uns in der Art verlaufend, daß zunächst die Hydride der Metalle durch den Glimmstrom in der Wasserstoffatmosphäre entstehen, und diese dann, wie wir es an künstlich dargestellten reinen Hydriden als möglich nachgewiesen haben, als Lösungsmittel des freien Metalls wirken. Der Gehalt der so gebildeten Lösungen an Alkalimetall wird im Grenzfalle vielleicht so groß werden können, daß jene Oberflächenschichten praktisch als nahezu reines allotropes Metall zu betrachten sind.

Ob man berechtigt ist, mit den Herren R. Pohl und P. Pringsheim[2]) diese farbigen Schichten mit den von R. W. Wood durch bloße Sublimation der Alkalimetalle an Glaswänden im Vakuum erhaltenen Beflügen feinster Tröpfchen zu identifizieren, scheint uns doch zweifelhaft. Es spricht gegen diese Auffassung die anscheinende Notwendigkeit der Gegenwart von Wasserstoff bei ihrer Bildung und die Übereinstimmung der Färbungen mit den von Goldstein durch Kathodenbestrahlung an den Haloidsalzen der Alkalimetalle hervorgerufenen; bei Natrium ist der Parallelismus besonders auffallend.

Nun bemerkten wir an allen auf diese Weise empfindlicher gemachten Photozellen, in denen wir, um eben eine möglichst große Empfindlichkeit bei schwachen Lichtreizen durch Annäherung der angelegten Spannung an das Entladungspotential erreichen zu können, einen merklichen Gasdruck (von etwa 0,5 mm) der Wasserstoffüllung belassen hatten, ein allmähliches Abblassen der Färbung und zugleich eine Abnahme der Empfindlichkeit gegenüber geringen Lichtstärken auch bei hohen angelegten Potentialdifferenzen.

H. Dember hat an *Na*-Zellen mit Wasserstoffüllung diese Abnahme der Lichtempfindlichkeit in längeren Zeiträumen zuerst aufgefunden und sie auf die kombinierte Wirkung einer Gasbeladung der Kathodenfläche und einer Druckabnahme in der Zelle zurückgeführt[1]).

Das Abblassen der Farben wies auf die Rückbildung der hochempfindlichen Modifikationen der Alkalimetalle hin, daneben konnte auch eine Änderung des Gasdrucks in der Zelle, sei es durch Entwicklung von Wasserstoff aus zerfallendem Hydrid, oder umgekehrt durch Absorption des Gasinhalts durch das Metall an dem Rückgange der Empfindlichkeit beteiligt sein.

Um den letzten Punkt aufzuklären, hätte

1) J. Elster u. H. Geitel, diese Zeitschr. 11, 257, 1910.
2) R. Pohl u. P. Pringsheim, Verh. d. Deutschen Phys. Ges. 13, 219, 1911.

1) H. Dember, diese Zeitschr. 9, 189, 1908.

man daran denken können, die Zellen in Verbindung mit der Luftpumpe zu halten und eine etwaige Änderung des Gasdrucks unmittelbar zu messen.

Dem stand aber die Länge der Zeit entgegen, die für die beobachteten Veränderungen der Zellen erforderlich war, und die nach Tagen bis Wochen zählte. Es schien schwierig, während so langer Zeiten die Pumpe und ihre Zuleitungen zur Zelle absolut dicht zu halten, zudem hätte die allmähliche Einwanderung von Quecksilberdämpfen neue Schwierigkeiten bereitet. Es blieb nichts übrig, als in den nach ihrer Herstellung von der Pumpe durch Abschmelzen getrennten Zellen selbst den Gasdruck von Zeit zu Zeit zu prüfen. Wir erreichten dies auf eine Art dadurch, daß wir die Zelle in der in der Fig. 1 dargestellten Weise mit einem kleinen Geißlerrohre zusammensetzten.

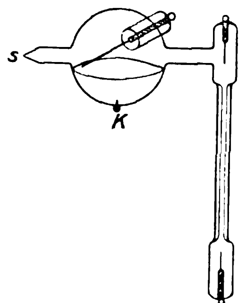


Fig. 1.

Nach dem bekannten, praktisch gut bewährten Verfahren von Böttcher (Kohlrausch, Praktische Physik, S. 36) war die Umgebung der Elektrode K im Innern der Zelle mit einem dünnen Silberbelage überzogen, auf diesem wurde, wie weiter unten noch näher beschrieben wird, durch Destillation im Vakuum eine Schicht metallischen Kaliums niedergeschlagen, dessen Oberfläche alsdann mittels des Glimmstroms in Wasserstoffatmosphäre gefärbt wurde.

Leicht überzeugt man sich durch Vergleichung der Empfindlichkeit der Zelle vor und nach dieser Behandlung, indem man in beiden Fällen die äußerste mit der Gaedepumpe erreichbare Verdünnung des Gasinhalts herstellt, daß die Lichtempfindlichkeit dabei auf das Drei- bis Sechsfache der ursprünglichen gestiegen ist.

Durch Einlassen von neuem Wasserstoff und, wenn erforderlich, durch ferneren Gebrauch der Pumpe, kann man den Gasdruck leicht so bemessen, daß das Geißlerrohr, an einen kleinen Induktor (von etwa 2 cm Funkenlänge) angeschlossen, die maximale Helligkeit des roten Wasserstofflichtes und die bekannten Spektrallinien glänzend zeigt.

Die Zelle wird nun samt dem Geißlerrohr durch Abschmelzen an der Stelle s von der Pumpe getrennt.

Nach Verlauf von Tagen und Wochen wird alsdann der Gasdruck von Zeit zu Zeit dadurch geprüft, daß die Entladung des Induktors, immer nur für einen Bruchteil einer Sekunde, durch das Geißlerrohr geschickt wird. Die Lichtsäule zeigt durch ihre blassere Färbung und das Auftreten grüner Fluoreszenz in der Nähe der Kathode ein allmähliches Verschwinden der Wasserstoffüllung an, nach einigen Monaten ist die Verdünnung so weit fortgeschritten, daß die Entladung statt durch das Geißlerrohr über eine 1,5 cm lange parallel geschaltete Funkenstrecke in Luft erfolgt. Zugleich ist die Färbung der Kaliumfläche stark abgeblaßt oder selbst ganz verschwunden.

Der Versuch ist mit übereinstimmendem Erfolge an zwei Exemplaren von Kaliumzellen gemacht.

Zugleich hatte sich das Verhalten der Zellen gegenüber dem Lichte geändert. Während anfangs eine Elektrodenspannung von 200 Volt, die etwa um 40 Volt unter dem Entladungspotential lag, bei einer Beleuchtung durch eine 25kerzige Nernstlampe in 1 m Abstand einen Strom von 10^{-7} Ampere gab, sank dieser bei gleicher Beleuchtung schließlich auf $5 \cdot 10^{-9}$ herab und die Zelle vertrug eine Spannungsdifferenz von über 600 Volt, ohne daß eine leuchtende Entladung eintrat, alles natürlich nur die Folgen der eingetretenen Gasverdünnung.

Um diese Veränderungen im photoelektrischen Verhalten für sich allein zu untersuchen, stellten wir nach dem gleichen Verfahren Kaliumzellen ohne angesetztes Geißlerrohr her.

Die allmähliche Selbstevakuierung mußte sich an ihnen dadurch bemerklich machen, daß die Charakteristik der Zelle, d. h. die Kurve, die den Zusammenhang zwischen der Intensität des Photostroms mit der angelegten Spannungsdifferenz bei konstanter Beleuchtung darstellt, sich in ganz bestimmter Weise im Laufe der Zeit änderte. Unmittelbar nach der Herstellung der Zelle, solange der Gasdruck noch von der Ordnung eines Millimeters war, nahm der Photostrom mit wachsender Elektrodenspannung andauernd zu, und zwar so, daß er dicht unterhalb derjenigen Spannung, bei der die leuchtende Entladung einsetzte, zu sehr hohen Beträgen anstieg. Die Charakteristik ergab eine Kurve, deren konkave Seite in der Nähe des Anfangspunktes der Spannungsachse zugewandt war, und die nach Durchgang durch einen Wendepunkt schon für kleine Spannungen (150 bis

Datum	Volt	0,0	40	80	120	160	200	240	280	320	360	400	625
4. Nov. 1910	Intensität des photo-elektrischen Stromes in $5 \cdot 10^{-10}$ Amp.	0,0	10,2	22,0	38,0	69,0	118,0	290	>500				
4. Dez. 1910		0,0	6,0	11,8	16,5	21,2	28,5	34,0	44,8	60,8	85,5	122,0	>500
29 Dez. 1910		0,0	7,0	10,3	12,2	13,8	15,2	16,1	17,1	18,0	20,0	21,0	24,0

250 Volt) sehr große Ordinaten erreichte[1]). Mit fortschreitender Verdünnung des Gases der Zelle verschob sich der steile Anstieg in der positiven Richtung der Spannungsachse, während zugleich der unmittelbar vorausgehende Teil der Kurve mehr und mehr in eine zu dieser parallele oder nur noch schwach ansteigende Gerade überging. Für das so gekennzeichnete Intervall der Spannung zeigte die Zelle demnach den Sättigungsstrom.

Man erkennt diese Veränderungen in der Intensität des Photostroms sowohl in der vorstehenden Tabelle, wie an den danach entworfenen Darstellungen der verschiedenen Formen der Charakteristik.

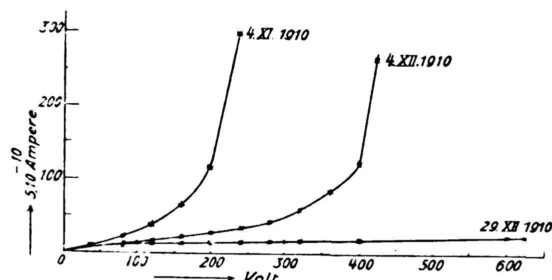


Fig. 2.

Hiernach konnte es keinem Zweifel unterliegen, daß mit dem Zurückgehen der Färbung der Kaliumzellen eine allmähliche Verzehrung ihres Wasserstoffinhalts parallel lief. Der Verdacht, daß das Licht hierbei beteiligt wäre, konnte durch Versuche, bei denen die Zellen im Dunkeln gehalten wurden — bis auf die Dauer der Proben, die ja eben unter Beleuchtung ausgeführt werden mußten — nicht bestätigt werden.

Am nächsten liegt die Annahme einer chemischen Einwirkung des Wasserstoffs auf die farbige Modifikation des Alkalimetalls, in ungezwungener Weise läßt sich das Abblassen der Farbe auf die Bildung des farblosen Hydrids zurückführen. Hiermit stimmt die Erfahrung überein, daß solche Zellen, die nach dem Färben bis zur höchsten Verdünnung der Gasreste ausgepumpt waren, also Wasserstoff nur in kleinsten Mengen enthielten, ihre Farbe bewahrten. Ebenso schritt das Abblassen von Zellen mit Wasserstofffüllung nur so lange fort, bis das höchste Vakuum von selbst erreicht war.

Auch an Zellen mit nicht gefärbten Kaliumflächen bemerkten wir, in Übereinstimmung mit den Erfahrungen des Herrn Dember an Natriumzellen, das allmähliche Verschwinden des Gasinhalts, dagegen nicht an den mit der flüssigen Natrium-Kaliumlegierung gefüllten. Wahrscheinlich enthält diese Legierung, die durch Zusammenschmelzen der Bestandteile, nicht durch Destillation im Vakuum, gewonnen war, von ihrer Herstellung her Wasserstoff gelöst, so daß sich über der Flüssigkeit von selbst eine Wasserstoffatmosphäre erhält, die mit dem Gasgehalte des flüssigen Metalls im Gleichgewicht steht.

Für die praktische Benutzbarkeit der hochempfindlich gemachten Kaliumzellen zu photometrischen Zwecken liegt in ihrer Veränderlichkeit natürlich ein großer Nachteil. Während man ihre Empfindlichkeit für Zeiträume von Stunden und wenigen Tagen als einigermaßen konstant betrachten kann[1]), gilt dies nicht mehr für Wochen oder gar Jahre. Zudem ist ihre große Empfindlichkeit gegenüber sehr schwachen Lichtreizen erst dadurch ausnutzbar, daß man Spannungen anlegt, die dem Entladungspotential nahekommen. Man verwertet dabei eben den steil ansteigenden Teil der Charakteristik; fällt dieser bei zu klein gewordenem Gasdruck über den leicht zu handhabenden Spannungsbereich hinaus, so ist damit der eigentliche Vorzug der Zellen hinfällig.

Als Ausweg bietet sich die schon von anderer Seite[2]) ausgeführte Füllung der Zellen mit Gasen, die sicher nicht mit dem Kalium reagieren, am bequemsten verwendet man Helium oder Argon. Die Darstellung der beiden Gase in einer für den vorliegenden Zweck ausreichenden Reinheit, kann mit der Verfertigung der Zellen zu einer zusammenhängenden Operation vereinigt werden. Da diese verhältnismäßig einfach ist und, wie wir glauben, sehr brauchbare Photozellen liefert,

1) Über die verschiedenen Formen der Charakteristik von Photozellen vgl. auch den Bericht von E. v. Schweidler, Jahrbuch der Radioaktivität und Elektronik **1**, 373, 1904.

1) An ungefärbten Zellen ist diese von uns schon anfangs beobachtete Konstanz innerhalb kleiner Zeiträume bestätigt von E. v. Schweidler (diese Zeitschr. **4**, 136, 1902) und K. Bergwitz (diese Zeitschr. **8**, 373, 1907).

2) J. Rosenthal, diese Zeitschr. **9**, 803, 1908.

so soll sie etwas ausführlicher beschrieben werden.

Gesetzt, es handele sich um die Herstellung einer hochempfindlichen Kaliumzelle mit Argonfüllung. Die Kugel Z, die das Metall aufnehmen soll, ist in der Umgebung des eingeschmolzenen

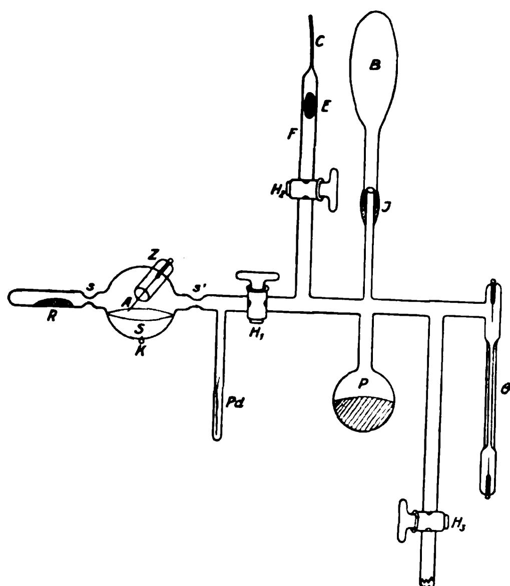


Fig. 3.

kurzen Kathodendrahtes K mit dem schon erwähnten Silberbelage S versehen, der von dem durch einen Seitentubus eingeführten Anodendraht A durch ein mehrere Millimeter breites Stück der freien Glaswand getrennt ist. Durch zwei Abschmelzstellen s und s' steht sie einerseits mit dem zu evakuierenden Röhrensystem und der Pumpe, andererseits mit dem kurzen Ansatzrohr R in Verbindung, in das ein bohnengroßes Stück metallischen Kaliums eingeführt ist. Das Rohr Pd enthält einen mehrere Zentimeter langen, mit Wasserstoff beladenen Palladiumdraht, der Hahn H_1 schließt, wenn erforderlich, diesen Teil des Apparates gasdicht ab.

Der Raum hinter H_1 besteht außer den Verbindungsrohren aus der Trockenkugel P, mit Phosphorsäureanhydrid gefüllt, dem bei J mittels Picein angekitteten langhalsigen Quarzkolben B, der einige Dezigramm von Spänen metallischen Kalziums (in Alkohol gewaschen und getrocknet) enthält und dem Geißlerrohr G. Bei H_2 führt der Hahn zu der in eine zugeschmolzene Kapillare C auslaufenden Luftkammer F, E ist ein erbsengroßes, mit Hydroxyd bedecktes Stück metallischen Kaliums. Der Hahn H_3 stellt schließlich die Verbindung mit der Gaedepumpe her.

Nachdem das System hergerichtet und an die Pumpe angeschlossen ist, wird der Hahn H_2 abgesperrt. Die in F unter Atmosphärendruck enthaltene Luft gibt ihren Gehalt an Kohlendioxyd und teilweise auch von Wasserdampf und Sauerstoff an das Kalium E ab und nimmt dafür etwas freien Wasserstoff auf. Während diese Umsetzungen sich vollziehen, wird mittels der Pumpe ein hohes Vakuum von R bis G hergestellt, einen guten Anhalt zur Beurteilung der Gasverdünnung gibt die Kathodenfluoreszenz in dem mit einem Induktor betriebenen Geißlerrohre G.

Während die Pumpe arbeitet, erhitzt man nun R vorsichtig, bis alles Kalium unter Wasserstoffentwicklung (infolge Zersetzung der Hydroxydrinde) in die Zelle Z hineindestilliert ist, und trennt dann R durch Abschmelzen an der Stelle s ab. Z ist jetzt im Innern vollständig von einer zusammenhängenden Schicht Kaliums überzogen, durch gelindes Erwärmen mittels einer Bunsenflamme von oben her treibt man, während die Pumpe in Tätigkeit bleibt, das Metall auf die Silberkalotte S herab. Dabei ist darauf zu achten, daß an der Glaswand keine metallische Brücke zwischen S und dem Anodendrahte A bestehen bleibt. Ist die Zelle abgekühlt und in ihrem oberen Teile von jedem Anfluge von Kalium befreit, so wird der Hahn H_1 geschlossen und der Palladiumdraht Pd erwärmt. Schon vorher ist K mit der Kathode, A mit der Anode einer Akkumulatorenbatterie von 200—400 Volt unter Einschaltung eines sehr großen Widerstandes (3000 Ω) verbunden. Sobald durch die Zersetzung des Palladiumwasserstoffs der Gasdruck in Z ansteigt, setzt, zumal wenn etwas Licht auf die Zelle fällt, die Glimmentladung ein. Man reguliert sie durch Öffnen des Hahnes H_1 so, daß die Färbung des Kaliums möglichst gleichförmig und tief ausfällt. Läßt man sie länger als einige Minuten einwirken, so tritt durch Zerstäubung des Kaliums eine Dunkelfärbung des Glases der Zelle ein, die durch Erwärmen nur unvollständig beseitigt werden kann.

Nach Beendigung des Färbeprozesses wird H_1 geöffnet und der Wasserstoff soweit als möglich durch Auspumpen entfernt, hierauf schließt man H_1 wiederum und erhitzt, während die Pumpe unausgesetzt arbeitet, den Quarzkolben B durch eine kräftige Bunsenflamme. Das Kalzium gibt hierbei reichliche Mengen Wasserstoff aus. Sobald die Gasentwicklung vorüber und wiederum hohes Vakuum erreicht ist, was man an dem Geißlerrohr leicht erkennt, schließt man den Verbindungshahn H_3 zur Pumpe, während H_2 einmal vollständig um seine Achse gedreht wird. Hierbei gelangt aus der Luftkammer F ein im wesentlichen aus

Stickstoff bestehendes Gas in den von den drei Hähnen abgeschlossenen Raum hinein. Der Stickstoff wird durch das erhitzte Kalzium vollständig absorbiert, ebenso der noch vorhandene Wasserstoff bis auf einen kleinen Rest. Die Aufnahme des Wasserstoffs durch das Kalzium befördert man dadurch, daß man die Flamme unter dem Quarzkolben B zeitweise entfernt. So entsteht unter der Einwirkung des Kalziums ein stark verdünntes Gasgemisch, dessen Hauptbestandteile Argon und Wasserstoff sind. Läßt man durch Abbrechen der Kapillare C und Wiederzuschmelzen sich die Vorkammer F aufs neue mit Luft von Atmosphärendruck füllen und dann wieder einen Teil mittels des Hahnes H_2 zu dem Argongemisch übertreten, so kann man durch fortgesetztes Erhitzen von B den Stickstoff in gleicher Weise entfernen und den Partialdruck des Argons mehr und mehr erhöhen. Die Zeiten, die zur Absorption des Stickstoffs erforderlich sind, werden mit wachsender Dichtigkeit des Argons immer länger. Das Geißlerrohr G dient dabei zur Kontrolle; schließlich muß das Argonspektrum mit schwacher Andeutung der Wasserstofflinien übrig bleiben. Um kein Gas durch Okklusion bei der Zerstäubung der Elektroden, die im Argon besonders stark ist, zu verlieren, darf man den Induktor immer nur kurze Zeit anlassen. Von dem so gewonnenen Gase wird nun durch Öffnung des Hahnes H_1 ein den Volumverhältnissen entsprechender Teil in die gefärbte Zelle eintreten gelassen.

Zur Füllung der letzteren mit Helium verfährt man analog. Nur ist F durch ein strengflüssiges Glas- oder Quarzrohr zu ersetzen, das einige Gramm von dem von Erdmann[1]) empfohlenen Gemische von Pechblende und Kaliumbichromat enthält. Durch Erhitzen erhielt man daraus ein Gemisch von Wasserstoff, Helium und Stickstoff, aus dem gerade wie bei der Luft der Wasserstoff und Stickstoff durch das Kalzium beseitigt wurden. Da gewöhnlich auch größere Mengen Wasserdampf entwickelt werden, ist die Trockenkugel P hier unentbehrlich.

Die auf diese Weise[2]) mit verdünntem Argon oder Helium gefüllten, farbigen Kaliumzellen behalten, nach dem Abschmelzen von der Pumpe bei s', soweit unsere Erfahrungen reichen, ihre Farbe sowohl wie ihre Empfindlichkeit im wesentlichen unverändert bei.

Eine geringe Änderung ihrer Charakteristik in der ersten Zeit ihrer Herstellung ließ vermuten, daß die Spuren von Wasserstoff, die durch das Kalzium nicht entfernt waren, allmählich von dem Alkalimetall aufgenommen wurden. Um diese Mutmaßung zu prüfen, kombinierten wir wiederum eine heliumgefüllte Zelle in der oben angegebenen Weise mit einem Geißlerrohr. Unmittelbar nach der Herstellung war neben dem sehr hellen Spektrum des Heliums das des Wasserstoffs noch schwach erkennbar. Nachdem die Zelle 13 Wochen gelegen hatte, war in den ersten Sekunden nach Einleitung der Entladung im Geißlerrohr nicht eine Spur der Wasserstofflinien zu sehen, erst allmählich traten sie wieder hervor, offenbar infolge von Gasentbindung aus den Elektroden.

Die Kaliumzellen mit einer Füllung von verdünnten inerten Gasen unterliegen demnach einer Art von automatischer Selbstreinigung des Gasinhalts, ist der Endzustand durch vollständige Absorption der reaktionsfähigen Gase erreicht, so bleibt ihre Empfindlichkeit praktisch konstant.

Bemerkenswert und im Einklang mit unserer Ansicht von der Entstehung der farbigen Schichten auf den Alkalimetallflächen ist die Tatsache, daß diese in auch nur annähernd vergleichbarer Intensität sich weder im Helium noch im Argon auf Kaliumoberflächen hervorrufen lassen, obgleich die Glimmentladung gerade wie im Wasserstoff die ganze Zelle erfüllt. Schwache Andeutungen einer Färbung, die man nach längerer Einwirkung des Glimmstroms erhalten kann und die mit einer erheblichen Empfindlichkeitssteigerung Hand in Hand gehen, sind ohne Zweifel auf die geringen Mengen von Wasserstoff zurückzuführen, die aus dem Elektrodenmaterial, vielleicht auch dem Kalium selbst, während des Stromdurchgangs entwickelt werden.

Das wesentlichste Ergebnis der vorstehenden Mitteilung läßt sich in folgender Weise zusammenfassen: Photoelektrische Kaliumzellen, in denen durch Einleiten des Glimmstroms in einer Wasserstoffatmosphäre die Kaliumflächen mit farbigen hochlichtempfindlichen Überzügen bekleidet sind, werden im Laufe der Zeit von selbst leer, indem der Wasserstoffinhalt durch das Kalium absorbiert wird. Zugleich geht die Oberflächenfarbe des Metalls zurück, um bei genügendem Wasserstoffvorrate gänzlich auszubleichen. Helium und Argon, als Ersatz für Wasserstoff in die Zellen nach Herstellung der farbigen Schichten eingeführt, ändern ihre Dichtigkeit nicht. Die Farbe der Kaliumflächen und ihr photoelektrisches Verhalten scheint dadurch praktisch unveränderlich zu werden.

Über die große Empfindlichkeit solcher Zellen sowohl gegen schwache Lichtwirkungen aus dem sichtbaren Gebiete wie auch gegen langwellige

1) H. Erdmann, Lehrb. d. anorgan. Chemie, Artikel Helium.

2) Ohne Zweifel wird man auch die soeben von G. Gehlhoff (Verh. d. Deutsch. Physikal. Ges. 13, 266, 1911) mitgeteilte Methode der Reindarstellung von Argon und Helium mit Vorteil benutzen können.

Strahlen aus dem unsichtbaren Ultrarot denken wir demnächst zu berichten.

Die Kosten der Untersuchung sind, wie wir mit Dank bemerken, aus den Mitteln der Jagorstiftung in Berlin bestritten.

Wolfenbüttel, im Mai 1911.

(Eingegangen 24. Mai 1911.)

Über die Untersuchung der Emissionsspektra fester aromatischer Substanzen mit dem Ultraviolettfilter.

Von E. Goldstein[1]).

Einige Vorversuche, welche ich mit einem dem Physikalischen Institut der Berliner Universität gehörenden Ultraviolettfilter nach Wood in der ihm von der Firma Carl Zeiß gegebenen Ausführung[2]) anstellen durfte, ließen mich vermuten, daß diese Vorrichtung für die Untersuchung der früher von mir beschriebenen[3]) Emissionsspektra fester aromatischer Körper sehr gute Dienste leisten könnte. Diese Vermutung hat sich nach mehreren Richtungen bestätigt, und ich gestatte mir, im nachfolgenden einen vorläufigen Bericht zu geben.

Zwar waren jene Spektra zuerst nur unter der Einwirkung der Kathodenstrahlen hervorgetreten; doch war ich immer der Ansicht, daß sie auch durch rein optische Erregung zu gewinnen sein müßten, entsprechend dem von mir bisher stets mit Erfolg benutzten heuristischen Prinzip, daß die Kathodenstrahlen so wirken, als wenn bei ihrem Aufprallen, zunächst an festen Körpern, äußerst kurzwelliges Ultraviolettlicht erregt würde[4]).

In der Tat konnte ich bereits zeigen, daß Vertreter von zwei zuerst mittels der Kathodenstrahlen gewonnenen Spektralgruppen auch durch optische Erregung hervorzurufen sind[5]). Doch bestand dabei noch die Unbequemlichkeit, daß nach jedesmaligem Abklingen des erregten Phosphoreszenzlichtes, also nach wenigen Sekunden, die durch ihre Helligkeit störende erregende Lichtquelle von neuem in Tätigkeit zu treten hatte, oder daß man irgendeine Phosphoroskopeinrichtung benutzen mußte, bei der dann die bestrahlte Substanz auch immer erst eine gewisse Zeit nach der Erregung beobachtet werden kann.

Das Ultraviolettfilter gestattet dagegen eine kontinuierliche Beobachtung während der Bestrahlung und ist — von anderen Rücksichten abgesehen — daher auch namentlich von Wert bei sehr rasch abklingenden Phosphoreszenzen bzw. bei Fluoreszenz. So gelang die Beobachtung des Fluoreszenz- bzw. Phosphoreszenzspektrums mit dem Ultraviolettfilter nun bei zahlreichen Substanzen, deren Spektra früher bei optischer Erregung wegen zu geringen Hervortretens der erregten oder auch wegen zu großer Wellenlänge der erregenden Strahlen nicht bemerkt werden konnte.

Die Demonstration diskontinuierlicher Spektra der aromatischen Körper ist dadurch für zahlreiche Substanzen zu einem bequemen Vorlesungsversuch geworden, der erforderlichenfalls beliebig lange fortgesetzt werden kann. Die letztere Eigenschaft unterscheidet das Filterverfahren vorteilhaft von der Benutzung der Kathodenstrahlen, die zwar in vielen Fällen noch merklich helleres Licht, aber, wegen der in den Kathodenstrahlen sich rasch vollziehenden Umwandlung der Substanzen, nur kurze Zeit zu beobachtende Spektra geben. Dagegen ändert das Leuchten in den Filterstrahlen auch in sehr langdauernden Erregungen sich selbst bei solchen Körpern nicht erkennbar, die dasselbe Leuchten in den Kathodenstrahlen nur für sehr kleine Zeiträume wahrnehmen lassen. Das blaue Licht z. B., das die Phenylessigsäure liefert, dauert in den Kathodenstrahlen nur einen so kurzen Moment, daß es bei besonderer Aufmerksamkeit eben noch konstatiert werden kann. In den Filterstrahlen kann es stundenlang beobachtet werden.

Das bei der Erregung durch Kathodenstrahlen zuerst auftretende, der noch unveränderten Substanz angehörige Spektrum habe ich als das Vorspektrum der Substanz bezeichnet[1]). Bei fortgesetzter Einwirkung der Kathodenstrahlen tritt das Vorspektrum zurück, und das für die einzelne Substanz besonders charakteristische Hauptspektrum macht sich geltend.

Schließlich tritt bei den meisten aromatischen Verbindungen ein drittes Stadium ein, in welchem die Substanzen nur noch matt, teilweise nur mit kontinuierlichem Spektrum leuchten. Die ursprünglich farblosen Körper zeigen dann diejenigen Eigenschaften (z. B. gelbe, rötliche, braune Körperfarbe), die sich sonst nach längerer Aufbewahrung im Tageslicht einzustellen pflegen. —

1) Aus den Verhandl. d. D. Phys. Ges. **13**, 378, 1911.

2) H. Lehmann, Verh. d. D. Phys. Ges. **12**, 890, 1910; diese Zeitschr. **11**, 1039, 1910.

3) E. Goldstein, ebenda **6**, 156, 185, 1904; **12**, 376, 1910 u. Phil. Mag. (6) **20**, 619, 1910.

4) E. Goldstein, Sitzungsber. d. Wien. Akad. d. Wiss. v. 3. Juli 1879; Sitzungsber. d Berl. Akad. d. Wiss. 1901, S. 222.

5) E. Goldstein, Verh. d. D. Phys. Ges. **12**, 376, 1910; diese Zeitschr. **11**, 430, 1910.

1) E. Goldstein, Verh. d. D. Phys. Ges. **12**, 376, 1910; diese Zeitschr. **11**, 430, 1910.

Bei der Beobachtung mittels des Ultraviolettfilters wurden die Strahlen eines Kohlelichtbogens mittels Kollektor- und Kondensorlinsen aus Quarz, unter Zwischenschaltung des Filters, auf die zu untersuchende Substanz in einen Fokus konzentriert. Jede Substanz war in ein zylindrisches Uviolglasröhrchen von 8 bis 10 mm Weite eingeschmolzen. Soweit die Körper bei niedrigen Temperaturen untersucht wurden, erfolgte ihre Kühlung in einem Bade von flüssiger Luft, die sich in einem aus Uviolglas hergestellten doppelwandigen Dewargefäß befand. Die Beobachtung der Spektra erfolgte teils mit einem Martensschen Taschenspektroskop mit gespiegelter, durch eine kleine Glühlampe erleuchteter Wellenlängenskala, teils mit einem großen Kirchhoff-Bunsenschen Spektralapparat, dessen Dispersion durch ein Crownglasprisma von 60° geliefert wurde. Die geringe Dispersion des Crownprismas läßt den diskontinuierlichen Charakter des Spektrums bei breiteren Banden leichter erkennen, als das Taschenspektroskop, dessen verhältnismäßig starke Dispersion die einzelne Bande stärker auseinanderzieht und dadurch den Helligkeitsgradienten herabdrückt. Bei dem großen Apparat konnte an Stelle des Okularteils eine photographische Kamera angebracht werden. —

Im nachfolgenden führe ich zunächst eine Anzahl von Substanzen an, die in festem Zustande sich in den Ultraviolettstrahlen durch besonders helles Leuchten auszeichnen und zugleich diskontinuierliche Spektra zeigen; dabei sind die Spektra durchweg identisch mit den Spektren, welche sie unter dem Einflusse von Kathodenstrahlen darbieten. Die ultravioletten Strahlen des Bogenlichts, die das Filter durchsetzen, modifizieren die hier in Betracht kommenden Körper in der für die Versuche erforderlichen Zeit nicht erkennbar. Daher erhalten wir mittels des Ultraviolettfilters von den (möglichst gereinigten) aromatischen Substanzen zunächst nur ihr Vorspektrum.

Bei früherer Gelegenheit habe ich darauf aufmerksam gemacht[1]), daß besonders häufig ein spezieller, aus sechs breiten, ganz gleichartigen und nahe gleichmäßig über die ganze sichtbare Region verteilten Banden bestehender Typus dieser Vorspektra auftritt. Die Banden kehren ihre helle Kante nach Violett. Bei hinreichender Lichtstärke und hinreichend niedriger Temperatur — die Schärfe der einzelnen Maxima nimmt bei abnehmender Temperatur, für verschiedene Substanzen jedoch in sehr verschiedenem Maße, zu — lassen sie auch eine Struktur der einzelnen Banden bzw. Untermaxima innerhalb der breiten Banden erkennen.

1) E. Goldstein, Verh. d. D. Phys. Ges. **12**, 376, 1910; diese Zeitschr. **11**, 430, 1910.

Ein solches Sechsbandenvorspektrum zeigt in den ultravioletten Strahlen bei prächtig blauer Fluoreszenz schon bei Zimmertemperatur z. B. das Fluoren (Diphenylenmethan, $C_{13}H_{10}$). Bei Kühlung durch flüssige Luft werden die Banden noch heller und zugleich schärfer.

Das Reten ($C_{12}H_{16}O_6$) gibt nahezu ebenso prächtige Erscheinungen. Ähnlich z. B. Dianthranyl $(C_{14}H_9)_2$, β-Naphthol, Diphenylenoxyd, Azenaphthen.

Weniger große Helligkeit, aber sehr deutlich gestreifte typische Vorspektra zeigen in tiefen Temperaturen die drei isomeren Xylole, die Metatoluylsäure und viele andere Körper der einkernigen aromatischen Gruppe. Helles Leuchten, aber mit weniger markiertem Hervortreten ihres Sechsbandenspektrums über einen kontinuierlichen Grund zeigen in den Filterstrahlen z. B. Stilben, Karbazol, Dixanthylen. Verwandten, aber z. B. in der etwas vergrößerten Zahl der Banden und teilweise in der Struktur der letzteren etwas abweichenden Habitus der Vorspektra zeigen Anthrazen, Phenanthren, Chrysen, Triphenylmethan und viele andere mehrkernige, namentlich zugleich auch kondensierte Substanzen; ich komme auf den Bau ihrer Spektra bei späterem, ausführlichem Bericht zurück.

Die vorstehend genannten Substanzen leuchten in den ultravioletten Strahlen sämtlich blau.

Mit grünem Lichte strahlt, wie in den Kathodenstrahlen, das Xanthon (Diphenylenketonoxyd). Sein hervorragend regelmäßig gebautes und durch deutliche Struktur seiner breiten Banden ausgezeichnetes Spektrum stimmt in allen Einzelheiten mit dem von mir[1]) bereits in den Kathodenstrahlen beobachteten Spektrum überein.

Wie ich auch schon in meiner ersten Mitteilung über diesen Gegenstand erwähnte, läßt sich in den Kathodenstrahlen bei zahlreichen aromatischen Substanzen, bevor das für sie individuell charakteristische Hauptspektrum auftritt, dem alle möglichen Leuchtfarben entsprechen können, ein Blauleuchten beobachten. Das letztere liefert zugleich das Vorspektrum. Die Dauer dieses Blauleuchtens ist in den Kathodenstrahlen bei vielen Körpern, ähnlich wie bei der bereits erwähnten Phenylessigsäure, nur sehr kurz, bis herab zu kleinen Bruchteilen der Sekunde.

Es gibt jedoch eine Reihe von Substanzen, für die es mir in den Kathodenstrahlen auch bei großer Aufmerksamkeit und häufiger Unter-

1) E. Goldstein, Verh. d. D. Phys. Ges. **6**, 158, 1904.

suchung nicht möglich war, ein solches Blaulicht zu beobachten. Eine ganze Anzahl von diesen Körpern hat den gleichen chemischen Charakter, insofern sie sämtlich Ketone oder Diketone sind. Es gehören hierher z. B. Azetophenon, Benzophenon, Anthrachinon, Benzil, Tribenzoylmethan, Desylazetophenon, Chlorazetophenon und ähnliche.

Alle diese Substanzen leuchten in den Kathodenstrahlen grün. Auf das Grünlicht und das ihm zugehörige Spektrum folgt auch bei längerer Einwirkung der Kathodenstrahlen weder eine andere Farbe, noch ein anderes Spektrum. Die Spektra dieser grünleuchtenden Substanzen bestehen aus einer größeren Reihe von dichtgestellten, ganz gleichartigen Banden, die erheblich enger sind als die Banden der Blaulichtvorspektra. Die Bandenreihen dieser Grünlichtspektra beginnen im tiefen Rot und schneiden im Grünblau, Blau oder Violett vor dem Ende der sichtbaren Region plötzlich ab. Die Zwischenräume zwischen je zwei Banden sind dabei um so dunkler, die Banden also um so deutlicher getrennt, je brechbarer die Banden sind.

Da nun die Filterstrahlen jedes noch so kurze, wirklich beobachtete blaue Anfangslicht dauernd konservieren, so mußte ein etwa überhaupt existierendes, durch die Kathodenstrahlen lediglich schnell unterdrücktes anfängliches Blaulicht der in Rede stehenden Körper sich in den Filterstrahlen zeigen und beliebig lange beobachten lassen. Der Versuch ergibt jedoch, daß auch in den Filterstrahlen sogleich und ausschließlich das Grünleuchten mit dem eben charakterisierten Spektraltypus auftritt. Daraus folgt: das Grünlicht ist für diese Körper das Leuchten der durch Bestrahlung noch nicht veränderten Substanz, und die Ketone besitzen nur eine Art der Lichtemission und nur ein einziges Spektrum.

Hinzugefügt sei, daß die den Ketonen chemisch auf das engste verwandten aromatischen einkernigen Aldehyde ebenfalls nur ein einziges diskontinuierliches Spektrum erkennen lassen. Dieses Spektrum aber besteht nicht aus den zahlreichen dichtgedrängten Banden der Grünlichtketone, sondern zeigt vielfach den charakteristischen Typus der gewöhnlichen Vorspektra, die sich in sechs breiten Banden über die ganze sichtbare Region ausdehnen. Während also alle anderen bisher darauf untersuchten chemischen Gruppen der nichtkondensierten aromatischen Körper (Kohlenwasserstoffe und ihre Halogensubstitutionen, Säuren, Nitrile, Alkohole, Ester, Amine usw.), sofern sie überhaupt diskontinuierliche Spektra besitzen, zwei ganz verschiedene Spektra zeigen, besitzt in der Klasse der nichtkondensierten Ketone und Aldehyde jede Substanz nur ein einziges Spektrum.

In meiner zweiten Mitteilung[1]) hatte ich erwähnt, daß die durch Kathodenstrahlen erregten aromatischen Substanzen nach Unterbrechung der Bestrahlung vielfach noch ein andersfarbiges Leuchten zeigen. In sehr zahlreichen Fällen ist das Spektrum dieses Nachleuchtens völlig verschieden von dem Vorspektrum und dem Hauptspektrum der untersuchten Substanz. Ausgedehnte Versuchsreihen haben mich zu der Überzeugung gebracht, daß eine solche Folge eines diskontinuierlichen oder kontinuierlichen Phosphoreszenzspektrums auf ein anders gestaltetes Fluoreszenzspektrum stets auf einer Beimengung einer anderen aromatischen Substanz zu der Grundsubstanz beruht, der das Fluoreszenzspektrum angehört. Beimengungen von $^1/_{100000}$ und weniger der fremden Substanzen genügen, um ihr Spektrum im Nachlicht deutlich, wenn auch vielfach nicht mit großer Intensität, erscheinen zu lassen. In vielen Fällen, namentlich da, wo es sich um isomorphe Substanzen handelt, haftet die Verunreinigung in kleinen, aber noch sehr wirksamen Mengen so fest, daß es bisher auf keine Weise gelungen ist, irgendeine der betreffenden Grundsubstanzen ganz rein darzustellen. Solche meiner Ansicht nach niemals rein dargestellte Körper, die also sämtlich ein heterogenes Nachlichtspektrum erkennen lassen, sind von häufiger vorkommenden Verbindungen, z. B. Naphthalin und seine bekanntesten Derivate (z.B. die Naphthylamine, Naphthole, die Naphthoesäuren, die Haloidsubstitutionen des Naphthalins, die Methylnaphthaline usw.), ferner Diphenyl, Karbazol, Fluoren, Inden, Diphenylenoxyd usw. Aus der einkernigen Gruppe rechne ich von bekannteren Körpern dahin z. B. die Benzoesäure und das Hydrochinon.

Natürlich habe ich bei Versuchen zur möglichsten Reindarstellung solcher Substanzen mich nicht auf meine eigene, sehr mangelhafte chemische Routine verlassen. Ich habe aber nicht nur ausgezeichnete Kräfte der chemischen Technik für diesen Gegenstand interessiert, sondern auch durch die Gefälligkeit hervorragender wissenschaftlicher Chemiker die nach den besten derzeitigen Methoden hergestellten, bzw. für die vorliegende Untersuchung noch besonders umgearbeiteten Präparate benutzen können, mit dem Ergebnis, daß nur in einem Falle, bei Karbazol, das gewöhnlich mindestens zwei Verunreinigungen enthält, wenigstens die eine Beimengung ausgeschieden werden konnte. An allen anderen Probesubstanzen war ein hetero-

1) E. Goldstein, Verh. d. D. Phys. Ges. **6**, 185, 1904.

genes Nachlichtspektrum nicht zu beseitigen, obgleich fortgesetzte Reinigungsverfahren offenbar die Intensität des Nachlichtes ein wenig herabdrückten. In dem letzteren Ergebnis liegt zugleich eine Beantwortung der mir öfters vorgelegten Frage, woraus denn überhaupt folge, daß alle die genannten Substanzen ihr Nachleuchten einer Beimengung verdanken. Die Frage wird durch zwei Reihen von Beobachtungen beantwortet:

1. Durch fortgesetztes Fraktionieren wird an dem einen Teil der Fraktionen das Nachlichtspektrum schwächer, an den anderen (Summe der Mutterlaugen) immer stärker.

2. In manchen Fällen ist es gelungen, die Natur der verunreinigenden Substanz herauszufinden. Eine kleine Menge einer solchen Substanz absichtlich zugesetzt, läßt dann das vorher nur schwache Nachlichtspektrum zu außerordentlicher Intensität aufschnellen. —

Neben den obengenannten Körpern zeigen zahlreiche andere in dieser kurzen Übersicht nicht aufzuführende Substanzen die beschriebene Erscheinung ebenfalls sehr deutlich: in dem großen Heer der aromatischen Körper, von denen ich im Laufe der Jahre alles, was an farblosen oder nur schwach gefärbten Substanzen mir erreichbar war, untersucht habe, scheint auch nicht eine einzige Substanz von dem Phänomen eines heterogenen Nachlichtes ganz frei zu sein (wenn das Spektrum des andersfarbigen Nachlichtes auch nicht immer diskontinuierlich ist), und mit sehr großer Wahrscheinlichkeit glaube ich vermuten zu dürfen, daß wohl noch nicht eine einzige aromatische Substanz bisher ganz rein dargestellt worden ist.

Es ist nun nicht ohne Interesse, daß diejenigen Substanzen, die in den Kathodenstrahlen ein Nachleuchten mit besonderem Spektrum zeigen, dieselbe Erscheinung mit dem nämlichen Sonderspektrum auch bei der Erregung durch die Ultraviolettstrahlen darbieten. Dadurch ist gezeigt, daß die Erscheinung nicht, wie man auch hätte vermuten können, einfach auf einer partiellen Zersetzung einer an sich reinen Grundsubstanz durch die Kathodenstrahlen beruht. —

In den Kathodenstrahlen, in denen das Vorspektrum ja meist schnell zerstört wird, folgt bei Unterbrechung der Entladung das Nachlichtspektrum dem Hauptspektrum. In den Filterstrahlen, die noch kein Hauptspektrum erzeugen, folgen die Nachlichtspektren dem Vorspektrum. Sie sind also nicht eine Folge derjenigen Veränderung, deren Ausdruck das Hauptspektrum ist.

Dabei muß man sich gegenwärtig halten, daß Vorspektrum und Nachlichtspektrum gleichzeitig zu leuchten beginnen, und daß sie nur zu verschiedenen Zeitpunkten enden. Es wird nicht etwa das beim Abschneiden der erregenden Strahlen erlöschende Vorspektrum durch das erst dann aufleuchtende Nachlichtspektrum objektiv abgelöst. Daraus folgt, daß bei kontinuierlicher Fortdauer der Ultraviolettbestrahlung beide Spektren andauernd gleichzeitig emittiert werden.

Hieraus resultiert aber in manchen Fällen, wenn das Nachlichtspektrum verhältnismäßig stark ist, wieder eine gewisse Erschwerung für die genaue Auffassung des reinen Vorspektrums. Denn das Nachlichtspektrum superponiert sich dann dem Vorspektrum andauernd und scheint gewissermaßen durch das letztere hindurch. So kann man z. B. auf dem an sich aus breiten Banden zusammengesetzten, von Rot bis ins Ultraviolett sich erstreckenden, verhältnismäßig blassen Vorspektrum des Naphthalins im Orange und Gelbgrün schmale Streifen wahrnehmen, die einem ganz abweichenden Spektraltypus angehören. Beim Abstellen der erregenden Filterstrahlen erkennt man, daß jene Streifen dem Nachlicht des Naphthalins angehören. Ähnlich leuchten durch das Vorspektrum die Nachlichtspektren hindurch, z. B. bei Diphenyl, Karbazol, Fluoren.

Die Nachlichter und ihre Spektra werden vielfach bei Bestrahlung in niedriger Temperatur heller, weil dann mehr strahlende Energie von der Substanz aufgespeichert und in Phosphoreszenzlicht verwandelt wird, als bei höherer Temperatur. In manchen Fällen sind die Nachlichter nach dem Erlöschen der erregenden Strahlung auch deshalb deutlicher erkennbar, weil bei tieferer Temperatur die Ausstrahlung des Phosphoreszenzlichtes langsamer erfolgt. Bei gewöhnlicher Temperatur überdauert das Nachlicht die Erregung bisweilen zu kurze Zeit, um gut wahrnehmbar zu sein.

In allen solchen Fällen von heterogenen Nachlichtspektren handelt es sich um Erscheinungen, für die ich schon früher die Bezeichnung „Lösungsspektra" vorgeschlagen habe[1]).

Die Spektra, welche nach Auflösen kleiner Mengen einkerniger aromatischer Substanzen in irgendwelchen organischen Medien bei Bestrahlung von der erstarrten Mischung emittiert werden können, sind — mit Ausnahme der Aldehydgruppe — im Bau identisch mit den Spektren der ungelösten, also möglichst konzentrierten einkernigen Substanzen. Dagegen sind, wie ich früher[2]) bereits erwähnte, die

1) E. Goldstein, Verh. d. D. Phys. Ges. **12**, 37?, 1910; diese Zeitschr. **11**, 430, 1910.

2) E. Goldstein, Phil. Mag. (6) **20**, 619, 1910.

Lösungsspektren von kondensierten mehrkernigen Verbindungen total verschieden von den Spektren der ungelösten Körper und variieren für eine und dieselbe gelöste Verbindung überdies noch mit dem Lösungsmittel. Die Nachlichtspektren des nach den gegenwärtigen Mitteln möglichst gereinigten Naphthalins, Fluorens, Diphenyls sind also als Lösungsspektra der von ihnen festgehaltenen, aus anderen aromatischen Körpern bestehenden kleinen Verunreinigungen zu betrachten.

Solche Erfahrungen lassen vermuten, daß das Ultraviolettfilter sich nicht nur zur Beobachtung derartiger, gewissermaßen zufälliger Lösungsspektra, sondern auch zu einem systematischen Studium von absichtlich erzeugten Lösungsspektren an planmäßig hergestellten Mischungen eignen werde.

Dies findet sich in weitem Umfange bestätigt. Und wieder hat das Ultraviolettfilter vor den Kathodenstrahlen den großen Vorteil, daß seine Strahlen eine beliebig lange Beobachtung des Spektrums an einer und derselben Mischungsportion gestatten.

Als Demonstrationsobjekte nenne ich z. B. die Lösungen von Naphthalin in Chlorbenzol oder in Benzoesäuremethylester. —

Die den ungemischten Substanzen ungleichen Lösungsspektren einkerniger Aldehyde und Ketone habe ich bereits in einer besonderen Mitteilung beschrieben[1]). Sie haben sämtlich den Typus der aus sechs Banden bestehenden Vorspektren. Auch bei ihnen eignet das Ultraviolettfilter sich hervorragend für Dauerbeobachtung. Es ist auch eine nicht zu unterschätzende Erleichterung der Versuche, daß man eine und dieselbe im abgeschmolzenen Glasrohre aufbewahrte Lösung sehr wiederholt, anscheinend beliebig oft, von neuem benutzen kann. Schöne, zur Demonstration geeignete Spektren dieser Gruppe geben z. B. die Mischungen von Chlorbenzol oder Benzoesäuremethylester mit Spuren von Benzaldehyd oder mit kleinen Zusätzen von Benzophenon, Azetophenon usw.

Die aus dichtgedrängten Reihen schmalerer Streifen bestehenden Ketonspektren gehen bei Lösungen also ebenfalls über in die Sechsbandenspektren. Das Grünlicht der ungelösten Ketone geht über in helles Blaulicht der Lösungen.

Schließlich habe ich noch einige besondere feste Lösungen zu erwähnen, welche in den Strahlen des Ultraviolettfilters ebenfalls glänzende Licht- und Spektralerscheinungen geben. Das durch eine minimale Beimengung erzeugte Lösungsspektrum dauert bei diesen Körpern nicht erkennbar länger als die erregende Strahlung. Das Lösungsspektrum verdeckt hier vermöge seiner überaus großen Helligkeit in den von ihm eingenommenen Partien völlig das Spektrum der in unvergleichlich größerer Menge vorhandenen Grundsubstanz. Nur drei Substanzen sind mir bekannt geworden, in denen das Lösungsspektrum auch bei der Temperatur der flüssigen Luft den Charakter eines momentan abklingenden Fluoreszenzspektrums zu haben scheint. Die drei Substanzen sind die billigeren Präparate von Anthrazen, Methylanthrazen und Chrysen. Sie haben mehr oder weniger ausgeprägte schwefelgelbe Körperfarbe, die auf einer minimalen Beimengung des von Fritzsche[1]) dargestellten Chrysogens beruhen soll. Schon E. Becquerel[2]) und Morton[3]) haben auf das Fluoreszenzspektrum dieses verunreinigten Anthrazens aufmerksam gemacht. Im Bau sehr ähnlich ist das Spektrum des chrysogenhaltigen Methylanthrazens. Weit interessanter ist das Spektrum des unreinen Chrysens. Seine einzelnen Banden zeigen bei Kühlung der Substanz eine sehr feine Gliederung, wie ich sie bei Anthrazen und Methylanthrazen, auch wenn sie gekühlt waren, nicht wahrnehmen konnte. —

Die Hauptspektren der aromatischen Substanzen sind bisher nur durch Kathodenstrahlen (und Kanalstrahlen) hervorgebracht worden. Entsprechend der eingangs angedeuteten Auffassung[4]), daß weitaus die meisten durch Kathodenstrahlen erzeugten Wirkungen nicht spezifischer Natur zu sein scheinen, sondern sich verhalten, als wenn sie durch sehr kurzwellige, beim Aufprallen der Kathodenstrahlen erzeugte Lichtstrahlen erzeugt würden[5]), vermutete ich, daß auch die Hauptspektren durch ultraviolettes Licht zu erzeugen sein müßten, und daß die besondere Einwirkung der Kathodenstrahlen nur darin bestände, eine chemische oder physikalische Modifikation hervorzurufen, welcher dann eine andere Absorption und ein entsprechend verändertes Emissionsspektrum — das Hauptspektrum — zukäme[6]).

Nach dieser Auffassung müßte die durch

1) E. Goldstein, Verh. d. D. Phys. Ges. **12**, 376, 1910; diese Zeitschr. **11**, 430, 1910.

1) Fritzsche, C. R. **54**, 910, 1866.
2) E. Becquerel, Ann. chim. phys. [3] **57**, 106, 1853.
3) Morton, Pogg. Ann. **155**, 551, 1875.
4) E. Goldstein, Sitzungsber. d. Berl. Akad. d. Wiss. 1901, S. 222.
5) Die mir mehrfach zugeschriebene Auffassung, daß die Kathodenstrahlen selbst Strahlen ultravioletten Lichtes seien, habe ich niemals geäußert oder gehegt.
6) Dabei würde vorläufig dahingestellt bleiben, ob nicht auch diese stoffliche Änderung eigentlich eine Wirkung ultravioletten Lichtes ist, das beim Aufprallen der Kathodenstrahlen entstände, und zwar von Licht, das noch viel kleinere Wellenlängen besitzt, als die Filterstrahlen.

Kathodenstrahlen einmal modifizierte Substanz auch in ultravioletten Strahlen, in denen sie sonst nur ein Vorspektrum lieferte, das Hauptspektrum zeigen.

Diese Vermutung hat sich mittels des Ultraviolettfilters bei allen daraufhin untersuchten Körpern bestätigt.

Durol (ein Tetramethylbenzol) z. B. gibt in den Filterstrahlen zunächst blaues Licht mit reinem Vorspektrum. Setzt man die Substanz den Kathodenstrahlen aus, so leuchtet sie zuerst ebenfalls blau mit reinem Vorspektrum; nach einiger Zeit geht die Leuchtfarbe in Grün über, und nun zeigt die Verbindung ihr Hauptspektrum, das aus einer im Rot beginnenden, im Grün bei λ 493 plötzlich abbrechenden Reihe von schmalen, dicht angeordneten Streifen besteht. Läßt man jetzt an Stelle der Kathodenstrahlen das ultraviolette Filterlicht einfallen, so erzeugt es deutlich das Hauptspektrum, und zwar kann man dies noch viele Stunden nach der durch die Kathodenstrahlen erfolgten Umwandlung hervorrufen. Die Verbindung, die vorher in den ultravioletten Strahlen blau leuchtete, gibt in ihnen nun deutlich grünes Licht.

Entsprechend konnte, nachdem einmal die Kathodenstrahlen das Hauptspektrum erzeugt hatten, das letztere auch durch ultraviolettes Licht hervorgerufen werden z. B. bei Duronitril, Paraxylol, Naphthalin, Kresolmethyläther, α-Methylindol. Beim Auftreten des Hauptspektrums in den Kathodenstrahlen geht die Leuchtfarbe dieser Körper aus Blau über in bzw. Grün, Grün, Gelb, Grün, Rot. Die Körper zeigen eine entsprechend geänderte Leuchtfarbe statt Blau dann auch in den Filterstrahlen. Analog läßt sich das Hauptspektrum an durch Kathodenstrahlen vorbestrahlten Portionen, und nur an solchen, in den Filterstrahlen auch hervorrufen bei Azenaphthen, Xanthen (Methylendiphenylenoxyd), Phenylessigsäure, β-Naphthol.

Die hier zum Versuche ausgewählten Verbindungen sind sämtlich Körper, welche sehr charakteristische Hauptspektren besitzen, deren Wiedererkennung leicht, und deren Verwechselung mit anderen Spektren ausgeschlossen ist. Neben der Ausmessung der hervortretendsten Maxima wurde überdies die Identität der an vorbestrahlten Substanzen durch die Filterstrahlen hervorgerufenen Spektren mit den Kathodenstrahlspektren auch noch in der Weise geprüft, daß man das Hauptspektrum an der modifizierten Substanz im Entladungsrohr durch Filterstrahlen hervorrief und dann nochmals die Erregung durch Kathodenstrahlen hinzutreten ließ. Die Koinzidenz ganzer Streifenreihen wurde dadurch unmittelbar augenfällig und überzeugend.

Der Wechsel zwischen Vorspektrum und Hauptspektrum beruht also nicht darauf, daß verschiedene Strahlenarten eine verschiedene Wirkung auf eine und dieselbe Substanz haben, sondern darauf, daß eine Verschiedenheit der Substanz eintritt; auf letztere aber üben die verschiedenen Strahlen dieselbe Wirkung aus.

Welcher Art ist nun die Änderung, die die Substanz in den Kathodenstrahlen erleidet?

Eine abschließende Beantwortung der Frage kann wohl noch nicht gegeben werden. Sollte es sich um die Entstehung neuer chemischer Verbindungen handeln, so würde die Einwirkung der Kathodenstrahlen auf die aromatischen Substanzen ein hohes Interesse in erster Reihe für die Chemie bieten. Denn es würden dann als Substrate der Hauptspektren zahllose neue Verbindungen der Chemie dargeboten sein, insofern jede aromatische Substanz, die überhaupt ein diskontinuierliches Hauptspektrum zeigt, ihr eigenes, mit keinem anderen identisches Spektrum liefert. Andererseits könnte gerade diese Tatsache es wahrscheinlicher machen, daß es sich nicht sowohl um chemische Zersetzungen, als vielleicht nur um Polymerisierungen oder um Änderungen nur physikalischer Natur handelt. Denn es wäre kaum wahrscheinlich, daß bei chemischen Umsetzungen so zahlreicher Substanzen nicht auch wiederholt dasselbe sekundäre Produkt bei verschiedenen Substanzen entstände. Man würde dann erwarten, entweder, daß entgegen den bisherigen Erfahrungen die Hauptspektren einer Anzahl Substanzen völlig miteinander übereinstimmten, oder, da es auch nicht wahrscheinlich ist, daß jedesmal nur ein spektral wirksames Zersetzungsprodukt entstände, wäre zu erwarten, daß das Hauptspektrum zahlreicher Substanzen aus Superpositionen verschiedener Hauptspektren bestände.

Hiervon hat sich bisher nichts wahrnehmen lassen.

Sollte es sich nur um mehr physikalische Modifikationen handeln, so liegt es vorläufig wohl am nächsten, die Erscheinung versuchsweise mit den von mir beschriebenen Nachfarben anorganischer und organischer Substanzen zu vergleichen, bei denen die Annahme der Entstehung von physikalischen Allotropien (Polymerien) mit geänderten Absorptionen anscheinend nicht zu vermeiden ist[1]). —

Nach dem Vorhergehenden ist es zweifellos, daß auch die vom Ultraviolettfilter durchgelassenen Strahlen die Hauptspektren erregen können.

Äußerlich erscheint die Wirkung beider Strahlungen in einer Beziehung noch nicht ab-

1) E. Goldstein, Ber. d. D. Chem. Ges. **36**, 1976, 1903.

solut identisch. Wenn die durch Kathodenstrahlen nach anfänglichem Blau grün-, gelb- oder rotleuchtend gewordenen Substanzen durch Filterstrahlen erregt werden, so ist ihr Grün, Gelb, Rot usw. stets etwas weniger gesättigt als unter den Kathodenstrahlen, und zwar stets in dem Sinne, wie es einer Beifügung von schwachem Blau entspricht. Dies hängt damit zusammen, daß durch die Kathodenstrahlen nur eine dünne Oberflächenschicht der Partikeln affiziert wird, während die Filterstrahlen auch ins Innere dringen und dort noch Blaulicht erregen.

Wenn eine Substanz in den ultravioletten Strahlen ein diskontinuierliches Spektrum liefern soll, so muß 1. diese Substanz gewisse Strahlen im Ultraviolett absorbieren können; 2. aber muß das erregende Licht auch Strahlen der betreffenden kleinen Wellenlänge, und zwar in hinreichender Intensität, enthalten. Man darf vermuten, daß das von den Kathodenstrahlen erregte ultraviolette Licht sehr kurze Wellenlängen in größerem Bereich und größerer Intensität enthält, als das vom Filter durchgelassene Licht: eine Annahme, die ohne weiteres einleuchtet, wenn man berücksichtigt, daß Uviolglas nur bis etwa λ 260 durchgängig ist, während in der von den Kathodenstrahlen veranlaßten Emission auch dünne Quarzblättchen einen schwarzen Schatten werfen.

Mit Rücksicht hierauf erscheint es auch denkbar, daß Substanzen existieren, deren Streifen selektiver Absorption tiefer im Ultraviolett liegen, als die kürzesten vom Filter noch durchgelassenen Strahlen. Derartige Substanzen würden dann zwar in den Kathodenstrahlen, nicht aber in den das Filter passierenden Strahlen ein diskontinuierliches Spektrum geben. Objektiv zeigen ein solches Verhalten ihrer Emission z. B. die Mesitylensäure und das Benzoesäureanhydrid, deren diskontinuierliche Kathodenstrahlspektren ich schon früher beschrieben habe.

Auch bei anderen Substanzen zeigt sich ein Verhalten der Filterstrahlen, das unzweifelhaft damit zusammenhängt, daß das Uviolglas für sehr kurze Wellenlängen nicht durchlässig ist. Es war mir z. B. nicht möglich, an den Alkalisalzen in den Filterstrahlen Nachfarben hervorzurufen. Daß solche Nachfarben aber durch hinreichend kurzwellige optische Strahlen erzeugt werden können, haben meine früheren Versuche gezeigt, bei denen diese Nachfarben durch Flaschenfunken in kürzester Zeit hervorgerufen wurden, sowohl an freiliegenden Salzen wie an Salzproben, die durch Quarzplatten gedeckt waren. —

Neben der Untersuchung der im vorhergehenden berührten Punkte hatte ich bei der Benutzung des Ultraviolettfilters hauptsächlich noch eine zweite Aufgabe im Auge: die Erleichterung photographischer Aufnahmen für die hier betrachteten Spektren gegenüber den auf diesem Gebiete bisher verwendeten Methoden. In der Tat liegt es sehr nahe, zunächst für die in den Kathodenstrahlen vielfach leicht vergänglichen Vorspektren und Lösungsspektren auch bei der photographischen Fixierung die Erregung durch die Filterstrahlen heranzuziehen, bei denen für die photographische Aufnahme die geringere Intensität durch die Möglichkeit von Daueraufnahmen reichlich kompensiert wird. Auch hier haben sich die Erwartungen nach mehreren Richtungen bestätigt.

Eine nähere Beschreibung des Verfahrens und seiner Ergebnisse behalte ich einer besonderen Mitteilung vor. —

Mit Dank erwähne ich, daß auch für die vorstehende Untersuchung von der Jagor-Stiftung mir gewährte Mittel benutzt werden konnten.

(Eingegangen 20. Mai 1911.)

Halbschatteninterferometer. (Half Shade Interferometers.)

Von C. A. Skinner und L. B. Tuckerman jr.

In verhältnismäßig neuester Zeit sind zwei Arbeiten, eine von Pokrowski[1]), die andere von Cotton[2]), veröffentlicht worden, in denen die Verfasser Mittel erwogen haben, die Empfindlichkeit des Interferometers zu steigern. Pokrowski lenkt die Aufmerksamkeit auf die Tatsache, daß die Mittel, über die wir verfügen, um polarisiertes Licht zu analysieren, weit empfindlicher sind, als unsere Mittel zur Messung der Verschiebung der Interferenzbanden. Er hat deshalb eine Interferometerform vorgeschlagen, die aus diesem Umstande Nutzen zieht. Cotton schlägt, unabhängig von ihm, ein mögliches Interferometer vor, welches dasselbe Prinzip verkörpert; er zieht aber ein Instrument vor und arbeitet gegenwärtig daran, das einfach das photometrische Prinzip des Halbschattens benutzt.

Da die Schreiber dieser Arbeit sich seit zwei Jahren mit dem Entwurf und der Herstellung eines Interferometers beschäftigen, das im Typus den obengenannten ähnelt, so dürfte es wohl an der Zeit sein, die Vorzüge der einzelnen vorgeschlagenen Instrumente und ihre theoretische Empfindlichkeit zu erörtern und

1) S. Pokrowski, Journ. Russ. Phys.-Chem. Ges. **42**, Phys. T., 43—55. 1910.
2) A. Cotton, C. R. **152**, 131—133, 1911.

eine kurze Zusammenfassung über die Ergebnisse zu geben, die sie mit ihrer Instrumentform bisher erzielt haben.

Abgesehen von der Aussicht auf die Herstellung eines befriedigenden Instrumentes ist die interessanteste Tatsache, die aus der folgenden Erörterung hervorgeht, die, daß die theoretische Empfindlichkeit aller praktischen Instrumente, die von der Halbschattenmethode Gebrauch machen, dieselbe ist. Unter den günstigsten Bedingungen würden wir daher mit einem Halbschatteninterferometer eine Messungsgenauigkeit von $\frac{1}{10000}$ bis $\frac{1}{20000}$ Wellenlänge erhalten; das ist die Genauigkeit, die in der Praxis mit dem elliptischen Halbschattenapparat von Brace im hiesigen Institut erreicht wird[1]).

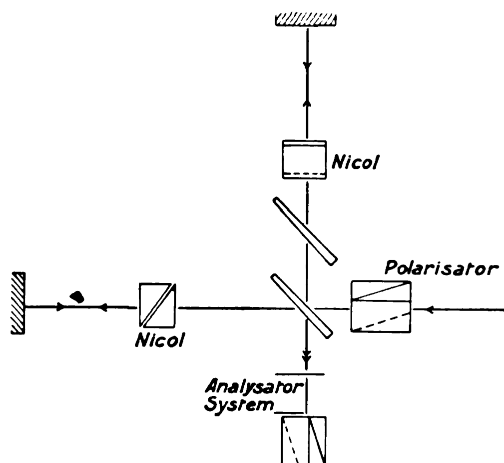
Vorgeschlagene Instrumente.

a) Zwei gleiche Doppelspatplatten mit parallelem Azimut sind zwischen einem Polarisationsnicol und einem Halbschattenanalysator angeordnet[2]). Der Doppelspat zerlegt das Licht in zwei senkrecht zueinander polarisierte Strahlenbündel, und diese werden von der zweiten Platte wieder vereinigt. Diese beiden Strahlenbündel bilden die Arme des Interferometers.

b) Das Licht, das in ein Zehndersches Interferometer eintritt, wird durch ein Nicol polarisiert, dessen Polarisationsebene entweder in der Einfallsebene liegt oder senkrecht zu dieser[3]). In den einen Arm des Interferometers ist entweder eine senkrecht zur Achse geschnittene Quarzplatte eingesetzt, welche die Polarisationsebene um 90° dreht, oder derselbe Zweck wird durch eine unter 45° gegen die Polarisationsebene des einfallenden Lichtes gestellte Halbwellenlängenplatte erreicht. Bei einem Michelsonschen Interferometer benutzt man statt dessen eine Viertelwellenlängenplatte (das Licht kehrt dann durch die Viertelwellenlängenplatte zurück und durchläuft somit in Wirklichkeit eine Halbwellenlängenplatte)[4]). Das austretende Licht wird durch ein elliptisches Halbschattensystem analysiert.

c) Ein Michelsonsches (oder ein anderes) Interferometer wird in der Weise abgeändert, daß einer seiner Endspiegel in zwei Teile zerlegt wird, von denen der eine ein wenig vor dem andern steht[1]). Dieser Spiegel bildet die Halbschattenvorrichtung des Systems.

d) Das Instrument, das wir hier beschreiben, und mit dessen Vollendung wir augenblicklich beschäftigt sind (siehe Figur), läßt sich bei jeder Interferometerform mit zwei hinlänglich getrennten Luftwegen anwenden. Wir wollen es in der Form beschreiben, wie es bei einem Michelsonschen Interferometer angewandt wird.



Das einfallende Licht wird durch ein Nicol polarisiert. In die beiden Arme des Interferometers sind zwei Polarisationsprismen mit sorgfältig bearbeiteten Flächen gestellt, deren Polarisationsebenen in der Einfallsebene des auf die Interferometerplatten auftreffenden Lichtes bzw. senkrecht zu dieser liegen. Das austretende Licht besteht aus zwei senkrecht zueinander polarisierten Strahlenbündeln, die miteinander interferieren und elliptisch polarisiertes Licht bilden, das mittels elliptischen Halbschattenapparates und Kompensators nach Brace analysiert wird. Durch Verändern des Azimutes des Polarisatornicols erreicht man leicht gleiche Intensität der beiden interferierenden Strahlenbündel.

Allgemeine Methoden, über die wir verfügen.

Alle diese Instrumente sind Spezialfälle zweier von den drei Typen, die uns theoretisch für die Anwendung des Halbschattenprinzips auf das Interferometer zu Gebote stehen.

Erster Typus: Dieser Typus verwendet ein „Interferometer-Halbschattensystem". Ein Interferometer-Halbschattensystem besteht aus irgendeiner in den einen Arm des Interferometers ein-

1) Die überschlägliche Rechnung von Brace (Phys. Rev. **18**, 85, 1904), die zu einer Genauigkeit von $\frac{1}{34000}$ Wellenlänge führt, ist anscheinend eine ungültige Schätzung gewesen.

2) A. Cotton, a. a. O. und M. Brillouin, C. R **137**, 786—787, 1903.

3) S. Pokrowski, a. a. O.

4) Pokrowski kompliziert diese Anordnung unnötigerweise durch die Einführung einer drehenden Platte.

1) A. Cotton, a. a. O.

geschalteten Vorrichtung, welche das Feld in zwei Hälften mit geringer Verzögerung gegeneinander teilt. Bei diesem Typus kann man unpolarisiertes Licht anwenden.

Zweiter Typus: Dieser Typus benutzt die Umwandlung des Lichtes in den beiden Interferometerarmen in zwei entgegengesetzt gleiche, zirkular polarisierte Strahlenbündel. Diese Strahlenbündel interferieren beim Austritt und bilden eben polarisiertes Licht, dessen Polarisationsazimut von der Verzögerung der beiden Arme gegeneinander abhängt. Dieses Azimut wird mittels eines Halbschattenpolarimeters (Lippich, Laurent usw.) bestimmt.

Dritter Typus: Dieser Typus beruht auf der Umwandlung des Lichtes in den beiden Interferometerarmen in zwei senkrecht zueinander polarisierte Strahlenbündel von gleicher Amplitude. Diese Strahlenbündel interferieren beim Austritt und bilden elliptisch polarisiertes Licht, dessen Elliptizität von der Verzögerung der beiden Arme gegeneinander abhängt. Diese Elliptizität wird mittels eines elliptischen Halbschattenanalysators bestimmt.

Theoretische Empfindlichkeit.

In jedem Halbschattensystem werden zwei Felder von der Intensität I_1 bzw. I_2 miteinander verglichen. Setzen wir

$$\Delta I = \frac{1}{2}(I_1 - I_2)$$

und

$$I = \frac{1}{2}(I_1 + I_2),$$

so ist die Bedingung für die Beobachtung von Intensitätsgleichheit[1]):

$$\frac{\Delta I}{I} > \frac{1}{2} f(I, \alpha, \beta, \gamma, \ldots), \qquad (1)$$

wo $f(I, \alpha, \beta, \gamma, \ldots)$ die photometrische Funktion ist und $\alpha, \beta, \gamma \ldots$ Konstanten sind, die von der Schärfe der Trennungslinie zwischen den beiden Feldhälften, sowie der Parallelität und der Reinheit des (als monochromatisch vorausgesetzten) Lichtes und anderen zufälligen Faktoren abhängen. Wir benutzen hier die Halbschattenanordnung, um die Verzögerung φ zwischen den beiden Interferometerwegen zu bestimmen.

Gehen wir von einer vollkommenen Abgleichung

$$\Delta I = 0$$

aus, und verändern wir φ innerhalb der Grenzen einer beobachteten Gleichheit, so ist die größte Änderung, oder der größte Fehler von φ, $\delta\varphi$, der mit einer beobachteten Gleichheit verträglich ist, durch die Gleichung

$$\delta\varphi = \frac{1}{2} \frac{f(I, \alpha, \beta, \gamma, \ldots)}{\frac{\partial}{\partial\varphi}\left[\frac{\Delta I}{I}\right]_{\Delta I = 0}} \qquad (2)$$

gegeben. $\frac{\Delta I}{I}$ muß dann notwendig für jede der drei obengenannten Typen bestimmt werden.

Erster Typus. Zwei kohärente ebene Wellen von gleicher Intensität[1]) und gleicher Polarisation mit einer Phasenverzögerung φ gegeneinander werden zur Interferenz gebracht. Die eine dieser Wellen, die aus dem Interferometer-Halbschattensystem austritt, hat eine Phasenverzögerung erlitten, die wir zweckmäßig für die beiden Feldhälften durch $\vartheta - \varepsilon$ bzw. $\vartheta +$ ausdrücken können. Dann können wir die Intensitäten der beiden Hälften, wie sie der Beobachter sieht, in der Form

$$\left.\begin{aligned} I_1 &= C \sin^2 \frac{1}{2}(\varphi + \vartheta - \varepsilon) \\ &\text{und} \\ I_2 &= C \sin^2 \frac{1}{2}(\varphi + \vartheta + \varepsilon) \end{aligned}\right\} \qquad (3)$$

erhalten.

Zweiter und dritter Typus. Zwei senkrecht zueinander polarisierte ebene Wellen[2]) mit den Amplituden O und E und einer Phasenverzögerung φ gegeneinander werden zur Interferenz gebracht. Das resultierende elliptisch polarisierte Licht läßt sich passend durch Größen darstellen, die durch die Gleichungen:

$$\left.\begin{aligned} \boldsymbol{P}_0 &= \frac{1}{2}(O^2 + E^2), \\ \boldsymbol{Q}_0 &= \frac{1}{2}(O^2 - E^2), \\ \boldsymbol{K}_0 &= OE \cos\varphi, \\ \boldsymbol{S}_0 &= OE \sin\varphi \end{aligned}\right\} \qquad (4)$$

definiert sind[3]). Nach dem Durchgange durch eine Reihe von $(n - 1)$ ebenen parallelen doppeltbrechenden oder drehenden Platten und der Analyse durch ein Nicol wird die austretende Intensität durch

$$\left.\begin{aligned} I_n = \boldsymbol{P}_n + \boldsymbol{Q}_n = \boldsymbol{P}_0 + (Q_0, Q_n)\boldsymbol{Q}_0 + \\ + (K_0, Q_n)\boldsymbol{K}_0 + (S_0, Q_n)\boldsymbol{S}_0 \end{aligned}\right\} \qquad (5)$$

gegeben[4]), wo (Q_0, Q_n), (K_0, Q_n) und (S_0, Q_n)

1) L. B. Tuckerman jr., Univ. of Nebraska Studies 9, 203—204, 1909.

1) Ein Intensitätsunterschied zwischen den beiden interferierenden Wellen hat die Wirkung nichtkohärenten Nebenlichtes, indem er die Empfindlichkeit des Systems herabsetzt. Er wird deshalb vermieden.

2) Durch Einschalten einer Viertelwellenlängenplatte in ihre Bahn unter 45° gegen ihre Polarisationsebene werden sie in zwei entgegengesetzt zirkular polarisierte Strahlenbündel verwandelt.

3) L. B. Tuckerman jr., a. a. O., S. 168.

4) L. B. Tuckerman jr., a. a. O., S. 163.

Koeffizienten sind, die von der Anordnung der Platten und dem Azimut des Analysatornicols abhängen und der Gleichung

$$(Q_0, Q_n)^2 + (K_0, Q_n)^2 + (S_0, Q_n)^2 = 1$$

genügen[1]). Setzen wir die Werte für $\boldsymbol{P}_0$, $\boldsymbol{Q}_0$, $\boldsymbol{K}_0$ und $\boldsymbol{S}_0$ aus Gleichung (4) in Gleichung (5) ein, so erhalten wir die Gleichung

$$I_n = \frac{1}{2}(O^2 + E^2) + \frac{1}{2}(O^2 - E^2)(Q_0, Q_n) + \\ + OE\cos\varphi \cdot (K_0, Q_n) + OE\sin\varphi\,(S_0, Q_n),$$

die wir in der Form

$$I_n = \frac{1}{2}(O^2 + E^2) + \frac{1}{2}(O^2 + E^2)\cos 2a + \\ + OE\sin 2a\cos(\varphi + \eta)$$

schreiben können. Hier ist

$$\sin 2a = \sqrt{(K_0, Q_n)^2 + (S_0, Q_n)^2}$$

und

$$\operatorname{tang}\eta = -\frac{(S_0, Q_n)}{(K_0, Q_n)}.$$

Schreiben wir

$$\cos 2a = 2\cos^2 a - 1 = 1 - 2\sin^2 a$$

und

$$\cos(\varphi + \eta) = 2\cos^2\frac{1}{2}(\varphi + \eta) - 1,$$

und ziehen wir die Glieder zusammen, so erhalten wir:

$$I_n = (O\cos a - E\sin a)^2 + \\ + 2OE\sin 2a\cos^2\frac{1}{2}(\varphi + \eta) = \\ = (O\cos a - E\sin a)^2 + \\ + 2OE\sin 2a\sin^2\frac{1}{2}(\varphi + \eta'),$$

wo

$$\eta' = \eta + \frac{\pi}{2}$$

ist.

Ein elliptisches Halbschattenanalysatorsystem kann man im allgemeinen ansehen[2]) als bestehend aus zwei solchen Reihen von Platten und Analysator, die nebeneinanderliegen und wenig voneinander verschieden sind. Bezeichnen wir die Konstanten der einzelnen Reihen durch die Indizes 1 und 2, und schreiben wir:

$$\eta'_1 = \vartheta - \varepsilon$$

und

$$\eta'_2 = \vartheta + \varepsilon,$$

so können wir die Intensitäten der beiden Feldhälften, wie sie dem Beobachter erscheinen, durch

$$I_1 = (O\cos a_1 - E\sin a_1)^2 + \\ + 2OE\sin 2a_1\sin^2\frac{1}{2}(\varphi + \vartheta - \varepsilon)$$

bzw.

$$I_2 = (O\cos a_2 - E\sin a_2)^2 + \\ + 2OE\sin 2a_2\sin^2\frac{1}{2}(\varphi + \vartheta + \varepsilon)$$

darstellen[1]), wo O und E die Amplituden der beiden interferierenden Wellen und a_1, a_2, ϑ und ε von der Einstellung des benutzten Halbschattensystems abhängige Konstanten sind. Die von φ unabhängigen Glieder $(O\cos a_1 - E\sin a_1)^2$ und $(O\cos a_2 - E\sin a_2)^2$ haben den Effekt weiteren nichtkohärenten Lichtes und verringern die Empfindlichkeit des Systems. Jedes praktische System wird daher so eingestellt, daß

$$a_1 = a_2$$

und

$$O\cos a_1 = E\sin a_1$$

wird. Bei dieser Einstellung sind, wenn wir

$$C = 2OE\sin 2a_1 = 2OE\sin 2a_2$$

schreiben, die Intensitäten der beiden Feldhälften durch

$$\left.\begin{aligned} I_1 &= C\sin^2\frac{1}{2}(\varphi + \vartheta - \varepsilon) \\ &\text{bzw.} \\ I_2 &= C\sin^2\frac{1}{2}(\varphi + \vartheta + \varepsilon) \end{aligned}\right\} \quad (3)$$

gegeben. Das sind dieselben Gleichungen, wie wir sie für den ersten Typus erhalten haben. Es besteht also kein theoretischer Unterschied in der Empfindlichkeit zwischen den drei allgemeinen Halbschatteninterferometertypen, und die folgende Erörterung ist für alle drei Typen gültig.

Aus den Gleichungen (3) ergibt sich:

$$\Delta I = \frac{1}{2}C\left[\sin^2\frac{1}{2}(\varphi + \vartheta - \varepsilon) - \sin^2\frac{1}{2}(\varphi + \vartheta + \varepsilon)\right]$$

und

$$I = \frac{1}{2}C\left[\sin^2\frac{1}{2}(\varphi + \vartheta - \varepsilon) + \sin^2\frac{1}{2}(\varphi + \vartheta + \varepsilon)\right].$$

Die Bedingung für die Gleichheit,

$$\Delta I = 0,$$

ergibt:

$$\varphi + \vartheta = 0$$

oder

$$\varphi + \vartheta = \pi.$$

---

1) L. B. Tuckerman jr., a. a. O., S. 171.

2) Der Zehndersche Halbschattenapparat mit Rauchglas (L. Zehnder, Ber. d. D. Phys. Ges. **2**, 337—339, 1904; Ann. d. Phys. (4) **26**, 985—997, 1908) bildet eine Ausnahme, aber es läßt sich leicht beweisen, daß seine Empfindlichkeit die Hälfte von jener der gebräuchlichen Formen beträgt.

1) Für Systeme mit einem unsymmetrischen Lichtverlust durch Reflexion, wie für den Lippichschen Halbschattenapparat oder für den Braceschen empfindlichen Streifen, erfordern diese Gleichungen eine kleine Korrektion. Dadurch werden indessen die Formeln für die Empfindlichkeit nur um zu vernachlässigende Glieder von der zweiten Ordnung kompliziert.

Es gibt also im allgemeinen zwei Intensitäten, bei denen man eine Abgleichung erhält. Nennen wir die größere von ihnen I_{max} und die kleinere I_{min}, so finden wir:

$$I_{max} = C \cos^2 \frac{1}{2} \varepsilon$$

und

$$I_{min} = C \sin^2 \frac{1}{2} \varepsilon,$$

vorausgesetzt, daß $0^0 < \varepsilon < 45^0$ ist (für $45^0 < \varepsilon < 90^0$ ist es umgekehrt). Setzen wir diese Werte in die Gleichung (2) ein, so finden wir für die Minimum-Abgleichung (und diese ist die empfindlichere von beiden):

$$\left.\begin{aligned} \delta\varphi &= \frac{1}{2} \frac{\sin {}^1\!/_2 \varepsilon}{\cos {}^1\!/_2 \varepsilon} f(I, \alpha, \beta, \gamma, \ldots) = \\ &= \frac{1}{2} \sqrt{\frac{I_{min}}{I_{max}}} \cdot f(I, \alpha, \beta, \gamma, \ldots). \end{aligned}\right\} \quad (6)$$

In der vorstehenden Erörterung haben wir angenommen, daß die Halbschattenfelder von nicht interferierendem zerstreuten Nebenlicht frei sind. Wir können also schließen:

Bei Abwesenheit von Nebenlicht ist der größte mögliche Fehler bei der Messung der Phasenänderung mittels eines richtig eingestellten Halbschatteninterferometers (abgesehen von zufälligen Faktoren, welche die Photometerfunktion beeinflussen) nur von dem Intensitätsverhältnis zwischen der durch Phasenänderung erhaltenen Minimumabgleichung und Maximumabgleichung abhängig und der Quadratwurzel dieses Verhältnisses proportional.

Wenn beim ersten Typus die Schwingungsamplituden in den beiden Armen ungleich sind, oder wenn beim zweiten oder dritten Typus die als zirkular oder eben polarisiert angenommenen Wellen elliptisch sind, oder wenn bei irgendeinem Typus infolge mehrfacher oder diffuser Reflexion im Interferometer nicht interferierendes Nebenlicht die Felder der Halbschattenvorrichtung erreicht, so wird die Empfindlichkeit vermindert werden. Wenn das der Fall ist, können wir schreiben:

$$I_1' = I_1 + I_1''$$

und

$$I_2' = I_2 + I_2'',$$

wo I_1' und I_2' die Gesamtintensitäten der beiden Feldhälften, I_1 und I_2 die Intensitäten der interferierenden Wellen und I_1'' und I_2'' die Intensitäten des nicht interferierenden Lichtes sind, welch letzteres polarisiert sein kann oder nicht. I_1 und I_2 sind Funktionen von φ, I_1'' und I_2'' aber nicht. Mit analoger Bezeichnung erhalten wir dann:

$$\varDelta I' = \varDelta I + \varDelta I''$$

und

$$I' = I + I'',$$

wo für eine Abgleichung

$$\varDelta I' = \varDelta I + \varDelta I'' = 0$$

gilt; dann ist

$$\frac{\partial}{\partial\varphi}\left[\frac{\varDelta I'}{I'}\right]_{\varDelta I'=0} = \frac{\frac{\partial}{\partial\varphi}[\varDelta I]_{\varDelta I=-\varDelta I''}}{I+I''} =$$

$$= \frac{[I]_{\varDelta I=0}}{[I+I'']_{\varDelta I'=0}} \cdot \frac{\frac{\partial}{\partial\varphi}[\varDelta I]_{\varDelta I=-\varDelta I''}}{\frac{\partial}{\partial\varphi}[\varDelta I]_{\varDelta I=0}} \cdot \frac{\partial}{\partial\varphi}\left[\frac{\varDelta I}{I}\right]_{\varDelta I=0}$$

und ergibt für den größten möglichen Fehler von φ, der mit einer beobachteten Abgleichung bei Gegenwart von Streulicht verträglich ist:

$$\left.\begin{aligned} \delta'\varphi = \frac{1}{2} \frac{[I+I'']_{\varDelta I'=0}}{[I]_{\varDelta I=0}} \cdot \frac{\frac{\partial}{\partial\varphi}[\varDelta I]_{\varDelta I=0}}{\frac{\partial}{\partial\varphi}[\varDelta I]_{\varDelta I=-\varDelta I''}} \cdot \\ \cdot \sqrt{\frac{I_{min}}{I_{max}}} \cdot f(I+I'', \alpha, \beta, \gamma, \ldots). \end{aligned}\right\} \quad (7)$$

Da die Photometerfunktion mit zunehmender Intensität oberhalb eines gewissen Mindestwertes nur sehr wenig abnimmt, so können wir ohne merklichen Fehler schreiben:

$$f(I+I'', \alpha, \beta, \gamma, \ldots) = f(I, \alpha, \beta, \gamma, \ldots),$$

dann ist:

$$\delta'\varphi = \frac{1}{2} \frac{[I+I'']_{\varDelta I'=0}}{[I]_{\varDelta I=0}} \cdot \frac{\frac{\partial}{\partial\varphi}[\varDelta I]_{\varDelta I=0}}{\frac{\partial}{\partial\varphi}[\varDelta I]_{\varDelta I=-\varDelta I''}} \cdot \sqrt{\frac{I_{min}}{I_{max}}} \cdot f(I, \alpha, \beta, \gamma, \ldots),$$

und da $\varDelta t$ eine Sinusfunktion von φ ist, so ist $\frac{\partial}{\partial\varphi}[\varDelta I]$ ein Maximum für $\varDelta I = 0$, und der Faktor

$$\frac{\frac{\partial}{\partial\varphi}[\varDelta I]_{\varDelta I=0}}{\frac{\partial}{\partial\varphi}[\varDelta I]_{\varDelta I=-\varDelta I''}} \gtrless 1 \quad (8)$$

ist, so können wir aus den Formeln (8) und (9) schließen, daß

der mögliche Fehler bei der Messung der Phasenänderung mittels eines Halbschatteninterferometers durch das Hinzutreten von Nebenlicht mindestens ebenso rasch zunimmt wie das Verhältnis zwischen der wirklichen Intensität bei der Abgleichung und der Intensität, die

bei der Abgleichung herrschen würde, wenn kein Nebenlicht vorhanden wäre.

Wahl des Instrumentes.

Ein Halbschatteninterferometer für richtigen praktischen Gebrauch sollte folgende Vorzüge haben:

a) Der Faktor $\frac{[I+I'']_{\Delta I'=0}}{[I]_{\Delta I=0}}$ (siehe Gleichung (7)) sollte möglichst auf einen Mindestwert 1 herabzusetzen sein. Aus diesem Grunde muß man alle mehrfachen und diffusen Reflexionen vermeiden, und beim ersten Typus muß das Intensitätsverhältnis der interferierenden Strahlen leicht auf Gleichheit einzustellen sein. Gleiche Intensität der interferierenden Strahlen ist auch bei den beiden anderen Typen vorteilhaft, denn dadurch wird die Ermittelung von φ erleichtert und die Umständlichkeit der Messung etwas vermindert; sie ist aber nicht notwendig, wie beim ersten Typus.

b) Der Faktor $\sqrt{\frac{I_{\min}}{I_{\max}}}$ muß leicht auf ein Minimum für $\sqrt{\frac{I_{\min}}{I_{\max}}}\cdot f(I, \alpha, \beta, \gamma \ldots)$ einzustellen sein. Da sich dieses günstigste Verhältnis innerhalb weiter Grenzen ändern kann, zumal wenn absorbierende Medien zu untersuchen sind, so ist ein justierbarer Halbschattenapparat sehr wünschenswert.

c) Die Trennungskante des Halbschattenapparates muß möglichst vollkommen sein, um einen verhältnismäßig niedrigen Wert für $f(I, \alpha, \beta, \gamma, \ldots)$ zu liefern.

d) Das Instrument sollte möglichst für alle Teile des Spektrums brauchbar sein, ohne für jede zu untersuchende Wellenlänge eine besondere Herrichtung einzelner Teile zu erfordern.

e) Das Feld sollte möglichst gleichmäßig sein, offenbar die am schwersten erfüllbare Bedingung.

Erster Typus. Instrumente vom ersten Typus (z. B. das Cottonsche Interferometer-Halbschattensystem) haben folgende Nachteile: Es scheint kein bequemes Verfahren zur Einstellung des Intensitätsverhältnisses zwischen den beiden Armen zu geben. Die einzige bisher vorgeschlagene ausführbare Methode, eine richtig abgepaßte Halbversilberung[1]), bietet recht große technische Schwierigkeiten, und selbst, wenn sie für einen Teil des Spektrums befriedigend gestaltet sein würde, wäre sie es nicht für andere. Es würde beim Zehnderschen Interferometertypus möglich sein, das Verhältnis zwischen den beiden Intensitäten dadurch zu verändern, daß man die rechteckige Bahn der Lichtstrahlen in eine rhombische verwandelte, aber das würde, falls es überhaupt ausführbar ist, sehr mühsam sein. Wie Cotton bemerkt hat, ist die Herstellung eines befriedigenden Interferometer-Halbschattenapparates sehr schwierig; die Herstellung eines justierbaren scheint unmöglich zu sein.

Zweiter Typus. Ein Instrument vom zweiten Typus (mit Verwendung zirkular polarisierten Lichtes) ist bisher noch nicht vorgeschlagen worden. Es läßt sich schwer vorstellen, wie man ein solches bauen könnte, um die Störungen zu vermeiden, die durch die Änderung der Phasen gegeneinander an der Trennungsplatte verursacht werden würden, ohne das Instrument dadurch tatsächlich in ein solches vom dritten Typus zu verwandeln.

Dritter Typus. Die von Pokrowski vorgeschlagenen Instrumente vom dritten Typus haben folgende Nachteile: Es ist kein bequemes Verfahren vorgesehen, das Intensitätsverhältnis der beiden Strahlenbündel zu justieren. Das ist nicht so wichtig wie beim ersten Typus, aber es ist eine Unzuträglichkeit. Die Viertelwellenlängenplatten und die Quarzplatten, die erforderlich sind, müssen für jede einzelne zu untersuchende Wellenlänge besonders hergerichtet werden.

Das von Brillouin vorgeschlagene Instrument in der von Cotton abgeänderten Form hat den Nachteil, daß äußerst dicke Doppelspatplatten erforderlich sind, um eine passende Trennung der Strahlenbündel zu gewährleisten, und das Instrument müßte durch Einführung von mindestens vier Spiegeln umgestaltet werden, damit es für Messungen brauchbar würde, die eine weite Trennung verlangen.

Beim Entwurf unseres Instrumentes haben wir uns bestrebt, alle diese Schwierigkeiten nach Möglichkeit zu vermeiden, und es ist uns gelungen, die meisten von ihnen zu beseitigen. Mehrfache Reflexionen sind dadurch vermieden worden, daß wir die Interferometerplatten statt planparallel keilförmig gemacht haben, und daß wir andere optische Flächen unter genügender Neigung gegen die Strahlen angebracht haben. Das Intensitätsverhältnis der beiden interferierenden Strahlen ist durch Drehung des Polarisatorprismas leicht zu regulieren. Durch die Verwendung des Braceschen elliptischen Halbschattenapparates zur Analyse des austretenden Lichtes haben wir einen leicht einstellbaren Halbschattenapparat mit einer sehr vollkommenen Trennungskante. Schließlich erfordert das Instrument keine Einstellung auf Wellenlängen, abgesehen von einer geringen Drehung der Inter-

1) S. Pokrowski, a. a. O.

ferometerschraube oder einer Drehung des Kompensators zur Einstellung der richtigen Intensität. In seiner Grundform, wie wir es angegeben haben, ist es direkt für die Untersuchung der absoluten Verzögerung eben polarisierten Lichtes im elektrischen oder magnetischen Felde brauchbar. Für die Untersuchung zirkular polarisierten Lichtes wird noch die Einführung von Viertelwellenlängenplatten erforderlich sein. Diese werden dann natürlich für jede zu untersuchende Wellenlänge besonders anzupassen sein.

Vorläufige Versuche.

Zur Verwendung in den Interferometerarmen wählten wir zuerst Glansche Luftnicols, weil deren Länge leicht auf Gleichheit justiert werden konnte. Nachdem wir das Instrument mit einem Paar Nicols aufgestellt hatten, das wir vorrätig hatten, fanden wir, daß ihre Flächen so gekrümmt waren, daß sie eine äquivalente Brennweite von ungefähr 21 m ergaben. Die resultierenden Interferenzbanden waren zu schmal und ließen sich durch keinerlei Justierung verbreitern. Nach Neugestaltung des Nicols erhielten wir bessere Ergebnisse, aber die Banden waren immer noch zu schmal. Ein besonders für diesen Zweck hergestelltes Paar Nicols lieferte ein viel besseres Feld, mit dem wir Halbschattenbedingungen verwirklicht haben, doch waren die Banden immer noch zu eng, um eine befriedigende Empfindlichkeit zu ergeben. Wir haben auch Polarisatoren versucht, die aus einer in einer Schwefelkohlenstoffzelle montierten dünnen Doppelspatplatte bestanden, wo die Zellenden Interferometerplatten waren. Für eine Wellenlänge in der Nähe der *D*-Linie, wo der Index der Flüssigkeit dem gewöhnlichen Index des Doppelspates gleich war, gaben diese ein ziemlich gleichförmiges und befriedigendes Feld, aber die Krümmung der Platten war zu groß, um überall im Spektrum gute Ergebnisse zu liefern.

Die bisher geleistete Arbeit lehrt, daß der Erfolg des Instrumentes von der Möglichkeit abhängt, Polarisationsprismen mit hinreichend ebenen Flächen zu erhalten, oder, wenn das nicht zu erreichen ist, hinreichend planparallele Doppelspatstreifen zu erhalten, die ein genügend gleichförmiges Feld für gute photometrische Empfindlichkeit zu liefern vermögen.

Es werden natürlich noch kleinere technische Schwierigkeiten zu überwinden bleiben, wie Temperaturregulierung, Erschütterungsfreiheit usw., aber trotzdem die Empfindlichkeit des Instrumentes außergewöhnliche Vorsichtsmaßregeln erfordern wird, sind das keine unüberwindlichen Schwierigkeiten, wenn das schwierigere Problem befriedigender Polarisatoren gelöst ist.

Zurzeit lassen wir Glansche Nicols mit vollkommeneren Flächen anfertigen, und wir hoffen, daß mit ihnen die Herstellung eines befriedigenden Instrumentes möglich sein wird.

The Brace Laboratory of Physics, Universität Nebraska, Lincoln, im April 1911.

(Nach dem Manuskript aus dem Englischen übersetzt von Max Iklé.)

(Eingegangen 29. April 1911.)

Versuche zu der Arbeit von Herrn Wood: Eine neue strahlende Emission seitens des Funkens.

Von W. Steubing.

Mit 2 Tafeln (XI/XII).

Vor einiger Zeit hat Herr Wood[1]) unter obigem Titel die Resultate einer Untersuchung mitgeteilt, die aus folgenden zwei Gründen besonders interessant erscheinen. — Erstens lassen sich die von Herrn Wood beobachteten Phänomene nicht in befriedigender Weise mit den zwei angeführten Erklärungsmöglichkeiten in Einklang bringen, nämlich daß es sich entweder um Fluoreszenzerregung durch das äußerste kurzwellige Aluminiumlicht handle, oder daß es nur eine Zerstreuungserscheinung des Funkenlichts sei. Zweitens ist bemerkenswert, daß Herr Wood bei der spektralen Aufnahme der Emission in Luft das sogenannte „Wasserdampfbandenspektrum" erhielt, dessen Auftreten in gewöhnlicher Luft bei Funkenentladungen bisher unbekannt war. — Dies Spektrum wurde vom Verfasser auf Grund einer früheren Spektraluntersuchung in Entladungsröhren[2]) dem einatomigen Sauerstoff zugeschrieben, eine Folgerung, deren Richtigkeit kürzlich von Herrn Kayser[3]) mit besonderem Hinweis auf diese Arbeit von Herrn Wood bestritten wurde.

Zur Untersuchung der Emission schien es zunächst zweckmäßig, unter möglichst gleichen Bedingungen in gleicher Anordnung wie Herr Wood zu arbeiten. Leider war dies nur in beschränktem Grade möglich, da nähere Angaben Woods über die Versuchsbedingungen, so über die Größenverhältnisse des Funkengefäßes, über die Stromquelle, nämlich über die Größe der Kapazität und über die verwendeten Stromstärken, sowie endlich über die bei den Spektralaufnahmen erforderlichen Expositionszeiten fehlen.

Verwendet wurde bei allen folgenden Versuchen ein Funkengefäß mit aufschraubbarer

1) Diese Zeitschr. 11, 823, 1910.
2) Ann. d. Phys. 33, 553, 1910.
3) Ann. d. Phys. 34, 498, 1911.

Gaskammer, das in Form und Material dem von Herrn Wood beschriebenen nachgebildet war (vergl. folgende von Herrn Woods Arbeit übernommene Figur). Die Dimensionen sind nachstehend angegeben:

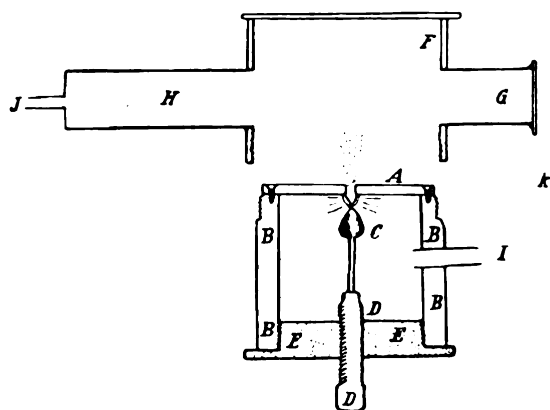


Fig. 1.

Dicke der Aluminiumscheibe A 3,5 mm; Weite des Bohrlochs 1,5 mm; Höhe (lichte) des unteren Messingzylinders B 51 mm; Durchmesser (innerer) des unteren Messingzylinders B 56 mm; innere Höhe 44 mm und Durchmesser 59 mm des oberen Glasgefäßes F; Durchmesser und Länge der Ansatzrohre:

H	20 mm	76 mm,
G	20 mm	34 mm.

G war durch eine 1,5 mm dicke Quarzplatte verschlossen. —

Als Stromquelle für die Aluminiumfunkenstrecke CA diente ein großes Induktorium, das mit schwachem Primärstrom (ca. 1—2 Amp., soweit nicht anders bemerkt) unter Benutzung eines Turbinenunterbrechers betrieben wurde. Bei den meisten Versuchen — falls nicht besonders angegeben — war eine mittelgroße Leidener Flasche der Funkenstrecke parallel geschaltet.

Zu den direkten Aufnahmen des Emissionslichtes aus der Funkenkammer wurde eine photographische Kamera mit Quarzflußspatachromat (Brennweite 16 cm, Öffnungsverhältnis $F:10$) verwendet. Die reproduzierten Photographien sind sämtlich in natürlicher Größe wiedergegeben.

Zu den spektralen Aufnahmen diente ein Quarzspektrograph nach Gehrcke und Reichenheim[1]).

I. Direkte Aufnahmen der Emission ohne spektrale Zerlegung.

Alle Aufnahmen — benutzt wurden Platten von Hauff und Agfa extrarapid — wurden mit Rodinal 1:10 genau 5 Minuten in stets frischem Entwickler bei gleicher Temperatur (16°) entwickelt.

Die photographische Kamera wurde nach Herrn Woods Angabe so eingestellt, daß direktes Licht aus dem Funken nicht in die Kamera fiel, bzw. daß der obere Objektivrand etwas unterhalb der durchbohrten Aluminiumscheibe A sich befand. — Die Funkenlänge wurde reguliert, so daß kein sichtbarer Teil der Aureole aus der Funkenkammer getrieben wurde. Die Stromstärke wurde niedrig gewählt, um allzu starke Erwärmung des Funkengefäßes zu vermeiden. Von zwei anfänglichen Aufnahmen abgesehen, wurden sämtliche Aufnahmen bei Verwendung der aufgeschraubten Kammer F durch das Quarzfenster erhalten. Die Aufnahmen zeigen infolgedessen, wie bei Herrn Wood Fig. 2d, den oberen Rand des Ansatzrohrs in reflektiertem Funkenlicht. Das Aussehen der Emission unter den angegebenen Strombedingungen nach einer Expositionszeit von 5 Minuten läßt die Tafel Fig. 2a u. ff. erkennen. [Zum Vergleich sei bemerkt, daß Herr Wood seine direkten Aufnahmen mit einem Quarzobjektiv von beinahe gleicher Brennweite, aber annähernd doppelter Lichtstärke ($F:7,5$ gegen $F:10$) mit einer Exposition von 1 bis 2 Minuten erhielt. Ein genauer Vergleich ist wegen inkomparablen Funkenbedingungen natürlich undurchführbar.]

Fig. 2 (Tafel XI) zeigt das Aussehen der Emission, als Funkengefäß und aufgeschraubte Hilfskammer mit gewöhnlicher, in normaler Weise staubiger und feuchter Luft gefüllt waren.

Ebenso fielen die Aufnahmen aus, als längere Zeit sorgfältig durch Phosphorpentoxyd getrocknete und durch Watte filtrierte Luft durch das Gefäß geleitet und dieses so gefüllt war. Ein Unterschied war nicht erkennbar. — Daß die geringen Staubmengen der Luft von Bedeutung sein würden, gegenüber dem in kondensierten Funken zerstäubten und verdampften Metall, das sich nach längerem Betrieb in merkbarer Weise in dem Gefäß bes. der Funkenkammer absetzte, war nicht anzunehmen.

Es wurden sodann der Reihe nach die Gase Sauerstoff, Stickstoff und Kohlensäure in den Apparat geleitet, einmal sorgfältig getrocknet und filtriert, das andere Mal in ungereinigtem Zustand. In allen Fällen zeigte sich kein Unterschied. Die Intensität und das Aussehen der Emission war in Luft und allen Gasen das gleiche, wie Fig. 2a, b, c zeigen. Dagegen zeigte sich beim Durchleiten eines schwachen Luft- (oder Gas-)stroms während der Exposition, daß die Emission an Intensität einbüßte. Weitere Versuche ergaben, daß bei Anwendung eines

1) O. Reichenheim, Zeitschr. f. Instrumentenkunde **28**, 340, 1908.

genügend starken Gasstromes, der durch die Öffnung der Luftkammer in die Funkenkammer getrieben wurde, die Emission vollständig verschwand. Fig. 2d läßt dies deutlich erkennen. Da die Photographie den oberen Rand des Ansatzrohrs deutlich, wie auf den anderen Anfnahmen, zeigt, ist ersichtlich, daß das Verschwinden der Emission nicht durch gänzlich geänderte Funkenbedingungen zu erklären ist.

Vorstehende Resultate waren einfach zu erklären durch die Annahme, daß durch Zerstäubung und Verdampfung im Funken Metallpartikel durch die Öffnung der Scheibe getrieben und an ihnen das Funkenlicht zerstreut wurde. Daß auch Herr Wood diesen lichtzerstreuenden Metalldampf hatte, geht aus seiner Spektralaufnahme und seiner Angabe hervor, daß er die Aluminiumlinien als Ergebnis diffusen Lichtes erhielt.

Durch starken Gas- oder Luftstrom wurde der Metalldampf am Eindringen in die obere Kammer gehindert. Die Natur des Gases spielte dabei keine Rolle. Handelte es sich lediglich um zerstreutes Funkenlicht, so mußten folgende Bedingungen erfüllt sein:

1. Das erhaltene zerstreute Licht in der „Emission" mußte identisch sein mit dem Funkenlicht, d. h. es mußte sehr viel Licht des sichtbaren Spektrums, das im kondensierten *Al*-Funken sehr intensiv ist, mit zerstreut werden, also die Emission auch durch Glasoptik, wenn auch schwächer, aufnehmbar sein.

2. Die Emission, d. h. das an den Metallteilchen abgebeugte und zerstreute Licht mußte polarisiert sein.

3. Die Emission mußte verschwinden, wenn die Öffnung der Aluminiumscheibe hermetisch verschlossen wurde, auch wenn die Verschlußplatte das Aluminiumlicht hindurchließ.

4. Die Emission mußte wieder auftreten, sobald die Öffnung mit einer lichtdurchlässigen Platte verschlossen, aber dafür gesorgt wurde, daß lichtzerstreuende Partikel von ähnlicher Größe und Beschaffenheit, wie vom Funken erzeugt werden, in die obere Kammer gelangten.

Um Folgerung 1 zu prüfen, wurde bei sonst gleichen Versuchsbedingungen eine 2 mm dicke Glasplatte vor das Quarzflußspatachromat gebracht. Die erhaltene Aufnahme zeigte die Emission wie in den früheren Fällen, nur schwächer.

Für Folgerung 2 wurden Aufnahmen durch ein zwischengeschaltetes Nicolsches Prisma gemacht, dessen Polarisationsebene im einen Falle in die Ebene: Achse des Emissionsbüschels-Visionsradius fiel, im zweiten Falle um 90° hiergegen gedreht war. Infolge der starken Lichtschwächung im Nicol mußten die Expositionszeiten dreimal größer (15 Minuten) gewählt werden. Ein Vergleich beider unter konstanten Versuchsbedingungen erhaltenen Aufnahmen zeigte den erwarteten Intensitätsunterschied, obgleich das Emissionsbüschel in keinem Falle ganz verschwand, was auch nicht zu erwarten ist, da es sich nur um partielle, lineare Polarisation handeln kann, wobei noch der Azimutwinkel des Polarisationsmaximums (die Aufnahmen erfolgten ungefähr rechtwinklig zur Achse des Emissionsbüschels) unbekannt ist.

Für Folgerung 3 wurde die 1,5-mm-Öffnung der Aluminiumscheibe mit einem mikroskopischen Deckgläschen, Größe 18×24 mm, Dicke 0,18 mm, hermetisch verschlossen. Dieses dünne Blättchen ließ, wie durch besondere Aufnahmen mit dem Quarzspektrograph festgestellt war, Licht bis λ 270 fast ungeschwächt hindurch, also alles Licht, das dem fraglichen Spektralbezirk angehört. Das Deckgläschen wurde durch eine kräftige Feder aufgepreßt. Selbst bei der doppelten Expositionszeit (10 Minuten) zeigte sich keine Spur der Emission. (Das Deckgläschen zeigte schon nach ca. 3 Minuten einen merkbaren Metallbelag.)

Um Folgerung 4 zu prüfen, wurde

a) die Öffnung aufs neue mit dem Deckgläschen verschlossen. Alsdann wurde Silberdampf, der im Lichtbogen zwischen Silberelektroden erzeugt war, in die obere Kammer getrieben, so daß man lichtzerstreuende Partikel von ähnlicher Größe und Beschaffenheit in der Gaskammer hatte. Das erhaltene Bild, Fig. 2e, entspricht genau dem der Emission. (Es zeigte nur größere Intensität bei gleicher Expositionszeit, infolge großer Menge des Silberdampfes.)

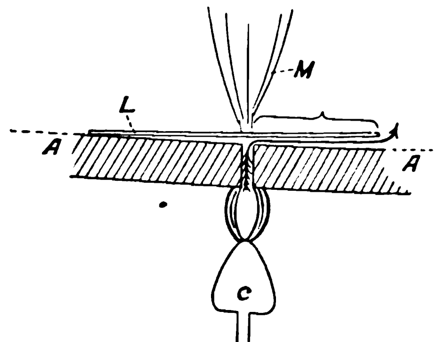


Fig. 3.

A = Aluminiumscheibe,
C = Aluminiumkonus,
L = Deckgläschen, auf der einen Seite fest aufliegend, auf der andern ca. 1/10 mm freie Öffnung lassend,
M = schematische Zeichnung der erhaltenen Emission.

Der Pfeil gibt den Weg des Metalldampfes aus dem Funken an, wie er nachträglich an dem Belag des Gläschens zu verfolgen war.

b) Die Öffnung der Aluminiumscheibe wurde mit dem Deckgläschen so verschlossen, wie es beistehende schematische Zeichnung, Fig. 3, andeutet. Die Emission wurde wieder erhalten, nur wesentlich schwächer, da ein großer Teil des Dampfes sich an dem Deckglas und der Aluminiumscheibe niederschlug, bevor er ins Gefäß eintrat. Aus diesem Versuch geht hervor, daß es sich bei der Emission nicht etwa um einen Teil von ultravioletter Funkenaureole handelt, die durch die Öffnung gepreßt wird, da das erhaltene Bild ein anderes sein müßte, d. h. die Emission könnte nicht über der Öffnung der Scheibe über dem Deckglas erscheinen, sondern müßte auf der durch den Pfeil angedeuteten Bahn sichtbar sein.

Die 4 gezogenen Folgerungen sind bestätigt.

II. Aufnahmen der Emission bei spektraler Zerlegung.

Bei den Aufnahmen wurde das Funkengefäß ohne aufgeschraubte Hilfskammer so nahe vor den Spektrographen gestellt, wie wegen der Dimensionen möglich war, und das Spektrum in Luft mit einer Spaltöffnung von 0,05 mm des Spektrographen aufgenommen.

Nach Folgerung 1 im vorigen Abschnitt I mußte das Spektrum der Emission mit dem des Funkens identisch sein.

Fig. 4a (Tafel XII) gibt das nach 1 Stunde Expositionszeit erhaltene Spektrum der Emission wieder. Es ist völlig identisch mit dem des gewöhnlichen kondensierten *Al*-Funkens (siehe Fig. 4e), weist keine Spur von Banden auf und wurde verglichen mit dem direkten Funken, indem das Funkengefäß um 90° gedreht wurde, so daß die Bohrung der Scheibe sich in der Achsenrichtung des Spaltrohres befand. Das Spektrum entspricht dem von Herrn Wood reproduzierten Vergleichsspektrum (Fig. 2g), das seinem Aussehen nach nicht von dem Funkengefäß erhalten wurde.

Da Herr Wood unter Bedingungen gearbeitet hat, wo er — nach seinen eigenen Angaben — lichtzerstreuenden Metalldampf hatte (vergl. S. 824 unten), ist zu schließen, daß die Funkenbedingungen in seinem Gefäß andere waren, und der Funken nicht dem gewöhnlichen kondensierten *Al*-Funken entsprach. Wählt man — wie aus dem folgenden Abschnitt III hervorgeht — die Entladungsbedingungen im kondensierten Funken anders, so erhält man ein Spektrum in gewöhnlicher Luft, das [zwischen *Al*-Elektroden] sich in nichts von dem Spektrum unterscheidet, welches Herr Wood in der Emission erhalten hat, und welches aus den *O*- (sogen. H_2O-)Banden, den stärksten *N*-Banden und den stärksten *Al*-Linien besteht. Die *O*-Banden treten um so stärker hervor, je größer die Stromstärke gewählt wird. Das von Eder und Valenta[1]) zwischen nassen Kohleelektroden erhaltene Spektrum ist bis auf die *Al*-Linien mit diesem identisch.

Fig. 4b (Tafel XII) gibt das Spektrum der Emission, das nach zweistündiger Exposition erhalten wurde, als die Funkenbedingungen entsprechend gewählt waren. Es unterscheidet sich auffällig von dem in Fig. 4a, hat alle von Herrn Wood in seinem Spektrogramm erwähnten Banden und Linien. Man sieht deutlich die erste ultraviolette Sauerstoffbande (sogen. Wasserdampfbande) λ 306 bis 333, ebenso die zweite, die auch Herr Wood erwähnt. Ferner sind erkennbar die Stickstoffbanden, deren Kanten bei λ 358, 554, 337 liegen, endlich eine Reihe der stärksten *Al*-Linien, so auch die in die 1. Sauerstoffbande eingebettete Doppellinie λ 309, 308, die Herr Wood besonders (siehe loc. cit. S. 825, Zeile 8) erwähnt hat. Das erhaltene Spektrum wurde wieder verglichen mit dem direkten Funken im Gefäß wie im vorigen Falle. Die doppelte Expositionszeit ist erklärlich, weil in diesem Funken die Metalldampfmenge verringert war. Diese Emission, die in der Hauptsache aus ultraviolettem Bandenlicht der Luft (Stickstoff und Sauerstoff) besteht, wird im Gegensatz zur vorigen selbstredend stark beeinflußt, wenn der Funke in anderem Gase erzeugt wird und ist gut nur mit Quarzoptik aufzunehmen.

III. Untersuchung des Luftspektrums.

Eine Untersuchung des Funkenspektrums in gewöhnlicher Luft unter variierten Strombedingungen lieferte folgende durch Fig. 4c bis f erläuterte Resultate.

1. Mit einer Influenzmaschine von 20 Platten wurde der nichtkondensierte Funke erzeugt. Das erhaltene Spektrum zeigt das bekannte Stickstoffbandenspektrum der Luft ohne sonstige Banden und Metallinien.

2. Das gleiche Spektrum lieferte das mit Turbinenunterbrecher betriebene Induktorium, ohne parallelgeschaltete Kapazität bei schwachem Primärstrom und starkem Widerstand (Jodkadmium-Amylalkohol) im Sekundärkreis.

3. Bei stärkerem Primärstrom ohne Kapazität zeigte sich in dem erhaltenen Spektrum neben den Stickstoffbanden schwach die stärkste sogenannte Wasserdampf-, d. i. ultraviolette Sauerstoffbande λ 306—333 (Fig. 4c).

4. Bei starkem Primärstrom ohne Kapazität trat das Stickstoffbandenspektrum an Intensität stark zurück, sehr kräftig erschien die stärkste Sauerstoffbande, schwächer die zweite λ 281

1) Beiträge zur Photochemie und Spektralanalyse, S. 80, Taf. IV, 5.

bis 306, vom Stickstoff blieben nur die Banden λ 3576, λ 3537 und λ 3369, analog wie sie die Spektrogramme von Wood, bzw. Eder und Valenta zeigen. — (Fig. 4d.)

Die erhaltenen Spektra sind unabhängig vom Elektrodenmaterial und weisen keine Metalllinien auf. Das Aussehen des Funkens (besser: Hochspannungsbogens) besonders im Falle 4d bei starkem Primärstrom erinnert in der grüngelben Färbung der Aureole, welche die rötliche Strombahn umgibt, auffallend an das grüngelbe Leuchten, das in Sauerstoffröhren bei niedrigen Drucken die positive Säule umgibt.

Anders wird das Spektrum bei Zuschaltung einer Kapazität. Bei niedrigen Stromstärken, wie im Falle 1, 2 und 3, erhält man nur das bekannte Linienspektrum des Aluminiumfunkens (Fig. 4e). Bei höherer Stromstärke (wie bei 4) erhält man ein Spektrum, das zusammengesetzt ist aus dem Luftbandenspektrum (Sauerstoff und Stickstoff wie unter 1 bis 4), und dem Metallspektrum des betreffenden Elektrodenmaterials (Fig. 4f). Das Spektrum ist dann praktisch identisch mit dem von Woods Emission. Im Funken sieht man dann auch deutlich das grüne Leuchten, das den kondensierten Aluminiumfunken charakterisiert, neben der vorerwähnten grüngelben Luftaureole. — Von welchen besonderen Bedingungen das Auftreten bzw. Überwiegen des ersten Sauerstoff- (sogenannten Wasserdampf-) Bandenspektrums gegenüber dem Stickstoffbandenspektrum bei Funkenentladung in atmosphärischer Luft abhängt, bleibt genauerer Untersuchung vorbehalten. — Bei diesen Aufnahmen war das Bild des Funkens auf den Spalt des Spektrographen projiziert.

Zusammenfassung.

A. Der gewöhnliche kondensierte Aluminiumfunke, in der von Herrn Wood angegebenen Versuchsanordnung erzeugt, liefert durch unvermeidbaren Metalldampf eine Emission, die

1. (nach Versuchen unter I) nur aus an Metallteilchen zerstreutem Funkenlicht besteht, daher
2. von der Natur des Gases, in dem der Funke erzeugt wird, ganz unabhängig ist,
3. durch einen kräftigen Gasstrom, der das Hinaufschleudern von Metalldampf durch die Öffnung der Scheibe hindert, völlig beseitigt wird,
4. durch Metalldampf, der bei hermetischem, aber lichtdurchlässigem Verschluß der Funkenöffnung in die Gaskammer gebracht wird, wiedererzeugt wird,
5. (nach Versuchen aus I u. II) völlig mit dem direkten Funkenspektrum, das die Emission bewirkt, identisch ist, und daher keine Spur von irgendwelchen Banden liefert.

B. Der kondensierte Aluminiumfunke, in Luft unter bestimmten Strombedingungen erzeugt, liefert in der Woodschen Anordnung eine Emission, die

1. (nach Versuchen aus I, II u. III) aus zerstreutem Licht in den Metallteilchen des Funkens besteht, daher
2. identisch ist (II u. III) mit dem direkten Funkenspektrum, das sich
3. zusammensetzt aus den Linien des Elektrodenmetalls und den Bandenspektren der Funkenaureole des umgebenden Gases (bei Luft: Stickstoff- und Sauerstoffbanden).

Aachen, Physik. Inst. der Techn. Hochschule, 22. Mai 1911.

(Eingegangen 24. Mai 1911.)

Ladungsbestimmungen an Silberteilchen.

(Vorläufige Mitteilung.)

Von E. Weiß.

In ähnlicher Weise wie von Ehrenhaft, Przibram und Regener wurden von mir Ladungsbestimmungen an ultramikroskopischen Partikeln ausgeführt, und zwar an im elektrischen Lichtbogen zerstäubtem Feinsilber. Die Anordnung der Apparate war ungefähr dieselbe wie die von Ehrenhaft angewandte. Auf dem Tische des horizontal aufgestellten Mikroskops (Zeiß, Objektiv AA, Okular 4) war eine Küvette befestigt, bestehend aus einem Ebonitwürfel von 23 mm Seitenlänge, in den als Kondensator zwei Messingstücke eingesetzt wurden, zwischen denen ein Hohlraum von 9 × 9 mm Fläche und 0,95 mm Höhe frei war; zu diesem Hohlraum führten von beiden Seiten durch den Ebonit zwei Schnitte von derselben Breite und Höhe, die außen durch zwei Deckglasfenster verschlossen waren. Vorne hatte der Würfel eine kreisförmige Vertiefung, die bis zum Kondensator reichte, und dort durch ein Deckglas verschlossen war. In dieser Vertiefung konnte das Objektiv frei bewegt werden. Durch Bohrungen im oberen und unteren Teile des Würfels konnte die zu untersuchende Luft eingeführt werden. Das Licht einer Bogenlampe drang nach Durchquerung einer 65 cm langen Wasserkühlung senkrecht zur Mikroskopachse durch das eine Fenster in die Küvette ein und durch das zweite wieder aus. So waren alle störenden Reflexe vermieden und ein vollkommenes Dunkelfeld erzielt. Die Luft wurde nach sorgfältiger Trocknung durch H_2SO_4 und P_2O_5 in den Rezipienten geleitet, wo das Silber durch einen kurz dauernden Lichtbogen zerstäubt wurde. Von da wurde erst etwa eine Stunde nach der Zerstäubung die Luft, welche die Silberpartikel enthielt,

in die Küvette geleitet, so daß ein vollkommener Temperaturausgleich gewährleistet war.

Die Beobachtungen geschahen genau wie die oben erwähnten, indem ein Silberpartikel im Falle beobachtet wurde und dann im Steigen durch ein elektrisches Feld (40 bezw. 20 Volt). Die Durchgangszeiten durch die Okular-Mikrometerstriche, deren Distanz einer Objektgröße von 0,2 mm entsprachen, wurden durch den einen Stift eines Morse-Doppelschreibers registriert, dessen anderer durch ein Sekundenpendel betrieben wurde; die Zeit konnte leicht auf 0,1 Sekunde abgelesen werden. Die Beobachtung der Teilchen erfolgte in der Mitte des Kondensators, so daß ein homogenes Feld sicher war. Ich legte das Hauptgewicht auf die wiederholte Beobachtung eines und desselben Teilchens, um über die Sicherheit der Einzelmessung eine Vorstellung zu erhalten; es gelang mir öfters, ein Teilchen 20 und mehrmals fallen und wieder steigen zu lassen, in einem Falle erhielt ich sogar 63 Doppelmessungen an einem Teilchen. Gewöhnlich wird die Möglichkeit weiterer Wiederholungen dadurch genommen, daß das Teilchen im Sinne der Lichtstrahlen (Radiometerwirkung oder Strahlungsdruck?) aus dem Gesichtsfelde fortwandert, wie auch schon Ehrenhaft beobachtet hat.

Meine Beobachtungen stimmen mit denen von Ehrenhaft sehr gut überein; nach dem Stokesschen Gesetze berechnet

$$a = \frac{3\sqrt{\mu}}{\sqrt{2\,sg}} \cdot \sqrt{v_2} \quad \text{und} \quad e = 6\pi\mu a \cdot \frac{v_1 + v_2}{\mathfrak{E}},$$

wobei a den Radius der in der Luft vom Reibungskoeffizienten μ bewegten Kugel vom spezifischen Gewichte s, ferner v_2 die Fallgeschwindigkeit, v_1 die Steiggeschwindigkeit im elektrischen Felde $\mathfrak{E}$ und e die Ladung bezeichnet, ergeben sich aus meinen bisherigen 181 Messungen 35 mal Ladungen unter dem Werte 4×10^{-10} E.S.E., darunter beispielsweise sogar $1{,}9 \times 10^{-10}$ E.S.E. (wie beim Partikel Nr. 53). Bei Anwendung der Cunninghamschen Korrektur fallen noch wesentlich mehr Ladungen unter diesen Wert.

Die Abweichungen in den verschiedenen Messungen an einem Teilchen sind wohl recht bedeutende; sie überschreiten aber im Mittel nie die Abweichungen, die nach der Theorie der Brownschen Bewegung zu erwarten sind. Aus der Messungsreihe Nr. 53 ergibt sich beispielsweise eine Fallzeit von 8,8 Sekunden als Mittel aus 42 Messungen, der größte gemessene Wert beträgt 12,2, der kleinste 6,8 Sekunden. Trotzdem ist die mittlere, auf die Zeiteinheit bezogene Abweichung nur 8×10^{-4} cm, während die mittlere Abweichung für einen Radius von $13{,}5 \times 10^{-6}$ cm den Wert $12{,}2 \times 10^{-4}$ cm erreichen könnte. Diese mittlere Abweichung wurde folgendermaßen gerechnet: Es sei v_2 die mittlere Fallgeschwindigkeit $= \frac{l}{t_2}$, wobei l die durchfallene Strecke und t_2 die mittlere Fallzeit ist; bedeutet dann t eine beobachtete Fallzeit, so ist

$$l = v_2 t + \Delta,$$

wobei Δ die beobachtete Abweichung in der Zeit t ist; wir wollen annehmen, daß diese Abweichung allein durch die Brownsche Bewegung verursacht wird und verwenden die Einsteinsche Formel[1])

$$\overline{\Delta^2} = \frac{2RT}{N} \cdot B \cdot t, \qquad \text{(I)}$$

worin R die Gaskonstante, T die absolute Temperatur, N die Anzahl der Moleküle im Grammolekül und B die „Beweglichkeit" ist. Nennen wir noch $\bar{\lambda}$ die mittlere Brownsche Verschiebung in der Zeiteinheit, so ist

$$\bar{\lambda}^2 = \overline{\left(\frac{\Delta^2}{t}\right)} = \frac{1}{n}\sum \frac{\Delta^2}{t} = \frac{1}{n}\sum \frac{(l - v_2 t)^2}{t} =$$

$$= \frac{1}{n} v_2^2 \cdot \sum \frac{(\Delta t)^2}{t},$$

wenn ich $t_2 - t = \Delta t$ nenne. Dieses λ^2 kann also aus den Beobachtungen bestimmt werden; andererseits ist die Beweglichkeit B nach dem Stokesschen Gesetze

$$B = \frac{1}{6\pi\mu a}$$

und da nach (I)

$$\bar{\lambda}^2 = \frac{2RT}{N} \cdot B, \qquad \text{(II)}$$

kann das zu erwartende $\bar{\lambda}^2$ für jeden Radius berechnet werden. Es ergibt sich nun, daß in den allermeisten Fällen das so berechnete $\bar{\lambda}^2$ viel größer ist als das wirklich beobachtete λ^2, ein Umstand, der mir beim Verlaufe der Arbeit immer auffallender wurde. Würde man den entgegengesetzten Weg einschlagen und aus $\bar{\lambda}^2$ den Radius a bestimmen[2]), so erhielte man größere Werte von a und mithin auch von e. Aber diese Unstimmigkeit legt doch die Vermutung nahe, daß das Stokessche Gesetz (und auch die Korrektur von Cunningham) für diese Partikel nicht mehr gültig sei. Nun ist aber Gleichung (I) nicht unter der Annahme eines speziellen Ausdruckes für B abgeleitet; die Beweglichkeit ist nur definiert durch die Gleichung[3])

$$\Delta = B \cdot K \cdot t,$$

wobei Δ die Verschiebung eines Partikels unter

1) A. Einstein, Ann. d. Phys. **19**, 378, 1906.
2) De Broglie, diese Zeitschr. **11**, 37, 1910.
3) l. c., S. 377.

No.	t_1	N_1'	t_2	N_2'	$e' \times 10^{10}$ E.S.E.	$a' \times 10^6$ cm	$\bar{\lambda} \times 10^4$	$a \times 10^6$ cm	$e \times 10^{10}$ E.S.E.	n	$E \times 10^{10}$ E.S.E.
31	1,58	10	12,05	4	4,06	11,6	12,6	10,5	4,4	1	4,4
32	1,62	18	7,92	16	5,15	14,2	12,1	14,0	5,0	1	5,0
33	3,09	16	7,90	14	6,25	14,2	8,9	17,2	11,1	2	5,5
34	1,57	28	10,28	10	8,93	12,5	11,8	13,1	10,4	2	5,2
35	1,55	12	15,43	6	7,06	10,2	13,2	10,6	8,1	2	4,0
36	3,51	16	8.00	6	5,16	14,1	9,5	16,4	8,9	2	4,5
37	3,06	10	8,50	9	2,98	13,7	6,9	20,0	9,2	2	4,6
38	0,75	15	8,65	16	9,62	13,6	13,9	12,5	7,4	2	3,7
39	2,07	6	10,75	6	3,43	12,2	5,8	20,7	17,0	4	4,3
40	1,81	15	10,60	3	7,88	12,3	12,8	12,3	7,9	2	3 9
41	3,13	6	9,85	6	2,62	12,8	9,7	15,0	4,4	1	4,4
42	1,44	10	7,82	11	5,75	14,3	10,7	15,3	7,1	2	3,5
43	0,73	4	8,70	4	9,90	13,6	18,4	10,3	4,3	1	4,3
44	2,80	6	7,65	6	6,90	14,5	14,2	12,6	4,7	1	4,7
45	2,83	6	11,76	7	4,90	11,7	10,9	13,2	7,3	2	3,6
46	5,05	4	9,02	6	2,01	13,3	5,7	22,2	9,4	2	4,7
47	1,56	8	12,40	7	8,00	11,4	12,0	12,2	9,9	2	4,9
48	1,51	36	7,86	36	11,05	14,3	8,5	17,9	21,8	5	4,4
49	3,42	10	9,63	16	2,50	12,9	7,8	17,6	6,4	1	6,4
50	2,80	26	9,67	22	5,81	12,9	7,2	18,6	17,6	4	4,4
51	3,34	19	7,98	14	5,98	14,2	9,8	16,1	8,7	2	4,3
52	2,46	64	8,73	63	6,84	13,8	7,3	19,2	19,2	4	4,8
53	5,60	51	8,80	42	1,93	13,5	8,1	17,7	4,4	1	4,4
54	1,46	10	10,47	4	9.40	12,3	8,1	16,7	23,3	5	4,7
55	1,13	9	8,74	6	6,62	13,6	6,8	20,0	21,4	5	4,3
56	2,54	44	12,90	44	2,62	11,1	9,6	14,0	5,0	1	5,0
57	1,51	32	7,27	30	5,79	14,8	10,2	16,2	7,6	2	3,8
									Mittelwert		4,50

dem Einfluß der Kraft K während der Zeit t bedeutet. Es müssen also auch die Gleichungen gelten:

$$v_2 = B \cdot mg$$
$$v_1 = B(e\mathfrak{E} - mg),$$

so daß daraus unabhängig von einem speziellen Gesetze e und m zu bestimmen sind, sobald man das B [aus $\bar{\lambda}^2$ nach (II)] kennt:

$$m = \frac{v_2}{Bg}$$

$$e = \frac{v_1 + v_2}{B\mathfrak{E}}.$$

Ich habe nun für eine Anzahl von Partikeln diese Rechnung durchgeführt; die Resultate sind in obiger Tabelle zusammengestellt. Dabei bedeutet $\bar{\lambda} = \sqrt{\overline{\lambda^2}}$ die mittlere Abweichung in der Zeiteinheit. Dieses λ wurde jedesmal aus beiden Beobachtungsreihen (für Fallen und Heben) gerechnet und aus beiden Werten das Mittel so gebildet, daß jedem Werte das Gewicht: Quadratwurzel aus der Beobachtungsdauer beigelegt wurde[1]); diese beiden Werte sind im allgemeinen verschieden, da die Steigzeiten gewöhnlich viel kürzer und die Abweichungen daher dort relativ ungenauer zu bestimmen waren. t_1 bedeutet die Steigzeit, t_2 die Fallzeit, e' und a' Ladung und Radius nach Stokes, e und a aus $\bar{\lambda}$ berechnet. Das N' neben t bedeutet die Anzahl der Einzelmessungen.

Es zeigt sich aus dieser Zusammenstellung, daß nach dieser Berechnung keine kleineren Ladungen resultieren als etwa 4×10^{-10} E.S.E., wenigstens soweit meine Bestimmungen in Betracht kommen[1]). Die größeren Ladungen lassen sich mit einer gewissen Annäherung als Multipla einer dieser nahen Größe darstellen (die Tabelle gibt den Proportionalitätsfaktor n und den resultierenden Wert E der Elementarladung). Eine große Genauigkeit ist der Natur der Sache nach nicht zu erwarten; vor allem enthalten ja die Beobachtungsreihen an verschiedenen Teilchen nicht die gleiche Anzahl von Einzelmessungen, daher besteht auch nicht die Möglichkeit, dieselbe Genauigkeit in der Berechnung von λ zu erreichen; der numerische Wert, den man für die Ladung erhält, ist überdies abhängig von der Zahl N, die ich nach Perrin zu $70{,}5 \times 10^{22}$ angenommen habe, die aber immerhin auf einige Prozente unsicher sein dürfte. Doch kann dieser Umstand nur den absoluten Wert für die Elementarladung ändern, nicht aber die angenäherte Übereinstimmung der aus verschiedenen Messungen erhaltenen Werte desselben.

1) Die Sicherheit des Resultates steigt ja mit der Wurzel aus der Zahl der Einzelmessungen und überdies ist $\bar{\lambda}$ eine Funktion von $\sqrt{t}$.

1) Somit nähert sich dieser Wert dem von Millikan gefundenen wesentlich besser als die Werte, die nach den bisherigen Berechnungen an ultramikroskopischen Metallpartikeln erhalten wurden; vielleicht findet dadurch auch die Diskrepanz der verschiedenen Resultate ihre Erklärung.

Ein weiteres Resultat dieser Messungen besteht aber darin, daß, wie die Tabelle zeigt, eine eindeutige Beziehung zwischen der Beweglichkeit (bezw. λ) und der Fallgeschwindigkeit nicht besteht; diese Tatsache scheint mir auf zwei Möglichkeiten hinzuweisen: erstens haben die Teilchen, die durch Zerstäubung entstehen, vielleicht doch nicht Kugelgestalt oder bilden ganze Komplexe; zweitens könnten, wie schon Regener erwähnt, die Partikel in der Hitze des Lichtbogens chemische Verbindungen mit der Luft eingehen, so daß das wahre spezifische Gewicht ein anderes ist als das der Berechnung zugrunde gelegte. Diese beiden möglichen Fehlerquellen lassen sich vielleicht dadurch eliminieren, daß man die zerstäubten Teilchen überschmilzt und in einer Argonatmosphäre arbeitet; derartige Versuche sind von mir bereits vorbereitet.

Prag, Physikal. Institut der K. K. Deutschen Universität, 4. Mai 1911.

(Eingegangen 4. Mai 1911.)

Drei Formen der Zustandsgleichung und die innere Verdampfungswärme.

Von Thorkell Thorkelsson.

1. Die van der Waalssche Zustandsgleichung kann, wie folgt, geschrieben werden

$$p + a\varrho^2 = \frac{RT}{m} \frac{\varrho}{1 - b\varrho},$$

wo p der Druck, ϱ die Dichte, T die absolute Temperatur, m das Molekulargewicht des Stoffes, R die Avogadrosche Konstante, und a und b zwei von der Natur des Stoffes abhängige Konstanten sind.

Wir wollen diese Gleichung in der Weise zu erweitern versuchen, daß wir ϱ^2 durch ϱ^n ersetzen und außerdem annehmen, daß a und b Funktionen der Temperatur seien. Die Zustandsgleichung lautet also:

$$p + a\varrho^n = \frac{RT}{m} \cdot \frac{\varrho}{1 - b\varrho}. \qquad \text{(I)}$$

Über die Werte a_e und b_e, welche die Funktionen a und b bei der kritischen Temperatur haben, können wir Aufschluß erhalten, wenn wir berücksichtigen, daß bei der kritischen Temperatur die partiellen Differentialquotienten $\frac{\partial p}{\partial \varrho}$ und $\frac{\partial^2 p}{\partial \varrho^2}$ gleich Null sind.

Die Zustandsgleichung (I) kann bei der kritischen Temperatur auch, wie folgt, geschrieben werden

$$p_e + a_e\varrho_e^n - a_e b_e \varrho_e^{n+1} = \left(b_e p_e + \frac{RT}{m}\right) \varrho_e. \qquad (1)$$

Durch zweimalige Differentiation nach ϱ bei konstanter Temperatur, erhält man ferner, da

$$\frac{\partial p}{\partial \varrho} = 0$$

und

$$\frac{\partial^2 p}{\partial \varrho^2} = 0,$$

die zwei Gleichungen:

$$n a_e \varrho_e^{n-1} - (n+1) a_e b_e \varrho_e^n = \left(b_e p_e + \frac{RT}{m}\right) \qquad (2)$$

und

$$(n-1) a_e \varrho_0^{n-2} - (n+1) a_e b_e \varrho_e^{n-1} = 0. \qquad (3)$$

Die Auflösung der Gleichungen (1), (2) und (3) ergibt folgende Werte für b_e, a_e und p_e

$$b_e = \frac{n-1}{n+1} \cdot \frac{1}{\varrho_e} \qquad (4)$$

$$a_e = \frac{(n+1)^2}{4n} \cdot \frac{RT_e}{m\varrho_e^{n-1}} \qquad (5)$$

$$p_e = \frac{n^2-1}{4n} \cdot \frac{RT_e\varrho_e}{m}. \qquad (6)$$

Wir sind nun imstande, den wahrscheinlichsten Zahlenwert für n zu bestimmen, da Joung durch seine Messungen über die kritischen Konstanten zur Formel

$$p_e = \frac{1}{3{,}70} \cdot \frac{RT_e\varrho_e}{m}$$

gelangt ist. Ein Vergleich dieser Formel mit der Gleichung (6) zeigt, daß

$$\frac{1}{3{,}7} = \frac{n^2-1}{4n}$$

und daraus folgt annähernd

$$n = \frac{5}{3}.$$

Dieser Wert für n eingesetzt, gibt

$$b_e = \frac{1}{4} \frac{1}{\varrho_e}, \qquad \text{(4a)}$$

$$a_e = \frac{16}{15} \cdot \frac{RT_e}{m\varrho_e^{2/3}}, \qquad \text{(5a)}$$

$$p_e = \frac{4}{15} \frac{RT_e\varrho_e}{m}. \qquad \text{(6a)}$$

2. Eine andere, ziemlich einfache, Erweiterung der van der Waalsschen Zustandsgleichung ist

$$p + a\varrho^n = \frac{RT\varrho}{m(1 - b\varrho^n)}, \qquad \text{(II)}$$

wo die Bedeutung der Buchstaben dieselbe wie in Gleichung (I) ist. Durch analoge Umformungen wie früher erhält man bei der kritischen Temperatur

$$b_e = \frac{n\sqrt{2n-1} - 2n + 1}{(2n-1)(n-1)} \cdot \frac{1}{\varrho_e^n}, \qquad (7)$$

$$a_e = \frac{n\sqrt{2n-1}+2n-1}{2n^2}\cdot\frac{RT_e}{m\,\varrho_e^{n-1}}, \tag{8}$$

$$p_e = \frac{(2n-1)(n-1)}{2n^2}\cdot\frac{RT_e\varrho_e}{m}. \tag{9}$$

Da die mittlere Entfernung der Moleküle $\varrho^{1/3}$ umgekehrt proportional ist, so ist es wahrscheinlich, daß

$$n = \frac{7}{3},$$

wo 7 eine ganze Zahl, größer als 3 ist. Wenn wir diese Einschränkung machen, dann erhalten wir durch Vergleichung der Gleichung (9) mit der Joungschen Formel

$$n = \frac{5}{3}$$

und es folgt daraus, daß

$$b_e = \frac{5\sqrt{21}-21}{14}\cdot\frac{1}{\varrho_e^{5/3}}, \tag{7a}$$

$$a_e = \frac{5\sqrt{21}+21}{50}\cdot\frac{RT_e}{m\,\varrho_e^{2/3}}, \tag{8a}$$

$$p_e = \frac{7}{25}\,\frac{RT_e\varrho_e}{m}. \tag{9a}$$

3. Wir können versuchsweise als eine dritte Form der Zustandsgleichung die folgende Gleichung aufstellen

$$p + a\varrho^n = \frac{RT}{m}(\varrho + b\varrho^m). \tag{III}$$

Diese ist eine Verallgemeinerung der Reinganumschen Zustandsgleichung. Von der Gleichung (III) erhält man in derselben Weise wie früher:

$$b_e = \frac{n-1}{m(m-n)}\cdot\frac{1}{\varrho_e^{m-1}}, \tag{10}$$

$$a_e = \frac{n-1}{n(m-n)}\cdot\frac{RT_e}{m\,\varrho_e^{n-1}}, \tag{11}$$

$$p_e = \frac{(m-1)(n-1)}{m\cdot n}\cdot\frac{RT_e\varrho_e}{m}. \tag{12}$$

Da a und b positive Größen und m und n größer als 1 sind, ist es ersichtlich, daß $m > n$ ist. Ferner, wenn die Gleichung (12) die Joungsche Formel darstellen soll, erhält man als die wahrscheinlichsten Werte für n und m

$$n = \frac{5}{3},$$

und $m = 3.$

Hieraus ergibt sich, daß

$$b_e = \frac{1}{6}\,\frac{1}{\varrho_e^{2}}, \tag{10a}$$

$$a_e = \frac{9}{10}\,\frac{RT_e}{m\,\varrho_e^{2/3}}, \tag{11a}$$

$$p_e = \frac{4}{15}\,\frac{RT_e\varrho_e}{m}. \tag{12a}$$

4. Eine Betrachtung der drei hier behandelten Formen der Zustandsgleichung zeigt, daß das Glied $a\varrho^{5/3}$, welches den inneren Druck repräsentiert, immer der $\frac{5}{3}$ · Potenz von ϱ proportional ist. Wenn wir ferner annehmen, daß b ganz unabhängig von der Temperatur ist, können wir zusammenfassend die Gleichungen (I), (II) und (III) durch die Gleichung

$$p + a\varrho^{5/3} = \frac{RT}{m}f(\varrho) \tag{IV}$$

ersetzen. Nun beweist man aber in der Thermodynamik, daß, wenn der Stoff bei konstanter Temperatur eine Volumenvermehrung

$$dv = -\frac{d\varrho}{\varrho^2}$$

erfährt, dann die Wärmemenge, welche nötig ist, um die innere Arbeit zu kompensieren, gleich ist

$$\left(T\frac{\partial p}{\partial T} - p\right)dv = -\left(T\frac{\partial p}{\partial T} - p\right)\frac{d\varrho}{\varrho^2}. \tag{13}$$

Hieraus erhält man durch Integration die innere Verdampfungswärme L,

$$L = \int_1^2\left(T\frac{\partial p}{\partial T} - p\right)dv = \int_2^1\left(T\frac{\partial p}{\partial T} - p\right)\frac{d\varrho}{\varrho^2}. \tag{14}$$

Diese Formeln, angewandt auf die Gleichung (IV), geben

$$-\left(T\frac{\partial p}{\partial T} - p\right)\frac{d\varrho}{\varrho^2} = -\left(a - T\frac{\partial a}{\partial T}\right)\frac{d\varrho}{\varrho^2} \tag{15}$$

und

$$L = \frac{3}{2}\left(a - T\frac{\partial a}{\partial T}\right)(\varrho_1^{2/3} - \varrho_2^{2/3}), \tag{16}$$

wo ϱ_1 das spezifische Gewicht der Flüssigkeit und ϱ_2 das des gesättigten Dampfes.

5. Ich habe die Gleichung (16) mit den durch Experimente ermittelten Werten der Größen L, ϱ_1 und ϱ_2 zu vergleichen versucht. Es ergab sich daraus, daß L ziemlich gut durch die Formel

$$L = C_1\,\frac{\varrho_1 - \varrho_2}{1 + \frac{1}{2}\left(\frac{T}{T_e}\right)^2} \tag{17}$$

dargestellt wird.

In der neueren Zeit hat man viele Formeln aufgestellt, in denen die innere Verdampfungswärme durch die Temperatur und die spezifischen Gewichte der Flüssigkeit und des gesättigten Dampfes ausgedrückt wird. Ich zitiere hier drei der wichtigsten, nämlich:

$$L = C_2(\varrho_1^{1/3} - \varrho_2^{1/3}) \quad \text{(Mills[1])} \tag{18}$$

1) Phil. Mag. **20**, 629, 1910.

$$L = C_3(\varrho_1^2 - \varrho_2^2) \quad \text{(Kleeman[1])} \qquad (19)$$

$$L = k_4 \frac{RT}{m} \log \frac{\varrho_1}{\varrho_2} \quad \text{(Dieterici[2]) u. a.)} \qquad (20)$$

In diesen Formeln sind die Konstanten C_1, C_2 und C_3 von der Natur des Stoffes abhängig, während k_4 eine universelle Konstante ist. Setzen wir diese vier Ausdrücke der inneren Verdampfungswärme einander gleich, so können wir durch die Grenzwerte bei der kritischen Temperatur, wo $\varrho_1 = \varrho_2 = \varrho_e$ ist, die Konstanten C_1, C_2 und C_3 mittelst k_4 in (20) bestimmen. Man erhält dann, indem $k_1 = k_2 = k_3 = k_4$

$$C_1 = \frac{9}{4} k_1 \frac{RT_e}{m\varrho_e^{2/3}}; \quad C_2 = 3k_2 \frac{RT_e}{m\varrho_e^{1/3}};$$

$$C_3 = \frac{1}{2} k_3 \frac{RT_e}{m\varrho_e^2}$$

und

$$L = \frac{9}{4} k_1 \frac{RT_e}{m\varrho_e^{2/3}} \frac{\varrho_1 - \varrho_2}{1 + \frac{1}{2}\left(\frac{T}{T_e}\right)^2}, \qquad (17a)$$

$$L = 3k_2 \frac{RT_e}{m\varrho_e^{1/3}} (\varrho_1^{1/3} - \varrho_2^{1/3}), \qquad (18a)$$

$$L = \frac{1}{2} k_3 \frac{RT_e}{m\varrho_e^2} (\varrho_1^2 - \varrho_2^2). \qquad (19a)$$

Eigentlich sollen k_1, k_2 und k_3 universelle Konstanten sein, und ferner $k_1 = k_2 = k_3 = k_4$. Dieses ist im großen und ganzen durch die Berechnungen, welche ich an einigen Stoffen angestellt habe, bestätigt worden. Die von mir berechneten Werte der Konstanten k_1, k_2 und k_3, nebst der Konstante k_4, die von Kleeman[3]) berechnet worden ist, sind in folgender Tabelle angeführt worden. Die der Berechnung zugrunde gelegten Werte der Größen L, T_e, ϱ_2, ϱ_1 und ϱ_e, sind den von Kleeman angeführten Tabellen[4]) entnommen.

Die Tabelle zeigt, daß die innere Verdampfungswärme durch die Formeln (17a), (18a), (19a) und (20) beinahe gleich gut dargestellt wird. In größerer Entfernung von der kritischen Temperatur sind die Formeln (17a) und (18a) etwas überlegen. In der Nähe der kritischen Temperatur sind die Schwankungen in den berechneten Werten der Konstanten wohl am größten, indem die Zahlenwerte hier meistens zu niedrig ausfallen. Möglicherweise weist dies darauf hin, daß die vorgeschlagenen Formeln nicht ausreichen, doch ist es in dieser Hinsicht auch von Bedeutung, daß die Fehler in den durch das Experiment bestimmten Größen gerade in der Nähe der kritischen Temperatur außerordentlich groß sind. Bemerkenswert ist

Äthyläther					Heptan					Pentan					Benzol				
T	k_1	k_2	k_3	k_4	T	k_1	k_2	k_3	k_4	T	k_1	k_2	k_3	k_4	T	k_1	k_2	k_3	k_4
273	1,81	1,81	1,75	1,73	273	1,90	1,91	1,75	1,69	273	1,76	1,76	1,72	1,70	273	1,69	1,71	1,60	1,63
293	1,76	1,77	1,74	1,72	353	1,93	1,90	1,85	1,81	313	1,72	1,72	1,71	1,69	353	1,70	1,69	1,68	1,68
313	1,77	1,76	1,74	1,72	373	1,92	1,88	1,86	1,81	333	1,74	1,73	1,74	1,71	373	1,70	1,70	1,70	1,69
333	1,75	1,76	1,76	1,73	393	1,91	1,88	1,87	1,81	353	1,75	1,73	1,76	1,71	393	1,71	1,71	1,71	1,70
353	1,77	1,76	1,77	1,73	413	1,90	1,87	1,87	1,80	373	1,75	1,74	1,77	1,71	413	1,72	1,70	1,74	1,71
373	1,77	1,76	1,78	1,75	433	1,90	1,87	1,88	1,81	393	1,78	1,76	1,80	1,73	433	1,74	1,72	1,75	1,71
393	1,80	1,78	1,78	1,75	453	1,92	1,90	1,91	1,82	413	1,77	1,75	1,80	1,72	453	1,75	1,72	1,77	1,71
413	1,81	1,79	1,82	1,76	473	1,92	1,90	1,94	1,84	433	1,77	1,74	1,80	1,71	473	1,76	1,74	1,79	1,71
433	1,80	1,77	1,79	1,79	493	1,95	1,91	1,95	1,85	453	1,75	1,73	1,78	1,70	493	1,76	1,74	1,80	1,71
453	1,73	1,75	1,73	1,68	513	1,94	1,91	1,95	1,86	463	1,70	1,68	1,71	1,66	513	1,76	1,74	1,79	1,71
460	1,81	1,81	1,81	1,80	533	1,86	1,85	1,87	1,82	468	1,65	1,62	1,64	1,61	533	1,75	1,73	1,78	1,70
466	1,94	1,93	1,90	1,94	539	1,78	1,81	1,82	1,76	469	1,61	1,60	1,61	1,59	553	1,70	1,65	1,72	1,67

Fluorbenzol					Hexan					Tetrachlorkohlenstoff					Äthylacetat				
T	k_1	k_2	k_3	k_4	T	k_1	k_2	k_3	k_4	T	k_1	k_2	k_3	k_4	T	k_1	k_2	k_3	k_4
273	1,71	1,73	1,62	1,60	273	1,82	1,82	1,73	1,68	273	1,64	1,61	1,57	1,40	273	1,87	1,84	1,68	1,72
353	1,78	1,77	1,76	1,73	343	1,82	1,80	1,80	1,75	373	1,67	1,67	1,68	1,67	363	1,90	1,89	1,81	1,81
373	1,78	1,77	1,77	1,74	363	1,83	1,81	1,82	1,76	393	1,67	1,67	1,69	1,67	383	1,91	1,89	1,79	1,82
393	1,78	1,76	1,78	1,73	383	1,84	1,82	1,85	1,77	413	1,68	1,68	1,70	1,67	403	1,90	1,88	1,80	1,82
413	1,75	1,74	1,76	1,71	403	1,83	1,82	1,85	1,77	433	1,69	1,68	1,71	1,67	423	1,90	1,87	1,80	1,82
433	1,75	1,73	1,77	1,70	423	1,82	1,79	1,85	1,76	453	1,69	1,68	1,73	1,66	443	1,89	1,87	1,81	1,82
453	1,75	1,73	1,77	1,70	443	1,83	1,80	1,85	1,75	473	1,71	1,69	1,74	1,67	463	1,89	1,87	1,83	1,82
473	1,76	1,73	1,78	1,70	463	1,83	1,79	1,86	1,76	493	1,71	1,68	1,76	1,68	483	1,89	1,87	1,84	1,82
493	1,77	1,75	1,80	1,71	483	1,82	1,79	1,84	1,75	513	1,74	1,72	1,78	1,69	503	1,86	1,83	1,79	1,80
513	1,79	1,76	1,82	1,72	499	1,76	1,74	1,79	1,71	533	1,71	1,68	1,78	1,69	518	1,75	1,74	1,70	1,75
533	1,80	1,77	1,83	1,73	506	1,69	1,68	1,70	1,66	553	1,65	1,63	1,70	1,66	522	1,66	1,66	1,45	1,66
553	1,75	1,73	1,75	1,70															

1) Phil. Mag. **20**, 678, 1910.

2) Die Formel ist der Abhandlung Kleemans (l. c. S. 688) entnommen, da die anderen Originalabhandlungen mir nicht zugänglich waren.

3) l. c. S. 679 und S. 689. — 4) l. c. und Phil. Mag. **18**, 906, 1909.

Zinnchlorid					Chlorbenzol					Brombenzol					Jodbenzol				
T	k_1	k_2	k_3	k_4	T	k_1	k_2	k_3	k_4	T	k_1	k_2	k_3	k_4	T	k_1	k_2	k_3	k_4
373	1,78	1,77	1,72	1,73	273	1,70	1,74	1,56	1,55	403	1,87	1,78	1,64	1,64	403	1,84	1,78	1,57	1,57
393	1,77	1,76	1,72	1,72	413	1,72	1,71	1,68	1,68	533	1,82	1,67	1,63	1,65	503	1,93	1,77	1,66	1,66
413	1,75	1,73	1,73	1,71	433	1,73	1,73	1,71	1,70	553	1,86	1,70	1,67	1,67	563	1,79	1,66	1,62	1,64
433	1,73	1,72	1,72	1,70	453	1,74	1,73	1,73	1,71	573	1,88	1,72	1,70	1,69	583	1,85	1,71	1,64	1,68
453	1,70	1,68	1,69	1,66	473	1,75	1,74	1,74	1,71	593	1,90	1,73	1,72	1,70	603	1,88	1,73	1,71	1,71
473	1,67	1,65	1,67	1,63	493	1,76	1,75	1,76	1,72	613	1,92	1,74	1,74	1,72	623	1,91	1,76	1,75	1,74
493	1,63	1,62	1,64	1,59	513	1,79	1,77	1,80	1,74	633	1,93	1,71	1,77	1,73	643	1,95	1,79	1,79	1,73
513	1,61	1,58	1,62	1,55	533	1,74	1,72	1,83	1,75										
533	1,56	1,54	1,58	1,52															
553	1,51	1,49	1,48	1,45															

es auch, daß die Schwankungen in den berechneten Werten der vier Konstanten k_1, k_2, k_3 und k_4 beinahe ausnahmslos gleichzeitig in derselben Richtung liegen. Dies scheint mir darauf hin zu deuten, daß die Ungenauigkeit der durch das Experiment ermittelten Größen eine Hauptursache der Schwankungen ist. Übrigens fallen die Werte des k_4 etwas kleiner aus als diejenigen der k_1, k_2 und k_3.

6. Angenommen, daß die vier Formeln (17a), (18a), (19a) und (20) alle richtig sind, muß die eine Formel eine Folgerung der drei anderen sein, da die vier Gleichungen nur vier veränderliche Größen enthalten. Aus den Gleichungen (17a), (18a) und (19a) folgen leicht Ausdrücke, in denen L, ϱ_1 und ϱ_2 nur von der Temperatur abhängig sind. Diese Werte für L, ϱ_1 und ϱ_2 in Formel (20) eingesetzt, geben eine Gleichung, die als veränderliche Größe nur die Temperatur T enthält, und deshalb eine Identität sein muß. Aber wir gelangen dadurch zu Ausdrücken, die ziemlich kompliziert sind, und daher verzichte ich darauf, diese Berechnungen hier wiederzugeben.

Dagegen möchte ich hier erwähnen, daß die angeführten Formeln eine annähernde Berechnung der kritischen Dichte und der kritischen Temperatur gestatten, wenn ϱ_1 und ϱ_2 bei der Temperatur T bekannt sind. Von den Formeln (19a) und (18a) erhält man durch Division, indem $k_1 = k_2 = k_3 = k_4$

$$\varrho_e = \frac{1}{6} \frac{\varrho_1^2 - \varrho_2^2}{\varrho_1^{1/3} - \varrho_2^{1/3}} \tag{21}$$

und durch Elimination von L aus (19a) und (20), unter Berücksichtigung der Formel (21) erhält man

$$T_e = \frac{1}{18} \frac{(\varrho_1^2 - \varrho_2^2)\, T}{(\varrho_1^{1/3} - \varrho_2^{1/3})^2} \log \frac{\varrho_1}{\varrho_2}. \tag{22}$$

Diese Formeln sind jedoch nur annähernd und die Abweichungen können, namentlich, wenn T sehr verschieden von T_e ist, erheblich sein.

Eine Kombination der Formeln (17a) und (18a) gibt die merkwürdige Beziehung

$$\frac{4}{3} \varrho_e^{1/3} \left(1 + \frac{1}{2}\left(\frac{T}{T_e}\right)^2\right) = \varrho_1^{1/3} + \varrho_2^{1/3}. \tag{23}$$

7. Wenn wir annehmen, daß

$$\frac{9}{4} k \frac{R T_e}{m \varrho_e^{2/3}} \frac{\varrho_1^{2/3} - \varrho_2^{2/3}}{1 + \frac{1}{2}\left(\frac{T}{T_e}\right)^2},$$

wo k eine universale Konstante ist, ein exakter Ausdruck für die innere Verdampfungswärme ist, können wir dadurch die a in den Zustandsgleichungen I, II und III bestimmen, indem Formeln (16) und (17a) geben:

$$\frac{3}{2}\left(a - T \frac{\partial a}{\partial T}\right)(\varrho_1^{2/3} - \varrho_2^{2/3}) = \frac{9}{4} k \frac{R T_e}{m \varrho_e^{2/3}} \frac{\varrho_1^{2/3} - \varrho_2^{2/3}}{1 + \frac{1}{2}\left(\frac{T}{T_e}\right)^2}$$

oder

$$a - T \frac{\partial a}{\partial T} = \frac{3}{2} k \frac{R T_e}{m \varrho_e^{2/3}} \cdot \frac{1}{1 + \frac{1}{2}\left(\frac{T}{T_e}\right)^2}.$$

Dieser Ausdruck integriert, gibt

$$a = \frac{3}{2} k \frac{R T_e}{m \varrho_e^{2/3}} \left(1 + CT + \frac{T}{\sqrt{2}\, T_e} \operatorname{arctg} \frac{T}{\sqrt{2}\, T_e}\right. . \tag{24}$$

Die Integrationskonstante C wird mittelst der früher (Formeln (5a), (8a) und (11a) gefundenen Werte für a_e bestimmt. Die Zustandsgleichungen nehmen dadurch die folgenden Formen an:

$$\left.\begin{aligned} p + \frac{3}{2} k \frac{R T_e}{m \varrho_e^{2/3}} \Bigg(1 - \bigg(1 + \frac{1}{\sqrt{2}} \operatorname{arctg} \frac{1}{\sqrt{2}} \\ - \frac{32}{45 k}\bigg) \frac{T}{T_e} + \frac{T}{\sqrt{2}\, T_e} \operatorname{arctg} \frac{T}{\sqrt{2}\, T_e}\Bigg) \varrho^{5/3} \\ = \frac{R T \varrho}{m\left(1 - \frac{\varrho}{4 \varrho_e}\right)}, \end{aligned}\right\} \quad \text{(Ia)}$$

$$\left.\begin{aligned} p + \frac{3}{2} k \frac{R T_e}{m \varrho_e^{2/3}} \Bigg(1 - \bigg(1 + \frac{1}{\sqrt{2}} \operatorname{arctg} \frac{1}{\sqrt{2}} \\ - \frac{5\sqrt{21} + 21}{75 k}\bigg) \frac{T}{T_e} + \frac{T}{\sqrt{2} T_e} \operatorname{arctg} \frac{T}{\sqrt{2} T_e}\Bigg) \varrho^{5/3} \\ = \frac{R T \varrho}{m\left(1 - \frac{5\sqrt{21} - 21}{14}\left(\frac{\varrho}{\varrho_e}\right)^{5/3}\right)}, \end{aligned}\right\} \quad \text{(IIa)}$$

$$\left.\begin{aligned} & p+\frac{3}{2}k\frac{RT_e}{m\varrho_e^{2/3}}\Big(1-\Big(1+\frac{1}{\sqrt{2}}\operatorname{arctg}\frac{1}{\sqrt{2}} \\ & -\frac{3}{5k}\Big)\frac{T}{T_e}+\frac{T}{\sqrt{2}T_e}\operatorname{arctg}\frac{T}{\sqrt{2}T_e}\Big)\varrho^{5/3} \\ & \quad =\frac{RT\varrho}{m}\Big(1-\frac{1}{6}\Big(\frac{\varrho}{\varrho_e}\Big)^2\Big). \end{aligned}\right\} \text{(III a)}$$

In diesen Gleichungen ist b durch die Werte von b_e in den Formeln (4a), (7a) und (10a) ersetzt; k hat denselben Wert wie k_1 in der Tabelle.

Die Konstante C in (24) kann auch auf einem anderen Wege bestimmt werden, indem der Ausdruck:

$$1+CT+\frac{T}{\sqrt{2}T_e}\operatorname{arctg}\frac{T}{\sqrt{2}T_e}$$

stets einen endlichen Wert haben muß. Bei $T=\infty$ ergibt sich daraus

$$C=-\frac{\pi}{2\sqrt{2}T_e}.$$

Durch Vergleichung dieses Wertes mit den vermittelst a_e gefundenen Werten für C können wir k bestimmen.

Man erhält dann in der Gleichung (Ia)

$$k=2{,}1915,$$

in der Gleichung (IIa)

$$k=1{,}8043,$$

und in der Gleichung (IIIa)

$$k=1{,}8490.$$

Der erste dieser Zahlenwerte ist erheblich zu groß, aber die anderen sind in ziemlich guter Übereinstimmung mit den aus der inneren Verdampfungswärme berechneten und in der Tabelle unter k_1 angeführten Zahlenwerten. Der Umstand, daß wir imstande sind, auf einem theoretischen Wege zu einer ziemlich guten Bestimmung von k zu gelangen, macht es wahrscheinlich, daß der hier eingeschlagene Weg zur Ableitung der Zustandsgleichung in der Hauptsache richtig ist.

Übrigens fordern die Zustandsgleichungen die Gültigkeit der Theorie der übereinstimmenden Zustände, aber daraus folgt, daß die Werte von k_1, k_2, k_3 und k_4 bei gleicher reduzierter Temperatur für alle Stoffe dieselben sind. Aber, wie aus der Tabelle hervorgeht, ist dies nicht der Fall. Es scheint mir deshalb dringend notwendig, daß neue Experimente unternommen werden, zu entscheiden, ob diese Abweichungen durch genauere Messungen beseitigt werden können oder ob die Möglichkeit einer allgemeinen Zustandsgleichung aufgegeben werden muß.

(Eingegangen 28. März 1911.)

Polarisation des Lichtes an Gittern mit sehr kleiner Gitterkonstante.

(Analogon zu dem Gitterversuch von H. Hertz.)

Von Joh. Koenigsberger.

Die Polarisation des Lichtes durch Beugung von Schirmen und Gittern ist von Arago, Holtzmann, Fizeau nachgewiesen worden[1]). Die Erscheinungen sind dann experimentell eingehend von Quincke, Gouy, Ambronn, theoretisch von Stokes, Fröhlich u. a. studiert worden. Hierbei handelte es sich meist um Polarisation des gebeugten und abgelenkten Lichtes an Öffnungen, die stets größer als die Wellenlänge des Lichtes waren. Hertz fand dann, daß elektromagnetische Wellen polarisiert werden, wenn sie durch ein Drahtgitter, dessen Dimensionen klein gegen die Wellenlänge sind, gerade hindurchgehen. Das Analogon auf dem Gebiet kürzerer elektromagnetischer Wellen ist ein Versuch von Du Bois und Rubens[2]), die Polarisation des ungebeugten Teiles ultraroter Strahlung beobachteten, die durch ein Gitter hindurchging. Die Gitterbreite ($10\,\mu$) war hier wie bei den Versuchen von Hertz mit elektrischen Wellen kleiner als die Wellenlänge der betreffenden Strahlung (25 bzw. $51\,\mu$). Mit Bolometer und durch Drehen eines als Polarisator wirkenden Deckglasplattensatzes wurde direkt festgestellt, wie stark der polarisierte Anteil des ungebeugt hindurchgehenden Lichtes ist. Es ergab sich, wie nach den Versuchen von Hertz und der elektromagnetischen Lichttheorie zu erwarten ist, daß die Schwingung des elektrischen (Fresnels) Vektors leichter hindurchgeht, wenn sie senkrecht zur Längsrichtung der Spalte schwingt als parallel. Bezeichnen wir mit $I_\perp$ die Intensität des Lichtes, dessen elektrischer Vektor senkrecht zu den Gitterstäben schwingt, und analog $I_\parallel$ die Intensität für parallele Schwingungen, so muß $\frac{I_\parallel}{I_\perp}<1$ sein. Du Bois und Rubens[3]) fanden maximal $I_\parallel : I_\perp = 0{,}45$.

---

1) Bezüglich der älteren physikalischen Literatur bis 1905 sei auf die vorzügliche Darstellung von F. Pockels in dem Handbuch der Physik, herausgegeben von A. Winkelmann, 6. Band, Optik, S. 1111 ff., Leipzig 1906, verwiesen.

2) H. Du Bois u. H. Rubens, Wied. Ann. **49**, 539, 1893.

3) Anmerkung bei der zweiten Korrektur: Seit der Einsendung dieser Notiz sind neue eingehende Untersuchungen von H. Du Bois u. H. Rubens über die Polarisation ultravioletten Lichtes an Gittern erschienen (Ann. d. Phys. **35**, 243, 1911), die hier leider nicht mehr berücksichtigt werden konnten. Ein Unterschied zwischen Metalldrahtgittern und photographischen Gittern scheint mir darin zu liegen, daß die spezifischen Eigenschaften des Metalls bei letzteren sich vielleicht weniger geltend machen.

F. Braun[1]) hat dann wahrscheinlich gemacht, daß der Pleochroismus von Metallschichten, die durch elektrische Entladung von Leidener Flaschen auf Glas verstäubt wurden, auf submikroskopische Gitterstruktur zurückzuführen ist. F. Braun hat auch mikroskopische metallgefärbte Präparate von Holzfasern untersucht und eine ähnliche Gitterwirkung gefunden. Bei seiner Beobachtungsmethode, Aufstellung des Präparats zwischen gekreuzten Nicols, kam die Wirkung der Doppelbrechung des Präparats nicht in Betracht, wie F. Braun gezeigt hat. Die Existenz der Gitterstruktur konnte aber in diesen Fällen, obwohl sie äußerst wahrscheinlich ist, auf einem andern Wege als gerade durch die Polarisation nicht nachgewiesen werden.

Daher schien mir ein direkter Nachweis der Polarisation bei Durchgang von Lichtwellen durch Gitter wünschenswert. Ein Gitter mechanisch herzustellen, dessen Gitterkonstante kleiner als die Lichtwellen sind, ist kaum möglich. Doch geben uns die von Zenker, Wiener und Neuhaus als die Grundlage der Lippmannschen Farbenphotographie erkannten Silberschichten die Möglichkeit, ein solches Gitter zu erhalten. Der Abstand der dunklen, nicht reflektierenden Silberkörnerschichten voneinander ist bekanntlich gleich der Hälfte der Wellenlänge, mit welcher belichtet worden ist. Wir nahmen die Photographie des blauvioletten Endes des Spektrums, so daß der Abstand der Schichten 0,22 μ war. Die Schicht wurde von der Glasplatte abgezogen, in Paraffin eingebettet, ein dünner Schnitt (etwa ein bis zwei Tausendstel mm) senkrecht zu der Schicht mit dem Mikrotom durchgeführt und in Damaraharz in der üblichen Weise eingebettet.

Einige Schichtstücke kamen zufällig im Paraffin stark konvex zu liegen; das Mikrotom traf schräg darauf. Hierdurch entstand ein Gitter mit variabler Gitterkonstante. Am einen Ende war die Gitterkonstante, wie sich direkt mikrometrisch messen ließ, 2,5 μ; am andern Ende berechnete sie sich aus den oben angegebenen Daten zu 0,22 μ.

Beobachtet man im gelbroten Licht $\lambda = 0{,}6\,\mu$, so ist also im Anfang die Gitterkonstante das vierfache, am Ende der dritte Teil der Wellenlänge. Das Ende läßt sich natürlich im Mikroskop auch mit stärkster Vergrößerung nicht mehr auflösen, und zeigt seine submikroskopische Gitterstruktur nur durch die Polarisation. Hierbei wurde in folgender Weise beobachtet:

In das Mikroskop ist über das Objektiv A oder D von Zeiß eine Kalkspatdoppelplatte nach Savart von 6 mm Dicke eingesetzt. Darüber wird das Innennicol in geeigneter Stellung eingeschoben. An Stelle des Okulars wird ein auf unendlich eingestelltes Fernrohr von etwa 7 facher Vergrößerung (Objektivbrennweite 5,3 cm) in den Tubus gesetzt. Wenn das Licht z. B. durch einen Polarisator unter dem Kondensor polarisiert ist, so müssen in der Mitte des Gesichtsfeldes die Savart-Streifen tiefschwarz und scharf auftreten. Entfernt man den Polarisator, so müssen die Streifen verschwinden. Bringt man einen pleochroitischen Kristall oder ein Präparat mit submikroskopischer Gitterstruktur auf den Objekttisch, so erscheinen je nach der Stärke der polarisierenden Wirkung die Streifen mehr oder minder scharf.

Durch Drehen einer Glasplatte, die zwischen Savartplatte und Nicol angebracht ist, um eine horizontale Achse können für eine bestimmte Stellung die Streifen wieder zum Verschwinden gebracht werden. Eine derartige Platte wirkt bekanntlich je nach dem Winkel zwischen Flächennormale und Lichtstrahl teilweise polarisierend. Man liest die Stellung der Glasplatte, bei welcher die Streifen nicht sichtbar sind, an Zeiger und Skala ab. Diese Skala ist vorher empirisch geeicht worden[1]). Man mißt so direkt das Verhältnis der Intensitäten für die zwei senkrecht zueinander polarisierten Lichtschwingungen des zentral hindurchgehenden Lichtes. Das Licht ist hierbei „ungebeugt", soweit man das bei Öffnungen kleiner als Lichtwellenlänge so definieren kann.

Auf diese Art wurde das oben beschriebene Präparat der Lippmannschen Farbenphotographie unter dem Mikroskop scharf eingestell. und auf seine Polarisationswirkung gemessent Diese letztere wird für eine Gitterkonstante von etwa 1,2 μ wahrnehmbar, beträgt da etwa 98 Proz., und erreicht ihr Maximum mit etwa 65 Proz. für gelbrotes Licht ($\lambda = 600\,\mu\mu$) am Ende für die Gitterkonstante von 0,22 μ. Für Schnitte, die genau senkrecht zu den Schichten liegen, also mit gleichbleibender Gitterkonstante von 0,22 μ, ist $I_{\parallel} : I_{\perp} = 0{,}62$ (bei etwa 2 μ Dicke des Präparates).

Damit ist gezeigt, daß eine nachweisbar submikroskopische Gitterstruktur Polarisation verursacht, und zwar so, daß der elektrische (Fresnel-)Vektor senkrecht zu den Gitterstäben leichter hindurchgelassen wird, als der parallel dazu schwingende (1 : 0,65), in Übereinstimmung mit den Erscheinungen an elektrischen Wellen.

Die spez. optischen Eigenschaften des Silbers können sich hierbei nicht stark geltend machen,

1) F. Braun, Ann. d. Phys. **16**, 1 u. 238, 1905.

1) Die theoretisch mögliche Berechnung empfiehlt sich wegen der Oberflächenschichten nicht. Die Eichung bleibt viele Jahre richtig.

da die schwarzen Silberkörner in der Schicht scheinbar nicht reflektieren.

Inwieweit die Dicke des Schnittes, die Dimensionen der dunklen Zwischenräume des Gitters parallel und senkrecht zur Gitterebene, in Betracht kommen, ist eine selbst für elektrische Wellen noch nicht allgemein gelöste Frage. Im allgemeinen wird wohl, je dicker die Gitterstäbe bei gleichbleibender Gitterkonstante sind, die Polarisation um so stärker auftreten.

Freiburg i. Br., Math.-Phys. Institut.

(Eingegangen 26. Mai 1911.)

ZUSAMMENFASSENDE BERICHTE.

Bericht über die Jahresausstellung der französischen physikalischen Gesellschaft.

Von Otto Scheuer und Jean Saphores.

Die Jahresausstellung fand in Paris am 20. und 21. April statt. Die Anzahl der ausgestellten Apparate war eine so bedeutende, daß wir uns beschränken müssen, nur von denen zu sprechen, die ganz neu sind oder neue Anwendungen erfahren haben.

I. Elektrizität.

1. Meßinstrumente. Von den Ausstellungen der verschiedenen Konstrukteure war die von Carpentier durch die große Zahl neuer Instrumente bei weitem die interessanteste.

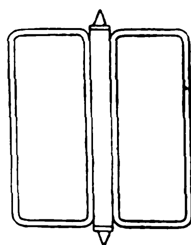


Fig. 1.

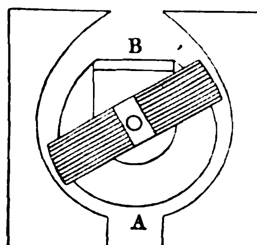


Fig. 2.

Sein Logometer, das wir bereits voriges Jahr gemeldet hatten, hat zahlreiche Anwendungen gefunden. Das Prinzip dieses Apparates besteht in folgendem. Es dient zum Messen des Verhältnisses zweier Stromstärken und enthält hierzu zwei in einer Ebene befindliche, um eine gemeinsame vertikale Achse drehbare Stromspulen, die sich im Feld eines Magneten bewegen. Ein zu diesem Magneten exzentrisch angeordneter Eisenkern ist so gestellt, daß die Intensität des Magnetfeldes von A nach B abnimmt. Wenn J_1 und J_2 die zu vergleichenden Ströme sind, und $\mathfrak{H}_1$ und $\mathfrak{H}_2$ die bezüglichen Feldstärken, unter denen sich die Außenseiten der Stromspulen für eine gegebene Stellung derselben befinden, so herrscht Gleichgewicht, wenn

$$\mathfrak{H}_1 J_1 = \mathfrak{H}_2 J_2 \text{ oder } \frac{J_1}{J_2} = \frac{\mathfrak{H}_2}{\mathfrak{H}_1}.$$

Jedem Wert des Verhältnisses $\frac{J_1}{J_2}$ der Stromstärken entspricht infolgedessen ein gleicher Wert von $\frac{\mathfrak{H}_1}{\mathfrak{H}_2}$ und eine gewisse Gleichgewichtsstellung der Stromspulen.

Da die Vergleichung zweier Widerstände sich auf die Vergleichung der sie unter demselben Potential durchfließenden Stromstärken zurückführen läßt, kann man das Logometer als Ohmmeter benutzen. Indem man dem Eisenkern eine entsprechende Form gibt, erreicht man, daß der Quotient $\frac{\mathfrak{H}_2}{\mathfrak{H}_1}$ zwischen A und B wenig wechselt, wodurch man einen vorteilhaften Apparat erhält, der gestattet, die Variationen eines Widerstandes um einen gewissen Mittelwert herum zu verfolgen. Ein speziell für die Messung von vom Strom durchflossenen Lampen bestimmter Apparat war auch ausgestellt.

Das Logometer ist auch als Niveauanzeiger für größere Entfernung geeignet. Ein Schwimmer mit Kette und Gegengewicht, der

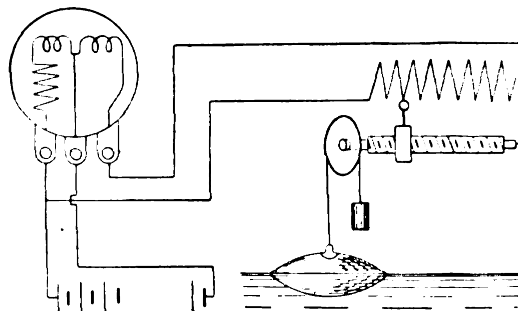


Fig. 3. Niveauanzeiger.

sich in einem Bassin befindet, regiert durch eine Schraube ohne Ende die Kurbel eines Rheostaten des Stromkreises, in welchem sich das Logometer befindet. Die Angaben des Logometers hängen also nur von der Flüssigkeitshöhe im Reservoir ab. Die Leitung ist ziemlich billig herzustellen, denn sie kann ohne weiteres 700 bis 800 Ohm Widerstand haben. Der Apparat zeichnet seine Angaben als gerade Linien auf, was dadurch erreicht wird, daß der

Papierstreifen längs eines feststehenden Zylinders geführt wird, dessen Achse sich in der Verlängerung der Drehachse der Stromspulen befindet.

Das Logometer ist auch als registrierendes Pyrometer anwendbar. Zu diesem Behuf genügt es, den eben beschriebenen Rheostaten durch einen metallischen Widerstand zu ersetzen, den man in den Raum bringt, dessen Temperatur zu messen ist, und dessen Widerstandsänderungen vom Logometer aufgezeichnet werden. Als metallischer Widerstand dient in Quarz eingeschlossenes Platin.

Auf dem gleichen Prinzip beruht auch ein Anzeiger des Verlustes in Leitungen, der die Distanz, auf der sich der Leitungsfehler befindet, in Kilometern anzeigt, oder der mit einer magnetelektrischen Maschine betrieben, erlaubt den Widerstand der geschlossenen Leitung zu messen und durch eine zweite Messung den Leitungswiderstand bis zum Leitungsfehler zu erhalten, indem man hierfür die magnetelektrische Maschine zwischen den eigentlichen Meßapparat und die Erde schaltet.

Durch Ersatz des permanenten Magneten durch einen Elektromagneten eignet sich das Logometer auch zur Herstellung von Meßapparaten für Wechselstrom.

So erzeugt Carpentier ein Frequenzmeter (Fig. 4). Der das Feld erzeugende

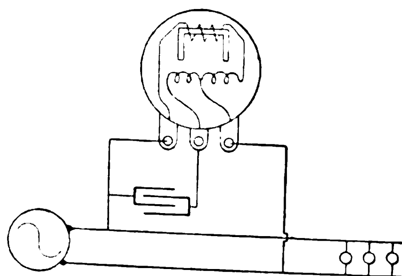


Fig. 4. Frequenzmeter.

Elektromagnet ist mit einer der Spulen des Logometers hintereinander geschaltet, während sich die andere Spule in gleicher Schaltung mit einem Kondensator befindet. Diese beiden Stromkreise parallel zum zu messenden Stromkreis geschaltet, werden von zwei Strömen durchflossen, deren Phasenverschiebung ca. 180° beträgt und deren Intensität mit der Frequenz wechselt. Die angewendete Spannung kann zwischen 50 und 200 Volt schwanken, ohne die Anzeigen des Instruments zu ändern.

Läßt man den Kondensator weg, so erhält man ein Phasenmeter (Fig. 5) für Dreiphasenstrom. Hierzu wird der Elektromagnet in die eine Leitung und die beiden Spulen mit Zusatz-

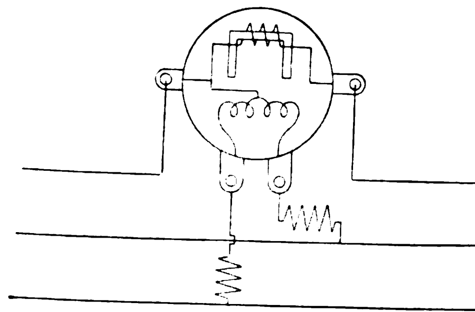


Fig. 5. Phasenmeter.

widerständen als Nebenschlüsse zwischen diese Leitung und jede der beiden andern geschaltet. Die Einteilung des Instruments geht von -30^0 bis $+30^0$ und seine Angaben sind praktisch von Spannung und Frequenz unabhängig.

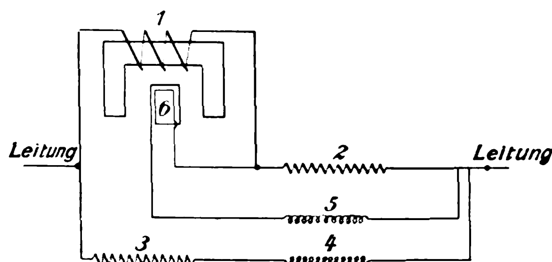
Carpentier stellt auch die Zweizeigerapparate Ferrié-Carpentier her, deren Anwendung bereits geläufig geworden ist. So z. B. ein Frequenzmeter und ein Ohmmeter, welch letzteres den großen Bereich von $^1/_{10}$ Ohm bis 1 Megohm zu messen gestattet. Ferner ein Präzisions-Volt-Wattmeter von elektrodynamischem Typus mit direkter Ablesung. Um den Empfindlichkeitsbereich des Wattmeters zu erweitern und nicht zu verschiedenen Schaltungen der Feldspulen im Wattmeter greifen zu müssen, welche bei dem kleinen Widerstand der verbundenen Teile Fehlerquellen einführen können, und um nicht schwierig zu regulierende Nebenschlüsse anzuwenden, ist die Feldspule beweglich. Jeder Apparat wird mit einer Reihe von auswechselbaren Feldspulen für die maximalen Stromstärken von 1 bis 300 Ampere geliefert, die den verschiedenen Empfindlichkeiten entsprechen. Alle diese Spulen liefern dieselbe Zahl von Ampere-Windungen (ungefähr 600). Schließlich gestattet die Zuschaltung einer Feldspule mit dünnen Windungen den Apparat sofort in ein Präzisionsvoltmeter zu verwandeln, das für Gleich- und Wechselstrom anwendbar ist. Die Skale des Instruments hat deshalb zwei Teilungen, deren bezügliche Teilstrichwerte gleich groß sind.

Die Spule mit dünnen Windungen des Wattmeters hat eine genügend kleine Selbstinduktion, daß die durch sie hervorgerufenen Fehler kleiner als 1 Proz. sind, selbst bei einer Phasenverschiebung von 88 Proz.

Ebenfalls von Carpentier konstruiert ist ein Elektrometer mit direkter Ablesung von Abraham und Villard für hohe Spannungen. Es besteht aus einer festen und einer beweglichen Metallscheibe, welch letztere pendelartig aufgehängt und mit einem Sicherheitsring versehen ist. Dadurch sind die elektrostatischen

Anziehungen gegen die der Schwerkraft ausgeglichen. Die beweglichen Apparatteile wirken auf einen Zeiger, der sich vor einer die Volt angebenden Einteilung bewegt.

Carpentier stellte auch eine Serie von Apparaten, konstruiert nach den Angaben von H. Abraham, aus, die für die Messung von Wechselströmen bestimmt sind. So z. B. Galvanometer mit beweglicher Spule, wo der massive Elektromagnet durch einen Elektromagneten ersetzt ist, der aus einem Blechbündel besteht. Die Aufhängung geschieht mit oder ohne Torsion je nach der Größe der zu messenden Stromstärke. Von diesem Typus werden Galvanometer für Wechselstrom mit Torsionsaufhängung konstruiert, die denen von Deprez d'Arsonval ganz ähnlich sind, und die gleiche Empfindlichkeit für Wechselstrom geben, wie die andern für Gleichstrom. (Das Eisen des Elektromagneten bewirkt keine besonderen Störungen.) In geeigneter Weise montiert (Fig. 6) und mit



1 = Elektromagnet, 2 = kleiner Widerstand, 3 = großer Widerstand, 4, 5 = Spulen gegenseitiger kleiner Induktion, 6 = Galvanometerspule.

Fig. 6. Frequenzmeter Abraham.

torsionsloser Aufhängung versehen, wird der Apparat ein Frequenzmesser, wo die durch das Wechselfeld des Elektromagneten in der Spule induzierten elektromotorischen Kräfte die Gleichgewichtsstellung bestimmen.

Diese torsionslosen Instrumente (Logometer und die Apparate von Abraham) liefern natürlich Angaben, die von der Spannung unabhängig sind, eine Eigenschaft, die häufig vorteilhaft ist.

Die Compagnie des Compteurs hat eine große Zahl von Schaltbrettmeßapparaten ausgestellt, die sich durch zahlreiche Verbesserungen in den Detailausführungen bemerkbar machen und praktisch interessant sind, deren Beschreibung jedoch zu weit führen würde, weshalb wir nur die wichtigsten hervorheben wollen. So z. B. zwei Apparate, die mit einem einzigen Kommutator sukzessive den wahren und den scheinbaren in einem Stromkreis verbrauchten Effekt zu messen erlauben. Dies hat seine Bedeutung infolge der gegenwärtigen Tendenz, sich den wattlosen Strom bei der Aufstellung der Rechnung für die gelieferte Energie bezahlen zu lassen.

Der eine der Apparate registriert. Beide sind wirkliche elektrodynamische Wattmeter. Die Einführung einer Selbstinduktionsspule von entsprechendem Wert in den Spannungskreis transformiert das Wattmeter für die Messung des scheinbaren Effekts in ein Voltamperemeter, das praktisch genau ist, wenn der Wert des Effekts sich zwischen 0,5 und 0,9 befindet. Das Verhältnis der beiden aufeinander folgenden Messungen liefert natürlich den Faktor des Effekts.

Ein Apparat von Boucherot ist zur Messung des Widerstandes von vom Strom durchflossenen Wicklungen an Dynamos bestimmt. Der Apparat ist zugleich Volt- und Amperemeter von variabler Empfindlichkeit und enthält eine Wheatstonebrücke, deren einer Teil von dem Stromkreis gebildet wird, dessen Widerstand man messen will, während der andere Teil die zur Messung nötige elektromotorische Kraft enthält. Man kann mit dem Instrument die Widerstandsänderungen eines Selbstinduktionskreises oder eines Induktors messen und daraus die Temperaturänderungen ableiten.

Das Tellurohmmeter von Berland, das im Prinzip auch eine Wheatstonebrücke darstellt, ist zur Messung von Widerständen von Erdanschlüssen, z. B. Blitzableiter, bestimmt. Den störenden Einfluß der vagabundierenden Ströme in den zu messenden Widerständen eliminiert man durch periodisches Umschalten der Verbindungen dieser Widerstände mit der Brücke, bei Anwendung eines rotierenden, durch ein Uhrwerk bewegten Kommutators.

Von den zahlreichen Apparaten für elektrische Messungen, die Chauvin und Arnoux ausstellten, haben die nachfolgenden größeres Interesse.

Ein leichtes tragbares Doppelinstrument enthält ein Voltmeter mit 3 verschiedenen Empfindlichkeiten und ein Amperemeter, das deren 4 besitzt, wodurch ermöglicht wird, sehr genaue, von der Temperatur unabhängige Messungen bis 600 Volt und 200 Ampere zu machen.

Ein ähnlicher Apparat enthält ein Volt- und ein Amperemeter mit auf Glas zu Projektionszwecken umgekehrt angebrachter Teilung.

Ein Normal-Potentiometer (Kompensationsapparat) von kleiner tragbarer Form, wo man durch Vergleich mit einem Kadmium-Normalelement eine Anzahl Normalspannungen erhält, mit denen man die Eichungspunkte der Meßapparate kontrollieren kann.

Ein Präzisionswattmeter von elektrodynamischem Typus für Gleich-, Wechsel- und Dreiphasenstrom, dessen gleich große Skalen-

teile ohne Korrektionen direkte Ablesungen geben. Eine entsprechende Schaltung der Stromspulen mit induktionsfreien Widerständen und den Spannungsspulen gibt die verschiedenen Meßbereiche.

Ein Mehrfachhitzdrahtinstrument ist auf der verschiedenen Ausdehnung zweier symmetrischer Drähte begründet und von äußeren Temperatureinflüssen und Kraftfeldern unabhängig. Seine Kapazität und Selbstinduktion sind gleich Null. Durch verschiedene Schaltung der Nebenschlüsse und Zusatzwiderstände kann man nacheinander Messungen ganz verschiedener Größen von Stromstärken, Spannungen und Effekten ausführen.

Ein empfindliches Hitzdraht-Milliamperemeter, wo der Gleich- oder Wechselstrom mehrere Thermoelemente in Aktion setzt, die mit einem Nadelgalvanometer Deprez D'Arsonval in Verbindung sind und verschiedene Empfindlichkeiten besitzen.

Ein Megohmmeter, daß in einem gut isolierten Kasten sitzt, in welchem ein hochempfindliches Spiegelgalvanometer mit einem Universalshunt mit einer Batterie von 100 Elementen und einer Widerstandsspule von 100 000 Ohm hintereinander geschaltet ist. Der zu messende Widerstand, der bis 150 000 Megohm haben kann, wird mit dem Meßapparat hintereinander geschaltet und die Messung mit Ausschlägen ausgeführt.

Ein kompendiöses, sehr empfindliches Spiegel-Galvanometer Deprez D'Arsonval gibt pro Teilstrich der 1000teiligen Skale 10^{-9} Ampere. Die Art der Aufhängung macht den Apparat gegen starke Stöße unempfindlich. Die Ablesungen geschehen entweder auf 30 cm Entfernung mit einem Fernrohr oder auf 120 cm Distanz mit einem Spaltbild.

Ein Wheatstone-Brückenkasten geringer Größe für rasche und genaue Widerstandsmessungen, wo das Verhältnis der Brückenarme leicht mit einem Brückenläufer erreicht wird.

Ein Kontaktgalvanometer, das ein Klingelwerk oder Relais in Aktion setzt, wenn Spannung, Strom oder Temperatur über einen gewissen Wert nach unten oder oben abweichen.

Ein Compoundvoltmeter gibt direkt die an den Enden großer Kabel herrschende Spannung. Ein an das Kabel geschaltetes Shunt macht, daß die Spannungsanzeige des Instruments um den im Kabel verlorenen Spannungsbetrag sinkt.

Die ausgestellten Pyrometer waren für die Temperaturen bis 1000°, 1400° und 1600°, von großer Empfindlichkeit und hohem Widerstand, die ein Platin-Platinrhodiumelement in Porzellanrohr und ein Galvanometer mit elastischer Aufhängung enthalten.

Diskontinuierliche Registrierapparate bestehen aus einem Galvanometer mit elastischer Aufhängung, dessen Nadel eine Schreibfeder trägt, auf welche periodisch ein Rahmen stößt, der von einem Uhrwerk bewegt wird, welches auch das Papier bewegt. Sämtliche Teile der Apparate sind auswechselbar.

Photographierende Registrierapparate, die ein Zweispiegelgalvanometer enthalten, auf welche das Lichtbild eines vor einem Auerbrenner oder einer Nernstlampe befindlichen Spaltes fällt. Die so erhaltenen zwei Spaltbilder werden eines auf ein photographisches Papier geworfen, vor dem sich seiner ganzen Länge nach ein Spalt befindet, während das andere auf eine darunter befindliche Mattscheibe fällt, auf welcher durch ein rotes Glas hindurch man die Galvanometerausschläge beobachten kann.

Das photographische Papier ist auf einem Zylinder aufgerollt, der durch ein Uhrwerk in Bewegung gesetzt wird. Ein Kontakt auf dem Zylinder dient zu seiner genauen Einstellung. Eine von einem Kontaktchronometer bewegte elektrische Lampe erlaubt auf dem photographischen Papier gerade Linien als Funktion der Zeit zu ziehen.

Das Instrument dient zu Spannungs-, Strom-, Temperatur-Messungen etc.

The Cambridge Scientific Instrument Company, die dieses Jahr zum ersten Male ausstellte, brachte Meßinstrumente von hervorragend sorgfältiger Konstruktion.

Ein neues Modell des Goldblattelektroskops von C. T. R. Wilson ist viel handlicher geworden durch zwei angebrachte Verbesserungen. Die Neigung und Stellung des Ladeplateaus ist leicht regulierbar gemacht worden, und das die Bewegung des Goldblatts zu verfolgen erlaubende Mikroskop ruht auf demselben Sockel wie das Instrument. Die Bedingungen für die Empfindlichkeit und Stabilität des Instruments können durch Änderung des Ladepotentials und die Stellung des Plateaus geändert werden.

Ein verbessertes Modell des Quadrantelektrometers von Dolezalek zeigte folgende wichtige Neuheiten.

Die Nadel und die Quadranten haben so kleine Dimensionen, daß die elektrostatische Kapazität klein ist. Die Nadel ist aus Silberpapier von genügender Festigkeit; sie hängt an einem Quarzfaden. Ihre außerordentliche Leichtigkeit ermöglicht die Anwendung äußerst schwacher Kräftepaare auf die Nadel, ohne daß die Schwingungsdauer eine zu große wird. Der

Widerstand, den die Luft der Bewegung einer so leichten Nadel entgegensetzt, genügt, um ihre Schwingungen fast aperiodisch zu machen. Die Ablenkungen sind in weiten Grenzen den Potentialdifferenzen proportional.

Die Nadel erhält eine Ladung von 50 bis 200 Volt, welche dadurch erleichtert wird, daß der Faden und seine Befestigungsmittel durch eine aufgebrachte dünne Schicht eines hygroskopischen Salzes leitend gemacht worden sind. Ein Ladeschlüssel erlaubt außerdem die Nadel an die Spannungsquelle zu legen, und sie davon zu isolieren, in welchem Fall der Faden nicht leitend gemacht wird. Die Nadel behält dann ihre Ladung ohne bemerkbare Verluste während mehrerer Tage, so daß man eine quantitative genaue Messung ausführen kann. Trotz der Leichtigkeit der Nadel kann man das Instrument ohne Gefahr für den Aufhängefaden transportieren, ohne eine Arretierung anbringen zu müssen.

Der Faden trägt an seinen Enden einen Ring. Diese Ringe greifen in Haken, die am Kopf des Instruments und an der Nadel sitzen, so daß weder ein Gleiten noch ein Zurückbleiben in der Bewegung eintreten kann.

Zum Einstellen hat das Instrument 3 Fußschrauben und eine Schraube zur Änderung der Nadelhöhe zwischen den Quadranten; es läßt sich um eine vertikale Achse drehen und in allen Lagen fixieren.

Eine Nadel an einem Quarzfaden von 0,009 mm Diameter und 60 mm Länge mit einem Potential von 110 Volt eines Beleuchtungsstromes geladen, gab eine Schwingungsdauer von 18 Sekunden und den Dämpfungskoeffizienten 7. Bei einem Skalenabstand von 2 m entsprach eine Ablenkung von 130 mm einer elektromotorischen Kraft von 0,1 Volt. Mit einem Quarzfaden von 0,004 mm Durchmesser ging bei einer Schwingungsdauer von 60 Sekunden die Empfindlichkeit auf 8,5 mm Ausschlag für ein Millivolt.

Es ist recht bedauerlich, daß die hiesigen Vertreter der großen deutschen Firmen für Meßinstrumente, wie z. B. von Siemens & Halske, Hartmann & Braun usw. der Ausstellung so wenig Interesse entgegenbringen. So sah man z. B. von der ersten Firma einige Meßapparate, die man von früheren Jahren her schon kannte, während von der andern überhaupt nichts zu sehen war.

2. Verschiedene elektrische Apparate. Auf dem von Joly aufgefundenen Prinzip werden von Carpentier statische Frequenztransformatoren gebaut, die hauptsächlich darauf beruhen, daß man 2 Transformatoren gebraucht, deren Primärwicklungen AA hintereinander geschaltet sind, ebenso wie die Sekundärwicklungen BB. Diese letzteren Spulen sind in solcher Weise berechnet und montiert, daß die elektromotorischen Kräfte der Primärfrequenz gleich und entgegengesetzt den induzierten sind und infolgedessen verschwinden. Ein solches System mit Wechselstrom betrieben, gibt keine Energie ab, wenn der sekundäre Kreis geschlossen ist, wenn man nicht durch einen speziellen Vorgang im Sekundärkreis elektromotorische Kräfte erzeugt, deren Frequenz ein Multiplum der primären ist, und die nicht in jedem Augenblick einander gleich und entgegengesetzt sind.

Im Apparat von Joly wird hierzu eine magnetische Dissymmetrie der beiden Transformatoren angewendet.

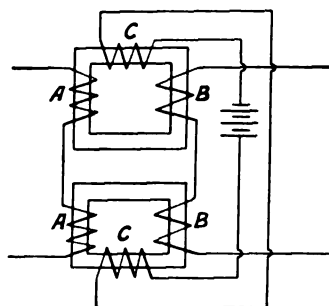


Fig. 7. Frequenzverdoppler.

Bei den Verdopplern der Frequenz (Fig. 7) wird die Dissymmetrie durch Anwendung eines Gleichstroms als Hilfsstrom erreicht, der die Wicklungen C durchfließt.

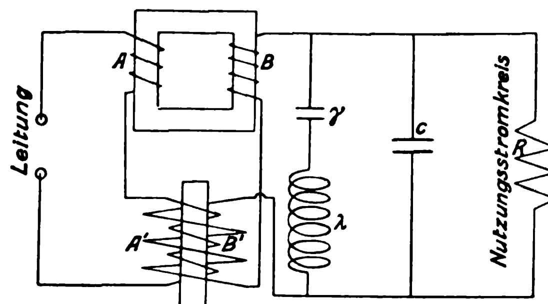


Fig. 8. Verdreifacher der Frequenz.

Um die Frequenz zu verdreifachen (Fig. 8), arbeitet der eine der magnetischen Kreise mit einer genügenden Induktion, daß sich seine Sättigung fühlbar macht, während der andere im Gegenteil entweder mit konstanter Permeabilität arbeitet oder die Permeabilitätsänderungen entgegengesetzter Richtung des ersten Magnetkreises erleidet.

Die Notwendigkeit, in die Röntgenröhren gleichgerichteten Wechselstrom zu schicken, hat

Anlaß zu verschiedenen Konstruktionen von Gleichrichtern gegeben, die entweder wirkliche Gleichrichter sind, oder eine halbe Wechselstromperiode unterdrücken.

Von den hiervon ausgestellten neuen Modellen beruht der Periodenzähler (selecteur d'ondes) von Ropiquet (konstruiert von Roycourt) darauf, daß man in den Sekundärkreis der Induktionsspule, welche das Entladungsgefäß speist, zu beiden Seiten desselben eine Anzahl leerer Räume einschaltet. Bei jeder primären Unterbrechung füllen leitende auf einer Achse sitzende Flügel diese leeren Räume und schließen den Strom, während bei Primärschluß sich die Flügel entfernen und den Sekundärkreis öffnen.

Der Gleichrichter von Siemens & Halske benutzt gewöhnlichen Wechselstrom, der in einem Transformator auf Spannung transformiert wird. Das Gleichrichten geschieht mit einer Anordnung gleicher Art, wie sie bei den Gleichstrommaschinen angewendet wird. Synchronismus wird erreicht durch Verbindung des Gleichrichters mit einem Synchronmotor, der von der gleichen Stromquelle betrieben wird, wie der Primärkreis des Transformators.

Ein Gewitterregistrierapparat auf dem von Turpain angezeigten Prinzip beruhend, wurde von Richard ausgestellt. Die Detektoren der elektrischen Wellen, besonders der Kohärer sind für elektrische Entladungen der Atmosphäre empfindlich, weshalb man solche auf Entfernung beobachten kann. Der Kohärer bildet mit einem Hammer und einem Element einen Stromkreis. Eine der Elektroden des Elements führt zu einer Antenne, die andere zur Erde. Bei ruhigem Wetter hindert der große Widerstand der Feilspäne des Kohärers die Bewegung des Hammers durch den Strom des Elements. Wenn jedoch die Antenne durch eine selbst entfernte elektrische Entladung beeinflußt wird, vermindert sich der Widerstand des Kohärers und der Strom setzt den Hammer in Tätigkeit, der durch seinen brüsken Schlag sogleich dem Kohärer den primitiven Widerstand zurückgibt. In dem praktischen Modell ist der Kohärer mit Feilspänen durch einen, der aus 7 Nadeln besteht, ersetzt. Der Apparat registriert die elektrischen Phänomene der Atmosphäre nach Stunden, Tagen oder Wochen, je nachdem man ihn mit den diesen Zeiten entsprechenden Zylindern, die auswechselbar sind, zusammenschaltet.

Von den ausgestellten Beleuchtungsgegenständen verdienen folgende besondere Erwähnung.

Die Lampe „Fixfar", konstruiert von Weißmann, hat die Form einer Bogenlampe, in der sich mehrere Lampen mit dicken, kurzen Metalleuchtfäden befinden, die sich durch große Festigkeit und ökonomisches Brennen auszeichnen. Ein kleiner Transformator („économiseur" Weißmann), der aus einer Wicklung besteht, dient zur Verminderung der Spannung, als welche 110 oder 220 Volt angewendet werden.

Um Lampen niedriger Spannung mit gewöhnlichem Gleichstrom zu betreiben, hat Neu eine Anordnung konstruiert, die die kalorische Kapazität der dicken Leuchtfäden und die Nachwirkung ihres Leuchteindrucks auf die Retina ausnützt. Hierzu wird die Primärspule eines kleinen Transformators unter Zwischenschaltung eines durch die magnetischen Verluste betriebenen Unterbrechers an die Leitung gelegt, während die Lampen, die für 6 Volt gebaut sind, im Sekundärkreis des Transformators liegen.

Schließlich eine ganz neue Lampe von Ed. Urbain, konstruiert von Regnier, wo sich in einem bis auf 1 mm Druck evakuierten Glas- oder Quarzballon von etwa 500 ccm Inhalt eine Quecksilberkathode und eine kleine stabförmige Anode aus reinem Wolfram befinden. Der Lichtbogen zwischen den Elektroden wird geführt durch ein Quarzröhrchen oder ein in das Quecksilber tauchendes Metallstiftchen.

Das Spektrum der Lampe ist ein ganz kontinuierliches und dem des Sonnenlichtes außerordentlich ähnlich und enthält natürlich die Linien des Quecksilbers. Die Lampe hat eine gute Ökonomie und läßt sich mit Hilfe einer einfachen Vorrichtung auch aus der Entfernung anzünden. Bei normalem Gang brennt sie mit 14 Volt und gibt 200 Kerzen Leuchtkraft.

Wie alljährlich, so hat auch dieses Jahr Prof. Féry von seinen Erfindungen ausgestellt.

Diesmal brachte er unter andern einen elektrischen Chronometer, der auf folgendem beruht.

Die Theorie zeigt, daß zum Aufrechterhalten eines schwingenden Systems die durch Reibung verschiedener Natur in der Nähe des toten Punktes verloren gehende Energie wieder ersetzt werden muß. Die Anordnung (Fig. 9) verwirklicht in einfacher Weise diese theoretischen Anforderungen und gibt sehr gute Resultate, denn der tägliche Fehler übersteigt niemals 2,5 Sekunden bei Vergleich mit dem geläufigen Marinechronometer.

Wenn der Balancier, auf dessen Achse exzentrisch ein Rädchen A oder ein harter Stein geeigneten Querschnittes sitzt, sich vom toten Punkt oder der Ruhestellung entfernt, stützt eine Feder den Hebel OB gegen eine Anstoßschraube V. Der Hebel endet in eine Flachfeder R', die in diesem Augenblick nicht mit dem Ende des Ankers des Elektromagneten E in Berührung ist. Der Anker des Elektromagneten stützt sich ebenfalls an eine Anstoßschraube V'.

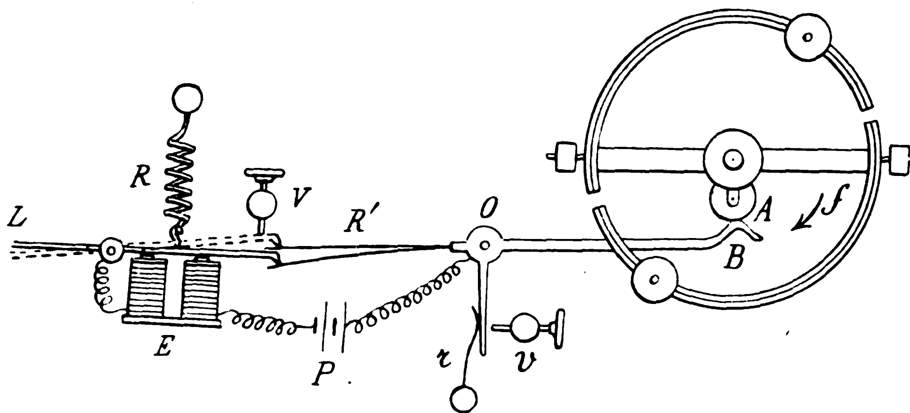


Fig. 9

Wenn der Balancier den toten Punkt erreicht, senkt das Rädchen A das Ende B des Hebels, dessen Ende O sich gegen V stützt. In dem Augenblick, wo diese Senkung die größte ist und das Rädchen den Scheitel des Hebels erreicht, ist der Kontakt zwischen der Feder R' und dem Ende des Ankers hergestellt. Der Elektromagnet zieht seinen Anker zurück, spannt die Feder R', und es bildet sich eine Tangentialkomponente aus durch die Reaktion der schiefen Ebene, welche von der linken Kante des Hebels B und dem Rädchen gebildet wird. Der Kontakt ist also durch diesen Zusatzdruck gesichert.

Bei der Rückkehr in die Vertikale im entgegengesetzten Sinn treten die gleichen Erscheinungen in der verkehrten Reihenfolge auf. Der Balancier erhält also bei jeder Schwingung einen neuen Impuls.

Die Bewegung des Räderwerks geschieht durch Ausnutzung der alternativen Bewegung des äußeren Ankerarmes L. Da der Elektromagnet ausreicht, um die Feder R' zu spannen, kann man in weiten Grenzen die nötige elektrische Energie oder die vom Räderwerk der Zeiger gelieferte Arbeit variieren, ohne Störungen im Gang des Balanciers hervorzurufen, der immer der konstanten Kraft einer Feder, die an den äußersten Enden gespannt ist, unterliegt.

Diese Eigenschaft macht den Apparat sehr brauchbar für die elektrische Übermittlung der Zeit, z. B. auf Schiffen.

II. Verschiedenes.

Außer den eben beschriebenen Apparaten für die verschiedenen Zweige der Elektrizität verdienen noch manch andere eine nähere Betrachtung.

Die Meker-Gasöfen neuesten Modells ermöglichen durch Anwendung einer speziellen feuerfesten Masse und geeigneter Gaszirkulation eine Temperatur von 1200° ohne Einblasen von Luft zu erhalten.

Von demselben Konstrukteur sind die neuen Brenner, wo durch engere Anordnung der Maschen des Brennetzes jedes Zurückschlagen der Flamme unmöglich gemacht ist, und ein verkehrter Gasbrenner, sowie ein solcher für Lufteinblasen, der etwa 2000 Kerzen Lichtintensität gibt.

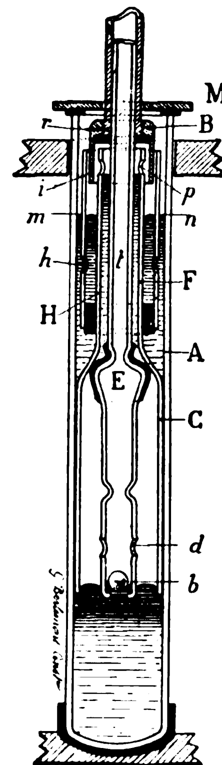


Fig. 10.

Berlemont erzeugt jetzt in kuranter Weise die Moulinsche Quecksilberpumpe (Fig. 10), deren erstes Erscheinen wir voriges Jahr an-

zeigten. Heute sind bereits eine große Zahl dieser Pumpen in wissenschaftlichen und technischen Laboratorien in Gebrauch, und wir wollen deshalb eine kurze Beschreibung ihrer Konstruktion mitteilen, die vor allem darauf beruht, kein Fett als Schmiermittel, sondern einen reibungslosen einfachen Kolben zu benützen, dessen Gasabdichtung durch das Quecksilber selbst geschieht, welches infolge seiner Viskosität langsam zwischen Kolben und Zylinder hinabfließt.

Der Kolben ist eine Art Glocke *C*, die von dem Rohr *t* durchsetzt wird, das die Kolbenstange bildet und zur Verbindung mit den zu evakuierenden Apparaten dient. Dieses Rohr *t* ist daher feststehend, während man dem Zylinder *A*, der auf einem Schlitten sitzt, eine auf- und abgehende Bewegung von Hand aus mit einem Kurbelrad oder mit einem kleinen Motor erteilt. Die Kolbenglocke *C* ist mit dem Rohr *t* nicht fest verbunden, sondern kann sich zwischen der Auftreibung *E* und dem Anstoß *B* so bewegen, daß sie selbst ein Rückschlagventil bildet.

Unten enthält *t* eine Kugel, die das Quecksilber hindert, in das Rohr *t* einzutreten. Die Kugel und die Auftreibung *E* sind mit einem speziell präparierten Kautschuk bedeckt. Das Quecksilber geht bis zu dem Niveau *mn*.

Wenn der Zylinder *A* sich senkt, nimmt er die Glocke *C* mit bis zur Auftreibung *E*. Das Quecksilber um *E* fließt nun genug langsam an der äußeren Wand von *E* hinab, um im Innern von *C* einen luftverdünnten Raum über sich hervorzurufen. Ist es unterhalb der Öffnungen *d* angekommen, so füllt sich *C* mit dem aus *t* ankommenden Gas. Beim darauffolgenden Hinaufsteigen wird das Gas vom Quecksilber etwas zusammengedrückt und wenn sich die Glocke hebt, wird es vom Quecksilber durch das Rohr *t* hinausgedrückt, indem das Quecksilber zwischen der Glocke und *A* herabfließt und den schädlichen Raum ausfüllt.

Gas und Quecksilber treten bei den Öffnungen *p* aus. Eine kleine Glocke *i* hindert das Quecksilber, vom Gas nach außen geschleudert zu werden, und zwingt es in das Rohr *H* zu fallen, das mit Öffnungen *h* versehen ist, wo sich die letzten Gasblasen vom Quecksilber entfernen.

Die Bewegung des Zylinders geschieht mit Hilfe eines 3 cm breiten, mit Rille für den eventuellen Antriebsriemen versehenen Triebrades. Man kann daher beim Antrieb durch einen Motor einen Riemen von beliebigem Querschnitt verwenden.

Die hauptsächlichen Vorteile dieser Pumpe sind die Verwendung von nur 2 kg Quecksilber und die Abwesenheit einer Wasserstrahl- als Hilfspumpe, die bei den meisten mechanischen Quecksilberpumpen nötig ist.

Ch. Beaudouin erzeugt dieselbe Pumpe aus Metall für technische Zwecke.

Gardelle stellt eine Anordnung aus, mit der man von außen vom Grammgewicht an, die Gewichte auf die Wagschalen legt. Zwei konzentrische voneinander unabhängige Stäbe tragen an ihrem inneren Ende fünf verschieden lange Greifer, auf den sich die reiterförmigen Gewichte von 0,5 bis 0,01 gr befinden, welche durch Drehen der Stäbe auf die Wage gebracht werden, die mit den entsprechenden Bügeln hierfür versehen ist. Die kleineren Gewichte werden durch direkte Mikrometerablesung erhalten.

Chauvin und Arnoux konstruieren eine große Anzahl speziell für die Luftschiffahrt bestimmter Apparate für Messungen an Bord der Aeroplane. So z. B.:

Ein Handanemometer für direkte Ablesung. Der Luftzug deplaciert eine Aluminiumkugel, die am äußersten Ende eines Hebels sitzt. Jedem Wert der Windgeschwindigkeit und der Schwerkraft entspricht ein gewisses Gleichgewicht in der Kugelstellung. Der Apparat ist in Meter-Sekunden geeicht.

Eine Wetterfahne für Aviatiker besteht in einem Dreieck mit Lot, das am Aeroplan befestigt wird und sich vor einer festen Skale befindet, wenn die Aeroplanflächen horizontal sind, und einem Windrädchen, das an einer Seite des Aeroplans angebracht ist. Dieses wird durch den Wind beeinflußt und wirkt auf seine Gradeinteilung, sowie auf die des Lotdreiecks. Auf der dem Windrad entgegengesetzten Seite des Aeroplans befindet sich ein Kugelanemometer, das die Geschwindigkeit des Apparats im Verhältnis zu der des Windes anzeigt.

Man erhält so:

a) den Aufstieg oder den Abstieg (montée ou descente) (Neigung zum Horizont in Graden der Fluglinie des Aeroplans,
b) den Angriffswinkel der Tragflächen (d. h. den Neigungswinkel der Tragflächen zur Fluglinie),
c) die Neigung der Tragflächen zum Horizont,
d) die Geschwindigkeit des Aeroplans im Verhältnis zur umgebenden Luft.

Ein Aerokompaß, der eine magnetische Nadel mit elektromagnetischer Dämpfung (Bremsung) enthält. Die Nadel zieht ein Zifferblatt mit sich, das einen Stern trägt. Ein zweiter Stern wird vor dem Abflug gegen die einzuschlagende Richtung gestellt, so daß entgegengesetzt stehende Sternspitzen mit dem gewählten Abflugswinkel koinzidieren. Die Ablesungen sind damit sehr erleichtert.

Die gleichen Konstrukteure stellen ein Tachy-

meter zur direkten Ablesung der Motor-Tourenzahl aus. Es ist dies eine Art magnetelektrischer Maschine, deren Anker fest ist, während der Magnet rotiert, und weder Schleifringe noch Bürsten hat. Die von der Motorachse mitgenommenen Eisenteile rufen im Innern ein Wechselfeld hervor, dessen Strom in einen Hitzdraht geht, der die Touren pro Minute angibt.

Gaumont konstruiert ein neues Modell eines „Chronophons". Der Apparat gestattet kinematographische Projektionen zu machen, während gleichzeitig ein Phonograph die Töne und Geräusche wiedergibt, die sich bei der kinematographischen Aufnahme ereigneten. Der Synchronismus beider Apparate muß natürlich ein vollkommener sein und wird folgendermaßen erreicht.

Man benutzt zwei kleine elektrische Gleichstrommotoren von fast ganz gleichem Effekt, die als Nebenschlüsse an der gleichen Energiequelle liegen. Die Wicklungen der Motoren sind in die gleiche Menge Unterteilungen (Sektionen) geteilt, welche jede mit der entsprechenden des andern Motors verbunden ist. Daher kann sich der eine Motor um einen gewissen Betrag nur drehen, wenn es auch der andere in derselben Weise tut.

Wenn unter diesen Bedingungen die eine Motorwicklung den Phonographen und die andere den Kinematographen führt, und wenn das Verhältnis der Geschwindigkeiten zwischen den Motoren und den Apparaten, d. h. dem Phono- und dem Kinematographen, so gewählt wird, daß die Geschwindigkeit des Films im Verhältnis zur Phonographenplatte die gleiche bei der Aufnahme wie bei der Wiedergabe ist, so ist der Synchronismus erreicht. Selbstverständlich müssen aber auch die kinematographische und die phonographische Aufnahme zur gleichen Zeit gemacht werden.

Die Laboratoires des services généraux d'éclairage der Stadt Paris stellten eine Reihe von Apparaten aus, die dort für die Versuche dienen. So z. B.:

Eine Anordnung zur Photometrierung von Auerbrennern. Die Brenner sind alle auf das gleiche Rohr montiert, können jedoch jeder für sich im Meßmoment mit einer Gasuhr verbunden werden. Eine bewegliche optische Bank wird parallel zu dem Brennrohr verschoben. Sie trägt eine Normallichtintensitätsquelle und ein spezielles Modell des Lummerschen Photometers, das ermöglicht, vergleichende Messungen zu machen, wenn wie hier die zwei Lichtquellen in zwei senkrecht zueinander befindlichen Richtungen stehen.

Wie alljährlich konnte man auch diesmal eine Anzahl von Apparaten sehen, die zu wissenschaftlichen Untersuchungen gedient hatten.

Den Apparat von E. Bauer und M. Moulin, den die beiden Forscher zum Studium des Blau des Himmels, d. h. zur Bestimmung der Konstanten des Avogadroschen Gesetzes, am Montblanc benutzten.

Das Osmometer von Fouard bestehend aus einer semipermeablen Kollodiumschicht, die eine spezielle Behandlung erfahren hat und durch ein Drahtnetz sehr stabil bleibt, überdies in einem Metall- oder Glaszylinder aufbewahrt werden kann. Mit diesem Osmometer hat Fouard letzthin Molekulargewichtsbestimmungen an Lösungen ausgeführt, durch Isotonie derselben oder durch direkte Lesung der osmotischen Drucke.

Ch. Féry und Drecq stellten den Apparat aus, mit dem sie in den letzten Monaten die Strahlungskonstante σ (sigma) des Stefan-Boltzmannschen Gesetzes aufs neue bestimmten und für σ den Wert 6,51 Watts/cm^{-2} fanden, der dem von Féry 1909 gefundenen Wert ganz nahe ist.

In diesem Bericht haben wir nur jene Apparate beschrieben, die uns als die wichtigsten und für den Physiker das meiste Interesse erregenden erschienen. Wir müssen es unterlassen, die große Zahl von Apparaten zu nennen, die für Biologie, Physikotheraphie usw. oder zu Unterrichtszwecken dienen.

(Eingegangen 20. Mai 1911.)

BESPRECHUNGEN.

Georg Gehlhoff, Die Strahlungsgesetze und ihre Anwendungen für die Beleuchtungstechnik. Sonderabdruck aus „Helios". 4. 34 S. (102 Spalten) mit 66 Abbildungen. Leipzig, Hachmeister & Thal. 1910. M. 1.50

Die vorliegende Schrift behandelt zunächst die theoretischen Grundlagen der Temperaturbestimmung durch Strahlungsmessungen, darauf die experimentelle Prüfung der Strahlungsgesetze und ihre Anwendung zur Messung hoher Temperaturen, schließlich die Strahlungsgesetze in ihren Beziehungen zum Beleuchtungswesen. Daß auf den letztgenannten Abschnitt das Hauptgewicht gelegt wird, ergibt sich schon aus dem Titel. Die Arbeit ist in erster Linie für den Techniker, besonders für den Beleuchtungstechniker, bestimmt. Die Darstellung ist bei aller Knappheit klar und leicht verständlich, wenn auch vielleicht stilistisch nicht durchweg einwandfrei. Außer den 66 Figuren tragen 22 Tabellen und ein recht ausführliches Ver-

zeichnis der einschlägigen Literatur dazu bei, die Arbeit für weitere Kreise wertvoll und nutzbringend zu machen.

Iklé.

M. P. Rudzki, Physik der Erde. gr. 8. VIII u. 584 S. mit 60 Abbildungen im Text und 5 Tafeln. Leipzig, Chr. H. Tauchnitz. 1911. M. 14.—

Auf den ersten Blick scheint das vorliegende Buch ähnliche Ziele wie die bekannte „kosmische Physik" von S. Arrhenius zu verfolgen, denn beide wollen ein Lehrbuch der Geophysik sein. Trotzdem haben sie wenig Berührungspunkte. Bei Arrhenius tritt überall die physikalische Empfindung und das Experiment in den Vordergrund, und die Mathematik wird nur in dringenden Fällen möglichst elementar herangezogen, während Rudzki unbedenklich die höhere Analysis verwendet, wo sie ihm nützlich erscheint. Rudzki behandelt zuerst eingehend die höhere Geodäsie. Nachdem dann die Hypothesen über die Konstitution des Erdinnern besprochen sind, behandelt er die Seismologie, leider von einem recht einseitigen Standpunkt aus; eine umfassende Behandlung dieser Materie würde allerdings ein Lehrbuch für sich beanspruchen. Dann werden die verschiedenen Deformationen der Erde als Ganzes und in ihren einzelnen Teilen behandelt. Der Abschnitt über die Ozeane lehnt sich stark an Krümmels „Ozeanographie" an, ebenso derjenige über Eis und Gletscher an Heß' „Die Gletscher". Eine sehr eingehende Behandlung hat schließlich die Dynamik der Gewässer gefunden, also die fortschreitenden und stehenden Wellen der Seen und Meere und deren Gezeiten und die Strömungserscheinungen im offenen und Binnenwasser. Merkwürdigerweise fehlen drei wichtige Gebiete der Geophysik völlig: die Mechanik der Atmosphäre, der Erdmagnetismus und die Luftelektrizität; ein triftiger Grund ist doch gewiß nicht vorhanden, und gerade an einem Lehrbuch des Erdmagnetismus herrscht großer Mangel. Die ganze Darstellung ist äußerst frisch und klar, und wird durch viele gute Figuren unterstützt, so daß das Buch aufs beste empfohlen werden kann.

Geiger.

B. Monasch, Elektrische Beleuchtung. 2. ergänzte Auflage. I. Teil 229 S. II. Teil 102 S. 112 Abbildungen und 2 Tafeln. Hannover, Dr. M. Jänecke. 1910. M. 9.20

Die erste Auflage dieses Buches ist im Jahre 1905 erschienen. Der erste Teil der neuen Auflage ist ein unveränderter Abdruck der alten; über die großen Fortschritte, die die Beleuchtungstechnik seitdem gemacht hat, wird in dem neu hinzugekommenen zweiten Teile berichtet.

Der erste Teil beginnt mit den Definitionen der photometrischen Größen „Lichtstärke", „Lichtstrom", „Beleuchtung", „Flächenhelle", „Lichtabgabe" und der verschiedenen Einheiten der Lichtstärke. Dann wird die Photometrie ausführlich behandelt. Es folgen die Abschnitte „Bogenlampen" und „Glühlampen", in denen die verschiedenen im Handel vorkommenden Arten dieser Beleuchtungskörper beschrieben werden, und in denen man Angaben über ihre Eigenschaften, den Stromverbrauch gangbarer Ausführungsformen, ihr Anwendungsgebiet und dergl. findet. Die nächsten Abschnitte handeln von den verschiedenen Schaltungsweisen, der Installation und Bedienung der Bogenlampen und Glühlampen. Hierauf wird die Lichtausstrahlung ausführlich besprochen und durch zahlreiche, mit Kritik ausgesuchte Polardiagramme und Zahlentafeln ein wertvolles Material zur Beurteilung der einzelnen Lampenarten beigebracht. Danach wird die Wirtschaftlichkeit der Lichtquellen erörtert, und zum Schlusse werden die Grundlagen zur Berechnung der Beleuchtung gegeben.

Der zweite Teil bringt die Fortschritte auf dem Gebiete der praktischen Photometrie, darunter die vom Verband Deutscher Elektrotechniker herausgegebenen Vorschriften für die Photometrierung der Bogenlampen und Glühlampen, sowie die Normalien zur Beurteilung der Beleuchtung; ferner die Neuerungen auf dem Gebiete der Bogenlampen und Metallfadenglühlampen, an deren Ausbildung der Verfasser selbst mitgearbeitet hat.

Man merkt es dem Buche in allen seinen Teilen an, daß es aus der technischen Praxis entstanden ist, und daß sein Verfasser den Stoff vorzüglich beherrscht. Dem Zweck des Buches entsprechend, wird von den wissenschaftlichen Grundlagen des Gebiets nur das Wichtigste in knapper und klarer Form gegeben.

Karl Willy Wagner.

Preisausschreiben.

Für die beste Grubenlampe hat ein englischer Grubenbesitzer dem Ministerium des Innern in London die Summe von 20000 M. zur Verfügung gestellt. Der Wettbewerb steht allen Personen ohne Unterschied der Nationalität frei. Die Lampen sind bis zum 31. Dezember d. J. an C. Rhodes, Esq., Home Office, Testing Station in Rotherham, England, einzusenden.

Personalien.

(Die Herausgeber bitten die Herren Fachgenossen, der Redaktion von eintretenden Änderungen möglichst bald Mitteilung zu machen.)

Habilitiert: An der Technischen Hochschule München Dr. Max Dieckmann für Physik, an der Universität Zürich Dr. Jantsch und Dr. D. Reichinstein für Chemie.

Ernannt: Professor Dr. J. J. Sudborough, Leiter der Chemischen Abteilung des University College of Wales in Aberystwyth, zum ord. Professor für organische Chemie am Research College in Mysore India, der Assistent am Laboratorium für reine und pharmazeutische Chemie der Technischen Hochschule Stuttgart Dr. Leopoldo Weißel zum ord. Professor für physikalische Chemie an der Universität Montevideo, Miß Caroline E. Furneß zum stellvertretenden Leiter des Vassar College Observatory und zum a. o. Professor der Astronomie am Vassar College in Soughkeepsee (N. Y.), der Privatdozent an der Universität Genf Dr. M. Plancherel zum a. o. Professor der Mathematik an der Universität Freiburg (Schw.), der Secrétaire der Société Chimique de Belgique Jules Wauters zum Chefchemiker des Laboratoire de la Ville de Bruxelles (an Stelle des verstorbenen Professor Dr. Henri Bergé), der a. o. Professor an der Deutschen Technischen Hochschule Brünn Dr. Ernst Fischer zum ord. Professor der Mathematik an der Universität Erlangen, der Dozent für Differential- und Integralrechnung an der Universität Besançon Lattès zum Professor der Mechanik an der Faculté des Sciences in Toulouse, der ord. Professor an der Universität Königsberg Dr. Artur Schönflies zum Professor der Mathematik an der Akademie für Sozial- und Handelswissenschaften zu Frankfurt/Main.

Verliehen: Dem Privatdozenten für Meßapparate der drahtlosen Telegraphie an der Technischen Hochschule Berlin Dr. Bruno Glatzel der Titel Professor.

Vom Lehramt zurück: Der ord. Professor für Farbenchemie an der Technischen Hochschule Dresden Geh. Hofrat Dr. Richard Möhlau.

Gestorben: Der Professor für allgemeine Chemie an der Universität Lüttich Dr. Walter Spring.

Für die Redaktion verantwortlich Professor Dr. Friedrich Krüger in Danzig-Langfuhr. — Verlag von S. Hirzel in Leipzig.
Druck von August Pries in Leipzig.

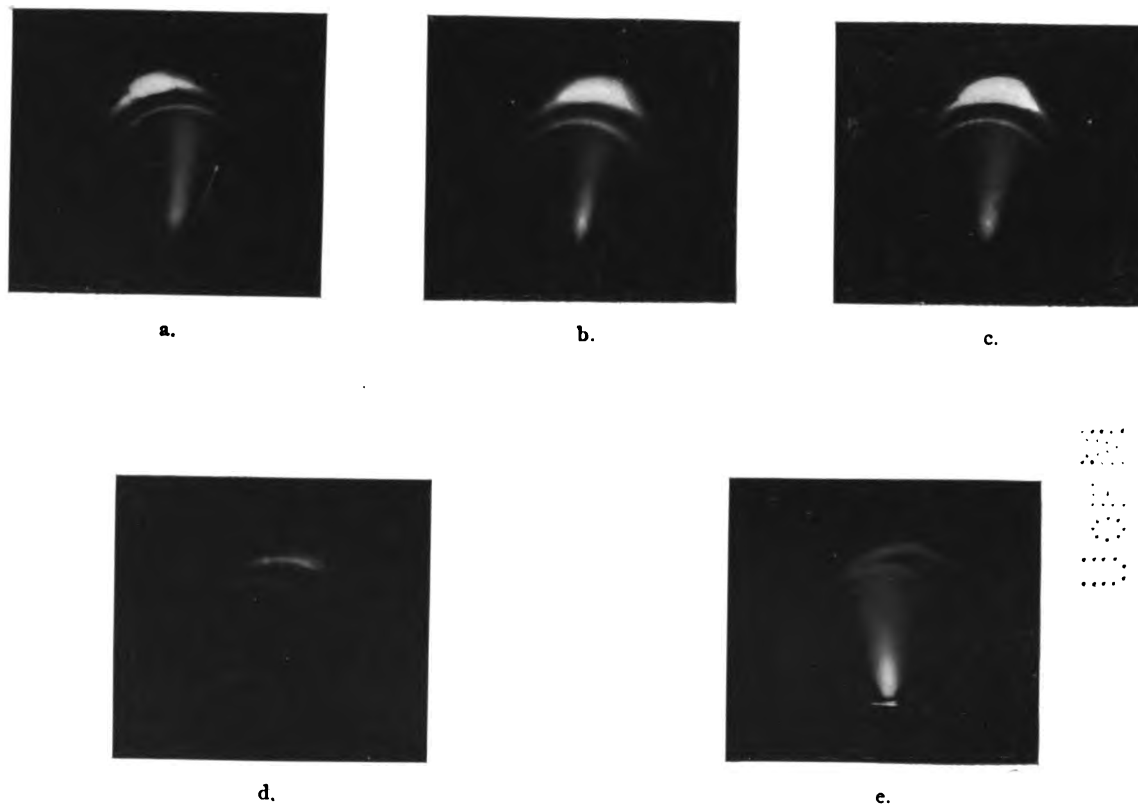


Fig. 2.

Direkte Aufnahmen der Emission in der Gaskammer bei gleicher Expositionszeit (5 Minuten) unter gleicher Entwicklung.

a. in Sauerstoff; b. in Stickstoff; c. in Kohlensäure, gleichgültig, ob die Gase trocken oder feucht und unfiltriert eingeleitet sind.

d. Verschwinden der Emission, da während der Aufnahme ein kräftiger Gasstrom durch die Öffnung der Aluminiumscheibe gepreßt wurde (gleichgültig, ob Luft, N, O oder CO_2).

e. Die Öffnung durch dünnes Deckgläschen verschlossen (man sieht auf der Aufnahme das im Glasplättchen reflektierte Licht über der Öffnung) und viel Silberdampf in der Gaskammer.

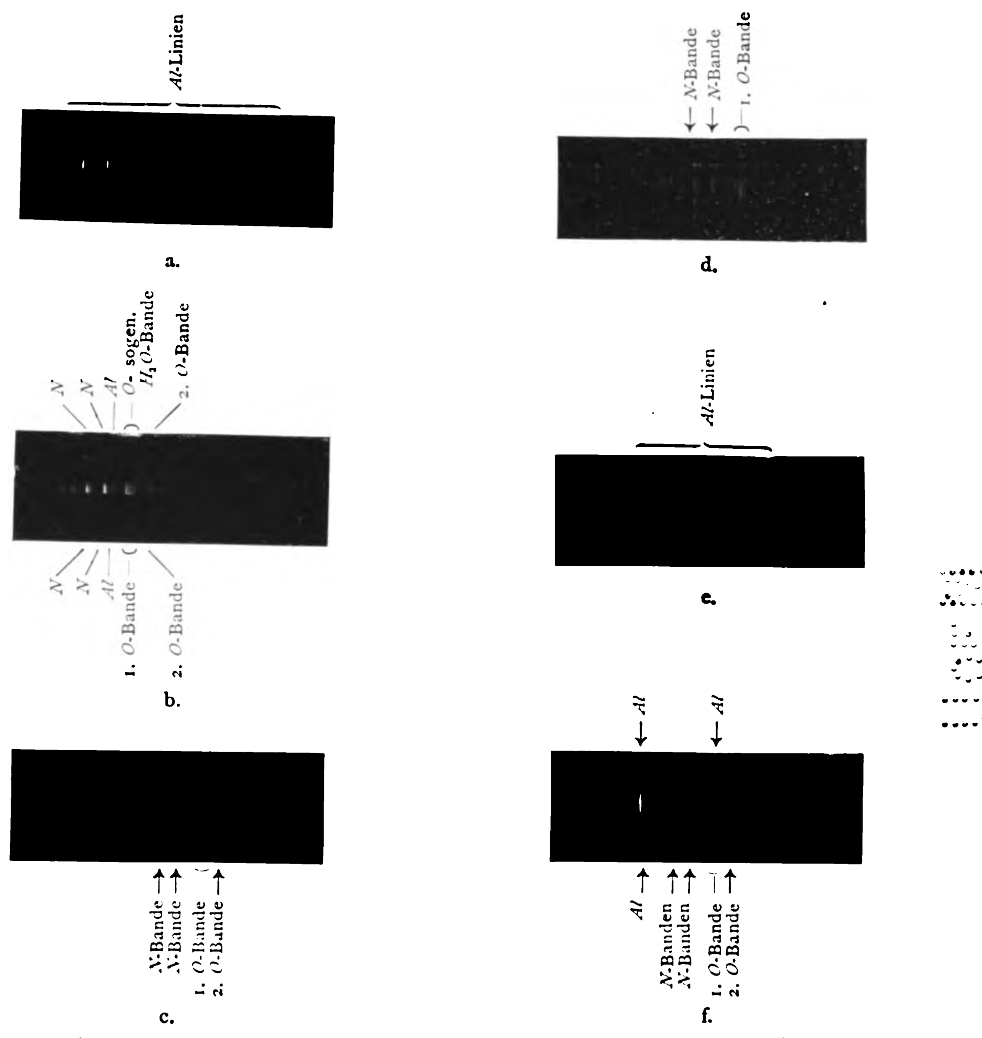


Fig. 4.

a. Das Spektrum der Emission (Expositionszeit eine Stunde) bei Benutzung des gewöhnlichen kondensierten Aluminiumfunkens (keine Spur von Banden, nur *Al*-Linien).

b. Das Spektrum der Emission (Expositionszeit zwei Stunden) bei kondensiertem Aluminiumfunken, aber besonderen Strombedingungen (Stickstoff- und Sauerstoffbanden [sogen. Wasserdampfbanden] nebst Hauptmetallinien).

c. Funken in Luft, nichtkondensiert, Primärstrom des Induktoriums 3 Amp.

d. Funken in Luft, nichtkondensiert, Primärstrom des Induktoriums 8 Amp. (die Intensität der *O*-Bande λ 306 wächst, gegenüber den Stickstoffbanden λ 358, 354, 337 (keine Metallinien).

e. Funken in Luft, kondensiert, Primärstrom 3 Amp. genau alles wie bei c (nur Aluminiumspektrum identisch mit dem Emissionsspektrum a).

f. Funken in Luft, kondensiert, sonst alles wie bei d (Primärstrom 8 Amp.) (Bandenspektren von *N* und *O* wie bei d, aber mit den stärksten Metallinien, identisch mit dem Emissionsspektrum b).

PHYSIKALISCHE ZEITSCHRIFT

No. 16. | 15. August 1911. Redaktionsschluß für No. 17 am 10. August 1911. | 12. Jahrgang.

INHALT:

ORIGINALMITTEILUNGEN.

Über Stoßerregung bei zahlreichen Partialentladungen.

Von H. Rohmann.

Wenn man Hertzsche Wellen erzeugt in der Blondlotschen oder in ähnlichen Anordnungen, bei denen enge Koppelung zwischen Primär- und Sekundärsystem besteht, dann ist die Wellenlänge im Sekundärsystem im wesentlichen durch dessen Eigenschwingung bestimmt. (Siehe 2. Bsp. P. Drude, Wied. Ann. **55**, 633, 1895, von den neueren Arbeiten A. R. Colley, diese Zeitschr. **10**, 329, 1909.) Man würde vermuten, daß dabei Stoßerregung eintritt. Diese unterscheidet sich jedoch von der bei langen Wellen von M. Wien gefundenen dadurch, daß sie auch bei größeren Verstimmungen eintritt, und von der Koppelung fast unabhängig ist. Dafür werden hier andere, fürs erste nicht recht verständliche Bedingungen angegeben. So soll meist[1]) ein Induktorium bestimmter kleiner Schlagweite, bei dem der Unterbrecher einreguliert wird, oder ein Teslatransformator von bestimmten Dimensionen benutzt werden, und schließlich muß die Funkenlänge eingestellt werden[2]).

Zur Aufklärung der Verhältnisse scheinen mir die folgenden Beobachtungen beitragen zu können.

Ein kleiner Kondensatorkreis von 60 cm Wellenlänge wurde erregt durch einen Induktor von 30 cm Schlagweite mit Quecksilberunterbrecher. Die Funkenstrecke war aus Silberdraht von 3 mm Durchmesser, bis 1 mm lang und befand sich unter Petroleum oder Xylol. Wenn der Primärstrom des Induktors klein war, so daß nur wenige Partialfunken pro Unterbrechung auftraten, erhielt man in einem eng induktiv mit dem ersten gekoppelten Kreise die beiden Koppelschwingungen, wie das nach Analogie mit langen Wellen zu erwarten war. Dieselben wurden nachgewiesen durch ein lose gekoppeltes Lechersches Drahtsystem oder einen variablen Kondensatorkreis. Wenn nun der Primärstrom des Induktors verstärkt wurde, während sonst alles unverändert blieb, verschwanden die Koppelschwingungen, und es trat dafür eine einzige, schwächer gedämpfte Schwingung mit beträchtlicher Intensität auf: die Eigenschwingung des Sekundärkreises, soweit man beobachten konnte.

Die weitere Untersuchung dieser durch bloße Verstärkung des Primärstromes erzielten Stoßerregung nahm ich an längeren Wellen vor, bei denen die Messungen bequemer und genauer sind.

Da es offenbar auf eine hohe Zahl von Partialfunken ankommt, wurden die Kondensatorkreise durch einen Wechselstromtransformator erregt ($^{120}/_{25000}$ Volt, 50 Perioden/sec für 5 Kilowatt Leistung).

Mit diesem gelang es leicht, die bei kleinen Wellen beobachtete Erscheinung auch bei Wellenlängen bis 3000 m hervorzurufen. Die Funken sprangen dabei in Luft über, bei den großen Energiemengen zersetzt sich ein Petroleumbad zu schnell.

Die Funkenstrecke war aus Drähten (4 bis

1) P. Drude, Wied. Ann. **58**, 1, 1896; P. Drude, Wied. Ann. **60**, 17, 1897; E. Marx, Wied. Ann. **66**, 411, 1898; und viele andere.

2) G. Mie, diese Zeitschr. **11**, 1035, 1910, beschreibt eine Anordnung für Stoßerregung, bei der nicht induktive, sondern eine eigentümliche Koppelung durch die Funkenstrecke benutzt wird. Im Prinzip kommt es wohl auf dieselben Eigenschaften des Funkens wie bei induktiver Koppelung an.

5 mm Durchmesser) verschiedener Metalle gebildet. Durch Nachregulieren wurde der infolge der Erhitzung sich ändernde Abstand konstant gehalten. Zum Teil wurden auch Spitzen, Kugeln, oder Plattenfunkenstrecken gebraucht. Die Form der Elektroden ändert qualitativ nichts. Spitzen sind am günstigsten, doch brennen sie zu schnell ab. Die Funkenlänge wurde zwischen 0,1 und 3 mm variiert, eine größere Funkenlänge erfordert größere Stromstärke.

Beobachtet wurde an einer Anzahl verschieden dimensionierter Kreise von verschiedener Wellenlänge und verschiedenen Verhältnissen zwischen Selbstinduktion und Kapazität. Auch das ist qualitativ von geringem Einfluß.

Immer trat bei genügend hoher Stromstärke und ziemlich fester Koppelung Stoßerregung auf. Der Unterschied gegen Stoßerregung bei geringer Partialfunkenzahl (schwachem Strom, wie sie von Wien beschrieben wurde) läßt sich etwa so präzisieren: Die letztere erfordert eine ziemlich genaue Einregulierung der Koppelung[1]) oder eine entsprechende Verstimmung des Sekundärkreises. Außerhalb der richtigen Koppelung ist die Stoßerregung schlecht oder nicht vorhanden. Bei großer Funkenzahl (starkem Strom) tritt sie dagegen gerade gut auf bei Koppelungen, die für die erste schon zu eng sind, außerdem kommt es gar nicht auf genauere Einstimmung an.

Diejenigen Kreise, für die ich hier einige Messungen angeben möchte, waren wie folgt zusammengesetzt.

Primärkreis: 1 Leidener Flasche (ca. 2000 cm), 1 Spule von ca. 30000 cm,

Sekundärkreis: 1 variabler Ölkondensator, 1 Spule von ca. 15000 cm.

Das Dekrement dieses Kreises sowie des später angeführten Meßkreises betrug etwa je 0,05.

Der Koppelungskoeffizient betrug etwa 0,2[2]). Bei dieser Koppelung war es unmöglich, die Wiensche Stoßerregung hervorzurufen. Für diese war vielmehr ein Koppelungskoeffizient 0,11 günstig.

Fig. 1 gibt nun Resonanzkurven des Sekundärkreises, der auf den Primärkreis abgestimmt war, für Silber als Plattenfunkenstrecke, 0,5 mm Funkenlänge.

1a bei kleiner Stromstärke (1 A. Primärstrom des Transformators), wo die Zahl der Funken etwa 3 bis 4 pro Periode betrug. Die beiden Koppelschwingungen sind allein vorhanden.

1b ist eine bei loserer Koppelung, ca. 0,11, und der gleichen Stromstärke erhaltene Resonanzkurve für Wiensche Stoßerregung.

1c gibt die durch Steigerung der Stromstärke auf 2,5 A. bei der festen Koppelung erhaltene Kurve. Man sieht, daß fast Einwelligkeit vorhanden ist, doch bleibt ein Rest der Koppelschwingungen bemerkbar.

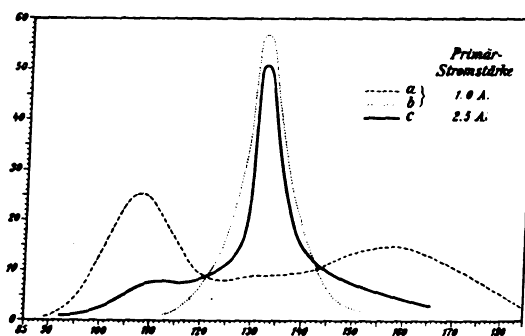


Fig. 1.

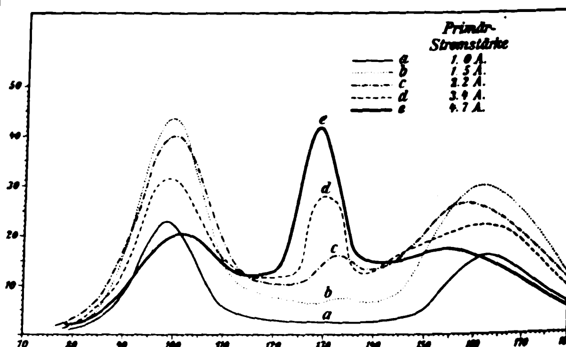


Fig. 2.

Fig. 2 gibt entsprechende Kurven für Magnesiumelektroden, 0,5 Funkenlänge. Es bleibt selbst bei der größten Stromstärke ein beträchtlicher Rest der Koppelschwingungen. Durch weiteres Verstärken des Stromes konnten diese nicht weggeschafft werden, es bildet sich ein Lichtbogen, der nur noch schwache Schwingungen erzeugt. [Ähnliches tritt auch bei den anderen Metallen auf, wenn auch in geringerem Maße.]

Auffallend ist die Verschiebung des mittleren Maximums mit wachsender Stromstärke, die bei den anderen Metallen in geringerem Maße konstatiert wurde. (Der Abstimmung entspricht die Stellung des Kondensators des Meßkreises bei 130°.) Falls dieselbe nicht bloß vorgetäuscht wird durch das gleichzeitige Vorhandensein von Eigen- und Koppelschwingungen und die Über-

1) Siehe H. Riegger, Straßburger Diss. 1911, außerdem Jahrb. d. drahtl. Telegr. 1911, wo gezeigt ist, daß es bei kürzeren Funkenlängen (0,1 bis 1 mm etwa) mehrere günstige Koppelungen gibt.

2) Dieser Koppelungskoeffizient war der größte, der mit den hier verwandten Spulen zu erreichen war; bei anderen Anordnungen konnte er größer gemacht werden. Bei Koppelungen über etwa 0,5 wurde meist die Stoßerregung unmöglich.

lagerung der Resonanzkurven, ist sie wohl eine Folge der hohen Funkenzahl, die wieder eine Art Rückwirkung erlaubt.

Bei Magnesium gelang es mit dem rotierenden Spiegel, die Funken zu photographieren. Durch einen Momentverschluß war dafür gesorgt, daß nicht die Bilder von verschiedenen Umdrehungen sich überlagerten.

Der Spiegel lief nicht schnell genug, um die einzelnen Schwingungen aufzulösen; die Absätze, die man auf den, etwa der Stromstärke von Fig. 2b entsprechenden Aufnahmen I sieht, sind die Schwebungen. (Die Schwingungsdauer war $1,6 \cdot 10^{-6}$ sec, für die Dauer einer Schwebung hat man etwa $0,8 \cdot 10^{-5}$ sec.

Die Aufnahmen II geben ein Bild für die der Fig. 2e entsprechende Stromstärke. Man sieht einzelne rasch aufeinanderfolgende Entladungen, jede etwa von der Länge einer Schwebung, also charakteristisch für Stoßerregung. Diese Bilder sind allerdings so lichtschwach, daß ich sie zur Reproduktion retuschieren mußte. Betrachtet man sie auf der Mattscheibe, so sieht man, daß sie nicht nur bedeutend lichtschwächer sind als die gewöhnlichen Funken, sondern auch eine andere Farbe haben, blaßrötlich sind[1]). Auch der direkt beobachtete Funke wird bei größerer Stromstärke lichtschwächer.

Im übrigen sind die Aufnahmen II als typisch aus einer größeren Anzahl ausgesucht. Bei anderen Platten tritt mitunter zwischen den Stoßentladungen ein Funke vom gewöhnlichen Aussehen auf, siehe auch Aufnahme III, Kadmiumelektrode von 2 mm Funkenlänge.

Dieses gelegentliche Aussetzen der Stoßwirkung verursacht wohl mit das Auftreten der Koppelschwingungen. Außerdem ist jedesmal am Anfang und Ende einer Halbperiode des zur Erregung benutzten Wechselstroms der Strom klein und also auch die Partialfunkenzahl, so daß man dann auch Koppelschwingungen bekommt.

Der Sekundärkreis wird nun bei vielen Partialfunken auch dann noch stark zu seiner Eigenschwingung erregt, wenn er gegen den Primärkreis verstimmt ist.

Fig. 3b zeigt dies für Magnesium (0,5 mm Funkenlänge) und für eine Verstimmung um ca. 16 Proz., Fig. 3a ist dagegen die bei kleinem Strom aufgenommene Resonanzkurve. Außerdem sind die Spitzen der Eigenschwingungen bei einigen anderen Verstimmungen eingezeichnet (Abstimmung bei 131°).

1) Die Wiensche Stoßerregung gibt dagegen Funken, die ungefähr ebenso lichtstark sind wie die Aufnahmen I.

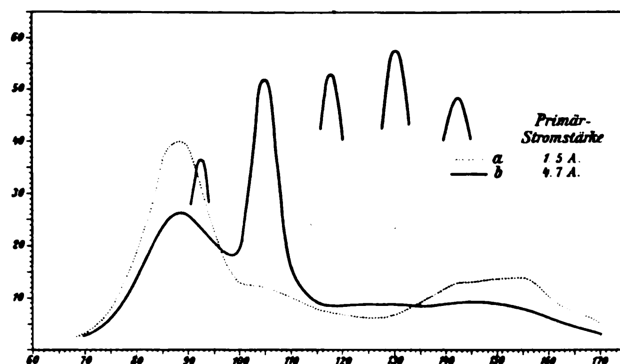


Fig. 3.

Nimmt man Resonanzkurven des Primärkreises für sich, ohne den gekoppelten Sekundärkreis, auf, so ergibt sich eine starke Zunahme der Dämpfung mit wachsender Stromstärke. Fig. 4a und b bei Magnesiumfunken (0,5 mm).

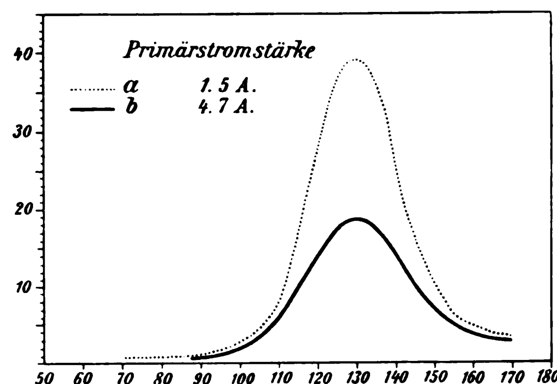


Fig. 4.

Entsprechendes zeigen die Aufnahmen des Funkens IV u. V.

Ich habe hier im wesentlichen Messungen bei Magnesiumelektroden angeführt, da dabei die Ausschläge des Galvanometers ziemlich ruhig sind, und da dies Metall sich zur Photographie gut eignet. Es ist auch deshalb interessant, weil M. Wien[1]) nachgewiesen hat, daß es (bei langsamer Funkenfolge) keine Veränderung der Wellenlänge hervorbringt, was auf einen konstanten Funkenwiderstand schließen läßt; bei kleiner Stromstärke ist z. B. auch kaum Stoßerregung mit Magnesium zu erzielen.

Von anderen Metallen wurden noch Kupfer, Zink, Blei, Kadmium, Aluminium, Nickel, Eisen und Messing untersucht, außerdem Kohle. Alle zeigen, wie erwähnt, mit bloß quantitativen Unterschieden dasselbe Verhalten: wenn man

1) M. Wien, diese Zeitschr. 11, 282, 1910.

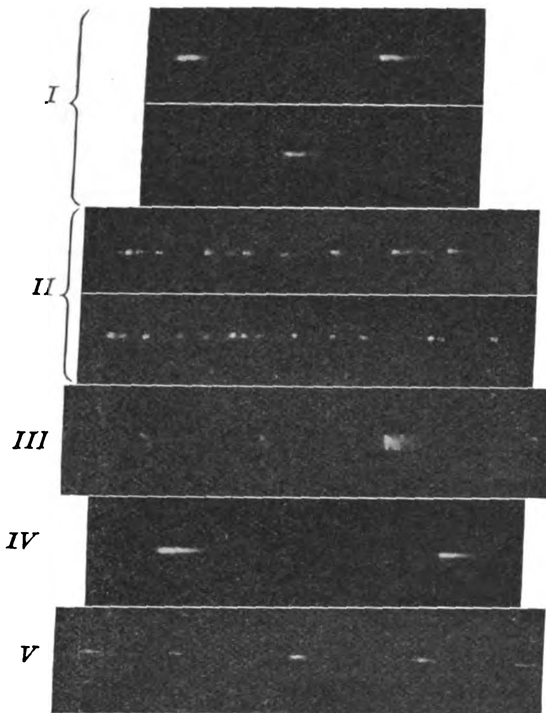


Fig. 5.

die Stromstärke genügend steigert, tritt die Stoßerregung auf[1]).

Als Erklärung dafür könnte man folgendes anführen: Wenn infolge der rasch aufeinanderfolgenden Entladungen die Luft zwischen den Elektroden stark ionisiert ist, setzt die neue Entladung bei niedrigem Potential ein, und es wird wenig Metalldampf erzeugt, wie aus der Lichtschwäche der Stoßentladungen hervorzugehen scheint. Nun wird die ionisierte Luft, die jetzt den Stromdurchgang vermittelt, ihre Leitfähigkeit weniger lang beibehalten, als der Metalldampf, da ihre Ionen leichter und beweglicher sind.

Eine Stütze für diese Ansicht kann der folgende Versuch bilden. Wenn man bei schwachem Strom, wo zwei Schwingungen auftreten, einen Bunsenbrenner unter die Funkenstrecke (oder weniger wirksam) eine Bogenlampe in die Nähe bringt, tritt Stoßerregung ein; der Funke gewinnt ein ganz ähnliches Aussehen wie bei starkem Strom.

Allerdings ist die Sache komplizierter. Stellt man nämlich die Koppelung so ein, daß Wiensche Stoßerregung vorhanden ist, dann verringert die Bunsenflamme den Stromeffekt im

1) Zu erwähnen ist dabei ein von Herrn Glatzel, diese Zeitschr. 11, 886, 1910, beschriebener Einfluß der Stromstärke der Stoßerregung, den er allerdings nur in einem Spezialfall (Nickelelektroden in Wasserstoff) konstatiert.

Meßkreis. Man wird sich das etwa so vorstellen, daß die Zeit, in der die Funkenstrecke stromlos ist, dann gerade genügt, um dem Metalldampf seine Leitfähigkeit verlieren zu lassen, die Ionisation verringert dann nur die Energie der einzelnen Entladung. Doch bedarf der Einfluß der Ionisation auf den Funken noch näherer Untersuchung, die augenblicklich im hiesigen Institut ausgeführt wird.

Straßburg i. E., Physikalisches Institut.

(Eingegangen 6. Juni 1911.)

Über Entstehung und Vermeidung von Lichtbögen bei Verwendung von Resonanztransformatoren.

(Mitteilung aus dem Kaiserl. Telegraphen-Versuchsamt.)

Von Karl Rottgardt.

Beim Betriebe von Funkenstrecken mit angehängtem Kondensatorkreis setzt statt regelmäßiger Funken häufig ein Lichtbogen ein. Dieser brennt mehr oder weniger inaktiv, d. h. er liefert keine Schwingungen. Seine Entstehungsursache ist im allgemeinen eine nicht genügend rasche Entionisierung der Funkenstrecke, so daß die Luft zwischen den Elektroden noch leitet, wenn die nächste Ladewelle ankommt, und keine Aufladung der Elektroden zur Funkenspannung zuläßt. Je schneller die Funkenstrecke von Ionen befreit wird, um so regelmäßigere Funken werden erhalten. Mittel zur Verhinderung von Lichtbogenbildung sind bekannt, so Drehen der Elektroden, Anblasen der Funkenstrecke [M. Wien[1])], Einbetten in Wasserstoff, dessen gute Wirkung nach B. Glatzel[2]) durch die rasche Bindung der Metallteilchen zu Wasserstoffverbindungen zu erklären ist, u. a. m. Elektrodenmaterial und -temperatur sind von erheblichem Einfluß auf die Lichtbogenbildung; jedoch soll dieser Einfluß in der vorliegenden Arbeit nicht behandelt werden. Hier wird die Einwirkung der Speisung der Funkenstrecke, der Dämpfung des an die Funkenstrecke angelegten Schwingungskreises und eines mit diesem gekoppelten Sekundärkreises untersucht.

1. Versuchsanordnung.

Die Schaltung war zunächst die in Fig. 1a angegebene: Der Wechselstrom-Transformator T wurde durch einen Hochfrequenzumformer U gespeist, der bis 600periodigen Wechselstrom bei 3 Kilowatt Leistung lieferte. K waren

1) M. Wien, Jahrb. d. drahtl. Telegr. 4, 154, 1910.
2) B. Glatzel, Ann. d. Phys. 34, 732, 1911; Patentschrift Nr. 231963.

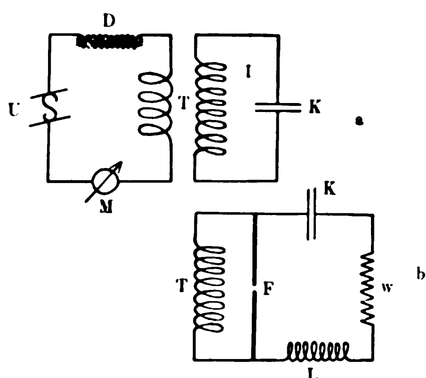


Fig. 1.

Wiensche Preßgaskondensatoren, M ist ein Wattmeter, D eine veränderliche Drosselspule, die dazu dient, die Koppelung im Transformator zu variieren. Zunächst wurde scharfe Resonanz zwischen dem Kreise I und der Periode des Wechselstroms bei losester Koppelung im Transformator hergestellt. Nachdem die ungefähre Größe des erforderlichen Kondensators bestimmt war, wurde fein eingestellt, indem bei geringster Erregung des Umformers die Tourenzahl auf Aufleuchten einer Heliumröhre, die an die Kondensatorbelegungen gelegt war, einreguliert wurde. Diese scharfe Resonanzabstimmung bei losester Koppelung ist eine Vorbedingung, um saubere Verhältnisse in der Funkenstrecke und im etwa angehängten Schwingungskreis zu erhalten[1]), die allerdings häufig in einschlägigen Arbeiten garnicht beachtet oder vernachlässigt wird. Schlechte Abstimmung begünstigt die Lichtbogenbildung[3]).

Resonanz ergab sich für $K = 1{,}72 \cdot 10^{-3}$ M.F. bei 1535 Umdrehungen des Umformers in der Minute, entsprechend einem Wechselstrom von 512 Perioden in der Sekunde. Erst jetzt wurde der Kreis I in der in Fig. 1b angegebenen Weise erweitert. Hier ist F die veränderliche Funkenstrecke (Zinkstäbe von 1 cm Durchmesser; Zink wurde gewählt wegen seiner besonderen Neigung zur Lichtbogenbildung), L eine stufenweise variable Selbstinduktion (Flachspule von unterteilter Azetatdrahtlitze[2]) von $L = 3{,}79 \cdot 10^5$ cm bis $63{,}5 \cdot 10^5$ cm) und w ein auswechselbarer, kontinuierlich veränderlicher Graphitwiderstand bis 550 Ohm (selbstinduktions- und skineffektfrei). Es war also durch Verwendung von Azetatdrahtspulen und Preßgaskondensatoren dafür Sorge getragen, daß der Kreis außer dem Funken nur w als Dämpfungsursache hatte.

1) Seibt, E.T.Z. 1904, S. 276.
2) R. Lindemann, Verh. d. D. phys. Ges. 11, 682, 1909 u. 12, 572, 1910; A. Meißner, Jahrb. d. drahtl. Telegr. 3, 57, 1909.

2. Lichtbogen oder Funke?

Es bot erhebliche Schwierigkeit, ein genügendes experimentelles Kriterium dafür zu erhalten, ob ein Lichtbogen oder ein regelmäßige Schwingungen liefernder Funke vorhanden war. Nach Inbetriebsetzen der Funkenstrecke stellte sich im allgemeinen rasch ein im Umformerton tönender, fadenförmiger Lichtbogen ein, den mehr oder weniger lautes Rauschen begleitete. Ein ge-

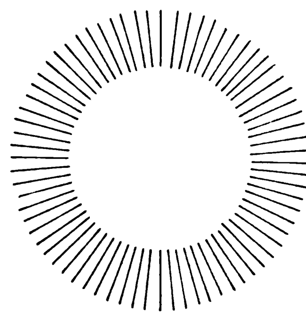


Fig. 2.

koppelter Kreis (Wellenmesser) zeigte dann, daß dem stärkeren oder schwächeren Rauschen entsprechend mehr oder weniger Schwingungsenergie vorhanden war, die aber, sowie der Lichtbogen etwa durch Anblasen aktiv gemacht wurde, sich auf das Vielfache steigerte. Nun wurde parallel zur Funkenstrecke eine Dornsche

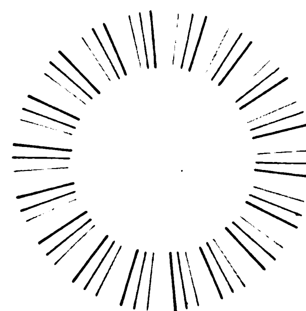


Fig. 3.

Heliumröhre (in der Mitte kapillar verengte Form) gelegt, so, daß das eine Röhrenende leitend mit der Elektrode verbunden war; in die Verbindung mit dem anderen Röhrenende war ein Kondensator von experimentell bestimmter Größe — zwei parallele Metallplatten auf Paraffin — geschaltet. Diese Röhre ließ man rotieren[1]); ohne Funken gab sie ein Bild der Wechselspannung: Fig. 2. Jedem Wechsel entspricht ein Leuchten der Röhre. War ein Lichtbogen vorhanden, so blieb sie überhaupt dunkel, da die den Lichtbogen speisende Spannung nicht ausreicht, die Röhre zum Leuchten zu bringen. Die Röhre

1) F. Kiebitz, E.T.Z. 1908, S. 510.

ist bis auf einen Teil der kapillaren Verengung verdeckt. Bei regelmäßigen Funken erhält man dann z. B. ein Bild, wie es Fig. 3 darstellt: auf eine dunkle Stelle folgen drei leuchtende Röhren, deren Helligkeit von der ersten bis zur dritten zunimmt. Das Bild sagt, daß vier Wechsel nötig sind, um die Funkenstrecke auf die Funkenspannung aufzuladen. Der erste reicht nicht aus, um die Heliumröhre über den vorgeschalteten Kondensator zum Leuchten zu bringen. Dessen Größe ist also der der Funkenstrecke zugeführten Energie entsprechend zu wählen. Der zweite Wechsel ist schon schwach sichtbar, der letzte, der den Funken erzeugt, bringt das Rohr zu intensivem Leuchten. Vergrößert (verkleinert) man die Funkenstrecke oder verkleinert (vergrößert) man die Maschinenerregung, so sind mehr (weniger) Wechsel nötig, um die Funkenspannung zu erreichen, und dementsprechend nimmt die Anzahl der leuchtenden Röhrenbilder zu (ab). Zur Kontrolle, ob tatsächlich die dunkeln Stellen und ihr regelmäßiges Auftreten als Kriterium für saubere Funken zu benutzen war, wurde eine zweite Röhre gleicher Art an die Enden des Kondensators eines abgestimmten Sekundärkreises gelegt und auf die gleiche Achse, wie die erste Röhre, jedoch um 180° gedreht, in entgegengesetzter Richtung befestigt. Sie war so verdeckt, daß ihr leuchtender kapillarer Teil beim Rotieren sich unmittelbar an den leuchtenden Teil der ersten Röhre anschloß. Bei regelmäßigen Funken ergab sich dann ein Gesamtbild Fig. 4. Es bestätigte, daß es ausreichte,

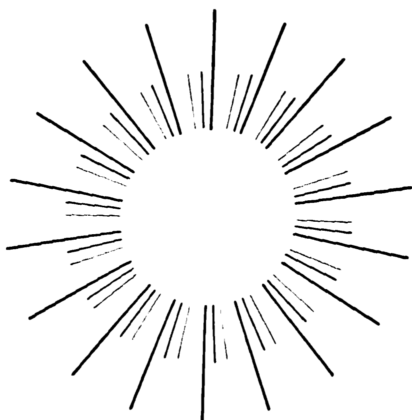


Fig. 4.

die erste rotierende Röhre allein als Kriterium für saubere Funkenentladung zu benutzen. Außerdem war es notwendig, bei der Arbeit auf den gekoppelten Sekundärkreis fürs erste zu verzichten, da er von erheblichem Einfluß auf den Lichtbogen ist. Fig. 5 gibt ein Bild von schlechter

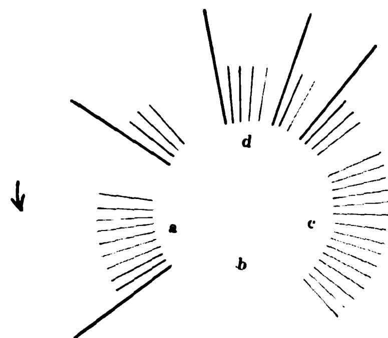


Fig. 5.

Entladung. Von links nach rechts betrachtet, stellt es zunächst eine Funkenentladung nach einer Reihe von Aufladungen dar (Gruppe *a*), dann folgt eine Weile Lichtbogen (*b*), nach dessen Aussetzen man die Umformerschwingungen (*c*) sieht. Schließlich folgen einige unregelmäßige Funken (*d*).

3. Versuche.

Wirkung der Funkenspeisung und der Dämpfung des angehängten Schwingungskreises. Es wurde beobachtet, daß sich bei einem angehängten Schwingungskreis von $K = 1{,}72 \cdot 10^{-3}$ M.F. und $L = 24{,}4 \cdot 10^5$ cm bei kurz geschlossenem Widerstand w im allgemeinen sofort — bei frisch gereinigter Funkenstrecke zeigten sich einen Augenblick Funken — ein Lichtbogen bildete, der sich durch Verringerung der der Funkenstrecke zugeführten Leistung nicht in Funken überführen ließ, sondern regelmäßig bei einem bestimmten Minimum aussetzte, bei Vergrößerung der Maschinenerregung sofort wieder einsetzte. Energieüberladung der Funkenstrecke war also nicht seine Ursache. Wurde dann in den Schwingungskreis (vgl. Fig. 1b) Widerstand eingeschaltet, so ergaben sich zunächst mit Lichtbogen wechselnde, unregelmäßige Funken, die aber bei einem bestimmten Widerstand vollkommen regelmäßig wurden. Mit Zunahme der der Funkenstrecke zugeführten Leistung nimmt der zur Aktivierung benötigte Widerstand zu, ebenso die Zahl der Entladungen. Die Funkenfolge blieb absolut regelmäßig, auch bei langer Versuchsdauer, die Elektroden zeigten sich am Ende gar nicht oder nur geringfügig erwärmt.

Ein Einfluß der Funkenverzögerung konnte nicht beobachtet werden. Bei einem Teil der Versuche wurde sie durch ein in die Nähe gebrachtes Radiumpräparat aufgehoben, das Herr Geheimrat Rubens die Liebenswürdigkeit hatte, zu leihen.

Änderte man die Größe der Selbstinduktion, so ergaben sich andere Werte des benötigten Widerstandes.

Es wurden nun eine Anzahl von Widerstandswerten bei konstanter Funkenlänge (4 mm) und konstanter Selbstinduktion als Funktion der der Funkenstrecke zugeführten Leistung gemessen. Sie sind in der Fig. 6 graphisch dar-

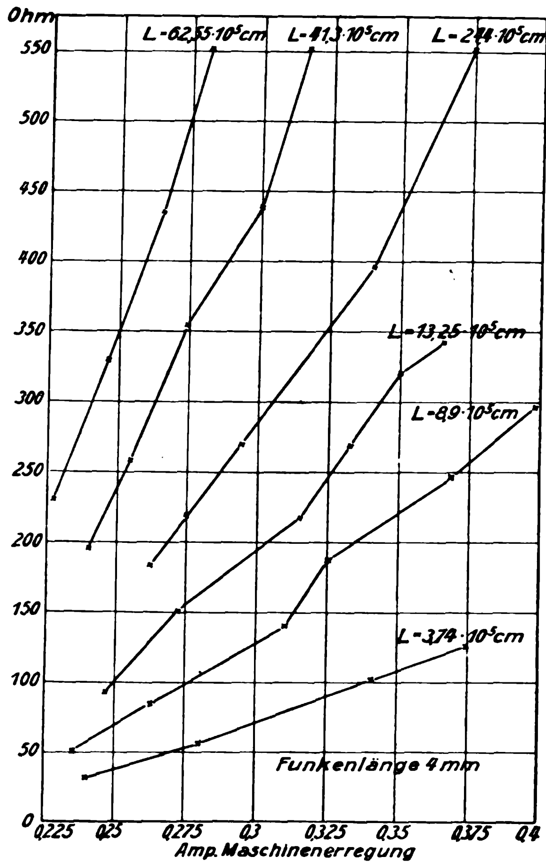


Fig. 6.

gestellt. Der mögliche Fehler bei Feststellung der Werte kann bis 10 Proz. betragen. Kurven, die kurz nacheinander bei gleichem Schwingungskreis aufgenommen wurden, weichen kaum voneinander ab. Dagegen gab die Funkenstrecke nach neuer Elektrodenreinigung bei sonst unveränderten Verhältnissen andere Widerstandswerte, die aber stets auf gleichartigen Kurven lagen, und bei denen sich die Lage der Kurven bei verschiedenen Selbstinduktionen in gleicher Weise verteilt zeigte.

Die Kurven zeigen, daß es möglich ist, einen Lichtbogen durch Einschalten eines bestimmten Widerstandes in den Schwingungskreis in einen stabilen, Schwingungen liefernden Funken überzuführen. Je größer die Selbstinduktion des Schwingungskreises ist, in einem um so höheren Gebiet liegen die nötigen Widerstände. Aus den Kurven der Fig. 6 lassen sich Kurven (Fig. 7) gewinnen, die den Widerstand als Funktion der Selbst-

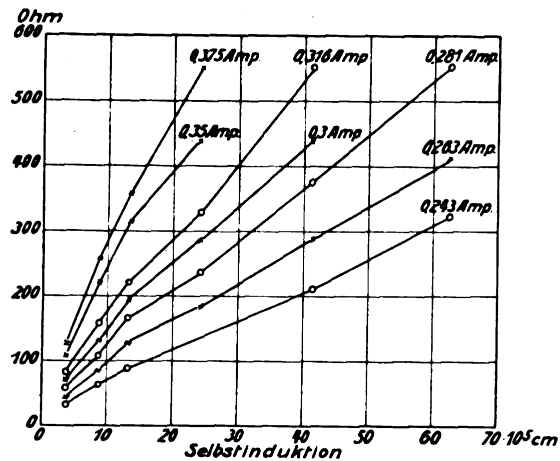


Fig. 7.

induktion bei gleicher dem Funken zugeführter Leistung darstellen. Der erforderliche Widerstand nimmt also mit zunehmender Schwingungsdauer des angehängten Schwingungskreises zu.

4. Erklärung der Versuche.

Bei jedem Wechsel des Speisestroms, also alle $^1/_{1024}$ Sekunde, erfolgt eine Aufladung der Elektroden, die bei günstigen Verhältnissen an der Funkenstrecke zur Entladung kommt. Durch diese Entladung wird eine schnelle Schwingung eingeleitet, deren Frequenz durch die Selbstinduktion und die Kapazität des angehängten Schwingungskreises bestimmt ist. Die Dauer des Schwingungsvorganges, die außer von der Frequenz von der Dämpfung des Kreises abhängt, darf eine bestimmte Grenze nicht überschreiten, damit für die Entionisierung der Funkenstrecke vor dem Einsetzen der nächsten Ladewelle genügend Zeit bleibt. Im wesentlichen muß die Entionisierung schon nach der Hälfte der $^1/_{1024}$ Sekunde ($^1/_{2048}$) vollzogen sein. Denn wenn noch erhebliche Ionenreste zurückgeblieben sind, während die Spannungsamplitude des Speisestroms durch Null hindurchgeht, so wird sehr schnell ein gleichmäßiger Ausgleich der Spannung in Form eines Lichtbogens erfolgen. Von der $^1/_{2048}$ Sekunde wird also ein bestimmter Bruchteil für die Entionisierung der Funkenstrecke gebraucht werden, so daß der schnellen Schwingung nur eine bestimmte Zeit zum Abklingen zugeteilt und somit bei gegebener Frequenz eine untere Grenze des Dekrements vorgeschrieben wird.

Bei den angestellten Versuchen war durch die Verwendung eines möglichst verlustfreien Schwingungskreises bewirkt, daß außer der Funkendämpfung und der ganz unbedeutenden Dämpfung durch die der Funkenstrecke parallel

geschalteten Heliumröhre der eingeschaltete Widerstand der bestimmende Bestandteil des Dämpfungsdekrements ist. Übereinstimmend mit den Versuchsergebnissen folgt also, daß bei gegebener Frequenz ein bestimmter Widerstand zur Vermeidung eines Lichtbogens oder zur Überführung in regelmäßige Funkenentladung nötig ist.

Es ist nun einzusehen, daß schon dann, wenn den Elektroden nur so viel Leistung zugeführt wird, daß die Funkenstrecke gerade durchschlagen wird, ohne ausreichendes Dekrement, also ohne bestimmten Widerstand, sofort ein Lichtbogen entstehen muß und kein Funke bestehen kann. Daß der Widerstand bei konstanter Selbstinduktion mit der dem Funken zugeführten Leistung zunimmt, ist aus der Vermehrung der Ionisierung in der Funkenstrecke bei größerer Stromstärke zu erklären. Daß diese Vermehrung tatsächlich von erheblichem Einfluß ist, zeigte der Versuch, denn es gelang, einen Funken durch Näherung eines starken Radiumpräparates wieder in den Lichtbogen überzuführen.

Die Zunahme des erforderlichen Dämpfungswiderstandes bei gleicher Maschinenerregung mit der Selbstinduktion hat einen Grund in der Abnahme des Dekrements bei konstanter Kapazität mit der Selbstinduktion: $\mathfrak{d} = \pi w \sqrt{\frac{C}{L}}$. Jedoch würde diese allein bei weitem nicht die Größenordnung der Widerstandsänderung erklären. Die Hauptursache ist offenbar die, daß mit der Selbstinduktion die Periode der Schwingung wächst, also bei gleichem Dekrement die Zeit bis zur Beendigung des Schwingungsvorganges zunimmt. Für $L = 3{,}79 \cdot 10^5$ cm ist die Periode ($0{,}51 \cdot 10^{-5}$ Sek.) viermal so klein wie für $L = 63{,}25 \cdot 10^5$ cm ($2{,}07 \cdot 10^{-5}$ Sek.), so daß die für diese Selbstinduktion benötigte Abklingungszeit bei gleichem Dekrement viermal so groß ist. Damit also die zum Abklingen der schnellen Schwingung übrige Zeit nicht überschritten wird, muß das Dekrement vergrößert, das heißt, mehr Widerstand eingeschaltet werden. Genauere Rechnungen lassen sich nicht durchführen, da durch Veränderung der Selbstinduktion und durch Einschalten des Widerstandes die Funkendämpfung beeinflußt wird.

Von der Funkenlänge war der Widerstand innerhalb der hier benutzten Längen — 2,4 bis 5,4 mm — nahezu unabhängig.

5. Wirkung eines gekoppelten Sekundärkreises.

Die gleiche dämpfende Wirkung, die der Widerstand im primären Schwingungskreis hervorbringt, kann durch einen gekoppelten abgestimmten Sekundärkreis erzeugt werden. Es ist nötig, daß keine Schwebungen zwischen den beiden Kreisen stattfinden können, sondern daß die Schwingungsenergie, wenn sie einmal in den Sekundärkreis übergegangen ist, hier vernichtet wird, ehe sie in den Primärkreis zurückkehren kann. Zu dem Zwecke wurde ein stark gedämpfter abgestimmter Sekundärkreis verwandt ($\mathfrak{d} = 0{,}5$ bis $1{,}5$), was durch Verwendung großer Kapazität, kleiner Selbstinduktion und eingeschaltetem großem Ohmschen Widerstand erreicht wurde. Es stellte sich heraus, daß für eine gegebene primäre Selbstinduktion bei einem ganz bestimmten Koppelungsgrad der Lichtbogen in einen regelmäßigen stabilen Funken überging. In der folgenden Tabelle sind die für bestimmte Selbstinduktionen und Frequenzen des Primärkreises benötigten Koppelungen zusammengestellt.

Zinkelektroden; Funkenlänge 4 mm;
Maschinenerregung 0,275 Amp.

Selbst-induktion	Schwingungs-dauer	Koppelungs-grad	n	$\frac{n}{4}$	Zeit bis zur Beendigung des Schwingungsvorgangs im Primärkreis
$3{,}79 \cdot 10^5$ cm	$0{,}51 \cdot 10^{-5}$ Sek.	19,8 %	10	2,5	$1{,}28 \cdot 10^{-5}$ Sek.
$8{,}9 \cdot 10^5$ „	$0{,}78 \cdot 10^{-5}$ „	22 „	9,1	2,3	$1{,}82 \cdot 10^{-5}$ „
$24{,}4 \cdot 10^5$ „	$1{,}29 \cdot 10^{-5}$ „	27,8 „	7,2	1,8	$2{,}32 \cdot 10^{-5}$ „
$41{,}55 \cdot 10^5$ „	$1{,}68 \cdot 10^{-5}$ „	32,4 „	6,2	1,55	$2{,}6 \cdot 10^{-5}$ „
$63{,}25 \cdot 10^5$ „	$2{,}07 \cdot 10^{-5}$ „	38,7 „	5,2	1,3	$2{,}69 \cdot 10^{-5}$ „

Aus diesen Koppelungen läßt sich ein Einblick gewinnen, welche Zeit zum Abklingen der Schwingung bezw. zur Entionisierung der Funkenstrecke nötig ist. Schreibt man die Schwebungsgleichung in der Form[1])

$A \sin \Omega t \cdot \sin \omega t \quad (\omega = 2\pi n,\ \Omega = 2\pi N)$,

wo Ω die Frequenz der Schwebung, ω die der Schwingung ist, so ergibt sich der Koppelungskoeffizient

$$k = \frac{2\omega\Omega}{\Omega^2 + \omega^2}.$$

Ist Ω klein gegen ω [2]), so ist

$$k = \frac{2\Omega}{\omega} = \frac{2 \cdot 2\pi N}{2\pi n};$$

für $N = 1$ ist also

$$k = \frac{2}{n};$$

$$n = \frac{2}{k}.$$

1) F. Kiebitz, E.T.Z. 1908, S. 1267.

2) Diese Vereinfachung kann ohne Bedenken angewendet werden.

n gibt also die Anzahl der Schwingungen während einer Schwebung an. Nach $\frac{n}{4}$ Schwingungen ist im Primärkreise die Amplitude auf Null gesunken. Unter den vorliegenden experimentellen Bedingungen ist also nach den unter $\frac{n}{4}$ in der Tabelle angegebenen Schwingungszahlen der Vorgang im Primärkreise beendet. Man sieht, daß der Theorie entsprechend, mit zunehmender Schwingungsdauer die Anzahl der Schwingungen im Primärkreise abnimmt, wenn regelmäßige Funken übergehen sollen. Die letzte Reihe der Tabelle gibt einen Überblick über die Zeit, die dem Schwingungsvorgang im Primärkreise zum Abklingen bleibt, und zeigt, daß der größte Teil der Zeit, 94—95 Proz., zur Entionisierung gebraucht wird.

6. Zusammenfassung.

1. Ein Lichtbogen entsteht beim Betriebe von Funkenstrecken mit Wechselstrom dadurch, daß die abklingende Schwingung des an die Funkenstrecke angehängten Schwingungskreises der Funkenstrecke keinen genügenden Bruchteil der Zeit zwischen dem Beginn des Funkenüberganges und der nächsten Ladewelle zur Entionisierung übrig läßt.

2. Der Lichtbogen wird in einen regelmäßigen Funken durch Erhöhung der Dämpfung des Schwingungskreises übergeführt, d. h. durch Einschalten eines Widerstandes, der für gegebene Schwingungsdauer des Schwingungskreises eine untere Grenze nicht überschreiten darf.

3. Mit zunehmender Maschinenerregung und Schwingungsdauer (Selbstinduktion) des Schwingungskreises muß der benötigte Widerstand vergrößert werden.

4. Die Überführung des Lichtbogens in einen Funken ist auch durch Koppelung mit einem stark gedämpften abgestimmten Sekundärkreis möglich.

5. Für jeden Wert der Frequenz des Schwingungskreises ergibt sich ein Koppelungsgrad, unterhalb dessen die Überführung nicht gelingt.

6. Bei Wechselstrom von 500 Perioden und Verwendung von Zinkelektroden ist nahezu die ganze zur Verfügung stehende Zeit zur Entionisierung der Funkenstrecke nötig.

Berlin, Mai 1911.

(Eingegangen 30. Mai 1911.)

Über die Angaben von Hitzdrahtinstrumenten bei schnellen Schwingungen.

Von W. Steinhaus.

In seiner Dissertation: „Absolutes Induktionsdynamometer mit zwei magnetisch gekoppelten, stromdurchflossenen Rechtecken" legt A. Semiller[1]) über die Angaben eines Hitzdrahtinstrumentes von Hartmann & Braun folgende Tabelle vor:

λ in Metern	I_λ in Amp.	I_p in Amp.	λ in Metern	I_λ in Amp.	I_p in Amp.
∞	0,790	0,792	∞	1,51	1,50
3800	0,695	0,792	3800	1,345	1,50
3550	0,680	0,792	3550	1,32	1,50
3240	0,670	0,792	3240	1,30	1,50
2615	0,650	0,792	2615	1,27	1,50
2300	0,640	0,792	2300	1,25	1,50
1940	0,625	0,792	1940	1,225	1,50
1740	0,615	0,792	1740	1,21	1,50
1600	0,605	0,792	1600	1,185	1,50
1330	0,600	0,792	1330	1,17	1,50

Hierin bedeutet λ die Wellenlänge der gemessenen Schwingung, I_λ die Angabe des Hitzdrahtamperemeters und I_p die wirkliche, effektive Stromstärke.

Aus dieser Tabelle ist ersichtlich, daß die am Hitzdrahtinstrument abgelesenen Stromstärken I_λ um so mehr von den konstant gehaltenen wahren Werten abweichen, je kürzer die Wellenlänge ist, und daraus folgt, daß die Angaben des Instruments (schon bei relativ langsamen Schwingungen) so ungenau werden, daß sie bei Laboratoriumsarbeiten höchstens noch qualitative Bedeutung haben.

Da man nun aber auf ein so bequemes Hilfsmittel, wie es ein solches Instrument ist, besonders bei orientierenden Messungen nicht wird verzichten wollen, so habe ich einige Instrumente neuerer Konstruktion auf ihre Brauchbarkeit zu Messungen bei schnellen Schwingungen hin untersucht.

Nr. I. Meßbereich bis 1 Amp., älteste der untersuchten Typen mit Platinsilberdraht.

Nr. II. Meßbereich bis 2 Amp. und

Nr. III. Meßbereich bis 5 Amp. haben statt des früher benutzten Hitzdrahtes ein Platiniridiumband (Type A).

Nr. IV. Meßbereich bis 5 Amp., neueste Konstruktion mit symmetrischer Stromverteilung über zylindrisch angeordnete Platiniridiumbänder (Type AW).

Alle vier Instrumente sind natürlich ohne

1) A. Semiller, Diss. Berlin 1909, auszugsweise Ann. d. Phys. **33**, 414, 1910.

Nebenschluß. Sie sind Fabrikate der Hartmann & Braun A.-G.[1]).

Als Energiequelle diente mir eine Poulsonlampe, die mit Gleichstrom von 220 Volt aus dem Kieler Elektrizitätswerk gespeist wurde. Der Bogen brannte zwischen einem Kohlenstab und einer Kupferplatte in einer Atmosphäre von Leuchtgas, das mit Alkoholdämpfen beladen war. Die Kühlung besorgte ein selbsttätig zirkulierender Wasserstrom.

Die benutzten Wellenlängen lagen zwischen 1500 und 550 m, waren also die in der Praxis am meisten gebräuchlichen. Ihre Messung geschah mit dem Hahnemannschen Wellenmesser.

Zur Messung der wahren effektiven Stromstärke versuchte ich zunächst die Bestimmung der effektiven Spannung an den Enden einer berechenbaren Selbstinduktion. Ich mußte mich aber bald überzeugen, daß die Einwirkung der übrigen Strombahn nicht zu vernachlässigen war. Bei den Versuchen, diese Einflüsse unter eine zu vernachlässigende Größe herunterzudrücken, stieß ich auf größere Unbequemlichkeiten, so daß ich einer einfacheren Methode den Vorzug gab.

Diese bestand darin, daß ich einmal die Instrumente nach dem Vorgang von Orlich[2]) und Semiller[3]) bei einer bestimmten Stromstärke photometrisch eichte und dann durch besondere Messungen feststellte, ob die Angaben des Hitzdrahtamperemeters relativ zueinander richtig waren, so daß sie alle mit einem konstanten Faktor hätten multipliziert werden müssen, oder welche Abweichungen davon vorhanden waren.

Die Versuchsanordnung war folgende:

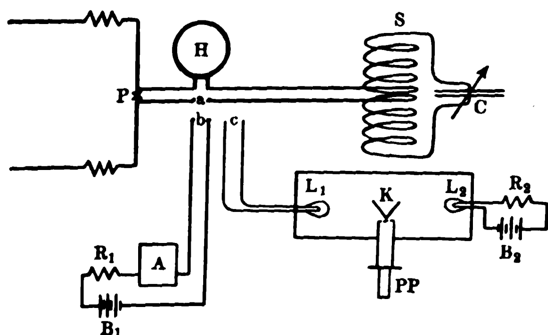


Fig. 1.

1) Nr. I ist Eigentum des Instituts; Nr. II und III wurden mir vom Torpedoversuchskommando Kiel-Wik und Nr. IV von der Firma Hartmann & Braun leihweise bereitwilligst zur Verfügung gestellt. Dem Leiter des T. V. K. Herrn Kaptlt. Betz bin ich auch für die Überlassung des Wellenmessers und anderer Apparate zu Dank verpflichtet.

2) Orlich, Zeitschr. f. Instr. 1904, 65.

3) A. Semiller, Diss. Berlin 1909, auszugsweise Ann. d. Phys. 33, 414, 1910.

Hierin bedeutet P die Poulsonlampe, H das zu untersuchende Hitzdrahtinstrument, S eine in der Mitte aufgeschnittene, zur Erzielung kleiner Dämpfung aus zwei Paralleldrähten gewickelte Selbstinduktion, und C einen kontinuierlich variablen Luftplattenkondensator, dem noch weitere feste Kondensatoren parallel geschaltet werden konnten. A ist ein Präzisionsmilliamperemeter, das kurz vorher mittelst Kompensationsapparates auf seine Richtigkeit geprüft worden war. R_1 und R_2 sind Regulierwiderstände, B_1 und B_2 Akkumulatorenbatterien, L_1 und L_2 kleine Glühlampen, K ein Kreideprisma und PP ein Martenssches Polarisationsphotometer. L_1, L_2 und K waren in einem lichtdichten, innen geschwärzten Kasten eingeschlossen; in eine Öffnung konnte das Photometer eingesteckt werden. Die Leitungsenden c waren untereinander durch Hartgummi fest verbunden, im übrigen aber frei beweglich, so daß sie leicht in die Quecksilbernäpfe a und b eingetaucht werden konnten. So wurde denn einmal die Lampe L_1 mit Schwingungen, das andere Mal mit Gleichstrom gespeist. L_2 diente als Vergleichslicht. Anfangs wurde die Spannung an den Enden von L_2 genau kontrolliert; diese Vorsicht erwies sich aber als unnötig. Als L_1 für 0,68 Amp. diente mir ein käufliches Glühlämpchen, für 1,66 und 3,00 Amp. mußte ich mir selbst solche aus Platindraht herstellen.

Die Messung geschah nun so, daß durch Regulierung an R_1 dieselbe Helligkeit von L_1 hergestellt wurde, welche die Lampe beim Betrieb mit Schwingungen gab. Die Angaben von H mußten dann dieselben sein wie die von A, bzw. sie mußten nach diesen korrigiert werden. Die Genauigkeit dieser Methode blieb immer größer als die Ablesegenauigkeit der Hitzdrahtamperemeter. Zweifellos könnte sie aber gegebenenfalls noch vergrößert werden.

Zur Feststellung, ob bzw. in welchem Maße die Instrumente relativ richtig zeigten, diente mir die in Fig. 2 skizzierte Versuchsanordnung. Hierin bedeutet S_1 eine kleine, in der Mitte aufgeschnittene Spule von 3 Windungen, mit der

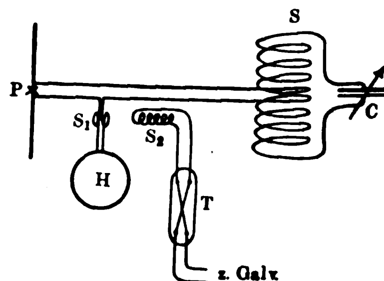


Fig. 2.

eine zweite Spule S_2 von etwa 10 Windungen verschieden fest gekoppelt werden konnte. T ist ein evakuiertes Manganin-Konstantan-Thermoelement, von dem durch besondere Messungen festgestellt wurde, daß es genau i^2 proportional anzeigte. Der Thermostrom wurde mit einem Drehspulgalvanometer gemessen.

Wenn das Hitzdrahtinstrument relativ richtig zeigte, so mußten die Quadratwurzeln aus den Galvanometerausschlägen der angezeigten Stromstärke proportional sein, vorausgesetzt, daß während der Meßreihe die Koppelung von S_1 und S_2 nicht geändert wurde und die Wellenlänge konstant war. Letzteres wurde am Wellenmesser ständig kontrolliert.

Nr. I zeigte bei Gleichstrom in allen Stromstärken zwischen 0,5 und 1,0 Amp. etwa 0,015 Amp. zu niedrig. Die photometrische Messung ergab, daß keine merkliche Abhängigkeit der Angaben bei 0,68 Amp. von der Wellenlänge bestand. Bezogen auf die wahren Gleichstromwerte waren die Angaben relativ zueinander richtig; nur bei den Stromstärken über 0,8 Amp. und Wellenlängen unter 1000 m kamen kleine Abweichungen vor, wie die folgende Tabelle zeigt.

H	$\lambda = \infty$	$\lambda = 1500$ m	$\lambda = 1300$ m	$\lambda = 1000$ m	$\lambda = 750$ m	$\lambda = 550$ m
0,800	0,815	0,817	0,817	0,820	0,822	0,825
0,900	0,915	0,917	0,917	0,922	0,925	0,930
1,000	1,015	1,017	1,020	1,025	1,030	1,037

Hier ist H die Angabe des Hitzdrahtinstrumentes, die übrigen Zahlen bedeuten die wirklichen Stromstärken bei den betreffenden Wellenlängen.

Bei Nr. II lagen die wahren Gleichstromwerte 0,02 Amp. höher als die angezeigten. Die photometrische Messung bei 1,66 Amp. ergab bei allen Wellenlängen den Gleichstromwert. Abweichungen von der relativen Richtigkeit waren nicht festzustellen.

Bei Nr. III lagen die wahren Gleichstromwerte zwischen 2 und 4 Amp. ebenfalls höher als die angezeigten, und zwar um 0,02 bis 0,04 Amp. Die photometrische Messung bei 3,00 Amp. ergab bei allen Wellenlängen den Gleichstromwert. Abweichungen von der relativen Richtigkeit waren nicht festzustellen.

Bei Nr. IV stimmten die Gleichstromwerte weniger gut mit den Angaben des Instruments überein. Offenbar hat dieser neueste Typ noch nicht die richtige Skalenteilung. Auf die Gleichstromwerte bezogen, war die relative Richtigkeit vorhanden. Eine geringe Abhängigkeit von der Wellenlänge war eben nachweisbar durch die photometrische Messung bei 3,00 Amp.

Folgende Tabelle ergab sich für IV:

H	$\lambda = \infty$	$\lambda = 1500$ m	$\lambda = 1300$ m	$\lambda = 1000$ m	$\lambda = 750$ m	$\lambda = 550$ m
2,00	2,03	2,02	2,02	2,02	2,03	2,04
2,50	2,55	2,53	2,53	2,54	2,55	2,56
3,00	3,07	3,05	3,05	3,06	3,07	3,08
3,50	3,59	3,57	3,57	3,58	3,59	—
4,00	4,12	4,09	4,09	4,10	4,11	—

Aus alledem ist zu erkennen, daß die Abweichungen der angezeigten Stromstärken bzw. der Gleichstromwerte von den wirklichen selten größer sind, als die Ablesegenauigkeit beträgt. Keinesfalls aber treten solche Unterschiede auf, wie sie A. Semiller gefunden hat, und ich vermute, daß es sich dort um ein Amperemeter mit Nebenschluß, dessen Widerstand ja keinesfalls von der Periode der Schwingung unabhängig ist, gehandelt hat.

Zieht man nun noch in Rechnung, daß die Schnelligkeit der Einstellung bei den mit Bändern versehenen Instrumenten recht groß und ein „Nachkriechen" kaum zu bemerken ist, so ist ersichtlich, daß diese Amperemeter neueren Typs recht sichere und bequeme Hilfsmittel für den Laborationsgebrauch zur Strommessung bei Schwingungen der gebräuchlichsten Wellenlängen darstellen.

Kiel, Physikalisches Institut der Universität.

(Eingegangen 26. Mai 1911.)

Über die statistische Theorie der Strahlung. (On the Statistical Theory of Radiation.)

Von Ladislas Natanson.

Die Theorie der natürlichen Strahlung ist mit großem Scharfsinn bearbeitet worden, und die Ergebnisse, die Planck, Einstein, Jeans, Larmor, Lorentz und andere Physiker gewonnen haben, müssen zu den tiefgründigsten Entdeckungen auf dem Gebiete der Molekularphysik gerechnet werden.

Planck verdanken wir die grundlegende Auffassung, auf der die Theorie in ihrem gegenwärtigen Stande im wesentlichen beruht. Planck nimmt bekanntlich an, daß die Energie nicht unbegrenzt teilbar ist, sondern aus einem Aggregat diskreter Elemente oder Einheiten zusammengesetzt ist, und daß die letzten Teilchen, aus denen die Materie besteht, nur solche Energiemengen zu absorbieren, zu enthalten und zu emittieren vermögen, welche Vielfache dieser endlichen und bestimmten Einheiten sind.

§ 1. Wir denken uns in üblicher Weise ein System von N unabhängigen materiellen Einheiten, die nur Energiemengen

$$0e,\ 1e,\ 2e,\ \ldots\ldots pe \qquad (1)$$

allgemein ie, enthalten können, wo

$$i = 0,\ 1,\ 2,\ \ldots p$$

ist. Der Kürze halber wollen wir diese Einheiten die Energiehalter (*receptacles of energy*) in dem System nennen. Wenn von N betrachteten Energiehaltern N_0 die Energie null, N_1 die Energie e haben usw., so ist

$$\sum_{i=0}^{i=p} N_i = N. \qquad (\mathrm{I})$$

Wenn E die gesamte in dem System enthaltene Energiemenge ist, so ist die Anzahl der vorhandenen Energieeinheiten

$$n = E/e,$$

und wir haben offenbar:

$$\sum_{i=0}^{i=p} iN_i = n. \qquad (\mathrm{II})$$

§ 2. Wir wollen nun sehen, auf wie viele Weisen n Energieeinheiten in N Energiehaltern enthalten sein können, wenn wir annehmen, daß jede einzelne Einheit genau dieselbe Chance hat, in jeden gegebenen Energiehalter zu gelangen.

Wir wollen, wie zuvor, annehmen, daß N_0 Energiehalter überhaupt keine Energie besitzen, daß in N_1 Energiehaltern je eine Einheit e untergebracht sei, usf. Alle diese Fälle, von denen wir voraussetzen, daß sie den notwendigen Bedingungen (I) und (II) des § 1 unterliegen, bilden das, was wir eine Verteilungsart (*mode of distribution*) von n Energieeinheiten auf N Energiehalter nennen. Im folgenden wird es sich empfehlen, diese Verteilungsart durch ein Symbol darzustellen, etwa:

$$\begin{Bmatrix} 0e & 1e & 2e & \ldots\ldots & pe \\ N_0 & N_1 & N_2 & \ldots\ldots & N_p \end{Bmatrix} \qquad (1)$$

Es wird ohne weiteres klar sein, daß, wenn wir von „Verteilungsarten" sprechen, darin durchaus nicht enthalten ist, daß wir die Energiehalter oder die Energieeinheiten identifizieren können. Um eine bestimmte Verteilungsart zu spezifizieren, müssen wir die Anzahl der Elementarhalter kennen, denen jede gegebene Anzahl von Einheiten zugeteilt worden ist; wir sind aber nicht verpflichtet, irgendwelche Kontrolle über die individuellen Energiehalter zu haben, oder imstande zu sein, die einzelnen Energieeinheiten nachzuweisen und auf ihrem Laufe zu verfolgen.

Die Bedingungen des Problems sind ganz andere, wenn wir annehmen, daß die Elementarhalter, aus denen unser System besteht, tatsächlich zu unterscheiden sind, daß wir jeden Halter einzeln betrachten und seine Identität nachweisen können. Wenn dann der „erste" Energiehalter n_1 Energieeinheiten enthält und für die übrigen das Analoge gilt, so werden wir sagen, in dem System herrsche die folgende Anordnungsart (*mode of collocation*):

$$\begin{Bmatrix} \mathrm{I} & \mathrm{II} & \mathrm{III} & \ldots\ldots & N \\ n_1 & n_2 & n_3 & \ldots\ldots & n_N \end{Bmatrix} \qquad (2)$$

Die Zahlen $n_1, n_2, n_3 \ldots\ldots$ sind ganze Zahlen und können die Werte

$$0,\ 1,\ 2,\ \ldots\ldots p \qquad (3)$$

haben. Wir wissen weiter, daß in der Reihe

$$n_1,\ n_2,\ n_3\ \ldots\ldots n_N \qquad (4)$$

die Zahl 0 N_0mal vorkommt, die Zahl 1 N_1mal usf. Hieraus können wir einen wichtigen Schluß ziehen. Es möge

$$\mathfrak{U}(N_0,\ N_1,\ N_2,\ \ldots\ldots N_p) \qquad (5)$$

die Anzahl der Anordnungsarten bezeichnen, die wir aus der Verteilung (1) erhalten können. Dann haben wir:

$$\mathfrak{U}(N_0, N_1, N_2, \ldots\ldots N_p) \prod_{i=0}^{i=p} N_i! = N! \qquad (6)$$

Wenn wir im obigen Sinne von „Anordnungen" sprechen, so ist damit natürlich gesagt, daß wir imstande sind, die einzelnen Energiehalter zu behandeln. Die Elemente oder Einheiten der Energie betrachten wir aber als unterschiedslos gleich. Würden wir jede einzelne von ihnen für sich wahrnehmen können, so würden sich damit die Bedingungen des Falles von Grund auf ändern. Hierauf muß in allererster Linie aufmerksam gemacht werden. Angenommen, n_1 bestimmte Energieeinheiten (wir wollen sie $a, b, c \ldots$ nennen) sind in dem ersten Energiehalter, n_2 Einheiten $f, g, h \ldots$ in dem zweiten, usf. Diesen Sachverhalt können wir eine Zuordnungsart (*mode of association*)

$$\begin{Bmatrix} \mathrm{I} & \mathrm{II} & \ldots\ldots\ldots \\ a, b, c, \ldots & f, g, h, \ldots & \ldots\ldots\ldots \end{Bmatrix} \qquad (7)$$

nennen. Es bezeichne $\mathfrak{V}$ die Anzahl der Zuordnungen, welche die Anordnung (2) umfaßt, und aus denen sie besteht. In derselben Weise,

wie für $\mathfrak{U}$ läßt sich für $\mathfrak{W}$ nachweisen, daß sein Wert durch die Gleichung

$$\mathfrak{W}(N_0, N_1, N_2, \ldots N_p) \prod_{i=0}^{i=p} (i!)^{N_i} = n! \quad (8)$$

ist. Man wird bemerken, daß $\mathfrak{W}$ nur von $N_0, N_1, N_2, \ldots N_p$ abhängig ist, daß also der Wert von $\mathfrak{W}$ für alle Anordnungen, in die sich eine Verteilung zerlegen läßt, derselbe ist. Mit anderen Worten: Jede Verteilungsart, die $\mathfrak{U}$ Anordnungen der Energie umfaßt, muß $\mathfrak{U}\mathfrak{W}$ Zuordnungen der Energie enthalten.

Der Vollständigkeit halber mag es sich empfehlen, daran zu erinnern[1]), daß, wenn wir N und n als gegeben voraussetzen, die Summe aller mit den Gleichungen (I) und (II) des § 1 vereinbaren Werte von $\mathfrak{U}$

$$\frac{(N+n-1)!}{(N-1)!\,n!} \quad (9)$$

ist. Ähnlich ist die Summe aller bei gegebenen N und n mit den Bedingungen (I) und (II) des § 1 vereinbarer Werte von $\mathfrak{U}\mathfrak{W}$ offenbar gleich N^n.

Es erübrigt nunmehr noch, Ausdrücke für die Wahrscheinlichkeit irgendeiner gegebenen Verteilung anzugeben. Diese Ausdrücke hängen ganz und gar davon ab, welche Grundlage wir für unsere Rechnung wählen. Wenn wir dahin übereinkommen, daß wir, um die Wahrscheinlichkeit etwa für die Verteilung (1) zu schätzen, nur die Anordnungen zu berücksichtigen brauchen, in die (1) aufgelöst werden kann, so wird die Wahrscheinlichkeit für die Verteilung (1) durch die Gleichung

$$P = \frac{\mathfrak{U}}{\Sigma\mathfrak{U}} = \frac{(N-1)!\,n!}{(N+n-1)!}\,\frac{N!}{\prod\limits_{i=0}^{i=p} N_i!} \quad (10)$$

gegeben sein. Wenn wir andererseits, um die Wahrscheinlichkeiten für die Verteilungen zu berechnen, nichts weiter zu tun haben, als die Anzahl der Zuordnungen zu bestimmen, die sie enthalten, so wird die Wahrscheinlichkeit für die Verteilung (1) von der Form

$$\mathfrak{P} = \frac{\mathfrak{U}\mathfrak{W}}{\Sigma\mathfrak{U}\mathfrak{W}} = \frac{1}{N^n}\,\frac{N!\;n!}{\prod\limits_{i=0}^{i=p} N_i!\,\prod\limits_{i=0}^{i=p}(i!)^{N_i}} \quad (11)$$

sein.

Ein Beispiel möge zur Erläuterung hierfür dienen.

§ 3. Wir betrachten ein System, das aus drei Energiehaltern bestehe, und wollen annehmen, wir hätten vier Energieeinheiten, die wir diesen zuteilen können[1]). Die Anzahl der möglichen Verteilungsarten, die den gegebenen Bedingungen

$$N_0 + N_1 + N_2 + N_3 + N_4 = 3$$
$$N_1 + 2N_2 + 3N_3 + 4N_4 = 4$$

unterstehen, ist vier. Diese Verteilungsarten sind in der Tabelle

	0e	1e	2e	3e	4e
A	2	0	0	0	1
B	1	1	0	1	0
C	1	0	2	0	0
D	0	2	1	0	0

dargestellt. Die Verteilung *A* umfaßt drei Anordnungen:

I	II	III
4	0	0
0	4	0
0	0	4,

von denen jede einzelne nur eine Zuordnung stellt.

Im Falle der Verteilung *B* haben wir sechs Anordnungen:

I	II	III
3	1	0
3	0	1
1	3	0
1	0	3
0	3	1
0	1	3,

und wenn wir die erste von ihnen folgendermaßen schreiben:

I	II	III
a, b, c	*d*	—
b, c, d	*a*	—
c, d, a	*b*	—
d, a, b	*c*	—

so sehen wir, daß sie vier verschiedenen Zuordnungen entspricht. Dasselbe gilt für die übrigen fünf Anordnungen.

Unter Benutzung dieser Ergebnisse und ähnlicher, die wir leicht für die Verteilungen *C* und *D* erhalten, gelangen wir zu folgender interessanter Tabelle von Schlußfolgerungen:

Verteilung	$\mathfrak{U}$	$\mathfrak{W}$	$\mathfrak{U}\mathfrak{W}$	P	$\mathfrak{P}$
A	3	1	3	3/15	3/81
B	6	4	24	6/15	24/81
C	3	6	18	3/15	18/81
D	3	12	36	3/15	36/81
	$\Sigma\mathfrak{U} = 15$		$\Sigma\mathfrak{U}\mathfrak{W} = 81$	$\Sigma P = 1$	$\Sigma\mathfrak{P} = 1$

§ 4. Das ursprüngliche Verfahren, das Planck eingeschlagen hat, und das zu seinem berühmten Gesetz für die natürliche Strahlung geführt hat, benutzt das Prinzip, daß die Wahr-

1) M. Planck, Vorlesungen über die Theorie der Wärmestrahlung, Leipzig 1906, S. 152.

1) M. Planck, a. a. O., S. 152—153.

scheinlichkeit für eine bestimmte Verteilungsart der Energie, sagen wir einmal beispielsweise die Wahrscheinlichkeit für die Verteilung (1) des § 2, definiert werden muß als das Verhältnis P zwischen der Anzahl $\mathfrak{U}$ der für die Verteilung günstigen Anordnungen und der Anzahl $\Sigma\mathfrak{U}$ der Anordnungen, die bei gegebenen Werten von n und N möglich sind. Es mag hier auch daran erinnert werden, daß bei allen bekannten Beweisen für die Planck sche Formel dasselbe Prinzip angewandt wird.

Nun lassen sich jedoch gegen dieses Prinzip Einwendungen erheben. Es genügt offenbar nicht, die Anzahl der Anordnungen zu zählen; man muß auch dartun, daß verschiedene Anordnungen die gleichen Chancen haben, vorzukommen. Und daß dies wirklich der Fall ist, können wir nur annehmen, wenn wir voraussetzen, daß bei dem Prozeß der Wahrscheinlichkeitsberechnung die Energiehalter als identifizierbar behandelt werden können, und daß die Energieeinheiten, die in jeder Hinsicht vollkommen gleich sind, nicht als identifizierbar behandelt werden können. Da unser Verfahren in letzter Linie auf dieser Annahme beruht, so erscheint es naturgemäß, es ohne weiteres als die Grundlage der Theorie anzusprechen. Anscheinend hat man dem Umstande nicht die genügende Bedeutung beigelegt, daß wir tatsächlich keine andere Möglichkeit haben, die Berechtigung des Planck schen Verfahrens zur Wahrscheinlichkeitsberechnung nachzuweisen, außer der Berufung auf den experimentellen Beweis, durch den wir die Schlußfolgerungen der Rechnung gestützt finden.

Die Schwierigkeit ist von der Art, daß sie naturgemäß im Zusammenhang mit dem Gegenstande auftritt. Planck nimmt als Ausgangspunkt eine vollkommen bestimmte Regel zur Bewertung der Chancen an, und durch eine besondere Berufung auf die Erfahrung finden wir a posteriori, daß die Voraussetzung richtig ist. Aber niemand hat anscheinend jemals versucht, ihre Richtigkeit auf Grund allgemeiner Prinzipien zu erweisen, und soweit ich es zu übersehen vermag, kann dies auch nicht geschehen.

In dem Augenblick, wo wir annehmen, daß individuelle Energieeinheiten nicht durchaus jenseits unseres Unterscheidungsvermögens liegen, hört die Regel, die Planck festgelegt hat, und die nahezu alle Autoren, die den Gegenstand behandelt haben, angenommen haben, auf, gültig zu sein. Das wird durch eine kurze Erwägung auf Grund des § 2 klar werden. Was wir unter diesen Umständen tun müssen, ist Zuordnungen an die Stelle der ungeeigneten Anordnungen zu setzen, die nicht mehr in gleichem Maße die gewünschte Verteilung hervorzubringen vermögen. In ausgesprochenem Gegensatz zur Planck schen Regel folgt jetzt, daß die Wahrscheinlichkeit einer Verteilung, beispielsweise etwa der Verteilung (1) des § 2, $\mathfrak{P}$ oder $\mathfrak{U}\mathfrak{V}/\Sigma\mathfrak{U}\mathfrak{V}$ [siehe die Gleichungen (10) und (11) in § 2] ist. Dieses Beispiel führt einen großen Schritt weiter zur Beleuchtung der stillschweigenden Annahme, die bei der üblichen Behandlung des Gegenstandes eingeführt wird.

§ 5. Um weitere Fortschritte zu machen, wollen wir nunmehr folgende Beweisführung betrachten; es ist, mit einigen Abweichungen, die, welche neuere Autoren über die statistische Theorie der Strahlung angenommen und ausgeführt haben[1]).

Um die Gleichgewichtsbedingungen zu finden, müssen wir annehmen, daß

$$\mathfrak{U} = \frac{N!}{\prod_{i=0}^{i=p} N_i!} \tag{1}$$

ein Maximum ist, in dem die N_i den Bedingungen (I) und (II) des § 1 unterstehen. Aus dieser Gleichung (1) erhalten wir:

$$\delta \log \mathfrak{U} = -\sum_{i=0}^{i=p} \delta \log N_i!, \tag{2}$$

so daß die Anwendung des Stirlingschen Satzes

$$\log N_i! = \left(N_i + \frac{1}{2}\right)\log N_i - N_i + \\ + \frac{1}{2}\log 2\pi + \frac{1}{12 N_i} - \frac{\varrho}{192 N_i^3}, \tag{3}$$

wo $0 < \varrho < 1$ ist, für den Fall, daß die N_i alle sehr große Zahlen sind, zu folgendem angenäherten Gleichgewichtsgesetze führt:

$$\log N_i + \mathfrak{A} + i\mathfrak{B} = 0. \tag{4}$$

Hier sind $\mathfrak{A}$ und $\mathfrak{B}$ unbestimmte Konstanten. Wir werden ihre Werte weiter unten untersuchen.

Schreiben wir:

$$\left.\begin{aligned} -\mathfrak{A} &= \log N_0, \\ -\mathfrak{B} &= \log x, \end{aligned}\right\} \tag{5}$$

so finden wir auf Grund der Gleichung (4):

$$N_i = N_0 x^i. \tag{III}$$

Diese sehr merkwürdige und wichtige Formel verdient, wenn wir auch ihre strenge und universelle Gültigkeit nicht absolut behaupten können, dennoch, daß wir ihr bis in alle Folgerungen, die wir aus ihr ziehen können, nachgehen.

1) A. Einstein, Ann. d. Phys. (4) **22**, 180, 1907; Sir J. Larmor, Proc. Roy. Soc. (A) **83**, 82, 1909; H. A. Wilson, Phil. Mag. (6) **20**, 121, 1910; J. H. Jeans, Phil. Mag. (6) **20**, 953, 1910; P. Debye, Ann. d. Phys. (4) **33**, 1427, 1910; H. A. Lorentz, diese Zeitschr. **11**, 1253, 1910; siehe auch L. Boltzmann, Wien. Ber. II, Okt. 1877, wo bereits einige der wesentlichen Punkte der Theorie angedeutet sind.

§ 6. Wenn wir den Wert von N_i aus Gleichung (III) in die Gleichungen (I) und (II) des **§ 1** einsetzen, so finden wir:

$$N_0(1 + x + x^2 + \cdots + x^p) = N, \quad (1)$$

$$N_0(x + 2x^2 + 3x^3 + \cdots + px^p) = n. \quad (2)$$

Multiplizieren wir die erste dieser Gleichungen beiderseits mit n, die zweite mit N, und subtrahieren wir die erstere von der letzteren, so erhalten wir:

$$(p - Q)x^p + (p - 1 - Q)x^{p-1} + \cdots + (1 - Q)x - Q = 0, \quad \text{(IV)}$$

wo

$$Q = \frac{n}{N} \quad (3)$$

ist.

Bei derartigen Fragen hängt viel von dem Werte der Energieeinheit e ab. Solange wir annehmen können, daß e klein ist, wird die Zahl n in allen praktisch wichtigen Fällen sehr groß sein. Nun ist der höchste mögliche Wert, den wir p im Einklang mit den notwendigen Bedingungen des Problems beilegen können, gerade n. Daher kann man, wenn e klein ist, p als sehr groß behandeln und, was hier wichtig ist, als viel größer als Q; Q muß nämlich immer beträchtlich kleiner als n sein, insofern als N eine sehr große Zahl ist.

Andererseits erscheint in gewissen Fällen die Annahme unerläßlich, daß die Energieeinheit von mäßigem, oder gar von erheblichem Betrage ist. In solchen Fällen scheint es äußerst fraglich, ob wir überhaupt eine Annäherung an das richtige Ergebnis erhalten können, wenn wir p als eine sehr große Zahl behandeln. Diese Seite der Frage ist häufig übersehen worden und scheint einige Beachtung zu verdienen.

§ 7. Im folgenden werden wir es häufig mit zwei Grenzfällen von besonderer Wichtigkeit zu tun haben; einstweilen wollen wir uns darauf beschränken, kurz ihre Hauptmerkmale zu beleuchten.

Im ersten Falle wird n als eine sehr große Zahl angenommen, weit größer als N, so daß Q beträchtlich größer ist als die Einheit. Ein Beispiel dieser Art kommt in der Gastheorie vor. Bereits im Jahre 1872[1]) machte Boltzmann in seiner dynamischen Gastheorie von der Vorstellung diskreter Energieelemente Gebrauch, ohne ihnen jedoch direkte physikalische Bedeutung zuzuschreiben. Heute müssen wir viel weiter gehen. Erst jetzt, angesichts der Planckschen Hypothese und ihrer glänzenden Erfolge in der Theorie der Strahlung, können wir der Boltzmannschen Auffassung den ihr gebührenden Wert beilegen. Wir wollen ein Gas unter gewöhnlichen Verhältnissen als ein System betrachten, dem Energieeinheiten in reichem Maße zugeteilt worden sind.

Ein hiervon ganz verschiedener Fall tritt ein, wenn Q ein kleiner (positiver) Bruch, beträchtlich kleiner als eins, ist. Diese letztere Bedingung ist in Problemen erfüllt, mit denen wir es in der Theorie der Strahlung gewöhnlich zu tun haben. Wenn wir an die Prüfung dieser Probleme herangehen, so finden wir tatsächlich, daß von den molekularen Oszillatoren, die in einem materiellen Körper vorhanden sind, eine sehr große Mehrzahl überhaupt keinen Anteil von der dem System zuteil gewordenen Energie empfängt. Mit der stillschweigenden Annahme, daß die Energie eine Konstitution mit atomistischer Grundlage besitzt, können wir ganz richtig solche Systeme als nur spärlich mit Energie ausgestattet bezeichnen.

§ 8. Wir wollen uns die Gleichung (IV) des **§ 6** in der Form

$$f(x) = 0 \quad (1)$$

geschrieben denken. Das Glied auf der linken Seite, $f(x)$ umfaßt nur einen Zeichenwechsel. Um dies darzutun, nehmen wir an, daß

$$l - 1 < Q < l \quad (2)$$

sei, wo l eine ganze Zahl von passender Größe ist. Schreiben wir

$$k = p - l,$$

so haben wir:

$$\left.\begin{array}{l} p - k - Q > 0; \\ p - k - 1 - Q < 0. \end{array}\right\} \quad (3)$$

Das ist der einzige Zeichenwechsel, der auf der linken Seite der Gleichung (1) vorkommt. Dasselbe gilt natürlich, wenn $Q = l$ ist. Mithin kann die Gleichung nicht mehr als eine positive Wurzel haben.

Wir beobachten nun, daß

$$f(0) < 0 \quad (4)$$

und

$$f(1) = (p + 1)\left(\frac{1}{2}p - Q\right) \quad (5)$$

ist. Um die Bedeutung dieses Satzes zu erläutern, wollen wir einen Fall nehmen, wo Q gleich $\frac{1}{2}p$ wird. Wir betrachten folgende Energieverteilung:

$$\left\{\begin{array}{ccccc} 0e & 1e & 2e & \ldots\ldots\ldots & pe \\ 1 & 1 & 1 & \ldots\ldots\ldots & 1 \end{array}\right\}. \quad (6)$$

Diese lehrt sogleich, daß

$$\left.\begin{array}{l} N = p + 1 \\ \text{und} \quad n = \frac{1}{2}p(p + 1) \end{array}\right\} \quad (7)$$

1) L. Boltzmann, Wien. Ber. II, Okt. 1872 und Okt. 1877.

und folglich in diesem Falle

$$Q = \frac{1}{2} p \tag{8}$$

ist. Um zur Wirklichkeit zu gelangen, müssen wir irgend etwas dieser Verteilung Ähnliches als höchstunwahrscheinlich betrachten. Wir wollen, wie oben gesagt, annehmen, daß p viel größer als Q ist, und wollen $\frac{1}{2} p - Q$ als positiv annehmen.

Wenn wir nun die beiden gewonnenen Ergebnisse zusammennehmen, so erhalten wir das Ergebnis, daß die positive Wurzel der Gleichung (1) zwischen 0 und 1 liegen muß. In manchen Fällen kann jedoch diese Wurzel viel kleiner als 1 sein, so daß es nicht immer empfehlenswert sein würde, 1 als obere Grenze anzunehmen.

§ 9. Wir wollen, wie vorstehend, annehmen, daß

$$\left. \begin{array}{c} l - 1 < Q < l; \\ k = p - l \end{array} \right\} \tag{1}$$

ist. Wenn wir schreiben:

$$\mathfrak{F}(x) = (p - Q)\, x^k + (p - 1 - Q)\, x^{k-1} + \cdots + p - k - Q, \tag{2}$$

$$- \mathfrak{F}_2(x) = (p - k - 1 - Q)\, x^{-1} + \cdots + (1 - Q)\, x^{-p+k+1} - Q\, x^{-p+k}, \tag{3}$$

so läßt sich leicht der Satz

$$f(x) = x^{p-k} \{\mathfrak{F}_1(x) - \mathfrak{F}_2(x)\} \tag{4}$$

nachweisen. Nun wissen wir aus den Gleichungen (1), (2) und (3) nach **§ 8**, daß $\mathfrak{F}_1(x)$ immer größer und $\mathfrak{F}_2(x)$ immer kleiner wird, wenn x zunimmt. Wenn daher für $x = a$

$$f(a) > 0 \tag{5}$$

ist, so werden wir für jedes $x = b > a$

$$f(b) > 0 \tag{6}$$

haben.

§ 10. Kehren wir jetzt zu den Gleichungen (1) und (2) des **§ 6** zurück, so läßt sich unschwer ableiten, daß

$$(1 - x) f(x) = \left\{ \frac{x}{1 - x} - Q \right\} (1 - x^{p+1}) - (p + 1)\, x^{p+1} \tag{1}$$

ist. Da $x < 1$ ist, so ist der Grenzwert, dem die positive Wurzel (x) der Gleichung (IV) mit wachsendem p zustrebt, und der etwa α sein möge:

$$\alpha = \frac{Q}{1 + Q}. \tag{2}$$

Solange jedoch p endlich bleibt, haben wir dauernd

$$f(\alpha) < 0, \tag{3}$$

so daß also die positive Wurzel der Gleichung (IV) immer größer ist als α. Wenn sich p der Unendlichkeit nähert, so nähert sich die positive Differenz

$$(x) - \alpha \tag{4}$$

mehr und mehr dem Werte null.

Dasselbe Ergebnis können wir erhalten, wenn wir beachten, daß

$$x(1 + Q) - Q = \mu (p + 1)\, x^{p+1} \tag{5}$$

ist, wo μ als Bezeichnung für das Verhältnis N_0/N dient. Wir haben ferner die Gleichung

$$1 - x = \frac{\mu (p + 1) - 1}{p - Q}, \tag{6}$$

so daß

$$\text{Lim} \{1 - x\}_{p = \infty} = \mu \tag{7}$$

wird.

§ 11. Eine weitere Formel, die sich in dem Spezialfalle als nützlich erweisen wird, wo Q ein kleiner Bruch ist, ist die, zu der wir gelangen, wenn wir in Gleichung (1) des **§ 10**

$$x = Q$$

annehmen. Dann erhalten wir:

$$(1 - Q)^2 f(Q) = Q^2 \{1 - Q^{p+1} - (p + 1)(1 - Q)\, Q^{p-1}\}. \tag{1}$$

Hier ist Q der Annahme nach beträchtlich kleiner als eins; daher ist, falls p genügend groß ist,

$$f(Q) > 0. \tag{2}$$

Es folgt demnach, daß die positive Wurzel der Gleichung (IV) zwischen α oder

$$\frac{Q}{1 + Q} \text{ und } Q \tag{3}$$

liegt, vorausgesetzt, daß p groß und Q beträchtlich kleiner ist als eins.

§ 12. Im gegenteiligen Falle, wenn Q groß ist, kann man sagen, daß die positive Wurzel der Gleichung (IV), da sie ja zwischen α und 1 liegt, bereits ziemlich genau bekannt ist, insofern als α oder

$$\frac{Q}{Q + 1} \tag{1}$$

sich, wenn Q groß ist, dem Werte eins nähert.

Sollten wir die Grenzen α und 1 nicht genügend eng finden, so können wir

$$\frac{Q + 1}{Q + 2}, \quad \frac{Q + 2}{Q + 3}, \text{ oder allgemein } \frac{Q + s}{Q + s + 1} \tag{2}$$

versuchen, wo

$$s = 1, 2, 3 \; \ldots \ldots$$

ist.

§ 13. Im vorhergehenden haben wir auf die Unsicherheiten hingewiesen, die entstehen, wenn wir versuchen, die Wahrscheinlichkeiten möglicher Energieverteilungen in einem materiellen System a priori zu bestimmen, obwohl wir in Wirklichkeit nichts über die Bedingungen

wissen, die ihr Vorkommen tatsächlich bedingen. Wenn wir zur Berechnung der Entropie des Systems kommen, so taucht dieselbe Schwierigkeit wieder auf. Um die vorstehende Erörterung zu schließen, wollen wir nach dem Vorgange von Boltzmann und von Planck für die Entropie des Systems

$$\mathfrak{S} = k \log \mathfrak{U} + \text{const} \tag{1}$$

schreiben, wo k die bekannte universelle Konstante ist. Wenn wir das tun, müssen wir uns aber beständig gegenwärtig halten, daß die Ergebnisse, zu denen wir gelangen werden, den Beschränkungen und Vorbehalten unterliegen, die der Anwendung der statistischen Methode anhaften.

Es dürfte sich empfehlen, vorsichtshalber zu bemerken, daß die additive Konstante in der vorstehenden Gleichung (1) als unabhängig von der Energie E des Systems anzusehen ist.

§ 14. Nehmen wir nach **§ 5**

$$\mathfrak{U} = \frac{N!}{\prod\limits_{i=0}^{i=p} N_i!} \tag{1}$$

an, und machen wir von der Stirlingschen Näherungsformel Gebrauch, so erhalten wir aus den Gleichungen (1) des **§ 13** und (I) des **§ 1** die Gleichung

$$\mathfrak{S} = k \left\{ N \log N - \sum_{i=0}^{i=p} N_i \log N_i \right\} + \text{const.} \tag{2}$$

Obschon sie p enthält, braucht die additive Konstante deswegen nicht notwendig von n abhängig zu sein.

Im Hinblick auf Gleichung (III) in **§ 5**, wie auf die Gleichungen (I) und (II) in **§ 1**, können wir das vorstehende Ergebnis in der Form

$$\mathfrak{S} = k \{ N \log N - N \log N_0 - n \log x \} + \text{const} \tag{3}$$

schreiben.

§ 15. Wie oben erwähnt, sind hier besonders zwei Grenzfälle bemerkenswert. Zunächst nehmen wir an, daß Q ein sehr kleiner Bruch, beträchtlich kleiner als eins ist; bekanntlich fallen die Probleme, die in der Theorie der Strahlung vorkommen, hauptsächlich in diese Kategorie.

Aus den **§§ 10** und **11** geht hervor, daß, wenn Q sehr klein ist, folgende Beziehungen angenähert erfüllt sind:

$$x = \frac{Q}{1+Q} \quad \text{und} \quad N_0 = \frac{N}{1+Q} \tag{1}$$

Durch Anwendung dieser Beziehungen auf die Gleichung (3) des **§ 14** erhalten wir

$$\mathfrak{S} = kN \{ (1+Q) \log (1+Q) - Q \log Q \} + \text{const}, \tag{2}$$

oder, was hiermit gleichbedeutend ist,

$$\mathfrak{S} = kN \{ (n+N) \log (n+N) - n \log n - N \log N \} + \text{const.} \tag{3}$$

Bezeichnen wir mit T die Temperatur, die im endgültigen Gleichgewichtszustande in allen Teilen des Systems dieselbe ist, so haben wir

$$\frac{\partial \mathfrak{S}}{\partial n} = \frac{e}{T}; \tag{4}$$

somit leiten wir aus Gleichung (3) die Gleichung

$$Q = \frac{n}{N} = \frac{E}{Ne} = \frac{1}{\varepsilon^{e/kT} - 1} \tag{5}$$

ab, die ohne weiteres auf die Plancksche Strahlungsformel führt.

Wenn jedoch Q sehr klein ist, so geht aus **§ 11** hervor, daß der wahre Wert von x, mit dem wir es hier zu tun haben, zwischen $\frac{Q}{1+Q}$ und Q liegt; wie wir sehen, haben wir also, um die Plancksche Gleichung (5) zu erhalten, für x seinen unteren Grenzwert annehmen müssen.

Wenn wir jetzt

$$x = Q \quad \text{und} \quad N_0 = N(1-Q) \tag{6}$$

annehmen, so finden wir auf demselben Wege wie zuvor:

$$Q \varepsilon^{-Q} = \varepsilon^{-e/kT}. \tag{7}$$

Wenn wir die Plancksche Formel in der Form

$$Q(1+Q)^{-1} = \varepsilon^{-e/kT} \tag{8}$$

schreiben, so bemerken wir bei einer Vergleichung, daß es infolge des angenommenen kleinen Wertes von Q nahezu auf dasselbe hinauskommt, ob wir Gleichung (7) oder Gleichung (8) postulieren.

§ 16. Ein ebenso wichtiger Fall ist der, daß wir Q als eine sehr große Zahl annehmen können. Diese Bedingung ist beispielsweise in der Gastheorie erfüllt. In diesem Falle bleiben die Näherungsgleichungen

$$x = \frac{Q}{1+Q} \quad \text{und} \quad N_0 = \frac{N}{1+Q} \tag{1}$$

gültig, und daher gilt die Gleichung

$$\mathfrak{S} = k \{ (n+N) \log (n+N) - n \log n - N \log N \} + \text{const} \tag{2}$$

ebenfalls. Jetzt haben wir aber, wenn Q eine große Zahl ist, als erste Annäherung:

$$\frac{Q}{1+Q} = \frac{n}{n+N} = 1 - \frac{1}{Q} = \varepsilon^{-1/Q}, \tag{3}$$

und folglich

$$n \log (n+N) - n \log n = N. \tag{4}$$

Somit werden diese Glieder auf der rechten Seite der Gleichung (2) von n unabhängig werden. Wir können annehmen, daß alle Glieder der Gleichung (2), die ausschließlich von N abhängen, in die unwesentliche additive Konstante eingeschlossen sind, mit welcher der Wert $\mathfrak{S}$ behaftet ist. Dann ist bis zu dem Annäherungsgrade, den wir erreicht haben,

$$\mathfrak{S} = kN \log n + \text{const.} \tag{5}$$

Mit Hilfe der Gleichung (4) des **§ 15** erhalten wir somit die Gleichung

$$\left.\begin{aligned} Q = \frac{n}{N} = \frac{kT}{e} \\ \text{oder} \\ \frac{E}{N} = kT, \end{aligned}\right\} \tag{6}$$

aus welcher ohne weiteres die gleichmäßige Verteilung der Energie (*equipartition of energy*) folgt.

Angesichts der vorstehenden Betrachtungen erscheint die Frage natürlich, ob bei großem Q die Formel (III) des **§ 5** das Aussehen eines Maxwellschen Verteilungsgesetzes annimmt. Vereinigen wir die Gleichungen (1) und (3) mit der Gleichung (6), so erhalten wir

$$x = \varepsilon^{-e/kT}, \tag{7}$$

so daß die Formel (III) in die Formel

$$N_i = N_0\, \varepsilon^{-ie/kT}, \tag{8}$$

also in

$$N_i = \frac{Ne}{kT} \varepsilon^{-ie/kT} \tag{9}$$

übergeht. Die hier angedeutete Verwandtschaft hat anscheinend schon H. A. Lorentz bemerkt[1]).

Im ersteren Falle, wenn also Q klein ist, lehren die Gleichungen (1) und (8) des **§ 15**, daß Gleichung (7) ihre Gültigkeit behält. Es folgt somit, daß in diesem Falle die Formel (III) in **§ 5** als

$$N_i = N(1 - \varepsilon^{-e/kT})\, \varepsilon^{-ie/kT} \tag{10}$$

geschrieben werden kann. Die Gleichungen (9) und (10) lassen sich sehr zweckmäßig in der Form des Satzes

$$N_i = \frac{Ne}{e + \frac{E}{N}} \varepsilon^{-ie/kT} \tag{11}$$

ausdrücken. In der Gastheorie kann e im Nenner und in der Theorie der Strahlung $\frac{E}{N}$ im allgemeinen vernachlässigt werden.

1) H. A. Lorentz, diese Zeitschr. 11, 1255, 1910. (Nach Bulletin de l'Académie des Sciences de Cracovie (A), 134—148, 1911, aus dem Englischen übersetzt von Max Iklé.)

(Eingegangen 29. April 1911.)

Ionenbeweglichkeit in Gasen. II[1]).

Von Max Reinganum.

3. Korrektionsgrößen der Theorie und Anwendung auf fremde Ionen in Gasen.

Für unser Ausgangsproblem, das Verhalten fremder Ionen in Gasen, ist es nun wichtig, wie man der Abweichung der reinen Gase von den Gleichungen (11) und (12) Rechnung tragen will.

An der algebraischen Form des Zusatzgliedes $\frac{A}{10^B}$ in (12) wird man zunächst nichts ändern wollen, sondern versuchen, durch für die einzelnen Gase charakteristischen Korrektionsfaktoren, welche an A oder B oder an beiden Größen anzubringen sind, Übereinstimmung mit der Erfahrung zu erzielen.

Ein Blick auf die Kolonnen 6 und 9 der 1. Tabelle zeigt nun, daß man mit alleiniger Abänderung von B nicht Übereinstimmung mit der Erfahrung erreichen kann. Denn läßt man B durch einen geeigneten Faktor praktisch selbst Null werden, so erreicht $\frac{A}{10^B}$ außer bei Chlorbenzol immer noch nicht den experimentellen Wert der Spalte 9.

Läßt man dagegen der Größe B ihren theoretischen Wert und versieht A mit einem Faktor, den wir mit Z bezeichnen wollen, so läßt sich natürlich Übereinstimmung erzielen. Die Korrektionsfaktoren Z, welche einfach das Verhältnis der Spalte 9 zur Spalte 8 sind, stehen in der 12. Kolonne.

Diese Art der Korrektion hat folgenden Nachteil. Das Produkt $A \cdot B$ muß nach Gleichung (5)

$$A \cdot B = 1{,}485 \cdot 0{,}5253 = 0{,}7801$$

sein, wenn die Grundlage der Gleichungen, das Anziehungsgesetz nach der reziproken 5. Potenz der Entfernung, erhalten bleiben soll. Es sind daher in Kolonne 10 diejenigen Korrektionsfaktoren C berechnet, mit denen gleichzeitig A zu multiplizieren und B zu dividieren ist, damit Übereinstimmung mit der Erfahrung erzielt wird. Diese Korrektionen sind kleiner als die der 12. Spalte, zeigen aber denselben charakteristischen Gang von tiefsiedenden zu hochsiedenden Substanzen, der namentlich bei nicht zu hoher kritischer Temperatur ausgesprochen ist. Drückt man dieselbe Korrektion so aus, daß man in Gleichung (11) zu $K_o - 1$ ein Korrektionsglied Γ addiert, so erhält man die Größen der 11. Spalte. Sie geben, mit Reihe 5 derselben Tabelle verglichen, ein Maß dafür, wie weit die Dielektrizitätskonstante (immer unter Beibehaltung der Langevinschen Vorstellung der Moleküle als dielektrische Kugeln) nicht ausreicht,

1) I: Diese Zeitschr. 12, 575, 1911.

um die Kraftwirkung zwischen Ion und Molekül zu erklären.

Was nun den Fall fremder Ionen in Gasen anbetrifft, so sind jedenfalls auch dann Korrektionsfaktoren an der Theorie anzubringen. Solange aber der innere Grund der Faktoren dahingestellt bleibt, läßt sich nicht von vornherein sagen, ob der Korrektionsfaktor der neutralen Gasart oder der die Ionen liefernden Gasart, oder ein Mittelwert zu nehmen ist. Wir werden aus den Ionenbeweglichkeiten fremder Ionen in Gasen sehen, daß bei Wahl von Korrektionsart C ein Mittelwert der Korrektionsfaktoren beider Gasarten am besten den Beobachtungen entspricht. Es wäre aber zur weiteren Befestigung dieser Annahme von großem Interesse, wenn nicht nur die Beweglichkeit der Ionen schwerer Dämpfe in leichten Gasen, sondern auch umgekehrt diejenige der Ionen leichter Gase in den betreffenden schweren Dämpfen bekannt wäre. Dann müßte sich, wenn der Mittelwert einzusetzen ist, jedesmal dieselbe Korrektionskonstante ergeben.

Wir betrachten nunmehr das Beispiel von Wellisch: Beweglichkeit der positiven Methyljodidionen in Wasserstoff. Dieselbe beträgt 5,07 cm/sec, während diejenige der positiven Wasserstoffionen selbst 6,02 ist, so daß nur ein geringer Unterschied besteht. Das Verhältnis α der beiden ist $\alpha = \mathbf{0{,}84}$.

Für Methyljodidionen gegen Wasserstoff ist
$M_1 = 142 \qquad M = 2$
und

$$s^2 = \left[\frac{\sqrt{6{,}7} + \sqrt{12{,}6}}{2}\right]^2 \cdot 10^{16} = 9{,}42 \cdot 10^{-16}$$

nach Reihe 3 Tabelle 2. Die molekulare Anziehungskorrektion für Gleichung (11) wird für unsere Zwecke mit genügender Annäherung erhalten, wenn für T_c der geometrische Mittelwert der kritischen Temperatur von Wasserstoff und Methyljodid eingesetzt wird. Also $T_c = 136$.

Was den Korrektionsfaktor C anbetrifft, so ist derselbe allerdings für Methyljodidionen in Methyljodid nicht bekannt. Wir werden aber nicht sehr fehl gehen, wenn wir ihn gleich dem Mittelwert für die vier eigentlichen Dämpfe der Tabellen nehmen, also gleich 1,55 setzen. Da derselbe ziemlich verschieden von demjenigen 3,0 des Wasserstoffs ist, so nehmen wir für Methyljodid in Wasserstoff das geometrische Mittel und erhalten

$$C = 2{,}2.$$

Für Wasserstoffionen in Wasserstoff ist

$$M_1 = M = 2$$

zu wählen, die anderen nötigen Daten sind in den Tabellen enthalten. Für das Verhältnis α der Ionenbeweglichkeiten ergibt sich somit, wenn man in Gleichung (11) zu dem Fall zurückgeht, daß M für Methyljodidionen und M_1 verschieden sind:

$$\alpha = \mathbf{0{,}951}.$$

Somit folgt aus der Theorie das Resultat, daß die Ionenbeweglichkeit schwerer Ionen in leichten Gasen ungefähr gleich der Beweglichkeit der Ionen des leichten Gases selbst ist. In unserem Falle haben wir sogar eine größere Ionenbeweglichkeit als die experimentelle erhalten, was durch die in den Mittelbildungen liegenden ungenauen Annahmen sich hinreichend erklärt. Die Theorie fußt, wie nochmals betont sei, allein auf den Erfahrungen in reinen Gasen.

Unser Resultat kommt durch zwei Ursachen zustande: Erstens durch den schon Seite 577 erwähnten, rein theoretischen Umstand, daß der in B enthaltene Faktor s^2 sich erhöht, wenn ein umfangreiches Ion an Stelle eines kleinen Ions tritt, und zweitens durch den empirisch nahegelegten Umstand, daß sich allgemein der Korrektionsfaktor C erniedrigt, wenn schwerere Ionen an Stelle von leichteren Ionen treten.

Wählt man die Korrektionsmethode, welche auf die Zahlen Z führt, so macht sich die Volumvergrößerung des Ions noch mehr geltend, da B durch keine Korrektionszahl dividiert wird. Dann muß man aber Z den Wert lassen, der durch die Moleküle des Mediums gegeben ist, auch bei Gegenwart fremder Ionen, da sonst die Ionenbeweglichkeit der schweren Ionen in leichten Gasen bedeutend zu groß wird. Denn auch schon bei Konstanz von Z berechnet sich für unser Beispiel $\alpha = 1{,}04$ statt 0,84. Man ist also vom Standpunkt der Theorie aus eher verlegen, daß die Beweglichkeit der schweren Ionen in leichten Gasen nicht noch größer ist als sich empirisch ergibt, wie umgekehrt.

4. Temperaturkoeffizient der Ionenbeweglichkeit. Die Formel von Sutherland.

Der Temperaturkoeffizient der Beweglichkeit ist bisher in größerem Umfang nur an Luftionen, und zwar von Phillips[1]), gemessen worden. Es stellte sich in weitem Gebiet, und zwar zwischen 209° und 411° abs., recht genaue Proportionalität von $k+$ mit der absoluten Temperatur T heraus. Es fragt sich, ob wir auch hieraus Schlüsse auf die Konstitution der Ionen und ihre Kräfte ziehen können, und wieweit diese im Einklang mit der oben entwickelten Theorie stehen.

Phillips selbst betrachtete die Größe, die

1) P. Phillips, Ionic velocities in air at different temperatures. Proc. Roy. Soc. London, A. 78, p. 167—191, 1907.

wir S^2 nannten, als den wirklichen Querschnitt des Ions, welches demnach komplex sein mußte. Allerdings legte er nicht den Ansatz (2), sondern die ungenauere Gleichung (1) zugrunde.

Nun würde nach Gleichung (10) k proportional $\sqrt{T}$ steigen, wenn der Ionenquerschnitt S^2 (die geschweifte Klammer) unabhängig von der Temperatur wäre. Folglich findet Phillips wegen der empirisch festgestellten Proportionalität von k mit der absoluten Temperatur, daß S^2 proportional der Wurzel aus der absoluten Temperatur abnimmt, woraus er die Änderung des Polymerisationsgrades x^3 des Ions mit der Temperatur herleitet. Nun hängt aber x^3 nicht von der Dichte, sondern nach Philipps nur von der Temperatur des Gases ab. Es ist dieses Verhalten aber thermodynamisch recht unwahrscheinlich und daher die Berechnung wohl nicht aufrecht zu erhalten.

Kehren wir daher zu unserer Auffassung der Gleichung (10) zurück und vernachlässigen s^2 bzw. genauer $s^2 e^{\frac{c}{T}}$ neben dem zweiten Glied, da es uns mehr auf die Größenordnung ankommt, und berücksichtigen wir ferner, daß bei konstantem Druck mit hinreichender Annäherung

$$\sqrt{K-1} \text{ prop. } \frac{1}{\sqrt{T}},$$

so ergibt sich, daß

$$k \text{ prop. } T \cdot 10^{\frac{96{,}1 \sqrt{p s^2} \sqrt{T}}{e \sqrt{K_0 - 1} \cdot \sqrt{273}}}.$$

Wenn der Exponent wenig veränderlich ist, so wird k in der Tat proportional der absoluten Temperatur, andernfalls steigt es etwas rascher.

Die Größe des Exponenten und damit sein Einfluß hängt nun davon ab, ob wir die Korrektionskonstante Z oder C einführen. Bei der ersteren hat 10^B bei 288° abs. seinen theoretischen Wert 1,56 (Stickstoff) und verändert sich von 209° bis 411° abs. von 1,48 bis 1,73, d. h. über die Proportionalität von k mit der absoluten Temperatur lagert sich eine Zunahme um 16 Proz. Benutzung der zweiten Methode, bei der B noch durch 2,4 dividiert wird, gibt im selben Temperaturintervall eine Zunahme der Exponentialgröße von 1,17 bis 1,25, also nur um 6,5 Proz. Dies dürfte ganz innerhalb der Genauigkeit der Beobachtungen von Phillips sowie seines Temperaturgesetzes liegen. Somit legt der Temperaturkoeffizient der Ionenbeweglichkeit nahe, die Korrektionskonstante C vorzuziehen, bei welcher auch die Grundlage der Gleichungen, das Anziehungsgesetz nach der umgekehrten 5. Potenz der Entfernung, erhalten bleibt.

Jedenfalls wäre es von Wert, wenn der Temperaturkoeffizient noch an mehr Gasen und Dämpfen gemessen würde.

An die Temperaturabhängigkeit knüpft ferner eine Abhandlung von Sutherland[1]) an, die sich mit der von uns vertretenen Auffassung teilweise berührt. Sutherland geht von der Stefanschen Diffusionsgleichung aus, die sich von dem Langevinschen Ansatz (wenn man diesen auf rein elastische Kugeln spezialisiert) nicht unterscheidet. Der Wert von S^2 würde daher auch derselbe wie hier, soweit Sutherland normale Molekulargröße der Ionen annimmt. (Zum Teil nimmt er nur die Größe elektrolytischer Ionen an, so bei Wasserstoff.) Aus der Temperaturabhängigkeit nach Phillips leitet Sutherland nach seiner bekannten in der Gastheorie benutzten Methode die Temperaturkorrektion $1 + \frac{C}{T}$ ab, er versucht also S^2 durch $s^2\left(1 + \frac{C}{T}\right)$ darzustellen, worin C die reine Molekularanziehung und die Ionenanziehung zugleich mißt. Da aber die Ionenbeweglichkeit nur proportional T ansteigt, so sieht man sofort, daß C keinen erheblich größeren Wert haben kann, als er bei gewöhnlichen Molekularkräften vorkommt. Daher erreicht $s^2\left(1 + \frac{C}{T}\right)$ lange nicht den Wert S^2, den die Ionenbeweglichkeiten nötig machen. Darum multipliziert Sutherland die rechte Seite der Gleichung für die Ionenbeweglichkeit noch mit dem für alle Gase gleichen Faktor 8,6. Derselbe wird als eine dielektrische Reibung der Ionen, herrührend von einer dielektrischen Starrheit des Mediums, gedeutet. Diese Art der Berücksichtigung der Dielektrizitätskonstante dürfte jedoch etwas künstlich sein. Jedenfalls scheint die hier benutzte Methode, die Wirkung des Dielektrikums auf die Ionen zu berücksichtigen, wohl vorzuziehen zu sein, wenn sie auch zunächst Korrektionskonstanten nötig macht.

5. Betrachtungen über die Korrektionsgrößen.

Die Korrektionskonstanten C, Z bzw. Γ kann man in verschiedener Weise zu deuten versuchen, ohne eigentliche assoziierte Ionen anzunehmen.

Bleiben wir zunächst möglichst auf dem Boden der Langevinschen Theorie, so können die Abweichungen von derselben darin gesucht werden, daß Ion oder Molekül oder beide von der Kugelform sich entfernen, und außerdem darin, daß beim Ion die Ladung nicht in dessen Mitte anzunehmen ist. Diese Abweichungen lassen sich bei den viel größeren Kräften im

1) W. Sutherland, Phil. Mag. [6] 18, 341, 1909.

Gegensatz zur kinetischen Gastheorie nicht mehr vernachlässigen. Bei einem einwertigen positiven Ion eines zweiatomigen Gases ist es in der Tat schwer vorzustellen, daß die Ladung sich im Zentrum befinden soll. Vielmehr wird sie nur mit dem Einen der Atome verbunden sein. Daher ist bei Berechnung des kleinsten möglichen Abstandes s der Ionenladung von Molekülzentrum nicht der Durchmesser des zweiatomigen Ions, sondern nur der des Wasserstoffs einzusetzen. Infolge der Gesetze der statistischen Mechanik müssen die kleinstmöglichen Entfernungen von Ionenladung und Molekül bei Vorübergängen oder Stößen vorherrschen, da ihnen die kleinere potentielle Energie entspricht. Auch in bezug auf das neutrale zweiatomige Molekül können wir eine ähnliche Betrachtung anstellen. Denken wir uns dieses etwa aus zwei aneinander festhaftenden Atomkugeln bestehend, so sind Berührungen des Moleküls mit dem Ion möglich, bei welcher beide Atomkugeln gleichzeitig an dem positiven Atom des Ions anliegen. Die mögliche Abnahme der potentiellen Energie ist also viel größer, als aus unserer schematischen Darstellung folgte.

Es ist nun ohne weiteres einleuchtend, daß sich die Unsymmetrien gerade bei den einfachsten Ionen und Molekülen am meisten geltend machen werden, während bei einem komplizierteren Aufbau derselben die Bedingungen der Theorie im allgemeinen besser erfüllt sein werden, zumal wegen größeren Abstandes der Zentren die Kräfte kleiner sind.

Daß man auch bei einatomigen Gasen Unsymmetrien im dielektrischen Verhalten erwarten kann, selbst wenn man Kugelform für diese Moleküle annehmen würde, wird am besten klar, wenn man die Dielektrizität nach den optischen Elektronentheorien der Dispersion erklärt. Formell kommt man, wie wir sehen werden, wieder zum Kraftgesetz von Langevin. Die Möglichkeit zu Abweichungen liegt dann darin, daß die am Molekül beweglichen Massen nicht im Mittelpunkt desselben zu liegen brauchen. Auch gibt diese Auffassung einen Anhalt zur Erklärung der verschiedenen Beweglichkeit positiver und negativer Ionen. Was das Ion anbetrifft, so wird es nämlich für den Sitz der Ladung einen Unterschied machen, ob sie von einem fehlenden oder einem überschüssigen negativen Elektron herrührt. Ebenso kann es einen Unterschied für die Lage des elektrischen Schwerpunkts eines neutralen Moleküls ergeben, ob seine negativen Elektronen vom Ion angezogen oder abgestoßen werden. Bei gleicher Lage der Massenschwerpunkte muß in letzterem Falle die Wechselwirkung etwas geringer sein. Je größer die resultierende gegenseitige Kraft ist, um so größer ist μ in Gleichung (6) und um so geringer die Ionenbeweglichkeit.

Wir leiten nunmehr die Wechselwirkung aus der Dispersionstheorie ab. Es mögen in der Volumeinheit eines Gases n Moleküle sich befinden, auf jedem seien p schwingungsfähige elektrisch geladene Massenpaare. Werden letztere um die Entfernung l voneinander getrennt, so soll eine rücktreibende Kraft $-f \cdot l$ auftreten, wo f der Proportionalitätsfaktor der harmonischen Kraft ist. Die Ladungen der einzelnen schwingenden Massen seien $\pm e$, also ebenso groß, wie die Ionenladungen. Wir nehmen f für alle schwingenden Teile der Einfachheit halber als gleich groß an, ferner sollen sich alle p schwingungsfähigen Massenpaare im Mittelpunkt des Moleküls befinden. Die Elongationen l sollen immer klein gegen den Molekülradius a bleiben. Nähert sich ein Ion dem Molekül auf den Abstand r, so tritt die trennende Kraft

$$\frac{e^2}{r^2} = fl \qquad (14)$$

auf. Es entsteht daher eine Anziehungskraft zwischen Ion und Molekül wie zwischen einem kurzen Magneten vom Moment pel und einem in seiner Achsenrichtung liegenden Magnetpol der Stärke e, d. h. von der Größe

$$-\frac{2pe^2l}{r^3},$$

was sich wegen (14)

$$-\frac{2pe^4}{fr^5}$$

schreiben läßt. Die Kraft ist daher wie bei Langevin wieder umgekehrt der 5. Potenz der Entfernung proportional. Die entsprechende potentielle Energie ist:

$$R' = -\frac{pe^4}{2fr^4}.$$

Wir ersetzen hierin f nach der Gleichung der Dispersionstheorie für die Dielektrizitätskonstante[1])

$$K - 1 = \frac{4\pi e^2 pn}{f}$$

und erhalten

$$R' = -\frac{(K-1)\,l^2}{8\pi n r^4}.$$

Damit haben wir das erste Glied der Reihe (9) von Langevin wieder gewonnen. Höhere Glieder würde man noch erhalten, wenn l nicht mehr als klein gegen r betrachtet wird.

Befinden sich nun die schwingenden Ladungen nicht im Mittelpunkt des Moleküls, so wird der kleinste Abstand zwischen Bipol und Ionenladung kleiner als ihre Radiensumme und daher wird μ

1) S. z. B. Drude, Lehrbuch der Optik, 1. Aufl., S. 353 und 356, Leipzig 1900.

in Gleichung (4) und (6) vergrößert. Dagegen bleibt der Wert von s^2 vor der Klammer in (6) bestehen. Denn zu diesem Wert konvergiert der Querschnitt, wenn die Kräfte verschwinden.

Aus unserer Überlegung folgt nicht die sich aus den Tabellen ergebende Tatsache, daß die Größe der Korrektionskonstanten noch deutlicher mit der Höhe der kritischen Temperatur als mit der Atomzahl des Moleküls parallel geht.

6. Wirkung fester elektrischer Momentenpaare auf den Molekülen.

Es ist nun weiter möglich, daß auf den Molekülen auch bei Abwesenheit äußerer Kräfte dauernd elektrische Momente infolge auf ihnen befindlicher räumlich getrennter Elementarladungen vorhanden sind. Auf solche Ladungen hat der Verfasser wohl zum ersten Male die die Molekularkräfte zurückgeführt[1]). Man kann sich vielleicht auch vorstellen, daß dieses die Anfangsmomente der Dispersionstheorie sind, welche durch äußere elektrische Kräfte nur noch vergrößert werden.

Nun sind Gründe vorhanden, daß starr mit den Molekülen verbundene elektrische Momente zur Dielektrizitätskonstante nichts beitragen, da z. B. mit der Drehung der Moleküle infolge der Momente keine Anhäufung potentieller Energie verknüpft ist. Dann müssen Kräfte zwischen den Ionen und den Molekülen infolge der Momente der letzteren bei den Vorübergängen auftreten, die nicht aus der Dielektrizitätskonstante zu berechnen sind. Bewährt sich also die Annahme, daß die festen Momente sich nicht in der Dielektrizitätskonstante eines Mediums bemerkbar machen, aber trotzdem vorhanden sind, so muß die Wirkung zwischen Ion und Molekül größer sein, als sich aus der Dielektrizitätskonstante berechnet. Und zwar treten gerade noch diejenigen Kräfte hinzu, die Sutherland (l. c.) noch in seine Konstante C einzubeziehen versucht hat.

Für das Potential der Molekularkräfte im Augenblick des Stoßes fand ich (mit anderer Bezeichnung) früher[2])

$$\frac{2\,l^2 e^2}{s^3} = \frac{c' R}{N},$$

wo N die Zahl der Moleküle im Grammolekül ist. Dabei war der Einfachheit halber vorausgesetzt, daß jedes Molekül nur einen Bipol in seinem Mittelpunkt enthält und die Bipole verschiedener Moleküle ihre Achsen völlig einander zudrehen. l bedeutet jetzt die feste Länge der Bipole.

1) Diese Zeitschr., l. c., 1901. — Molekularkräfte und elektrische Ladungen. Ann. d. Phys. **10**, 334—353, 1903.
2) Ann. d. Phys. **10**, l. c., Gleichung (14).

Das entsprechende Potential von Ion und Molekül ist, wie eine leichte Rechnung zeigt:

$$\frac{e^2 l}{s^2}$$

oder das $\frac{s}{2\,l}$ fache der (negativen) potentiellen Energie der gewöhnlichen Molekularkräfte. Da sich früher (l. c.) fand, daß die Länge der Bipole der 20. bis 30. Teil der Molekulardurchmesser ist, so ist also das Potential der entsprechenden Ionenkräfte das 10- bis 15fache der gewöhnlichen Molekularkräfte. Die Länge der konstanten Bipole ist merkwürdigerweise von derselben Größenordnung, wie diejenige der nach der Gleichung (14) durch das Ion erregten Bipole im Moment des Stoßes, wie eine numerische Rechnung ergibt.

Machen sich nun die festen Bipole, was wohl möglich ist, bei den einfachsten Gasen im Verhältnis zu den erregten Momenten mehr bemerkbar wie bei den komplizierteren Gasen, so hat man wieder eine Erklärung für die Korrektionskonstanten C, Z bezw. Γ und ihre Abhängigkeit von der Gasart. Gleichzeitig sind die Korrektionen in Beziehung zu den Molekularkräften gerückt, so daß Aussicht besteht, den empirischen Zusammenhang mit der Höhe der kritischen Temperatur zu erklären.

Bei der geschilderten Theorie der Molekularkräfte hatte ich von der Anwendung der statistischen Mechanik auf die Lage der Bipole abgesehen, was vielleicht deshalb gerechtfertigt ist, da Rotationen um innen ausgezeichnete Achsen des Moleküls sich, den spezifischen Wärmen nach zu urteilen, tatsächlich nicht oder unvollkommen ins Wärmegleichgewicht zu setzen scheinen.

Herr v. d. Waals jr. hat nun in zwei interessanten Abhandlungen meine Vorstellung nach den Prinzipien der statistischen Mechanik durchgeführt[1]). Auf die Notwendigkeit einer solchen Behandlung hatte ich schon früher hingewiesen[2]). Auf ganz analoge Weise wollen wir das mittlere Kraftgesetz zwischen Ion und Molekül bestimmen. Diese Aufgabe hat vor der ersteren den Vorzug, daß ihre Lösung auch für im Raume starr festgehaltene, also nicht rotierende Bipole erhalten bleibt.

Wir legen die x-Achse in die Achse des Bipols und den Nullpunkt in die Mitte desselben. Der Radiusvektor zum Ion sei r und der Winkel

1) J. D. v. d. Waals jr., On the law of molecular attraction for electrical double points. Proc. der Amsterd. Ak., S. 132—138, 1908, und Nachschrift: Versl. d. Amsterd. Ak., S. 391—393, 1908. Dem Verfasser scheint jedoch, daß der Ansatz für das Potential zweier Bipole noch einer Verbesserung fähig ist.
2) M. Reinganum, Über die molekulare Anziehung in schwach komprimierten Gasen. Arch. Néerl., Jubelband für H. A. Lorentz, S. 574—582, Schluß, 1900.

von r mit der positiven x-Richtung sei ϑ. Die potentielle Energie des Ions ist dann

$$\chi = \frac{-e^2 l x}{r^3} = \frac{-e^2 l \cos\vartheta}{r^2}.$$

Unter $2h$ verstehen wir die der absoluten Temperatur umgekehrt proportionale Boltzmannsche Konstante. Die Wahrscheinlichkeit, daß sich das Ion im Abstand r bis $r+dr$ vom Nullpunkt des Koordinatensystems befindet, ferner der Winkel mit der x-Achse zwischen ϑ und $\vartheta + d\vartheta$ liegt, ist dann

$$2\pi r^2 \sin\vartheta\, e^{\frac{2he^2 l\cos\vartheta}{r^2}}\, dr\, d\vartheta.$$

Die mittlere potentielle Energie R'' für einen beliebigen Winkel ϑ und einen Abstand r bis $r+dr$ wird

$$R'' = \frac{e^2 l}{r^2} \frac{\int_0^\pi \sin\vartheta\cos\vartheta\, e^{\frac{2e^2 l\cos\vartheta h}{r^2}}\, d\vartheta}{\int_0^\pi \sin\vartheta\, d\vartheta\, e^{\frac{2e^2 l\cos\vartheta h}{r^2}}}.$$

Einführung neuer Variablen ergibt

$$R'' = \frac{1}{2h} \frac{\int_{-\frac{2he^2l}{r^2}}^{+\frac{2he^2l}{r^2}} x e^x dx}{\int_{-\frac{2he^2l}{r^2}}^{+\frac{2he^2l}{r^2}} e^x dx}.$$

Schreibt man zur Abkürzung

$$q = \frac{2he^2 l}{r^2},$$

so folgt

$$R'' = \frac{1}{2h}\left(\frac{q(e^q + e^{-q})}{e^q - e^{-q}} - 1\right)$$

oder mit der Bezeichnung des hyperbolischen Tangens

$$R'' = \frac{1}{2h}\left(\frac{q}{\operatorname{tgh} q} - 1\right).$$

Diese Gleichung erinnert in der Form an die von Langevin für den Paramagnetismus gegebene, die ja nach gleichen Prinzipien abgeleitet ist.

Ist q klein, d. h. die Temperatur genügend hoch, so folgt unter Beibehaltung nur des ersten Gliedes der Entwicklung der Exponenten

$$R'' = \frac{q^2}{2h} = \frac{2hl^2e^4}{r^4}.$$

Es folgt also wieder Anziehung nach der reziproken 5. Potenz der Entfernung, jedoch Abnahme umgekehrt proportional der absoluten Temperatur.

Wir können also die Kräfte der festen Bipole mit Annäherung in die Potentialkonstante F der Gleichung (8) einbeziehen, d. h. unsere Gleichungen formell beibehalten. Es entspricht dies der Einführung der Korrektionskonstante C.

Schluß.

Es wurde gezeigt, daß die große Beweglichkeit schwerer Ionen in leichten Gasen keine theoretische Unmöglichkeit ist und mit den Erfahrungen an schweren und leichten Ionen reiner Gase im Einklang steht; ferner, daß die dielektrische Theorie der Ionenwirkung noch einer Ergänzung bedarf, wofür Hinweise gegeben wurden.

Übrigens hindert nichts, die gefundene scheinbare Vergrößerung der gastheoretischen Querschnitte s^2 auf den beträchtlich größeren Wert S^2 als „Clusterbildung" zu bezeichnen, denn die wirkenden Kräfte sind ja notwendig mit Verdichtungen um das Ion verknüpft[1]). Nur würde nach unserer Auffassung der Molekülschwarm um das Ion herum dauernd seine Zusammensetzung verändern, während dies bei der mehr chemischen Auffassung der Clusterbildung nur langsam der Fall ist. Die Verschiedenheit der Erfahrungen an Dämpfen einerseits und Gasen andrerseits führte uns zur größeren Wahrscheinlichkeit der ersten, mehr physikalischen Auffassung der Clusterbildung.

1) l. c., Ann. d. Phys. **10**, Gleichung (7), 1903.

Freiburg i. Br., Physikalisches Institut der Universität.

(Eingegangen 2. Mai und 12. Juli 1911.)

Der Elektrizitätsübergang bei sehr kleinen Kontaktabständen.

Von Franz Rother.

Wenn man in üblicher Weise zwischen zwei Metalldrähten durch Aneinanderpressen mit einer Klemme oder zwischen Draht und Klemme, oder zwischen Stöpsel und Stöpselbacken elektrische Kontakte herstellt, so ist nach allem, was man weiß, kaum anzunehmen, daß an irgendeiner Stelle der Kontakt ein derartig inniger ist, daß sich nicht noch Luft zwischen den Kontakten befände. Da man kaum annehmen wird, daß sich die Luft an dem Leitungsvorgang beteiligt, so ist zu vermuten, daß der Transport der Elektrizität durch Elektronen von Metall zu Metall erfolgt, die den geringen Zwischenraum überspringen. Von diesem Standpunkt aus bietet eine Untersuchung, welche den zwischen

zwei gut definierten Metallflächen bei angelegter niederer Spannung eintretenden Strom als Funktion des einen möglichst kleinen Teil einer Lichtwelle betragenden Abstandes darzustellen versucht, großen Reiz. Auf dieser Betrachtung fußend, schlug mir Herr Professor Wiener Ende 1907 vor, eine solche Untersuchung in der Weise aufzunehmen, daß der Abstand der Kontakte durch eine Interferenzmethode bestimmt würde.

Die Untersuchungen, die bis jetzt über den Elektrizitätsdurchgang durch sehr kurze Trennungsstrecken angestellt wurden, laufen alle darauf hinaus, das an den Kontakten herrschende Potential zu bestimmen in dem Augenblick, wo eine Funkenentladung über die Trennungsstrecke einsetzt[1]). Eine notwendige Folge dieser, mit verhältnismäßig hohen Spannungen ausgeführten Versuche ist, daß die Kontakte bei jeder Entladung auf mehr oder weniger grobe Weise zerstört werden, so daß die Erscheinungen unter genau denselben Umständen nie reproduziert werden können. Es ist ferner unmöglich, Aufklärung zu erhalten darüber, welche Vorgänge sich beim Zustandekommen eines Kontaktes abspielen, ob ein Elektrizitätsübergang stattfindet, ohne daß eine Entladung infolge Lichtbogenbildung eintritt. Eine Methode zur Lösung der mir gestellten Aufgabe, die Vorgänge kurz vor dem Zustandekommen eines metallischen Kontaktes zu untersuchen, soll im folgenden näher ausgeführt werden.

Zunächst erschien es also als wünschenswert, mit möglichst geringen Spannungen zu arbeiten, um die störenden Einflüsse auf die Kontaktoberfläche auszuschalten; ferner war eine genaue Kenntnis von den einer metallischen Berührung vorhergehenden Erscheinungen nur dann zu erhoffen, falls es gelingen würde, Stromwerte, und nicht nur Entladungspotentiale, zu messen. Ein erster Versuch, bei dem zur Herstellung kleiner Kontaktabstände die magnetische Durchbiegung einer elastischen Metallplatte benutzt wurde, schlug fehl, da es selbst nachts nicht gelang, das Vibrieren der Platte zu beseitigen. Das Ziel wurde nach großem, durch diese Versuche bedingten Zeitverlust schließlich mittels eines Interferometers nach Michelsonscher Art erreicht. Die Anordnung der Optik und der Kontaktorgane ist aus Fig. 1 ersichtlich. Das eine Ende des Interferometerschlittenbettes trägt eine justierbare, plane Glasplatte, das andere den ersten Kontakt, starr befestigt. Auf dem Schlitten befinden sich eine zweite Glasplatte

1) Earhart, Phil. Mag. (6) 1, 147, 1901; Kinsley, Phil. Mag. (6), 9, 692, 1905; Hobbs, Phil. Mag. (6) 10, 617, 1905; Earhart, Phys. Rev. 23, 358, 1906; Hoffmann, diese Zeitschr. 11, 961, 1910.

und der andere Kontakt. (Die Kontakte sind durch schwarze Punkte angedeutet, die Glasplatten schraffiert.) Beide Glasplatten sind nach Fabry und Perot durchlässig versilbert. Auf dieses, Interferenzringe liefernde System wird durch einen in der Mitte des Schlittens angedeuteten Spiegel das Licht der grünen *Hg*-Linie ($\lambda = 546$) geworfen. Mit einem mit Okularmikrometer versehenen Fernrohr wird das im durchgehenden Licht entstehende Interferenzsystem beobachtet. Einem Durchgang von zwei Ringen durch das Fadenkreuz des Fernrohrs entspricht eine Schlittenverschiebung von 1 λ des zur Beobachtung benutzten *Hg*-Lichtes.

Als Kontakte dienten zuerst Iridiumspiegel, die durch Kathodenzerstäubung auf geschmolzenes Glas hergestellt waren. Letzteres bildet beim Erstarren wohl die glatteste Oberfläche, die es überhaupt gibt; mit geschmolzenen Metallen wurden nie so gute Resultate erzielt hinsichtlich einwandfreier Oberflächenbeschaffenheit. Das Iridium haftete von allen Metallen, mit denen Versuche angestellt wurden, am festesten an einer Glasoberfläche; wurden jedoch diese Kontakte zu wiederholter metallischer Berührung gebracht, so sprangen wohl infolge der großen Sprödigkeit kleine Partikelchen aus der Metalloberfläche heraus und reproduzierbare Messungen wurden dadurch zur Unmöglichkeit. Vollkommen geeignete Kontakte wurden schließlich dadurch erhalten, daß an die Enden von Metallstäbchen sphärische Flächen anpoliert wurden, und zwar ohne Benutzung eines Poliermittels, wie Pariser Rot, Zinnasche u. dergl. Die Flächen waren optisch einwandfrei. Die Stäbchen wurden in ein in einer Bernsteinplatte befindliches, metallisches Muttergewinde eingeschraubt. Die Platten waren starr an den Metallträgern befestigt (Fig. 1).

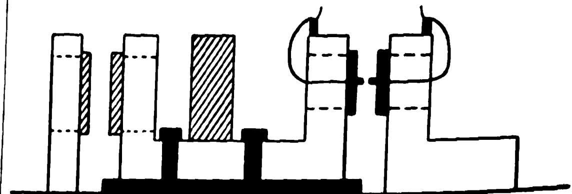


Fig. 1.

Das ganze Interferometer wurde in einen mit den nötigen Glasfenstern versehenen, aufklappbaren, gußeisernen Kasten gesetzt, der evakuiert werden konnte. Die Abdichtung erfolgte durch Gummistreifen und Quecksilber. Die nötigen elektrischen Zuleitungen erfolgten durch Bernsteinschliffe, die Feinbewegung des Schlittens geschah durch einen Stahlschliff.

In Fig. 2 ist der elektrische Teil der Anordnung dargestellt. Eine Stromquelle A ist durch einen Widerstand W (100000 Ω) geschlossen. Von diesem konnte eine beliebige Spannung abgezweigt werden; eine Leitung führte zum Kontakt K_1, eine zweite war geerdet. Von K_2 ging eine von geerdeter Hülle umgebene Leitung zu einem Quadrantenpaar eines Elektrometers E, nachdem sich herausgestellt hatte, daß die vorhandenen Galvanometer nicht die genügende Empfindlichkeit besaßen. Das andere Quadrantenpaar war geerdet, desgleichen ein Pol einer Akkumulatorenbatterie, deren zweiter an die Nadel des Elektrometers gelegt war. Endlich war noch der Eisenkasten mit dem darin befindlichen Interferometer geerdet. K_2 mit dem daran liegenden Quadrantenpaar konnte durch einen elektrostatisch geschützten Stromschlüssel auch noch

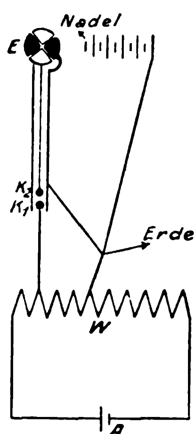


Fig. 2.

geerdet werden. Der Gang einer Messung war folgender: Nachdem die Kontakte sorgfältigst von Staub befreit waren, wurden sie eben zu metallischer Berührung gebracht; ein angelegtes kleines Potential rief sofort — d. h. der Schwingungsdauer der Nadel entsprechend — eine Aufladung des Elektrometers hervor. Diese Kontaktstellung wurde als Nullpunkt genommen, sofort kenntlich an dem sich gleichbleibenden Skalenausschlag in einer bestimmten Zeit bei gleichem, angelegten Potential. Wird nun ein kleiner Kontaktabstand hergestellt und an K_1 ein Potential gelegt, so erfolgt über die Trennungsstrecke hinweg eine allmähliche Aufladung des Elektrometers bis zu einem, dem angelegten Potential entsprechenden Höchstbetrag. Fig. 3 zeigt den ersten Teil einer Kurve, die eine derartige Aufladung veranschaulicht. Den höchsten Punkt erreicht die Kurve erst nach längerer Zeit, dann verläuft sie parallel zur

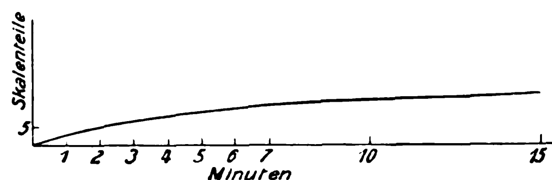


Fig. 3.

Abszissenachse. In Fig. 4 zeigen die Kurven den Entladungsvorgang in den ersten 10 Sekunden bei verschiedenen Kontaktabständen und Spannungen im Vakuum (1 mm Hg). Die Abszissen geben die angelegte Spannung, die Ordinaten den Spannungsanstieg nach 10 Sekunden. Der Abstand von 35 $\mu\mu$ war der kleinste, der hierbei einwandfrei erreicht werden konnte. Legte man bei 35 $\mu\mu$ ein höheres Potential als 1 Volt an, so stieg der Ausschlag rapid an, wie bei metallischer Berührung der Kontakte; das gleiche war bei 70 $\mu\mu$ der Fall, wenn man über

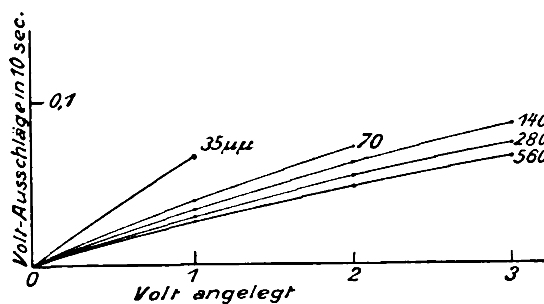


Fig. 4.

2 Volt hinausging. Es tritt unter diesen Bedingungen wohl eine Entladung in Form eines Funkens oder Lichtbogens auf. Fig. 5 stellt die Spannungsanstiege in den ersten 10 Sekunden als Funktion des Abstandes dar. Es zeigt sich, daß bei den Versuchen ein Abstand erreicht wurde (bei ca. 50 $\mu\mu$), bei dem der übergehende Strom stark zunimmt.

Die bei diesem Elektrizitätsübergang auftretenden Stromstärken liegen für 560 und 140 $\mu\mu$ zwischen $6{,}1 \times 10^{-14}$ und $1{,}9 \times 10^{-12}$ Amp., Werte, die vorläufig als Größenordnungen zu betrachten sind, da es noch nicht gelungen ist, die

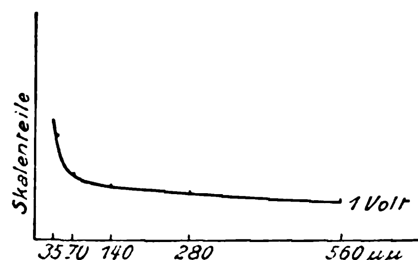


Fig. 5.

Kapazitäten der Kontaktorgane bei den verschiedenen, sehr kleinen Abständen mit absoluter Zuverlässigkeit zu bestimmen.

Die Form der zu diesen Versuchen benutzten Kontakte ist in Fig. 6 dargestellt. Der wahre

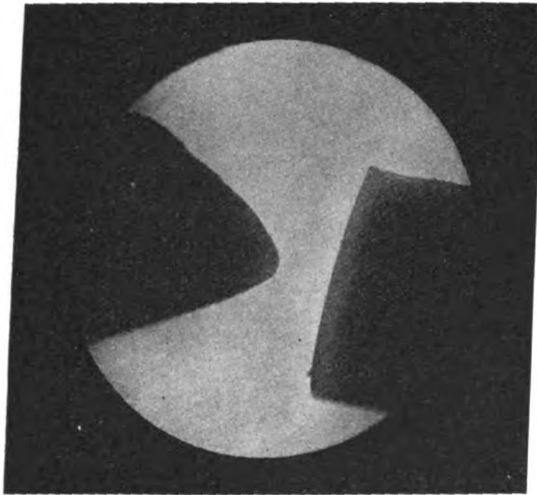


Fig. 6.

Durchmesser der benutzten zylindrischen Stäbchen aus Nickelstahl ist 1,45 mm.

Zu den vorliegenden Versuchen ist noch folgendes zu bemerken.

Die Erscheinungen erwiesen sich als vollkommen reproduzierbar, gleichviel, ob man von kleinen Abständen zu größeren überging oder umgekehrt. Sie sind also keinen Zufälligkeiten, wie Staubbildung usw. ausgesetzt. Ist Staub vorhanden, so kommt dies sofort durch grobe Unregelmäßigkeiten in den Kurven zum Ausdruck. Die Erscheinungen sind in Luft und im Vakuum bei kleinen Kontaktabständen die gleichen. Die Träger der Elektrizität sind hierbei offenbar nur die Metallelektronen; eine Ionisation durch Stoß kann bei diesen kleinen Abständen in Luft eben nicht eintreten. Nachdem die ersten Versuche in Luft wohlgelungen waren, wurde evakuiert, und die Erscheinung des Stromüberganges konnte nicht hervorgerufen werden; selbst durch Aneinanderpressen der Kontakte war die Elektrometernadel nicht mehr zu dem, dem angelegten Potential entsprechenden Ausschlag zu bringen. Es stellte sich schließlich heraus, daß das feine Schmieröl, welches sich in geringen Mengen am Interferometer befindet, beim Evakuieren verdampfte und eine dünne Schicht auf den Kontaktoberflächen bildete. Die sicher sehr langsamen Elektronen wurden dadurch am Austreten verhindert. Diese störende Erscheinung wurde für immer dadurch beseitigt, daß die Kontakte mit einem dichtschließenden Stanniolschutz umgeben wurden. Der dadurch gebildete kleine Hohlraum kommunizierte durch eine feine Öffnung mit dem Eisenkasten. Ein Schutz, bestehend aus einer dünnen Gummimembrane, war nicht zu gebrauchen, da der Gummi einen sehr feinen Staub abgab, der sich überall absetzte.

Eine Änderung des Kontaktabstandes, die optisch nicht als solche hätte erkannt werden können, wurde nie beobachtet, sofern nur die Kontakte genügend starr befestigt waren. Optisch wahrnehmbare Schlittenverschiebungen traten zu Anfang des Evakuierens auf, verschwanden aber bald hernach vollständig. Die Beobachtungen bei den kleinsten Kontaktabständen mußten des Nachts vorgenommen werden, da am Tage durch Türschließen usw. Kurzschluß der Kontakte hervorgerufen wurde. Alle in Betracht kommenden Apparate waren auf Steinpfeiler unter starker Filzzwischenlage gesetzt. Erzittern der Interferenzringe oder sonstige Vibrationen wurden nie wahrgenommen, außer bei sehr heftigen Erschütterungen.

Die Versuche werden mit andern Metallen fortgesetzt; auch wird eine noch größere Genauigkeit angestrebt. Dadurch wird gehofft, das Ziel zu erreichen, die Zahl der Elektronen von gewisser Geschwindigkeit, und die Kraft, mit der sie zum Kontakt zurückgetrieben werden, in den erreichbaren Entfernungen festzustellen. Eine Arbeit von G. Hoffmann[1]) war Veranlassung, die bisherigen Resultate mitzuteilen.

Für das große Entgegenkommen und die vielfachen Ratschläge und Anweisungen bin ich Herrn Professor Wiener und Herrn Professor Scholl zu großem Danke verpflichtet.

1) Hoffmann, diese Zeitschr. 11, 961, 1910.

Leipzig, Physikalisches Institut, den 29. Mai 1911.

(Eingegangen 30. Mai 1911.)

Die Linien H und K im Spektrum der verschiedenen Teile der Sonnenscheibe.

Von W. H. Julius.

§ 1. Ursachen der Linienverschiebungen.

Man kennt gegenwärtig vier Ursachen, wodurch helle oder dunkle Linien des Sonnenspektrums gegen die entsprechenden bei Laboratoriumsversuchen beobachteten Emissionslinien verschoben erscheinen können: Bewegung in der Sehrichtung, Druck, Magnetfelder, anomale Dispersion. Welche von diesen Ursachen in einem

gegebenen Falle vermutlich die maßgebende ist, kann man nur dadurch entscheiden, daß man von physikalischem Gesichtspunkt aus die Folgen untersucht, zu denen die verschiedenen Annahmen führen. Versucht man z. B. die häufig auftretende starke Linienverschiebung im Spektrum der Protuberanzen auf die vier verschiedenen Weisen zu erklären, so findet man alsbald, daß weder die zweite noch die dritte Annahme zu einer befriedigenden Lösung des Problems führen kann, und man weiterhin nur zwischen der ersten und vierten zu wählen hat. Andererseits kann die allgemeine Verschiebung der Fraunhoferschen Linien gegen rot, die von der Mitte der Scheibe nach dem Rande hin zunimmt, weder durch das Dopplerprinzip noch durch den Zeemaneffekt erklärt werden; man muß also vergleichen, was für Folgerungen man erhält, wenn man einmal die Erscheinung als Druckeffekt, einmal als Folge anomaler Dispersion auffaßt.

Es gibt einzelne Fälle, wo über die Ursache der Linienverschiebung wohl kaum ein Zweifel herrschen kann. So wird niemand zögern, den systematischen Unterschied im Spektrum des Ost- und Westrandes der Sonnenscheibe einer Bewegung in der Sehrichtung zuzuschreiben, oder niemand den magnetischen Ursprung derjenigen Linienteilungen im Fleckenspektrum anzweifeln, die das charakteristische Polarisationsphänomen des Zeemaneffektes zeigen. Aber solche Fälle, wo auf den ersten Blick nur eine Erklärung möglich erscheint, sind selten. Es wäre z. B. übereilt, die Verbreiterung der Linien beim Fleckenspektrum sofort magnetischen Einflüssen zuzuschreiben, wenn man noch andere Ursachen kennt, die eine solche Verbreiterung hervorrufen. In der Regel wirken verschiedene Einflüsse zusammen, und die wahrscheinliche Hauptursache eines Sonnenphänomens kann nur auf indirektem Wege, durch Ausschließen, gefunden werden, d. h. dadurch, daß andere Erklärungen zu Vorstellungen führen, die mit den allgemeinen physikalischen Begriffen nicht vereinbar sind. Und die übrigbleibende Erklärung wird natürlich um so wahrscheinlicher sein, je besser sie sich an eine Theorie anschließt, die schon eine zusammenhängende Erklärung von vielen anderen Sonnenphänomenen gibt.

§ 2. Erscheinungen bei den Kalziumlinien H und K.

Ein merkwürdiger Fall von systematischer Linienverschiebung, der bei den Kalziumlinien H und K auftritt, wurde zum ersten Male von Deslandres im Jahre 1894 beschrieben, dann 1896 von Jewell, und ist kürzlich sehr eingehend von Charles E. St. John[1]) auf Mount Wilson, und in Meudon von Deslandres[2]) untersucht worden. Das Wesentliche dieser Erscheinung ist, daß in dem Spektrum der inneren Sonnenscheibe die schmäleren, dunklen Linien H_3 und K_3 nach rot, die breiteren, hellen Linien H_2 und K_2 nach violett verschoben sind, und daß diese Verschiebung gegen den Rand zu abnimmt, während die Breite der Linien zunimmt. Wegen weiterer Einzelheiten verweisen wir auf die Arbeit von St. John.

Diese eigenartigen Erscheinungen können unmöglich durch Einfluß von Druck oder von Magnetfeldern erklärt werden. St. John, der anomale Dispersion als mögliche Ursache gar nicht in Betracht zieht, ist (ebenso wie Deslandres und Jewell[2])) so überzeugt davon, es mit einer Bewegungserscheinung zu tun zu haben, daß er die Ergebnisse seiner ausgezeichneten Untersuchungen unter dem Titel „The general circulation of the mean and high-level calcium vapor in the solar atmosphere“ veröffentlichte.

Im folgenden soll aber gezeigt werden, daß alle die von St. John beschriebenen Eigenschaften der Linien H und K als Folgen anomaler Dispersion ausgelegt werden können. Infolgedessen ist man glücklicherweise nicht mehr genötigt anzunehmen, daß in der Sonnenatmosphäre beständig zwei entgegengesetzte vertikale Ströme von Kalziumdampf aufrecht erhalten werden, die aufeinandertreffen oder vielleicht aneinander vorbeigehen, oder sich durchsetzen mit Geschwindigkeiten, die 30—60mal größer sind als die Geschwindigkeit der stärksten Sturmwinde auf der Erde, und daß wunderbarerweise der Wasserstoff und die anderen Gase der Chromosphäre davon ganz unberührt bleiben. Die Erklärung durch anomale Dispersion verlangt keine so schwierigen physikalischen Vorstellungen und bietet den Vorteil, daß sie sich ungezwungen einer Theorie anschließt, die schon eine große Menge anderer Erscheinungen untereinander verknüpft.

§ 3. Der Einfluß der anomalen Diffusion auf die Lichtverteilung.

Das Licht der tiefer gelegenen Teile der Sonnenscheibe, das eine ausgedehnte, absorbierende Atmosphäre zu durchsetzen hat, wird nicht nur durch Absorption, sondern auch durch Diffusion geschwächt. Allerdings ändert die Strahlungsenergie bei der Diffusion nur ihre Richtung, nicht ihre Art (während bei Absorp-

1) Charles E. St. John, Astrophysical Journal **32**, 36—82, 1910.

2) H. Deslandres, C. R. **152**, 233—239, 1911.

tion die Art verändert wird), so daß die zerstreute Energie den Himmelskörper schließlich in der ursprünglichen Form verlassen muß. Aber da ein Teil davon immer zur Quelle zurückkehrt, können wir uns die Sache so vorstellen, als ob Zerstreuung die Strahlung verzögert und insofern, auf Zeiteinheit berechnet, abschwächt.

Für Lichtsorten, die in der Wellenlänge wenig von dem absorbierten Licht abweichen, ist der Diffusionskoeffizient bedeutend größer als für das übrige Spektrum, da nach Rayleigh sein Wert proportional dem Quadrate der Refraktionskonstanten ist, und diese letztere in der Nähe der Absorptionslinien große absolute Werte annimmt. Folglich muß durch die Diffusion die Nachbarschaft der Absorptionslinien mehr geschwächt werden als das übrige Spektrum; d. h., daß die Dunkelheit der Fraunhoferschen Linien zum Teil eine Folge der anomalen Dispersion ist. Wie diese Auffassung des Sonnenspektrums aus der Elektronentheorie folgt, ist in einer früheren Arbeit[1]) gezeigt worden. Einige dort erhaltene Resultate müssen wir jetzt in Erinnerung bringen.

Die Kurve, welche die Refraktionskonstante $R = \frac{n-1}{\triangle}$ als eine Funktion von λ darstellt, hat im Bereiche einer Absorptionslinie die im oberen Teile von Fig. 1 angegebene Gestalt. Auf beiden Seiten der Linie OP nähert sich die Kurve der nahezu horizontalen Linie P_1P_2, die den Verlauf der Refraktionskonstanten darstellen würde, wenn in O ($\lambda = \lambda_0$) keine Absorptionslinie vorhanden wäre. Wenn wir die absoluten Werte der Ordinaten der Kurve R in je zwei Punkten vergleichen, die in gleichem Abstande links und rechts von O liegen, so finden wir die rechten immer größer als die linken. Daher werden alle Effekte, die mit dem absoluten Werte von $(n-1)$ zunehmen, an der roten Seite der Linie mehr hervortreten als an der violetten. Das gilt 1. für den Lichtverlust durch Diffusion, 2. für die Intensität des zerstreuten Lichtes, 3. für die Helligkeitsunterschiede, die durch Strahlkrümmung bei ungleichmäßiger Dichte des Mediums entstehen. — Es folgt daraus, daß im Mittel (d. h. abgesehen von lokalen Unregelmäßigkeiten) die Fraunhoferschen Linien sowohl als auch die Chromosphärenlinien in bezug auf die genaue Lage der Emissionslinien unsymmetrisch sind, und zwar so, daß ihr Schwerpunkt etwas nach rot verschoben ist. Man kann leicht zeigen, daß dieser Effekt von der Mitte der Sonnenscheibe aus gegen den Rand hin zunehmen muß. Die Art der Erscheinung entspricht genau den systematischen Linienverschiebungen, die vor wenig Jahren von Hale und Adams, Fabry und Buisson und anderen beobachtet, und auf Druck in der umkehrenden Schicht zurückgeführt worden sind. Meine Einwände gegen diese Auslegung und meine Gründe zugunsten einer Erklärung, die auf der Gestalt der Dispersionskurve beruht, finden sich in früheren Arbeiten[1]). Der Teil der Dispersionskurve, der zwischen dem Minimum und Maximum liegt, war dort noch nicht in Betracht gezogen worden, da der Bereich für die meisten Fraunhoferschen Linien zu schmal ist, um mit den gegenwärtigen Spektralapparaten beobachtet zu werden. Aber wir wollen jetzt unsere Betrachtungen auf diesen mittleren Teil der Kurve ausdehnen, da dies bei einigen sehr breiten Linien vielleicht Anwendung finden muß.

Der untere Teil von Fig. 1 (abgeleitet aus

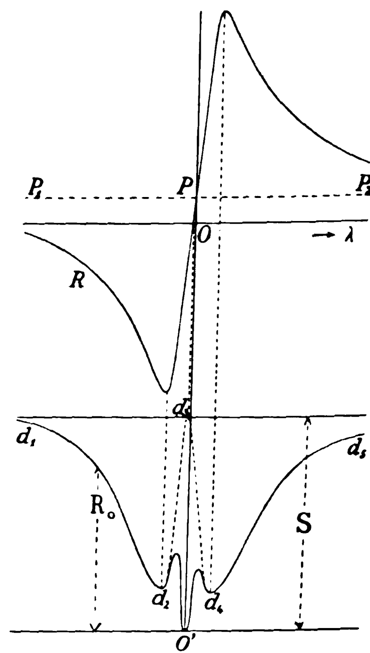


Fig. 1.

der Dispersionstheorie) zeigt für die Umgebung einer einzelnen Absorptionslinie die Intensität R_0 des Lichtes, das von der Sonnenatmosphäre durchgelassen wird, wenn für alle betrachteten Wellen die Intensität des einfallenden Lichtes S ist. Den Einfluß der Diffusion zeigt die teilweise punktierte Linie $d_1 d_2 d_3 d_4 d_5$ an, den Einfluß der Absorption der angefügte Teil mit der steilen Einsenkung bei O'. Nur wenige, in der

1) W. H. Julius, diese Zeitschr. **12**, 329, 1911.

1) Proc. Roy. Acad. Amst. **13**, 2, 1910; Astroph. Journ. **31**, 419, 1910; „Le Radium" VII, Okt. 1910.

Sonnenatmosphäre stark vertretene Gase scheinen ein derartiges Absorptionsvermögen zu haben, daß Maximum und Minimum der Dispersionskurve weit genug auseinanderliegen, um die Erscheinungen in dem Zwischengebiete wahrnehmbar zu machen.

Wo dies der Fall ist, müssen wir nach der Dispersionstheorie erwarten[1]), daß der „Schwerpunkt" der mittleren dunklen Linie nach rot, die scheinbare Emissionslinie, die davon herrührt, daß die Diffusionswirkung bei d_3 ein Minimum hat, gegen violett verschoben wird. Diese einfache Folgerung stimmt vollkommen mit der allgemeinen Erscheinung überein, die Deslandres, Jewell und St. John an den Linien H_3 und K_3, H_2 und K_2 im Spektrum der mittleren Teile der Sonnenscheibe beobachtet haben.

§ 4. Der Einfluß der anomalen Brechung auf die Lichtverteilung.

Bevor wir untersuchen, wie der Effekt sich bei Annäherung an den Rand der Sonnenscheibe verändert, müssen wir die Aufmerksamkeit auf eine andere Eigentümlichkeit der Lichtausbreitung durch materielle Stoffe lenken. Die anomale Dispersion hat nämlich nicht bloß eine anomale Diffusion zur Folge, sondern, wenn die Dichte des Mediums ungleich ist, auch eine anomale Brechung.

Die „Unregelmäßigkeiten in großem Maßstabe", gekennzeichnet durch mehr oder minder „gesetzmäßig angeordnete" Dichtegradienten (mit denen man es wahrscheinlich bei den Sonnenflecken zu tun hat[2]), wollen wir vorläufig außer acht lassen und annehmen, daß der Zustand der Sonnenatmosphäre im Mittel derjenigen heißer Gase über einem Feuer vergleichbar sei, d. h. daß die Dichtegradienten von Punkt zu Punkt nach Richtung, Größe und Vorzeichen stark wechseln. Eine sehr ausgedehnte Gasschicht, die so beschaffen ist, muß einigermaßen wie ein trübes oder zerstreuendes Medium wirken. Der optische Effekt einer solchen Atmosphäre muß ungefähr so sein, wie wenn man eine helle Fläche durch ein planparalleles Glasgefäß betrachtet, in dem z. B. Wasser und Glyzerin gerade zusammengemengt, aber noch nicht ganz vermischt sind. Diese „Diffusion durch Brechung" ist ebenso wie die molekulare Diffusion für Lichtarten aus der nächsten Nachbarschaft der Absorptionslinien besonders stark. Daher ist die Wirkung der anomalen Brechung in vielen Beziehungen ganz ähnlich wie die Wirkung der anomalen Diffusion, und insofern wird sie dieselbe einfach verstärken.

Aber wir dürfen den Unterschied zwischen den zwei Vorgängen nicht aus dem Auge verlieren. Bei der anomalen Brechung hängt die Stärke des Effekts davon ab, wie groß die Dichteunterschiede im Medium gerade sind. Er kann also an den verschiedenen Teilen der Scheibe ganz verschieden groß sein[1]), während der Effekt der molekularen Diffusion viel regelmäßiger verteilt ist; er nimmt nur allmählich von der Mitte gegen den Rand hin zu. Zweitens müssen wir beachten, daß die Richtung der Dichtegradienten einen großen Einfluß auf die Intensität des Lichtes haben kann, das in einer bestimmten Richtung ausstrahlt. Dieser Umstand verursacht ebenfalls Ungleichheiten in der Lichtverteilung, wie sie durch molekulare Diffusion nicht hervorgebracht werden könnten.

Wir können nun auf die Frage eingehen, was für Veränderungen die Lichtverteilung im allgemeinen und die Struktur der Kalziumlinien im besonderen erfahren muß, wenn man von der Mitte der Scheibe zu dem Rande übergeht.

Diese Veränderungen stehen natürlich in engem Zusammenhange mit der Tatsache, daß in den mittleren Teilen der Scheibe die Hauptquelle des Lichtes fast symmetrisch hinter der Sonnenatmosphäre liegt, am Rande aber nicht.

Ein beliebiger Punkt M der Sonnenatmosphäre wird von einem Beobachter, der sich auf der Linie MA befindet, im Sonnenmittelpunkt gesehen (Fig. 2); aber für einen Beobachter auf

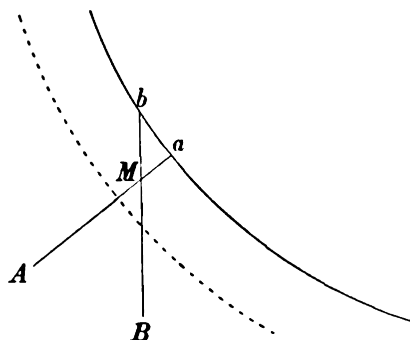


Fig. 2.

MB liegt derselbe Punkt nahe am Rande. Dem zweiten Beobachter wird das Gebiet um M viel weniger hell erscheinen als dem ersten. Das beweist, daß M in der Richtung bM viel weniger (vielleicht nur halb soviel) Licht empfängt als in der Richtung aM. Wie die Be-

1) Proc. Roy. Acad. Amst. **13**, 895, 1911; diese Zeitschr. **12**, 337, 1911.

2) Diese Zeitschr. **11**, 62, 1910.

1) Die unregelmäßige Lichtverteilung in den Spektroheliogrammen kann dadurch zum Teil erklärt werden.

strahlungsstärke für eine gegebene Lichtart mit der Einfallsrichtung variiert, kann man leicht finden, wenn man die mittlere Verteilung des betreffenden Lichtes auf der Sonnenscheibe kennt.

In Fig. 3 zeigt die Linie PQ die allmähliche

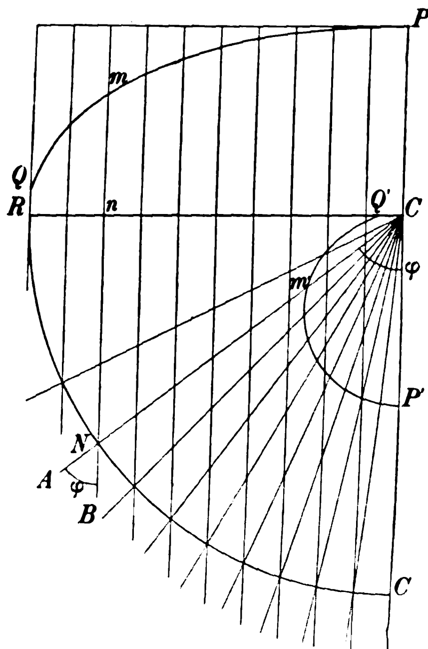


Fig. 3.

Abnahme der Helligkeit vom Mittelpunkte C gegen den Rand R der Sonnenscheibe für Licht von der Wellenlänge 405—412 $\mu\mu$, wie sie von H. C. Vogel[1]) durch spektrophotometrische Untersuchungen ermittelt wurde. RNC' sei ein Schnitt der photosphärischen Fläche, und der Beobachter befinde sich in großer Entfernung auf der Linie CC'. Dann ist klar, daß die mittlere Lichtmenge, die z. B. in N die Sonnenatmosphäre durchdringt, also in einer Richtung, die den Winkel ANB ($= NCC' = \varphi$) mit der Normalen bildet, proportional zur Ordinate nm ist. Wir tragen nun auf dem Radiusvektor CN den Punkt m' so auf, daß $Cm' = mn$, und tun dasselbe bei allen anderen Radien des Schnittes RNC'. Dadurch erhalten wir eine Kurve $P'Q'$, die die Durchlässigkeit der Sonnenatmosphäre für die betreffende Lichtart als eine Funktion des Austrittswinkels φ darstellt. Mit Hilfe dieser Figur können wir nun die „Bestrahlungskurve" für einen Punkt M (Fig. 4) in der äußersten Schicht der Sonnenatmosphäre konstruieren. Zu diesem Zwecke brauchen wir nur auf allen Linien MV innerhalb des Winkels $H'MH$, welche die Photosphäre in einem Win-

1) H. C. Vogel, Ber. d. Berl. Akad., S. 10', 1877.

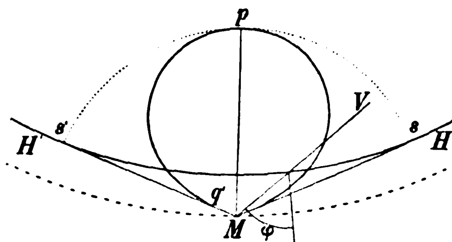


Fig. 4.

kel φ mit der Normalen schneiden, die zu dem betreffenden Winkel φ zugehörige Polarkoordinate der Kurve $P'Q'$ der Fig. 3 aufzutragen. Wenn wir die Enden dieser Vektoren miteinander verbinden, erhalten wir die gesuchte Bestrahlungskurve pq'. Sie weicht von der Kurve $Q'P'$ nur wenig ab, und würde, wie leicht einzusehen ist, für einen tieferen Punkt der Atmosphäre fast denselben Charakter beibehalten[1]).

Sucht man nun nach einer Erklärung für die allgemeine Helligkeitsabnahme gegen den Rand zu, so ist das Nächstliegende, die Diffusion als Ursache anzunehmen (sowohl die molekulare als die auf Brechung beruhende). Sind doch der Diffusion alle Lichtarten unterworfen, während die Absorption nur solche trifft, deren Schwingungszahl mit den Eigenschwingungen der Elektronen in den Sonnengasen sehr nahe übereinstimmt[2]).

Das Breiterwerden der Fraunhoferschen Linien am Rande beweist, daß die Abschwächung für Lichtarten, die eine anomale Dispersion erleiden, stärker ist als für das weniger brechbare Licht der linienfreien Teile des Spektrums. Deshalb wird die Bestrahlungskurve eines Punktes M der Sonnenatmosphäre für die stärker brechbaren Lichtarten aus der Umgebung einer Absorptionslinie eine länglichere, ovalere Gestalt haben, als die in Fig. 4 nach den Beobachtungen von Vogel für mittleres violettes Licht konstruierte. Das bedeutet, daß die Intensität, womit Licht-

1) Diesen Betrachtungen liegt nur die beobachtete Tatsache, daß die Helligkeit gegen den Rand abnimmt, zugrunde; eine Hypothese über die Ursache dieser Erscheinung war bisher nicht nötig. Das Resultat rechtfertigt daher die Annahme vollkommen, auf die unsere früheren Ausführungen über die Ausbreitung des Lichts in der Sonnenatmosphäre aufgebaut wurden, nämlich daß die Intensität des Lichts, das auf ein kleines Gebiet M der Atmosphäre auftrifft, ziemlich stark mit der Richtung wechselt. (Proc. Roy. Acad. Amst. **12**, 268, 1909; diese Zeitschr. **11**, 58, 1910.) Einige Astrophysiker haben dagegen Einwand erhoben. Wenn sie dabei von der Ansicht ausgehen, daß jeder Punkt der Sonnenatmosphäre von allen Richtungen, die die Photosphäre treffen, gleichviel Licht erhält (pro Raumwinkel-Einheit), so daß die Bestrahlungskurve durch einen Kreisbogen $s'ps$ dargestellt würde, so lassen sie offenbar das oben erwähnte einfache Beobachtungsresultat ganz außer acht.

2) Proc. Roy. Acad. Amst. **13**, 888, 1911; diese Zeitschr. **12**, 333, 1911.

wellen, die z. B. den Punkten d_2 oder d_4 von Fig. 1 entsprechen, auf den Punkt M treffen, noch stärker mit der Richtung wechselt, in der sie die Photosphäre verlassen, als dies bei mittlerem Licht der Fall ist.

Diese selben Wellen (bei d_2 oder d_4) sind gleichzeitig in besonders hohem Maße einer Änderung der Fortpflanzungsrichtung durch Dichtegradienten in M unterworfen. Hätten wir es nur mit anomaler Diffusion, nicht auch mit anomaler Brechung zu tun, so würden wir finden, daß eine bestimmte Lichtart in einem bestimmten Abstand vom Rande überall dieselbe Intensität hätte. Aber die Brechung verursacht Unregelmäßigkeit. Und die Wahrscheinlichkeit, daß wir deutliche Helligkeitsunterschiede bemerken, wenn wir den Bereich M der Sonnenatmosphäre betrachten, wie er sich auf die Scheibe in einem gegebenen Abstande vom Rande projiziert, nimmt mit dem absoluten Werte von $n - 1$ zu. Aus diesem Umstand kann man z. B. eine auffallende Erscheinung bei den Spektroheliogrammen von Hale und Ellerman[1]) erklären, nämlich die allmähliche Zunahme der Kontraste bei einer Serie von Bildern desselben Bereiches, die für verschiedene Wellenlängen zwischen K_1 und K_3 aufgenommen wurde.

§ 5. Das Zusammenwirken der beiden genannten Einflüsse.

Mit Hilfe der oben besprochenen Folgerungen der anomalen Dispersion läßt sich die folgende Erklärung für die veränderliche helle K_2-Linie geben, die gewöhnlich für eine Emissionslinie gehalten wird.

Wegen zweierlei Ursachen kann die Helligkeit bei Annäherung von K_3 zunehmen.

Die eine Ursache beruht auf dem Vorhandensein der zwei kleinen (ungleichen) Maxima bei der R_0-Kurve in Fig. 1, die eine Verminderung des Lichtverlustes durch Diffusion anzeigen. Dieser Einfluß ist in allen Punkten, die gleichweit vom Zentrum entfernt sind, ungefähr gleich groß; am stärksten ist er in den mittleren Teilen der Scheibe; denn je weiter wir an den Rand kommen, desto mehr trägt das zerstreute Licht selbst zu dem gesamten austretenden Strahl bei und flacht dadurch die Kurve ab, so daß die zwei kleinen Erhebungen an Bedeutung verlieren. Der Teil des Effekts, der dieser Ursache zuzuschreiben ist, ist nur schwach selbst in der Mitte der Sonnenscheibe, aber er ist konstant: er liefert immer eine schmale, doppelte nach violett verschobene K_2-Linie und verschiebt K_3 nach rot.

Die andere Ursache beruht auf Brechung bei unregelmäßigen Dichtegradienten. In der Mitte der Scheibe kann die Brechung nur eine Verminderung der ursprünglichen Helligkeit hervorrufen, und diese Wirkung muß bei den am stärksten brechbaren Strahlen, welche d_2 und d_4 entsprechen, am größten sein; die Linie K_2, die zwischen diesen Wellen liegt, ist verhältnismäßig schmal. Aber in einigem Abstand vom Zentrum, wo die mittlere Helligkeit für alle Wellenlängen geringer wird, können es Dichtegradienten zustande bringen, daß Strahlen, welche die Photosphäre senkrecht verlassen, zum Beobachter hingebogen werden, und dadurch eine lokale Lichtverstärkung hervorbringen.

Wieder sind es die am stärksten brechbaren Strahlen bei d_2 und d_4, bei denen der Effekt am stärksten zum Ausdruck kommt. Anders ausgedrückt: außerhalb des Zentrums wird die Brechung hier und da helle Stücke zur Bildung der K_2-Linie beitragen, die Intensitätsmaxima dieser Stücke haben die meiste Aussicht, auf die Stellen d_2 und d_4 des Spektrums zu fallen. Dieser Effekt kombiniert sich mit dem oben angeführten Diffusionseffekt. Die beiden Komponenten von K_2 müssen daher im Mittel hier weiter auseinander liegen, als in der Mitte der Scheibe.

Wenn man gegen den Rand fortschreitet, so nimmt, wie schon gesagt, der erste Effekt der auf dem punktierten Teil der Diffusionskurve beruht, ab, während der zweite an Bedeutung gewinnt. Infolgedessen wächst der mittlere Abstand zwischen den zwei Komponenten von K_2 und wird am Rande so groß wie der Abstand von d_2 und d_4. Die hellen Komponenten sind hier nicht mehr von dunklen Stellen unterbrochen wie an anderen Orten der Scheibe, weil am Rande die stark zerstreuten Wellen immer die Helligkeit erhöhen.

Der Einfluß der zwei kleinen Erhöhungen der R_0-Kurve, der in der Mitte die K_2-Linie bestimmt hatte, ist am Rande verschwunden; darum ist K_3 hier breiter als in der Mitte. Außerdem haben die Verschiebungen von K_3 und K_2 nach rot bezw. violett bei Annäherung an den Rand abgenommen, denn sie beruhten auf der Asymmetrie der zwei kleinen Erhöhungen. Die Punkte d_2 und d_4, welche am Rande die mittlere Lage der K_2-Komponenten bestimmen, liegen gleichweit ab von der wirklichen Absorptionslinie.

§ 6. Schwächen der neuen und der alten Erklärungsweise.

Alles in allem stimmen die Folgerungen, die

1) Hale and Ellerman, The Rumford Spektroheliograph of the Yerkes Observatory. Publications of the Yerkes Observatory, Vol. III, Part I, 1903.

wir aus der Dispersionstheorie gezogen haben, sehr gut mit den Ergebnissen der Beobachtung überein; wir dürfen aber darüber keineswegs die Punkte aus dem Auge verlieren, wo ein Gegensatz besteht oder zu bestehen scheint. Denn nur durch Aufsuchen der Fehler hat man die Möglichkeit, seine Einsicht zu verbessern.

So müssen wir beachten, daß wir am Rande eine Asymmetrie von K_2 erwarten sollten, falls Diffusion und unregelmäßige Brechung die Ursachen der Erscheinung sind; und wenn es richtig ist, daß der absolute Wert von $n - 1$ bei d_4 größer als bei d_2 angenommen wurde, dann müßte die rote Komponente etwas stärker sein als die violette. Nun sagt aber St. John[1]): "On the plates 1 mm from the limb the emission components are very broad and strong, and, as far as the eye can judge, symmetrical". Die Messung an 30 ausgewählten Platten ergab jedoch, daß die violette Komponente im Mittel um 0,0074 Å. breiter war als die rote. Der Unterschied ist freilich nur gering, aber wenn er tatsächlich besteht und es nicht vielleicht nur ein Zufall ist, so hat unsere Theorie in ihrer jetzigen Form dafür keine Erklärung —, es sei denn, daß wir es gerade hier mit dem Falle von Asymmetrie in der Dispersionskurve zu tun haben, den ich im § 3 meiner früheren Arbeit behandelt habe[2]).

Ein anderer Fall, wo unsere Theorie vielleicht versagt, ist der folgende.

Aus den veröffentlichten Reproduktionen von Spektrogrammen, die in Meudon und auf Mount Wilson aufgenommen sind, habe ich den Eindruck gewonnen, als ob der mittlere Abstand der hellsten Stellen der K_2-Komponenten am Rande größer ist als bei lichtstarken Flocculi und Faculae, die z. B. in der Mitte zwischen Zentrum und Rand gelegen sind. Nun müßte aber nach unserer Erklärung auch in diesem Falle der Abstand der hellsten Stellen der Komponenten durch die Punkte d_2 und d_4 bestimmt sein, weil der von den zwei kleinen Erhöhungen der R_0-Kurve herrührende Teil der Helligkeit bei den Flocculi verhältnismäßig klein ist. Das heißt, wir sollten erwarten, daß K_2 im Spektrum von sehr hellen Flocculi und Faculae im Mittel nicht weniger breit sei als am Rand[3]). Sollte eine Untersuchung der Originalplatten unseren Verdacht bestätigen, daß in diesem Falle die Beobachtung den Folgerungen der Theorie widerspricht, so müßte die Theorie korrigiert, oder, wenn das unmöglich ist, verworfen werden.

1) St. John, l. c., S. 54.

2) Proc. Roy. Acad. Amst. **13**, 885, 1911; diese Zeitschr. **12**, 331, 1911.

3) Bei den Messungen, aus welchen die allmähliche Zunahme der Linienbreite von K_2 und K_3 gegen den Rand hervorgeht, hat St. John, l. c., S. 48—50, absichtlich die hellen Bereiche der Faculae und Flocculi vermieden.

Zum Schlusse muß noch auf einige Konsequenzen aufmerksam gemacht werden, zu denen die Erklärung führt, die Deslandres, Jewell und St. John von den Eigentümlichkeiten der H- und K-Linien geben.

Eine der größten Schwierigkeiten bei Annahme von auf- und absteigenden Strömungen als Ursache für die Linienverschiebung ist meiner Ansicht nach die schon eingangs erwähnte: wie ist es möglich, daß die anderen Gase der Chromosphäre durch die heftigen Kalziumorkane, die über die ganze Oberfläche der Sonne verteilt sein sollen, gar nicht mitgerissen werden?

Außerdem erhebt sich die Frage, welcher Art die Kräfte sein können, die den gleichzeitig bestehenden, auf- und absteigenden Strömen solche Geschwindigkeiten zu erteilen vermögen, und die speziell auf Kalzium wirken, nicht (oder doch nur in viel geringerem Maße) auch auf andere Gase. Hier ist eine Hilfshypothese sehr nötig.

Noch andere Schwierigkeiten gibt es, die ohne spezielle Hypothesen nicht aus dem Weg zu räumen sind. Das Breiterwerden von K_2 am Rande wird durch die allmähliche Zunahme der Schichtdichte des strahlenden Kalziumdampfes in der Sehrichtung bei Annäherung an den Rand erklärt. Dabei wird angenommen, daß ein merklicher Teil des Kalziumlichtes, das den Beobachter erreicht, 16000—62000 km[1]) fast geradlinig in einer Schicht von selektiv absorbierenden Sonnengasen zurückgelegt hat, deren mittlerer Druck auf eine Erdatmosphäre geschätzt wird[2]). Diese Vorstellung scheint der allgemein angenommenen Theorie der Diffusion und Absorption entgegenzulaufen. Überdies sollte man auf Grund derselben Erklärung erwarten, daß die absolute Helligkeit von K_2 bei Annäherung an den Rand zunehmen würde. Das ist aber nicht der Fall. Nur im Vergleich mit den benachbarten Teilen des Spektrums gewinnt K_2 an Bedeutung, aber seine absolute Helligkeit nimmt entschieden ab. Um Spektrogramme von annähernd gleicher Dichte zu erhalten, mußte St. John am Rande vier- bis fünfmal solange exponieren als in der Mitte. Die Erklärung St. Johns verlangt daher die Angabe einer weiteren Ursache, wodurch nicht nur die Gesamtstrahlung der Photosphäre, sondern auch das Kalziumlicht der Chromosphäre gegen den Rand zu abnimmt, obwohl letzteres

1) St. John, l. c., S. 66.

2) St. John, l. c., S. 43.

der Voraussetzung zufolge zunehmen sollte. Man könnte z. B. annehmen, daß die Chromosphäre von einer ziemlich dünnen Schicht eines Mediums umgeben ist, das die Eigenschaft hat, alle Lichtarten in einem bestimmten Maße zu absorbieren.

Solche Hilfshypothesen brauchen nicht eingeführt zu werden, wenn wir die Erscheinungen, welche die Kalziumlinien im Spektrum der verschiedenen Teile der Sonnenscheibe zeigen, durch die Theorie des Lichtdurchgangs durch ausgedehnte Gasmassen erklären[1]).

1) Während der Korrektur kommt mir eine neue, schöne Arbeit von St. John zur Hand: „Motion and condition of calcium vapor over sun-spots and other special regions" (Contributions from the Mount Wilson solar Observatory No. 54), durch welche die Verhältnisse, aus dem Gesichtspunkte der Dispersionstheorie betrachtet, wiederum merklich an Klarheit zu gewinnen scheinen.

(Nach Proceedings of the Royal Academy of Amsterdam **13**, 1263—1273, 1911, aus dem Englischen übersetzt von Hilde Barkhausen.)

(Eingegangen 26. Mai 1911.)

VORTRÄGE UND REDEN.

Energie und Temperatur[1]).

Von Max Planck.

Der ehrenvollen Einladung, an dieser durch rastlose wissenschaftliche Arbeit geweihten Stätte ein Thema meines engeren Arbeitsgebietes zu behandeln, glaube ich nicht besser entsprechen zu können, als indem ich versuche, Ihnen über ein Problem zu berichten, welches gegenwärtig geradezu im Mittelpunkt der thermodynamischen Forschung steht: es ist die Frage nach dem Zusammenhang zwischen Temperatur und Energie. Ich habe dieses Thema um so lieber gewählt, weil ich damit nachträglich gerne auch ein Scherflein beitragen möchte, um in der Stadt seines Wirkens das Andenken des unsterblichen Henry Victor Regnault zu ehren, dem die klassische Thermodynamik ihre wichtigsten Zahlen verdankt, und dessen hundertjährige Geburtstagsfeier noch heute in der physikalischen Welt nachklingt.

Dem Fernerstehenden scheint die Frage, wie sich Temperatur und Energie zueinander verhalten, höchst einfach und elementar zu sein, und ebenso leicht zu beantworten, wie sie gestellt wird. Indessen hoffe ich bald zeigen zu können, daß dies durchaus nicht der Fall ist, daß hinter dieser Frage große Schwierigkeiten, geheimnisvolle Rätsel stecken, und daß erst in der allerneuesten Zeit sich eine Aussicht eröffnet hat, der endgültigen Lösung dieses Fundamentalproblems der Thermodynamik merklich näher zu kommen.

Es wird wohl nicht zuviel gesagt sein, wenn man behauptet, daß die exakte thermodynamische Forschung von dem Zeitpunkt ab datiert, als man unterscheiden lernte zwischen den Begriffen der Temperatur und der Wärmemenge. Das Thermometer und das Kalorimeter bildeten seitdem die wichtigsten Meßinstrumente der Wärmelehre, beide wurden mit der Zeit in bewunderungswürdiger Weise vervollkommnet, und mit der Genauigkeit der Messungen ging Hand in Hand die Genauigkeit der Definitionen, ohne welche auch die feinste Messung keinen Wert besitzt. Denn während sich die Wärmemenge als eine besondere Form der Energie darstellte und durch die Kenntnis des mechanischen Wärmeäquivalents direkt in das absolute mechanische Maß der Energie übergeführt werden konnte, ergab sich eine vollkommen exakte, auch für Präzisionsmessungen brauchbare Definition der Temperatur aus der Anwendung des zweiten Hauptsatzes der Wärmelehre, des Carnot-Clausiusschen Prinzips, einerseits auf die molekulare Wärme, andererseits auf die strahlende Wärme. Wir dürfen also mit gutem Recht annehmen, daß sowohl Wärmemengen als auch Temperaturen mit einer Genauigkeit bestimmt werden können, welche lediglich durch die Leistungsfähigkeit der Messungsinstrumente beschränkt ist und mit deren Verbesserung unbegrenzt zunimmt.

Wenn nun aber auch dieses Ziel mit aller wünschenswerten Annäherung erreichbar erscheint, so müssen wir doch weiter fragen: In welchem allgemeinen Zusammenhang steht nun der Begriff der Temperatur mit dem der Energie? — Wer sich lediglich auf den Standpunkt der reinen Energetik stellt, wird vielleicht sagen: „Die Temperatur ist ein Faktor der Energie, die Temperatur verhält sich zur Wärmeenergie wie die mechanische Kraft zur mechanischen Arbeit, wie das elektrische Potential zur elektrischen Energie. Die Temperaturdifferenz zweier Körper ergibt die Richtung des Wärmeübergangs zwischen ihnen, genau ebenso wie die mechanische Kraft die Richtung der Bewegung, oder die Potentialdifferenz die Richtung des elektrischen Stromes."

1) Vortrag, gehalten am 21. April 1911 in Paris, bei der Ostertagung der Französischen Physikalischen Gesellschaft.

Wer so spricht, übersieht dabei den wesentlichen Punkt, daß eine Bewegung auch in der Richtung gegen die Kraft, eine elektrische Strömung auch in der Richtung gegen das Potentialgefälle erfolgen kann, während ein Strömen der Wärmeenergie in der Richtung gegen das Temperaturgefälle absolut unmöglich ist. Schon die Existenz einer Größe mit den Eigenschaften, wie sie die Temperatur besitzt, ist etwas Einzigartiges in der ganzen Physik. Daß zwei Körper, welche mit einem dritten im Wärmegleichgewicht stehen, auch untereinander im Wärmegleichgewicht sind, ist nicht selbstverständlich, sondern sehr merkwürdig und wichtig. Denn für das elektrische Gleichgewicht besteht kein analoger Satz. Dies erkennt man sogleich, wenn man einen Kupferstab, ebenso einen Zinkstab mit dem einen Ende in verdünnte Schwefelsäure taucht, und dann die beiden anderen Enden miteinander metallisch leitend verbindet. Dann zeigt sich kein elektrisches Gleichgewicht, sondern ein elektrischer Strom, der so lange andauert, bis die Oberfläche des Kupfers sich chemisch merklich verändert hat.

Es ist bekannt, daß alle speziellen Beziehungen, welche für das thermodynamische Gleichgewicht gelten, durch den zweiten Hauptsatz der Thermodynamik in vollständiger und mit der Erfahrung genau übereinstimmender Weise dargestellt werden. Aber mit dem zweiten Hauptsatz der Thermodynamik allein kommen wir hier nicht aus. Die reine Thermodynamik in allen Ehren — sie hat die physikalische Wissenschaft unermeßlich bereichert —, aber bei ihr können und dürfen wir nicht stehen bleiben; denn sie lehrt uns ebensowenig etwas über die Größen und die Größenbeziehungen der Konstanten, welche für die thermodynamischen Eigenschaften der Körper charakteristisch sind, als über den zeitlichen Verlauf irreversibler Vorgänge, wie den der Wärmeleitung und Wärmestrahlung, der Diffusion, der chemischen Reaktionen. Nach der reinen Thermodynamik könnte das Verhältnis der beiden spezifischen Wärmen ebensowohl gleich 2 wie gleich 100 sein, und das Wärmeleitungsvermögen eines Gases könnte ebensowohl 100000mal so groß wie 100000mal so klein sein als das eines Metalls.

Hier können nur atomistische Vorstellungen vorwärts bringen, vor allem die der kinetischen Gastheorie. Diese Theorie ergibt nun, als Folgerung aus dem Gesetz von Gay Lussac und Avogadro, daß die Temperatur eines vollkommenen Gases repräsentiert wird durch die mittlere Energie der fortschreitenden Bewegung eines einzelnen Gasmoleküls, ganz unabhängig von dem Molekulargewicht.

Dieser einfache, der unmittelbaren Anschauung leicht zugängliche Satz scheint nun ein Licht zu werfen auf die große von uns aufgeworfene Frage nach dem Zusammenhang zwischen Energie und Temperatur. Denn er ist offenbar leicht der Verallgemeinerung fähig auf unvollkommene Gase, Dämpfe, Flüssigkeiten und feste Körper. Man braucht nur anzunehmen, daß das Wärmegleichgewicht zwischen zwei Körpern dann hergestellt ist, wenn die einzelnen Moleküle der beiden aneinandergrenzenden Körper gleiche mittlere Energie ihrer Bewegung besitzen, und dies läßt sich leicht verstehen, indem man sich vorstellt, daß die Moleküle der beiden Körper bei ihren wechselseitigen zahlreichen Zusammenstößen ihre Energien in der Weise miteinander austauschen, daß schließlich ein gewisser statistischer Gleichgewichtszustand resultiert, in welchem die mittleren Energien der Bewegungen sich gegenseitig ausgeglichen haben.

In der Tat ist es L. Boltzmann und J. W. Gibbs gelungen, aus den allgemeinen Hamiltonschen Bewegungsgleichungen mit Hilfe von Wahrscheinlichkeitsbetrachtungen einen allgemeinen Satz abzuleiten, welcher gegenwärtig als das Prinzip der gleichmäßigen Energieverteilung bezeichnet wird. Hiernach kommt beim statistischen Gleichgewicht irgendeines von vielen Variablen abhängigen Systems auf jede unabhängige Zustandsvariable, welche überhaupt Einfluß auf die Energie des Systems besitzt, im Mittel der nämliche Betrag von Energie.

Nun gehören zu den unabhängigen Variablen eines Körpers, sei er fest, flüssig oder gasförmig, nach der kinetischen Auffassung unter allen Umständen die Geschwindigkeitskomponenten seiner Moleküle, folglich ist in einem aus beliebig vielen festen, flüssigen und gasförmigen Körpern bestehenden System beim statistischen Gleichgewicht nach dem Gesetz der gleichmäßigen Energieverteilung die mittlere Energie einer jeden Geschwindigkeitskomponente eines jeden Moleküls für sämtliche Körper die nämliche, und es ist daher evident, daß die thermodynamische Bedingung des Wärmegleichgewichts in vollkommenen Einklang gebracht ist mit den Sätzen der statistischen Mechanik, wenn die Temperatur eines Körpers ganz allgemein aufgefaßt wird als ein Maß für die mittlere kinetische Energie irgendeiner Geschwindigkeitskomponente irgendeines seiner Moleküle, oder noch allgemeiner gesprochen: als ein Maß für die mittlere Energie, die irgendeiner unabhängigen Variablen des Körpers zukommt.

Somit scheint in dem Satz der gleichmäßigen Energieverteilung die endgültige Antwort auf die Frage nach dem Zusammenhang zwischen Temperatur und Energie gefunden zu sein, und man muß gestehen, daß die überaus große

Einfachheit und Anschaulichkeit dieses Satzes leicht dazu verleiten kann, ihm eine fundamentale Bedeutung für die Thermodynamik zuzuschreiben. Diese Auffassung wird noch bestärkt durch verschiedene auffallende Bestätigungen, zu denen sie geführt hat.

Wenn die Temperatur zugleich die mittlere Energie einer einzelnen Variablen darstellt, so erhält man die Gesamtenergie eines Körpers einfach durch Multiplikation seiner Temperatur mit der Anzahl der unabhängigen Variablen, die seinen Zustand bestimmen. Daher ergibt dann die Wärmekapazität bei konstantem Volumen unmittelbar die Anzahl dieser unabhängigen Variablen, oder, wie man auch sagen kann, die Anzahl der Freiheitsgrade des Körpers. Ein besonderer Zufall hat es gefügt, daß in den gebräuchlichen Einheiten für Wärmemenge, Temperatur und Grammolekül die Molekularwärme auch numerisch direkt gleich ist der Anzahl der Freiheitsgrade im wirklichen Molekül.

In einem einatomigen Gase z. B. sind, falls man die Atome als materielle Punkte voraussetzt und von ihren gegenseitigen Anziehungen absieht, die einzigen für die Energie in Betracht kommenden Freiheitsgrade die drei Geschwindigkeitskomponenten der Atome. Daher ist die Atomwärme eines solchen Gases bei konstantem Volumen in den gebräuchlichen Einheiten gleich 3, wie es der Messung entspricht. In einem festen Körper dagegen kommen zu den drei Geschwindigkeitskomponenten eines Atoms noch die drei Koordinaten, welche die Verschiebung des Atoms aus seiner Gleichgewichtslage und dadurch seine potentielle Energie bestimmen, und dementsprechend ist die Atomwärme eines festen Körpers gleich 6, in tatsächlicher naher Übereinstimmung mit dem Dulong-Petitschen Gesetz. Die Abweichungen von diesem Gesetz, namentlich das bei allen Substanzen beobachtete Anwachsen der spezifischen Wärme mit der Temperatur, lassen sich durch das Auftreten neuer Freiheitsgrade bei stärkerer Lockerung der Atome im Molekülverband erklären, und der Umstand, daß das Anwachsen nicht sprungweise, sondern kontinuierlich erfolgt, könnte darauf zurückgeführt werden, daß die Moleküle nicht alle gleichzeitig, sondern nach und nach gelockert werden.

Nach diesen augenscheinlichen Erfolgen ist es kein Wunder, daß Boltzmann den Satz der gleichmäßigen Energieverteilung in den Mittelpunkt der kinetischen Wärmelehre stellte, und daß wohl auch heutzutage noch zahlreiche Physiker zu der nämlichen Auffassung neigen, indem sie die Wegräumung einzelner noch bestehender Schwierigkeiten und Ungereimtheiten getrost der Zukunft überlassen zu können glauben. Demgegenüber möchte ich nun zunächst darzulegen suchen, daß dieser Standpunkt sich heutzutage nicht mehr aufrecht erhalten läßt, und daß neuere Erfahrungen, im Verein mit älteren, schon länger bekannten, uns dazu zwingen, dem Satz von der Gleichmäßigkeit der Energieverteilung seine prinzipielle Bedeutung für das statistische Wärmegleichgewicht abzuerkennen.

Ich beginne mit der Besprechung älterer Schwierigkeiten. Ein zweiatomiges Molekül, wie das von Wasserstoff, Sauerstoff oder Stickstoff, besitzt, wenn man die Atome als frei bewegliche materielle Punkte betrachtet, 9 Freiheitsgrade, nämlich die 6 Geschwindigkeitskomponenten der beiden Atome, und die 3 Projektionen des Abstands der Atome auf die 3 Koordinatenachsen. Aber die Molekularwärme bei konstantem Volumen ist nicht 9, wie man danach erwarten sollte, sondern nur 5. Und so ist es in allen ähnlichen Fällen. Die Molekularwärme ist immer kleiner, als man nach der Anzahl der Freiheitsgrade erwarten sollte. Aber das ist noch nicht alles. Auch das Molekül eines einatomigen Gases, wie z. B. von Quecksilber, ist sicher kein materieller Punkt, wie schon der flüchtige Anblick des Quecksilberspektrums mit seinen unzählig vielen feinen Linien zeigt. Wenn jeder dieser Linien auch nur ein einziger Freiheitsgrad im Sinne der statistischen Wärmelehre entsprechen würde, so müßte die Atomwärme des Quecksilberdampfes bei konstantem Volumen nicht 3, wie in Wirklichkeit, sondern jedenfalls über 1000 betragen.

Es versteht sich, daß Boltzmann diese Schwierigkeiten nicht entgingen, und daß er sich über die unbequem große Zahl von Freiheitsgraden, die sich ihrer Feststellung durch Wärmemessungen so hartnäckig entziehen, Rechenschaft zu geben suchte. Weginterpretieren ließen sich die Freiheitsgrade nicht. So suchte er denn den unerwartet geringen Einfluß, welchen die Bewegungen der Atome im Molekül auf die spezifische Wärme des Moleküls besitzen, zu erklären durch eine Verzögerung der Herstellung des vollständigen statistischen Gleichgewichts. Er nahm an, daß innerhalb der zur Beobachtung der spezifischen Wärme aufgewendeten Zeit die Schwingungen der Bestandteile eines Moleküls gegeneinander sich nicht merklich ändern und erst in späterer Zeit sich sehr langsam ins Wärmegleichgewicht mit der fortschreitenden Bewegung der Moleküle setzen, so daß dieser Vorgang nicht mehr der Beobachtung zugänglich ist. Danach müßte also die Temperatur eines vor jeglicher äußerer Wärmeleitung absolut geschützten Gases sich von selber langsam ändern. Von einem derartigen Phänomen ist aber bis jetzt nicht das geringste bemerkt

worden. Im Gegenteil: die Messung der spezifischen Wärme mit Hilfe schneller Schallschwingungen hat merklich dieselben Resultate geliefert, wie die direkten kalorimetrischen Messungen.

Schwieriger noch wird die Sachlage bei den festen Körpern, namentlich denen, welche gute Leiter der Wärme und der Elektrizität sind: den Metallen. Die durch mannigfache Anwendungen wohlbewährte neue Elektronentheorie nimmt an, daß die Träger der geleiteten Wärme und der geleiteten Elektrizität hauptsächlich die sogen. freien Elektronen sind, welche zwischen den Metallmolekülen hin und her fliegen. Würde man jedem solchen Elektron, entsprechend seinen 3 Geschwindigkeitskomponenten, 3 Freiheitsgrade zuschreiben, wie es sich doch für ein Elektron gehört, wenn es den Ehrennamen „frei" wirklich verdienen soll, so müßte die Molekularwärme eines Metalls jedenfalls erheblich größer als 6 sein.

In allen bisher angeführten Beispielen schlummert der Widerspruch gewissermaßen nur latent; man konnte immerhin hoffen, daß durch eine glückliche Modifikation der Grundvorstellungen die Schwierigkeit noch einmal behoben werden könnte. Zum ersten offenen Konflikt mit der Erfahrung kam das Gesetz der gleichmäßigen Energieverteilung bei seiner Anwendung auf die Gesetze der Strahlung schwarzer Körper. Die strahlende Wärme läßt sich nicht nur an sich genauer messen als die geleitete Wärme, sondern sie läßt sich auch durch das Verfahren der spektralen Zerlegung viel feiner im einzelnen charakterisieren, als das bei der geleiteten Wärme der Fall ist, die immer nur als ein unzerlegbares Ganzes auftritt. Daraus ist es zu erklären, daß die Forschungen auf dem Gebiet der Wärmestrahlung es waren, die in diese Verhältnisse zunächst etwas mehr Klarheit brachten.

J. H. Jeans hat, wie ich meine, unwiderleglich nachgewiesen, daß das Gesetz der gleichmäßigen Energieverteilung, angewendet auf die Vorgänge der Wärmestrahlung, für das normale Spektrum eine Energieverteilung liefert, die dadurch charakterisiert ist, daß die spektrale Strahlungsintensität direkt proportional ist der Temperatur und umgekehrt proportional der vierten Potenz der Wellenlänge. Je kleiner nämlich die Wellenlänge ist, um so größer ist die Schwingungszahl, und um so mehr Freiheitsgrade entsprechen daher einer räumlich verteilten Strahlung von bestimmter spektraler Breite.

Es liegt auf der Hand, daß bei diesem Energieverteilungsgesetz gar keine bestimmte Energieverteilung über das ganze Spektrum, also auch kein wirkliches thermodynamisches Gleichgewicht möglich ist. Denn bei einem solchen müßte doch jedenfalls mit unbegrenzt abnehmender Wellenlänge die spektrale Strahlungsintensität schließlich wieder verschwindend klein werden. Daraus zog Jeans aber nicht den Schluß, daß das Gesetz der gleichmäßigen Energieverteilung hier nicht stichhält, sondern er suchte den Ausweg nach ähnlicher Richtung, wie früher Boltzmann, indem er den zeitlichen Verlauf der Strahlungsvorgänge heranzog. Nach ihm sollte es bei einer in einem Hohlraum eingeschlossenen Strahlung tatsächlich gar nicht zu einem wirklichen thermodynamischen Gleichgewicht kommen, sondern es sollten die stets in erneuter Menge erzeugten Strahlen kürzester Wellenlänge fortwährend durch die Wände des Hohlraumes nach außen hin durchdiffundieren, ähnlich wie es die härteren Röntgenstrahlen tun. Aber diese Anschauung läßt sich noch schwerer als die analoge von Boltzmann aufrecht erhalten. Denn, wie besonders O. Lummer und E. Pringsheim gezeigt haben, widerspricht sie direkt allen Erfahrungen. Da nun wohl jeder andere Ausweg verschlossen ist, so war hier zum ersten Male eine wirkliche Bresche gelegt in die allgemeine Gültigkeit des Satzes von der gleichmäßigen Energieverteilung.

Aber es sollte noch deutlicher kommen. Die spezifische Wärme fester Körper zeigt bei abnehmender Temperatur durchgehends die Tendenz, an Größe abzunehmen, und in der neuesten Zeit hat W. Nernst sowohl experimentell durch Messungen bei der Temperatur des siedenden Wasserstoffes als auch theoretisch durch die Anwendungen seines neuen Wärmetheorems es fast zur Gewißheit erhoben, daß die spezifischen Wärmen aller festen und flüssigen Körper bei unbegrenzt abnehmender Temperatur gegen verschwindend kleine Werte konvergieren. So besitzt z. B. Kupfer bei der Temperatur des siedenden Wasserstoffes nicht mehr den zwanzigsten Teil der spezifischen Wärme bei gewöhnlichen Temperaturen! Wie soll man sich nun diese Tatsache durch das Prinzip der gleichmäßigen Energieverteilung erklären? Wie soll man überhaupt nur erklären, daß die Molekularwärme irgendeines Körpers kleiner als 3 ist? Denn sobald man ein Molekül überhaupt als beweglich im Raume voraussetzt, bilden seine Geschwindigkeitskomponenten 3 Grade von Bewegungsfreiheit. Es bliebe wohl nur die Annahme übrig, daß die Moleküle eines festen oder flüssigen Körpers sich bei tiefen Temperaturen teilweise zu starren Klumpen zusammenballen, die sich nur als Ganzes bewegen können. Dann wäre die Bewegungsfreiheit des Körpers entsprechend eingeschränkt. Aber dann bleiben noch alle diejenigen Bewegungen übrig, auf denen die Emission und die Absorption strahlender Wärme aller Wellenlängen beruht, und

diese sind doch gewiß sehr feiner Art und bilden eine Zahl von Freiheitsgraden, welche die Anzahl der Moleküle sicher um mehr als das Dreifache übersteigt.

Angesichts dieses Tatsachenmaterials kann wohl kein Zweifel mehr bestehen über die absolute Notwendigkeit des Schlusses, daß das Gesetz der gleichmäßigen Energieverteilung in der Thermodynamik nicht die fundamentale Rolle spielt, welche man ihm eine Zeitlang angewiesen hat. Und damit wird unser Hauptproblem, die Frage nach dem Zusammenhang zwischen Temperatur und Energie, wieder von neuem akut. Denn wenn im statistischen Gleichgewicht die mittlere Energie sich nicht gleichmäßig auf alle Freiheitsgrade verteilt, so kann die mittlere Energie eines einzelnen Freiheitsgrades unmöglich ein Maß für die Temperatur abgeben, die doch im Gleichgewichtszustand sicherlich überall die nämliche ist.

Wie sollen wir nun vorgehen, um aus diesem schwierigen Dilemma herauszukommen? Sollen wir den Satz der gleichmäßigen Energieverteilung für vollständig falsch erklären und nach etwas gänzlich Neuem suchen? Nein, gewiß nicht. Denn dieser Satz hat sich doch in gewissen Gebieten, so namentlich bei einatomigen Gasen und bis zu einem gewissen Grade auch bei festen Körpern, auffallend bewährt. Er enthält also sicherlich einen Teil der Wahrheit. Aber er enthält nicht die ganze Wahrheit. Wir müssen also wohl annehmen, daß er eine unzulässige Verallgemeinerung eines an sich richtigen Prinzips vorstellt. Und um zu der richtigen Verallgemeinerung zu gelangen, müssen wir den Weg, der zum Satz der gleichmäßigen Energieverteilung geführt hat, zurückgehen, müssen den Punkt ausfindig machen, wo der Irrweg sich abzweigte, diesen aber jetzt vermeiden und statt dessen den richtigen Weg einschlagen.

Indem wir diesen Plan zur Ausführung bringen, bedenken wir zunächst, daß, wie oben erwähnt, der Satz der gleichmäßigen Energieverteilung abgeleitet wurde durch Anwendung der Wahrscheinlichkeitsrechnung auf das statistische Gleichgewicht. Diesen Ausgangspunkt halten wir auch im folgenden fest; denn ohne Einführung statistischer Betrachtungen scheint ein Verständnis für die charakteristischen Eigentümlichkeiten des Wärmegleichgewichts nicht möglich zu sein, gerade im Gegensatz zum mechanischen und zum elektrischen Gleichgewicht.

Der Zustand des statistischen Gleichgewichts ist nun vor allen anderen bei der nämlichen Gesamtenergie möglichen Zuständen durch das Maximum der Wahrscheinlichkeit ausgezeichnet. Wenn also zwei, im übrigen isolierte, Körper 1 und 2 miteinander Wärmeenergie durch Leitung oder Strahlung austauschen können, so stehen sie dann miteinander im statistischen Gleichgewicht, wenn ein Wärmeübergang zwischen ihnen keine Erhöhung der Wahrscheinlichkeit mehr hervorbringt. Ist nun $W_1 = f(U_1)$ die Wahrscheinlichkeit dafür, daß der erste Körper die Energie U_1 besitzt, $W_2 = \varphi(U_2)$ die Wahrscheinlichkeit dafür, daß der zweite Körper die Energie U_2 besitzt, so ist die Wahrscheinlichkeit dafür, daß der erste Körper die Energie U_1 und zugleich der zweite Körper die Energie U_2 besitzt: $W_1 \cdot W_2$, und die Bedingung des Maximums dieser Größe lautet:

$$d(W_1 W_2) = 0 \quad \text{oder} \quad \frac{dW_1}{W_1} + \frac{dW_2}{W_2} = 0,$$

wobei als feste Bedingung gilt: $dU_1 + dU_2 = 0$, da die Gesamtenergie $U_1 + U_2$ sich nicht ändern kann. Es folgt daraus:

$$\frac{1}{W_1} \cdot \frac{dW_1}{dU_1} = \frac{1}{W_2} \cdot \frac{dW_2}{dU_2}$$

als Bedingung des statistischen Gleichgewichts.

Wenn wir nun das Wärmegleichgewicht mit dem statistischen Gleichgewicht identifizieren und bedenken, daß die Bedingung des Wärmegleichgewichts durch die Gleichheit der Temperaturen der beiden Körper ausgedrückt wird, so erhellt unmittelbar, daß wir eine vollständige Übereinstimmung der Statistik mit der Thermodynamik dann erzielen, wenn wir ganz allgemein die Größe $\frac{1}{W}\frac{dW}{dU} = \frac{d \log W}{dU}$ als ein Maß der Temperatur eines Körpers ansehen, und demgemäß setzen:

$$k \cdot \frac{d \log W}{dU} = \frac{1}{T}. \tag{1}$$

Daß wir gerade den reziproken Wert und nicht irgendeine andere Funktion der Temperatur nehmen, wird lediglich durch den Anschluß an die konventionelle Temperaturskala gerechtfertigt. Prinzipiell genommen leistet jede andere Funktion der Temperatur denselben Dienst. Die Konstante k hängt nur von den willkürlichen Einheiten für Energie und Temperatur ab.

Die letzte Gleichung dürfen wir als die allgemeinste Beantwortung der aufgeworfenen Frage nach dem Zusammenhang zwischen Energie und Temperatur betrachten. Sie ist natürlich nahe verwandt mit der bekannten Gleichung der Thermodynamik:

$$\frac{1}{T} = \frac{dS}{dU},$$

aber sie hat doch eine ganz andere Bedeutung. Denn in der reinen Thermodynamik dient diese Gleichung nur als Definition der Entropie S, spricht also an sich genommen überhaupt kein

physikalisches Gesetz aus, während hier eine Beziehung zwischen Größen aufgestellt wird, welche alle schon vorher unabhängig voneinander definiert sind. Daher gelangen wir auf diesem Wege auch zu einer von der rein thermodynamischen verschiedenen Definition der Entropie:

$$S = k \log W,$$

welche von der physikalischen Bedeutung der Entropie eine viel anschaulichere Vorstellung gewährt, als die rein thermodynamische Definition, deren eigentlicher Sinn ja so manchem Jünger der Wissenschaft den Kopf schon recht heiß gemacht hat. Für unsere jetzigen Zwecke können wir aber, wenn wir uns direkt an die Wahrscheinlichkeit W halten, die Hilfsgröße S ganz entbehren.

Erscheint somit unser Hauptproblem durch die neu gewonnene Beziehung um einen prinzipiellen Schritt gefördert, so wäre es doch erst dann als vollständig gelöst zu betrachten, wenn es gelungen ist, die Wahrscheinlichkeit W als Funktion der Energie U wirklich anzugeben, und dies ist bis heute im allgemeinen noch nicht möglich. Doch lassen sich immerhin eine Anzahl wichtiger Fälle namhaft machen, in welchen die Berechnung der Wahrscheinlichkeit W tatsächlich ausgeführt werden kann. Die Methoden, die zu einer solchen Berechnung führen, sind zuerst von Boltzmann und von Gibbs entwickelt worden, und zwar unter der Voraussetzung der Gültigkeit der allgemeinen Hamiltonschen Bewegungsgleichungen und des daraus abgeleiteteten Satzes von Liouville.

Ich nenne zuerst den Fall eines vollkommenen Gases, bestehend aus N einatomigen Molekülen. Hierfür ergibt sich

$$W = U^{\frac{3N}{2}} \cdot \text{konst.},$$

wobei die Konstante unabhängig ist von der Energie U des Gases, folglich durch Substitution in die Gleichung (1):

$$\frac{1}{T} = k \cdot \frac{1}{U} \cdot \frac{3N}{2}, \quad U = k \cdot \frac{3N}{2} \cdot T.$$

Wenn k bekannt ist, so kann man daraus, da U und T direkt gemessen werden, die absolute Atomzahl N berechnen. Für die mittlere Energie eines Atoms ergibt sich $\frac{3k}{2}T$, und für die Atomwärme $\frac{3k}{2}$, also unabhängig von der Natur des Gases, ganz entsprechend dem Satze der gleichmäßigen Energieverteilung bei drei Freiheitsgraden, indem jeder Freiheitsgrad die Wärmekapazität $\frac{k}{2}$ besitzt. Der Faktor 2 im Nenner rührt davon her, daß die Energie quadratisch von der Geschwindigkeit abhängt.

Will man die Wahrscheinlichkeit W für ein mehratomiges Gas berechnen, so ist dazu eine Voraussetzung nötig über die Anzahl der unabhängigen Freiheitsgrade, mit denen die einzelnen Atome, Ionen und Elektronen sich im Molekül bewegen. Und hier offenbart sich nun der Punkt, von dem aus der oben von uns konstatierte Irrweg zum Gesetz der gleichmäßigen Energieverteilung führt. Denn wenn man sämtliche Bestandteile eines Moleküls als frei beweglich annimmt und darauf die Hamiltonschen Bewegungsgleichungen anwendet, so ergibt sich für die Wahrscheinlichkeit W ein Ausdruck von ganz der nämlichen Form, wie oben bei einem einatomigen Gas, nur daß an Stelle der Zahl 3 die Zahl n der Freiheitsgrade des Moleküls tritt, und damit gelangt man unweigerlich zum Gesetz der gleichmäßigen Energieverteilung, d. h. zu einem eklatanten Widerspruch mit der Erfahrung.

An dieser Stelle also muß die Korrektur einsetzen. So naheliegend und verlockend auch die bisher stets gemachte Annahme ist, daß die Hamiltonschen Bewegungsgleichungen auch für die feinen schnellen Vorgänge im Innern eines Moleküls oder gar eines Atoms Gültigkeit besitzen, wir müssen uns dennoch entschließen, sie als eine unberechtigte Extrapolation aufzufassen und im Gegenteil annehmen, daß die Anzahl der für die Wahrscheinlichkeit W maßgebenden Freiheitsgrade innerhalb eines Moleküls kleiner, oft viel kleiner ist, als die Anzahl der Bestandteile des Moleküls. Das kann nur geschehen, wenn wir uns eine von der früheren radikal verschiedene Vorstellung von den intramolekularen Vorgängen bilden, indem wir eine neue Hypothese ersinnen, welche die Bedeutung hat, die Anzahl der im Innern eines Moleküls möglichen verschiedenartigen Zustände ganz erheblich einzuschränken. Die Prüfung einer solchen Hypothese kann, eben weil es sich hier um etwas absolut Neues handelt, ausschließlich a posteriori, an der Hand der Erfahrung, erfolgen. Im übrigen ist jede Hypothese zulässig, welche nicht bekannten Gesetzen der Physik widerspricht. Da wir aber bis jetzt noch so ungeheuer wenig von den Vorgängen innerhalb eines Moleküls wissen, so bleibt hier immerhin noch reichlich Raum für das Spiel der Phantasie.

Eine derartige Hypothese nun, welche die Anzahl der Freiheitsgrade im Innern eines Moleküls entsprechend herabsetzt, ist die Annahme, daß die innerhalb eines Moleküls stattfindenden schnellen Schwingungen, welche die Absorption und Emission von strahlender Wärme bewirken, nicht jede beliebige Energie besitzen können, sondern daß ihre Energie notwendig ein ganzes Vielfaches eines durch die Schwin-

gungszahl bestimmten endlichen Energiequantums ε ist. Diese Hypothese liefert als Wahrscheinlichkeit dafür, daß N Moleküle die Energie U besitzen, den Ausdruck

$$W = \frac{\left(\frac{U}{N\varepsilon} + 1\right)^{\frac{U}{\varepsilon} + N}}{\left(\frac{U}{N\varepsilon}\right)^{\frac{U}{\varepsilon}}}$$

und dadurch nach Gleichung (1) für die Beziehung zwischen der Energie U und der Temperatur T:

$$U = \frac{N\varepsilon}{e^{\frac{\varepsilon}{kT}} - 1}.$$

Da sich aus diesem Ausdruck die Intensität der monochromatischen Wärmestrahlung von entsprechender Schwingungszahl direkt berechnen läßt, so ergibt sich eine Prüfung desselben durch den Vergleich mit den experimentell festgestellten Gesetzen der Energieverteilung im Normalspektrum der Wärmestrahlung. Die Erfahrung hat bisher nach allen Richtungen Übereinstimmung ergeben, falls ε proportional der Schwingungszahl ν gesetzt wird: $\varepsilon = h\nu$, wobei

$$h = 6{,}55 \cdot 10^{-27} \text{ erg} \cdot \text{sec}$$

und

$$k = 1{,}346 \cdot 10^{-16} \text{ erg/grad.}$$

Man sieht: Von gleichmäßiger Energieverteilung ist hier nicht die Rede; denn in zwei Molekülen von verschiedenen Schwingungszahlen ν sind die mittleren Energien bei der nämlichen Temperatur ganz verschieden. Nur wenn das Energieelement ε sehr klein wird, d. h. für sehr langsame Schwingungen, oder wenn die Temperatur T sehr groß wird, erhalten wir $U = NkT$, und somit denjenigen Zusammenhang zwischen Energie und Temperatur, der sich aus dem Gesetz der gleichmäßigen Energieverteilung bei der Annahme von zwei Freiheitsgraden (für die kinetische und potentielle Energie) ergibt. Im allgemeinen ist aber das Gesetz der gleichmäßigen Energieverteilung durchbrochen, und die Temperatur liefert durchaus nicht immer ein Maß für die mittlere Energie eines Moleküls.

A. Einstein hat die weitere Annahme eingeführt, daß in festen Körpern die Schwingungsenergie U der Moleküle, wegen der drei möglichen Schwingungsrichtungen im Raume noch mit dem Zahlenfaktor 3 multipliziert, zugleich die gesamte Wärmeenergie des Körpers darstellt, und W. Nernst hat die sich aus dieser Annahme ergebende charakteristische Formel für die spezifische Wärme durch Messungen bei tiefen Temperaturen geprüft und im wesentlichen bestätigt gefunden, wodurch die Hypothese der Energiequanten eine neue starke Stütze erhielt. —

Trotz der bisherigen guten Bestätigung durch die Erfahrung halte ich aber doch die Hypothese in der vorstehenden Form noch für verbesserungsbedürftig. Denn die Annahme, daß die Schwingungsenergie U ein ganzes Vielfaches von ε ist, führt zu der Folgerung, daß das Molekül seine Schwingungsenergie nur sprungweise ändern kann, und es ist sehr schwer, wenn nicht unmöglich, zu verstehen, wie das Molekül aus der auffallenden Strahlung plötzlich ein volles Energiequantum ε absorbieren kann, da doch zur Absorption einer endlichen Energiemenge aus einer Strahlung von endlicher Intensität jedenfalls eine endliche Zeit gehört.

Es scheint mir daher notwendig, die Quantenhypothese dahin abzuändern, daß nur die Emission der Energie sprungweise, nach ganzen Energiequanten ε und nach den Gesetzen des Zufalls erfolgt, die Absorption dagegen vollkommen stetig verläuft. Doch kann ich auf diesen Punkt hier nicht näher eingehen.

Wenn es zugunsten einer Hypothese spricht, daß sie nicht nur in den Fällen, für welche sie gemacht ist, sondern auch noch darüber hinaus Nutzen stiftet, so wird man immerhin der Hypothese der „Quantenemission" vorläufig wohlwollend entgegenkommen. Denn die Annahme, daß ein Molekül seine Schwingungsenergie nur nach bestimmten Quanten ε emittiert, sei es als reine Energiestrahlung, wie in den Wärmestrahlen, den Röntgenstrahlen, den γ-Strahlen, oder als korpuskulare Strahlung, wie in den Kathodenstrahlen, den α- und β-Strahlen, hat sich einstweilen nicht nur für die Gesetze der Wärmestrahlung bewährt, sondern sie hat auch zu einer sehr genauen Methode der Berechnung der Elementarquanta von Elektrizität und Materie geführt, sie hat den Schlüssel zum Verständnis des Nernstschen Wärmetheorems geliefert, und sie scheint auch für die Emission von Kathodenstrahlen, z. B. im Photoeffekt, ja sogar für die ans Wunderbare grenzenden radioaktiven Phänomene, mit denen die Namen Becquerel, Curie und Rutherford für immer verknüpft sind, eine grundsätzliche Bedeutung zu besitzen.

Ob nun mit der Hypothese der Quantenemission wirklich die „ganze" Wahrheit entschleiert ist? Dies behaupten zu wollen, wäre ebenso vermessen wie kurzsichtig. Aber ich glaube immerhin, daß diese Hypothese der Wahrheit näher kommt, als die der gleichmäßigen Energieverteilung, welche in ihrem Lichte nur als spezieller Fall erscheint, und das ist wohl alles, was man billigerweise von einer neuen Hypothese verlangen kann. Das endgültige Urteil über ihren Wert wird freilich, wie in jeder physikalischen Frage, das Experiment zu sprechen haben.

(Eingegangen 1. Juni 1911.)

Tagesereignisse.

51. Versammlung Deutscher Philologen und Schulmänner vom 3. bis 6. Oktober 1911 in Posen. Von den angemeldeten Vorträgen erwähnen wir: Prof. Dr. W. Bermbach (Cöln): Die Bindung des Luftstickstoffs in Natur und Technik; Prof. Dr. K. Färber (Berlin): Über den Zahlbegriff in Lehrbüchern und im Unterricht; Prof. Dr. P. Spies (Posen): Über flüssigen Wasserstoff.

Königliche Akademie zu Posen. Naturwissenschaftlicher Fortbildungskursus für Oberlehrer vom 7. bis 14. Oktober 1911, darunter: Prof. Dr. Spies und Mechaniker Naumann: Täglich 2 Stunden technische Übungen in der Werkstätte (Metallbearbeitung, Glasblasen); Prof. Dr. Spies: Messende Unterrichtsversuche aus der Mechanik und Akustik, 6 Stunden; derselbe: Neuere Versuche vornehmlich aus dem Gebiete des Hochfrequenzstromes, 4 Stunden; Prof. Dr. Wörner: Chemische Übungen (Zusammenstellung und Anwendung einfacher Apparate für den Unterricht in der anorganischen Experimentalchemie), 10 Stunden; Prof. Dr. Spies: Besuch des städtischen Elektrizitätswerkes.

Jacobus Henricus Van't Hoff. Ein Komitee, dem Gelehrte aller Länder unter dem Ehrenvorsitz von H. A. Lorentz, Präsident der Math. Naturwiss. Abteilung der Akademie der Wissenschaften in Amsterdam, angehören, veröffentlicht einen Aufruf zur Errichtung eines Denkmals für J. H. Van't Hoff in Amsterdam und einer Van't Hoff-Stiftung zur Förderung der Chemie im weitesten Sinne des Wortes. Nähere Mitteilungen sind von Dr. A. H. W. Aten, Weesperzijde 98 in Amsterdam, zu erhalten.

Bei der Bergakademie in Freiberg ist eine **Stelle für Radiumforschung** errichtet worden, die die Bezeichnung führt: „Hüttenmännisches Institut der Kgl. Bergakademie Freiberg, Abteilung Radiumforschung." Vorstand dieser Stelle ist Professor Schiffner, als Assistent ist Dr.-Ing. Weidig angestellt und im besonderen mit der Durchforschung des Königreichs Sachsen auf radioaktive Wässer und Mineralien beauftragt worden. — Die Stelle erstattet in Radiumfragen dem Kgl. Bergamte die benötigten Gutachten. Arbeiten und Gutachten für andere Stellen und für Private kann die Abteilung für Radiumforschung nach eingeholter Genehmigung des Sächsischen Finanzministeriums übernehmen.

Personalien.

(Die Herausgeber bitten die Herren Fachgenossen, der Redaktion von eintretenden Änderungen möglichst bald Mitteilung zu machen.)

Habilitiert: Der frühere ord. Professor an der Forstakademie Aschaffenburg Dr. Ludwig Schleiermacher an der Technischen Hochschule Darmstadt für reine und angewandte Mathematik, an der Universität München Dr. Kurt Meyer für Photochemie, an der Universität Halle Dr. Albert Wigand für Physik und Physikalische Chemie, an der Technischen Hochschule Budapest Dr. Paul Scheitz für anorganisch-chemische Analyse und Dr. Michael Buk für Nahrungsmittelchemie, an der Universität Göttingen Dr. Rudolf Schimmack für Didaktik der mathematischen Wissenschaften und Dr. Horst v. Sanden für angewandte Mathematik, an der Technischen Hochschule Darmstadt Professor Dr. P. Friedlaender für organische Chemie und organisch-chemische Technologie.

Ernannt: Der Fabrikschemiker zu Iwanowo Woznessensk in Rußland Dr. Karl Dziewonski zum ord. Professor der Chemie an der Universität Krakau, beim Geodätischen Institut zu Potsdam der Observator Professor Dr. Andreas Galle zum Abteilungsvorsteher und der wissenschaftliche Hilfsarbeiter Dr. Wilhelm Schweydar zum Observator, der a. o. Professor an der Technischen Hochschule Braunschweig Dr. Emil Baur zum ord. Professor der physikalischen Chemie an der Technischen Hochschule Zürich, der Direktor der A.-G. Mix & Genest-Berlin Dr. Rudolph Franke zum ord. Professor für Schwachstromtechnik an der Technischen Hochschule Berlin, Dr. George S. Mosler zum ord. Professor der Physik an der Cornell-Universität in Ithaca, der ord. Professor der Chemie an der Technischen Hochschule Breslau Dr. Rud. Schenck zum Honorarprofessor an der Universität daselbst.

Verliehen: Dem Privatdozenten für Mathematik an der Technischen Hochschule Berlin Dr. Richard Fuchs und dem Privatdozenten für darstellende Geometrie ebenda Dr. Erich Salkowski der Titel Professor, dem ord. Professor für theoretische Physik an der Technischen Hochschule Karlsruhe Dr. August Schleiermacher der Titel Geh. Hofrat.

Vom Lehramt zurück: Der a. o. Professor der physiologischen Chemie an der Technischen Hochschule Karlsruhe Dr. Reginald O. Herzog (behufs Übernahme der Leitung eines großen Fabriklaboratoriums), der Direktor der deutschen Seewarte in Hamburg Kontre-Admiral a. D. Herz, der ord. Professor für Chemie an der South Dakota School of Mines Rapid City Dr. C. F. Mabery.

Gestorben: Der ord. Professor der anorganischen Chemie und Leiter des Chemischen Laboratoriums an der Universität Coimbra Dr. Francisco José de Sousa Gomez, der Chemiker Dr. Karl Jene in Frankfurt a. M., der frühere Professor der Naturphilosophie an der Queens University Irland Dr. G. Johnstone Stoney, der Professor der analytischen und organischen Chemie am Massachusetts College der Pharmazie Dr. Julian W. Baird, der Professor für Agrikulturchemie am Rutgers College in New Brunswick Dr. Edward Burnett Voorhoes.

Für die Redaktion verantwortlich Professor Dr. Friedrich Krüger in Danzig-Langfuhr. — Verlag von S. Hirzel in Leipzig.
Druck von August Pries in Leipzig.

PHYSIKALISCHE ZEITSCHRIFT

No. 17. | 1. September 1911. Redaktionsschluß für No. 18 am 1. September 1911. | 12. Jahrgang.

INHALT:

ORIGINALMITTEILUNGEN.

Relativitätsprinzip und Äther. I.

Von E. Wiechert[1]).

Inhaltsübersicht: § 1. Vorwort. — I. Teil. Mathematische Vorbereitungen: § 2. Bezeichnungen; § 3. Lorentz-Transformation für Raum und Zeit; § 4. Eigenzeit und Punktmechanik; § 5. Kontinuum; § 6. Ausbreitung von Erregungen; § 7. Elektrodynamische Probleme. — II. Teil. Relativitätsprinzip, Äther und Raum-Zeit-Anschauung: § 8. Relativitätsprinzip gegen Äther; § 9. Relativitätsgesetze. Bedingtes und unbedingtes Relativitätsprinzip; § 10. Vorbemerkungen über die Begriffe von Raum und Zeit; § 11. Raum-Zeit-Systeme; § 12. Scheinbare Längenänderungen bei Änderungen der Schreitung; § 13. Symmetrische Raum-Zeit-Systeme; § 14. Gruppe der symmetrischen Raum-Zeit-Systeme; § 15. Grenzschreitungen, Äther; § 16. Schreitung und Geschwindigkeit des Geschehens; § 17. Elektrodynamische Erscheinungen; § 18. Grenzen der Relativitätsgesetze; § 19. Äther und Materie; § 20. Relativitätsgesetze und Raum-Zeit-Systeme; § 21. Physikalische Gleichzeitigkeit; § 22. Raum-Zeit-Vorstellung.

§ 1. Vorwort.

Die Molekulartheorie feiert zurzeit Triumphe, wie kaum je in vergangenen Zeiten. Es hat sich gezeigt, daß nicht nur die Materie, sondern auch die Elektrizität molekular beschaffen ist. Man hat gelernt, die molekularen Teilchen einzeln zu fassen, und es ist so gelungen, ihre Zahl mit großer Schärfe festzustellen. Einzelne Autoren verlangen sogar, daß man auch der Energie molekulare Struktur zuschreibe. Ein inniger Zusammenhang zwischen Molekulartheorie und Wärmestrahlung ist aufgedeckt worden. Unter der Leitung der Molekulartheorie ist eine Fülle von neuen Gesetzen entdeckt worden. — Und doch hat ein großer Teil der heutigen Physiker noch Zeiten erlebt, wo die Meinung vielfach vertreten wurde, die Molekulartheorie habe abgewirtschaftet, sei unfruchtbar geworden, man stehe an der Schwelle einer Zeit, wo energetische Betrachtungen an ihre Stelle treten würden. —

Jetzt ist die Reihe, totgesagt zu werden, an dem „Äther", der freilich schon oftmals Gegenstand heftiger Angriffe gewesen ist. N. Campbell[1]) schreibt: „Die Darlegung, daß es um die Sache des Äthers gerade da lächerlich schwach bestellt ist, wo man sie am sichersten begründet glaubte, und daß die Äthervorstellung niemals etwas anderes als die Quelle von Irrtümern und Gedankenverwirrung gewesen ist, mag dazu dienen, ihre Überführung zu jenem Kehrichthaufen zu beschleunigen, wo schon der „Phlogiston" und der „Wärmestoff" modern." —

Diejenige Auffassung der Naturgesetze, welche dazu bestimmt sein soll, die Äthervorstellung zu beseitigen, ist das „Prinzip der Relativität". — Den Anstoß zu seiner Aufstellung gab der negative Erfolg des berühmten Experiments von Michelson, welches die Bewegung der Erde relativ zum Äther zeigen sollte. Im Anschluß daran untersuchte H. A. Lorentz, welche Annahmen über die Naturgesetze zu machen seien, damit allgemein die Bewegung relativ zum Äther der Beobachtung entgehe. Er fand, daß für die elektrodynamischen Vorgänge bei Zugrundelegung der von ihm entwickelten Theorie der Elektrodynamik die Hinzunahme jener Hypothese über die Kontraktion bewegter Körper genügt, die man heute die „Lorentz-Fitzgeraldsche Hypothese" zu nennen pflegt. Für die anderen Naturkräfte muß man ein ähnliches Verhalten annehmen wie für die Kräfte elektromagnetischen Ursprungs. Der Schwerkraft insbesondere muß

1) Mündliche Berichte über einzelne Teile der vorliegenden Arbeit wurden in Göttingen gegeben: in der Kgl. Ges. d. Wiss. am 25. März d. J., in der Physik. Ges. am 17. Mai, in der Math. Ges. am 23. Mai.

1) N. Campbell, Phil. Mag. Lond. 19, 181—191, 1910; Zitat von S. 190 in Übersetzung.

eine Fortpflanzung mit Lichtgeschwindigkeit zugeschrieben werden. H. A. Lorentz zeigte auch, daß die Zeitauffassung eines Beobachters beeinflußt wird, der sich zugleich mit dem Körpersystem durch den Äther bewegt. Es ergibt sich eine „Ortszeit", die von der im ruhenden Äther beurteilten wirklichen Zeit verschieden ist.

Hieran knüpfte A. Einstein[1]) an, indem er für die Naturerscheinungen in der folgenden Hypothese ein fundamentales Gesetz aufstellte: „Die Naturgesetze sind unabhängig vom Bewegungszustand des Bewegungssystems, wenigstens falls letzterer ein beschleunigungsfreier ist." Für diese Hypothese wählte er den Namen „Prinzip der Relativität". Wesentlich ist bei A. Einstein eine neue Auffassung des Zeitbegriffs. Für H. A. Lorentz war die „Ortszeit" im bewegten Koordinatensystem ein Hilfsbegriff. Nach A. Einstein soll nun keines der Koordinatensysteme vor dem anderen ausgezeichnet sein, die „Ortszeit" muß also als „Zeit" schlechthin definiert werden. So ergibt sich eine innere Abhängigkeit des Zeitbegriffs von der Raumanschauung. —

H. Minkowski[2]) hat das Prinzip der Relativität in ein außerordentlich elegantes mathematisches System gebracht, in dem er die Zeit als eine vierte neue Weltkoordinate den drei Raumkoordinaten gleichstellte. Der Übergang von einem Raumkoordinatensystem zu einem relativ dagegen bewegten, wobei nach H. A. Lorentz ein neues System der „Ortszeit" hinzugenommen werden muß, wird für H. Minkowski zu einer einfachen Koordinatentransformation in der vierdimensionalen Raum-Zeit-Welt, wobei auch die Zeit eine neue „Achse" erhält. In wissenschaftlicher Begeisterung sagt er über die neuen Vorstellungen von der Verkettung der Begriffe von Raum und Zeit[3]): „Von Stund' an sollen Raum und Zeit zu Schatten herabsinken und nur noch eine Art Union der beiden soll Selbständigkeit bewahren".

Bei der Entwicklung des Prinzips der Relativität wird von A. Einstein die Äthervorstellung abgelehnt. Denn da es für die Beurteilung des Weltgeschehens ohne Bedeutung sein soll, auf welches der verschiedenen in relativer Bewegung begriffenen Koordinatensysteme man sich bezieht, darf ein gegenständlicher Äther nicht angenommen werden: ein solcher würde ja zur Auszeichnung desjenigen Koordinatensystems führen, welches in ihm ruht. —

1) A. Einstein, Ann. d. Phys. **17**, 891, 1905; Jahrb. d. Radioaktivität u. d. Elektronik **4**, 411—462, 1908.
2) H. Minkowski, Nachr. v. d. Kgl. Ges. d. Wiss. zu Göttingen aus dem Jahre 1908, S. 53—111.
3) H. Minkowski, diese Zeitschr. **10**, 104—111, 1909; Zitat von S. 104.

Im Herbst vorigen Jahres hatten wir in Göttingen die Freude, eine Reihe von Vorträgen von Prof. H. A. Lorentz zu hören über die neuere theoretische Forschung in der Elektrodynamik und in bezug auf die Wärmestrahlung. Eine fast wörtliche Wiedergabe dieser Vorträge findet sich im vorigen Jahrgange dieser Zeitschrift[1]). H. A. Lorentz trat für die Existenz des Äthers ein; aber er ließ das Relativitätsprinzip als möglich gelten. In der zitierten Wiedergabe der Vorträge, S. 1236, heißt es: „Wenn nun das Relativitätsprinzip in der Natur allgemeine Gültigkeit hätte, so würde man allerdings nicht in der Lage sein, festzustellen, ob das gerade benutzte Bezugssystem jenes ausgezeichnete ist. Man kommt also dann zu denselben Resultaten, wie wenn man im Anschluß an Einstein und Minkowski die Existenz des Äthers und der wahren Zeit leugnet und alle Bezugssysteme als gleichwertig ansieht. Welcher der beiden Denkweisen man sich anschließen mag, bleibt wohl dem einzelnen überlassen." — Auch mir scheint es sehr wohl möglich, daß die schönen Relativitätsgesetze in einem gewissen Umfang der Wirklichkeit entsprechen könnten; ja, ich glaube, daß nach den Beobachtungen die Wahrscheinlichkeit dafür sehr groß ist. Ich bin aber der Meinung, daß diese Gesetze nicht nur nicht gegen die Ätherhypothese sprechen, sondern gerade umgekehrt sehr wichtige neue Anzeichen für das Bestehen des Äthers bringen. Das zu zeigen ist der Zweck der vorliegenden Arbeit. Im folgenden werde ich demgemäß die Gültigkeit der Relativitätsgesetze, wenigstens bei Ausschluß der Gravitation, annehmen. In den Gesetzen wird jedoch nicht ein grundlegendes Prinzip für das Weltgeschehen gesehen werden, sondern nur eine innerhalb gewisser Grenzen gültige Folge der Verkettung von Äther und sinnlich wahrnehmbarer Materie.

Sehr gern erkenne ich die hohe erkenntnistheoretische Bedeutung der durch das Relativitätsprinzip angeregten Untersuchungen über den Zeitbegriff an; der Schluß, zu dem ich mich genötigt sehe, ist aber doch der, daß die Gleichwertigkeit der verschiedenen Zeitsysteme nur praktisch und nur innerhalb gewisser Grenzen besteht, keineswegs aber für das Weltgeschehen im allgemeinen behauptet werden darf. —

Die schönen mathematischen Entwicklungen des leider so früh dahingegangenen Göttinger Kollegen und Freundes H. Minkowski werden durch das, was ich zu sagen habe, in ihrer Bedeutung nicht vermindert. Ja, ich meine, daß das Vermächtnis, welches wir H. Minkowski

1) H. A. Lorentz, diese Zeitschr. **11**, 1234, 1910.

verdanken, nur noch mehr zur Geltung kommen wird, wenn man zu weitgehende Folgerungen vermeidet. —

Die Sorge um den Ausdruck hat mich veranlaßt, ein Wort neu zu bilden: „die Schreitung". Damit soll ein Begriff kurz gekennzeichnet werden, der für die hier notwendigen Untersuchungen von der äußersten Wichtigkeit ist. Ein Punkt im Raum, der keine Beschleunigung im Sinne der Mechanik zeigt, gibt eine bestimmte „Schreitung" an. Ein System von Punkten hat gleiche Schreitung, wenn keine relativen Verschiebungen stattfinden. Relativ zu einem solchen System wird ein Punkt anderer Schreitung sich mit konstanter Geschwindigkeit geradlinig bewegen. — Während die „Geschwindigkeit" stets nur relativ sein kann, besitzt die Schreitung absolute Bedeutung. Es hat keinen Sinn, nach „Größe" und „Richtung" der Schreitung zu fragen; beides ist allein der Geschwindigkeit eigen. Die Verschiedenartigkeit äußert sich auch darin, daß die Schreitung im Gegensatz zur Geschwindigkeit völlig unabhängig von allen Maßsystemen des Raumes und der Zeit ist; diese kommen erst zur Geltung, wenn man zwei Schreitungen miteinander vergleicht und ihren Unterschied zahlenmäßig darstellen will. —

In der Darstellung der mathematischen Zusammenhänge bin ich ziemlich ausführlich, denn es liegt mir daran, das Mathematische dem Physikalischen scharf gegenüberzustellen. — Wer schnell zur Hauptsache kommen will, mag den I. Teil zunächst überspringen.

I. Teil. Mathematische Vorbereitungen.

§ 2. Bezeichnungen.

Schreitung: Bewegungszustand, der durch einen sich völlig selbst überlassenen materiellen Punkt angezeigt wird, der also frei von Beschleunigung ist. Schreitungen an verschiedenen Orten sind „gleich", wenn bei gleichförmiger Andauer keine relativen Verschiebungen eintreten (vgl. § 1).

Lateinische und griechische Buchstaben: Skalare.

Deutsche Buchstaben: Vektoren.

$\mathfrak{U}$: Intensität des Vektors $\mathfrak{U}$, positiv gerechnet.

c: Lichtgeschwindigkeit.

x, y, z und ebenso x', y', z': Rechtwinklige Raumkoordinaten mit gleicher und gleichbleibender Schreitung aller Systempunkte.

t und ebenso t': Ortszeit, d. h. die Zeit, insofern sie den Raumkoordinaten zugeordnet wird (Bezeichnung nach H. A. Lorentz).

x, y, z, t und ebenso x', y', z', t' zusammengefaßt: Raum-Zeit-Koordinaten.

Lorentz-Transformation[1]) für Raum und Zeit: Verbindung zwischen zwei Raum-Zeit-Koordinatensystemen besonderer Art. Sind (x, y, z, t) und (x', y', z', t') die beiden Systeme, nennt man v die Geschwindigkeit, mit der in dem einen System der Koordinatenanfangspunkt des anderen sich zu bewegen scheint, legt man die Achsen parallel zueinander, und zwar die z- und die z'-Achse zugleich parallel der Richtungslinie der gegenseitigen Bewegung, so lauten die Transformationsformeln bei passender Wahl der Anfangspunkte für die Zeit und für die Raumkoordinaten:

$$\left.\begin{aligned} & x' = x, \quad y' = y, \\ & z' = \frac{z - vt}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, \quad t' = \frac{t - \frac{v}{c^2} z}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \\ & z = \frac{z' + vt'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, \quad t = \frac{t' + \frac{v}{c^2} z'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}. \end{aligned}\right\} \quad (1)$$

Mathematisch kann man die Lorentz-Transformation definieren als lineare Transformation, die der Bedingung

$$x'^2 + y'^2 + z'^2 - c^2 t'^2 = x^2 + y^2 + z^2 - c^2 t^2 \quad (2)$$

genügt. Dies ist der Ausgangspunkt für H. Minkowski. Enger an die physikalische Anwendung schließt sich folgende Definition: Die Lorentz-Transformation ist eine lineare Transformation, welche die Lichtgeschwindigkeit c unverändert läßt und dabei die beiden Koordinatensysteme symmetrisch aufeinander bezieht, so daß man x, y, z, t, $+v$ mit x', y', z', t', $-v$ vertauschen kann.

Lorentz-Transformation für Vorgänge: Wird auch dargestellt durch die Formeln (1). x, y, z, t und x', y', z', t' bedeuten dann aber Koordinaten und Zeiten in ein und demselben Raum-Zeit-Koordinatensystem und geben Lagen und Zeiten für je zwei einander zugeordnete Punkte in zwei materiellen Systemen an. — Wird in diesem Fall mit dem Übergang von einem Vorgang zum andern zugleich auch die entsprechende Transformation für Raum und Zeit verbunden, so verlaufen beide Vorgänge formal in genau gleicher Weise.

$\mathfrak{v}$ und ebenso $\mathfrak{v}'$: Geschwindigkeit eines sich bewegenden Punktes als Vektor aufgefaßt. $\mathfrak{v}$ bezieht sich auf die Zeit t, $\mathfrak{v}'$ auf die Zeit t':

1) Der Name „Lorentz-Transformation" rührt von H. Poincaré her. Indem ich hier zwischen Lorentz-Transformationen für „Raum und Zeit" und für „Vorgänge" unterscheide, soll die für die Relativitätstheorie wichtige doppelte Anwendung der Transformationsgleichungen hervorgehoben werden.

$$\frac{dx}{dt} = \mathfrak{v}_x, \text{ usw.}, \quad \frac{dx'}{dt'} = \mathfrak{v}_x', \text{ usw.} \quad (3)$$

τ: Eigenzeit eines sich bewegenden Punktes nach H. Minkowski. Es ist:

$$d\tau = dt\sqrt{1 - \frac{\mathfrak{v}^2}{c^2}} = dt'\sqrt{1 - \frac{\mathfrak{v}'^2}{c^2}}. \quad (4)$$

$\mathfrak{w}$: Eigengeschwindigkeit, definiert durch:

$$\frac{dx}{d\tau} = \mathfrak{w}_x, \quad \frac{dy}{d\tau} = \mathfrak{w}_y, \quad \frac{dz}{d\tau} = \mathfrak{w}_z. \quad (5)$$

$\dot{a}$, $\ddot{a}$, $\dot{\mathfrak{a}}$, $\ddot{\mathfrak{a}}$: Schwellung und Beschleunigung des Skalars a und des Vektors $\mathfrak{a}$. Es ist also:

$$\dot{a} = \frac{da}{dt}, \quad \ddot{a} = \frac{d^2a}{dt^2}, \quad \dot{\mathfrak{a}}_x = \frac{d\mathfrak{a}_x}{dt}, \quad \ddot{\mathfrak{a}}_x = \frac{d^2\mathfrak{a}_x}{dt^2} \quad \text{usw.} \quad (6)$$

Als Zeit ist hier im allgemeinen die des betreffenden Raum-Zeit-Systems zu rechnen. Gehört also zum Beispiel der Vektor $\mathfrak{a}'$ dem System x', y', z', t' an, so ist zu setzen:

$$\dot{\mathfrak{a}}_x' = \frac{d\mathfrak{a}_x'}{dt'}, \quad \ddot{\mathfrak{a}}_x = \frac{d^2\mathfrak{a}_x'}{dt'^2} \quad \text{usw.}$$

Für $\mathfrak{w}$ aber ist die Eigenzeit als zugehörig zu betrachten, d. h. es ist zu setzen:

$$\frac{d^2x}{d\tau^2} = \dot{\mathfrak{w}}_x, \quad \frac{d^2y}{d\tau^2} = \dot{\mathfrak{w}}_y, \quad \frac{d^2z}{d\tau^2} = \dot{\mathfrak{w}}_z. \quad (7)$$

$\dot{\mathfrak{w}}$ könnte Eigenbeschleunigung heißen.

$\mathfrak{p}$, $\mathfrak{q}$: Beschleunigung eines Punktes in seiner Bahn und quer zur Bahn.

m, $m^{(p)}$, $m^{(q)}$: Ruhmasse, longitudinale und transversale Masse; im folgenden wird stets angenommen werden:

$$m^{(p)} = \frac{m}{\sqrt{1 - \frac{\mathfrak{v}^2}{c^2}}^{\,3}}, \quad m^{(q)} = \frac{m}{\sqrt{1 - \frac{\mathfrak{v}^2}{c^2}}}. \quad (8)$$

$\mathfrak{F}$: Newtonsche Kraft, d. h. die gewöhnlich so genannte mechanische Kraft.

$\mathfrak{K}$: Minkowskische Kraft (Bezeichnung nach Lorentz). Es ist:

$$\mathfrak{K} = \frac{\mathfrak{F}}{\sqrt{1 - \frac{\mathfrak{v}^2}{c^2}}}. \quad (9)$$

$\mathfrak{E}$, $\mathfrak{M}$, e, ε: Elektrische und magnetische Kraft, elektrische Menge und elektrische Raumdichte.

div $\mathfrak{U}$, vers $\mathfrak{U}$: Divergenz und Version[1]) des Vektors $\mathfrak{U}$. Es ist:

$$\text{div}\,\mathfrak{U} = \frac{\partial\mathfrak{U}_x}{\partial x} + \frac{\partial\mathfrak{U}_y}{\partial y} + \frac{\partial\mathfrak{U}_z}{\partial z}.$$

$$\text{vers}\,\mathfrak{U} = \text{rot}\,\mathfrak{U} = \text{curl}\,\mathfrak{U};$$

$$\text{vers}_x\,\mathfrak{U} = \frac{\partial\mathfrak{U}_z}{\partial y} - \frac{\partial\mathfrak{U}_y}{\partial z}, \text{ usw.}$$

$(\mathfrak{U}, \mathfrak{V})$, $[\mathfrak{U}, \mathfrak{V}]$: Skalares und vektorielles Produkt der Vektoren $\mathfrak{U}$ und $\mathfrak{V}$. Es ist:

$$(\mathfrak{U}, \mathfrak{V}) = \mathfrak{U}_x\mathfrak{V}_x + \mathfrak{U}_y\mathfrak{V}_y + \mathfrak{U}_z\mathfrak{V}_z,$$

$$[\mathfrak{U}, \mathfrak{V}]_x = \mathfrak{U}_y\mathfrak{V}_z - \mathfrak{U}_z\mathfrak{V}_y, \text{ usw.}$$

$\mathfrak{U}^2 = (\mathfrak{U}, \mathfrak{U}) = |\mathfrak{U}|^2$ ist als Skalar anzusehen.

Nimmt man für das elektromagnetische Feld im Innern der Materie genau die gleichen Eigenschaften an wie für das Feld außerhalb, so daß der Unterschied nur darin besteht, daß im Innern der Materie Elektrizität in ruhenden oder bewegten Teilen vorhanden ist, so lauten die elektromagnetischen Feldgleichungen:

$$\begin{aligned} \text{div}\,\mathfrak{E} &= 4\pi\varepsilon, & \text{div}\,\mathfrak{M} &= 0, \\ \dot{\mathfrak{E}} &= c\,\text{vers}\,\mathfrak{M} - 4\pi\varepsilon\mathfrak{v}, & \dot{\mathfrak{M}} &= -c\,\text{vers}\,\mathfrak{E}. \end{aligned} \quad (10)$$

$\mathfrak{v}$ bedeutet die Geschwindigkeit der die Elektrizität tragenden Teilchen. — Die Newtonsche Kraft, die ein unendlich wenig ausgedehntes elektrisches Teilchen e bei der Geschwindigkeit $\mathfrak{v}$ durch das Feld erfährt, ist:

$$\mathfrak{F} = e\left(\mathfrak{E} + \frac{1}{c}[\mathfrak{v}\,\mathfrak{M}]\right). \quad (11)$$

Heaviside-Ellipsoide: Im Achsenverhältnis $1 : \sqrt{1 - \mathfrak{v}^2/c^2}$ abgeplattete Rotationsellipsoide, die sich parallel der Figurenachse mit der Geschwindigkeit $\mathfrak{v}$ bewegen.

§ 3. Lorentz-Transformation für Raum und Zeit.

H. A. Lorentz erfand die nach ihm benannte Transformation zur Behandlung elektrodynamischer Probleme in bewegten Medien. Im vorliegenden Paragraphen soll hierauf noch nicht Rücksicht genommen werden, sondern die Lorentz-Transformation nur insoweit besprochen werden, als sie nicht speziell auf die Vorgänge im elektrodynamischen Feld Bezug hat. Man kann in der Lorentz-Transformation entweder sehen den Übergang von einem Koordinatensystem zu einem andern, oder die Zuordnung eines Vorgangs zu einem andern bei festgehaltenem Koordinatensystem. Hier wird zunächst die erste Auffassung verwertet werden. Dabei ergibt sich eine Transformation für Raum und Zeit.

Für unsere Ziele kommt es dabei darauf an, zwei räumliche Koordinatensysteme aufeinander zu beziehen, von denen jedes bei relativer Ruhe überall gleiche und dauernd gleichbleibende Schreitung kennzeichnet. Wesentlich ist, daß in den beiden Systemen die Zeit den Orten in verschiedener Weise zugeordnet wird. Wählt man gemäß dem vorigen Paragraphen (1) als Transformationsformeln, so stellen x, y, z, t und x', y', z', t' denselben Raumpunkt und

1) Alle die Ausdrücke „Version", „Rotation", „curl" rühren von Maxwell her. — curl empfiehlt sich wenig als internationalen Ausdruck; ich kann mich auch nicht dazu entschließen, den Ausdruck „Rotation" zu gebrauchen, da er den mathematisch und physikalisch sehr wesentlichen Unterschied von rotationalen und polaren Vektoren verwischt.

denselben Zeitpunkt dar. Es ist erlaubt, die Formeln (1) als Definitionsgleichungen für die Lorentz-Transformation anzusehen. Dann ist nur zu beachten, daß es allein auf die Zuordnung der Raum- und Zeitpunkte ankommt, daß also die spezielle Wahl der Achsenrichtungen und der Anfangspunkte von Raumkoordinaten und Zeit in jenen Gleichungen ohne Bedeutung ist. —

Ordnet man zum ursprünglichen Raum-Zeit-System mit verschiedenen Werten der Geschwindigkeit v und verschiedener Bewegungsrichtung zwei neue Systeme zu, so findet man, daß diese untereinander ebenfalls durch eine Lorentz-Transformation verbunden sind. So folgt denn, daß alle die durch Lorentz-Transformationen verbundenen Raum-Zeit-Systeme im mathematischen Sinne des Wortes eine „Gruppe" bilden. Damit wird ausgesagt, daß irgend zwei von ihnen durch eine Lorentz-Transformation ineinander übergeführt werden können. Die Gesamtheit der so verbundenen Raum-Zeit-Systeme heißt die „Lorentz-Gruppe", jedes einzelne zugehörige System ein „Lorentz-System". —

Wird für irgendein Lorentz-System ein Raumpunkt und ein Zeitpunkt ausgewählt, so ordnen sich dazu in den anderen Systemen der Gruppe andere Raumkoordinaten und ein anderer Wert der Zeit zu. Aber alle diese formal verschiedenen Bestimmungen stellen ein und denselben Raum-Zeit-Punkt dar. — Faßt man einen bestimmten materiellen Punkt ins Auge, so wird er demgemäß in jedem einzelnen Zeitmoment seines Bestehens in den verschiedenen Systemen verschiedene „Ortszeiten" vorfinden. Wir werden sogleich erkennen, daß demgegenüber mittels der Minkowskischen Eigenzeit eine andere Zeitrechnung aufgestellt werden kann, bei der für den betreffenden materiellen Punkt die Zeit von dem gewählten Raum-Zeit-Koordinatensystem unabhängig wird.

Wir verfolgen die Bewegung eines materiellen Punktes mit den Raum-Zeit-Koordinaten x, y, z, t und x', y', z', t' in zwei Lorentz-Systemen, indem wir etwa für zwei aufeinander folgende Momente einander zuordnen: x, y, z, t zu x', y', z', t' und $x+dx$, $y+dy$, $z+dz$, $t+dt$ zu $x'+dx'$, $y'+dy'$, $z'+dz'$, $t'+dt'$. Dann erscheinen die Geschwindigkeiten $\mathfrak{v}$ und $\mathfrak{v}'$, wie leichte Rechnungen mit Rücksicht auf (3) ergeben, verbunden durch die Gleichungen (12) der nächsten Spalte.

$$\left.\begin{aligned}
&\frac{\sqrt{1-\frac{\mathfrak{v}'^2}{c^2}}}{\sqrt{1-\frac{\mathfrak{v}^2}{c^2}}}=\frac{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}{1-\frac{v\mathfrak{v}_z}{c^2}}=\frac{1+\frac{v\mathfrak{v}_z'}{c^2}}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}},\\
&\frac{\mathfrak{v}_x'}{\mathfrak{v}_x}=\frac{\mathfrak{v}_y'}{\mathfrak{v}_y}=\frac{\sqrt{1-\frac{\mathfrak{v}'^2}{c^2}}}{\sqrt{1-\frac{\mathfrak{v}^2}{c^2}}},\\
&\mathfrak{v}_z'=\frac{\mathfrak{v}_z-v}{1-\frac{v\mathfrak{v}_z}{c^2}},\quad \mathfrak{v}_z=\frac{\mathfrak{v}_z'+v}{1+\frac{v\mathfrak{v}_z'}{c^2}}.
\end{aligned}\right\}\qquad(12)$$

Setzt man in den ersten dieser Gleichungen eine der beiden Geschwindigkeiten $\mathfrak{v}$ oder $\mathfrak{v}'$ gleich c, so zeigt sich, daß die andere Geschwindigkeit ebenfalls gleich c wird. Die Lichtgeschwindigkeit erscheint hiernach als eine Invariante der Lorentz-Transformation. Im vorigen Paragraphen wurde darauf hingewiesen, daß man diese Eigenschaft auch voranstellen und zur Definition der Lorentz-Transformation benutzen kann.

Vergleicht man entsprechende Zeitmomente dt und dt' eines sich bewegenden Punktes, so ergibt sich:

$$\sqrt{1-\frac{\mathfrak{v}'^2}{c^2}}\,dt'=\sqrt{1-\frac{\mathfrak{v}^2}{c^2}}\,dt. \qquad (13)$$

Hier ist keine Beziehung auf den besonderen gegenseitigen Zusammenhang der Raum-Zeit-Systeme x, y, z, t und x', y', z', t' explizite erkennbar, definiert man also nach Minkowski durch $\tau=\int d\tau$ und

$$d\tau=\sqrt{1-\frac{\mathfrak{v}^2}{c^2}}\,dt \qquad (14)$$

die „Eigenzeit" τ des bewegten Punktes, so ist diese für alle durch die Lorentz-Transformation verbundenen Raum-Zeit-Systeme von gleicher Größe. Mathematisch gesprochen besteht also der Satz: Die Eigenzeit τ ist gegenüber der Lorentz-Transformation invariant.

§ 4. Eigenzeit und Punktmechanik.

Für die Elektronenbewegung und die Relativitätsprobleme spielt die durch (14) definierte Eigenzeit eine bemerkenswerte Rolle. Es soll ihr daher noch besondere Aufmerksamkeit geschenkt werden.

Die Eigenzeit hat schon für ein einziges Raum-Zeit-Koordinatensystem ohne Rücksicht auf Transformationen Bedeutung. Unsere erste Aufgabe soll sein, hierauf zu achten.

Beurteilt man die Bewegung eines Punktes nach der Eigenzeit, so ergibt sich statt der gewöhnlichen Geschwindigkeit $\mathfrak{v}$ eine Vektorgröße, die ich „Eigengeschwindigkeit" nennen will. Wird sie mit $\mathfrak{w}$ bezeichnet, so ist zu setzen:

$$\mathfrak{w}_x=\frac{dx}{d\tau},\quad \mathfrak{w}_y=\frac{dy}{d\tau},\quad \mathfrak{w}_z=\frac{dz}{d\tau}. \qquad (15)$$

Für den Zusammenhang zwischen der gewöhnlichen und der Eigengeschwindigkeit folgt hiernach:

$$\mathfrak{w} = \frac{\mathfrak{v}}{\sqrt{1-\frac{\mathfrak{v}^2}{c^2}}}, \quad \mathfrak{v} = \frac{\mathfrak{w}}{\sqrt{1+\frac{\mathfrak{w}^2}{c^2}}}. \qquad \sqrt{1-\frac{\mathfrak{v}^2}{c^2}} \cdot \sqrt{1+\frac{\mathfrak{w}^2}{c^2}} = 1. \qquad (16)$$

In Parallele zu der Eigengeschwindigkeit tritt die „Eigenbeschleunigung", die mit $\dot{\mathfrak{w}}$ bezeichnet werden soll. Sie ist definiert durch:

$$\dot{\mathfrak{w}}_x = \frac{d^2 x}{d\tau^2}, \quad \dot{\mathfrak{w}}_y = \frac{d^2 y}{d\tau^2}, \quad \dot{\mathfrak{w}}_z = \frac{d^2 z}{d\tau^2}. \qquad (17)$$

Einfache Rechnungen ergeben zwischen $\dot{\mathfrak{w}}$ und der gewöhnlichen Beschleunigung den Zusammenhang:

$$\dot{\mathfrak{w}}_x = \frac{d^2 x}{d\tau^2} = \frac{\ddot{x} + \frac{\dot{x}(\mathfrak{v}\dot{\mathfrak{v}})}{c^2\left(1-\frac{\mathfrak{v}^2}{c^2}\right)}}{1-\frac{\mathfrak{v}^2}{c^2}}, \qquad (18)$$

mit zwei analogen Formeln für y und z. Dabei ist:

$$(\mathfrak{v}\dot{\mathfrak{v}}) = (\dot{x}\ddot{x} + \dot{y}\ddot{y} + \dot{z}\ddot{z}) = |\mathfrak{v}| \frac{d|\mathfrak{v}|}{dt}. \qquad (19)$$

Bezeichnet man die Beschleunigung in der Bahn mit $\mathfrak{p}$, so daß $\mathfrak{p}$ die Richtung von $\mathfrak{v}$ und die Intensität $d|\mathfrak{v}|/dt$ besitzt, und die Beschleunigung quer zur Bahn mit $\mathfrak{q}$, so daß $\dot{\mathfrak{v}} = \mathfrak{p} + \mathfrak{q}$ wird, dann kann an Stelle von (18) geschrieben werden:

$$\dot{\mathfrak{w}} = \frac{\mathfrak{p}}{\left(1-\frac{\mathfrak{v}^2}{c^2}\right)^2} + \frac{\mathfrak{q}}{1-\frac{\mathfrak{v}^2}{c^2}}. \qquad (20)$$

An diese Formel knüpfen sich wichtige Folgerungen für die Mechanik von Massenpunkten, deren Bewegungsmasse von der Ruhmasse m in solcher Weise verschieden ist, daß bei der Bewegung die longitudinale Masse $m^{(\mathfrak{p})}$ und die transversale Masse $m^{(\mathfrak{q})}$ gegeben werden durch:

$$m^{(\mathfrak{p})} = \frac{m}{\sqrt{1-\frac{\mathfrak{v}^2}{c^2}}^{3}}, \quad m^{(\mathfrak{q})} = \frac{m}{\sqrt{1-\frac{\mathfrak{v}^2}{c^2}}}. \qquad (21)$$

Bedeutet $\mathfrak{F}$ die antreibende mechanische Kraft, die „Newtonsche Kraft", so kann die Bewegungsgleichung für einen solchen Massenpunkt geschrieben werden in der Form:

$$\frac{m\mathfrak{p}}{\sqrt{1-\frac{\mathfrak{v}^2}{c^2}}^{3}} + \frac{m\mathfrak{q}}{\sqrt{1-\frac{\mathfrak{v}^2}{c^2}}} = \mathfrak{F}. \qquad (22)$$

Es mag noch bemerkt werden, daß hierzu eine kinetische Energie E gehört, gegeben durch:

$$E = mc^2\left(\frac{1}{\sqrt{1-\frac{\mathfrak{v}^2}{c^2}}} - 1\right), \qquad (23)$$

denn für die Energieübertragung kommt nur die Kraftkomponente parallel $\mathfrak{v}$ in Betracht, sodaß

$$dE = \frac{m\mathfrak{p}}{\sqrt{1-\frac{\mathfrak{v}^2}{c^2}}^{3}} |\mathfrak{v}|\, dt, \quad \mathfrak{p} = \frac{d|\mathfrak{v}|}{dt} \qquad (24)$$

ist, woraus sogleich (23) folgt.

Wir erkennen bei Hinblick auf (20), daß die Bewegungsgleichung (22) auch die Form erhalten kann:

$$m\dot{\mathfrak{w}} = \mathfrak{K}, \qquad (25)$$

wobei abkürzend

$$\mathfrak{K} = \frac{\mathfrak{F}}{\sqrt{1-\frac{\mathfrak{v}^2}{c^2}}} \qquad (26)$$

gesetzt werde. $\mathfrak{K}$ heißt nach Lorentz die „Minkowskische Kraft". Es zeigt sich also, daß an Stelle der Bewegungsgleichung

$$m\dot{\mathfrak{v}} = \mathfrak{F} \qquad (27)$$

für einen Massenpunkt mit fester Masse m die Gleichung (25) tritt, wenn die Masse gemäß den Formeln (21) von der Geschwindigkeit abhängt. Die Masse, die gewöhnliche Beschleunigung und die Newtonsche Kraft werden also durch die Ruhmasse, die Eigenbeschleunigung und die Minkowskische Kraft ersetzt. —

Es soll nun zweitens das Verhalten eines Massenpunktes in zwei Lorentz-Systemen verglichen werden. Dabei setzen wir fest, daß die träge Masse als eine Invariante betrachtet werden soll. Beim Übergang von einem Lorentz-System zu einem andern soll also für einen Massenpunkt mit fester Masse der Wert dieser, für einen Massenpunkt mit veränderlicher Masse der Wert der Ruhmasse und die Abhängigkeit der Masse von der Geschwindigkeit als gleichbleibend angesehen werden. Da die Transformation der Beschleunigungen fest gegeben ist, folgt so eine Transformation für die bewegenden Kräfte.

Für die gewöhnlichen Beschleunigungen erhält man leicht mittels der Transformationsformeln (12) unter Rücksicht auf (13):

$$\frac{\ddot{x}'}{\sqrt{1-\frac{\mathfrak{v}'^2}{c^2}}^{3}} = \frac{\ddot{x} - \frac{v}{c^2}(\dot{z}\ddot{x} - \dot{x}\ddot{z})}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}\sqrt{1-\frac{\mathfrak{v}^2}{c^2}}^{3}},$$

$$\frac{\ddot{y}'}{\sqrt{1-\frac{\mathfrak{v}'^2}{c^2}}^{3}} = \frac{\ddot{y} + \frac{v}{c^2}(\dot{y}\ddot{z} - \dot{z}\ddot{y})}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}\sqrt{1-\frac{\mathfrak{v}^2}{c^2}}^{3}}, \qquad (28)$$

$$\frac{\ddot{z}'}{\sqrt{1-\frac{\mathfrak{v}'^2}{c^2}}^{3}} = \frac{\ddot{z}}{\sqrt{1-\frac{\mathfrak{v}^2}{c^2}}^{3}}.$$

Die Beschleunigungen im System x', y', z', t' hängen hiernach zwar linear, aber ziemlich kompliziert von den Beschleunigungen im System (x, y, z, t) ab. Verfolgt man die Bewegungen eines materiellen Punktes mit fester Masse, so ist mit Rücksicht auf die angenommene Invarianz der Masse zu setzen:

$$m\dot{\mathfrak{v}} = \mathfrak{F}, \quad m\dot{\mathfrak{v}}' = \mathfrak{F}'. \tag{29}$$

Es entspricht also dann nach den Formeln (28) der Kraft $\mathfrak{F}$ im System (x, y, z, t) eine Kraft $\mathfrak{F}'$ im System (x, y, z, t), gegeben durch die Beziehungen:

$$\left.\begin{aligned}
\frac{\mathfrak{F}_x'}{\sqrt{1-\frac{\mathfrak{v}'^2}{c^2}}^3} &= \frac{\mathfrak{F}_x - \frac{v}{c^2}[\mathfrak{v}\mathfrak{F}]_y}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}\sqrt{1-\frac{\mathfrak{v}^2}{c^2}}^3}, \\
\frac{\mathfrak{F}_y'}{\sqrt{1-\frac{\mathfrak{v}'^2}{c^2}}^3} &= \frac{\mathfrak{F}_y + \frac{v}{c^2}[\mathfrak{v}\mathfrak{F}]_x}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}\sqrt{1-\frac{\mathfrak{v}^2}{c^2}}^3}, \\
\frac{\mathfrak{F}_z'}{\sqrt{1-\frac{\mathfrak{v}'^2}{c^2}}^3} &= \frac{\mathfrak{F}_z}{\sqrt{1-\frac{\mathfrak{v}^2}{c^2}}^3}.
\end{aligned}\right\} \tag{30}$$

Für die Eigenbeschleunigungen findet man bei Benutzung von (12), (13), (14), (16) ohne Schwierigkeit:

$$\left.\begin{aligned}
\dot{\mathfrak{w}}_x' &= \dot{\mathfrak{w}}_x, \quad \dot{\mathfrak{w}}_y' = \dot{\mathfrak{w}}_y, \\
\dot{\mathfrak{w}}_z' &= \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}\left(\dot{\mathfrak{w}}_z - \frac{v}{c^2}(\mathfrak{v}\dot{\mathfrak{w}})\right).
\end{aligned}\right\} \tag{31}$$

Verfolgen wir die Bewegungen eines Massenpunktes, dessen Masse gemäß den Formeln (21) von der Geschwindigkeit abhängt, so daß unter Rücksicht auf die angenommene Invarianz der Masse nach (25) zu setzen ist:

$$m\dot{\mathfrak{w}} = \mathfrak{K}, \quad m\dot{\mathfrak{w}}' = \mathfrak{K}', \tag{32}$$

wobei

$$\mathfrak{K} = \frac{\mathfrak{F}}{\sqrt{1-\frac{\mathfrak{v}^2}{c^2}}}, \quad \mathfrak{K}' = \frac{\mathfrak{F}'}{\sqrt{1-\frac{\mathfrak{v}'^2}{c^2}}}, \tag{33}$$

so entspricht nach (31) der Minkowskischen Kraft $\mathfrak{K}$ im System (x, y, z, t) eine Kraft $\mathfrak{K}'$ im System (x', y', z', t'), gegeben durch die Beziehungen:

$$\left.\begin{aligned}
\mathfrak{K}_x' &= \mathfrak{K}_x, \quad \mathfrak{K}_y' = \mathfrak{K}_y, \\
\mathfrak{K}_z' &= \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}\left(\mathfrak{K}_z - \frac{v}{c^2}(\mathfrak{v}\mathfrak{K})\right).
\end{aligned}\right\} \tag{34}$$

§ 5. Kontinuum.

Wir denken uns nun ein Kontinuum in Bewegung, das „Materie" heißen mag. Die einzelnen Punkte sollen soweit individualisiert sein, daß sie wieder erkannt werden können. Sind dann in t_0 und t_0' irgend zwei Zeitmomente gegeben, für welche die Anordnung der materiellen Punkte in den beiden Lorentz-Raum-Zeit-Systemen (x, y, z, t) und (x', y', z', t') ins Auge gefaßt wird, so bestimmen die Transformationsgleichungen (1) zu t_0 und t_0' eine gewisse Ebene, für welche gesetzt werden möge: $z = z_{0,0}$ und $z' = z_{0,0}'$. Diese Ebene umfaßt diejenigen materiellen Punkte, welche in den Zeitpunkten $t = t_0$ und $t' = t_0'$ sich gerade in den der Lorentz-Transformation entsprechenden Lagen befinden, für welche t_0 und t_0' denselben Zeitmoment des Bestehens, dieselbe Eigenzeit darstellen. Ihre Raum-Zeit-Koordinaten erfüllen also die Gleichungen (1).

Für die materiellen Punkte, die zu den Zeiten t_0, t_0' außerhalb der Ebenen $(z_{0,0})$, $(z_{0,0}')$ liegen, trifft das nicht zu. Hat ein materieller Punkt P im System (x, y, z, t) zur Zeit t_0 zum Beispiel die Koordinaten x_0, y_0, z_0, wobei z_0 von $z_{0,0}$ verschieden ist, so ergeben (1) eine von t_0' verschiedene Zeit t' und liefern demgemäß die Koordinaten x', y', z' des Punktes P im System (x', y', z', t') nicht zur Zeit t_0', sondern zur Zeit t'. Um also die Koordinaten von P im System (x', y', z', t') zur Zeit t_0' festzustellen, muß noch die Lageänderung in der Zwischenzeit t' bis t_0' berücksichtigt werden.

Die beiden Spezialfälle, in denen die Materie entweder im System (x, y, z, t) oder im System (x', y', z', t') ruht, sind ausgezeichnet. Es ist dann die Zeit im System der Ruhe ohne Bedeutung, die Formeln (1) verbinden daher direkt die Anordnung der Materie in den beiden Systemen, wenn man von den beiden Formeln zwischen z und z' jedesmal diejenige fortläßt, welche die Zeit für das System der Ruhe enthält, und wenn man zugleich in der anderen Formel für das System der Bewegung diejenige Zeit einsetzt, für welche man die Anordnung bestimmen will. Die Formeln zeigen, daß in diesen Spezialfällen die Materie im System der Bewegung mit der gleichmäßigen Geschwindigkeit v in der Richtung $+z$ oder $-z'$ in reiner Parallelverschiebung begriffen ist. Es folgt weiter, daß die Materie quer zur Bewegungsrichtung in beiden Systemen die gleiche Anordnung der Teile besitzt, daß sich aber parallel der Bewegungsrichtung gegenüber dem System der Ruhe eine Verkleinerung der Abstände im Verhältnis $1 : \sqrt{1 - v^2/c^2}$ zeigt.

Unmittelbar ist hiernach ersichtlich, daß eine ruhende Kugel in einem der Lorentz-Systeme

sich in jedem anderen als Heaviside-Ellipsoid darstellt.

Sehr einfach kann auch der Fall behandelt werden, wo die Materie sich zwar in beiden betrachteten Systemen, jedoch ohne relative Verschiebung der Teile und mit gleichmäßiger Geschwindigkeit in reiner Parallelverschiebung bewegt.

$\mathfrak{v}$ und $\mathfrak{v}'$ seien die Geschwindigkeiten; für den Zusammenhang zwischen diesen und ihren Komponenten sind uns die Formeln (12) schon bekannt. Durch einfache Rechnungen, auf die nicht näher eingegangen werden soll, ergibt sich als Resultat Folgendes: Sind Δx, Δy, Δz und $\Delta x'$, $\Delta y'$, $\Delta z'$ die Koordinatendifferenzen für irgend zwei bestimmte materielle Punkte in den beiden Systemen, wobei Δx, Δy, Δz sich für beide materielle Punkte auf den gleichen Zeitpunkt t, und ebenso $\Delta x'$, $\Delta y'$, $\Delta z'$ sich auf den gleichen Zeitpunkt t' beziehen, so ist:

$$\left.\begin{aligned} \Delta x' &= \Delta x + \frac{\frac{v\mathfrak{v}_x}{c^2}}{1-\frac{v\mathfrak{v}_z}{c^2}}\Delta z, \\ \Delta y' &= \Delta y + \frac{\frac{v\mathfrak{v}_y}{c^2}}{1-\frac{v\mathfrak{v}_z}{c^2}}\Delta z, \\ \Delta x &= \Delta x' - \frac{\frac{v\mathfrak{v}_x'}{c^2}}{1+\frac{v\mathfrak{v}_z'}{c^2}}\Delta z', \\ \Delta y &= \Delta y' - \frac{\frac{v\mathfrak{v}_y'}{c^2}}{1+\frac{v\mathfrak{v}_z'}{c^2}}\Delta z', \\ \frac{\Delta z'}{\sqrt{1-\frac{\mathfrak{v}'^2}{c^2}}} &= \frac{\Delta z}{\sqrt{1-\frac{\mathfrak{v}^2}{c^2}}}. \end{aligned}\right\} \quad (35)$$

Hiernach findet sich jeder Querschnitt $z = \text{const}$ in einem Querschnitt $z' = \text{const}$ in gleicher Anordnung der materiellen Teile wieder, es sind aber die verschiedenen Querschnitte dieser Art in den beiden Systemen (x, y, z) und (x', y', z') verschieden angeordnet, und zwar erscheinen sie beim Übergang von einem System zum anderen in ihren Ebenen parallel zueinander verschoben und überdies in andere Abstände voneinander gestellt. — Das Volumen entsprechender Teile ist infolge der Abstandsänderung der Querschnitte in den beiden Systemen verschieden. Nennen wir es ω bezüglich ω', so folgt nach den Formeln für Δz, $\Delta z'$ sogleich:

$$\frac{\omega'}{\sqrt{1-\frac{\mathfrak{v}'^2}{c^2}}} = \frac{\omega}{\sqrt{1-\frac{\mathfrak{v}^2}{c^2}}}. \quad (36)$$

Besonders hervorgehoben mag noch werden, daß einem Heaviside-Ellipsoid in einem Lorentz-System auch in jedem anderen ein Heaviside-Ellipsoid entspricht. Um dies einzusehen, braucht man nur zu beachten, daß dem Heaviside-Ellipsoid in dem „Ruhsystem", d. h. in dem Lorentz-System, in dem die Materie zu ruhen scheint, eine Kugel entspricht, und daß zu dieser wieder in jedem anderen System ein Heaviside-Ellipsoid gehört.

Im allgemeinen Fall, wenn die Bewegung sich ändert und wenn während der Bewegung im Kontinuum relative Verschiebungen stattfinden, gelten die Formeln (35) zwar noch, aber nur für Bereiche von unendlich kleinen Dimensionen und in Gebieten, in welchen die etwaigen Verzerrungen der materiellen Teile infolge der Bewegung nur stetig von Ort zu Ort sich ändern. Auf den Beweis soll hier nicht eingegangen werden. In einem Gebiet der angegebenen Art möge ein beliebiger materieller Punkt P und für ihn bestimmter Augenblick des Bestehens herausgegriffen werden. Dieser Augenblick werde im System (x, y, z, t) durch t, im System (x', y', z', t') durch t' bezeichnet. Die Werte t, t' und die beiden räumlichen Lagen von P in den beiden Systemen sind dann durch die Formeln (1) miteinander verbunden. In der Umgebung von P werde ein gewisses unendlich kleines Bereich von Materie abgegrenzt. Dieses habe im System (x, y, z, t) zur Zeit t das Volumen $d\omega$, im System (x', y', z', t') zur Zeit t' das Volumen $d\omega'$. $\mathfrak{v}$ und $\mathfrak{v}'$ seien die Geschwindigkeiten in den beiden Systemen in dem erwählten Zeitmoment t, t', dann gilt gemäß (36) der Satz:

$$\frac{d\omega'}{\sqrt{1-\frac{\mathfrak{v}'^2}{c^2}}} = \frac{d\omega}{\sqrt{1-\frac{\mathfrak{v}^2}{c^2}}}. \quad (37)$$

Wie ersichtlich, haben wir hier eine „Invariante" der Lorentz-Transformationen vor uns; man könnte sie „Ruhvolumenelement" nennen, denn sie gibt das Volumenelement in demjenigen Lorentz-System an, in welchem das betrachtete Element der Materie zu ruhen scheint.

An den Satz (37) knüpft sich die Transformation der „Dichte". Ist de die „Menge" der Materie oder der Elektrizität usw. in $d\omega$, so muß sie in $d\omega'$ sich wiederfinden, da ja $d\omega'$ die gleiche Materie usw. umfassen soll. Bezeichnen also ε und ε' die Dichten, so muß gelten: $\varepsilon' d\omega' = \varepsilon d\omega$, woraus für die Transformation der Dichte ε folgt:

$$\varepsilon' \sqrt{1 - \frac{\mathfrak{v}'^2}{c^2}} = \varepsilon \sqrt{1 - \frac{\mathfrak{v}^2}{c^2}}. \tag{38}$$

Wieder ist eine Invariante der Lorentz-Transformation gefunden; man könnte sie „Ruhdichte" nennen. —

§ 6. Ausbreitung von Erregungen.

Bei Untersuchung der Ausbreitung von Erregungen, wie Schall, Licht usw., ist die Ausbreitung relativ zum Koordinatensystem und relativ zur Materie zu unterscheiden. Es soll hier nur der Fall behandelt werden, wo die Ausbreitung in ruhender Materie nach allen Seiten mit gleichmäßiger Geschwindigkeit erfolgt. Es genügt auch, wenn wir weiter noch annehmen, daß ein einziges, punktförmiges Zentrum gegeben ist, von dem die Erregung ausgeht.

Die Ruhe der Materie kann sich nur in einem einzigen der Lorentz-Systeme zeigen. Die Koordinaten in diesem Systeme sollen mit x', y', z', t' bezeichnet werden. Wir fragen nun nach dem Anblick des Phänomens in irgendeinem anderen System und wählen dazu das System (x, y, z, t) aus, welches mit dem Ruhsystem durch die Formeln (1) verbunden ist. In ihm scheint die Materie sich in reiner Parallelverschiebung mit der gleichmäßigen Geschwindigkeit v in der positiven z-Richtung zu bewegen. — Es ist erlaubt und bequem, in Gedanken die Ausbreitung der Erregung zu ersetzen durch die Emission besonderer materieller Teilchen, die im Ruhsystem vom Zentrum nach allen Seiten mit der gleichen Geschwindigkeit geradlinig ausgesandt werden. Die Bahnen der emittierten Teilchen geben dann sowohl im System der Ruhe (x', y', z', t') als im System der Bewegung (x, y, z, t) die „Strahlen" an, die geradlinig erscheinen. Wird noch berücksichtigt, daß die Geschwindigkeiten der emittierten Teilchen, also auch die Geschwindigkeiten in den Strahlen durch die uns schon bekannten Formeln (12) verknüpft sind, so ist das Problem leicht zu behandeln. Ich gebe ohne Beweis die Hauptresultate an.

Als „Wellenfläche" bezeichnen wir diejenige Fläche, welche von der Erregung in einem bestimmten Zeitpunkt t', bezüglich t des betreffenden Lorentz-Systems erreicht wird. Im Ruhsystem (x', y', z', t') setzen wir gleichmäßige Geschwindigkeit voraus, die Wellenflächen sind also hier kugelförmig. Ist $\mathfrak{v}'$ die Geschwindigkeit, so hat die Wellenfläche zur Zeit $\Delta t'$ nach der Erregung den Radius

$$r' = \mathfrak{v}' \Delta t'. \tag{39}$$

Im System (x, y, z, t), wo die Materie sich mit der Geschwindigkeit v parallel z bewegt, erscheinen die Wellenflächen als Rotationsellipsoide mit der Figurenachse parallel der Bewegungsrichtung. Ist die Zeit Δt seit dem Ausgang der Erregung vom Zentrum verflossen, so haben die Halbachsen a, b, c des Ellipsoides die Größen:

$$\left.\begin{aligned} a = b &= \mathfrak{v}' \sqrt{\frac{1 - \frac{v^2}{c^2}}{1 - \frac{v^2 \mathfrak{v}'^2}{c^4}}}\, \Delta t, \\ c &= \mathfrak{v}' \frac{1 - \frac{v^2}{c^2}}{1 - \frac{v^2 \mathfrak{v}'^2}{c^4}}\, \Delta t. \end{aligned}\right\} \tag{40}$$

Die Abplattung α in geodätischem Sinne ist also:

$$\alpha = \frac{a - c}{a} = 1 - \sqrt{\frac{1 - \frac{v^2}{c^2}}{1 - \frac{v^2 \mathfrak{v}'^2}{c^4}}}. \tag{41}$$

Es muß nun noch die Lage der Wellenfläche in bezug auf die Bewegungsrichtung v, also z festgestellt werden.

Q mit den Koordinaten $x = x_0$, $y = y_0$, $z = z_0$ sei der Raumpunkt im System (x, y, z, t), von dem vor der Zeit Δt jene Erregung ausging, deren Ort in den Formeln (40) dargestellt ist, P sei der materielle Punkt, der damals in Q lag, der also als Ausgangspunkt in der Materie erscheint. Nach dieser Bezeichnungsweise hat Q dauernd dieselben Koordinaten x_0, y_0, z_0, während P zur Zeit $t + \Delta t$ die Koordinaten $x = x_0$, $y = y_0$, $z = z_0 + v\,\Delta t$ besitzt. — Es bestehen nun folgende Sätze:

Zur Zeit Δt erscheint der Mittelpunkt der Wellenfläche (40) gegenüber dem Ursprung Q im Koordinatensystem (x, y, z) um

$$\Delta \xi = v \frac{1 - \frac{\mathfrak{v}'^2}{c^2}}{1 - \frac{v^2 \mathfrak{v}'^2}{c^4}}\, \Delta t \tag{42}$$

und gegenüber dem Ursprungsort P in der sich bewegenden Materie um

$$\Delta \xi = -\, v \frac{\mathfrak{v}'^2}{c^2} \frac{1 - \frac{v^2}{c^2}}{1 - \frac{v^2 \mathfrak{v}'^2}{c^4}}\, \Delta t \tag{43}$$

parallel der positiven z-Richtung verschoben. —

Nach (41) ist die Abplattung α der Wellenflächen am stärksten für verschwindende Ausbreitungsgeschwindigkeit der Erregung und hat hier die Größe:

$$\lim_{\mathfrak{v}' = 0} \alpha = \frac{1}{2} \left(\frac{v}{c}\right)^2; \tag{44}$$

sie sinkt bei immer weiter wachsender Ausbreitungsgeschwindigkeit schließlich für Lichtgeschwindigkeit auf den Wert 0. Das heißt dann, daß bei Ausbreitung der Erregung mit Lichtgeschwindigkeit auch in der bewegten Materie die Wellenflächen Kugelgestalt haben, wie es der Invarianz der Lichtgeschwindigkeit entspricht. — Beachtet man die Größe der Wellenfläche, nicht aber ihre Lage, so erscheint die Ausbreitungsgeschwindigkeit gegenüber der im Ruhsystem im allgemeinen vermindert, und zwar am stärksten bei verschwindender Ausbreitungsgeschwindigkeit; in diesem Grenzfall geschieht die Verminderung parallel der Bewegungsrichtung im Verhältnis $1:1-v^2/c^2$ und quer dazu im Verhältnis $1:1-v^2/2c^2$. Bei wachsender Ausbreitungsgeschwindigkeit $\mathfrak{v}'$ wird die Verminderung geringer und schließlich bei der Ausbreitung mit Lichtgeschwindigkeit verschwindet sie. Es stellt sich dann auch im System der Bewegung in allen Richtungen die Lichtgeschwindigkeit ein.

Der geometrische Mittelpunkt der Wellenfläche (40) fällt nach (42) im allgemeinen nicht in den Ursprungsort der Erregung im Koordinatensystem (also in Q), auch liegt er nach (43) im allgemeinen nicht in dem materiellen Teilchen (P), wo die Erregung entsprang. In bezug auf das Koordinatensystem betrachtet (zu vergleichen Formel (42)) erscheint die Erregung von der Materie mitgeschleppt, wenn auch nicht mit der vollen Geschwindigkeit v; in bezug auf die Materie betrachtet (zu vergleichen Formel (43)), erscheint sie zurückzubleiben. In dem einen Grenzfall, wenn die Erregungsgeschwindigkeit verschwindend klein ist, scheint die Erregung sich vollständig mit der Materie mitzubewegen, im anderen Grenzfall, wenn die Erregungsgeschwindigkeit die Lichtgeschwindigkeit erreicht, scheint die Erregung an der Bewegung der Materie gar keinen Anteil zu haben.

§ 7. Elektrodynamische Probleme.

Die Lorentz-Transformation ist für elektrodynamische Probleme erfunden worden. Das Wesentliche ergibt sich, wenn zu den Transformationsformeln für Zeit und Raum noch solche für die Felderregungen hinzugenommen werden.

Die elektrodynamischen Feldgleichungen lauten:

$$\left.\begin{aligned} &\operatorname{div}\mathfrak{E} = 4\pi\varepsilon & &\operatorname{div}\mathfrak{M} = 0, \\ &\dot{\mathfrak{E}} = c \operatorname{vers}\mathfrak{M} - 4\pi\varepsilon\mathfrak{v}. & &\dot{\mathfrak{M}} = -c\operatorname{vers}\mathfrak{E}. \end{aligned}\right| \quad (45)$$

Wendet man hier die Transformation für Raum und Zeit an und betrachtet dabei die Menge der Elektrizität als invariant, so daß für die Transformation von ε die Gleichung (38) anzunehmen ist, setzt man ferner noch mit Lorentz für die Transformation von $\mathfrak{E}$ und $\mathfrak{M}$:

$$\left.\begin{aligned} &\mathfrak{E}_x' = \frac{\mathfrak{E}_x - \frac{v}{c}\mathfrak{M}_y}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}, \quad \mathfrak{E}_y' = \frac{\mathfrak{E}_y + \frac{v}{c}\mathfrak{M}_x}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}, \\ &\mathfrak{E}_z' = \mathfrak{E}_z, \\ &\mathfrak{M}_x' = \frac{\mathfrak{M}_x + \frac{v}{c}\mathfrak{E}_y}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}, \quad \mathfrak{M}_y' = \frac{\mathfrak{M}_y - \frac{v}{c}\mathfrak{E}_x}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}, \\ &\mathfrak{M}_z' = \mathfrak{M}_z, \end{aligned}\right| \quad (46)$$

so liefern die Gleichungen (45) für das System (x', y', z', t') die Feldgleichungen:

$$\left.\begin{aligned} &\operatorname{div}\mathfrak{E}' = 4\pi\varepsilon', & &\operatorname{div}\mathfrak{M}' = 0, \\ &\dot{\mathfrak{E}}' = c\operatorname{vers}\mathfrak{M}' - 4\pi\varepsilon'\mathfrak{v}', & &\dot{\mathfrak{M}}' = -c\operatorname{vers}\mathfrak{E}'. \end{aligned}\right| \quad (47)$$

Diese transformierten Feldgleichungen sind den Ausgangsgleichungen genau gleich; es besteht also der folgende außerordentlich wichtige Satz, dem die Lorentz-Transformation ihre Bedeutung verdankt:

Ein jeder elektrodynamische Vorgang wird in den verschiedenen Lorentz-Systemen durch Feldgleichungen genau derselben Form beschrieben.

Denkt man an die Auffassung der Lorentz-Transformation als Zuordnung eines Vorgangs zu einem andern bei festgehaltenem Raum-Zeit-Kordinaten-System, so kann man auch sagen: Zu jedem elektrodynamischen Vorgang lassen sich unendlich viele andere Vorgänge so zuordnen, daß der Verlauf aller im gleichen Raum-Zeit-System durch Lorentz-Transformationen verknüpft ist.

Für uns ist es besonders wichtig, in dem so verbundenen Raum-Zeit-Koordinaten-System oder in den so verbundenen Vorgängen die bewegenden mechanischen Kräfte zu vergleichen.

Da wir in jedem Fall die verglichenen Systeme als formal gleichwertig ansehen, müssen wir bei der angenommenen Invarianz der Elektrizität für die Newtonschen Kräfte setzen:

$$\left.\begin{aligned} &\mathfrak{F} = \varepsilon\left(\mathfrak{E} + \frac{1}{c}[\mathfrak{v}\mathfrak{M}]\right), \\ &\mathfrak{F}' = \varepsilon\left(\mathfrak{E}' + \frac{1}{c}[\mathfrak{v}'\mathfrak{M}']\right). \end{aligned}\right| \quad (48)$$

Wendet man nun die Transformationsformeln (46) an, so folgen für den Zusammenhang von $\mathfrak{F}$ und $\mathfrak{F}'$ die Formeln (33), (34):

Es transformieren sich also die Newtonschen Kräfte elektrodynamischen Ursprungs genau so wie die Newtonschen Kräfte an Massenpunkten, deren Masse gemäß den Gesetzen (21) von der Ge-

schwindigkeit abhängt, und deren Ruhmasse invariant ist.

An diesen Satz schließen sich Folgerungen von großer Tragweite für die Theorie der Elektronen, und dann weiter für die Relativitätstheorie. Wir gewinnen sie durch Behandlung des speziellen Falles der freien Bewegung eines Elektrons, das keine andere als elektrodynamische Masse besitzt.

Das Feld, welches das Elektron selbst erregt, trennen wir mathematisch als „Eigenfeld" ab. Was dann übrig bleibt, soll „Außenfeld" heißen. Das wirklich bestehende Feld erscheint dann als Superposition des Außen- und des Eigenfeldes. Die Dimensionen des Elektrons sollen gegenüber der Inhomogenität des äußeren Feldes so klein angenommen werden, daß bei der Beurteilung der mechanischen Einwirkung des Außenfeldes auf das Elektron mittels der Formeln (48) das Elektron als punktförmig angesehen werden darf. Für das innere Feld ist dieses durchaus nicht erlaubt, da sich dann unendlich große Masse ergeben würde. Bei der Beschleunigung des Elektrons entstehen wegen des Eigenfeldes widerstehende Kräfte, die einer „Trägheit" gleichkommen und eben deshalb darf von elektromagnetischer Masse gesprochen werden. Ist keine andere Trägheit wirksam, so muß sich eine jeweilige Beschleunigung des Elektrons solcher Art einstellen, daß die Summe der elektrodynamischen Trägheitskräfte mit der durch (48) dargestellten Einwirkung des Außenfeldes gerade im Gleichgewicht ist. Damit die dabei vorausgesetzte Zusammenfassung der äußeren mechanischen Kräfte stattfinden kann, muß man sich das Elektron als „fest" vorstellen.

Nun möge die Lorentz-Transformation für Vorgänge oder für Raum und Zeit angewendet werden. Dann ändern sich wirklich oder nur formal äußeres Feld, Gestalt des Elektrons, inneres Feld und Bewegungszustand. Die Ladung e aber bleibt ungeändert. Da die Newtonschen Kräfte des Außen- und des Eigenfeldes in gleicher Weise transformiert werden, bleibt das Gleichgewicht bestehen. So zeigt uns die Transformation entweder einen neuen Fall einer freien Bewegung eines Elektrons oder eine Beschreibung seines Verhaltens in einem neuen Raum-Zeit-System. —

Worauf es uns hier ankommt, ist der Vergleich der elektrodynamischen Masse, welche ein und dasselbe Elektron zeigt, wenn es in verschiedenen Raum-Zeit-Systemen beurteilt wird. Zwei Lorentz-Systeme seien (x, y, z, t) und (x', y', z', t'). e sei die Ladung; $\mathfrak{F}$ und $\mathfrak{F}'$ mögen die Einwirkung des Außenfeldes darstellen. Wir betrachten einen Zeitmoment, in welchem das Elektron im System (x, y, z, t) verschwindende Geschwindigkeit hat. Dann ist für dieses System, dem „Ruhsystem", und diesen Augenblick nach (18), (26) und (48)

$$\dot{\mathfrak{w}} = \dot{\mathfrak{v}}, \quad \mathfrak{F} = \mathfrak{K} = e\mathfrak{E}. \tag{49}$$

Nun soll noch angenommen werden, daß das Elektron im Ruhsystem (x, y, z, t) kugelig beschaffen sei. Es soll also in diesem System ε nur eine Funktion des Abstandes vom Mittelpunkt des Elektrons sein. — Dann ist die „Masse" wegen des Eigenfeldes als gleich für alle etwaigen Bewegungsrichtungen anzusetzen, so daß

$$m\dot{\mathfrak{w}} = m\dot{\mathfrak{v}} = \mathfrak{F} = \mathfrak{K} = e\mathfrak{E} \tag{50}$$

sein muß, wobei m eine „Masse" und zwar die elektrodynamische Ruhmasse bezeichnet, welche allein durch die Beschaffenheit des Elektrons bestimmt wird. m ist auch unabhängig davon, wie das äußere Feld beschaffen und wie demgemäß die mechanische Kraft $\mathfrak{F}$ gerichtet ist.

Im System (x', y', z', t') sind die Beschleunigungen durch (31) und die mechanischen Kräfte des Außenfeldes, wie wir vorhin fanden, durch (34) bestimmt. Wegen der Beziehungen (50) gilt daher

$$m\dot{\mathfrak{w}}' = \mathfrak{K}', \tag{51}$$

wobei m die gleiche Größe wie in (50) bedeutet, also die Ruhmasse im zugehörigen Ruhsystem angibt. — Denkt man sich das elektrodynamische Außenfeld in immer neuer Verteilung, so wird $\mathfrak{K}'$ ebenso wie $\mathfrak{K}$, $\dot{\mathfrak{w}}'$ ebenso wie $\dot{\mathfrak{w}}$ immer neue Werte annehmen, immer aber bleibt (50) und also auch (51) mit gleichem Wert m gültig: (51) erscheint so für ein im Ruhsystem kugeliges Elektron als Bewegungsgleichung in den übrigen Lorentz-Systemen des Raumes und der Zeit. Das Elektron verhält sich also in diesen Systemen gerade so, als ob seine Masse von der Geschwindigkeit gemäß den Gesetzen (21) abhängt.

Will man diesem Satz nicht irrtümlich eine zu große Tragweite zuschreiben, so muß wohl beachtet werden, daß der Satz nur das Verhalten des Elektrons in den verschiedenen Lorentz-Systemen in einem Augenblick vergleicht, wo es im Ruhsystem kugelförmige Gestalt besitzt. Ändert also etwa das Elektron bei der Bewegung die Gestalt in irgendeiner Weise, so daß schon im nächsten Augenblick die Ruhgestalt nicht mehr kugelförmig ist, so wird unser Satz schon im nächsten Augenblick seine Anwendbarkeit verlieren. Einzig und allein in dem speziellen ausgezeichneten Fall, wo das Elektron seine Gestalt stets gleichzeitig mit der Bewegung so ändert, daß die Gestalt in dem jeweiligen Ruhsystem (wo das Elektron eben

die Geschwindigkeit o besitzt) **kugelig und dabei den Maßzahlen nach von gleicher Größe ist, stellt die Formel (51) die allgemeine Bewegungsgleichung des Elektrons dar.** Gerade diesen Fall nimmt die Relativitätstheorie an, — aber indem sie das tut, macht sie eine physikalische Hypothese, die nicht mehr in den Bereich der rein mathematischen Untersuchungen dieses ersten Teiles gehört.

II. Teil. Relativitätsprinzip, Äther und Raum-Zeit-Anschauung.

§ 8. Relativitätsprinzip gegen Äther.

Für die weiteren Darlegungen ist es wichtig, die verschiedenen einander entgegenstehenden Standpunkte kennen zu lernen; insbesondere ist festzustellen, wie einzelne Autoren dahin gelangen, aus den Relativitätsgesetzen einen Widerspruch gegen die Ätherhypothese abzuleiten. So sei es gestattet, hier einleitend einige Zitate voranzustellen.

Hören wir zunächst A. Einstein. In dem zitierten Jahrbuch der Radioaktivität usw. (Bd. 4, S. 412) schreibt er:

„Aber das negative Resultat des Experimentes von Michelson und Morley zeigte, daß in einem bestimmten Falle auch ein Effekt zweiter Ordnung (proportional v^2/c^2) nicht vorhanden war, trotzdem er nach den Grundlagen der Lorentzschen Theorie bei dem Versuche sich hätte bemerkbar machen müssen.

Es ist bekannt, daß jener Widerspruch zwischen Theorie und Experiment durch die Annahme von H. A. Lorentz und Fitzgerald, nach welcher bewegte Körper in der Richtung ihrer Bewegung eine bestimmte Kontraktion erfahren, formell beseitigt wurde. Diese ad hoc eingeführte Annahme erschien aber doch nur als ein künstliches Mittel, um die Theorie zu retten; der Versuch von Michelson und Morley hatte eben gezeigt, daß Erscheinungen auch da dem Relativitätsprinzip entsprechen, wo dies nach der Lorentzschen Theorie nicht einzusehen war. Es hatte daher den Anschein, als ob die Lorentzsche Theorie wieder verlassen und durch eine Theorie ersetzt werden müsse, deren Grundlagen dem Relativitätsprinzip entsprechen, denn eine solche Theorie ließe das negative Ergebnis des Versuchs von Michelson und Morley ohne weiteres voraussehen.

Es zeigt sich aber überraschenderweise, daß es nur nötig war, den Begriff der Zeit genügend scharf zu fassen, um über die soeben dargelegte Schwierigkeit hinwegzukommen. Es bedurfte nur der Erkenntnis, daß man eine von H. A. Lorentz eingeführte Hilfsgröße, welche er „Ortszeit" nannte, als Zeit schlechthin definieren kann. Hält man an der angedeuteten Definition der Zeit fest, so entsprechen die Grundgleichungen der Lorentzschen Theorie dem Relativitätsprinzip, wenn man nur die obigen Transformationsgleichungen durch solche ersetzt, welche dem neuen Zeitbegriff entsprechen. Die Hypothese von H. A. Lorentz und Fitzgerald erscheint dann als eine zwingende Konsequenz der Theorie. Nur die Vorstellung eines Lichtäthers als des Trägers der elektrischen und magnetischen Kräfte paßt nicht in die hier dargelegte Theorie hinein; elektromagnetische Felder erscheinen nämlich hier nicht als Zustände irgendeiner Materie, sondern als selbständig existierende Dinge, die der ponderablen Materie gleichartig sind und mit ihr das Merkmal der Trägheit gemeinsam haben."

In einem Vortrag auf der Naturforscher-Versammlung 1909 sprach A. Einstein[1]) folgende Gedanken aus:

„Unter Zugrundelegung der Ätherhypothese führte das Experiment dazu, den Äther als unbeweglich anzunehmen. Das Relativitätsprinzip besagt dann, daß alle Naturgesetze in bezug auf ein relativ zum Äther gleichförmig bewegtes Koordinatensystem K' gleich seien den entsprechenden Gesetzen in bezug auf ein relativ zum Äther ruhendes Koordinatensystem K. Ist dem aber so, dann haben wir ebensoviel Grund, uns den Äther als relativ zu K' ruhend vorzustellen, wie als relativ zu K ruhend. Es ist dann überhaupt ganz unnatürlich, eines der beiden Koordinatensysteme K, K' dadurch auszuzeichnen, daß man einen relativ zu ihm ruhenden Äther einführt. Daraus folgt, daß man zu einer befriedigenden Theorie nur dann gelangen kann, wenn man auf die Ätherhypothese verzichtet. Die das Licht konstituierenden elektromagnetischen Felder erscheinen dann nicht mehr als Zustände eines hypothetischen Mediums, sondern als selbständige Gebilde, welche von den Lichtquellen ausgesandt werden, gerade wie nach der Newtonschen Emissionstheorie des Lichtes. Ebenso wie gemäß letzterer Theorie erscheint ein nicht von Strahlung durchsetzter, von ponderabler Materie freier Raum wirklich als leer."

In der in dem Vorwort zitierten Anklageschrift gegen den Äther schreibt N. Campbell auf S. 185, wo er von der Relativgeschwindigkeit zwischen dem angenommenen Äther und dem Beobachter spricht: „Wenn der Äther angesehen wird als der Körper, in welchem die elektrische Energie lokalisiert ist, so scheint

1) A. Einstein, diese Zeitschr. **10**, 819, 1909.

es einleuchtend und einfach, die Punkte des Äthers, welche zur Definition der Geschwindigkeit nötig sind, zu identifizieren durch eben die Energie, welche sie enthalten. Dann würde die Geschwindigkeit des Äthers relativ zum Beobachter sich verschieden ergeben, je nachdem dieser den einen oder den anderen der elektrisch geladenen Körper ins Auge faßte, und sie würde in jedem Falle der Geschwindigkeit gleich erscheinen, welche der entsprechend geladene Körper relativ zum Beobachter zeigt.

§ 6. Dieses, denke ich, ist der einfache und einleuchtende Gesichtspunkt, welcher direkt zu dem Prinzip der Relativität geführt haben würde, hätte nicht der Gebrauch des Wortes ‚Äther' entgegengestanden..."

Und weiter lesen wir (S. 189): „... Das System, in welchem elektromagnetische Energie lokalisiert ist, hört auf, ein einzelner Körper unabhängig von allen materiellen Körpern zu sein; es wird zu einer Vereinigung von Teilen, welche als zugehörig betrachtet werden müssen zu jedem einzelnen der sich bewegenden geladenen Körper. Wenn der geladene Körper in gleichmäßiger Bewegung gegenüber dem Beobachter begriffen ist, so bewegt sich derjenige Teil des Äthers, in welchem seine Energie lokalisiert ist, mit derselben Geschwindigkeit relativ zum Beobachter."

Hören wir noch, weshalb man nach N. Campbell eine andere Auffassung von der Individualität des Äthers nicht hegen dürfe (Seite 185):

„§ 7. Es ist sofort klar, daß, wenn es nicht erlaubt sein sollte, einen Punkt des Äthers durch die in ihm enthaltene Energie zu identifizieren, kein anderes Mittel der Identifikation sich darbieten würde. Alle optischen Phänomene beweisen, daß der Äther (außerhalb der materiellen Körper) vollkommen homogen ist, insoweit die Fähigkeit, Energie aufzunehmen, in Betracht kommt: die Geschwindigkeit der Strahlung ist geradlinig und gleichförmig, in welcher Richtung auch immer die Strahlung stattfinden möge."

Einwände gegen diese Ausführungen von Einstein und Campbell werden in § 17 und § 19 gemacht werden.

§ 9. Relativitätsgesetze. Bedingtes und unbedingtes Relativitätsprinzip.

Indem ich nun dazu übergehe, die verschiedenen Standpunkte zu formulieren, soll zunächst eine Hypothese vorangestellt werden, welche die Relativivitätsgesetze zusammenfaßt. Ich möchte ihr folgende Fassung geben:

„Zu jeder Schreitung kann man ein System der Gleichzeitigkeit so aufstellen und die Längeneinheiten für die verschiedenen Richtungen so aufeinander beziehen, daß für die Beschreibung der uns bekannten Naturerscheinungen (mit Ausnahme vielleicht der Gravitation) alle Richtungen formal gleichwertig werden. Insbesondere erhalten dabei die elektrodynamischen Felderregungen im Raum frei von Materie für alle Richtungen der Maßzahl nach gleiche Ausbreitungsgeschwindigkeit.

Diesen Raum-Zeit-Systemen kann man für jede Schreitung die Zeit- und die Längen-Einheit so zuordnen, daß alle Systeme für die Beschreibung der Naturerscheinungen (wieder vielleicht mit Ausnahme der Gravitation) formal gleichwertig werden."

Die so entstehenden Raum-Zeit-Systeme werden „Lorentz-Systeme" genannt; sie schließen sich mathematisch zur „Lorentz-Gruppe" zusammen.

„Formal" soll hier heißen: „qualitativ und den Maßzahlen nach". — Das besonders hervorgehobene Verhalten der elektrodynamischen Felderregungen im Raum frei von Materie zeichnet diese Erregungen vor allen übrigen Erregungen aus (z. B. auch vor den elektrodynamischen Felderregungen im Raum, der Materie enthält). — Wir werden bald erkennen, daß die Wahl der Schreitungen nicht völlig frei ist, daß vielmehr die Relativitätsgesetze an ein bestimmt abgegrenztes Gebiet der Schreitungen gebunden sind. Dieser Umstand wird sich als ein Fundament für alle weiteren theoretischen Untersuchungen erweisen. —

Die Relativitätsgesetze sind von H. A. Lorentz im Anschluß an das Ergebnis des Michelsonschen Versuches diskutiert worden. Sie verlangen für die Materie die Lorentz-Fitzgeraldsche Kontraktionshypothese; welche Annahmen man über die Wirkungsweise der Gravitation machen muß, ist zuerst ebenfalls von H. A. Lorentz untersucht worden. — Wie im Vorwort angekündigt, werde ich im folgenden die Annahme machen, daß die Relativitätsgesetze wenigstens bei Ausschluß der Gravitation der Wirklichkeit entsprechen.

An die Relativitätsgesetze knüpfen sich die Diskussionen, um die es sich für die vorliegende Arbeit handelt. Zwei Standpunkte der Auffassung mögen einander entgegengestellt und durch zwei „Prinzipien" gekennzeichnet werden.

Das erste Prinzip nenne ich das bedingte Relativitätsprinzip. Es sagt aus: Die Relativitätsgesetze gelten mit folgenden weiteren Ausführungen: Es gibt einen Äther, dessen

Eigenschaften und dessen Beziehungen zur Materie die Relativitätsgesetze zur Folge haben. Die Gleichwertigkeit der verschiedenen Richtungen in einem einzelnen Lorentz-System, außer in demjenigen der Ruhe gegen den Äther, und die Gleichwertigkeit der verschiedenen Lorentz-Systeme besteht nur formal, nicht physikalisch. Bei den Lorentz-Systemen bedeuten im allgemeinen gleiche Werte für die Zeit an den verschiedenen Orten nicht wirkliche, sondern nur scheinbare Gleichzeitigkeit. Beim Übergang eines materiellen Systems von einer Schreitung zur anderen, erleidet das System reale Änderungen der Dimensionen. — Bei diesem Übergang wird auch die Geschwindigkeit des Ablaufs entsprechender Vorgänge real geändert.

H. A. Lorentz hat in seinen grundlegenden Arbeiten stets nur an dieses Prinzip gedacht.

Das zweite Prinzip nenne ich das unbedingte Relativitätsprinzip. Es lautet: Die Relativitätsgesetze gelten mit den folgenden weiteren Ausführungen. Für das Weltgeschehen ist jedes der Lorentz-Systeme jedem anderen nicht nur formal, sondern physikalisch durchaus gleichwertig. Die Gleichzeitigkeit ist nur ein relativer Begriff, und es gibt daher in der Natur keine eindeutige Weltzeit. Jedes der Lorentz-Systeme ordnet die Ortszeiten in seiner besonderen Art zu einem System der Gleichzeitigkeit und also der Weltzeit zusammen, das den anderen Zusammenfassungen völlig gleichberechtigt ist. Es hat keinen physikalischen Sinn, von realen Änderungen der Dimensionen beim Übergang eines materiellen Systems von einem Bewegungszustand in einen anderen zu sprechen, weil jeder absolute Maßstab für den Vergleich fehlt. Der Anblick ändert sich, das ist alles, was gesagt werden darf. Hierdurch erklärt es sich, daß bei der Beobachtung in einem einzelnen Lorentz-System zwar scheinbar Dimensionsänderungen stattfinden, diese aber bei den verschiedenen gleichberechtigten Lorentz-Systemen bald als Ausdehnungen, bald als Verkürzungen sich darstellen, und zwar in allen möglichen Verhältnissen, von $1:\infty$ bis $1:0$. — Ebensowenig hat es einen physikalischen Sinn, von realen Änderungen in der Geschwindigkeit des Ablaufs der Geschehnisse in einem materiellen System zu reden, wenn das System in eine andere Schreitung gebracht wird. Damit hängt es zusammen, daß diese Änderung der Geschwindigkeit sich in jedem anderen der gleichberechtigten Lorentz-Systeme anders darstellt. — Scheint das unbedingte Relativitätsprinzip zu Widersprüchen mit unserer gewöhnlichen Denkweise zu führen, so ist darin ein Mangel in unserer bisherigen Auffassung von Zeit und Raum zu erkennen. —

Es mag wohl sein, daß ich mit der obigen Formulierung des unbedingten Relativitätsprinzips den Standpunkt von A. Einstein und seiner Nachfolger nicht richtig wiedergegeben habe. Mit um so größerer Sicherheit kann ich aber aus persönlicher Erfahrung behaupten, daß viele der Leser den Eindruck gewinnen, als handele es sich um dieses Prinzip. Darauf aber kommt es an. So scheint es mir bei dem heutigen Stand der Diskussion über das Relativitätsgesetz von Wichtigkeit, wenn das bedingte und das unbedingte Relativitätsprinzip in ihrer Tragweite und ihren Folgerungen verglichen werden. Das wird in den folgenden Ausführungen geschehen.

§ 10. Vorbemerkungen über die Begriffe von Raum und Zeit.

Nach Kant sind Raum und Zeit Anschauungsformen des menschlichen Geistes, so daß wir alles Weltgeschehen nur in Raum und Zeit aufzufassen vermögen. Der heutige Naturforscher wird dieses gewiß anerkennen; indem er aber die fundamentale Hypothese einer Welt außerhalb des menschlichen Geistes annimmt, wird er wohl hinzufügen, daß Raum und Zeit auch objektiv zu dieser Außenwelt gehören, und daß sie Anschauungsformen des menschlichen Geistes gerade deswegen sind, weil der Mensch einen Teil der Welt bildet. Für den Naturforscher entsteht dann zwischen Raum und Zeit in der Welt und in der Vorstellung eine ähnliche Verbindung und auch ein ähnlicher Gegensatz, wie zwischen einem materiellen Ding in der Außenwelt und seinem Gedankenbild im menschlichen Geist. Geradeso, wie diesen Gedankenbildern, objektiv betrachtet, Unvollkommenheiten anhaften, könnte es auch mit unserer Raum-Zeit-Vorstellung der Fall sein; so muß damit gerechnet werden, daß unsere Auffassung von räumlichen und zeitlichen Vorgängen einmal Korrekturen verlangen könnte. Die Vertreter des unbedingten Relativitätsprinzips behaupten, daß diese Zeit gekommen sei.

Es sind mehrere Fragen, die durch die neueren Arbeiten über die Relativität der Naturvorgänge Bedeutung gewonnen haben.

Ich erinnere hier zunächst an Überlegungen, die im Anschluß an die Begriffe „groß und klein" im Raum, sowie „lang und kurz" in der Zeit von den Philosophen seit alters her gern gemacht wurden. Wenn alles in der Welt, wir selbst mit, zwischen Einschlafen und Aufwachen in gleichen Verhältnissen beliebig vielmals

größer oder kleiner geworden wäre: wir würden nichts davon merken. Und wenn das Weltgeschehen beliebig vielmals schneller oder langsamer vor sich ginge als vorher: auch das würde uns entgehen. — Für unsere Beurteilung von Raum und von Zeit fehlt uns eben jeder absolute Maßstab; alles, was wir tun können, ist „vergleichen", und auch dieses ist uns nur möglich, wenn sich uns das zu Vergleichende unter gleichen Bedingungen beieinander darstellt. —

Eine der fundamentalen Fragen, die an uns herantreten, lautet, was „Gleichzeitigkeit" sei? Werden Vorgänge verfolgt, die in unmittelbar beieinander befindlichen Körpern vor sich gehen, so scheint es freilich ohne weiteres klar, daß das zeitliche Geschehen Moment für Moment aufeinander bezogen werden kann, — aber unsere Vorstellung wird sogleich unsicher, wenn die Körper auseinanderrücken. Welche Zeitpunkte sollen dann als „gleichzeitig" aufeinander bezogen werden? Jedenfalls wird eine Zuordnung nur erfolgen können, wenn irgendeine Verbindung hergestellt wird; aber läßt sich dieses, und zwar eindeutig tun? Die Anhänger des unbedingten Relativitätsprinzips werden es verneinen, und zwar mit der Begründung, daß die Gleichzeitigkeit gar kein absoluter, sondern nur ein relativer Begriff sei. Nach dieser Anschauung sollen Ereignisse, die von einem Standpunkt aus beurteilt als gleichzeitig erscheinen, von anderen ganz gleichberechtigten Standpunkten aus als ungleichzeitig sich darstellen können. Selbstverständlich würde zugleich auch der Begriff einer allgemein für alle Orte gültigen Weltzeit beseitigt. —

Denken wir an den Begriff des Raumes mit seinen drei Dimensionen, so entsteht sofort die Frage, wie Längen in verschiedenen Richtungen zu vergleichen seien. Für unsere Vorstellung sind die drei Dimensionen voneinander unabhängig. Wenn also zum Beispiel zwischen Einschlafen und Aufwachen alles in der Welt parallel einer Richtung gleichmäßig zusammengerückt oder auseinandergezogen würde, während in den dazu senkrechten Richtungen alles unverändert bliebe, und wenn nun das Weltgeschehen sich dieser Neuordnung ebenso wie der früheren anpaßte, so würden wir die Änderung gar nicht bemerken können. Ja, auch bei wachen Sinnen könnte uns die Änderung entgehen, wenn sie zum Beispiel während einer Bewegungsänderung aufträte, denn es wäre möglich, die etwa empfundenen Störungen als Begleiterscheinungen der Bewegungsänderung zu deuten. — Diese Überlegungen werden zeigen, daß der Erfahrungssatz: „Jeder Körper, der nacheinander irgend zwei Lagen in Ruhe einnimmt und dabei frei seinen inneren Kräften folgen kann, zeigt in beiden dieselben Dimensionen" nichts darüber aussagt, ob Änderungen der Dimension bei der Drehung stattfinden oder nicht. Der Satz behauptet vielmehr nur, daß alle materiellen Körper — die Maßstäbe sowohl, wie irgendwelche andere Körper —, wenn sie bei vorgegebenen Lagen zwischen bestimmten Punktenpaaren gleiche Abstände zeigen, dieses auch nach beliebigen Drehungen tun, sofern dabei die Punktepaare wieder in die zur einwandfreien Längenvergleichung erforderliche parallele Orientierung gebracht werden. —

Ganz besonders wichtig ist für uns weiter die Frage nach der Längenvergleichung bei verschiedenen Schreitungen. Wir können uns hier darauf beschränken, den Fall der Längenvergleichung parallel der Richtung der relativen Bewegung zu untersuchen. Es wird auch genügen, die Vorstellung speziell an zwei gleiche Stäbe irgendwelchen Materials zu knüpfen, und nur auf die ganzen Längen von Ende zu Ende zu achten. Wir wollen annehmen, daß die Stäbe genau gleiche Länge zeigen, wenn sie in relativer Ruhe aneinandergelegt werden. Nun mögen sie parallel der Längsrichtung in gleichmäßige, relative Bewegung gebracht werden, und zwar so, daß sie beide in gleichbleibender Schreitung verharren und dabei ohne jede Hemmung die den inneren Kräften entsprechenden Längen annehmen können. Wie kann dann festgestellt werden, ob die Längen nun noch gleich oder etwa verschieden sind? Die alltägliche Übung wird schnell eine Antwort bereit haben, etwa diese: „Die Längen sind dann gleich oder ungleich, wenn die entsprechenden Enden gleichzeitig oder ungleichzeitig aneinander vorübergehen." Sofort erkennen wir aber, daß hier als bekannt angenommen wird, was „gleichzeitig" ist, und es wird klar, daß die beiden Probleme der Beurteilung der Gleichzeitigkeit und der Vergleichung der Längen bei verschiedenem Bewegungszustand unmittelbar zusammenhängen. Hier sehen wir auch ein Band sich knüpfen, das Zeit- und Raumauffassung miteinander verbindet.

§ 11. Raum-Zeit-Systeme.

Zur Vereinfachung der Darstellung wollen wir uns auf einem Weltkörper wohnend denken, der außer dem Bereich merklicher Einwirkung von anderen Körpern ist und auch keine Drehung ausführt. Sein Bewegungszustand ist also eine gleichbleibende Schreitung und erscheint relativ zu jedem anderen materiellen

System gleichartigen Bewegungszustandes als gleichmäßige Parallelverschiebung. Der Weltkörper mag „isolierte Erde" genannt werden. Es wird für unsere Zwecke oft genügen, wenn nur eine einzige der drei räumlichen Dimensionen beachtet wird; als solche soll stets die z-Richtung gewählt werden. Dann sind alle Längen, alle Entfernungen, alle Geschwindigkeiten, von denen gesprochen wird, parallel dieser z-Richtung zu denken.

Wir müssen als möglich ansehen, daß unsere Maßstäbe bei der Änderung ihrer Schreitung und ihrer Orientierung ihre Dimensionen ändern. Für die Messung entsteht dabei keine Schwierigkeit, wenn man darauf achtet, daß der Bewegungszustand bei der Messung selbst stets der gleiche ist. Dies geschieht zum Beispiel, wenn der Maßstab bei der Messung in Ruhe gegenüber der Erde gehalten wird. — Hiernach können wir annehmen, daß für das betrachtete materielle System (die isolierte Erde) das System der Raumkoordinaten völlig bestimmt ist, wenn der Koordinaten-Anfangspunkt und die Längeneinheit festgesetzt sind.

Es kann und soll angenommen werden, daß Uhren genau gleichen Ganges zur Verfügung stehen, die an den verschiedenen Stellen des materiellen Systemes (der isolierten Erde) aufgestellt werden können. Dann ist es ohne weiteres möglich, den Ablauf der Zeit an den verschiedenen Orten des materiellen Systemes in der gleichen Zeiteinheit zu verfolgen. Offen bleibt aber die Frage, welche Zeitpunkte an den verschiedenen Orten als gleichzeitig gelten sollen.

Vorerst mag bemerkt werden, daß die Beurteilung der Konstanz einer Geschwindigkeit parallel irgendeiner Richtung etwa der z-Richtung, ohne alle theoretischen Bedenken geschehen kann. Für die Ausbreitung von Erregungen (Schall, Licht usw.) ist dies sogleich klar, denn sobald die physikalischen Bedingungen auf dem Wege gleichgemacht werden, darf eine gleichgemäßige Fortbewegung angenommen werden. Die Behauptung gilt aber auch für die Bewegung materieller Körper. Handelt es sich zum Beispiel um einen relativ zur isolierten Erde sich bewegenden Körper, so genügt es, wenn in den verschiedenen passierten Orten an den dort aufgestellten Uhren diejenigen Zeitintervalle beobachtet und gleichgefunden werden, in welchen zwei am bewegten Körper selbst angebrachte Marken nacheinander eintreffen.

Es finde nun irgendeine gleichmäßige Bewegung einer Erregung oder eines Körpers parallel z statt. Die Zeitpunkte des Eintreffens bei den verschiedenen Ordinaten $z_0 = 0$, z_1, z_2, ... seien t_0, t_1, t_2, ..., wenn sie an den zunächst irgendwie eingestellten Uhren daselbst abgelesen werden. Dann ist zu schließen, daß als gleichzeitig nur solche Zeitpunkte gelten können, die durch

$$t_0,\ t_1 - \beta z_1,\ t_2 - \beta z_2,\ \ldots$$

zusammengefaßt sind, wobei β eine für alle Orte (0), (1), (2), ... gleiche Konstante darstellt. β bedeutet den reziproken Wert der uns unbekannten relativen Geschwindigkeit. Durch das angenommene Experiment wird also die Unsicherheit in der Feststellung der Gleichzeitigkeit für das materielle System auf Unbestimmtheit eines einzigen Konstanten β zurückgeführt.

Die Uhren mögen nun so eingestellt werden, daß sie alle bei der Wiederholung des Experimentes genau gleichen Stand für das Eintreffen des Körpers oder der Erregung zeigen. Dann ist ein alle Punkte umfassendes Zeitsystem festgesetzt; $t^{(e)}$ sei die so bestimmte Zeit. Dieses Zeitsystem erfüllt aber jedenfalls nicht die Bedingung, daß gleiche Zeitmomente an den verschiedenen Orten durch gleiche Werte von $t^{(e)}$ angegeben werden. Fand zum Beispiel die Bewegung des Körpers oder der Erregung in der Richtung der wachsenden z statt, so ist sicher, daß das Zeitsystem $t^{(e)}$ Angaben macht, die nach der Seite der wachsenden z hin verfrühte und nach der Seite der abnehmenden z hin verspätete Zeitpunkte bezeichnen. — Ein Zeitsystem t, das Gleichzeitigkeit durch gleiche Angaben kennzeichnen soll, muß mit $t^{(e)}$ durch die Beziehung

$$t = t^{(e)} + \beta z \qquad (52)$$

zusammenhängen. Jedes der physikalisch möglich scheinenden Zeitsysteme wird durch einen bestimmten Wert der Konstanten β angezeigt. Fand bei dem Experiment zur Herstellung des Zeitsystems $t^{(e)}$ die Bewegung in der positiven Richtung von z statt, so muß jedenfalls $\beta > 0$ sein. — Nun werde ein zweites Experiment zur Hilfe genommen, bei dem der Körper oder die Erregung entgegengesetzt der Richtung wie beim ersten Experiment läuft. Dann ergibt die Beobachtung den Zeitpunkt des Passierens der verschiedenen Ordinaten z, wie sofort ersichtlich, eine obere Grenze für den Wert von β. Die Unsicherheit der Feststellung eines Zeitsystems t, welches Gleichzeitigkeit durch gleiche Angaben darstellen soll, erscheint so nach beiden Seiten hin in Grenzen eingeschlossen. Man wird auch ohne weiteres erkennen, daß die Grenzen sich um so mehr verengern, je größere Geschwindigkeiten des Körpers oder der Erregung zu Hilfe genommen werden. In der Formel (52) drückt sich dieses dadurch aus, daß immer

näherliegende Wertepaare gefunden werden, zwischen denen β liegen muß.

Zur weiteren Erläuterung dieser Erwägungen können noch folgende Bilder dienen. Es möge der Schall in Luft zur Zeitübertragung verwendet werden. Zwei Orte A und B im Abstand von 333 m, A mit $z = 0$, B mit $z = 333$ m werden gewählt. Man schickt den Schall erst von B nach A, dann umgekehrt. Es kann dabei vorteilhafterweise die Reflexion in A benutzt werden, wodurch beide Experimente unmittelbar aneinander geschlossen werden. Der Schall trifft in diesem Fall 2 Sekunden, nachdem er von B ausging, wieder dort ein. Der Zeitpunkt t_B in B, der dann als gleichzeitig gelten kann mit demjenigen Zeitpunkt t_A, in welchem der Schall in A eintrifft und reflektiert wird, muß jedenfalls in jenem Zeitintervall von 2 Sekunden liegen, das durch Aussenden und Wiedereintreffen des Schalles in B abgegrenzt wird. Für den Wert von β in (52) ergibt sich so ein offenes Intervall von

$$\frac{2}{333} \text{ (Meter/Sekunden).}$$

Wird statt der Schallausbreitung in Luft etwa diejenige in Eisendrähten benutzt, so reduziert sich die Unsicherheit auf 2 Sekunden in erst 5 km Abstand, das Intervall für β wird also ca. 15 mal enger. Die schnellste von Menschen beobachtete Bewegung ist die des Lichtes im leeren Raum; wird sie für die Zeitübertragung verwertet, so bleibt als Unbestimmtheit in der Feststellung der Gleichzeitigkeit für einen Abstand von 150 Kilometer nur noch $^1/_{1000}$ Sekunde. Dies nun ist die Unbestimmtheit, an welche die Theorie der Relativität geknüpft ist. Wie mir scheint, wird bei den heutigen Diskussionen nicht immer genügend auf die Kleinheit des offen bleibenden Intervalls geachtet. Manch' einer, der sich jetzt den neuen Vorstellungen über die Relativität der Zeit zuneigt, weil er neue philosophische Perspektiven sich öffnen sieht, wird vielleicht stutzig werden und viel des Interesses verlieren, wenn er sieht, wie enge die Grenzen sind, welche seiner Phantasie gesteckt werden. Er wird nun vielleicht williger werden, es auffällig zu finden, daß die Verknüpfung von Zeit und Raum gerade durch die Lichtbewegung definitive Grenzen finden solle, und wird der Frage leichter sein Ohr leihen, was die Lichtbewegung hier für einen prinzipiellen Vorrang zum Beispiel vor der Schallbewegung haben solle? —

Die so erweckten Bedenken mögen uns weiterhin begleiten, wir dürfen ihnen aber noch nicht Raum geben. Wir wollen nur beachten, daß das unbedingte Relativitätsprinzip behauptet, es handele sich bei dem durch die Lichtübertragung offen gelassenen Intervall nicht nur um eine Unsicherheit, welche der hier angenommenen Methode der Zeitbestimmung zur Last zu legen ist, sondern um eine Unbestimmmtheit, die in dem Wesen der Zeit selbst begründet ist. Danach sollen nämlich alle Zeitsysteme des noch offen bleibenden Bereiches für das Weltgeschehen gleichwertig sein. — Da wir uns noch nicht für eine bestimmte Stellungnahme entscheiden, so begnügen wir uns mit der Feststellung, daß nach den besprochenen Beobachtungen in (52) die Konstante β innerhalb eines gewissen Intervalles unbestimmt bleibt. Weil die Elektrodynamik aus unseren Betrachtungen zunächst ausgeschaltet werden soll, also das Licht nicht zu Hilfe genommen werden darf, möge jede nähere Angabe über die Abgrenzung des offenen Intervalles fürs erste noch vermieden werden.

Wir wollen aber annehmen, daß der Beobachter, den wir uns auf der isolierten Erde denken, darauf ausgeht, die Gleichzeitigkeit mit neuen Hilfsmitteln genauer festzustellen. Er beginnt damit, gegenüber der isolierten Erde „gleiche" Geschwindigkeiten nach entgegengesetzten Seiten (in der $+z$- und $-z$-Richtung) herzustellen. Dazu bieten sich ihm sogleich 3 Methoden, die als „Erregungsmethode" „Schleudermethode" und „Längenmethode" bezeichnet werden sollen. Bei der Erregungsmethode wird angenommen, daß Erregungen (wie Schall und Licht) unter sonst gleichen physikalischen Bedingungen nach den beiden entgegengesetzten Seiten mit gleicher Geschwindigkeit laufen. — Die Schleudermethode setzt voraus, daß gleiche Körper, die nach entgegengesetzten Richtungen durch gleiche Mittel in Bewegung gesetzt werden, gleiche relative Geschwindigkeiten erlangen. — Die Längenmethode endlich nimmt an, daß gleiche relative Geschwindigkeiten angezeigt werden, wenn bei der nacheinander erfolgenden Bewegung desselben Körpers (etwa eines Stabes) in gleicher Orientierung nach den beiden entgegengesetzten Richtungen jene beiden Zeitintervalle einander gleich sind, in welchen zwei bestimmte Stellen des Körpers (etwa die Enden des Stabes) aufeinander folgend an einer Marke auf der isolierten Erde vorübergehen. Nach den Gesetzen der Relativität nehmen wir an, daß zwei entgegengesetzt gerichtete Geschwindigkeiten, die nach einer der drei Methoden als gleich erscheinen, es stets auch nach den beiden anderen tun. Dem Beobachter auf der isolierten Erde wird es dann möglich scheinen, die Gleichzeitigkeit in aller Schärfe fest-

zustellen oder wenigstens zu definieren. Als besonders bequem für die theoretischen Überlegungen bietet sich folgendes Verfahren. Es handele sich um die beiden Orte *A* und *B*. Zwei Erregungen (oder zwei Körper) von entgegengesetzt gleicher Geschwindigkeit werden so ausgesandt, daß sie gleichzeitig *A* passieren, die eine von *B* kommend, die andere nach *B* gehend. Dann erscheint der so für *A* bestimmte Zeitpunkt als gleichzeitig mit demjenigen Zeitpunkt in *B*, der gerade in der Mitte des Intervalles liegt, in dem *B* von den beiden Erregungen (oder Körpern) passiert wird.

Ein Beobachter, der nicht über die gewöhnliche Erfahrung hinaus denkt, wird so glauben können, er habe die Gleichzeitigkeit in einem allgemein für die Welt gültigen Sinne festgestellt und habe also die Grundlagen für den Aufbau einer natürlichen eindeutigen Weltzeit gewonnen. Wer weiter denkt, wird sich freilich sagen müssen, daß es dem Menschen ja nicht gegeben ist, alle Dinge der Welt zu erkennen und alle Zusammenhänge zu überblicken, und wird daher Zweifeln Raum geben. Damit ist er dann zum Scheideweg gelangt. Der eine Wegweiser lautet: „bedingtes Relativitätsprinzip" mit dem Endziel „Äther", der andere: „unbedingtes Relativitätsprinzip" mit dem Endziel „Zeit als nur relativer Begriff". — Verfolgen wir zunächst den Weg „bedingtes Relativitätsprinzip". Der Beobachter überlegt bei sich, daß außer den Dingen, die er grob-sinnlich kennen lernt, noch andere nicht so offensichtliche auf seine Experimente Einfluß haben könnten. So wird für ihn die Frage auftauchen, ob die als „entgegengesetzt gleich" sich darstellenden Geschwindigkeiten denn auch wirklich so weit als gleich gelten können, daß die Annahme erlaubt ist, gleiche Strecken würden in gleicher Zeit durchlaufen? Ein sehr naheliegendes Beispiel kann ihn in seinen Bedenken bestärken: Weht ein Wind, so ist die Zeit, die der Schall zwischen zwei Punkten braucht, für die beiden Richtungen durchaus nicht gleich groß. — Wenn also irgend etwas bei den Experimenten mitwirkte, was einseitig die Geschehnisse beeinflußte, so müßte der Beobachter seine zunächst gefaßte Meinung, die wirkliche Gleichzeitigkeit gefunden zu haben, fallen lassen.

Wir wollen annehmen, daß der Beobachter dies bedenkt und sich darum entschließt, einen Kontrollversuch zu machen. Zu dem Zweck begibt er sich von der isolierten Erde auf ein anderes materielles System, was gegen die isolierte Erde in gleichmäßiger Parallelverschiebung begriffen ist. Es handelt sich ja nur um gedachte Experimente rein theoretischer Bedeutung, so können wir zur Unterstützung der Anschauung annehmen, daß es sich um einen zweiten Weltkörper der gleichen Art wie die isolierte Erde handelt, oder auch, was für unsere Darstellung bequemer ist, daß das zweite System einen Eisenbahnzug auf der isolierten Erde darstellt, der ohne jede Erschütterung dahinfährt. Dieses zweite Bild mag hier festgehalten werden. — Auf der „Eisenbahn" wiederholt unser Beobachter alle Operationen zur Feststellung der Gleichzeitigkeit. Dazu werden zunächst an den verschiedenen Orten im Zuge gleiche Uhren aufgestellt usw. Der Beobachter wird nun so urteilen: Wäre es erlaubt, in der Welt ein materielles System, wie die „isolierte Erde" oder den „Eisenbahnzug" als etwas schon in sich Selbständiges zu betrachten, so müßten die beiden gewonnenen Zeitsysteme in bezug auf die Gleichzeitigkeit genau übereinstimmen; bei passender Wahl der Zeiteinheiten müßten sie überhaupt identisch werden. Um im Falle der isolierten Erde und des Eisenbahnzuges die Probe zu machen, ist jede der Uhren auf dem Zuge stets mit denjenigen Uhren auf der isolierten Erde zu vergleichen, an denen sie gerade vorbeifährt, das heißt, mit denen sie gerade am gleichen Ort in der Gesamtwelt ist. Wir nehmen die Gültigkeit der im vorigen Paragraphen definierten Relativitätsgesetze an, daher ist zu schließen, daß als Resultat der Probe sich ein Widerspruch zwischen den beiden Systemen der „Gleichzeitigkeit" ergeben wird. Der Beobachter wird hierin eine Bestätigung seiner Bedenken erblicken, und nun nach dem Element in der Welt außer der für seine Sinne wahrnehmbaren Materie suchen, was, unabhängig von dieser, das Weltgeschehen beeinflußt und so bewirkt, daß die verwerteten Methoden zur Herstellung entgegengesetzt gleicher Geschwindigkeiten doch nicht Relativgeschwindigkeiten ergeben, die für den Verlauf der Zeit gleichwertig sind. —

Ganz anders werden die Überlegungen, wenn unser Beobachter am Scheideweg den Weg zum unbedingten Relativitätsprinzip einschlägt. Auch er wird sich bewogen finden, den oben beschriebenen Kontrollversuch zu machen, er wird sein Resultat aber anders deuten und wird etwa in folgender Art schließen: Da die Beobachtung nun nicht mehr von der isolierten Erde, sondern von der Eisenbahn aus erfolgt, so ist der Standpunkt wesentlich geändert, von dem aus das Weltgeschehen beurteilt wird. So ist auch das Urteil über die Vorgänge auf der isolierten Erde nun ein anderes als vorhin. Die Änderung des Standpunktes zeigt sich ja deutlich darin, daß die isolierte Erde sich relativ zum Beobachter bewegt. Dies aber gibt

eine Einseitigkeit in der Beurteilung der Vorgänge auf ihr; damit erklärt es sich, daß die beiden Relativgeschwindigkeiten, die von der isolierten Erde aus beurteilt als gleich gelten müssen, nun doch nicht mehr als gleichwertig für die Zeitanschauung des Beobachters auf der Eisenbahn angesehen werden können. Aus der Verschiedenheit der Ergebnisse über die Gleichzeitigkeit ist demgemäß zu folgern, daß die Gleichzeitigkeit kein absoluter Begriff ist, sondern sich stets anders darstellt, wenn der Beobachter selbst von einem Bewegungszustand zu einem anderen übergeht. —

Der Beobachter auf dem Weg zum bedingten Relativitätsprinzip wird gegen diese Schlüsse einwenden, daß es nicht gerechtfertigt scheint, nun mit einem Male dem menschlichen Geist ein Urteil über das Wesen der Zeit abzustreiten, denn darauf käme es hinaus, wenn man ein und und dieselben Ereignisse bald als gleichzeitig, bald als ungleichzeitig erklären solle. Die Annahme, daß in der Außenwelt etwas vorhanden sei, was unabhängig von der Materie und ihren Bewegungen wäre, sei einfach und naturgemäß. — Der Beobachter auf dem Weg zum unbedingten Relativitätsprinzip wird dagegen sagen, daß die letztere Annahme keineswegs natürlich, sondern künstlich sei, da gar kein Anzeichen für dieses hypothetische „Etwas" vorhanden sei. Die Annahme, daß der menschliche Geist in seiner bisherigen Übung den Begriff der Zeit nicht erschöpfend erfaßt habe, sei angesichts der Beobachtungsergebnisse sehr naheliegend und entspreche der Erfahrung, daß der Mensch oft genug sich genötigt gesehen hat, seine Anschauungen über das Weltgeschehen zu wechseln. —

So ist denn die Streitfrage nun aufgeworfen; wir werden unsere Aufgabe zunächst darin sehen, nach weiterem Beobachtungsmaterial für ihre Bearbeitung zu suchen.

(Fortsetzung und Schluß der Arbeit folgt in der nächsten Nummer.)

(Eingegangen 26. Juli 1911.)

Die Endgeschwindigkeit des Falles kleiner Kugeln in Luft bei vermindertem Druck. (The Terminal Velocity of Fall of Small Spheres in Air at Reduced Pressures.)

Von L. W. Mc Keehan.

§ 1. Einleitung.

Wie Stokes abgeleitet hat[1]), ist die Endgeschwindigkeit einer frei fallenden Kugel, wenn alle übrigen Widerstände gegenüber dem von der inneren Reibung der Flüssigkeit, durch welche die Kugel hindurchfällt, herrührenden vernachlässigt werden können, und wenn man annimmt, daß an der Trennungsfläche kein Gleiten stattfindet,

$$V = \frac{2}{9} \frac{g a^2 (\sigma - \varrho)}{\mu}.$$

In dieser Formel ist μ der Koeffizient der inneren Reibung der Flüssigkeit, a der Halbmesser der Kugel, V die Fallgeschwindigkeit, g die Schwerkraftsbeschleunigung, σ die Dichte der Kugel und ϱ die Dichte der Flüssigkeit. Dadurch, daß alle Widerstände bis auf den der inneren Reibung ausgeschlossen werden, wird das Anwendungsgebiet der Formel auf sehr kleine Kugeln beschränkt, denn die Bedingung, die erfüllt sein muß, ist, daß der Halbmesser der Kugel klein sein muß gegenüber $\frac{\mu}{V\varrho}$.

Experimentaluntersuchungen von Herrn Professor Zeleny und dem Verfasser[1]) haben dargetan, daß diese Formel gültig ist für Kugeln aus Wachs mit einem Halbmesser von 0,002 cm bis zu 0,00035 cm, für Kugeln aus Paraffin mit einem Halbmesser von 0,002 cm bis zu 0,0005 cm und für Kugeln aus Quecksilber mit einem Halbmesser von 0,001 cm bis zu 0,00016 cm. Allerdings sind die Messungen an dem letztgenannten Material wegen des hohen Reflexionsvermögens der Oberfläche weniger genau als die an den übrigen Materialien.

Bei früheren Versuchen, bei denen wir natürliche Sporen als angenäherte Kügelchen benutzt hatten[2]), beobachteten wir große Abweichungen von der Formel, die Stokes angegeben hat, und zwar bewegten sich die Sporen sämtlich zu langsam, um mit der Formel im Einklang zu sein. Auf der Versammlung der British Association for the Advancement of Science zu Winnipeg im August 1909 meinte Sir Joseph Larmor, Versuche bei tieferen Drucken würden dazu dienen, zu entscheiden, ob diese Abweichungen von der Bildung von Wirbeln in der Luft in der Nähe der nicht vollkommen kugelförmigen Sporen herrührten. Die Kraft, die erforderlich ist, um solche Wirbel zu erhalten, würde mit der Dichte des Gases abnehmen, während der ausschließlich von der inneren Reibung herrührende Widerstand konstant bleiben müßte, da μ, wenigstens innerhalb eines sehr großen Bereiches, vom Drucke unabhängig ist[3]). Wenn die großen Abweichungen, die wir an Sporen beobachtet

1) G. G. Stokes, Mathematical and Physical Papers **3**, 59.

1) John Zeleny and L. W. Mc Keehan, Phys. Rev. **30**, 535, 1910 und diese Zeitschr. **11**, 78, 1910.
2) a. a. O.
3) Weinstein, Thermodynamik und Kinetik der Körper **1**, 325.

haben, von dieser Ursache herrührten, so müßte die Endgeschwindigkeit des Falles bei tieferen Drucken größer sein als bei Atmosphärendruck und einer engeren Übereinstimmung mit dem Werte zustreben, der sich aus der Formel von Stokes ergibt.

Es wurden einige Versuche bei tiefem Druck mit Sporen von Lykopodium ausgeführt. Diese Versuche zeigten allerdings eine Zunahme der Endgeschwindigkeit, aber diese Zunahme war viel zu groß, um auf der vermuteten Ursache beruhen zu können; die Geschwindigkeit wurde nämlich bei niederen Drucken mehrere Male so groß wie die auf Grund der Formel berechnete. Ähnliche Versuche wurden alsdann mit vollkommenen Kugeln aus Wachs angestellt, die bei Atmosphärendruck der Stokesschen Formel genügen. Diese Versuche zeigten ebenfalls eine große Zunahme der Endgeschwindigkeit bei Druckverminderung. Die hierbei gewonnenen Ergebnisse bilden den experimentellen Teil der vorliegenden Arbeit. Dieses Versagen der Stokesschen Formel ist darauf zurückzuführen, daß Stokes bei seiner Ableitung der Formel das Gleiten außer acht gelassen hat. Es läßt sich leicht zeigen, daß dieses Gleiten des Gases längs der Oberfläche der Kugel von der Bewegung in einem diskontinuierlichen Medium nicht zu trennen ist, und daß es bei Druckverminderung an Bedeutung in dem Maße zunimmt wie der mittlere gegenseitige Abstand der Moleküle.

Die Notwendigkeit des Gleitens wird aus folgender Betrachtung ersichtlich. Die Oberflächenschicht der Moleküle in einem Gase, das sich längs einer festen Fläche bewegt, läßt sich in zwei Gruppen zerlegen. Die erste Gruppe besteht aus solchen Molekülen, welche die Oberfläche noch nicht getroffen haben. Ihre mittlere Geschwindigkeit wird eine Komponente parallel zur Oberfläche der entfernteren Gasschicht besitzen, aus der sie kommen. Die zweite Gruppe besteht aus jenen Molekülen, welche bereits die Oberfläche getroffen haben. Ihre mittlere Geschwindigkeit wird eine Komponente parallel zu der Oberfläche haben, die kleiner ist als die Komponente der ersten Gruppe, aber größer als Null, sofern die Zusammenstöße nicht vollkommen unelastisch sind. In jedem Falle wird die mittlere Geschwindigkeit beider Gruppen zusammen, also die mittlere Geschwindigkeit der Gasschicht im ganzen, eine tangentiale Komponente haben, oder mit anderen Worten, es wird ein Gleiten zwischen dem Gas und der Oberfläche des festen Körpers stattfinden.

§ 2. Theorie.

Eine theoretische Behandlung des Falles hat Herr Professor E. Cunningham in einer Arbeit über die Geschwindigkeit des stetigen Falles kugelförmiger Teilchen durch ein flüssiges Medium[1]) gegeben, die Sir Joseph Larmor im Januar 1910 der Royal Society of London vorgelegt hat. Cunningham erhält für die Endgeschwindigkeit des Falles einer kleinen Kugel in einem Gase als allgemeinen Ausdruck die Formel:

$$V = V_s \left(1 + A \frac{l}{a}\right),$$

wo V_s die Geschwindigkeit ist, wie sie die Stokessche Formel angibt, l die mittlere freie Weglänge des Gasmoleküls, a der Halbmesser der Kugel und A eine Konstante ist, deren zahlenmäßiger Wert davon abhängig ist, welche Annahme man über die Stöße der Gasmoleküle gegen die Kugeloberfläche macht. Eine Prüfung der Ergebnisse, die Cunningham erhalten hat, hat einige Ungenauigkeiten aufgedeckt. Wenn man diese berichtigt, so ergeben sich andere Werte für A als die, welche er erhalten hat.

Nehmen wir zunächst einmal an, daß die Zusammenstöße von der Art der Zusammenstöße weicher elastischer Kugeln sind. Der Wert von A ist dann 1,5[2]). Demnächst wollen wir annehmen, daß jedes auftreffende Molekül in die Oberflächenschicht des Teilchens (ob eine Schicht des festen Materiales oder eine Schicht verdichteten Gases, ist für den vorliegenden Zweck unwesentlich) eintritt und aus derselben Fläche, auf die es aufgetroffen ist, wieder austritt, aber mit einer Geschwindigkeit, die der Richtung nach unabhängig ist von der relativen Geschwindigkeit der Kugel und des Teilchens vor dem Zusammenstoße, aber denselben quadratischen Mittelwert hat; der Wert von A ist dann 1,2. Nehmen wir an, ein Bruchteil f der Zusammenstöße gehöre der ersteren Art an, die übrigen der letzteren; der Wert von A ist alsdann $1{,}5 \cdot \frac{4}{5-f}$. Diese Annahmen umfassen die Fälle, die Cunningham behandelt hat; Cunningham hat in dem kombinierten Falle $A = 1{,}63 \frac{1}{2-f}$ erhalten.

Als weiteren Grenzfall wollen wir annehmen, daß ein Molekül des Gases, nachdem es die

1) E. Cunningham, On the Velocity of Steady Fall of Spherical Particles through Fluid Medium. Proc. Roy. Soc. **83** A, 357, 1910.

2) In einer Notiz, die im Märzheft der Phys. Rev. **32**, 341, 1911 veröffentlicht worden ist, ist eine der Substitutionen unrichtig ausgeführt; infolgedessen ist der Zahlenwert des konstanten Multiplikators von $\frac{1}{a}$ dort falsch angegeben. Auf diesen Fehler hat mich Herr Professor R. A. Millikan hingewiesen, der die Freundlichkeit gehabt hat, einen Teil der zu den hier mitgeteilten Ergebnissen führenden Analysis durchzusehen.

Oberfläche eines Teilchens getroffen hat, diese nur dann wieder zu verlassen vermag, wenn es sich in Richtung der Normalen zur Oberfläche bewegt. Der Wert von A ist dann 1,05.

Da die mittlere freie Weglänge l des Gasmoleküles dem Drucke p des Gases umgekehrt proportional ist, so kann man auch die gleichbedeutende Formel

$$V = V_s\left(1 + \frac{B}{pa}\right)$$

benutzen, die für die experimentelle Bestätigung bequemer ist.

Berechnen wir den Wert von B aus dem Werte von A unter Zugrundelegung des Wertes $\mu = 1833 \times 10^{-7}$ bei 20° C[1]), so erhalten wir, wenn wir p in mmHg ausdrücken, folgende Werte:

für A	B
1,0	0,0075
1,05	0,0078
1,2	0,0090
1,5	0,0112

Die Endgeschwindigkeit des Falles kleiner Kugeln müßte also bei sehr niedrigen Drucken gewaltig zunehmen und müßte dann dem Halbmesser der Kugel proportional werden, und nicht, wie bei höheren Drucken, dem Quadrate des Halbmessers. Sie müßte ferner umgekehrt proportional dem Drucke sein. In den Fig. 1 und 2 sind als Abszissen die reziproken Werte der errechneten Geschwindigkeiten aufgetragen, das heißt die Zeiten, die zum Durchfallen einer Strecke von einem Zentimeter bei diesen Geschwindigkeiten erforderlich sind, und als Ordinaten die Drucke in mm Hg. Die Temperatur ist zu 20° C angenommen, und für die Konstante ist der Wert $A = 1,0$ gewählt worden, da, wie weiter unten gezeigt werden soll, dies der experimentell gefundene Wert ist. In Fig. 1 sind sechs Kurven für verschiedene Werte des Halbmessers gezeichnet, und der Wert für jede einzelne Kurve ist am oberen Rande in cm 10^{-4} angegeben. Fig. 2 zeigt das in Fig. 1 fortgelassene Stück in der Nähe des Nullpunktes in stark vergrößertem Maßstabe. Es muß hier auf die enge Annäherung an eine lineare Änderung der Fallzeit mit dem Drucke hingewiesen werden. Bei der Auswertung ergibt sich, daß das oben angegebene Merkmal für eine stetige Bewegung von allen dargestellten Größen bei sämtlichen Drucken erfüllt wird.

Es ist die Annahme gemacht worden, daß μ bei allen Drucken denselben Wert hat. Dies

1) R. A. Millikan, Phil. Mag. (6) **19**, 215, 1910; $\mu = 1863 \times 10^{-7}$ bei 26° C.

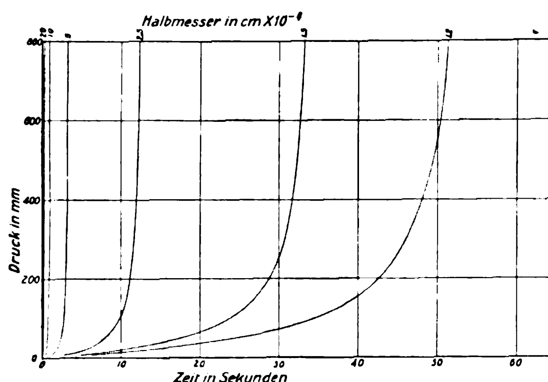


Fig. 1.

fordert die kinetische Gastheorie, und es erscheint wahrscheinlich, daß die bei niederen Drucken experimentell gewonnenen Werte von μ nur deshalb etwas niedriger sind als bei Atmosphärendruck, weil das Gleiten vernachlässigt

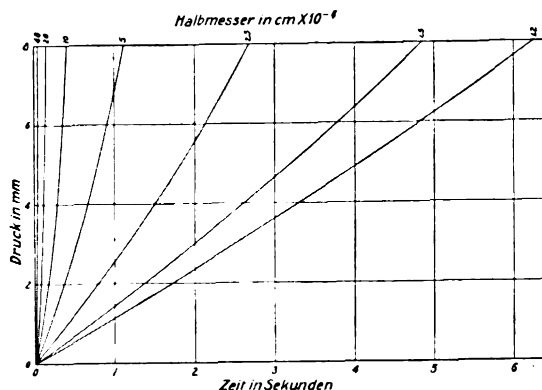


Fig. 2.

worden ist. Aus diesem Grunde hängt der Druck, bei welchem μ eine ausgeprägte Abnahme zeigt, von der Methode zur Bestimmung von μ und von den Abmessungen des benutzten Apparates ab.

§ 3. Versuche.

1. Herstellung des Materiales. Winzige Wachskügelchen wurden mittelst eines Zerstäubers hergestellt[1]) und in der Weise gesammelt, daß ich die Wolke der so gebildeten Kugeln in einem geschlossenen Raume von ungefähr $40 \times 40 \times 60$ cm sich auf Papierblätter ablagern ließ. Der erhaltene Größenbereich ließ sich durch Verstellen der Größe und der Öffnungen des Zerstäubers und durch Änderung der Temperatur des Wachses verändern.

1) Dasselbe Verfahren wurde bereits in unserer oben erwähnten früheren Arbeit benutzt, in welcher auch Mikrophotogramme dieser vollkommenen Kügelchen abgebildet sind.

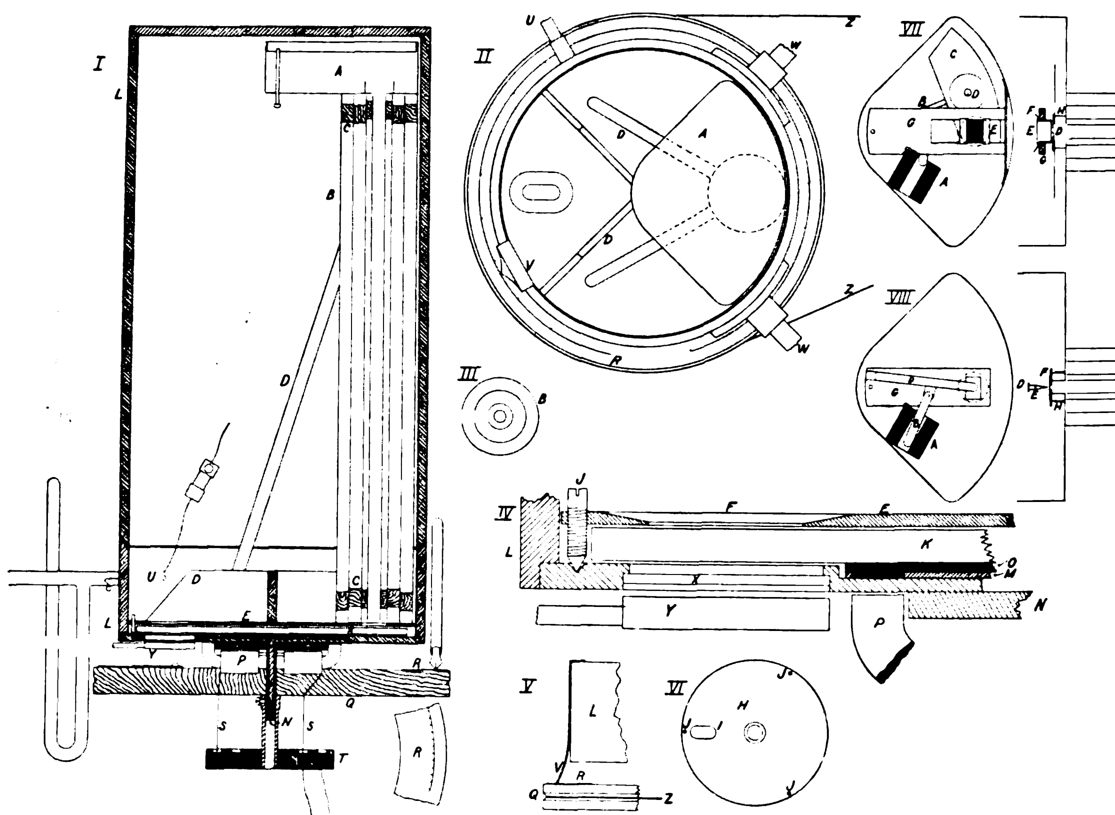


Fig. 3.

2. Messungen. Um den Wert von B in der Formel

$$V = \frac{2}{9} \frac{g a^2 (\sigma - \varrho)}{\mu} \left(1 + \frac{B}{a p}\right)$$

zu finden, bestimmte ich die Werte für die Dichte σ einer Kugel, für ihren Halbmesser a, für die Endgeschwindigkeit V ihres Falles und für den Druck p des Gases in mm Hg für mehr als sechshundert Wachskügelchen.

3. Dichte. Die Dichte σ des Wachses war, wie früher bestimmt[1]), 1,058.

4. Endgeschwindigkeit des Falles. Die Methode zur Ermittelung der Endgeschwindigkeit des Falles, V, war dieselbe wie die bei den früheren Versuchen benutzte. Sie bestand in der Messung der Gesamtzeit, die zum Durchfallen einer bekannten Strecke von ungefähr 31 cm erforderlich war.

In Fig. 3 ist die Zeichnung I ein vertikaler Schnitt durch den Apparat; II ist ein Aufriß des Apparates mit abgenommenem Deckel; III ist ein Horizontalschnitt durch das Rohr, in dem die Kugeln fielen; IV ist eine vergrößerte Ansicht der unteren linken Ecke von I, V und VI zeigen Einzelheiten solcher Teile, die an anderer Stelle nicht dargestellt sind; VII und VIII sind Aufsichten und Schnitte zweier Vorrichtungen, die ich zur Freigabe der Kugeln benutzt habe. Die Buchstabenbezeichnung entsprechender Teile ist in den ersten sechs Bildern dieselbe.

Die in dem Fallkasten A freigegebenen Kugeln fielen durch das Fallrohr B auf die kreisende Scheibe K. Wenn ich Kugeln mittelst der in Bild VII dargestellten Vorrichtung freigab, so brachte ich eine Menge dieser Kugeln von mehreren Kubikzentimetern im Volumen in den Trog E, der einen Boden aus Stoff hatte und dicht schließend in einen Schlitz in dem Rahmen G hineinglitt. Ein Solenoid A zog das Stück B aus weichem Eisen ein und bewegte somit die Schlittenplatte C über das kurze offene Rohr H hin, das dicht unterhalb E an den Boden des Fallkastens angelötet war. Die Schlittenplatte trug eine biegsame Feder D mit einer Spitze, die über ein kleines Loch in der Mitte der Platte hinausragte. Die Bewegung von C wurde durch einen in der Zeichnung nicht sichtbaren Anschlag gehemmt, wenn D die Mitte des Bodens des Troges E erreichte, an dem D leicht schabte. Die durch dieses Schaben hervorgebrachte Schwingung veranlaßte,

1) John Zeleny and L. W. Mc Keehan, a. a. O.

daß einige Kugeln durch den Stoff hindurchgesiebt wurden, und diese fielen dann durch das kleine Loch in *C*, durch *H* und in das Fallrohr *B* hinein.

Bei dem in der Zeichnung VIII dargestellten Verfahren wurden die Kugeln auf dem Papier belassen, auf das sie sich nach dem Zerstäuben niedergeschlagen hatten. Ein Stück von diesem Papier wurde, mit der von den Kugeln besetzten Seite nach unten, bei *F* gerade über ein kleines Loch in dem Rahmen *G* gelegt, der dicht in das Rohr *H* paßte. Das Solenoid *A* zog mittelst des Stückes *B* einen Messingklotz *C* unter einem langen Metallstreifen *D* hinweg, der nach unten federte und dabei die Spitze *E* gegen die obere Fläche des Papiers, genau oberhalb des Loches in *G*, stieß. Dieser Stoß war nicht stark genug, um das Papier zu durchlöchern, aber er machte einige der Kugeln frei, und diese fielen dann durch *H* hindurch in das Fallrohr.

In dem Fallrohr *B* fielen die nach einem der beiden Verfahren freigegebenen Kugeln durch das innerste von vier konzentrischen Messingrohren, die dazu bestimmt waren, Luftströmungen zu verhindern. Die äußeren Rohre waren an einem Punkte durchlocht, wie es Bild III zeigt, um Druckänderungen in den Räumen zwischen den in der Nähe der Enden angebrachten hölzernen Ringen zu erleichtern. Die drei inneren Rohre wurden ganz und gar von diesen Ringen gehalten und standen mit keinem der übrigen Metallteile in Berührung. Der Apparat wurde in einem doppelwandigen und fensterlosen Zimmer benutzt, wodurch eine ausgezeichnet beständige Temperatur geschaffen wurde.

Das äußere Rohr war oben an den Fallkasten *A* und unten an die Bänder *D, D* und an die Messingplatte *E* angelötet. Diese Platte wurde von drei Nivellierschrauben *J* getragen (siehe Bild IV), von denen eine in einem Lager ruhte und die Neigung des Fallrohres gegen den äußeren Kasten *L* festlegte. Die Platte war von zwei Löchern durchsetzt, von denen das eine ein schmaler radialer Schlitz dicht unter dem Fallrohr war, das andere ein um 180^0 von dem Schlitz entferntes Fenster zur Beobachtung der Kugeln nach dem Falle. Eine Platte *H* (siehe Bild VI), die der Platte *E* ähnlich war, aber keinen Schlitz besaß, wurde an die Stelle von *E* gesetzt, wenn die Kugeln ausgemessen wurden. Hierdurch wurde mehr Raum für das Meßmikroskop geschaffen.

Die Fläche zur Aufnahme der Kugeln war die Oberfläche einer ebenen Glasscheibe *K*, die auf eine kreisförmige Messingplatte *M* aufgekittet war und unterhalb der Platte *E* auf einem Zapfen in dem Lager *N* kreiste. Auf einem Durchmesser der Platte *M* war ein Weicheisenstück *O* mit verstärkten Enden eingelassen. Die Pole dieses Stückes befanden sich unmittelbar über den Polen eines Elektromagnets *P*; dieser Elektromagnet wurde von einem hölzernen Rade *Q* getragen, das seinerseits mittelst eines Riemens *Z* von einem Chronographenmotor um *N* gedreht wurde. Der Strom wurde dem Elektromagnet *P* durch die Drähte *S, S* zugeführt, die in kreisförmige Quecksilbernäpfe in dem Ebonitblock *T* eintauchten. Infolge dieser Anordnung war die Unterlage der Platte *K* nirgends dem Atmosphärendruck ausgesetzt und bedurfte keiner Verpackung.

In dem Augenblick, wo die Kugeln freigegeben wurden, wurde das Rad *Q* durch Einrücken der Kuppelung mit dem Chronographenmotor in stetige Umdrehung versetzt, und die Kugeln wurden in dem Maße, wie sie nach und nach am Boden des Fallrohres ankamen, unter verschiedenen Winkeln auf der Oberfläche der Platte *K* aufgefangen. Eine mit einem Sekundenpendel in Reihe geschaltete Chronographenfeder ruhte auf einem Papierstreifen *R*, der an *Q* befestigt war, und verzeichnete bei der Drehung des Rades die einzelnen Sekunden. Diese Zeitaufzeichnung ist im Aufriß gleich rechts von *T* dargestellt und ebenso für eine andere Umlaufsgeschwindigkeit in Bild II. Nach Beendigung des Versuches, und nachdem der Umlauf von *Q* aufgehalten worden war, wurde ein über den Rand des Gehäuses *L* passender Zeiger *V* genau 180^0 von der Stelle entfernt angebracht, wo die Feder zuletzt ein Zeichen gemacht hatte. Wenn dieser Zeiger, während *Q* gedreht wurde, auf irgendeine Marke der Aufzeichnung seitens der Feder zeigte, so mußten die Kugeln, die gerade dann auf *K* gefallen waren, als dieses Zeichen gemacht wurde, 180^0 vom Boden des Fallrohres entfernt sein. Das heißt, sie mußten sich an einer Stelle befinden, die durch das Fenster bei *F* sichtbar ist. Durch Zählen der Sekunden vom Beginn der Federaufzeichnung bis zum Zeiger war die verstrichene Fallzeit unmittelbar gegeben.

Diese Zeit ist länger als die Zeit, die erforderlich sein würde, wenn die Kugel gleich von Anfang an mit ihrer Endgeschwindigkeit gefallen wäre, statt vom Ruhezustande auszugehen. Die hierfür anzubringende Korrektion läßt sich leicht finden. Die umstehende Tabelle gibt ihre Werte für den benutzten Apparat an.

Diese Korrektionen sind bei allen Fallzeiten von weniger als sieben Sekunden angebracht.

5. Halbmesser der Kugeln. Der Halbmesser der einzelnen Kugeln wurde in der Weise bestimmt, daß ihr Durchmesser zwei- bis acht-

Beobachtete Zeit in Sekunden	Korrektion in Sekunden
0,50	— 0,06
1,00	— 0,03
2,00	— 0,02
3,00	— 0,01
6,00	— 0,01
7,00	0

mal gemessen wurde, und zwar wurde die Mehrzahl der Kugeln sechsmal gemessen. Außer bei den Versuchen 1, 2 und 3 der Tabelle II und bei vierzehn Kugeln, die zu anderen Versuchen dienten und zu groß waren, um mit diesem Apparate gemessen zu werden, benutzte ich ein verbessertes Mikroskopobjektivmikrometer[1]). Die eben erwähnten Kugeln wurden mittelst eines Okularmikrometers gemessen. Das Gesichtsfeld des Mikroskops wurde mit diffusem Licht beleuchtet, das von dem Spiegel Y (siehe Bild IV in Fig. 3) durch das Fenster X und die Scheibe K reflektiert wurde. Kontrollmessungen mit verschiedenen Vergrößerungen lieferten für alle benutzten Größen übereinstimmende Ergebnisse, und es scheint, daß den Messungen der Halbmesser, selbst bei den kleinsten Kugeln, keine von der Beugung herrührenden konstanten Fehler anhaften, deren Betrag einen kleinen Bruchteil einer Lichtwellenlänge überschreitet. Einige Schwierigkeit ergab sich bei der Messung der kleineren Kugeln aus den Erschütterungen des Pfeilers, auf dem der Apparat stand. Diese Störung wurde dadurch umgangen, daß die Durchmesser nach Mitternacht gemessen wurden, wenn der lebhafte Verkehr auf der Straße aufgehört hatte. Es erwies sich als das bequemste Verfahren zur schnellen Messung, das Fadenkreuz von außen mit dem kreisförmigen Bilde einer Kugel zur Berührung zu bringen. Deshalb mußte bei allen gemessenen Durchmessern eine Korrektion für die Breite des Fadenkreuzes angebracht werden. Der Betrag dieser Korrektion wurde dadurch bestimmt, daß andere Berührungsarten mit anderen Objekten als Kugeln zum Vergleich herangezogen wurden.

6. Druck. Der Druck im Innern des Gehäuses L, das aus ungefähr 5 mm starkem Messing bestand, wurde mittelst einer Wasserstrahlpumpe oder einer Gaedepumpe — je nach der gewünschten Verminderung — verringert. Die Pumpen wurden bei U (Fig. 3) angesetzt. Das Fenster X bestand aus einer Glasplatte in einer Paraffinfassung, die einen dauernd luftdichten Schluß lieferte. Der Deckel des Gehäuses L war mit Schmirgel so abgeschliffen, daß er genau auf das Unterteil paßte, und ein dünner Überzug von Vakuumkitt zwischen den Flächen ergab eine ausgezeichnete Dichtung. Ein Platindraht für die elektrische Zuleitung zu dem Solenoid im Fallkasten war in das gläserne Manometerrohr auf der Außenseite des Gehäuses eingeschmolzen, während die Rückleitung durch die Metallteile des Apparates und seine Stützen W, W erfolgte.

Die Druckablesungen wurden mittelst eines Kathetometers an einem geschlossenen Quecksilbermanometer vorgenommen, und wenn der Druck genügend klein war, wurde er auch mittelst eines Mc-Leod-Manometers mit kleinem Faktor gemessen. Glashähne dienten dazu, den Apparat gegen die Pumpen abzuschließen. Vor der Freigabe der Kugeln wurde der Apparat mindestens drei Stunden lang sich selbst überlassen, so daß der Druck und die Temperatur in allen seinen Teilen stetig waren. Ein Napf mit P_2O_5 wurde in den Apparat hineingestellt, ehe der Druck verringert wurde. Das Trockenmittel erachtete ich für notwendig, obgleich Versuche bei Atmosphärendruck zeigten, daß der durch eine kleine Menge Wasserdampf hervorgerufene Unterschied in der inneren Reibung nicht merklich war. Bei niedrigen Drucken könnte dieselbe Dampfmenge, da sie einen größeren Bruchteil des gesamten Gases ausmacht, die innere Reibung beträchtlich verändern; ist doch die innere Reibung des Dampfes viel geringer als die der Luft.

7. Verfahren zur Auffindung und Messung der Kugeln. Um die Kugeln aufzusuchen und auszumessen, wurde das Mikroskop auf einen Schlitten gesetzt, der ihm nun eine Bewegung längs eines Halbmessers der Platte K gestattete, der 180^0 von dem unter dem Fallrohr verlaufenden entfernt war. Der Abstand vom Mittelpunkte der Platte wurde durch eine Feinverstellungsschraube reguliert. Nachdem das Mikroskop auf die Oberfläche von K eingestellt worden war, wurden das Rad Q und die Platte K ganz langsam mittelst passender Übersetzung von Hand gedreht und die Kugeln, so wie sie aufgefunden wurden, gemessen. Die einzelnen Kugeln wurden durch Bewegen der Platte oder des Mikroskops in die Nähe der Gesichtsfeldmitte gebracht, und der Strom für den Magnet P wurde während der Messungen unterbrochen, um ein Kriechen der Platte K zu verhindern. Nachdem ein Streifen oder ein Gebiet ganz durchgesehen worden war, wurde das Mikroskop in radialer Richtung um die Breite des Gesichtsfeldes verschoben, und das Verfahren wurde so lange wiederholt, bis genügend Kugeln ausgemessen worden waren, um die Änderung der Fallzeit mit dem Halbmesser zu

1) John Zeleny and L. W. Mc Keehan, Phys. Rev. 32, 530, 1911.

zeigen, oder bis keine Kugeln mehr zu finden waren. Die Halbmesser wurden für einen Versuch erst dann aus den Ablesungen am Mikrometer ermittelt, wenn sie sämtlich ausgemessen worden waren. Die Gesamtzahl der auf die Platte fallenden Kugeln war bei keinem Versuch größer als dreihundert, so daß keinerlei Beeinflussung der Geschwindigkeit infolge einer Wechselwirkung zwischen den Kugeln stattfand[1]).

§ 4. Versuchsergebnisse.

In den Tabellen und Kurven I bis XVI sind die Versuchsergebnisse, nach abnehmendem Drucke geordnet, enthalten. Die verzeichneten und aufgetragenen Größen sind die Halbmesser in cm 10^{-4} und die reziproken Werte der Endgeschwindigkeiten, das heißt die bei diesen Geschwindigkeiten zum Durchfallen einer Strecke von einem Zentimeter erforderlichen Zeiten in Sekunden. In den Kurven sind die Halbmesser Ordinaten und die Zeiten Abszissen. Für jede gemessene Kugel ist ein kleiner Kreis eingezeichnet.

Das in Fig. 3, Bild VIII dargestellte Verfahren zur Freigabe erwies sich als das befriedigendste von etwa sieben Verfahren, und zwar vermutlich deshalb, weil das benutzte Papier das obere Ende des Fallrohres während des ganzen Versuches verschloß, und somit keinerlei durch die Bewegung von Teilen des Mechanismus im Fallkasten erregte Luftströmungen die Luft im Rohre stören konnten. Große Kugeln hafteten jedoch nicht an dem Papier und ließen sich nach diesem Verfahren nicht erhalten.

Die nach diesem Verfahren bei Atmosphärendruck gewonnenen Ergebnisse sind in Tabelle I und Kurve I wiedergegeben, mit der Ausnahme, daß die Kugeln, bei denen der Halbmesser größer ist als 0,0013 cm, nach dem in Fig. 3, Bild VII dargestellten Verfahren erhalten worden waren. Die Ergebnisse, die bei Atmosphärendruck mit anderen Freigabeverfahren als dem in Fig. 3, Bild VIII dargestellten gewonnen wurden, sind in Tabelle II und Kurve II enthalten. In keiner dieser Tabellen finden sich irgendwelche Kugeln, die in das erste Zwanzigstel der vollständigen Umlaufsperiode der Platte K fielen. Die größten Kugeln stammen von Versuchen, bei denen die Umlaufszeit 20 Sekunden betrug, die kleineren von Versuchen, bei denen die Umlaufszeit 200—1200 Sekunden betrug. Der Fehler bei den Zeitmessungen ist somit in dem ganzen Bereich klein gehalten worden.

Das Bereich der bei sämtlichen Versuchen benutzten Größen erstreckte sich von $a = 0{,}0025$ cm bis $a = 0{,}00012$ cm, und das Bereich der Drucke von Atmosphärendruck (740 mm) bis hinab zu 0,32 mm Hg. Die gesamte Fallzeit für die verschiedenen Größen und Drucke bewegte sich von 0,74 Sek. bis zu 1072 Sek.

Der Wert der Konstanten B in der Formel wurde für jede einzelne Kugel bei den Versuchen der Tabellen VI, X, XIII und XV, also bei Drucken von 8,28 mm, 2,11 mm, 0,69 mm und 0,34 mm Hg ermittelt, die Mittelwerte von B für die vier Versuche waren 0,00724, 0,00724, 0,00826 und 0,00729; das ergibt einen Hauptmittelwert

$$B = 0{,}0075 \pm 2,$$

entsprechend einem Werte

$$A = 1{,}00 \pm 3.$$

Die enge Übereinstimmung zwischen dem ersten, zweiten und vierten Werte ist eine zufällige; das sieht man, wenn man die wahrscheinlichen Fehler bei den Versuchen betrachtet. Die wahrscheinlichen Fehler bei der Fallzeit sind für die größten Kugeln groß, und die wahrscheinlichen Fehler bei den Halbmessern betragen für die kleinsten Kugeln mehrere Prozent. Der wahrscheinliche Fehler des Mittelwertes von B bei einem Versuche hängt ab von dem wahrscheinlichen Fehler des Druckes, da dieser bei der Mittelbildung nicht reduziert wird. Die Fehler beim Druck sind bei diesen vier Versuchen verschieden, weil beim ersten und zweiten Versuch das Quecksilbermanometer, beim dritten und vierten das Mc-Leod-Manometer benutzt wurde. Legt man diesen vier Werten Gewichte bei, die diesen wahrscheinlichen Fehlern entsprechen, so findet man den Mittelwert etwas höher als den oben angegebenen unbewerteten. Diese Drucke wurden zur Ermittelung von B deshalb gewählt, weil die Abweichung der Fallzeit von der bei Atmosphärendruck gefundenen groß ist, und trotzdem die gesamte Fallzeit nicht zu klein für eine genaue Messung ist, wie es bei noch niedrigeren Drucken der Fall sein würde.

Werte für die auf ein Zentimeter entfallende Zeit wurden unter Zugrundelegung des Wertes von A berechnet, welcher der Annahme eines normalen Austrittes der auftreffenden Moleküle entspricht, also des Wertes $A = 1{,}05$, und zwar für jeden benutzten Druck und für umstehende Werte des Halbmessers (s. Tabelle).

Diese Zeiten sind in den Kurven I und III bis XVI als kleine Kreuze eingetragen, und wie ersichtlich werden wird, fallen die Kreise, welche beobachtete Kugeln darstellen, gut mit einer durch diese Kreuze hindurchgehenden Linie zusammen.

1) E. Cunningham, a. a. O.

0,004 cm	0,0005 cm
0,0035 „	0,0004 „
0,003 „	0,0003 „
0,0025 „	0,00025 „
0,002 „	0,0002 „
0,0017 „	0,00018 „
0,0014 „	0,00015 „
0,0012 „	0,00014 „
0,001 „	0,00013 „
0,0008 „	0,00012 „
0,0006 „	

Einen Begriff von dem großen Betrage der Änderung der Fallzeit wird man erhalten, wenn man die Kurve I (Fig. 5) betrachtet. Der schwarze Punkt dicht am linken Rande der Figur stellt die Zeit dar, die eine Kugel von 0,00014 cm Halbmesser bei einem Drucke von 0,32 mm *Hg* braucht, um ein Zentimeter zu durchfallen. Bei Atmosphärendruck würde diese Kugel in einer Zeit fallen, welche durch das letzte Kreuz zur Rechten der Figur angedeutet ist. Der Wert des Gliedes $\frac{B}{ap}$ in der Formel bewegt sich von 0,003 für $a = 0{,}004$ cm und $p = 740$ mm bis zu 196 für $a = 0{,}00012$ cm und $p = 0{,}32$ mm. Die Übereinstimmung der Versuchsergebnisse mit der Formel ist in dem ganzen Bereich ausgezeichnet.

Welche Unterschiede man erhält, wenn man die Geschwindigkeiten unter Zugrundelegung des einen oder des anderen Wertes von A berechnet, kann man aus der Betrachtung der Fig. 4 ersehen. In dieser Figur sind drei Kurven ge-

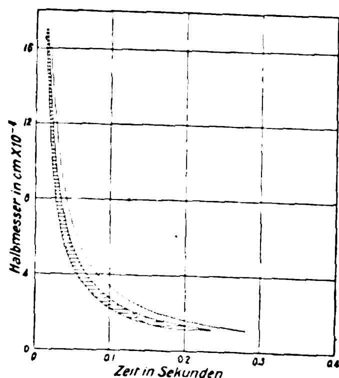


Fig. 4.

zeichnet; diese zeigen die Änderung der Zeit, die zum Durchfallen eines Zentimeters erforderlich ist (also der Abszisse) mit der Änderung des in cm. 10^{-4} dargestellten Halbmessers (der Ordinate) bei einem Druck von 0,32 mm *Hg* und einer Temperatur von 20° C. Die Kurve zur Linken und die mit dieser durch horizontale Linien verbundene Kurve sind für $A = 1{,}5$ bzw. $A = 1{,}2$ gezeichnet und entsprechen den nach den Cunninghamschen Voraussetzungen möglichen Grenzwerten. Die Kurve zur Rechten ist für $A = 1{,}05$ gezeichnet, also für den Wert, welcher der Annahme eines normalen Austrittes der auftreffenden Moleküle entspricht. Die Kurve XVI, welche die Versuchsergebnisse bei diesem Drucke zeigt, stimmt fast genau mit dieser letztgenannten Kurve überein.

Bei Atmosphärendruck sind die Unterschiede in dem erhaltenen Größenbereich mit der benutzten Methode nicht nachweisbar. Eine Vergleichung der Kurven I und II wird dies dartun. Die Kreuze in Kurve II stellen Zeiten dar, die unter der Annahme $A = 0$ (Stokessche Formel) berechnet sind, die Kreuze in Kurve I stellen Zeiten dar, die unter der Annahme $A = 1{,}05$ berechnet sind. Der Unterschied beläuft sich für die Zeit auf 7 v. H. für die kleinste dargestellte Kugel und ist für alle größeren Kugeln größer, und der weitere Unterschied, der sich für den Fall $A = 1{,}5$ ergeben würde, würde — wiederum für die kleinste dargestellte Kugel — ungefähr 3 v. H. ausmachen. Ein Fehler von 1,5 v. H. bei der Ausmessung des Halbmessers einer Kugel würde diesen weiteren Unterschied in der Fallzeit gänzlich verschleiern.

Den einzigen sonstigen Versuchsfehler bei der Konstanten der Cunninghamschen Formel hat Herr Professor R. A. Millikan[1]) angegeben, der A zu 0,815 fand. Dieser Wert ist aus Versuchen an Kugeln von verschiedener Größe bestimmt worden, die aber alle bei einem und demselben Drucke fielen, nämlich bei Atmosphärendruck. Die Methode ist insofern eine indirekte, als die Halbmesser der Kugeln nicht ausgemessen, sondern aus ihrer Fallzeit unter der Annahme einer für sämtliche Kugeln gleichmäßigen elektrischen Ladung berechnet wurden. Das benutzte Material war eine Flüssigkeit, und innere Wirbel in den Tropfen geben möglicherweise Anlaß zu einem Energieverbrauch und erniedrigen infolgedessen den scheinbaren Wert von A.

Tabelle I.

Versuch 1.

p 736 mm. Temperatur 20,6° C. Rohrlänge 30,9 cm. Größte meßbare Fallzeit 20 Sek.

a	$1/V$	a	$1/V$
0,002293	0,1929	0,001382	0,437
0,002170	0,1995	0,001369	0,481
0,001846	0,2404	0,001326	0,474
0,001746	0,297	0,001308	0,518
0,001461	0,419		

1) Science **32**, 446, 1911.

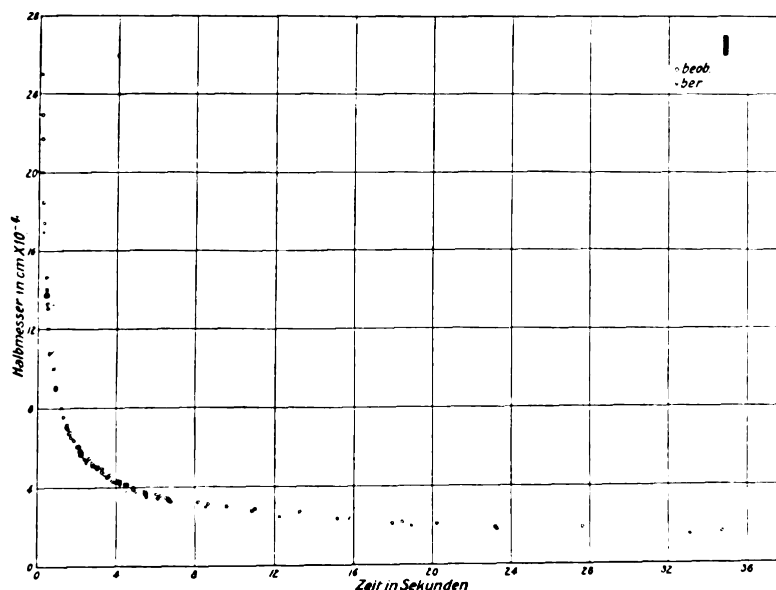


Fig. 5.

Versuch 2.

p 749 mm. Temperatur 18,3° C. Rohrlänge 30,96 cm. Größte meßbare Fallzeit 226 Sek.

a	1/V	a	1/V
0,001369	0,379	0,000453	3,65
0,001077	0,600	0,000449	3,59
0,000906	0,934	0,000433	4,10
0,000898	0,934	0,000432	3,86
0,000757	1,365	0,000427	4,18
0,000719	1,524	0,000426	3,96
0,000696	1,566	0,000417	4,18
0,000679	1,718	0,000416	4,56
0,000674	1,653	0,000407	4,51
0,000653	1,748	0,000393	4,86
0,000637	1,916	0,000385	4,97
0,000608	2,169	0,000385	5,40
0,000604	2,088	0,000382	4,52
0,000585	2,270	0,000373	5,45
0,000580	2,189	0,000368	5,49
0,000560	2,296	0,000355	5,52
0,000541	2,45	0,000350	5,88
0,000541	2,70	0,000346	6,10
0,000522	2,56	0,000346	6,67
0,000505	2,86	0,000339	6,63
0,000492	3,36	0,000335	6,72
0,000466	3,47	0,000334	6,79
0,000461	3,75		

Versuch 3.

p 740 mm. Temperatur 19,7° C. Rohrlänge 30,96 cm. Größte meßbare Fallzeit 1080 Sek.

a	1/V	a	1/V
0,000704	1,492	0,000317	8,69
0,000571	2,335	0,000303	9,63
0,000562	2,205	0,000287	11,03
0,000518	2,854	0,000274	10,86
0,000502	2,984	0,000273	13,26
0,000490	3,081	0,000238	15,18
0,000473	3,31	0,000238	15,79
0,000413	4,44	0,000218	18,49
0,000378	5,52	0,000213	17,96
0,000370	6,03	0,000210	20,24
0,000361	6,26	0,000192	23,22
0,000351	6,52	0,000191	27,64
0,000327	8,17	0,000162	34,76

Tabelle II.

Versuch 1.

p 753 mm. Temperatur 19,7° C. Rohrlänge 30,9 cm. Größte meßbare Fallzeit 217 Sek.

a	1/V	a	1/V
0,001536	0,325	0,000676	1,722
0,001482	0,351	0,000649	1,979
0,001441	0,325	0,000644	1,992
0,001440	0,358	0,000632	1,800
0,001410	0,358	0,000552	2,405
0,001397	0,387	0,000465	3,670
0,001365	0,410	0,000462	3,718
0,001268	0,462	0,000441	3,847
0,001113	0,455	0,000430	3,784
0,000825	1,433	0,000417	4,65
0,000707	1,378	0,000323	7,04

Versuch 2.

p 735 mm. Temperatur 20,1° C. Rohrlänge 30,9 cm. Größte meßbare Fallzeit 230 Sek.

a	1/V	a	1/V
0,001423	0,390	0,000522	2,619
0,001277	0,507	0,000471	3,096
0,001276	0,471	0,000393	4,10
0,001166	0,494	0,000386	4,40
0,001029	0,686	0,000344	5,11
0,000840	1,011	0,000342	5,70
0,000723	1,485	0,000340	5,92
0,000617	1,914	0,000324	5,14
0,000563	2,135	0,000323	7,19

Versuch 3.

p 740 mm. Temperatur 20,6° C. Rohrlänge 30,9 cm. Größte meßbare Fallzeit 54 Sek.

a	1/V
0,001191	0,520
0,001149	0,397
0,000604	1,732

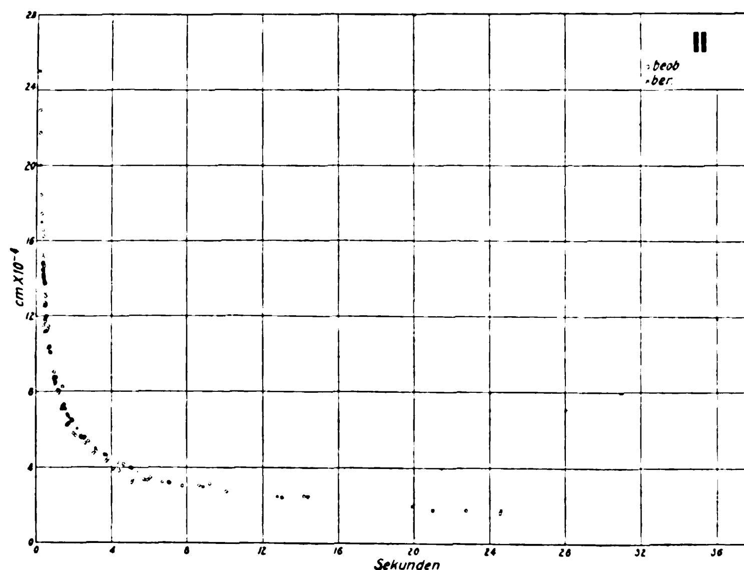


Fig. 6.

Versuch 4

ist derselbe wie Versuch 1 in Tabelle I.

Versuch 5.

p 734 mm. Temperatur 21,0° C. Rohrlänge 30,9 cm. Größte meßbare Fallzeit 894 Sek.

a	$1/V$	a	$1/V$
0,000575	2,046	0,000307	8,64
0,000563	2,404	0,000306	7,76
0,000556	2,631	0,000279	10,07
0,000547	2,566	0,000254	14,13
0,000486	3,23	0,000250	14,39
0,000423	4,32	0,000247	13,02
0,000374	5,39	0,000180	20,99
0,000327	6,66	0,000179	22,74
0,000318	9,23	0,000164	24,56

Versuch 6.

p 740 mm. Temperatur 20,7° C. Rohrlänge 30,9 cm. Größte meßbare Fallzeit 191 Sek.

a	$1/V$	a	$1/V$
0,001657	0,344	0,000853	1,017
0,001623	0,370	0,000535	2,83
0,001510	0,370	0,000396	5,13
0,001144	0,659	0,000352	6,06
0,001127	0,637		

Versuch 7.

p 740 mm. Temperatur 20,7° C. Rohrlänge 31,1 cm. Größte meßbare Fallzeit 197 Sek.

a	$1/V$
0,001473	0,342
0,001117	0,571
0,001035	0,726
0,000789	1,221

Versuch 8.

p 742 mm. Temperatur 19,4° C. Rohrlänge 31,4 cm. Größte meßbare Fallzeit 237 Sek.

a	$1/V$	a	$1/V$
0,001243	0,441	0,000807	1,198
0,001185	0,460	0,000733	1,500
0,001003	0,758	0,000726	1,429
0,000903	0,988	0,000710	1,506
0,000874	1,097	0,000709	1,547
0,000873	0,972	0,000625	1,739
0,000863	0,988		

Tabelle III.

Versuch 1.

p 100,4 mm. Temperatur 21,0° C. Rohrlänge 30,9 cm. Größte meßbare Fallzeit 212 Sek.

a	$1/V$	a	$1/V$
0,002660	0,1462	0,000793	1,011
0,002177	0,2046	0,000712	1,436
0,002069	0,2795	0,000641	1,781
0,001918	0,296	0,000543	2,64
0,001854	0,221	0,000537	2,38
0,001840	0,260	0,000529	2,52
0,001531	0,318	0,000497	2,95
0,001293	0,482	0,000497	3,25
0,001207	0,497	0,000440	3,49
0,001176	0,520	0,000438	3,87
0,001068	0,695	0,000320	6,76
0,000992	0,754	0,000313	6,60
0,000833	1,170	0,000302	6,88

Versuch 2.

p 100,6 mm. Temperatur 20,6° C. Rohrlänge 30,9 cm. Größte meßbare Fallzeit 17 Sek.

a	$1/V$	a	$1/V$
0,002981	0,0842	0,001623	0,307
0,002063	0,1929	0,001289	0,409
0,001732	0,276	0,001145	0,556
0,001648	0,300		

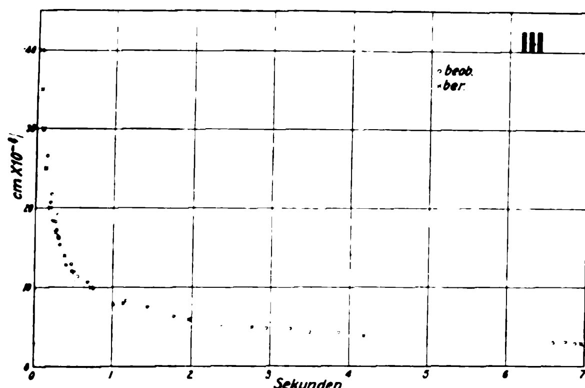


Fig. 7.

Tabelle IV.

Versuch 1.

p 33,64 mm. Temperatur 21,3° C. Rohrlänge 30,9 cm. Größte meßbare Fallzeit 80 Sek.

a	1/V	a	1/V
0,002479	0,1137	0,000898	0,900
0,002380	0,1137	0,000850	1,075
0,001933	0,1884	0,000763	1,112
0,001792	0,2113	0,000756	1,254
0,001545	0,3217	0,000716	1,364
0,001458	0,354	0,000639	1,803
0,001240	0,539	0,000488	2,294
0,000910	0,844		

Versuch 2.

p 34,85 mm. Temperatur 21,2° C. Rohrlänge 30,9 cm. Größte meßbare Fallzeit 186 Sek.

a	1/V	a	1/V
0,003715	0,0715	0,000808	1,027
0,002989	0,1040	0,000807	1,053
0,002642	0,1040	0,000737	1,170
0,002591	0,1234	0,000635	1,527
0,001506	0,351	0,000634	1,501
0,001347	0,429	0.000623	1,689
0,001199	0,487	0,000532	2,053
0,001109	0,604	0,000516	2,339
0,001095	0,617	0,000487	2,385
0,001013	0,676	0,000460	2,781
0,000975	0,669	0,000380	4,14
0,000926	0,767	0,000331	5,10
0,000909	0,786	0,000330	4,71
0,000908	0,812		

Versuch 3.

p 33,30 mm. Temperatur 20,5° C. Rohrlänge 30,9 cm. Größte meßbare Fallzeit 18 Sek.

a	1/V	a	1/V
0,003544	0,0874	0,001603	0,291
0,003291	0,0971	0,001216	0,539
0,002442	0,1312	0,001175	0,565

Versuch 4.

p 34,77 mm. Temperatur 22,1° C. Rohrlänge 30,9 cm. Größte meßbare Fallzeit 886 Sek.

a	1/V	a	1/V
0,000666	1,299	0,000439	2,44
0,000597	1,462	0,000428	2,79
0,000588	1,364	0,000419	2,83
0,000545	1,721	0,000408	2,60
0,000521	1,656	0,000395	2,99
0,000515	1,754	0,000344	4,16
0,000460	2,83	0,000299	5,17
0,000458	2,21	0,000296	5,72

Versuch 5.

p 33,58 mm. Temperatur 20,9° C. Rohrlänge 30,9 cm. Größte meßbare Fallzeit 20 Sek.

a	1/V
0,001749	0,268
0,001531	0,314
0,001413	0,350
0,001154	0,538
0,000989	0,648

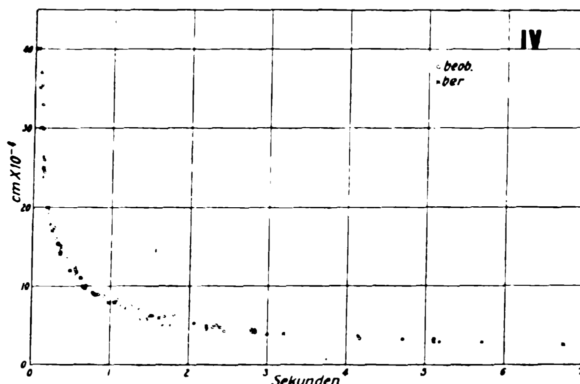


Fig. 8.

Tabelle V.

p 8,55 mm. Temperatur 20,5° C. Rohrlänge 30,96 cm. Größte meßbare Fallzeit 177 Sek.

a	1/V	a	1/V
0,000865	0,574	0,000234	3,32
0,000444	1,488	0,000152	4,80
0,000424	1,527	0,000121	5,33
0,000307	2,45		

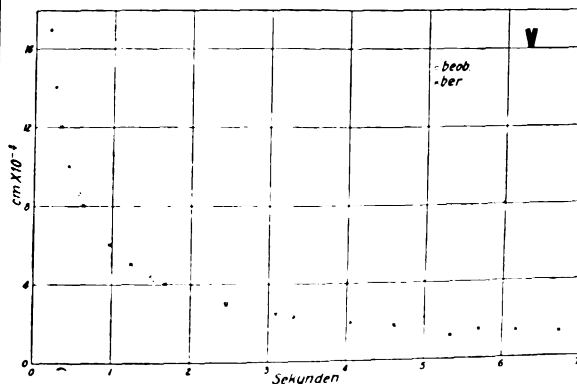


Fig. 9.

Tabelle VI.

p 8,28 mm. Temperatur 21,3° C. Rohrlänge 30,96 cm. Größte meßbare Fallzeit 172 Sek.

a	1/*V*	*a*	1/*V*
0,001769	0,1427	0,000399	1,686
0,001411	0,1978	0,000343	1,861
0,001216	0,292	0,000316	2,250
0,001141	0,353	0,000303	2,445
0,000819	0,584	0,000287	2,57
0,000766	0,652	0,000263	2,86
0,000752	0,712	0,000257	2,94
0,000599	0,960	0,000220	3,67
0,000569	1,067	0,000219	3,71
0,000518	1,183	0,000204	4,10
0,000517	1,118	0,000175	4,64
0,000477	1,287	0,000175	5,18
0,000430	1,472	0,000169	4,79
0,000429	1,517	0,000116	5,54

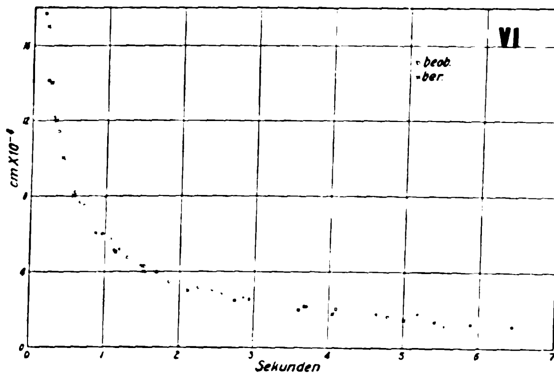


Fig. 10.

Tabelle VII.

p 8,14 mm. Temperatur 21,5° C. Rohrlänge 30,96 cm. Größte meßbare Fallzeit 176 Sek.

a	1/*V*	*a*	1/*V*
0,000961	0,506	0,000271	2,624
0,000934	0,499	0,000264	2,77
0,000812	0,606	0,000260	2,85
0,000733	0,710	0,000256	2,87
0,000602	0,886	0,000255	3,02
0,000571	0,953	0,000253	2,96
0,000474	1,271	0,000232	3,16
0,000438	1,427	0,000223	3,35
0,000428	1,404	0,000202	3,84
0,000393	1,686	0,000197	4,05
0,000344	1,916	0,000182	4,26
0,000328	2,098	0,000170	4,68
0,000323	2,146	0,000167	4,84
0,000318	2,053	0,000162	5,03
0,000318	2,098	0,000159	5,15
0,000315	2,186	0,000157	5,18
0,000294	2,455	0,000151	5,14
0,000287	2,494	0,000146	5,74

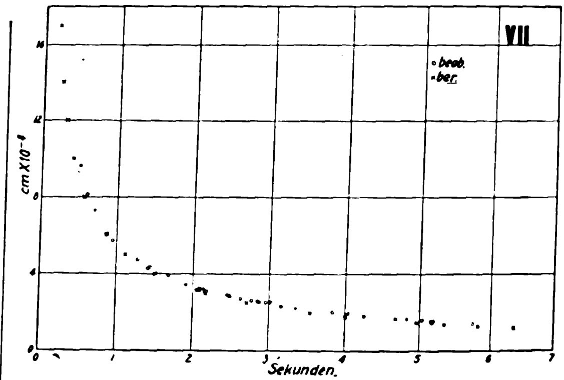


Fig. 11.

Tabelle VIII.

Versuch 1.

p 7,70 mm. Temperatur 20,9° C. Rohrlänge 30,9 cm. Größte meßbare Fallzeit 184 Sek.

a	1/*V*	*a*	1/*V*
0,002090	0,1787	0,000555	0,965
0,002038	0,1787	0,000525	1,104
0,001375	0,276	0,000514	1,072
0,001126	0,370	0,000510	1,153
0,001065	0,491	0,000507	1,004
0,001059	0,445	0,000494	1,134
0,001044	0,406	0,000466	1,495
0,000922	0,478	0,000382	1,589
0,000916	0,500	0,000327	1,949
0,000873	0,533	0,000316	1,888
0,000784	0,630	0,000307	2,066
0,000764	0,650	0,000306	2,129
0,000704	0,689	0,000274	2,556
0,000701	0,712	0,000257	2,550
0,000688	0,731	0,000210	3,17
0,000621	0,896	0,000179	3,12

Versuch 2.

p 7,72 mm. Temperatur 20,8° C.
Rohrlänge 30,9 cm.
Größte meßbare Fallzeit 20 Sek.

a	1/*V*
0,001504	0,240
0,001195	0,338
0,000934	0,474
0,000857	0,556

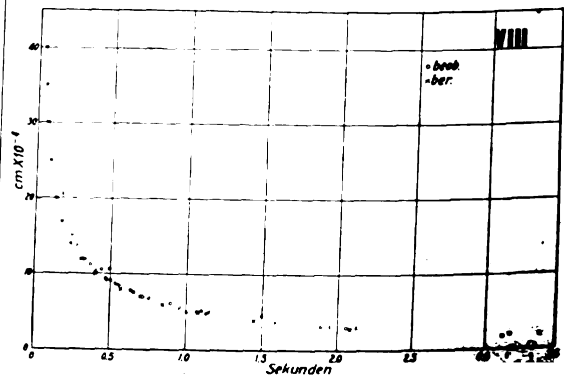


Fig. 12.

Tabelle IX.

Versuch 1.

p 3,10 mm. Temperatur 20,0° C. Rohrlänge 30,9 cm. Größte meßbare Fallzeit 20 Sek.

a	1/*V*	*a*	1/*V*
0,001534	0,1588	0,000797	0,305
0,001303	0,1946	0,000753	0,304
0,001301	0,1751	0,000734	0,383
0,000981	0,237	0,000707	0,351
0,000917	0,270	0,000671	0,390
0,000883	0,270		

Versuch 2.

p 3,14 mm. Temperatur 20,2° C. Rohrlänge 30,9 cm. Größte meßbare Fallzeit 20 Sek.

a	1/*V*	*a*	1/*V*
0,002042	0,0809	0,000930	0,2275
0,002027	0,0923	0,000892	0,2616
0,002007	0,0939	0,000890	0,289
0,001966	0,1134	0,000709	0,341
0,001790	0,1150	0,000699	0,390
0,001775	0,1118	0,000687	0,419
0,001372	0,1556	0,000658	0,401
0,001365	0,1540	0,000609	0,418
0,001327	0,1703	0,000565	0,460
0,001268	0,1832	0,000538	0,487
0,001240	0,1914	0,000502	0,496
0,001145	0,1654	0,000456	0,565
0,001106	0,2012	0,000321	0,625
0,001038	0,2109		

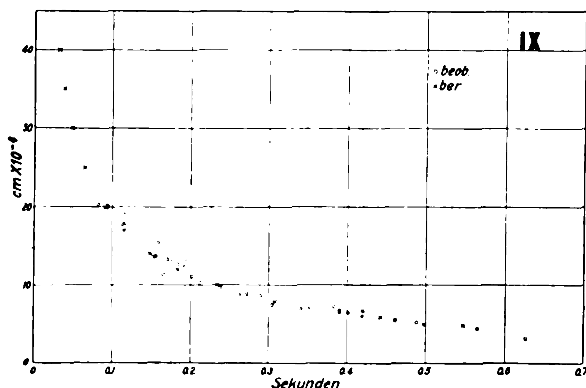


Fig. 13.

Tabelle X.

p 2,11 mm. Temperatur 21,3° C. Rohrlänge 30,96 cm. Größte meßbare Fallzeit 149 Sek.

a	1/*V*	*a*	1/*V*
0,001168	0,1167	0,000400	0,525
0,001145	0,1264	0,000369	0,587
0,001095	0,1783	0,000321	0,684
0,000831	0,2076	0,000308	0,720
0,000805	0,2205	0,000269	0,817
0,000777	0,2594	0,000261	0,904
0,000711	0,2756	0,000240	0,992
0,000590	0,341	0,000226	1,099
0,000544	0,360	0,000177	1,439
0,000516	0,376	0,000176	1,446
0,000499	0,409	0,000135	1,702
0,000425	0,435	0,000132	2,082
0,000423	0,470		

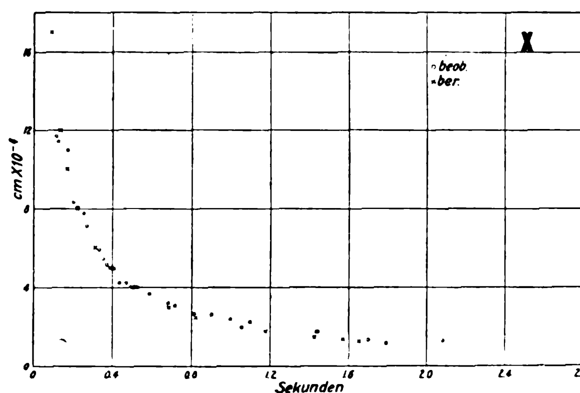


Fig. 14.

Tabelle XI.

Versuch 1.

p 2,01 mm. Temperatur 20,6° C. Rohrlänge 30,9 cm.

Größte meßbare Fallzeit 20 Sek.

a	1/*V*
0,002396	0,0341
0,002358	0,0387

Versuch 2.

p 2,01 mm. Temperatur 20,5° C. Rohrlänge 30,9 cm. Größte meßbare Fallzeit 19 Sek.

a	1/*V*	*a*	1/*V*
0,001357	0,1208	0,000670	0,2596
0,001213	0,1622	0,000626	0,275
0,000940	0,1888	0,000624	0,304
0,000931	0,1969	0,000569	0,317
0,000768	0,2278	0,000515	0,322
0,000764	0,2274	0,000510	0,345

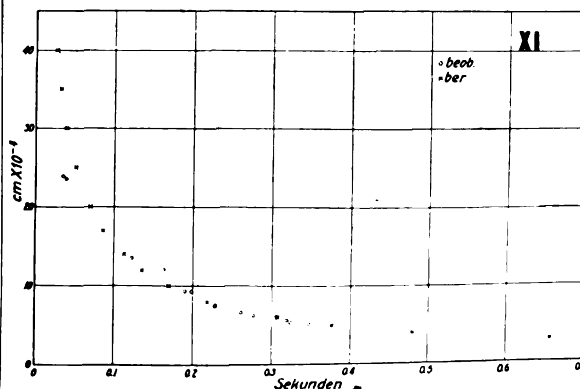


Fig. 15.

Tabelle XII.

p 1,28 mm. Temperatur 20,7° C. Rohrlänge 30,9 cm. Größte meßbare Fallzeit 18 Sek.

a	1/*V*	*a*	1/*V*
0,002222	0,0426	0,000554	0,2034
0,001616	0,0647	0,000512	0,259
0,001533	0,0672	0,000408	0,280
0,001422	0,0738	0,000401	0,324
0,001323	0,0838	0,000394	0,321
0,001320	0,0844	0,000391	0,287
0,001164	0,0893	0,000364	0,311
0,001049	0,1082	0,000340	0,348
0,001033	0,0910	0,000304	0,340
0,000883	0,1248	0,000294	0,399
0,000808	0,1270	0,000293	0,420
0,000752	0,1494	0,000281	0,392
0,000623	0,1595	0,000245	0,457
0,000588	0,1914	0,000233	0,548

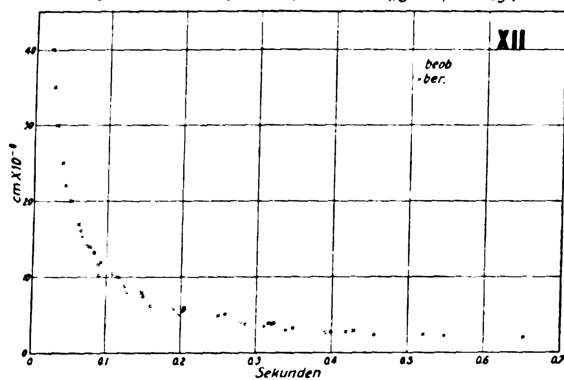


Fig. 16.

Tabelle XIII.

p 0,69 mm. Temperatur 21,8° C. Rohrlänge 30,96 cm. Größte meßbare Fallzeit 22 Sek.

a	1/*V*	*a*	1/*V*
0,001380	0,0405	0,000349	0,1942
0,001361	0,0435	0,000319	0,2062
0,000964	0,0674	0,000309	0,2254
0,000793	0,0830	0,000284	0,237
0,000678	0,1141	0,000257	0,263
0,000632	0,0970	0,000239	0,282
0,000589	0,1083	0,000222	0,313
0,000507	0,1196	0,000207	0,347
0,000463	0,1472	0,000204	0,343
0,000414	0,1537	0,000158	0,448
0,000401	0,1595	0,000133	0,430
0,000396	0,1579	0,000125	0,477
0,000391	0,1628	0,000115	0,482
0,000385	0,1754		

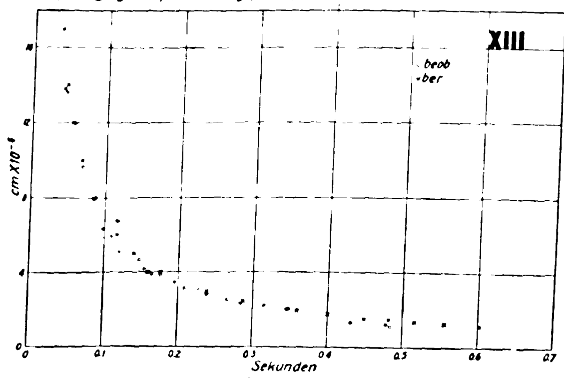


Fig. 17.

Tabelle XIV.

p 0,40 mm. Temperatur 21,1° C. Rohrlänge 30,96 cm. Größte meßbare Fallzeit 16 Sek.

a	1/*V*	*a*	1/*V*
0,000975	0,0493	0,000259	0,1670
0,000791	0,0551	0,000256	0,1680
0,000654	0,0662	0,000256	0,1718
0,000639	0,0688	0,000243	0,1721
0,000595	0,0759	0,000241	0,1932
0,000556	0,0850	0,000228	0,1848
0,000474	0,0856	0,000221	0,2056
0,000429	0,0921	0,000219	0,1987
0,000384	0,1157	0,000219	0,2033
0,000367	0,1180	0,000211	0,227
0,000351	0,1232	0,000200	0,242
0,000351	0,1252	0,000188	0,265
0,000344	0,1274	0,000186	0,258
0,000323	0,1268	0,000162	0,280
0,000320	0,1271	0,000156	0,316
0,000305	0,1378	0,000139	0,363
0,000261	0,1579	0,000133	0,355

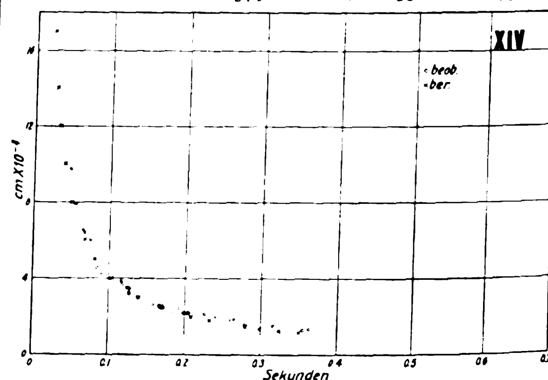


Fig. 18.

Tabelle XV.

p 0,34 mm. Temperatur 21,3° C. Rohrlänge 30,96 cm. Größte meßbare Fallzeit 16 Sek.

a	1/*V*	*a*	1/*V*
0,001501	0,0240	0,000340	0,1161
0,000898	0,0379	0,000332	0,1154
0,000736	0,0412	0,000319	0,1148
0,000684	0,0454	0,000271	0,1540
0,000624	0,0538	0,000226	0,1987
0,000556	0,0700	0,000213	0,1922
0,000425	0,0788	0,000200	0,1974
0,000401	0,0885	0,000173	0,2376
0,000386	0,0862	0,000119	0,306
0,000383	0,0898		

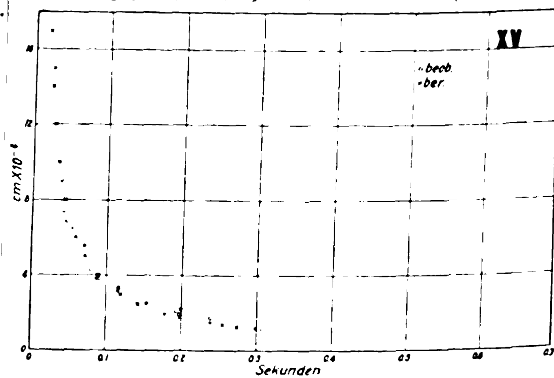


Fig. 19.

Tabelle XVI.

p 0,32 mm. Temperatur 21,3° C. Rohrlänge 30,96 cm. Größte meßbare Fallzeit 17 Sek.

a	$1/V$	a	$1/V$
0,001163	0,0341	0,000273	0,1167
0,000730	0,0379	0,000263	0,1161
0,000647	0,0405	0,000253	0,1346
0,000548	0,0564	0,000244	0,1524
0,000501	0,0638	0,000242	0,1417
0,000494	0,0668	0,000239	0,1333
0,000468	0,0752	0,000239	0,1472
0,000415	0,0788	0,000216	0,1598
0,000381	0,0798	0,000202	0,1816
0,000379	0,0814	0,000190	0,1871
0,000357	0,0914	0,000178	0,1968
0,000349	0,0992	0,000172	0,2024
0,000347	0,0973	0,000163	0,1961
0,000340	0,1028	0,000142	0,228
0,000327	0,1031	0,000127	0,266
0,000289	0,1177		

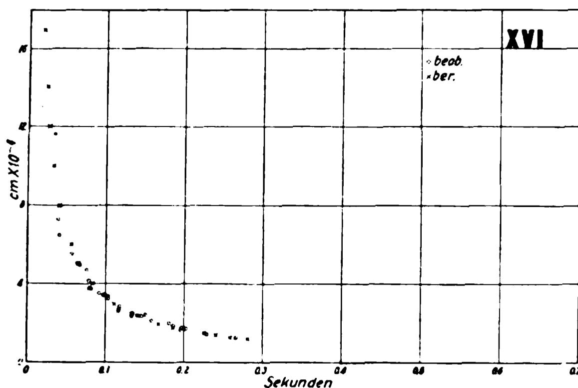


Fig. 20.

§ 5. Sporen.

Es fand sich, daß bei Sporen von Lykopodium, die bei Atmosphärendruck nur etwa halb so schnell fielen, wie es die Stokessche Formel verlangte, bei niedrigeren Drucken dasselbe Verhältnis zwischen der beobachteten Geschwindigkeit und der Geschwindigkeit bestehen bleibt, die sich aus der Formel berechnet, welche für Wachskugeln bei allen Drucken gültig blieb. Das bedeutet, daß die Dichte, welche die einzige gemessene Größe ist, die in der Formel in der ersten Potenz vorkommt, sehr ungenau war. Die Dichte, wie sie durch verfeinerte volumenometrische Messungen bestimmt wurde, betrug 1,175. Das mag die Dichte einer festen Schale gewesen sein, die einen Luftraum umhüllte, oder die Dichte einer schwammigen Masse, die viele Lufträume enthielt. Die durchschnittliche Dichte, wenn wir darunter den Quotienten aus der Masse einer Spore und dem Volumen einer Kugel von ihrem mittleren Halbmesser verstehen, diese durchschnittliche Dichte würde ungefähr 0,6 betragen müssen, damit die Spore sich so verhält, wie sie es tatsächlich tut. Jedenfalls kann man eine turbulente Bewegung der Luft nicht länger für die bei Atmosphärendruck beobachteten Abweichungen verantwortlich machen. Versuche mit den übrigen früher benutzten Sporen habe ich nicht unternommen, weil der Zustand des Materiales sich mit der Zeit verändert zu haben schien.

§ 6. Zusammenfassung und Schluß.

Die Formel $V = \frac{2}{9} \frac{ga^2(\sigma - \varrho)}{\mu} \left(1 + A \frac{l}{a}\right)$, in welcher A eine Konstante ist, gibt die Endgeschwindigkeit des Falles kleiner fester Kugeln in Luft über ein weites Halbmesser- und Druckbereich wieder. Die Konstante A, die in dieser Formel erscheint, hat, wie sich herausstellt, einen theoretischen Wert, der von der mit der kinetischen Gastheorie vereinbaren Annahme abhängig ist, die man über die Art und Weise des Aufschlagens der Gasmoleküle auf die Oberfläche der Kugel macht. Nimmt man elastische Zusammenstöße an, so ist der Wert von A 1,5; nimmt man unelastische Zusammenstöße und dieselbe Verteilung der Geschwindigkeitskomponenten bei den austretenden Molekülen an wie bei den einfallenden, so ist der Wert von A 1,2, unter der Annahme unelastischer Zusammenstöße und normalen Austrittes aller auftreffenden Moleküle ist der Wert von A 1,05; nach den Versuchsergebnissen ist der Wert von A 1,00 + 3.

Die enge Übereinstimmung der Versuchsergebnisse mit der unter der Annahme normalen Austrittes abgeleiteten Formel macht es wahrscheinlich, daß ein auf einen festen Körper auftreffendes Gasmolekül in die Molekülschicht an der Oberfläche verstrickt wird und nach einer Anzahl von Zusammenstößen mit diesen Molekülen wieder austritt, wobei seine Austrittsrichtung im allgemeinen nahezu senkrecht zur Oberfläche ist. Die Versuchsergebnisse lassen nicht erkennen, ob diese durchdringliche Schicht aus Molekülen von derselben Art wie die übrigen des festen Körpers zusammengesetzt ist, oder ob es eine verdichtete Gasschicht ist; sie lehren vielmehr nur, daß die Abstände zwischen den Molekülen in dieser Schicht im Vergleich zu den Abständen in einem Gase unter normalen Druck- und Temperaturverhältnissen klein sind.

Ich benutze gern die Gelegenheit, Herrn Professor John Zeleny für sein dauerndes Interesse an dem Fortgange dieser Arbeit und für seine vielen wertvollen Ratschläge für die Lösung der experimentellen und theoretischen Schwierigkeiten zu danken.

Physikalisches Laboratorium der Universität von Minnesota, den 17. Mai 1911.

(Nach dem Manuskript aus dem Englischen übersetzt von Max Iklé.)

(Eingegangen 19. Juni 1911.)

Über eine Methode zur Untersuchung von Absorptionslinien mit dem Stufengitter und über die Veränderung von Absorptionslinien durch fremde Gase.

(Vortrag auf der Naturforscherversammlung in Salzburg 1909.)

Von Chr. Füchtbauer.

Nach der elementaren Theorie ist eine Spektrallinie, bei gegebener Schwingungszahl und gegebener Größe von $\frac{e}{m}$ und e, noch charakterisiert durch die Zahl der schwingungsfähigen Teilchen in der Volumeinheit und durch die Dämpfung. Das experimentelle Maß für die Dämpfung ist bei einer Absorptionslinie z. B. der Abstand der beiden Punkte, an denen die Absorption auf die Hälfte herabsinkt, von der Stelle größter Absorption. (Als roheres Maß der Dämpfung kann statt dieses „Halbwertsintervalls" einfach die Breite der Linie dienen.) Die Teilchenzahl ist nach Bestimmung der Dämpfung gegeben durch die Absorption an der Stelle des Maximums.

Die Absorption (oder die Dispersion) verdient bei solchen Untersuchungen der Dämpfung und der Teilchenzahl den Vorzug vor der Emission. Denn die Stärke der Emission wird, abgesehen von den genannten Bestimmungsstücken, noch durch die Stärke der Anregung usw. bestimmt. Ferner liegt die Komplikation vor, daß der die Emission anregende Vorgang in vielen Fällen gleichzeitig die schwingungsfähigen Teilchen erst schafft (z. B. bei den Nebenserien der Alkalien). Viel besser definierte Verhältnisse bietet also die Absorption.

Nun hat H. A. Lorentz[1]) den Versuch gemacht, die beobachtbare Dämpfung der Spektrallinien bei Gasen als eine nur scheinbare aufzufassen. Für die notwendig vorhandene wirkliche Dämpfung der Schwingungen durch Ausstrahlung ergibt nämlich die theoretische Berechnung einen so geringen Betrag, daß diese Dämpfung neben der aus der Breite der Linie experimentell bestimmbaren vernachlässigt werden kann. Lorentz betrachtet also die Teilchen als praktisch ungedämpft schwingend. Die Schwingung wird aber von Zeit zu Zeit durch eine plötzliche Störung abgeschnitten, wobei die Schwingungsenergie in Wärme umgesetzt wird. Diese Störung soll irgendwie mit den Molekularstößen zusammenhängen, und dem entspricht die längst bekannte Verbreiterung der Linien mit zunehmender Dichte[2]). Lorentz zeigt, daß solche regellose Störungen genau zu den nämlichen Erscheinungen führen, wie eine wirkliche Dämpfung der Schwingungen durch eine Art Reibungskraft.

Ich vermutete nun, da die Verbreiterung durch erhöhte Dichte mit den Molekülstößen in Zusammenhang gebracht ist, müßten die Linien eines Gases nicht nur durch Zusammenstöße der absorbierenden Moleküle mit Molekülen des nämlichen Gases, wie sie Lorentz allein betrachtet, sondern auch durch Zusammenstöße mit fremden Molekülen gestört werden. Ich suchte daher eine Verbreiterung von Absorptionslinien durch die Gegenwart eines fremden Gases nachzuweisen[1]).

Bei solchen Untersuchungen über Mischungen von Gasen empfiehlt sich erst recht die Wahl eines Stoffes, der das Absorptionsspektrum ohne elektrische oder chemische Erregung zeigt. Denn man weiß sonst nie, in welcher Weise sich der fremde Stoff beteiligt, ob seine Ionen oder seine neutralen Moleküle den fraglichen Einfluß auf die Linien des absorbierenden Stoffes ausüben usw. Als einfachstes Beispiel wählte ich daher die feinen Linien, aus denen sich die Absorptionsbanden von Brom- und Joddampf zusammensetzen.

Es galt nun, eine Methode zu finden, um diese Linien bei hoher Dispersion zu beobachten. Ich benutzte dazu ein Stufengitter, bestehend aus 16 Platten von 10 mm Höhe. Zur Untersuchung von Absorptionslinien hat man das Stufengitter bisher meines Wissens kaum verwendet. Da sich nämlich sonst die Spektren der verschiedenen Ordnungen über-

1) Über die Absorptions- und Emissionsbanden gasförmiger Körper, Verslag Academ. Amsterdam **14**, I, S. 518; II, S. 577, 1905 6.

2) Bei Berechnung einzelner Beispiele kommt Lorentz zu Zahlen, welche eine viel häufigere Störung der Moleküle anzeigen, als sie durch Zusammenstöße bei Berechnung nach der Gastheorie möglich ist. Indes scheint die Art der Berechnung gerade bei dem sichersten Beispiel nicht einwandfrei. Es wird dabei eine Messung der Absorption in Kohlensäurebanden verwendet, welche Angström mittelst der strahlenden Wärme ausführte. Als Breite wird nun die ganze Breite des Absorptionsgebietes zugrunde gelegt. Dies scheint bedenklich, weil diese ultraroten Gasbanden wohl aus unaufgelösten Linien bestehen. Nimmt man für die Breite dagegen ca. 10^4 mal so kleine Werte, wie sie im Sichtbaren nach meinen Beobachtungen als möglich erscheinen, so kommt man für die Zahl der Störungen zu Werten, die mit den gastheoretisch berechneten der Größenordnung nach verträglich scheinen. Weiteres Material hoffe ich durch Bestimmungen des Halbwertsintervalls und der Absorption mit dem Stufengitter zu erhalten.

1) Wood gibt an (diese Zeitschr. **7**, 874, 1906), daß beim Absorptionsspektrum des Natriums bei Gegenwart von Wasserstoff die Kannellierung sehr ausgeprägt sei, während in hohem Vakuum die Kannellierung vollständig verschwunden sei. Die Veränderung scheine in dem gesteigerten Absorptionsvermögen gewisser Linien und Liniengruppen zu beruhen. — In einer anderen Arbeit (Astrophys. J. **26**, 41, 1907) hat Wood eine Verbreiterung der Quecksilberbande 2536 durch neutrale Gase beschrieben, doch scheint diese Verbreiterung bei gleichem Druck von andrer Größenordnung zu sein wie die in der vorliegenden Arbeit beschriebenen Erscheinungen.

decken, braucht man für die Absorptionsuntersuchung eine kontinuierliche Lichtquelle, deren Spektralbereich höchstens gleich dem Abstand zweier Ordnungen des Stufengitters ist; d. h. in unserm Fall ca. 0,5 Angström-Einheiten. Man kann sich solches Licht durch spektrale Zerlegung verschaffen, und ich werde diesen Weg auch künftig zu quantitativen Zwecken (mittelst photographischer Photometrie) benutzen. Viel mehr Licht bekommt man aber, wenn man als kontinuierliche Lichtquelle von sehr schmalem Spektralbereich eine verbreiterte Spektrallinie wählt. Die Hochdruckquecksilberlampe von Heraeus erfüllte diesen Zweck sehr vollkommen. Nach längerem Brennen ist z. B. die grüne Quecksilberlinie samt ihren Trabanten hinreichend verbreitert, um als genügend kontinuierliche Lichtquelle zu gelten, deren Spektralbereich dennoch so klein ist, daß sich benachbarte Ordnungen im Stufengitter nicht erheblich überdecken. Untersucht werden dann diejenigen von den zahllosen, das betreffende Bandenspektrum bildenden Absorptionslinien, die zufällig in den Spektralbereich dieser Linie (oder einer der andern verbreiterten Quecksilberlinien) fallen.

Die Anordnung, die ich Ihnen hier vorführen möchte[1]), ist nun folgende: Der Quecksilberbogen L wird abgebildet mittelst der Linse M durch das Absorptionsgefäß (Rundkolben) A hindurch auf den Spalt S_1 eines Spektroskops mit konstanter Ablenkung, das dazu dient, die verschiedenen Quecksilberlinien zu trennen. Die gewünschte Quecksilberlinie wird auf den Spalt S_2 des zum Stufengitter gehörigen Kollimators abgebildet, dann kommt das Stufengitter G und das Fernrohr F.

Verwendet man z. B. Bromdampf von einigen Zentimetern Druck, so fällt am meisten eine Gruppe von 3 ziemlich scharfen Linien auf. Füllt man einen Kolben dagegen außer mit Brom noch mit Luft von Atmosphärendruck, so erhält man ganz verwaschene Linien. Ein nahezu gleiches Bild liefert CO_2 und N_2. Mit einem Zusatz von Wasserstoff von Atmosphärendruck werden die Linien gleichfalls verwaschen, aber das Aussehen der aus den 3 Linien entstehenden verwaschenen Bande ist ein ganz andres. *Es kommt also nicht nur auf den Druck, sondern auch auf die Natur des fremden Gases an, das die Verbreiterung bewirkt.*

Auch bei Jod zeigt der evakuierte Kolben schon bei Zimmertemperatur und viel besser bei dem immer noch geringen Dampfdruck, der einer Temperatur von etwa 40° entspricht, äußerst scharfe dunkle Linien, z. B. auf dem Grund der verbreiterten grünen Quecksilberlinie. Fassen wir speziell eine charakteristische Gruppe von 3 Linien (von einigen Hundertstel A.-E. gegenseitigem Abstand) ins Auge. Sie sind in dem ein fremdes Gas von Atmosphärendruck enthaltenden Kolben verbreitert, und zwar so stark, daß sie gerade zu einer verwaschenen Bande zusammengeflossen sind. Gleichzeitig sieht man sehr deutlich, wenn man die stärkste Linie ins Auge faßt, *daß dabei die Absorption an der Stelle größter Absorption zurückgeht.* Dies

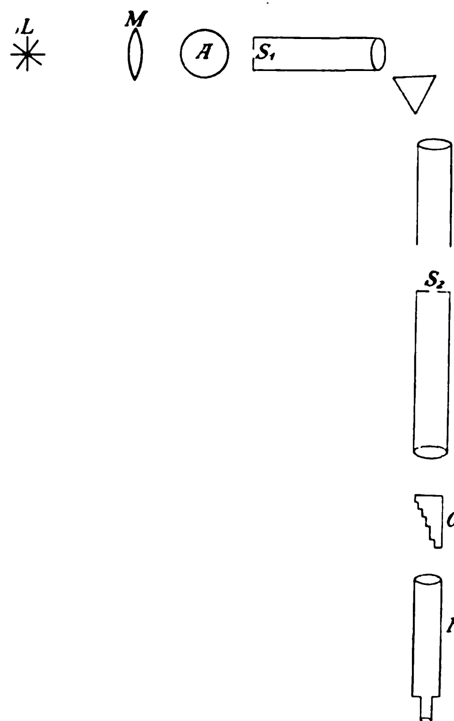


Fig. 1.

ist ja auch nach der Theorie zu erwarten, wenn die Zahl der Zentren ungeändert bleibt; in diesem Fall ist die Intensität an der stärksten Stelle umgekehrt proportional der Dämpfung. Auch der Unterschied im Verhalten von Wasserstoff und Luft ist wieder vorhanden. (Im einen Fall ist das entstandene breite Band viel dunkler und deutlicher, während der Hintergrund heller erscheint als im andern Fall; dagegen erscheint das Band in letzterem viel weniger dunkel. Natürlich kann aus dem Anblick nichts Spezielles geschlossen werden, sondern nur, daß verschiedene fremde Gase verschiedenen Einfluß haben; alles Speziellere muß der in Arbeit befindlichen photometrischen Untersuchung vorbehalten bleiben.)

1) Der Firma Carl Zeiß und insbesondere Herrn Dr. Löwe möchte ich für die große Liebenswürdigkeit, mit der sie mir durch Überlassung vieler Apparate usw. die Demonstration in Salzburg ermöglichten, auch hier meinen verbindlichsten Dank abstatten.

Durch die vorstehend mitgeteilten Versuche finden auch die merkwürdigen Resultate von Knut Angström eine einfache Erklärung. Angström[1]) zeigte, daß die Absorption ultraroter Strahlen durch Gase stark durch den Gesamtdruck beeinflußt wird. Die Absorption einer bestimmten Menge des absorbierenden Gases nimmt meist stark zu, wenn man durch Hinzufügen eines nicht absorbierenden Gases den Gesamtdruck erhöht[2]). Dieses Verhalten erklärt sich wohl aus der geringen Dispersion des zur bolometrischen Messung dienenden Apparates: die feinen Linien, aus denen auch diese Absorptionsbanden bestehen dürften, werden nicht getrennt.

Hat man nun sehr starke Absorption in diesen Linien, und die Linien werden dann durch ein nicht absorbierendes Gas verbreitert, so fällt die damit verbundene Abnahme der Maximalabsorption nicht ins Gewicht, wenn dieselbe immer noch sehr stark bleibt. Die Ausdehnung der einzelnen Absorptionslinien bedingt

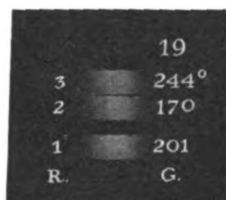


Fig. 2.

dann, daß das Gas im ganzen in dem betreffenden Spektralgebiet undurchlässiger wird.

Nachtrag beim Druck. So einfach wie bei den Bandenlinien des Joddampfes, wo an der Stelle größter Absorption bei Zufügung fremden Gases die Absorption zurückgeht, wie es die Theorie verlangt für den Fall unveränderter Teilchenzahl, scheint die Sache bei Linien nicht immer zu liegen. Die Hauptserienlinien der Alkalien zeigten beim Zufügen von Stickstoff nicht nur eine starke Verbreiterung, sondern die Absorptionslinie scheint in ihrem Schwerpunkt stärker statt schwächer zu werden[3]). Die benutzte Anordnung war folgende: Evakuierte Glaskugeln wurden durch Destillation mit Natrium gefüllt und zugeschmolzen, nachdem in einigen Fällen noch andere Gase eingelassen waren. Das Licht einer Nernstlampe durchsetzte erst die im elektrischen Ofen liegende Glaskugel, dann ein Spektroskop zur Vorzerlegung, dann einen mit einem Rowlandschen Plangitter versehenen Spektrographen. Es wurde in 2. Ordnung photographiert. Die Vorzerlegung war nötig, weil sich die benachbarten Ordnungen schon überdeckten.

Ich reproduziere 2 Platten mit den D-Linien, bei verschiedenen Temperaturen aufgenommen. Die eine (19, Fig. 2) entspricht Natrium im Vakuum, die andere (18, Fig. 3) Natrium in Stickstoff. Obwohl die Linien ohne Stickstoff teilweise so schmal sind, daß die photometrische Ausmessung nicht in allen Fällen sicher ausführbar erschien, scheint doch die Absorption in der Mitte der Linie mit Stickstoff entschieden stärker als in der Mitte der viel schmäleren Linie ohne Stickstoff, die bei gleicher Temperatur aufgenommen ist und bei unveränderter Teilchenzahl die stärkere sein müßte. (Man vergleiche besonders die Aufnahmen bei 244°.) Das Gas vermehrt also die Teilchenzahl.

Die gleiche Verstärkung der Hauptserienlinien durch Stickstoff usw. zeigen auch Auf-

Fig. 3.

nahmen mit Kalium. Hier ist bei den tieferen Temperaturen die Linie 404 ohne Gas noch nicht erkennbar, während sie mit Gas schon sehr stark und breit ist.

Bestätigt sich diese Tatsache bei genauerer photographischer Photometrierung an Aufnahmen mit dem Stufengitter, so hat man hier den Fall, daß Zusammenstöße mit fremden Molekülen bei der Schaffung der schwingungsfähigen Teilchen eine wesentliche Rolle spielen können[1]). Letztere sind ja nicht mit den Dampfmolekülen und auch nicht mit den Ionen identisch. Über den näheren Mechanismus, ob z. B. die stoßenden Moleküle die nach W. Wiens Annahme zur Bildung der neutralen absorbierenden Teilchen nötige Aufnahme eines Elektrons durch das Ion bewirken, oder ob sie aus dem gewöhnlichen Molekül durch Zusammenstoß das schwingungfähige Teilchen entstehen lassen, läßt sich natürlich noch nichts ganz sicheres sagen. Nur so viel ist nach der von mir gelegentlich meiner Probevorlesung gegebenen und kurz darauf von Frank und Pringsheim[2]) unabhängig veröffentlichten Erklärung des Aus-

1) K. Angström, Arkiv för Mat., Astr. och Fysik 4, Nr. 30, 1908.
2) Anm. beim Druck. Inzwischen ist dieses Verhalten von E. v. Bahr bei zahlreichen Gasen bestätigt worden. Ann. d. Phys. 29, 780, 1909; — 33, 585, 1910.
3) Vergl. auch eine Bemerkung von Fredenhagen, diese Zeitschr. 12, 401, 1911.

1) Die Beobachtungen mehrerer Forscher über das Leuchten der Kanalstrahlen im Zusammenhang mit dem Druck sind damit verträglich.
2) Verh. der Deutschen Phys. Ges., 1911.

bleibens der Hauptserien in den Alkali-Chlorflammen wahrscheinlich, daß elektronegative Gase durch ihre Verwandtschaft zum Elektron die Zahl der Teilchen herabsetzen. Dieses Verhalten folgt mit Notwendigkeit aus der Wienschen Hypothese. Als einfachste Annahme für die Bildung der schwingungsfähigen Teilchen erscheint also bei den Linien die folgende: Das Ion stößt mit neutralen Molekülen des nämlichen Stoffes oder eines fremden Gases zusammen. Das betreffende Molekül kann an das Ion ein Elektron abgeben und ergänzt es dadurch zum schwingungsfähigen neutralen Teilchen. So erklärt sich die Zunahme dieser Teilchen bei Zufügung eines fremden Gases z. B. zum Natriumdampf, ebenso das stärkere Leuchten der Kanalstrahlen beim Eintritt in einen Raum von höherem Druck. Elektronegative Gase sind zu dieser Abgabe eines Elektrons nicht geneigt, sondern ziehen vielmehr Elektronen an sich. So erklärt sich das Ausbleiben der Alkalilinien in der Chlorflamme. Natürlich muß der hypothetische Charakter dieser Annahme betont werden.

Zusammenfassung: Es wird eine Methode beschrieben, welche ziemlich feine Absorptionslinien bei so großer Dispersion zu untersuchen gestattet, daß quantitativen Messungen mittelst photographischer Photometrie nichts mehr im Wege steht. Es wird gezeigt, daß Absorptionslinien durch fremde, nichtabsorbierende Gase verbreitert und in ihrer Intensität verändert werden, wobei die einzelnen Zusatzgase einen verschiedenen Einfluß ausüben. Banden- und Serienlinien scheinen sich dabei verschieden zu verhalten.

(Eingegangen 17. Juli 1911.)

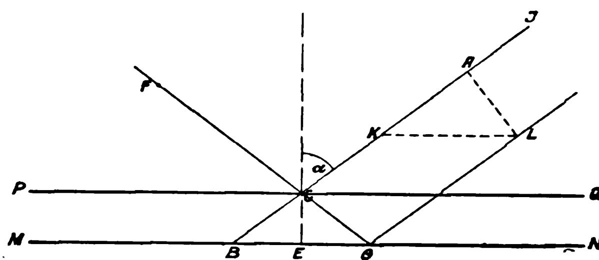
Das Dopplersche Prinzip für bewegte Spiegel und ein Versuch von Klinkerfues.

Von E. Budde.

Wenn man sich mit den optischen Beobachtungen, welche als empirische Grundlage des Relativitätsprinzips gelten, etwas näher beschäftigt, so bemerkt man bald, daß das Dopplersche Prinzip für sie wesentliche Bedeutung haben muß, insofern es für die Reflexion an bewegten Spiegeln zur Geltung kommt. Im folgenden wird daher zunächst das Dopplersche Prinzip behandelt, und das Ergebnis wird dann auf einen von Klinkerfues[1]) erdachten Versuch angewendet, der angestellt wurde, um zu prüfen, ob sich eine Bewegung der Erde im ruhenden Äther nachweisen läßt.

Es ergibt sich, daß der genannte Versuch keinen Aufschluß über diese Frage liefern kann. Da aber Klinkerfues selbst eine kleine Abweichung im Sinne seiner Theorie beobachtet zu haben glaubte, wird ein abgeändertes Experiment beschrieben, welches eine sehr einfache und scharfe Beobachtung gestattet; auch dieses liefert das von der Theorie vorausgesehene Ergebnis Null.

§ 1. Dopplersches Prinzip und Spiegelung. Gegeben sei eine spiegelnde Fläche, deren Spur in der Einfallsebene zur Zeit Null die Lage MN hat, und ein Bündel von parallelen kohärenten Lichtstrahlen, welches unter dem Einfallswinkel α auf sie fällt. Man errichte auf derjenigen Seite der Ebene MN, welche den Lichtstrahlen zugewandt ist, eine Normale und nehme an, der Spiegel sei in gleichförmiger Translationsbewegung mit der Geschwindigkeit v, und in einer Richtung, die mit dieser Normale den Winkel φ macht. Die Komponente der Bewegung des Spiegels, welche in die Richtung der Normale fällt, ist dann $v \cos \varphi$. Es seien IB und LG zwei von den eben erwähnten Lichtstrahlen, und AB stelle eine Wellenlänge dar. Zur Zeit Null langt das vordere Ende der Welle in B an. Während die Welle fortschreitet, bewegt sich die Fläche MN um ein Stück vorwärts, dessen in die Normale fallende Komponente EC sei, so daß der Spiegel, wenn das hintere Ende A der Welle bei ihm anlangt, die Lage PQ hat. Das hintere Ende braucht also, um auf den Spiegel zu treffen, nur die Strecke AC zurückzulegen, und wenn die Lichtgeschwindigkeit c ist, so legt es diese Strecke zurück in der Zeit $\frac{AC}{c}$. Der Strahl AC wird dann in die Richtung CF reflektiert; er ist aber dann nicht mehr die Fortsetzung des an B reflektierten Strahles, sondern er setzt, wenn $EG = BE$ gemacht wird, den Strahl GC fort, was angesichts der Kohärenz annehmbar ist. Zu der Zeit, wo das Ende A der erstbetrachteten Welle in C anlangt, befindet sich der Anfang der von L ausgegangenen Welle in einem Punkt F, und die Länge CF ist dann die Wellenlänge nach der Reflexion. Es handelt sich darum, sie auszumitteln.



Ist AL senkrecht zur Strahlrichtung, und LK parallel mit BG, so ist offenbar KA die

1) Klinkerfues, Gött. Nachr. 1870, S. 226.

Längendifferenz, um welche der Strahl LGF von G aus dem Strahl AB voraneilt. Es ist

$$KL = BG = 2BE = 2EC \cdot \operatorname{tang} \alpha,$$

und

$$AK = KL \sin\alpha = 2EC \operatorname{tang}\alpha \sin\alpha. \qquad (1)$$

Der Endpunkt A der erstbetrachteten Welle kommt in C an zur Zeit $\frac{AC}{c}$. In dieser Zeit hat der Spiegel einen Weg zurückgelegt, dessen Projektion auf die Normale ist

$$EC = AC \frac{v}{c} \cos\varphi.$$

Bezeichnet man die Wellenlänge AB mit l, so ist

$$AC = l - CB = l - \frac{EC}{\cos\alpha} = l - AC \frac{v}{c} \frac{\cos\varphi}{\cos\alpha};$$

daraus

$$AC = \frac{l}{1 + \frac{v}{c} \frac{\cos\varphi}{\cos\alpha}}$$

oder, wenn höhere Potenzen von $\frac{v}{c}$ vernachlässigt werden:

$$AC = l\left(1 - \frac{v}{c} \frac{\cos\varphi}{\cos\alpha}\right), \qquad (2)$$

$$EC = l\left(1 - \frac{v}{c} \frac{\cos}{\cos\alpha}\right) \frac{v}{c} \cos\varphi. \qquad (3)$$

Zur Zeit Null befand sich nun das vordere Ende derjenigen Welle, deren hinteres Ende in L lag, in einem Abstand von G, der nach (1) $2EC \operatorname{tang}\alpha \sin\alpha$ betrug, d. i.

$$2l\left(1 - \frac{v}{c} \frac{\cos\varphi}{\cos\alpha}\right) \frac{v}{c} \cos\varphi \operatorname{tang}\alpha \sin\alpha,$$

d. h. der Abstand des vorderen Endes von C betrug

$$2l\left(1 - \frac{v}{c} \frac{\cos\varphi}{\cos\alpha}\right) \frac{v}{c} \cos\varphi \operatorname{tang}\alpha \sin\alpha - GC$$

oder

$$2l\left(1 - \frac{v}{c} \frac{\cos\varphi}{\cos\alpha}\right) \frac{v}{c} \cos\varphi \operatorname{tang}\alpha \sin\alpha - \frac{EC}{\cos\alpha}$$

oder

$$2l\left(1 - \frac{v}{c} \frac{\cos\varphi}{\cos\alpha}\right) \frac{v}{c} \cos\varphi \operatorname{tang}\alpha \sin\alpha -$$
$$- l\left(1 - \frac{v}{c} \frac{\cos\varphi}{\cos\alpha}\right) \frac{v}{c} \frac{\cos\varphi}{\cos\alpha},$$

d. i.

$$l\left(1 - \frac{v}{c} \frac{\cos\varphi}{\cos\alpha}\right) \frac{v}{c} \cos\varphi \frac{-\cos 2\alpha}{\cos\alpha}.$$

Hierzu kommt nun der Weg, den dieser Wellenanfang in der Richtung nach F zurücklegt, während das Wellenende A nach C gelangt. Derselbe ist gleich AC, also ist nach Gl. (2) die Wellenlänge nach der Reflexion, die wir mit λ bezeichnen wollen,

$$\lambda = l\left(1 - \frac{v}{c} \frac{\cos\varphi}{\cos\alpha}\right)\left(1 + \frac{v}{c} \cos\varphi \frac{-\cos 2\alpha}{\cos\alpha}\right).$$

Das ist, wenn wieder die Größen höherer Ordnung vernachlässigt werden,

$$\lambda = l\left(1 - 2\frac{v}{c} \cos\varphi \cos\alpha\right). \qquad (4)$$

Damit ist die gesuchte Grundgleichung in erster Annäherung gefunden.

Sie ist aber cum grano salis zu verstehen. In ihr ist nämlich v die Relativgeschwindigkeit des Spiegels zu dem auf seiner Vorderseite befindlichen Äther. Bewegt sich der Spiegel im ruhenden Äther, so ist v seine Totalgeschwindigkeit. Befindet sich aber der Spiegel in einem Medium, welches den Äther nach Fresnel-Fizeau mitschleppt, und haben beide, Spiegel und Medium, eine Translationsgeschwindigkeit v, so ist die relative Geschwindigkeit des Spiegels gegen den Äther offenbar $v(1 - \varepsilon)$, wenn ε den bekannten Fresnelschen Koeffizienten $\frac{n^2 - 1}{n^2}$ bezeichnet. Schreibt man dem Medium beliebige Grenzflächen zu, so würde es für die Erörterung der dann eintretenden Erscheinung erforderlich werden, die ganze Theorie der Brechung an bewegten Grenzflächen unter Berücksichtigung des Dopplerschen Prinzips und der Mitschleppung des Äthers wiederzugeben. Diese ist so verwickelt, daß sie einer besonderen Untersuchung vorbehalten bleiben soll. Hier möge nur der einfachste Fall, der gerade beim Klinkerfuesschen Versuch eine Rolle spielt, betrachtet werden. Die spiegelnde Fläche sei die Hypotenusenfläche eines rechtwinkeligen Prismas; die untersuchten Lichtstrahlen gehen unter rechtem Winkel (von Süden nach Norden) durch die eine Kathetenfläche und treten gleichfalls unter rechtem Winkel (in der Richtung nach Osten) durch die zweite Kathetenfläche aus. Die Bewegung des Prismas sei rein translatorisch und erfolge von Westen nach Osten. Dann trifft die Bewegung des Prismas den eintretenden Strahl unter rechtem Winkel; die durch sie herbeigeführte Änderung des Weges ist also von zweiter Ordnung in $\frac{v}{c}$, und bleibt außer Betracht. Die spiegelnde Fläche hat relativ zu dem im Glase enthaltenen Äther die Geschwindigkeit $v(1 - \varepsilon)$; es ist $\cos\varphi \cos\alpha = \frac{1}{2}$; die von Westen nach Osten gehenden Strahlen haben also im Glase die Wellenlänge $l\left(1 - \frac{v(1 - \varepsilon)}{c}\right)$. Die Stelle, an welcher sie aus der zweiten Kathetenfläche austreten, verhält sich wie ein selbstleuchtender Punkt, der

sich im Äther mit der Geschwindigkeit εv bewegt. Beim Austritt in den freien Äther wird also die Wellenlänge nochmals um $l\frac{\varepsilon v}{c}$ verkürzt, d. h. nach dem Austritt ist die Wellenlänge $l\left(1-\frac{v}{c}\right)$. Das spiegelnde Prisma verhält sich also genau so wie ein Metallspiegel. Dasselbe gilt offenbar für negative Werte von v.

Die Resultate dieses Paragraphen sind schon in dem „Versuch einer Theorie der elektrischen und optischen Erscheinungen in bewegten Körpern" von H. A. Lorentz[1]) enthalten; sie sind aber dort aus bestimmten Annahmen über die Schwingungsart der Ionen begründet; es schien mir daher nicht ganz überflüssig, sie aus der einzigen Voraussetzung abzuleiten, daß bei Spiegeln, die so groß sind, daß ihre Randerscheinungen vernachlässigt werden können, das Huygenssche Prinzip durch Betrachtung von Strahlen ersetzt werden kann.

§ 2. Der Klinkerfuessche Versuch. Bei der Besprechung dieses Versuches muß man sich natürlich auf den Boden der Theorie des ruhenden Äthers stellen, was im folgenden geschieht. Das Experiment hat die beachtenswerte Eigenschaft, daß die Abweichung, welche sein Urheber vorausberechnet hat, in $\frac{v}{c}$ von erster Ordnung ist. Die vom Autor gegebene Beschreibung ist so knapp, daß man von seiner Versuchsanordnung keine ganz bestimmte Vorstellung erhält. Ich verstehe dieselbe wie folgt: Klinkerfues vernachlässigt die Schiefe der Ekliptik und nimmt an, ein Punkt der Erdoberfläche bewege sich des Mittags vermöge der Erdrevolution annähernd in der Richtung von Osten nach Westen, und um Mitternacht von Westen nach Osten. Als Lichtquelle benutzt er eine mit Sauerstoff gespeiste Petroleumlampe unter Zusatz von essigsaurem Natrium. Er läßt nun die Strahlen dieser Lampe in horizontaler Ebene von Süden nach Norden durch einen Spalt und ein geradsichtiges Prismensystem gehen, sie werden darauf, immer noch in horizontaler Ebene, mittels eines total reflektierenden rechtwinkligen Prismas nach Westen reflektiert und hier mit Hilfe eines Fernrohres beobachtet. Auf den Weg der Strahlen, zwischen Spiegel und Fernrohr, stellt nun der Verfasser ein Absorptionsgefäß mit Bromdämpfen und erwartet, daß die Absorptionslinien des Broms dem Dopplerschen Prinzip gemäß verschoben erscheinen sollen. Diese Verschiebung bestimmt er, indem er den Abstand einer Bromlinie von einer Natriumlinie mittels eines im Fernrohr angebrachten Mikrometers mißt, und zwar je einmal des Mittags und um Mitternacht. Es müßte sich dabei nach seiner Ansicht eine Differenz in der Stellung der Bromlinien ergeben, welche dem doppelten Betrage der Erdgeschwindigkeit entspräche. In Wirklichkeit will er eine Verschiebung gefunden haben, die ziemlich genau $^1/_5$ des erwarteten Betrages ausmachte.

Der Versuch enthält ein Element, welches der kritischen Betrachtung wert ist. Wir wollen uns dabei der Kürze wegen so ausdrücken, als ob der absorbierende Körper nur eine einzige Absorptionslinie besäße. Macht man die durchaus wahrscheinliche Annahme, die Bildung einer Absorptionslinie sei nur abhängig von der Anzahl der Lichtimpulse, welche das absorbierende Atom oder Molekül in der Zeiteinheit treffen, so folgt ohne weiteres, was Klinkerfues angenommen hat: die Absorptionslinie muß das Dopplersche Phänomen zeigen, und zwar sieht man sofort, daß man den Vorgang kurz, aber verständlich ausdrücken kann, indem man sagt: der absorbierende Körper nimmt die Farben mit der gleichen Verschiebung wahr, wie ein an seine Stelle gesetztes menschliches Auge.

Klinkerfues hat nun stillschweigend angenommen, daß die Lichtwellen, mit denen er arbeitet, nach der Reflexion am Spiegel dieselbe Länge haben, die sie im ruhenden Äther haben würden. Wäre das der Fall, so müßte sich in der Tat bei seinem Versuch die erwartete Wirkung zeigen. Das ist aber, wie sich aus § 1 ergibt, nicht der Fall. Auf der Strecke von der Lichtquelle zum Spiegel, wo die Strahlen senkrecht zur Erdbewegung stehen, haben sie bis auf Größen zweiter Ordnung dieselbe Wellenlänge wie im ruhenden Äther. Bei der Reflexion am Spiegel ist um Mittag $\cos\varphi = \cos\alpha = \sqrt{\frac{1}{2}}$. Nach der Reflexion besitzen sie also die Wellenlänge $l\left(1-\frac{v}{c}\right)$; durch das Zurückweichen der Bromdämpfe wird diese Änderung der Wellenlänge gerade ausgeglichen, also besteht zu Mittag keine Verschiebung der Bromlinie. Ganz Entsprechendes gilt für die Mitternachszeit, wo $\cos\varphi = -\sqrt{\frac{1}{2}}$ ist. Für den Klinkerfuesschen Versuch liefert also die Theorie das Ergebnis Null.

Es ist zunächst zu untersuchen, ob dieses Resultat für alle denkbaren Stellungen der Lichtquelle und des Spiegels gilt, oder ob sich solche Stellungen angeben lassen, für welche eine angebbare Verschiebung zu erwarten ist. Dabei

1) H. A. Lorentz, Leiden 1895 (Neudruck, Leipzig. 1906).

werde, wie oben, immer nur die erste Potenz von $\frac{v}{c}$ berücksichtigt.

Es sei an den bekannten Satz erinnert: bewegt sich ein leuchtender Punkt mit konstanter Geschwindigkeit v, und sendet er einen Strahl aus nach einer Richtung, die mit der Richtung der Bewegung den Winkel ϑ bildet, so hat eine Lichtwelle, die im ruhenden Äther die Wellenlänge l haben würde, in diesem Strahl die Länge $l\left(1-\frac{v}{c}\cos\vartheta\right)$.

Dies vorausgesetzt nehmen wir an, es sei ein leuchtender Punkt und ein Spiegel gegeben, und es haben beide im Äther eine gemeinschaftliche gleichförmige Translationsgeschwindigkeit. Wir nehmen einen Punkt des Spiegels zum Anfang eines rechtwinkligen Koordinatensystems, errichten in demselben eine Normale auf dem Spiegel nach derjenigen Hälfte des Raumes hin, in welcher sich der leuchtende Punkt befindet, und wählen diese Normale zur Achse der x. In diesem System habe der leuchtende Punkt die Koordinaten x, y, z, und das System Spiegel plus Punkt habe die konstanten Seitengeschwindigkeiten u, v, w. Von x, y, z aus lassen wir einen Strahl nach dem Koordinatenanfang gehen. Dieser hat die drei Richtungskosinus

$$\frac{-x}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}}, \quad \frac{-y}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}}, \quad \frac{-z}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}}.$$

Für ihn ist also

$$\cos\vartheta = -\frac{ux+vy+wz}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}\,\sqrt{u^2+v^2+w^2}}.$$

Also wenn die Wellenlänge in diesem Strahl mit λ_1 bezeichnet wird, so ist

$$\lambda_1 = l\left(1+\frac{v}{c}\,\frac{ux+vy+wz}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}\,\sqrt{u^2+v^2+w^2}}\right).$$

Ferner ist für unseren Fall

$$\cos\alpha = \frac{x}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}},$$

$$\cos\varphi = \frac{u}{\sqrt{u^2+v^2+w^2}},$$

also wenn die Wellenlänge des Strahles nach der Reflexion mit λ_2 bezeichnet wird,

$$\lambda_2 = \lambda_1\left(1-\frac{v}{c}\,\frac{2ux}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}\,\sqrt{u^2+v^2+w^2}}\right) =$$

$$= l\left(1+\frac{v}{c}\,\frac{-ux+vy+wz}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}\,\sqrt{u^2+v^2+w^2}}\right).$$

Andererseits denken wir uns nun im Punkte 0, 0, 0 einen selbstleuchtenden Punkt angebracht und nehmen an, derselbe schicke einen Strahl in die gleiche Richtung, welche der soeben besprochene reflektierte Strahl hat. Dieser Strahl geht offenbar durch einen Punkt, dessen Koordinaten sind $x, -y, -z$, und wenn wir den Winkel, den dieser Strahl mit der Bewegung des Systems macht, mit ϑ_2 bezeichnen, so ist

$$\cos\vartheta_2 = \frac{ux-vy-wz}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}\,\sqrt{u^2+v^2+w^2}}.$$

Daraus ergibt sich für die Wellenlänge λ_3 des hier betrachteten Strahles

$$\lambda_3 = l\left(1-\frac{v}{c}\,\frac{ux-vy-wz}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}\,\sqrt{u^2+v^2+w^2}}\right).$$

Der Wert von λ_3 stimmt, wie man sieht, mit dem von λ_2 völlig überein, d. h. für die Bestimmung der Wellenlänge eines reflektierten Strahles kann man den leuchtenden Punkt x, y, z ersetzen durch einen selbstleuchtenden Punkt, der an derjenigen Stelle des Spiegels angebracht ist, wo der Strahl reflektiert wird. Dieser Satz gilt auch für beliebige weitere Spiegelungen; denn für eine zweite Spiegelung kann nunmehr der Koordinatenanfang als Lichtquelle betrachtet werden, für eine dritte derjenige Punkt des zweiten Spiegels, in welchem der Lichtstrahl reflektiert wird usw. Das heißt: Wenn ein leuchtender Punkt und eine beliebige Anzahl von Spiegeln dieselbe gleichförmige Translationsbewegung im Äther haben, so hat irgendein von dem leuchtenden Punkt ausgehender Strahl nach Reflexion an sämtlichen Spiegeln dieselbe Wellenlänge, die ein Strahl haben würde, der vom selbstleuchtend gedachten Reflexionspunkt des letzten Spiegels ausgeht. Ist nun hinter dem letzten Spiegel ein menschliches Auge vorhanden, welches die gleiche Translationsbewegung mitmacht, so wird für die Wahrnehmung dieses Auges die Dopplersche Veränderung der Wellenlänge durch die Bewegung des Auges selbst ausgeglichen. Also: das für den speziellen Klinkerfuesschen Fall gefundene Resultat ist allgemeingültig; mittels gespiegelter Strahlen kann eine auf der Translation der Erde beruhende Verschiebung von Absorptionslinien nicht wahrgenommen werden.

§ 3. Kontrollversuch. Wie oben bemerkt, glaubte Klinkerfues eine Abweichung beobachtet zu haben, welche $1/5$ der von ihm berechneten Größe hatte. Es schien mir immerhin von Wert, diese Angabe experimentell zu kontrollieren. Zu diesem Zweck wurde ein Versuch angestellt, der erheblich bequemer und genauer auszuführen ist als der Klinkerfuessche. Man denke sich eine Lichtquelle, die ein Strahlenbündel von Süden nach Norden schickt; dieses Bündel werde durch einen unter 45° gemachten Spiegel nach Westen reflektiert und

dann durch ein Spektroskop beobachtet. Nun stelle man zwei Exemplare desselben Absorbens auf den Weg des Lichtes, das eine zwischen Lichtquelle und Spiegel, das andere zwischen Spiegel und Spektroskop, und denke sich, die spektroskopische Beobachtung werde ausgeführt zu einer Zeit, wo die Bewegung der Erde im Äther für den Ort der Beobachtung die Richtung von Osten nach Westen hat, bezw. man rechne mit der Ost-West-Komponente der gerade vorhandenen Bewegung. Wäre die Auffassung von Klinkerfues richtig, so müßten die Absorptionslinien offenbar verdoppelt erscheinen, und von den beiden Linien, welche eine im ruhenden Äther einfache Linie repräsentieren, müßte die eine im Laufe des Tages bezw. der Jahreszeiten durch die andere hindurchpendeln. Da ich selbst durch lange Krankheit verhindert war, hat Herr H. Kreusler die Güte gehabt, den Versuch für mich anzustellen. Als Lichtquelle diente der positive Krater eines elektrischen Lichtbogens, nachdem man sich überzeugt hatte, daß derselbe keine dunklen Natriumlinien enthielt, als Absorbens stark verdünnte Natriumdämpfe, die sehr scharfe Linien lieferten. Die Dispersion gestattete $^1/_{20}$ vom Abstande der beiden Natriumlinien zu bestimmen, das wäre rund $^1/_{20000}$ der Wellenlänge. Nach der Angabe von Klinkerfues hätte die Verschiebung bei ihm $^1/_{12600}$ der Wellenlänge betragen, hätte also hier sichtbar werden müssen. Die Beobachtungen wurden im Anfang Februar und im Anfang Mai dieses Jahres zu den verschiedensten Tageszeiten angestellt, und es konnte nie auch nur eine merkliche asymmetrische Verdickung der Linien wahrgenommen werden. Die von Klinkerfues als beobachtet angegebene Abweichung ist also wohl als Beobachtungsfehler anzusehen.

Der theoretische Inhalt des Vorstehenden ruht noch auf der stillschweigend gemachten Voraussetzung, daß das Reflexionsgesetz durch die Bewegung der Spiegel keine Störung erleidet, die von erster Ordnung in $\frac{v}{c}$ ist. Dieselbe ist wohl an sich als durchaus wahrscheinlich zu bezeichnen, und das Ergebnis des hier beschriebenen Versuches steht wenigstens nicht in Widerspruch mit ihr.

(Eingegangen 20. Juni 1911.)

PHYSIKALISCHE TECHNIK.

Einige neue Apparate der Cambridge Scientific Instrument Company.

Von F. Bock.

Auf der 6. Jahres-Ausstellung der Physical Society in London, die im Dezember vorigen Jahres stattfand, und von vielen Firmen reichlich beschickt war, waren u. a. auch die nachstehend beschriebenen Apparate und Instrumente der Cambridge Scientific Instrument Company ausgestellt.

Zunächst ein Apparat zum Aufzeichnen von Rekaleszenzkurven nach Brearley (Fig. 1). Dieses Instrument ist in erster Linie dazu bestimmt, mit einer Thermosäule und einem Spiegelgalvanometer die Rekaleszenzkurven von Stahl oder die Abkühlungskurven beliebiger Körper in sehr großem und genauem Maßstabe aufzuzeichnen und zwar nach rechtwinkligen Koordinaten, welche Zeit und Temperatur unmittelbar zueinander in Beziehung setzen. Die Galvanometerskala bildet einen Teil des Kurvenzeichners und ist gerade über einer Trommel angebracht, die mit einem Blatt Papier zum Aufzeichnen der Kurve bespannt ist. Die Trommel macht in 10 Minuten eine Umdrehung; sie wird durch einen von einer Uhr bewegten Elektromagneten angetrieben. Der Schreibstift, der jede Stunde zweimal auf die Trommel niedergedrückt wird, wird von einem Schlitten getragen, an dem außerdem ein Zeiger befestigt ist. Der Schlitten

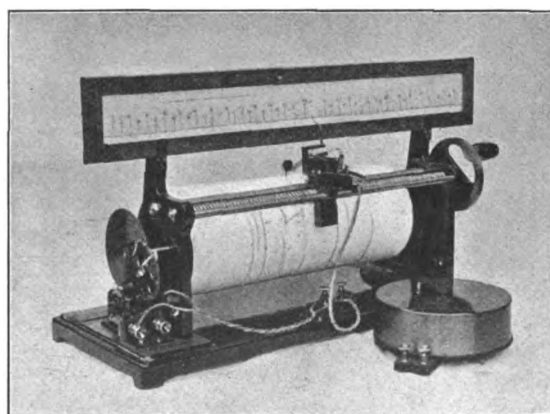


Fig. 1.

und mit ihm der Zeiger können mittels Schraubspindel und Handrad längs der Skala hin- und herbewegt werden. Beim Aufzeichnen einer Kurve hat der Beobachter nur das Handrad so zu drehen, daß er den Zeiger mit dem sich

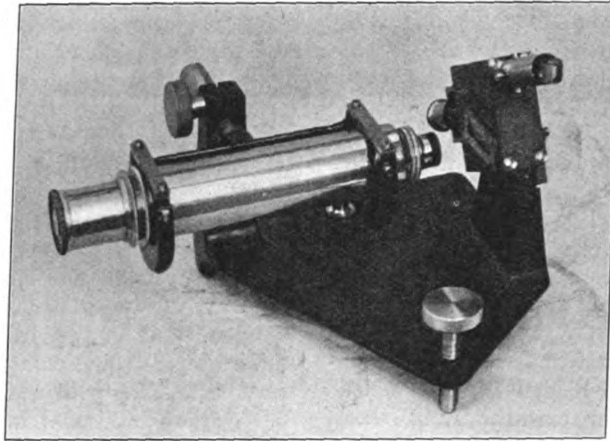


Fig. 2.

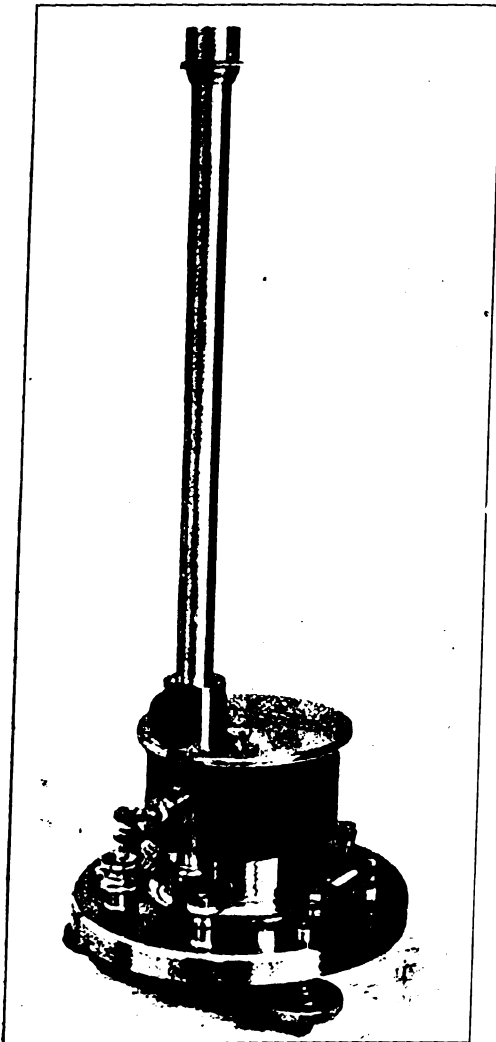


Fig. 3.

bewegenden Lichtfleck immer in Deckung hält. Die Schreibtrommel vermag Blätter von 360 mm Länge und 300 mm Breite aufzunehmen, und da diese Breite nur einigen hundert oder noch weniger Graden C zu entsprechen braucht, so ist es klar, daß die sich ergebende Kurve in sehr großem Maßstabe aufgezeichnet wird.

Ferner ist das in Fig. 2 aufgezeichnete Goldblättchen-Elektrometer erwähnenswert. Es wurde 1903 von C. T. R. Wilson eingeführt und besitzt geringe Kapazität und große Empfindlichkeit. Diese wird dadurch erreicht, daß man die Bedingungen, unter denen ein frei hängendes Goldblättchen aus seiner senkrechten Stellung herausgezogen wird, mittels einer geneigten, geladenen Platte in seiner Nähe verändern kann. Es ist möglich, vollständige Stabilität über den ganzen Weg des Goldblättchens zu erzielen oder Instabilität über einen Teil, und der Benutzer arbeitet so nahe, wie es tunlich ist, an dem Bereich, in welchem die Einstellung unbegrenzte Empfindlichkeit gibt. Das Blättchen ist in einem Metallgehäuse eingeschlossen und wird durch ein Mikroskop beobachtet, wobei die Platte auf einem konstanten Potential gehalten wird. In der Ausstellung wurde dieser Apparat zum Nachweis der Elektrisierung benutzt, die durch Verspritzen von Quecksilber eintrat.

Das Ayrton-Mather-Galvanometer, Fig. 3, gehörte ebenfalls zu den Ausstellungsobjekten. Es entsprach dem wohlbekannten Modell der Firma, bei dem die Spule gesondert in einem Aufhängerohr angebracht ist. Sie läßt sich infolgedessen leicht herausnehmen und nötigenfalls schnell gegen andere Spulen auswechseln. Das Instrument hat eine außerordentlich leichte und gedrungene Spule, so daß zur Erreichung einer angemessen langen Schwingungsdauer,

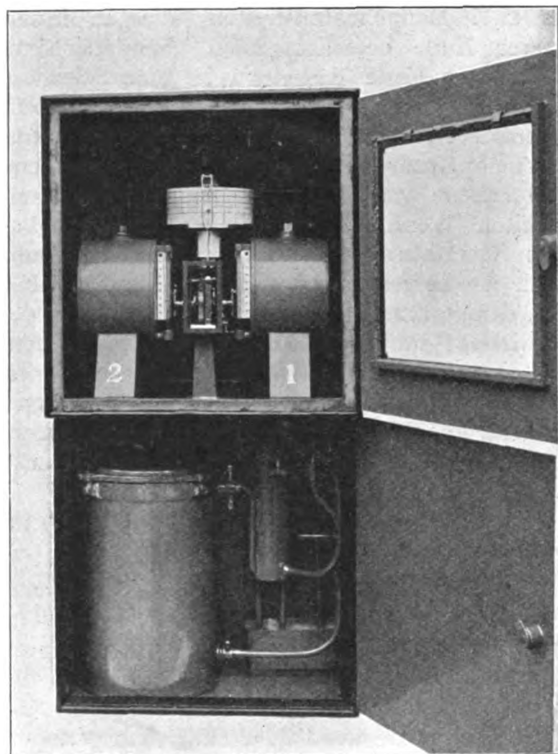


Fig. 4.

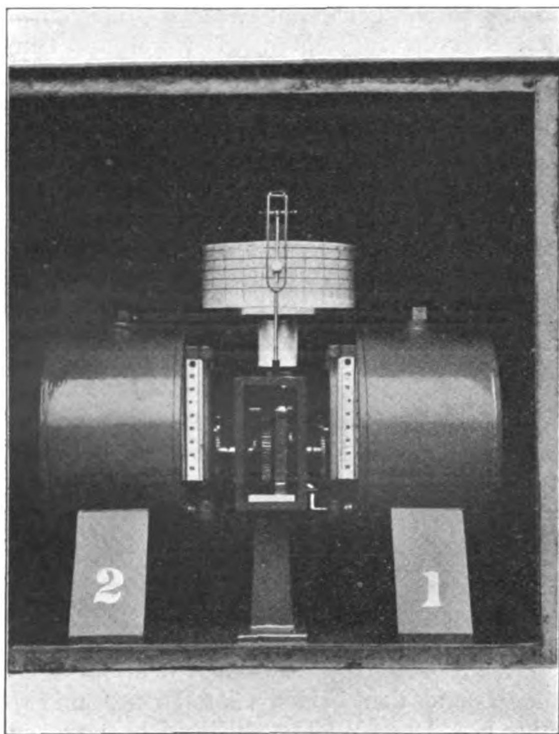


Fig. 4a.

der Aufhängestreifen bedeutend länger sein mußte, als gewöhnlich, nämlich 290 mm. Der Normalwiderstand des beweglichen Teils beträgt etwa 250 Ohm, die Dauer einer freien Schwingungsperiode ungefähr drei Sekunden. Die erreichbare Empfindlichkeit ist ungefähr 740 mm pro Mikroampere bei einem Skalenabstand von 1 m.

Einen Apparat zur fortlaufenden Aufzeichnung des Kohlensäuregehalts von Abgasen zeigt Fig. 4 und Fig. 4a. Der Apparat arbeitet nach einem sehr einfachen und praktischen Prinzip. Er enthält keine Absorptionsflüssigkeiten, da als Absorptionsmaterial nur trockener Kalk verwendet wird. Das Gas fließt in stetigem, fortlaufenden Strom durch den Apparat; infolgedessen sind keine Hähne oder Ventile notwendig. Den Hauptbestandteil des Instruments bilden zwei gewöhnliche Gasmesser. Die zu prüfenden Abgase werden zunächst durch einen dieser Gasmesser hindurchgesaugt und darauf durch das Absorptionsgefäß, in welchem sie von der

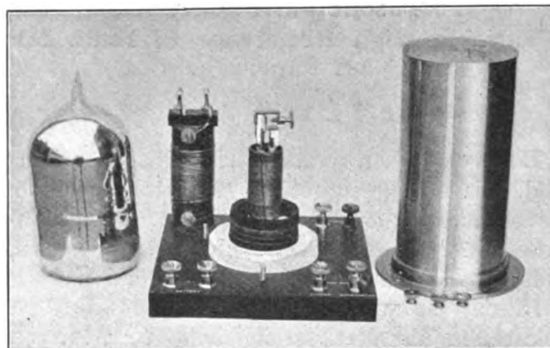


Fig. 5.

Kohlensäure befreit werden. Hiernach gehen sie durch den zweiten Gasmesser. Es ist klar, daß infolge der Absorption der Kohlensäure die durch den zweiten Messer gehende Gasmenge kleiner ist, als die durch den ersten gehende; die Differenz ergibt den absorbierten Kohlensäurebetrag. Die Gasmesser betätigen durch ein Differentialgetriebe einen Schreibstift und bewirken, daß dieser mit einer Geschwindigkeit nach oben geht, die von dem absorbierten Kohlensäuregehalt abhängig ist. Wenn ein bestimmtes Abgasvolumen den ersten Messer passiert hat, fällt die Feder in ihre Anfangsstellung, aus der sie zu einer neuen Aufzeichnung wieder emporbewegt wird. Der höchste Punkt, den der Schreibstift jedesmal erreicht, zeigt unmittelbar den den Heizgasen entzogenen Prozentsatz Kohlensäure an. Auf dem normalen Diagrammblatt kann Kohlensäuregehalt von 0—25 Proz. verzeichnet werden, und es reicht für 24 Stunden. Der Apparat läßt sich für 25 Analysen pro Stunde einstellen.

Unter den Instrumenten, die nicht so un-

mittelbar den Ingenieur angehen, wie die oben beschriebenen, ist ein selbstregistrierendes Krankenthermometer der thermoelektrischen Bauart besonders bemerkenswert. Es ist ein selbstregistrierendes Thermometer, das besonders für medizinische Untersuchungen ausgestaltet worden ist. Die benutzte Thermosäule besteht aus Kupfer und Konstantan. Sie ist mit einem sehr empfindlichen selbstregistrierenden Galvanometer verbunden, so daß man ein Diagramm der Temperatur des Patienten aufgezeichnet bekommt. Ein besonderes Merkmal des Instruments ist der Thermostat, der die sogenannte kalte Verbindung der Thermosäule auf konstanter Temperatur erhält. Er besteht aus einem wärmeisolierenden Gefäß nach Dewar, in dessen Innerem zwei Spulen und ein thermostatisches Relais befestigt sind. Letzteres (Fig. 5) besteht aus zwei Doppelmetallstreifen, die an ihrem unteren Ende befestigt, oben aber frei sind. Am oberen Ende des einen ist eine Schraube angebracht und so eingestellt, daß sie mit dem andern Streifen nur in Berührung kommt, wenn die Temperatur der Streifen die erforderliche Temperatur von beispielsweise 35° C. überschreitet. Wenn die Temperatur in dem Dewarschen Gefäß unter 35° C ist, kann ein Strom durch die beiden Heizspulen gehen, sobald aber die Temperatur 35° C erreicht, genügt die Relativbewegung zwischen den beiden Streifen, um eine Berührung der Schraube des einen Streifens mit dem andern herbeizuführen und dadurch eine der beiden Spulen kurz zu schließen. So wird innerhalb des Thermostats eine konstante Temperatur unterhalten.

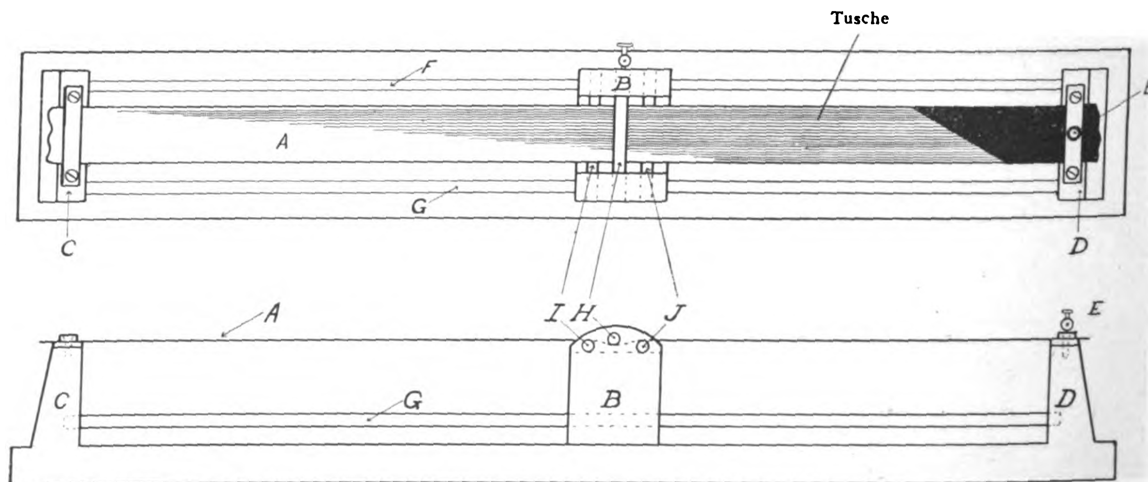
(Eingegangen 3. März 1911.)

Ein veränderlicher großer Widerstand aus Tusche auf Papier.
(A Variable High Resistance of India Ink on Paper.)

Von Franz A. Aust.

Einen einfachen veränderlichen großen Widerstand, der sehr geeignet ist für solche Zwecke, wie Regulierung der Spannung oder der Stromstärke einer Elektrisiermaschine, erhält man, wenn man Tusche auf Papier verwendet.

In der Gestalt, wie sie die Figur zeigt, ist ein Streifen aus starkem Zeichenpapier, *A*, von 3×45 cm zwischen zwei isolierenden Haltern, *C* und *D*, ausgestreckt. Die Tusche[1]) ist in Form von Strichen auf das Papier gebracht, die parallel zu dessen Länge verlaufen, und zwar sind diese Striche am einen Ende zahlreicher als am andern, so daß der Widerstand der Längeneinheit von einem Ende zum andern hin schnell abnimmt. Die Enden des Papieres werden zwischen Messingplatten gehalten, die an die Blockstützen *C* und *D* angeschraubt sind. Das Ende des Papiers mit dem geringen Widerstand, an das der Pol *E* mit dem hohen Potential angeschlossen ist, war gänzlich mit Tusche getränkt und noch feucht zwischen die Messingplatten geklemmt worden, um einen guten Kontakt zu sichern. Der Pol mit dem niedrigen Potential ist ein Gleitkontakt *B*, der sich auf den beiden Stäben *F* und *G* bewegt; dabei geht das Papier zwischen dem Messingstabe *H* und den beiden Glasstäben *I* und *J* hindurch. Der Widerstandsbereich war an obigem Streifen 0,01 Megohm bis 20000 Megohm, doch läßt sich die obere Grenze unschwer erhöhen.



Man kann Tusche auch für angenäherte

1) Ich benutzte die wasserfeste Tusche von Higgins (Higgins' Waterproof Ink).

Hilfsnormalien für große Widerstände verwenden. Schweres Zeichenpapier oder Isolierfaser, mehrfach mit flüssiger wasserfester Tusche getränkt, liefert in trocknem Zustande einen ziemlich konstanten Widerstand. Ein Papierstreifen von 2×10 cm mit fünf Überzügen von Tusche und noch in feuchtem Zustand an die Enden angeklemmten Kontaktstreifen aus Stanniol hat einen Widerstand von etwa einem Megohm. Die billigeren Sorten von Stangentusche sind auch verwendbar. Ein bestimmtes Stück von 1×1×5 cm mit Stanniolkontakten hatte einen Widerstand von ungefähr einem Megohm.

Die besseren Sorten von Stangentusche haben jedoch wegen ihrer metallischen Bestandteile einen sehr kleinen Widerstand.

Tusche eignet sich besonders zur Herstellung von Kohlenwiderständen, weil die besseren Sorten dieser Tuschen ein Gemisch aus mehreren Materialien sind, die, wie die Erfahrung gelehrt hat, am geeignetsten sind, um die Kohleteilchen zusammenzukleben und die Tusche haftend und unlöslich zu machen, Eigenschaften, die für einen guten Widerstand gleichfalls wesentlich sind.

Die Tragfähigkeit und der Temperaturkoeffizient werden durch die als Unterlage dienenden Materialien beeinflußt. Ein 2 cm breiter Papierstreifen, wie er oben beschrieben wurde, wird etwa 0,4 Milliampere aushalten, ehe er glüht; während ein ähnliches Stück Asbestpapier 40 bis 50 Milliampere ertragen wird, ohne eine dauernde Veränderung zu erfahren. Der Temperaturkoeffizient, der negativ war, bewegte sich bei den verschiedenen Widerständen von 1 bis 1,5 v. H. für 1 Zentigrad.

Es ist schwer, einen genügend kleinen Übergangswiderstand mit Tusche zu bekommen, um einen befriedigenden Widerstand von weniger als 0,1 Megohm herzustellen; aber für alle Rheostatenwiderstände oberhalb dieses Wertes, wie für Hilfsnormalien, hat sich Tusche als sehr nützlich erwiesen.

Physikalisches Laboratorium der Universität Minnesota, 28. April 1911.

(Nach dem Manuskript aus dem Englischen übersetzt von Max Iklé.)

(Eingegangen 17. Mai 1911.)

Kleine Verbesserungen an Schieberwiderständen.

Von Wilhelm Volkmann.

Unter dem Namen Schülerwiderstände bringt die Elektrizitätsgesellschaft Gebr. Ruhstrat seit einiger Zeit Schieberwiderstände von 1,8 Ohm bis 12000 Ohm zu dem erstaunlich billigen Preis von 1,60—2 M. in den Handel. Jeder dieser Widerstände kann etwa 30 Watt dauernd vertragen, reicht daher in vielen Fällen aus, wo man bisher viel teuere Widerstände benutzen mußte. Bei der Prüfung einiger Exemplare fand ich nun, daß ein recht empfindlicher Mangel vorhanden ist, der sich darin äußert, daß bei ungeeigneter Bewegung der Reguliervorrichtung der Strom zeitweise ganz aussetzt. Es gelang mir aber, diesen einzigen Nachteil durch Anbringung einer kleinen Feder zu beseitigen. Die Fabrikanten haben sich bereit erklärt, die Widerstände, sobald es gewünscht wird, mit dieser Verbesserung zu liefern.

Dieselbe Fabrik hat vor einiger Zeit Regulierwiderstände auf den Markt gebracht, die bei geringem Gewicht und niedrigem Preis eine sehr große Belastung vertragen. Sie bestehen aus langen Neusilberspiralen, die über aufgereihten Porzellanröllchen in zwei Wicklungen nebeneinander angeordnet sind. Ein über beide greifender Kontaktschieber stellt eine leitende Verbindung zwischen ihnen her. Der Strom wird in die eine Wicklung geleitet, tritt durch den Schieber in die andere und wird von ihrem Ende aus weiter geleitet, oder, man schaltet beide Wicklungen parallel und entnimmt den Strom, der ihren beiden Enden zugeführt ist, aus der Gleitstange des Schiebers. Dem Vorzug der Widerstände, daß sie bei 1—2 kg Gewicht 1—2 Kilowatt aufnehmen können, steht der Nachteil entgegen, daß die Regulierung ziemlich grob ist. Dem kann dadurch abgeholfen werden, daß man vor die eine der beiden Wicklungen einen der oben genannten Schülerwiderstände legt. Er tut seinen Dienst ebenso gut bei Hintereinanderschaltung wie bei Parallelschaltung der beiden Zweige. Die Ruhstratgesellschaft hat sich bereit erklärt, auf Wunsch den Spiralenschieberwiderständen einen passenden Schülerwiderstand gleich fest anzubauen.

Bei der Benutzung der Schieberwiderstände ist man nicht selten genötigt, eine als zweckmäßig ausprobierte Stellung des Schiebers mehrfach wieder herzustellen. Das tritt besonders bei Vorlesungsversuchen, oft aber auch bei Messungen ein. Muß man diese Stellung jedesmal unter Beobachtung der Meßinstrumente wieder finden, so verliert man viel Zeit und kann unter Umständen durch ein Versehen leicht Schaden anrichten. Um dem zu entgehen, tut man gut, durch ein auf die Führungsstange des Schiebers geklemmtes Hindernis seine Bewegung zu begrenzen. Die Elektrizitätsgesellschaft Gebr. Ruhstrat in Göttingen wird solche Begrenzungsklemmen nach meinem Vorschlag in den Handel bringen.

(Eingegangen 22. Mai 1911.)

Neue Klemmenformen.

Von Wilhelm Volkmann.

Die Stativteile, die ich vor 6 Jahren in der Schrift: „Der Aufbau physikalischer Apparate aus selbständigen Apparatenteilen" (Physikalischer Baukasten) beschrieb, haben neuerdings zum Teil erhebliche Verbesserungen erfahren aus Anlaß des Umstandes, daß auf meinen Wunsch fortan die Firma Leppin & Masche, Berlin, Engelufer 17, die Fabrikation dieser Stücke in wirklich präziser Ausführung übernommen hat. Da der Name „physikalischer Baukasten" häufig zu Mißdeutungen Anlaß gegeben hat, soll statt dessen künftig Präzisionsstativ gesagt werden.

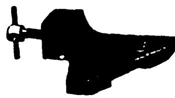


Fig. 1.

Die Wand- und Tischklemme (Fig. 1) besteht aus einer in der Mitte durchbohrten dreieckigen Grundplatte, an einer Ecke mit Muffe, deren Bohrung so ausgearbeitet ist, wie es schon bei den Klemmfüßen (früher Rohrstative genannt) beschrieben wurde[1]). Zur Befestigung der Klemme an der Wand dient ein eingegipster Drahtdübel und eine in ihn passende Schraube. Am Tischrand macht man die Klemme mit einer gewöhnlichen Schraubzwinge fest, dabei ragt die Muffe derart über den Tischrand, daß die Stäbe nach unten hin lang vorstehen können. Setzt man auf so einen Stab mit Klemmkopf und Nippel eine Tischplatte, so hat man einen sehr brauchbaren Stelltisch. Die Klemme wird in zwei Größen, für Stäbe bis zu 13 und 20 mm Durchmesser angefertigt.

Fig. 2.

Die Parallel- oder Plattenklemme war in der früheren Gestalt nicht widerstandsfähig genug gegen Verbiegung, sie hat nun die in Fig. 2 abgebildete Form erhalten.

Die große Klemme von 60 mm Spannweite (Fig. 3) hat keinen Stiel, sondern eine Muffe,

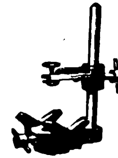


Fig. 3.

mit der sie an einem beliebig langen Stabe befestigt werden kann, der nur die Dicke von 13 mm nicht überschreiten darf. Ihre Form ist so gewählt, daß die Achse drehrunder Gegenstände von der Verlängerung der Stabachse getroffen wird.

(Eingegangen 5. Mai 1911.)

Zwei Ablesemikroskope.

Von Wilhelm Volkmann.

Bei physikalischen Messungen kommt es nicht selten vor, daß man die Bewegung eines unzugänglichen Apparatenteiles messend verfolgen oder eine Vorrichtung, die nicht bequem zugänglich, aber sichtbar ist, mehrfach an genau dieselbe Stelle rücken muß. Für solche Fälle habe ich mir ein Ablesefernrohr mit langem Auszug durch Einsetzen einer Glasteilung in die Okularblende so hergerichtet, daß jeder Teilstrich einem Fünftel Millimeter in der Objektebene entspricht. Seit ich dieses Instrument besitze, habe ich seinen Gebrauch in so vielen Fällen, bei denen man auch ohne dasselbe hätte auskommen können, bequem und vorteilhaft gefunden, daß es mir zweckmäßig schien, es in eine vielseitigere und handlichere Form zu bringen. Besonders war es wünschenswert, auch etwas stärkere Vergrößerungen zur Verfügung zu haben. So entstand das in Fig. 1 abgebildete Instrument, das in seiner Wirkung

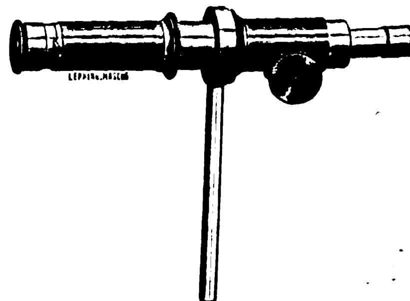


Fig. 1.

1) Diese Zeitschr. 10, 646, 1909.

zwischen Fernrohr und Mikroskop steht. Ein Stiel, der an irgendeinem Stativ festgeklemmt werden kann, trägt eine Hülse mit Triebschraube, die den Tubus des Instruments aufnimmt. In diesem befindet sich einerseits ein Auszug, an den zwei achromatische Linsen verschiedener Brennweite einzeln oder übereinander angeschraubt werden können, und andrerseits ein Okular mit seitlich eingeschobenem Glasmikrometer, das 5 mm in 50 Teilen zeigt. Die Länge des Ablesemikroskops ist je nach der Stellung des Auszugs 19—25 cm. Über die Leistungen gibt die folgende Tabelle Auskunft:

	Objektabstand	1 mm des Objekts	Vergrößerung
Oberlinse	230—350 mm	3—6 Teile	5—10 fach,
Unterlinse	80—100 „	9—14 „	14—22 „
Beide Linsen	50—55 „	17—25 „	27—40 „

Durch geeignete Stellung des Auszugs kann man die bequemen Vergrößerungen einstellen, bei denen 1 mm des Objekts genau 5, 10, 20 oder 25 Teile des Okularmikrometers deckt.

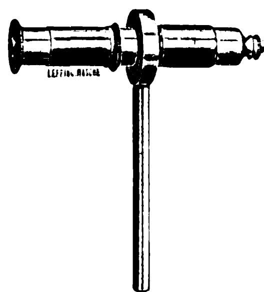


Fig. 2.

Für physikalische Übungen, insbesondere Schülerübungen, dürfte das beschriebene Instrument etwas zu teuer sein. Deshalb habe ich noch ein einfacheres Ablesemikroskop bauen lassen, das in Fig. 2 abgebildet ist. In der gestielten federnden Hülse liegt mit sanfter Reibung verschiebbar der Tubus des Mikroskops, dessen beide Objektivlinsen nicht achromatisch sind und verschiedene Brennweite haben. Sie können einzeln und gemeinsam verwendet werden. Um gute Bilder zu erhalten, mußte ihr Durchmesser ziemlich klein genommen werden, so daß die Bilder bei weitem nicht so hell werden wie bei dem anderen Instrument. Das Okular ist stramm in den Tubus eingepaßt, damit man es mehr oder weniger tief hineinschieben und dadurch die geeignete Vergrößerung innerhalb gewisser Grenzen auswählen kann. Auf die Okularblende ist eine Glasplatte gekittet, die etwas seitwärts von der Mitte eine Teilung in 20 Fünftel Millimeter enthält. Der Mittelstrich der Teilung ist über die Mitte des Gesichtsfeldes hinaus verlängert. An diesem Strich beobachtet man das Wandern objektiver Skalen, während man an der Skala das Wandern einer Objektmarke verfolgen kann. Die weite Teilung und die übersichtlich geringe Strichzahl ist mit Rücksicht darauf gewählt, daß das Instrument für Anfänger bestimmt ist. Die Leistungen des Mikroskops sind:

	Objektabstand	1 mm des Objekts	Vergrößerung
Oberlinse	53—61 mm	4—6 Teile	10—15 fach,
Unterlinse	26—28 „	9—12 „	22—30 „
Beide Linsen	16—17 „	15—20 „	37—50 „

Je nach der Stellung des Okulars hat das Mikroskop 11—14,5 cm Länge. Es eignet sich zur Messung der elastischen Längenänderung und Durchbiegung, zur Beobachtung der Elektroskopblättchen, zur Messung von Drahtdicken und Kapillarendurchmessern usw. Auch wird es im Sinne von C. Reichel als Werkstattmikroskop, z. B. zum genauen Zentrieren auf der Drehbank, gut geeignet sein.

Beide Ablesemikroskope werden von der Firma Leppin & Masche, Berlin SO. 16, Engelufer 17, angefertigt.

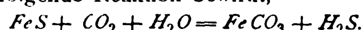
(Eingegangen 19. Mai 1911.)

BESPRECHUNGEN.

M. Rózsa, Neuere Daten zur Kenntnis der warmen Salzseen. (Bericht über d. physikalische und chemische Untersuchung des Erwärmungsprozesses der Siebenbürger Salzseen.) gr. 8. 32 S. m. Abbildgn. Berlin, R. Friedländer & Sohn. 1911. M. 2.—

Verf. studierte 1910 den Bären- oder Illyés-See, der im Komitate Maros-Torda in einer Höhe von 502 m über dem Meere liegt, ein Areal von 42000 m² und eine maximale Tiefe von 20 m hat und wie die andern dortigen oberirdischen und unterirdischen Seen durch natürliche Auslaugung von Salzschichten entstanden ist. Er untersuchte zu verschiedenen Zeiten und in verschiedenen Tiefen Temperatur, Dichte und Konzentration des Wassers an $NaCl$, welches über 99 Proz. aller gelösten Salze ausmacht; z. B. 6. Juli: die Konzentration stieg von der Oberfläche bis zu 10 m Tiefe von 7,5 bis auf 27 Proz. Die Dichte stieg mit der Tiefe kontinuierlich von 1,052 bis 1,205. Die Temperatur war an der Oberfläche 22,5°, stieg bis 2 m Tiefe bis auf 51,8° und fiel bis auf 20,1° in 18 m Tiefe. Vor 10 Jahren war das Wärmemaximum im Sommer = 71°, im Winter unter dem Eise = 32°. G. Ziegler und A. Kalecsinszky erkannten schon 1898 bzw. 1904, daß die eigentümlichen Temperaturverhältnisse jener Seen durch die strahlende Sonnenwärme veranlaßt sind; letzterer

bemerkte, daß die durch Bäche der Oberfläche zugeführte Süßwasserschicht isolierend wirke und daß infolge der trotz der steigenden Temperatur mit der Tiefe zunehmenden Dichte die natürliche Rührung und daher auch der Temperaturausgleich sehr verlangsamt sei. Rósza zeigt, z. T. durch Beobachtungen an den ungarischen Seen, z. T. durch Versuche an kleinen Lösungsmengen, daß in derartig nach der Dichte geschichteten Flüssigkeiten sowohl die Erwärmung des Innern durch Strahlung als auch die Abkühlung der Oberfläche durch Verdunstung, durch Abkühlungen der Luft und durch Wärmeabfuhr bewegter Luft sich langsamer verbreitet als in homogener Flüssigkeit, wo zu den langsamen Diffusionsströmen die schnellen konvektiven Wärmeströme (also Konzentrationsströme! Ref.) kommen, die durch Erwärmung der unteren und Abkühlung der oberen Schichten erzeugt werden. Das Niveau des Temperaturmaximums (Ref.: man sollte nicht „Wärmemaximum" sagen, wie der Verf.), das naturgemäß in der wolkenarmen Zeit, April—Juni, am größten ist, verschiebt sich durch Kahnfahren, Baden, Regengüsse, salzige Zuflüsse, Auflösung von Salzkrusten am Rande des Sees und kalte Salzquellen am Grunde des Sees, der einen Abfluß nach dem Magyaróser See hat. Die schwarze Schlammschicht am Grunde des Sees wirkt isolierend nach unten und absorbierend auf den bis auf den Grund gelangenden Teil der Sonnenstrahlung, da längere Wellen besonders stark vom Salzwasser absorbiert werden (hauptsächlich $\lambda = 3\,\mu$, $5\,\mu$, $7\,\mu$ und $9-20\,\mu$); für Wellenlängen von $658\,\mu\mu$ bis $494\,\mu\mu$ verkleinert sich der Absorptionskoeffizient des Wassers mit abnehmender Wellenlänge von 0,320 auf 0,002. Die schwarze Farbe rührt von kolloidem FeS her, das sich aus Fe-Verbindungen des Bodens und der Pflanzenreste und den gelösten Alkalisulfaten bildet, indem die letzteren durch verwesende Pflanzen reduziert werden; bei der Oxydation der Zellulose entsteht auch CO_2, welches folgende Reaktion bewirkt,



$$FeS + CO_2 + H_2O = FeCO_3 + H_2S.$$

Das Eisensulfid, welches dem Wasser oft grünliche Färbung verleiht (z. B. Grüner See), bildet sich so langsam, daß seine Bildungswärme für die Seetemperaturen nicht in Frage kommt.

Verf. bestimmte auch Lösungswärmen von $NaCl$ in H_2O.

1 Mol $NaCl$ sich lösend in 10 Mol H_2O verbraucht 4,7 cal
„ „ „ „ „ „ 20 „ „ „ 9,6 „
„ „ „ „ „ „ 100 „ „ „ 16,8 „
„ „ „ „ „ „ 200 „ „ „ 25,2 „

Kalecsinszky meinte, die Temperatur des Sees sei dort am höchsten, wo die Dichte und die Konzentration am größten seien, weil die spezifische Wärme, pro 1 g, der $NaCl$-Lösungen von 18° von 1 auf 0,792 fällt, wenn die Konzentration von 0 auf 24 Proz. steigt; man hat aber die spezifischen Wärmen der Volumeinheiten, nicht der Gewichtseinheiten, zu vergleichen, und diese sind für die Konzentrationen 0 und 24 Proz. = 0,998 und 0,938, also nicht so sehr verschieden. Vor allem aber nimmt mit der Tiefe die Intensität der erwärmenden Strahlung sehr ab (Anm. des Ref.: die Strahlungsintensität ist für die verschiedenen Niveaus eine Exponentialfunktion von deren Tiefe), daher fällt das Temperaturmaximum nicht mit dem Maximum der spezifischen Wärme zusammen. Die Tatsache, daß sich bestimmte tiefere Schichten so viel mehr erwärmen konnten, als andere, zeigt, daß die Bewegung des Lösungsmittels durch das Gelöste stark beschränkt wird, wobei wohl Affinitäten verschiedener Molekeln eine Rolle spielen. Löst man etwas B in A und fügt, ohne daß Inhomogenität eintritt, etwas C hinzu, das in B nicht, wohl aber in A merklich löslich ist, so steigt der Gefrierpunkt der A-B-Mischung (z. B. Wasser in Benzol-Alkohol-Gemisch u. a.); wahrscheinlich bilden sich Molekülverbindungen von B und C, und zwar verschiedene bei verschiedenen Konzentrationen.

Die Paragenesen und die Mengenverhältnisse der Zechsteinsalze stimmen mit van't Hoffs Resultaten in mannigfacher Hinsicht dann besser überein, wenn man eine höhere Bildungstemperatur als die mutmaßliche damalige Lufttemperatur annimmt. Das Studium der ungarischen warmen Salzseen (Bärensee, Grüner See, Roter See u. a.) zeigt die Möglichkeit solch hoher Temperaturen ($> 60°$) der Zechstein-Salzseen und läßt vermuten, daß die Annahme von verschieden konzentrierten Wasserschichten und von Diffusionsströmen die van't Hoffschen Resultate noch besser mit dem petrographischen Befund in Einklang bringen wird.

Johnsen.

Tagesereignisse.

In der **Technischen Hochschule Hannover** wurden am 17. August cr. der physikalische Hörsaal und das physikalische Laboratorium durch ein Schadenfeuer zerstört.

Personalien.

(Die Herausgeber bitten die Herren Fachgenossen, der Redaktion von eintretenden Änderungen möglichst bald Mitteilung zu machen.)

Habilitiert: An der Technischen Hochschule Berlin Professor Dr. Herzog für Biochemie.

Verliehen: Den Privatdozenten der Chemie an der Universität Breslau Dr. Otto Sackur und Dr. Julius Mayer und dem Privatdozenten der Geophysik und angewandten Geologie Dr. Georg von dem Borne ebenda, dem Privatdozenten für Physik an der Universität Tübingen Dr. Hans Happel der Titel Professor.

Ernannt: Der Privatdozent an der Universität Leipzig Dr. Herbert Freundlich zum a. o. Professor für physikalische und anorganische Chemie an der Technischen Hochschule Braunschweig, Professor Dr. Hans Bucherer vom Reformgymnasium in Biebrich, leitender Chemiker der Farbenfabrik Kalle & Co. daselbst, zum ord. Professor der Farbenchemie an der Technischen Hochschule Dresden, der Kapitän z. S. Behm zum Direktor der Deutschen Seewarte Hamburg, der Oberingenieur der Siemens Brothers Dynamo Works in Stafford Dr.-Ing. Max Kloß zum ord. Professor für Elektromaschinenbau an der Technischen Hochschule Berlin, Dr. H. Krapf zum Dozenten für Chemie an der Deutschen Medizinschule in Schanghai, der Privatdozent Professor Dr. Wallenberg an der Technischen Hochschule Berlin zum Professor der Mathematik daselbst.

In den Ruhestand: Der ord. Professor der Mathematik an der Universität Wien Dr. Franz Mertens, der Professor für Chemie und Biologie an der Furman University Greenville Dr. W. F. Watson.

Gestorben: Der ord. Professor der Physik an der Ohio State University in Athens Dr. Benjamin Franklin Thomas, der Chemiker Dr. Louis Casimir de Coppet in Nizza, der ord. Professor der Chemie an der Universität Breslau Geheimrat Dr. Albert Ladenburg, der Professor der Chemie am Polytechnikum zu Riga Dr. Karl A. Bischoff.

Für die Redaktion verantwortlich Professor Dr. Friedrich Krüger in Danzig-Langfuhr. — Verlag von S. Hirzel in Leipzig.
Druck von August Pries in Leipzig.

PHYSIKALISCHE ZEITSCHRIFT

No. 18. 15. September 1911. 12. Jahrgang.
Redaktionsschluß für No. 19 am 15. September 1911.

INHALT:

ORIGINALMITTEILUNGEN.

Relativitätsprinzip und Äther. II[1]).

Von E. Wiechert.

(Fortsetzung und Schluß.)

§ 12. Scheinbare Längenänderungen bei Änderungen der Schreitung.

Welcher Art der Anschauung man sich auch zuwenden will, jedenfalls ist durch die Beobachtungen, deren Übereinstimmung mit den Relativitätsgesetzen wir annehmen, klargestellt, daß bei der Bestimmung der Gleichzeitigkeit ein gewisser Bereich noch offen bleibt. Es soll jetzt nur noch mit solchen Zeitsystemen gerechnet werden, die innerhalb dieses offenen Bereiches liegen, die also den Ortszeiten eine möglich erscheinende Gleichzeitigkeit zuordnen. t und t' seien die Zeiten an den Orten der z-Achse auf der „isolierten Erde" in zwei solchen Zeitsystemen, dann müssen sie nach den Überlegungen des vorigen Paragraphen, wenn noch verschiedene Zeiteinheiten zugelassen werden, durch die Beziehung

$$t' = \alpha(t - \beta z) + K \qquad (53)$$

verbunden sein. K bedeutet hier eine für uns gleichgültige Konstante, die von der Wahl der Anfangspunkte für die Zeit abhängt. α wird durch die Wahl der Zeiteinheiten bestimmt und kann jeden beliebigen positiven Wert erhalten. β ist nach den früheren Darlegungen in einem engen Bereich eingeschlossen, welcher durch einen gewissen positiven und einen gewissen negativen Wert abgegrenzt wird. z kennzeichnet den Ort in dem materiellen Bezugssystem (etwa auf der isolierten Erde), in welchem die Zeitbestimmungen stattfinden. Das materielle System dient hier genau betrachtet nur zur Festlegung jenes Koordinatensystems, von dem wir die z-Achse betrachten. Man kann also auch sagen, daß z die Koordinate in einem Bezugssystem sei, von dem eine überall gleiche und gleichbleibende Schreitung angenommen wird.

Bei Auflösung von (53) folgt:

$$t = \alpha'(t' - \beta' z) + K', \qquad (54)$$

wobei

$$\alpha' = \frac{1}{\alpha}, \quad \beta' = -\alpha\beta, \quad K' = -\frac{1}{\alpha}K \qquad (55)$$

ist.

u sei die relative Geschwindigkeit parallel der z-Achse eines Körpers gegen das materielle System, bezüglich gegen das Koordinatensystem bei Zugrundelegung des Zeitsystems t, u' die entsprechende Geschwindigkeit für das Zeitsystem t'. Der Zusammenhang von u' mit u ergibt sich, wenn beachtet wird, daß zum Zeitintervall Δt die Verschiebung $\Delta z = u \Delta t$ gehört, also nach (53) auch das Zeitintervall

$$\Delta t' = \alpha(\Delta t - \beta u \Delta t). \qquad (56)$$

Es folgt wegen $u' \Delta t' = \Delta z$

$$u' = \frac{u}{\alpha(1 - \beta u)}. \qquad (57)$$

Es ist unsere Annahme, daß Änderungen der Dimensionen eintreten oder doch einzutreten scheinen, wenn die Schreitung eines Körpers sich ändert. Dieses Phänomen soll nun näher untersucht werden. Wir wählen einen Stab, der parallel der z-Richtung gehalten wird. Seine „Ruhlänge" (das heißt seine Länge im Falle der Ruhe gegenüber dem Koordinatensystem) ist ohne theoretische Bedenken zu bestimmen; sie sei L_0. L_u sei die Länge bei der Geschwindigkeit u bezüglich u', wenn sie im Zeitsystem t beurteilt wird, L_u' die entsprechende Länge, wenn das Zeitsystem t' zugrunde gelegt wird. L_u gibt dann den Abstand zweier Punkte im materiellen Bezugssystem an, die von den

1) I.: Diese Zeitschr. 12, 689, 1911.

beiden Enden des Stabes im System t „gleichzeitig“ eingenommen werden; L_u' hat gleiche Bedeutung für das System t'. Um den Zusammenhang zwischen L_u' und L_u anzugeben, nehmen wir an, der Stab bewege sich in der Richtung der zunehmenden z, es sei also u positiv. Der Zeitmoment werde ins Auge gefaßt, wo das hintere Ende des Stabes im Koordinatenanfangspunkt liegt, wo also für dieses Ende $z = 0$ ist. Dabei sei $t = t_0$ und $t' = t_0'$; es liegt dann das vordere Stabende für $t = t_0$ bei $z = L_u$ und für $t' = t_0'$ bei $z = L_u'$. Wegen (53) ist $t_0' = \alpha t_0 + K$ und gehört zu $t = t_0$ und $z = L_u$ der Wert $t_1' = \alpha(t_0 - \beta L_u) + K$, so daß $t_0' - t_1' = \alpha\beta L_u$. Die Geschwindigkeit des Stabes im System t' wird durch u' angegeben; mit dieser legt das Vorderende in der Zeit von t_1' bis t_0' den Weg $L_u' - L_u$ zurück, also ist $L_u' = L_u + (t_0' - t_1')u'$. Bei Berücksichtigung von (55), (57) folgen nun sogleich die auch für negative Werte von u und u' geltenden Beziehungen:

$$L_u' = L_u \frac{1}{1 - \beta u}, \quad L_u = L_u' \frac{1}{1 + \alpha\beta u'}. \tag{58}$$

Hier zeigt sich, wie das Urteil über die Längenänderung bei Änderung des Bewegungszustandes von der Wahl von β, also des Zeitsystems beeinflußt wird. Wollte man nun die Meinung hegen, daß die Änderungen der Dimensionen bei Änderung der Schreitung nicht real, sondern nur scheinbar seien, verursacht durch ein falsches Urteil über die Gleichzeitigkeit, so wäre nach der gewöhnlichen Denkweise der Physik zu schließen, daß sich ein Zeitsystem — eben das der „wahren“ Weltzeit — finden lassen müsse, in welchem die Änderungen verschwinden. Verwendet man für dieses t', so müßte also L_u' von der Geschwindigkeit unabhängig werden. Daraus würde nach (58) für das beliebig herausgegriffene Zeitsystem t folgen:

$$L_u = (1 - \beta u)\, L_0. \tag{59}$$

Hier wäre u beliebig und β eine gewisse Konstante. Traut man also der gewöhnlichen Denkweise, so wäre die Annahme, daß die beobachtbaren Änderungen der Dimensionen der materiellen Körper bei Änderung des Bewegungszustandes eine Folge eines falschen Urteils über die Gleichzeitigkeit seien, nur dann erlaubt, wenn sich bei beliebiger Wahl des Zeitsystems eine lineare Abhängigkeit der scheinbaren Länge von der Geschwindigkeit ergäbe. — Wir setzen hier die Gültigkeit der Relativitätsgesetze voraus, also ist anzunehmen, daß keines der Zeitsysteme die Länge in linearer Abhängigkeit zeigt. Es ergibt sich so für die gewöhnliche physikalische Denkweise die Notwendigkeit, nicht nur scheinbare, sondern wirkliche Änderungen der Dimensionen bei Änderung des Bewegungszustandes anzunehmen. Will man demgegenüber reale Änderungen in Abrede stellen, so ist man genötigt, das menschliche Urteil über die Änderungen der Dimensionen als hinfällig zu bezeichnen.

Es möge nun die experimentelle Untersuchung über die scheinbaren Änderungen der Dimensionen weiter fortgeführt werden. u sei wiederum die Relativgeschwindigkeit gegen das gewählte materielle Bezugssystem (etwa die isolierte Erde) bezüglich gegen das gewählte Koordinatensystem. Nach den Relativitätsgesetzen ist folgendes Resultat zu erwarten: Wird ein beliebiges der möglich scheinenden Zeitsysteme zugrunde gelegt, so zeigt die scheinbare Länge L_u bei einem gewissen Wert der Relativgeschwindigkeit u ein Maximum; je mehr sich u von diesem Wert entfernt, um so kleiner wird L_u, um schließlich für eine gewisse Relativgeschwindigkeit u nach der einen Seite, und ebenso für eine gewisse Geschwindigkeit nach der anderen Seite unendlich klein zu werden. Die Schreitung, zu welcher sich der Maximalwert der Länge zuordnet, verschiebt sich bei wechselnder Wahl des Zeitsystemes; der Maximalwert wächst um so mehr und schließlich über alle Grenzen, je größer die zugehörige Relativgeschwindigkeit u wird. — Bei einem bestimmten Zeitsystem, das hierdurch vor allen andern ausgezeichnet ist, wird sich der Maximalwert der Länge gerade dem Fall der relativen Ruhe zuordnen.

Ähnliches gilt auch für die anderen Bewegungsrichtungen. Die Folge ist, daß für die gegebene Schreitung des Koordinatensystems unter allen Systemen der Gleichzeitigkeit eines ausgezeichnet erscheint, nämlich dasjenige, in welchem jeder materielle Körper bei Variationen der relativen Bewegung gegen das Koordinatensystem, aber unter sonst gleichen Umständen, gerade im Falle der relativen Ruhe maximale Dimensionen zeigt. Auf diese Weise wird durch das Verhalten der Materie jeder Schreitung ein besonderes System der Gleichzeitigkeit zugeordnet; dieses soll dann als das zur Schreitung gehörige „symmetrische Zeitsystem“ bezeichnet werden.

§ 13. Symmetrische Raum-Zeit-Systeme.

Den symmetrischen Zeitsystemen sollen nun „symmetrische Raumkoordinatensysteme“ an die Seite gestellt werden. Die Vereinigung beider wird dann „symmetrische Raum-Zeit-Systeme“ ergeben. — In einem symmetrischen Zeitsystem scheint in bezug auf das Verhalten der Materie keine Richtung des Raumes vor der anderen ausgezeichnet. Darin soll auch das Charakteristikum des symmetrischen Raum-

koordinatensystemes gesucht werden. Demgemäß soll ein Raumkoordinatensystem dann symmetrisch heißen, wenn die Längeneinheiten für die verschiedenen Richtungen so aufeinander bezogen sind, daß ein jeder materielle Körper, der unter sonst gleichen Umständen nacheinander in irgendwelchen verschiedenen Orientierungen zu relativer Ruhe gegen das Koordinatensystem gebracht wird, zwischen irgend zwei seiner Punkte stets der Maßzahl nach den gleichen Abstand zeigt. Nach den Relativitätsgesetzen darf angenommen werden, daß hier das Material des gerade gewählten materiellen Körpers ebenso ohne Einfluß ist, wie bei der Feststellung des symmetrischen Zeitsystems.

Wie leicht ersichtlich, ist ein zu irgendeiner vorgegebenen Schreitung gehöriges symmetrisches Raum-Zeit-System vollständig bestimmt, wenn außer den Achsenrichtungen und den Anfangspunkten für die Raumkoordinaten und die Zeit noch die Zeiteinheit und eine Längeneinheit für eine beliebige Richtung vorgeschrieben wird.

Zwischen den symmetrischen Raum-Zeit-Systemen, die zu den verschiedenen Schreitungen gehören, bestehen Beziehungen, die in dem Verhalten der Materie begründet sind. Um sie klar hervortreten zu lassen, sollen nun noch die Einheiten der Länge und der Zeit für die verschiedenen Systeme zweckmäßig gewählt werden. Zu diesem Zweck wird festgesetzt

1. in bezug auf die Längeneinheiten: diese sind in den verschiedenen Systemen so zu wählen, daß ein jeder materielle Körper, der unter sonst gleichen Umständen von relativer Ruhe in einem System zu relativer Ruhe in einem anderen System übergeführt wird, hier den Maßzahlen nach die früheren Dimensionen zeigt;

2. in bezug auf die Zeiteinheiten: diese sind so zu wählen, daß für irgend zwei Systeme die relative Bewegung der Systeme gegeneinander sich von beiden aus beurteilt durch Geschwindigkeiten darstellt, die den Maßzahlen nach gleich groß erscheinen.

Ganz gewiß ist bei den so gemachten Festsetzungen völlig klar, daß nun nicht etwa aus der formalen Gleichheit der Dimensionen, welche ein Körper in zwei Schreitungen zeigt, irgendein Schluß auf physikalische Gleichheit der beiden Zustände gezogen werden darf. Und ebensowenig scheint es erlaubt, die Gleichwertigkeit der Zeitsysteme in allen physikalischen Hinsichten zu behaupten.

Um bei unseren Untersuchungen über den Zusammenhang zwischen den Raum-Zeit-Systemen die Anschauung zu erleichtern, wollen wir zwei gleiche materielle Maßstäbe M und M' als Repräsentanten zweier bestimmter Schreitungen S und S' annehmen, indem wir uns vorstellen, daß M und M' bei den Versuchen diese Schreitungen erhalten. Es sollen ihnen dabei solche Orientierungen gegeben werden, daß sie parallel liegen, und sich relativ zueinander parallel ihrer Längsrichtung verschieben. — Die Angabe der „Gleichheit" der beiden Stäbe soll bedeuten, daß die Stäbe genau übereinstimmen, wenn sie, auf gleiche Schreitung gebracht, in relativer Ruhe beieinander liegen. Die Teilungen kennzeichnen dann sofort Raumkoordinaten gemäß den soeben gemachten Festsetzungen über die Einheiten; wir wollen sie die z-, bezüglich die z'-Koordinaten nennen.

Zwischen den Systemen der Zeit besteht die Beziehung (53). Die Konstante K ist für unsere Untersuchungen ohne jede Bedeutung und soll daher $= 0$ gesetzt werden. Dann ist zu schreiben

$$t' = \alpha(t - \beta z). \qquad (60)$$

t' bedeutet hier die Zeit im System (t') desjenigen Punktes von M', der zur Zeit t im System (t) sich bei der durch z bezeichneten Stelle von M befindet. Wegen der Symmetrie der Systeme (S, z, t) und (S', z', t') muß auch eine Formel $t = \alpha'(t' - \beta' z') + K'$ gelten. Der Versuch soll so angeordnet werden, daß zur Zeit $t = 0$ die beiden Koordinatenanfangspunkte aneinander vorbeigehen, dann wird auch $K' = 0$, so daß zu (60) die Beziehung

$$t = \alpha'(t' - \beta' z') \qquad (61)$$

hinzutritt. t gibt die Zeit im System (t) für denjenigen Punkt von M an, der sich zur Zeit t' im System (t') bei der durch z' bezeichneten Stelle von M' befindet.

(60) und (61) ergeben:

$$\left.\begin{aligned} z' &= -\frac{\alpha\beta}{\beta'} z - \frac{1 - \alpha\alpha'}{\alpha'\beta'} t, \\ z &= -\frac{\alpha'\beta'}{\beta} z' - \frac{1 - \alpha\alpha'}{\alpha\beta} t'. \end{aligned}\right\} \qquad (62)$$

Die Formeln (60), (61), (62) enthalten 4 Konstanten: α, β, α', β'. Zwischen diesen bestehen andere Beziehungen als (55), da ja nun t' zu z' und nicht mehr zu z zugeordnet wird. Um die neuen Beziehungen zu finden, beachten wir zunächst die Festsetzung über die Zeiteinheiten.

Ein materieller Punkt P sei so in gleichmäßiger Schreitung begriffen, daß er sich parallel den Stäben M und M' bewegt; die Geschwindigkeit im System (z, t) beurteilt (also relativ zu M) sei u, diejenige im System (z', t') beurteilt (also relativ zu M') sei u'. t_0 sei der Zeitmoment, in welchem $z = 0$ passiert wird, dann wird der Raumpunkt $z = u$ zur Zeit $t_0 + 1$ passiert. Zu $t = t_0$, $z = 0$ gehört nach (60): $t' = \alpha t_0$, zu $t = t_0 + 1$, $z = u$ ebenso: $t' = \alpha t_0 + \alpha - \alpha\beta u$. Die Differenz der beiden Zeiten ist $\Delta t' = \alpha(1 - \beta u)$. In gleicher Weise liefert

die erste der Gleichungen (62) für dieselben beiden Lagen des sich bewegenden Punktes $\Delta z' = -(1-\alpha\alpha'[1-\beta u])/\alpha'\beta'$, also folgt wegen $\Delta z'/\Delta t' = u'$:

$$u' = -\frac{1-\alpha\alpha'(1-\beta u)}{\alpha\alpha'(1-\beta u)} \cdot \frac{1}{\beta'}. \qquad (63)$$

Wegen der Symmetrie unserer Formeln kann man hier die gestrichenen mit den ungestrichenen Buchstaben vertauschen. Die Symmetrie kommt auch in (63) zur Geltung, wenn man diese Formel in der Form

$$(1-\beta u)(1-\beta' u') = \frac{1}{\alpha\alpha'} \qquad (64)$$

schreibt.

Setzt man in (64) $u' = 0$, so ruht der Punkt im System (z', t'), es stellt also dann u die Relativgeschwindigkeit des Stabes M' gegen den Stab M dar, beurteilt im System (z, t). Diese Relativgeschwindigkeit mag mit v bezeichnet werden, dann folgt:

$$1-\beta v = \frac{1}{\alpha\alpha'}. \qquad (65)$$

Ebenso ergibt sich für $u = 0$:

$$1-\beta' v' = \frac{1}{\alpha\alpha'}, \qquad (66)$$

wenn v' die Relativgeschwindigkeit der beiden Stäbe darstellt, beurteilt im System (z', t').

Gemäß der im Anfang des Paragraphens gemachten Festsetzung über die Zeiteinheiten ist zu schreiben

$$v' = -v, \qquad (67)$$

so daß wegen (65), (66)

$$\beta' = -\beta \qquad (68)$$

folgt. (60), (61), (62) gehen nun über in:

$$\left.\begin{aligned} t' &= \alpha(t-\beta z), & z' &= \alpha(z-vt); \\ t &= \frac{t'+\beta z'}{\alpha(1-\beta v)}, & z &= \frac{z'+vt'}{\alpha(1-\beta v)}; \end{aligned}\right\} \qquad (69)$$

(64) wandelt sich um in

$$(1-\beta u)(1+\beta u') = 1-\beta v, \qquad (70)$$

und an Stelle von (63) tritt

$$u' = \frac{u-v}{1-\beta u}, \qquad u = \frac{u'+v}{1+\beta u'}. \qquad (71)$$

Von den 4 Konstanten α, β, α', β' sind hier nur noch 2 übrig geblieben, α und β. Eine Konstante wurde durch die Relativgeschwindigkeit v ersetzt, eine zweite durch die Festsetzung über die Zeiteinheiten eliminiert.

Ein materieller Körper K möge sich $\parallel z$ bezüglich $\parallel z'$ relativ zu den beiden Bezugssystemen M und M' bewegen. Es wird bequem sein, den Körper K ebenfalls in Form eines Stabes zu denken. Seine Länge sei L und L', je nachdem sie im System (z, t) oder im System (z', t') beurteilt wird. Die Ruhlängen in diesen beiden Systemen seien L_0, L_0'; es bezeichne also zum Beispiel L_0 die Länge von K, wenn dieser Stab in relativer Ruhe an den Stab M gelegt wird. Da M, M' gleiche Stäbe sein sollen und wir annehmen, daß alle materiellen Körper bei Bewegungsänderungen die gleichen Dimensionsänderungen zeigen, muß

$$L_0' = L_0 \qquad (72)$$

sein. Diese Formel spricht unsere Festsetzung über die Längeneinheiten aus. Zur Abkürzung soll

$$\frac{L}{L_0} = f(u), \qquad \frac{L'}{L_0'} = \frac{L'}{L_0} = f'(u') \qquad (73)$$

gesetzt werden; $f(u)$ und $f'(u')$ erscheinen dann als durch die Natur gegebene Funktionen von u bezüglich u', wenn u und u' die Geschwindigkeiten des Körpers K in den Systemen (z, t) und (z', t') bedeuten.

K ruhe im System (z', t') am Stab M'; seine Endpunkte mögen bei z_1' und $z_2' = z_1' + L_0'$ liegen. Diese Werte sind von der Zeit t' unabhängig; nun ergibt die Formel $z' = \alpha(z-vt)$ zu einem bestimmten Zeitpunkt t für die Lage der beiden Endpunkte von K die Koordinaten $z_1 = vt + z_1'/\alpha$ und $z_2 = vt + z_1'/\alpha + L_0'/\alpha$, es ist also $L = L_0'/\alpha$, oder wegen (72) und da hier $u = v$ ist:

$$\frac{1}{\alpha} = f(v). \qquad (74)$$

Hiermit ist α gemäß (72), also durch unsere Festsetzung über die Längeneinheiten bestimmt worden. — Jetzt bleibt noch die Bestimmung von β. Hierzu muß der Fall einer beliebigen Schreitung von K untersucht werden. Um die Darstellung bequemer zu gestalten, soll angenommen werden, daß die Bewegung im System (z, t) in der Richtung der wachsenden z erfolgt und zwar so, daß das hintere Ende von K gerade zur Zeit $t = 0$, $t' = 0$ im Punkt $z = 0$, $z' = 0$ liegt. Dann liegt das vordere Ende zur Zeit $t' = 0$ bei $z' = L' = L_0 f'(u')$, also nach (69) zur Zeit
$t = -\beta L_0 f'(u')/\alpha(1-\beta v)$ bei $z = L_0 f'(u')/\alpha(1-\beta v)$. Da die Geschwindigkeit im System (t, z) durch u gegeben ist, muß das vordere Ende zur Zeit $t = 0$ um $u\beta L_0 f'(u')/\alpha(1-\beta v)$ näher an $z = 0$ gelegen haben. Zur Zeit $t = 0$ war aber die Entfernung von $z = 0$ durch $L = L_0 f(u)$ angegeben, also folgt:

$$f(u) = f'(u')(1-\beta u)/\alpha(1-\beta v)$$

und daher auch:

$$f'(u') = \frac{1-\beta v}{f(v)} \cdot \frac{f(u)}{1-\beta u}. \qquad (75)$$

Die beiden Zeitsysteme (t) und (t') sollen symmetrische Systeme sein, das heißt für $u = 0$, bezüglich für $u' = 0$ sollen L bezüglich L', also auch f bezüglich f' ihre Maximalwerte zeigen. Es muß also

$$\left(\frac{df(u)}{du}\right)_{u=0} = 0, \quad \left(\frac{df'(u')}{du'}\right)_{u'=0} = 0 \quad (76)$$

sein. — (75) und (71) ergeben

$$\frac{df'(u')}{du'} = \frac{(1-\beta u)^2}{f(v)} \frac{d}{du}\left[\frac{f(u)}{1-\beta u}\right]. \quad (77)$$

Bedenkt man noch, daß zu $u' = 0$ gehört $u = v$, so folgt wegen der zweiten Gleichung (76):

$$\left(\frac{d}{du}\left[\frac{f(u)}{1-\beta u}\right]\right)_{u=v} = 0, \quad (78)$$

und daraus weiter:

$$\left.\begin{aligned} \frac{1}{\beta} &= v - \left(\frac{f(u)}{\frac{df(u)}{du}}\right)_{u=v}, \\ \frac{1}{1-\beta v} &= 1 - v\left(\frac{1}{f(u)}\frac{df(u)}{du}\right)_{u=v}. \end{aligned}\right\} \quad (79)$$

In diesen Formeln liegt die Bestimmung der vierten und letzten Konstanten, nämlich β. Wie man sieht, wird sie geboten durch die Bedingung, daß auch das System (x', y', z', t') symmetrisch sein soll.

So sind nun durch (74) und (79) in (69) alle diejenigen Größen durch die Relativgeschwindigkeit v der beiden gegebenen Schreitungen bestimmt, welche erforderlich sind, um die zu den Schreitungen gehörigen Raum-Zeit-Systeme (z, t) und (z', t) aufeinander zu beziehen. — Willkürlich bleibt bei gegebenen Schreitungen der beiden materiellen Systeme M und M' nur noch die Wahl einer der beiden Zeiteinheiten für t und t' und eine der beiden Längeneinheiten für z und z'.

§ 14. Gruppe der symmetrischen Raum-Zeit-Systeme.

Zwar nehmen wir die Relativitätsgesetze als gültig an, aber es soll vorläufig noch die Elektrodynamik aus unseren Untersuchungen ausgeschaltet werden. So ist auch ein Hinweis auf die Lorentzschen Raum-Zeit-Systeme zu vermeiden; an Stelle dieser Systeme treten für uns die symmetrischen Systeme, welche durch das Verhalten der Materie den Schreitungen zugeordnet werden. Im vorigen Paragraphen wurde dargelegt, wie je zwei dieser Systeme untereinander verbunden sind. Die Relativitätsgesetze verlangen nun, daß das Verhalten der Materie gegen alle symmetrischen Systeme genau gleich erscheine, und daß auch für jedes einzelne Raum-Zeit-System das Verhalten unverändert erscheine, wenn die Bewegungsrichtung geändert wird. — Für unsere jetzige Untersuchung, die sich auf eine Linienorientierung mit den beiden zugehörigen entgegengesetzten Richtungen bezieht, sind die Relativitätsgesetze hiernach so zu formulieren:

$$f'(u) = f(u), \quad (80)$$

$$f(-u) = f(+u), \quad (81)$$

wobei u jeden Wert erhalten darf. Zu welchen Folgerungen führen nun diese Annahmen? Wenn $u = 0$ und also $u' = -v$ gesetzt wird, und wenn man dabei bedenkt, daß $f(0) = 1$ ist, ergibt (75) wegen (80) und (81)

$$[f(v)]^2 = 1 - \beta v. \quad (82)$$

Fügt man hierzu (79), so folgt weiter

$$\frac{1-[f(v)]^2}{[f(v)]^2} = -v\left(\frac{1}{f(u)}\frac{df(u)}{du}\right)_{u=v}. \quad (83)$$

Es soll nun zur Abkürzung

$$f = f(u)$$

gesetzt werden. Ferner wollen wir noch bedenken, daß für v in (83) jeder beliebige Wert der Variablen u gesetzt werden darf, dann tritt leicht hervor, daß (83) die Form

$$\frac{1-f^2}{f} = -u\frac{df}{du}, \quad (84)$$

oder auch

$$\frac{f\,df}{1-f^2} = -\frac{du}{u} \quad (85)$$

erhalten darf. Als Lösung ergibt sich sogleich

$$f = f(u) = \sqrt{1-\frac{u^2}{C^2}}, \quad (86)$$

wobei C eine Integrationskonstante ist. — Achtet man auf die Bedeutung von $f = f(u)$, die nach (73) durch $L = fL_0$ bestimmt ist, und bedenkt auch die Beziehung (80), so läßt sich die Aussage (86) in Form des folgenden Satzes aussprechen:

Die Relativitätsgesetze sind nur dann erfüllt, wenn die Längenänderungen der Körper bei der Bewegung, beurteilt in irgendeinem der symmetrischen Systeme für Raum und Zeit, so erfolgen, daß ein Körper mit der Ruhlänge L_0 bei der Geschwindigkeit u parallel der Längsrichtung die Länge

$$L = L_0\sqrt{1-\frac{u^2}{C^2}} \quad (87)$$

zeigt. Dabei ist C eine gewisse Konstante, die für alle materiellen Körper, für alle symmetrischen Raum-Zeit-Systeme und für alle Richtungen in diesen den gleichen Wert haben muß, die also universelle Bedeutung hat.

Nach (74), (82) folgen nun die Beziehungen:

$$\alpha = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{C^2}}}, \quad \beta = \frac{v}{C^2}, \quad (88)$$

so daß (69) und (71) übergehen in:

$$\left.\begin{aligned} t' &= \frac{t - \frac{v}{C^2} z}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{C^2}}}, \quad z' = \frac{z - vt}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{C^2}}}, \\ t &= \frac{t' + \frac{v}{C^2} z'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{C^2}}}, \quad z = \frac{z' + vt'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{C^2}}}. \end{aligned}\right\} \quad (89)$$

$$u' = \frac{u - v}{1 - \frac{vu}{C^2}}, \quad u = \frac{u' + v}{1 + \frac{vu'}{C^2}}. \quad (90)$$

Ein Vergleich von (89) mit den Formeln (1) zeigt, daß die Relativitätsgesetze schon dann, wenn sie allein auf die Dimensionsänderungen materieller Körper bei Änderung der Schreitung angewandt werden, notwendig zur Konstruktion von Raum-Zeit-Systemen nach Art der Lorentz-Gruppe führen. Der Wert der Konstanten C, die bei der Lorentz-Gruppe zu der Lichtgeschwindigkeit wird, stellt sich hier dar als Resultat des Verhaltens der Materie. Je kleiner C wäre, um so mehr unterschiede sich nach (87) bei gleicher relativer Geschwindigkeit die scheinbare Länge L von der Ruhlänge L_0 in dem betreffendem Raum-Zeit-System.

§ 15. Grenzschreitungen. Äther.

In allen unseren bisherigen Untersuchungen ergab sich bei dem Zusammenschluß der Zeiten an verschiedenen Orten zu den symmetrischen Systemen die „Gleichzeitigkeit" als ein rein mathematisches Band. Sie erschien überhaupt für die hier betrachteten Erscheinungen als etwas Nebensächliches; die Zeitsysteme selbst bildeten nur Hilfskonstruktionen. Das, worauf es ankam, war die Untersuchung des Verhaltens der Materie bei Änderungen der Schreitung. In dieser Hinsicht haben wir nun noch einen Schritt zu machen, der für die Entwicklung der theoretischen Auffassung von fundamentaler Bedeutung ist.

Wir gehen aus von einer beliebigen Schreitung und fassen ein in dieser befindliches materielles System ins Auge, das also keinerlei innere Verschiebungen, keine Drehung erfährt, und auch im ganzen keine Beschleunigung zeigt; es soll „Vergleichssystem" heißen. Mit der so gekennzeichneten „Vergleichsschreitung" sollen die anderen Schreitungen verglichen werden, indem wir uns irgendeinen materiellen Körper, der „Versuchskörper" heiße, bald in die Vergleichsschreitung, bald in eine beliebige andere Schreitung übergeführt denken. Das Vergleichssystem, welches in Gedanken beliebig weiter ausgebaut werden kann, gibt die Möglichkeit, für die theoretischen Betrachtungen ein die gesamte Welt umspannendes Raumkoordinatensystem festzulegen. Der Versuchskörper kann so irgendwo in der Welt gedacht werden. Stets, wo der Versuchskörper auch sei, wird an ihm der Vergleichszustand der Bewegung dadurch charakterisiert sein, daß der Körper gegenüber dem materiellen Vergleichssystem, bezüglich gegenüber dem Vergleichskoordinatensystem, in relativer Ruhe erscheint. Jede andere Schreitung des Körpers wird durch Richtung und Größe der Relativgeschwindigkeit eindeutig gekennzeichnet. Es ist hier gleichgültig, welchen Körper man sich gerade als Versuchskörper ausgewählt denkt. Er dient hier nur als Repräsentant der Materie überhaupt, von der wir gemäß den Relativitätsgesetzen annehmen, daß sie sich in bezug auf die freiwilligen Änderungen der Dimensionen bei der Bewegung stets gleich verhält. Wenn zur Erhöhung der Anschaulichkeit von einem „Versuchskörper" die Rede ist, so wird damit an die beobachtende Tätigkeit erinnert, welche stets das Bindeglied zwischen Theorie und Wirklichkeit abgeben muß.

Irgendeine Richtung p werde ausgewählt und die Untersuchung zunächst auf diejenigen Schreitungen beschränkt, bei denen der Versuchskörper gegenüber dem Bezugssystem in relativer Bewegung parallel $+p$ oder $-p$ begriffen ist. Da die Zuordnung der Zeiten an den verschiedenen Orten gemäß dem von uns angenommenen symmetrischen System in einer von menschlicher Willkür völlig freien Weise geschieht, ist nach Festsetzung der Längen- und der Zeiteinheit jede der Schreitungen vollständig bestimmt durch Angabe der Relativgeschwindigkeit u. Wird nun L beobachtet und mit L_0 verglichen, so ist auch der Wert von C mittelst (87) zu berechnen. Es ordnen sich dann durch $u = +C$ und $u = -C$ zwei ganz bestimmt angebbare Schreitungen zu, die eine in der Richtung $+p$, die andere in der Richtung $-p$. Ich sagte hier absichtlich nur, daß sie angebbar seien, denn darauf kommt es allein an; die Frage, ob und wie sie zu realisieren seien, kann dahin gestellt bleiben. Um sie anzugeben, kann man zum Beispiel eine bestimmte Strecke im Versuchssystem abstecken und die Zeit angeben, in welcher diese durchlaufen werden müßte, damit C heraus kommt. Zu diesen Geschwindigkeiten $u = +C$ und $u = -C$ ordnet das Gesetz (87) den Wert $L = 0$ zu, für jede darüber hinausgehende Geschwindigkeit ergibt sich ein imaginärer Wert von L. Die beiden Schreitungen $u = +C$ und $u = -C$ haben also für die Materie eine kritische Bedeutung.

Man könnte zunächst auf den Gedanken

kommen, daß die Schreitungen vielleicht nur infolge der getroffenen Auswahl des materiellen Bezugssystems und des Zeitsystems ausgezeichnet seien. Um darüber ins klare zu kommen, denke man sich das gewählte Bezugssytem durch ein beliebiges anderes der Reihe mit Verschiebungen p ersetzt, und entsprechend das frühere Zeitsystem gegen das neue ausgetauscht. Die Relativgeschwindigkeit des neuen und des alten Bezugssystems sei v. Zum alten System mögen z, t, zum neuen z', t' gehören, so daß die Transformationsformeln (89) gültig werden. Bewegt sich ein Körper im alten System mit der Geschwindigkeit u, so erscheint seine Bewegung relativ zum neuen durch u' angegeben, wenn nach (90):

$$u' = \frac{u - v}{1 - \frac{uv}{C^2}}$$

ist. Im allgemeinen ist hiermit der Wert von u' von dem Wert u verschieden, wenn aber u gleich $+C$ wird, nimmt stets auch u' denselben Wert an. In allen den Raum-Zeit-Systemen, deren Schreitungen sich nur durch eine relative Verschiebung parallel einer festen Richtung unterscheiden, werden also durch die Geschwindigkeiten $u = +C$ und $u = -C$ eben dieselben beiden Schreitungen bezeichnet.

Ebenso wie zu p gibt es nun zu jeder beliebigen Richtung zwei kritische Schreitungen für das Verhalten der Materie. Alle diese Schreitungen zusammen genommen grenzen so diejenigen Schreitungen, auf welche sich die hier untersuchten Erscheinungen beziehen, ab gegen solche, welche für die uns bekannte sinnlich wahrnehmbare Materie entweder physikalisch unmöglich sind, oder bei welchen doch wenigstens die Materie ein gänzlich neuartiges Verhalten zeigen muß. Auf das abgegrenzte Gebiet der Schreitungen allein sind also auch die Relativitätsgesetze beschränkt.

Nach den Beobachtungen scheint uns Menschen C als eine sehr große Geschwindigkeit. Aber für das Weltgeschehen hat unser Urteil über „groß" und über „klein" ja keine Bedeutung. So bleibt, wenn wir die Welt im ganzen betrachten, nur die Tatsache bestehen, daß aus der unendlichen Fülle der überhaupt möglich scheinenden Schreitungen ein bestimmt begrenzter und zwar in seinen Grenzen genau angebbarer Bereich sich aussondert, in dem die uns vertrauten Naturerscheinungen sich abspielen. Solange man die Augen allein auf das abgegrenzte Gebiet der Bewegungszustände richtet, könnte man die Meinung hegen, daß „alle Schreitungen und die zugehörigen Raum-Zeit-Systeme für das Weltgeschehen gleichwertig seien", denn es läßt sich wegen der besonderen Art, in welcher die Dimensionen mit der Schreitung variieren, die eine Schreitung von der anderen mit den uns bekannten Hilfsmitteln nicht unterscheiden. Man könnte sich in der Meinung der Gleichwertigkeit noch bestärkt fühlen durch die Bemerkung, daß bei ein und demselben Übergang von einer Schreitung zu einer andern die Änderungen der Dimensionen bald als Vergrößerung, bald als Verkleinerung erscheinen, je nachdem der Beobachter selbst sich in der einen oder der anderen Schreitung befindet. Sobald nun aber aus den Beobachtungen auf die Gültigkeit der Relativitätsgesetze geschlossen wird, so daß, wie eben beschrieben, eine natürliche Abgrenzung der uns gewohnten Bewegungszustände angenommen werden muß, ist es unmöglich der Folgerung zu entgehen, daß eben doch nicht alle Schreitungen für das Weltgeschehen gleichwertig sind. Es wäre unter solchen Umständen auch durchaus unnatürlich, wenn man ohne Einschränkung die Gleichwertigkeit der Schreitungen innerhalb jener Grenzen behauptete. Das unbedingte Relativitätsprinzip ist damit gefallen. Es bleibt nichts anders übrig, als in der Unmöglichkeit der Unterscheidung der Schreitungen mittels der bekannten Naturerscheinungen nur eine Unzulänglichkeit der menschlichen Erfahrung zu sehen. Daran knüpft sich die zur Tat anregende Hoffnung, daß es doch einmal möglich sein werde, diese Unzulänglichkeit zu überwinden.

Wie ist nun die Abgrenzung eines bestimmten Teiles der Schreitungen zu erklären? Wir glauben annehmen zu dürfen, daß diese Abgrenzung für alle materiellen Körper und in allen Teilen der Welt in gleicher Weise erfolgt, ohne daß es dabei auf die Gruppierung der sichtbaren Körper ankommt. Wie erklärt sich auch dies? Eine etwaige Unbestimmtheit in der Zusammenordnung von Zeit und Ort kommt hier gar nicht zur Geltung, so muß denn ohne Zweifel der Grund in der Außenwelt gesucht werden. Die unmittelbar sich bietende, ja sich aufdrängende Erklärung ist die, daß die Welt von einem sich unseren Sinnen nicht direkt zeigenden Etwas erfüllt ist, was die Bewegungen der sinnlich wahrnehmbaren Materie nicht merklich mitmacht, und durch seine Beziehungen mit der sinnlich wahrnehmbaren Materie die Grenzschreitungen bestimmt. Diesem Etwas wird nach altem Brauch der Name „Äther" beizulegen sein. So zeigt sich hier, daß gerade die Relativitätsgesetze, welche so oft gegen die Ätherhypothese ins Feld geführt werden, bei voller Ausmessung ihrer Tragweite

dazu zwingen, die Existenz des Äthers anzuerkennen.

Es mag hier noch der zuweilen gehörte Einwand, daß es unerlaubt sei, etwas „künstlich zu konstruieren", wovon die Sinne keine Kunde gäben, als durchaus unberechtigt zurückgewiesen werden, denn die Sinne bieten uns nur einen sehr beschränkten Ausblick in die Welt. Schon die Luft, von der wir doch leben, zeigen sie uns nicht mehr unmittelbar. Der Fortschritt der Physik ist in sehr vielen, man könnte fast sagen, in allen wichtigen Fällen erst erreicht worden, indem man lernte über die unmittelbaren Sinneseindrücke hinauszugehen.

§ 16. Schreitung und Geschwindigkeit des Geschehens.

Nach den Relativitätsgesetzen soll es für die Beschreibung des uns bekannten Weltgeschehens ein ganzes System formal gleichwertiger Raum-Zeit-Koordinatensysteme geben. Für die Änderungen der Schreitung haben wir ein solches System in der Gesamtheit der symmetrischen Systeme schon gefunden; so ist denn nun anzunehmen, daß eben diesen Systemen gegenüber die Relativitätsgesetze sich auch bei anderen Naturerscheinungen bewähren. Es soll nun zunächst die Geschwindigkeit des „Weltgeschehens", das heißt des Ablaufs der physikalischen, der chemischen und auch der Lebenserscheinungen beachtet werden.

Wird in einem der symmetrischen Systeme die Zeiteinheit festgesetzt, so ordnen die Transformationsformeln

$$t' = \frac{t - \frac{v}{C^2} z}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{C^2}}}, \qquad t = \frac{t' + \frac{v}{C^2} z'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{C^2}}} \qquad (91)$$

zu jedem anderen System eine bestimmte Zeiteinheit zu. (z, t) sei das System, in welchem die Zeiteinheit zunächst definiert wird. An einem bestimmten Ort im System (z', t'), wo etwa z' den Wert Z' hat, stehe eine Uhr, die mit den Uhren im System (z, t) verglichen wird, an denen sie vorübergeht. Es gilt dabei nach (91)

$$t' = -\frac{v}{C^2} Z' + t\sqrt{1 - \frac{v^2}{C^2}}. \qquad (92)$$

Hieraus folgt, daß vom System (z, t) aus beurteilt die Zeiteinheit für (t', z') länger als die für (z, t) zu sein scheint, und zwar im Verhältnis

$$1 : \sqrt{1 - \frac{v^2}{C^2}}. \qquad (93)$$

Für einen bestimmten Ort im System (z,t) andererseits, etwa für den Ort, dem $z = Z$ angehört, ist nach (91)

$$t = \frac{v}{C^2} Z + t'\sqrt{1 - \frac{v^2}{C^2}}. \qquad (94)$$

Vom System $(z' t')$ aus beurteilt, erscheint also die Zeiteinheit für (z, t) länger als die für (z', t'). Es zeigen sich die Gesetze der Relativität gewahrt. Der Widerspruch, der zunächst in dem verschiedenen Ergebnis der beiden Vergleiche zu bestehen scheint, löst sich sogleich, wenn man beachtet, daß im ersten Fall die Zeit an einem bestimmten Ort im System (z', t') nacheinander mit den Zeiten an den verschiedenen Orten im System (z, t) verglichen werden muß, an welchen er bei der Relativbewegung nacheinander vorüberkommt, während im zweiten Fall umgekehrt die Zeit an einem bestimmten Ort im System (z, t) nacheinander mit den Zeiten an verschiedenen Orten im System $(z' t')$ verglichen wird. Man erkennt so, daß für den Vergleich der Zeiten nicht nur der Ablauf der Zeiten in den beiden Systemen, sondern auch die Art der Zuordnung der Zeiten an den verschiedenen Orten zu Zeitsystemen in Betracht kommt.

Es macht sich damit auch hier die Unbestimmtheit in der Festsetzung der Gleichzeitigkeit bemerkbar. Der Anhänger des unbedingten Relativitätsprinzips wird sagen, daß sich eben nur von neuem die Relativität aller Beurteilung des Zeitverlaufes äußere; wer die Unbedingtheit des Prinzipes nicht anerkennt, wird nur ein Hindernis in der Beurteilung der Geschwindigkeit des Weltgeschehens vor sich sehen, das wir nicht oder noch nicht beseitigen können. —

Die Beziehung der Längeneinheiten in den beiden verglichenen Raum-Zeit-Systemen (z, t) und (z', t') wurde dadurch festgesetzt, daß ein Körper, der nacheinander in beiden Systemen zu relativer Ruhe gebracht wird und unter gleichen Bedingungen die den inneren Kräften entsprechenden Dimensionen frei annehmen kann, dabei Längen mit gleichen Maßzahlen zeigen soll. Die Beziehung der Zeiteinheiten wurde vorhin (§ 10) so festgesetzt, daß die Relativgeschwindigkeit der beiden Koordinatensysteme in den beiden Zeitsystemen beurteilt, abgesehen vom Vorzeichen, den gleichen Wert erhielt. Die Relativitätsgesetze verlangen nun eine sehr viel weitergehende physikalische Bedeutung der so bestimmten Zuordnung der Zeiteinheiten. Alle entsprechenden Vorgänge nämlich sollen in den beiden Raum-Zeit-Systemen so ablaufen, daß entsprechende Änderungen in Zeitintervallen vorgehen, die gleiche Maßzahlen erhalten. Wenn also z. B. eine Uhr aus relativer Ruhe in einem der Systeme in relative Ruhe zum anderen System übergeführt wird, so soll sie, unter sonst gleichen

Umständen verglichen, in bezug auf die neue Zeiteinheit eben denselben Gang zeigen wie vorhin in bezug auf die alte Zeiteinheit. Ebenso sollen, an den beiden Zeiteinheiten gemessen, elastische Körper Töne, Moleküle Lichtschwingungen gleicher Schwingungszahl zeigen, sollen chemische Umwandlungen mit gleichen Geschwindigkeiten erfolgen, und sollen Lebewesen unter gleichen Umständen gleich schnell wachsen und altern. — Bedenkt man noch, daß die Transformationsformeln, welche irgend zwei Raum-Zeit-Systeme verbinden, vollständig symmetrisch sind, so scheint der Ausspruch, „die verschiedenen Raum-Zeit-Systeme seien für das Weltgeschehen gleichberechtigt", recht wohl am Platz —; und doch kann man schnell erkennen, daß diese Behauptung sehr mit Vorsicht aufzufassen ist, wenn man sie nicht gründlich mißverstehen soll. Es wird im folgenden gezeigt werden, daß, im Gegensatz zu der formalen Gleichberechtigung, physikalische Unterschiede vom allergrößten Ausmaß angenommen werden müssen.

Die Beschreibung eines besonderen Experimentes möge die Einleitung bilden.

Auf einem materiellen System, dem „Vergleichssystem", das sich in einer gleichbleibenden Schreitung befindet, möge derselbe Vorgang körperlich zweimal in gleicher Weise eingeleitet werden. Zwei gleiche Uhren z. B. mögen auf gleichen Gang einreguliert und auf gleichen Stand gebracht werden, oder es möge derselbe chemische Prozeß zweimal eingeleitet werden. Man könnte die Beobachtungen auch an zwei Lebewesen knüpfen, die ihr Leben gleichzeitig beginnen. Die beiden Versuchsgebilde seien A und B. A möge nun stets im Vergleichssystem bleiben, B aber werde in eine andere Schreitung übergeführt, und hier wieder auf dieselben Bedingungen gebracht. Die relative Geschwindigkeit u möge den Unterschied zwischen den Schreitungen ausmachen. Nach beliebiger Zeit werde dann die Schreitung so umgewandelt, daß vom Vergleichssystem beurteilt die Relativbewegung nun umgekehrt erscheint, die Geschwindigkeit also $-u$ ist. So befindet sich denn B auf dem Rückweg zu A. Zur rechten Zeit werde das Gebilde B wieder auf die Schreitung des Vergleichssystems gebracht, so daß es sich wieder wie anfänglich in relativer Ruhe bei A befindet und in seinem Zustand mit A verglichen werden kann. — Wir wollen uns vorstellen, daß B während des ganzen Verlaufes des Versuches vom Vergleichssystem aus beobachtet wird, und zwar stets von denjenigen Orten aus, an denen es vorüberkommt. Die Geschwindigkeit seiner Änderungen scheint dann während der Perioden der Relativbewegungen $+u$ und $-u$ im Verhältnis $1:\sqrt{1-u^2/C^2}$ verkleinert. Dürfen gegenüber diesen Perioden die Perioden der Übergänge vernachlässigt werden, so muß am Schluß des Versuches B in seinem Fortschritt gegenüber A im Verhältnis $\sqrt{1-u^2/C^2}:1$ zurückgeblieben sein. Und dieses Zurückbleiben ist unbedingt reell, denn die beiden Gebilde A und B können ja unter gleichen Umständen unmittelbar beieinander verglichen werden. Hier ist es ganz sicher ausgeschlossen, an einen Schein zu glauben, der durch unsere Auffassung der Zeit bewirkt wird. So ist denn also auch die Folgerung unabwendbar, daß für den Verlauf der Weltvorgänge die Schreitungen nicht gleichwertig sind, und damit sind wir von neuem zu einem Schluß gekommen, welcher der Unbedingtheit des Relativitätsprinzipes durchaus widerspricht. — Man könnte vielleicht die Vermutung hegen, daß die Übergänge von einer Schreitung zur anderen mitwirkten, da in unserem Experiment nur B, nicht aber A solche Änderungen erfährt, also auch darin ein Unterschied in den Schicksalen von B gegenüber A zu finden ist. Bedenken dieser Art sind jedoch bald zu beseitigen; man braucht sich nur vorzustellen, daß auch A alle die Bewegungsänderungen auferlegt werden, die B durchmachen muß, mit dem Unterschied nur, daß B lange Zeiten hindurch auf den Relativgeschwindigkeiten $+u$ und $-u$ gegenüber dem Vergleichssystem bleibt, während A von der Relativgeschwindigkeit $+u$ schon nach kurzer Zeit wieder zur relativen Ruhe gebracht wird, und hier lange verweilt, um dann erst wieder auf kurze Zeit auf die Relativgeschwindigkeit $-u$ zu kommen. Man kann den Versuch noch mannigfach variieren, z. B. so, daß A ebenso wie B zwei verschiedene Schreitungen, $+u$ und $-u$, nacheinander inne hat. Wird dann zu A der Wert u_1, zu B der Wert u_2 zugeordnet, so muß der Vergleich von A und B am Schluß des Versuches ergeben, daß B oder A in seinem Fortschritt zurückgeblieben erscheint, je nachdem die Schreitungen $+u_2$, $-u_2$ oder $+u_1$, $-u_2$ weiter auseinanderliegen. Vielleicht ist gerade diese Formulierung des Satzes besonders geeignet, um die Ungleichwertigkeit der verschiedenen Schreitungen klar und deutlich zu zeigen. Daß auch hier ebensowenig wie vorhin zwei einzelne Schreitungen verglichen werden, ist unvermeidlich, da bei Verschiedenheit der dauernd gleichbleibenden Schreitungen zweier Gebilde der Vergleich in räumlichem und zeitlichem Beieinander nur einmal und dann niemals wieder möglich ist. —

Die hier beschriebenen Erscheinungen können auch dazu benutzt werden, um einen neuen

Beweis für die Notwendigkeit der Ätherhypothese zu liefern. Zu diesem Zwecke denke man sich die Schreitungen $+u$ und $-u$ des Gebildes B durch immer weiteres Vergrößern von u weiter und weiter hinausgeschoben. Wenn sie schließlich an $+C$ und $-C$ herangehen, wird gemäß dem Nullwerden des Ausdrucks $\sqrt{1-u^2/C^2}$ eine völlige Hemmung des Geschehens in B eintreten. Durch $u=+C$ und $u=-C$ sind, wie wir erfahren haben, zwei bestimmte Schreitungen dargestellt, die der gewählten Bewegungs rchtung zugeordnet erscheinen, und die ganz unabhängig von dem gewählten Vergleichssystem sind. Wir nannten sie die zur ausgewählten Richtung gehörigen Grenzschreitungen. Jetzt tritt hervor, daß diese Grenzschreitungen auch dadurch charakterisiert sind, daß in ihnen die physikalischen, chemischen und Lebens-Vorgänge eine vollständige Hemmung erfahren. Auch hieraus folgt wieder, daß bei dem Durchgang durch die Grenzschreitungen in dem Verhalten der Materie eine fundamentale Änderung eintreten muß. So sehen wir denn neue Gründe, anzunehmen, daß in der Welt für die Bewegungen der sinnlich wahrnehmbaren Materie mit den uns bekannten Eigenschaften nur ein bestimmt abgegrenzter Bereich der Schreitungen möglich ist. Wiederum bleibt uns zur Erklärung nur die Hypothese eines Mediums, welches unabhängig von der sinnlich wahrnehmbaren Materie und von ihren Bewegungen die Welt erfüllt, eben die Hypothese des Äthers.

Bei der hier gewählten Darstellung wurde damit begonnen (§ 12), die Dimensionsänderungen der Körper theoretisch zu verwerten. Die Gesetze über die Geschwindigkeit des Geschehens ordneten sich dann ohne weiteres der schon fertigen mathematischen Theorie ein. Man wird ohne Schwierigkeit feststellen können, daß auch umgekehrt vorgegangen werden kann.

Es mag nun noch die Beziehung der Minkowskischen Eigenzeit τ zur Geschwindigkeit des Geschehens kurz besprochen werden. Vorgreifend setzen wir dabei $C=c$.

Für die Beurteilung der Vorgänge werde ein Lorentz-System (x, y, z, t) nach Belieben ausgewählt. M sei das körperliche System, in welchem die beobachteten Vorgänge stattfinden. Es soll angenommen werden, daß die relativen Bewegungen innerhalb M gegenüber der Lichtgeschwindigkeit so klein sind, daß es erlaubt ist, jederzeit dem gesamten System M eine einheitliche Schreitung zuzuschreiben. Diese jeweilige Schreitung, die mit S' bezeichnet werden möge, stellt sich im System (x, y, z, t) durch eine bestimmte Geschwindigkeit $\mathfrak{v}$ dar. Es soll weiter noch angenommen werden, daß die Änderungen der Schreitung S' von M stets so langsam erfolgen, daß die Beschleunigungen keinen wesentlichen Einfluß auf den Ablauf der Vorgänge in M ausüben. —

Die Relativitätsgesetze verlangen, daß die Geschwindigkeit des Ablaufs der Vorgänge in M, beurteilt vom System (x, y, x, t) aus, sich zugleich mit $\mathfrak{v}$ ändert. Gehört zur jeweiligen Schreitung S' das Lorentz-System (x', y', z', t'), so daß in diesem die Relativgeschwindigkeit $\mathfrak{v}'$ von M gleich 0 ist, so gibt dt' nach den Relativitätsgesetzen ein Maß an für den Fortschritt der Vorgänge während des zugehörigen Zeitmomentes des Bestehens von M.

Wegen $\mathfrak{v}'=0$ ist nach (13), (14):

$$d\tau = dt' = dt\sqrt{1-\frac{\mathfrak{v}^2}{c^2}}. \qquad (95)$$

Bei den Änderungen der Schreitung S' wird sich zwar dt' stets auf andere Lorentz-Systeme beziehen, (95) bleibt aber dauernd gültig, so folgt denn dieser Satz: Das Zeitintervall

$$\Delta\tau = \int_1^2 d\tau = \int_1^2 dt\sqrt{1-\frac{\mathfrak{v}^2}{c^2}} \qquad (96)$$

der Eigenzeit zwischen den beiden Momenten (1) und (2) des Bestehens des körperlichen Systems M gibt ein Maß ab für den in diesem System inzwischen stattfindenden Fortschritt der Vorgänge. — Beobachtet man z. B. die gleichen Vorgänge in zwei gleichen körperlichen Systemen, die in den beiden Zeitmomenten (1) und (2) beieinander sich befinden, so daß ein Vergleich der Zustände dann möglich ist, deren Schreitung inzwischen aber in beliebig verschiedener Weise sich geändert hat, so wird das Verhältnis des Fortschrittes der Vorgänge durch das Verhältnis der beiden Intervalle $\Delta\tau$ der Eigenzeiten angegeben. — Die in diesem Paragraphen vorhin besprochenen Experimente können mittels des Satzes leicht rechnend verfolgt werden. —

Die Geschwindigkeit, mit welcher vom System (x, y, z, t) aus beurteilt die Vorgänge im körperlichen System M vor sich gehen, ist gemäß (95) proportional mit $\sqrt{1-\mathfrak{v}^2/c^2}$. Wegen (96) erscheint hiernach die Eigenzeit als das Zeitintegral der Geschwindigkeit des Geschehens. — Nimmt man einen Äther an, so wird bei Benutzung desjenigen Lorentz-Systemes, welches zur relativen Ruhe gegen den Äther gehört, die Geschwindigkeit des Geschehens durch $\sqrt{1-\mathfrak{v}^2/c^2}$ nicht nur scheinbar, sondern auch der Wirklichkeit entsprechend angegeben.

§ 17. Elektrodynamische Erscheinungen.

Jetzt erst sollen die Blicke auch auf diejenigen Erscheinungen gelenkt werden, welche doch den Anlaß zu den heutigen Diskussionen über die Relativitätsgesetze gegeben haben, auf die Erscheinungen der Elektrodynamik. Nehmen wir einmal an, daß in der in den vorhergehenden Paragraphen geschilderten Weise die Physik aus dem Verhalten der Materie bei Änderung der Schreitung in bezug auf die Änderungen der Dimensionen und in bezug auf die Änderung der Geschwindigkeit des Ablaufs von Vorgängen physikalischer und chemischer Art sowie von Lebenserscheinungen, auf die an den Ausdruck $\sqrt{1 - v^2/C^2}$ geknüpften Gesetze geschlossen hätte, und daß so der Wert von C experimentell bestimmt worden wäre. Dann würde eine Entdeckung von größter Tragweite bevorstehen: es würde gefunden werden, daß C eben gleich der Geschwindigkeit des Lichts ist, und daß darum eine enge Verbindung zwischen der Materie und den elektrodynamischen Erscheinungen sich andeutet.

Die erwählten Zeitsysteme bekommen nun eine neue theoretische Bedeutung, die ihre Konstruktion in der Praxis äußerst einfach und bequem macht: Das zu einem in beliebiger Schreitung begriffenen Koordinatensystem gehörige symmetrische „System der Zeit" wird nämlich jetzt zu demjenigen System, in welchem die Geschwindigkeit des Lichtes nach irgend zwei entgegengesetzten Richtungen und weiter überhaupt nach allen Richtungen sich als gleich groß darstellt.

Die Elektrodynamik erhält so für unsere Untersuchungen eine ausgezeichnete Stellung. Es soll, um dieses recht hervortreten zu lassen, die Ausbreitung elektrodynamischer Erregungen jetzt noch mit der Ausbreitung anderer Erregungen, vor allem mit der Ausbreitung des Schalles verglichen werden.

Da wir annehmen, daß experimentell die Gesetze der Relativität als gültig gefunden worden seien, stellt sich unserem Geiste folgendes Bild dar:

Wird in einem im Zustand relativer Ruhe und in Schreitung ohne Beschleunigung sich befindenden homogenen und isotropen elastischen Medium, etwa in Luft bei Windstille oder in Wasser ohne Strömungen, die Ausbreitung des Schalles beobachtet, wobei der Beobachter in gleicher Schreitung wie das Medium sich befindet und demgemäß mit dem zugehörigen symmetrischen System der Zeit rechnet, so zeigt sich ihm, daß die Ausbreitung in Kugelwellen vor sich geht, deren Mittelpunkt das erregende Zentrum selbst ist. Ist das elastische Medium aber gegen den Beobachter in gleichmäßiger relativer Bewegung mit der Geschwindigkeit u begriffen, und urteilt er auch dann nach dem symmetrischen System seiner eigenen Schreitung, so gelangt er zu einer anderen Anschauung. (S. § 6.) Die Ausbreitung erscheint ihm nicht in Kugelwellen, sondern in ellipsoidischen Wellen zu erfolgen. Die Wellen zeigen dabei ihren geometrischen Mittelpunkt nicht mehr im erregenden Zentrum, sondern scheinen gegenüber der sich gegen den Beobachter bewegenden Materie zurückzubleiben. Handelt es sich um den Schall in Luft, so geschieht das Zurückbleiben allerdings nur mit der Geschwindigkeit

$$\left(\frac{333 \times 100}{3 \cdot 10^{10}}\right)^2 u = \text{ca. } \frac{1}{10^{12}} u,$$

ist also recht gering. Aber ob die Wirkung stark oder schwach ist, ist hier nebensächlich, wesentlich ist, daß sie überhaupt vorhanden ist, und daß so die Erregung zwar in der Hauptsache von ihrem Träger, der Materie, mitgenommen zu werden scheint, jedoch nicht vollständig. Denken wir uns, daß ein und derselbe Beobachter zu gleicher Zeit an verschiedenen Stellen verschieden starke und verschieden gerichtete Strömungen desselben elastischen Mediums beobachtet, so wird er bemerken, daß bei jeder anderen Strömung ein anderes Zurückbleiben stattfindet. So wird er in dem Zurückbleiben nicht etwa nur einen Schein, sondern eine reale physikalische Tatsache sehen müssen. Er könnte wohl eine kurze Weile in dieser Ansicht wankend werden, wenn er an die Unbestimmtheit der Feststellung der Gleichzeitigkeit denkt, aber diese Bedenken müssen schwinden, sobald er sich davon überzeugt, daß durch keine der zulässigen Annahmen über das Zeitsystem das beobachtete Phänomen der Verschiebung der Wellen sich beseitigen läßt. Wohl kann durch passende Auswahl des Systems für eine beliebig ausgewählte Bewegung des elastischen Mediums die Verschiebung für den Anschein weggeschafft werden, — man braucht dazu ja nur das symmetrische System der Zeit für die betreffende Schreitung heranzuziehen — aber dann zeigen alle Teile des Mediums, die in anderen Schreitungen sind, die Verschiebung eben doch. Ich meine, daß gar mancher Physiker schon allein hierin einen unverkennbaren Fingerzeig für das Vorhandensein des Äthers erblicken wird.

Nun möge zur Beobachtung von Erregungen einer größeren Ausbreitungsgeschwindigkeit übergegangen werden; zunächst etwa werde die Schallausbreitung in elastisch rigideren Medien, dann die Lichtausbreitung in materiellen Kör-

pern beobachtet werden. Das Zurückbleiben tritt dann stärker und stärker hervor. Für das Licht in materiellen Körpern wird es schon zu einem so großen Bruchteil der Bewegung der Materie (Fizeau-Versuch), daß man den Eindruck erhält, die Materie beeinflusse die Erregung nur insofern, als sie ihr einen Bruchteil der eigenen Bewegung aufzwinge. Wenn dann schließlich die Ausbreitung der elektrodynamischen Erregungen in Räumen frei von Materie untersucht wird, tritt etwas völlig Neues auf, indem die Ausbreitung unabhängig wird von der Materie, in welcher doch für unsere menschlichen Experimente und Beobachtungen stets der Ursprung der Erregung zu suchen ist. — Die Beobachtungen zeigen, daß $C =$ der Lichtgeschwindigkeit c ist, also folgt, daß die Ausbreitung des Lichtes stets in jenen ausgezeichneten Schreitungen erfolgt, welche sich uns als Grenzzustände für das Verhalten der Materie darstellten. So kommen wir denn zu folgenden, für die Auffassung fundamentalen Ergebnissen: Die elektrodynamischen Erregungen gehen zwar von der Materie aus und wirken auf sie ein, ihre Ausbreitung aber in dem von sinnlich wahrnehmbarer Materie freien Raum erfolgt ganz unabhängig von dieser und ihren Bewegungen. Und zwar erfolgt die Ausbreitung stets in Schreitungen, die in Raum und Zeit absolut, d. h. unabhängig von der Anschauung des menschlichen Beobachters, gegeben erscheinen.

Es sei erlaubt, hier noch etwas mehr zu verweilen.

Für die Beschreibung der elektrodynamischen Phänomene kann zwar jedes einzelne der unendlich vielen Lorentz-Systeme von Raum und Zeit benutzt werden, und für den menschlichen Beobachter wird sich je nach seiner Schreitung bald das eine, bald das andere als das nächstliegende darbieten, aber das ändert nichts an der Tatsache, daß die zu beschreibenden Vorgänge ganz unabhängig von dem Beobachter und seiner Raum-Zeit-Vorstellung in der Welt sich abspielen. Der Anblick ist für den Beobachter je nach seinem Standpunkt in der Welt verschieden: darin liegt das subjektive Element; wir erkennen aber hinter diesen Vorstellungsbildern Vorgänge in der Welt, die unabhängig von dem Menschen und seinen Vorstellungen sind: darin tritt uns das objektive Weltgeschehen entgegen.

Die Folgerungen für Äther und Relativitätsprinzip sind nun klar: Für das elektrodynamische Feld mit seiner unabhängig von der sinnlich wahrnehmbaren Materie und ihren Bewegungen sich abspielenden Vorgängen und seinen absolut in Raum und Zeit gegebenen Schreitungen scheint es durchaus natürlich, einen besonderen Träger, eben den Äther, anzunehmen. Was aber das Relativitätsprinzip anbetrifft, so erkennen wir von neuem das Vorhandensein von ausgezeichneten Schreitungen, so daß es unerlaubt erscheint, ohne Einschränkung von einer Gleichwertigkeit aller Schreitungen zu sprechen.

Nach den Darstellungen von A. Einstein (vergl. § 8) scheint es, als ob die Grundlagen der von Lorentz vertretenen Theorie der Elektrodynamik, welche einen ruhenden Äther annimmt, durch den Ausfall des Experimentes von Michelson erschüttert seien, und als ob die Lorentz-Fitzgeraldsche Hypothese der Kontraktion nur einen künstlichen Versuch darstelle, die Theorie zu retten. Ich kann das durchaus nicht anerkennen. Die Theorie, um die es sich handelt, nimmt als Träger für das elektrodynamische Feld einen ruhenden Äther an und stellt die Gleichungen auf:

$$\operatorname{div} \mathfrak{E} = 4\pi\varepsilon, \qquad \operatorname{div} \mathfrak{M} = 0,$$

$$\dot{\mathfrak{E}} = c \operatorname{vers} \mathfrak{M} - 4\pi\varepsilon\mathfrak{v}, \qquad \dot{\mathfrak{M}} = -c \operatorname{vers} \mathfrak{E},$$

$$\mathfrak{F} = e\left(\mathfrak{E} + \frac{1}{c}[\mathfrak{v}\mathfrak{M}]\right),$$

mit dem Zusatz, daß die Elektrizität an einzelne materielle Teilchen gebunden ist. Die Grundlagen der Theorie sind schon hiermit vollständig; will man auf ihnen eine Darstellung der wahrnehmbaren Erscheinungen aufbauen, so muß man angeben, wie die elektrischen Teilchen sich verhalten, wie sie sich bewegen usw. Ohne weiteres anzunehmen, daß die elektrischen Teilchen sich in ihren Bewegungen etwa als vollkommen starre Kugeln zeigen sollten, wäre durchaus willkürlich. Daß eine solche Hypothese verfolgt wird, wie es zum Beispiel Abraham getan hat, ist gewiß gerechtfertigt, ja vom wissenschaftlichen Standpunkt sogar notwendig, aber physikalisch betrachtet hat die Hypothese doch nicht viel Wahrscheinlichkeit für sich. Denken wir an analoge Vorgänge, an die Bewegung eines Auto-Ballons in der Luft, eines Torpedos im Wasser: das Medium übt hier auf den sich bewegenden Körper Kräfte aus, die ihn deformieren. Nun zeigen die elektrodynamischen Gleichungen, daß auch bei Bewegung elektrisierter Körper deformierende Kräfte erregt werden. So scheint die Annahme gewisser Deformationen wohl geboten, und ein Analogieschluß legt es sehr nahe, auch für die gewöhnliche, sinnlich wahrnehmbare Materie Deformationen zu vermuten. Daß diese Deformationen erst in der Nähe der Lichtgeschwindigkeit erhebliche Bruchteile ausmachen sollen, wie aus dem Michelsonschen Experiment gefolgert wird, deutet auf sehr große Widerstandskraft der Bausteine der Materie. —

Also ganz gewiß nicht in den Deformationen an sich wird man irgendeinen Widerspruch gegen die Grundlagen der Lorentzschen Theorie sehen dürfen. Man wird im Gegenteil solche Deformationen voraussehen und nach ihnen suchen müssen. Die außerordentliche Bedeutung des Experimentes von Michelson ist es nun, daß es diese Deformationen wirklich kennen lehrt, und bedeutungsvoll erscheint das Resultat, daß wir gerade auf das elektrodynamisch ausgezeichnete Verhältnis $1 : \sqrt{1 - v^2/c^2}$ hingewiesen werden. Sollte es nun „künstlich" scheinen, daß eben dieser Wert angenommen werden muß? H. Poincaré[1]) hat gezeigt, daß solche Deformationen sich für ein Elektron aus der Einwirkung des Eigenfeldes erklären, wenn angenommen wird, das Elektron erleide keine anderen äußeren Kräfte als elektrische, und befinde sich dabei unter allseitig gleichem konstanten äußeren Druck. Diese Vorstellung scheint so gut verträglich mit den übrigen Vorstellungen von der Konstitution der Materie, daß ein Weg zur Erklärung des Kontraktionsgesetzes jedenfalls gegeben scheint und daher von einer Absonderlichkeit nicht gesprochen werden kann. Zu erwägen wäre nur die Frage, ob denn dieses so überaus einfache Gesetz wirklich in dem ganzen Bereich bis hinauf zu der Lichtgeschwindigkeit gelten sollte. Es erscheint möglich, darüber mittels Untersuchungen über die Maße der Elektronen durch das Experiment Aufschluß zu erhalten. Abweichungen von dem einfachen Gesetz würden gegen das unbedingte Relativitätsprinzip sprechen. —

§ 18. Grenzen der Relativitätsgesetze.

Wir haben schon insofern Grenzen der Relativitätsgesetze kennen gelernt, als von den möglichen Koordinatensystemen in gleichbleibenden Schreitungen und von den möglichen Zeitsystemen nur ein bestimmt abgegrenzter Teil für die Beschreibung der Erscheinungen gleichartig erscheint. Man kann aber noch in anderer Hinsicht nach Grenzen für die Gültigkeit der Relativitätsgesetze fragen: Gelten sie nur für einen gewissen Kreis von Naturerscheinungen, oder umfassen sie alle?

Wir nehmen an, daß für die Änderungen der Dimensionen der materiellen Körper und für die Geschwindigkeit des Geschehens bei Änderungen des Bewegungszustandes genau diejenigen Schreitungen als Grenzen auftreten, in denen die elektrodynamischen Erregungen sich ausbreiten, daß also insbesondere auch die Lichtgeschwindigkeit hier wie dort als fundamentale Konstante auftritt. So scheint es naturgemäß zwischen allen diesen Phänomenen einen nahen Zusammenhang vorauszusetzen. Sobald die Existenz des Äthers angenommen wird, gibt dieser sofort die Verbindung zwischen den Erscheinungen. Es ist dann zu folgern, daß eben dieselben Eigenschaften des Äthers, welche bei der Ausbreitung der elektrodynamischen Erregungen ins Spiel kommen, auch die Kräfte beeinflussen, welche die Dimensionen der materiellen Körper und die Geschwindigkeit des Ablaufs der Vorgänge in ihnen regeln. Darf aber angenommen werden, daß damit die Gesamtheit der Naturerscheinungen erschöpft wird? Schon in bezug auf die inneren Kräfte der Materie kann man Zweifel hegen, noch mehr treten diese auf, wenn an die Gravitation gedacht wird, denn die Gravitation hat manches an sich, was gegenüber den elektrodynamischen Erscheinungen fremdartig scheint. Auffällig ist vor allem, daß die Gravitation ganz im Gegensatz zu den elektrodynamischen Erregungen die Materie unseres Wissens ohne Beeinflussung frei durchdringt. Wir haben z. B. keinen Grund anzunehmen, daß die Wechselwirkung zwischen zwei materiellen Teilchen, von denen das eine im tiefen Innern der Sonne, das andere im tiefen Innern der Erde liegt, irgendwie durch die mächtigen umhüllenden Mäntel von Materie beeinflußt wird. Man könnte vielleicht auch hervorheben, daß die Gravitation ganz ausschließlich durch die „Masse" bestimmt wird, während bei elektrodynamischen Vorgängen wesentlich andere Faktoren mitwirken. Aber freilich ist hier zu beachten, daß gerade die Trägheit mit den elektrodynamischen Vorgängen verkettet erscheint. Man wird daher erst noch vorsichtig fragen müssen, wie enge diese Verkettung ist. Ganz sicher ist wenigstens ein Teil der Trägheit der Materie elektrodynamischen Ursprungs, ist sie es aber ganz? Trägheit heißt im Sinne der Mechanik Widerstand gegen Bewegungsänderungen; sollte es nicht vielleicht mehrere Ursachen für diesen Widerstand geben können?

Wenn die Gravitation sich in die Gesetze der Relativität einordnen soll, so muß jedenfalls ihre Ausbreitung mit der für die Elektrodynamik charakteristischen Lichtgeschwindigkeit erfolgen; da auch die zugehörigen Kräfte in entsprechender Weise variieren müssen, so sieht man sich schließlich durch die Annahme der Relativitätsgesetze zu der Vorstellung gedrängt, daß die Gravitation von Gesetzen ganz derselben Art beherrscht wird, wie sie für die elektromagnetischen Erscheinungen gelten. Es könnte danach auch für die Gravitation ein Paar von Erregungen angenommen werden, von denen die eine den

1) H. Poincaré, Rend. Circ. Matem. Palermo **21**, 129—175, 1906.

Charakter der elektrischen, die andere den Charakter der magnetischen Erregung hat. Für die Verkettung wären dann die Maxwellschen Gleichungen anzunehmen mit der Lichtgeschwindigkeit als charakteristische Konstante. Für die Wechselwirkung zwischen Feld und Materie wären die entsprechenden Beziehungen vorauszusetzen, also Formeln analog den elektrodynamischen:

$$\operatorname{div} \mathfrak{E} = 4\pi\varepsilon \text{ usw.}, \quad \mathfrak{F} = e(\mathfrak{E} + [\mathfrak{v}\mathfrak{M}]/c).$$

An Stelle der elektrischen Menge träte die Massenmenge. Entsprechend der Anziehung zwischen gleichartigen Teilchen bei der Gravitation müßte der mechanischen Kraft die entgegengesetzte Richtung von $\mathfrak{F}$ zugeschrieben werden. Durch solche Formulierungen läßt es sich gewiß erreichen, daß die Gravitation den Gesetzen der Relativität genügt. Aber haftet diesen Formulierungen nicht etwas Künstliches an? Macht man es sich nicht gar zu bequem, indem man, um mit nichts Neuem rechnen zu müssen, einfach auf die Gravitation überträgt, was man über die Erscheinungen der Elektrodynamik gelernt hat? Jedenfalls scheint mir größte Vorsicht hier unbedingt geboten. —

Ein Forscher, welcher die Existenz des Äthers annimmt, wird fragen müssen, ob etwa derselbe Äther, der Träger der elektrodynamischen Erregungen ist, auch die Gravitation übermittelt, oder ob außer ihm noch etwas Neuartiges angenommen werden muß? Selbst wenn der Lichtäther der Vermittler der Gravitation sein sollte, so ist doch nicht ohne weiteres zu erwarten, daß den Gesetzen der Relativität genügt wird, weil für die Gravitation andere Eigenschaften des Äthers in Betracht kommen könnten. Insbesondere liegt es nahe, eine Verschiedenheit der Ausbreitungsgeschwindigkeit zu vermuten. Indes ist es selbstverständlich, daß derartige Überlegungen gar leicht das Schicksal haben könnten, durch die Erfahrung widerlegt zu werden. Ich stelle sie auch einzig aus dem Grunde auf, um hervortreten zu lassen, daß man in dem unbedingten Relativitätsprinzip, welches von vornherein für die Gravitation eine gleichartige Wirkungsweise wie für das elektrodynamische Feld behauptet, eben auch durchaus nichts anderes sehen darf, als eine Anregung für theoretische Erwägungen und experimentelle Studien, wenn die verhängnisvollen Folgen einer wissenschaftlichen Voreingenommenheit vermieden werden sollen.

§ 19. Äther und Materie.

Es ist nun eine Reihe von Erscheinungen besprochen worden, welche mit großer Sicherheit auf das Vorhandensein eines „Weltäthers" schließen lassen. Für sich allein betrachtet erscheint er als Träger des elektromagnetischen Feldes. In seiner Körperlichkeit ist die Ursache dafür zu suchen, daß die Fortpflanzung der elektrodynamischen Erregungen allseitig in festgegebenen Schreitungen geschieht. Wegen dieser Körperlichkeit sind die Schreitungen insbesondere unabhängig davon, durch welche Ursachen die Erregung entsteht, welchen Standpunkt der Beobachter inne hat, und welches Zeitsystem er seinen Beobachtungen zugrunde legt. Werden z. B. von zwei sich beliebig schnell relativ zueinander bewegenden materiellen Systemen Lichtblitze in der gleichen Richtung ausgesandt, so erhalten die Wellen der beiden Lichtblitze trotz der Verschiedenheit des Bewegungszustandes der Lichtquellen doch die gleiche Schreitung. Wohl mag die relative Lage und die zeitliche Folge der zwei Wellengruppen der Lichtblitze je nach dem Standpunkt und dem Zeitsystem des Beobachters verschieden erscheinen, aber der Unterschied ist nur genau so groß, wie er dem verschiedenen Ausblick entspricht.

Zeigt sich so der Weltäther selbständig gegenüber der sinnlich wahrnehmbaren Materie und ihren Bewegungen, so erscheint die Materie ihrerseits weitgehend abhängig vom Weltäther, sobald man die Relativitätsgesetze als richtig anerkennt. Die Dimensionen, welche materielle Körper freiwillig annehmen, ändern sich, wenn der Bewegungszustand relativ zum Äther ein anderer wird; ebenso ändert sich die Geschwindigkeit des Ablaufs aller physikalischen, chemischen und Lebens-Vorgänge. Die Schreitungen der Elektrodynamik grenzen dabei das Gebiet ab, in dem die Schreitung der Materie bleiben muß, wenn die Naturvorgänge sich in der uns bekannten Weise abspielen sollen. Rückt die Schreitung an die durch die Elektrodynamik gegebenen Grenzen heran, so erhalten die materiellen Körper in einer Richtung verschwindende Dimensionen und zugleich werden alle Vorgänge in materiellen Systemen in ihrem Ablauf unendlich verzögert.

Man hat wohl die Meinung geäußert, daß der Äther einfach dasselbe sei, wie die sinnlich wahrnehmbare Materie, nur in feinerer Verteilung. Es scheint mir sehr bedenklich, sich die Beziehungen zwischen Äther und Materie so einfach vorzustellen, denn alle die charakteristischen Gegensätze zwischen Äther und Materie werden damit verwischt. Die Materie zeigt überall deutlich molekularen Bau, und wir haben gute Gründe für die Annahme, daß die Verdünnung der Materie nur in einem Auseinanderrücken ihrer sich stets gleichbleibenden Atome und Moleküle besteht. Diese Bausteine aber müssen wir uns nach ihrem Verhalten gegenüber den Licht- und Wärmeschwingungen, bei dem Zeeman-

phänomen, bei den Umlagerungen zu neuen Molekülen, bei den radioaktiven Zersplitterungen usw. als äußerst komplizierte Körper denken. Vor unseren geistigen Blicken tut sich hier eine neue Welt des Kleinen auf. Alledem gegenüber ließ sich bisher in dem von sinnlich wahrnehmbarer Materie freien Feld, wo der Äther allein anzunehmen ist, keine Spur von Differenzierung entdecken. Sollte also auch der Äther atomistisch gebaut sein, wie man wohl vermutet hat, so müßte seine Struktur jedenfalls sehr viel feiner als die der sinnlich wahrnehmbaren Materie sein. — Bei der Annahme, daß die Materie und der Äther gleichartig seien, kommt auch nicht die doch höchst bemerkenswerte Erfahrung zur Geltung, daß nach dem Fizeauschen Versuch über die Lichtbewegung in strömender Flüssigkeit und überhaupt nach dem ganzen elektrodynamischen Verhalten der Materie auch in ihrem Innern noch ein Gegensatz angenommen werden muß zwischen beweglichen Atomen und Molekülen und einem elektrodynamischen Feld, welches an den Bewegungen dieser Atome und Moleküle nicht teilnimmt. Beachtenswert ist ferner auch, daß gerade die Konstanz der Elektrisierung sich als eine Folge der elektrodynamischen Feldgleichungen ergibt; der Äther scheint hiernach Anteil an der atomistischen Konstitution der Materie zu haben, und es deuten sich so Zusammenhänge an, für welche die Annahme einfacher Dichteunterschiede keineswegs der rechte Ausdruck zu sein scheint. — Auch heute noch möchte ich über das gegenseitige Verhältnis von Äther und Materie die vorsichtigen Worte wiederholen, die ich in einem Vortrage[1]) im Januar 1897 aussprach: „Der ‚ruhende Äther‘ und die ‚bewegliche Materie‘ sind als Bilder aufzufassen, die wir von unserem menschlichen Standpunkt aus in der Natur sehen, und von denen wir nicht wissen, was ihnen in Wirklichkeit entspricht. Sich darüber Gedanken zu machen, ist gewiß interessant, aber für die Beschreibung der Naturerscheinungen vorläufig noch nicht notwendig. Für uns genügt es völlig, festzustellen, daß alles sich so zuträgt, als ob zwei solche Dinge, wie der ruhende Äther und die bewegliche Materie vorhanden wären. Wir können es ganz der zukünftigen Wissenschaft überlassen, uns näher an diese scheinbaren Dinge heranzuführen und unsere Vorstellungen zu vertiefen.“ —

Als Verteidiger des Äthers möchte ich hier noch einige Worte gegen die in § 8 mitgeteilten Ausführungen der Herren Einstein und Campbell anknüpfen.

1) E. Wiechert, Über das Wesen der Elektrizität, Schriften d. Phys.-ökonomischen Ges. zu Königsberg i. Pr. **38** [3], 1897; auch: Naturw. Rundschau, Mai 1897.

A. Einstein äußert die Meinung, die elektromagnetische Feldenergie sei etwas Ähnliches wie die Materie, sie habe insbesondere mit dieser die Eigenschaft der Trägheit gemeinsam. Hierzu ist zunächst zu sagen, daß bei der innigen Verbindung zwischen Äther und Materie sich ganz gewiß Parallelen zwischen dem Verhalten der Materie einerseits und den Erregungen im Äther andererseits ziehen lassen. Aber man wird doch nicht außer acht lassen dürfen, daß auch wesentliche Unterschiede bestehen. Die Materie kann beliebige Schreitungen annehmen und gerade an Änderungen dieser Schreitungen knüpft sich der Begriff der Trägheit. Im Gegensatz dazu sind die elektrodynamischen Erregungen überall da, wo sie sich frei von der Materie bewegen, an ganz bestimmte Schreitungen gebunden. Will man auch sie mit der Trägheit in Beziehung bringen, so muß man sie fesseln. In der Natur kann dieses unseres Wissens allein durch die Kerne geschehen, welche in den materiellen Atomen geboten werden. Für theoretische Untersuchungen hat man wohl auch Käfige mit spiegelnden Wänden erdacht. In beiden Fällen tritt in die Erscheinung ein Element hinein, das den Vorgängen im freien elektromagnetischen Feld völlig fremd ist.

Herr Campbell meint, wir hätten schon deswegen kein Recht, von einem Äther zu sprechen, weil uns auch bei seiner Annahme kein Mittel zu Gebote stände, eine Stelle in ihm von der anderen zu unterscheiden. Als Inhalt für den von der sinnlich wahrnehmbaren Materie freien Raum biete sich allein die Energie dar. Dagegen ist zunächst zu sagen, daß es für die Dinge in der Welt recht gleichgültig ist, wie weit die Blicke des Menschen reichen. Die objektiven Dinge würden selbst dann bestehen, wenn keine Wissenschaft je den Begriff der Energie aufgestellt hätte. Daß es ferner nicht erlaubt ist, die Aufmerksamkeit auf die Energie allein zu beschränken, zeigt sich sofort, wenn man die entsprechenden Überlegungen auf den Schall anwendet. Hier ließe sich leicht ein Stand der Wissenschaft angeben, wo nach dem Gedankengang von Campbell die Schallenergie als das allein Wirkliche übrig bliebe, und die Hypothese einer „Luft“ zurückgewiesen werden müßte. —

Auch den Einwand von N. Campbell, daß die elektromagnetische Energie der Bewegung des Körpers folgt, zu dem sie gehöre, hat keine beweisende Kraft, obgleich hier eine bedeutungsvolle Unterlage insofern vorhanden ist, als in der Tat die elektromagnetischen Erregungen stets als Superposition von Einzelerregungen aufgefaßt werden können, welche auf Rechnung der verschiedenen materiellen Körper kommen.

Es steht nämlich dem Einwand der Umstand entscheidend entgegen, daß die Ausbreitung der elektrodynamischen Erregungen in Schreitungen geschieht, die von dem Bewegungszustand der materiellen Körper unabhängig sind.

§ 20. Relativitätsgesetze und Raum-Zeit-Systeme.

Der große Reiz, den das unbedingte Relativitätsprinzip besonders auf Vertreter der Mathematik ausübt, liegt in erster Linie wohl in dem Ausblick, die Raum- und Zeit-Anschauungen zu einer höheren Einheit verbinden zu können. Ich wählte in der vorliegenden Arbeit eine Darstellung, bei der die Abhängigkeit der Zeitvorstellung von räumlichen Bedingungen zwar anfangs auch scharf hervortrat, bei der dann aber doch immer mehr Fragen überwogen, die sich an die Existenz des Äthers knüpften. Indem ich jetzt die Untersuchung der Raum-Zeit-Vorstellung gesondert wieder aufnehme, sollen zur Gewinnung einer Schlußübersicht Wiederholungen nicht gescheut werden.

Wir haben erkannt, daß die Schwierigkeiten in der Zeitauffassung für die Physik beginnen, wenn der Verlauf an verschiedenen Orten aufeinander bezogen werden soll. Das Wesentliche wird hier durch die Frage zusammengefaßt: „Was ist Gleichzeitigkeit?“ Es ist äußerst wichtig zu beachten, daß man dieser Frage gegenüber verschiedene Standpunkte einnehmen kann. Um zu sehen, worauf es ankommt, vergleiche man jene frühere Art der Zeitrechnung, bei der in Deutschland jeder Ort die eigene astronomische Ortszeit benutzte, mit der heutigen, wo überall die „Mitteleuropäische Zeit“ eingeführt ist. Die gleiche Zeitangabe, etwa „12 Uhr mittags“, bedeutete damals etwas wesentlich anderes als heute. Man wird sofort erkennen, daß volle Berechtigung dafür vorliegt, in verschiedenen Fällen mit verschiedenen Zeitsystemen zu rechnen. — Dazu kommt ein anderer Umstand, der wohl noch bedeutsamer ist. Die Mathematik hat einst entdeckt, daß sich in Gedanken Räume mit verschiedenem Krümmungsmaß konstruieren lassen, und sie zieht seitdem alle diese Räume in ihre Arbeit ein. Der Physik ist so die Aufgabe erstanden, festzustellen, welcher Art der wirkliche Weltenraum ist. Jetzt ist erkannt worden, daß die Zuordnung von Zeit und Ort nicht so selbstverständlich ist, wie früher stillschweigend angenommen wurde. Es hat sich sogar gezeigt, daß eine mathematische Gruppe von unendlich vielen Zeitsystemen zur Beschreibung einer großen Klasse physikalischer Vorgänge gleichwertig erscheint. Da ist es sicherlich nicht nur ein mathematisches Problem, diese Zeitsysteme zu vergleichen, sondern es ergibt sich für den Physiker die Aufgabe, die Bedeutung dieser Zeitsysteme für die Vorgänge in der Natur festzustellen. —

Bei der Behandlung des Problems der Zeitauffassung für die Physik wollen wir vom Allgemeinen ins Spezielle gehen.

Zur Festlegung des Ortes dienen in der Physik für grundlegende Untersuchungen Koordinatensysteme, die für alle im System ruhenden Punkte die gleiche und sich dauernd gleichbleibende Schreitung ergeben. Wir wählen eine beliebige Schreitung S und ein dazu gehöriges rechtwinkeliges Koordinatensystem x, y, z aus. Von einem Zeitsystem, welches den Anforderungen der Physik entsprechen soll, muß vorausgesetzt werden, daß es jede gleichförmige Schreitung eines Punktes durch eine gleichförmige Geschwindigkeit darstellt. Damit ist festgesetzt, daß alle in Betracht kommenden Zeitsysteme miteinander durch lineare Beziehungen der Form

$$t' = \alpha(t + \beta_x x + \beta_y y + \beta_z z) \qquad (97)$$

verbunden sind. Sie mögen für den Augenblick die „allgemeinen physikalischen Zeitsysteme“ heißen. t, t' geben hier die Zeiten in irgend zwei der Systeme für einen bestimmten Punkt mit den Koordinaten x, y, z an. $\alpha, \beta_x, \beta_y, \beta_z$ sind Konstanten, welche die beiden Zeitsysteme miteinander verbinden. α wird durch die beiden Zeiteinheiten bestimmt. $\beta_x, \beta_y, \beta_z$ entsprechen den verschiedenen Zuordnungen von Zeit und Ort, d. h. der verschiedenen Festsetzung der „Gleichzeitigkeit“.

Unter den physikalischen Zeitsystemen wird nun eine bestimmte Auswahl getroffen. Wesentlich ist dabei, daß jeder Schreitung ein besonderes Zeitsystem zugeordnet wird, so daß Raumbestimmung und Zeitbestimmung miteinander verbunden werden. Es entstehen dabei die „symmetrischen Raum-Zeit-Systeme“, die sich zur „Lorentz-Gruppe“ zusammenschließen lassen. Nach dem bisherigen Gang der Überlegungen in der vorliegenden Arbeit könnte man das etwa folgendermaßen darstellen.

Das zu einer Schreitung gehörige symmetrische System der Gleichzeitigkeit ist durch irgendeine der folgenden, nur ihm eigentümlichen Eigenschaften bestimmt:

a) Die scheinbaren Änderungen der Dimensionen, welche irgendein materieller Körper bei sonst gleichbleibenden physikalischen Bedingungen zeigt, sind in den beiden Fällen formal gleich, in welchen der Körper von relativer Ruhe zum System in irgend zwei entgegengesetzt gleiche Relativgeschwindigkeiten übergeführt wird.

b) Wird irgendein Vorgang benutzt, um ausgehend von relativer Ruhe zum System eine Relativgeschwindigkeit zu erzeugen, so ergibt sich diese Relativgeschwindigkeit der Maßzahl nach gleich groß, wenn derselbe Vorgang in gleicher

Stärke unter gleichen Umständen auf zwei entgegengesetzte Richtungen angewandt wird.

c) In jedem homogenen, gegenüber dem System ruhenden materiellen Medium erhält die Fortpflanzungsgeschwindigkeit einer jeden Erregung nach zwei beliebigen entgegengesetzten Richtungen unter sonst gleichen Umständen der Maßzahl nach gleiche Werte. Das gleiche gilt auch für die Ausbreitung der elektrodynamischen Erregungen im Raum frei von Materie.

d) Der Verlauf eines jeden physikalischen, chemischen oder Lebens-Vorganges erscheint unter sonst gleichen Umständen für irgend zwei Schreitungen, die gegenüber dem Koordinatensystem durch entgegengesetzte, der Maßzahl nach gleiche Geschwindigkeiten gekennzeichnet sind, gleich schnell zu erfolgen. —

Die Relativitätsgesetze lehren, daß alle diese Eigenschaften sich für jede Schreitung an ein und dasselbe System der Gleichzeitigkeit knüpfen. — Die weiteren Angaben der Relativitätsgesetze kommen für die Zuordnung der Längen- und Zeiteinheiten zur Geltung. In bezug auf eine einzelne Schreitung wird folgendes ausgesagt: Die Längeneinheiten für die verschiedenen Richtungen lassen sich so feststellen, daß ein jeder materielle Körper, der in bezug auf das Koordinatensystem nacheinander in beliebig verschiedenen Orientierungen zu relativer Ruhe gebracht wird, unter sonst gleichen Umständen die gleichen Dimensionen zeigt. So entsteht das „symmetrische System der Raumkoordinaten" für die betreffende Schreitung.

Wird ein symmetrisches „Raum-Zeit-Koordinatensystem" benutzt, d. h. für die Zeit das symmetrische System der Gleichzeitigkeit und für den Raum das symmetrische Koordinatensystem, so gelten nach den Relativitätsgesetzen alle die vorhin als charakteristisch für das symmetrische System der Gleichzeitigkeit angeführten Gesetze nun mit der Erweiterung, daß nicht nur Paare je zweier entgegengesetzter Richtungen, sondern alle Richtungen sich gleich verhalten.

Man erkennt, daß bis auf nebensächliche Festsetzungen über die Wahl der Anfangspunkte von Raum- und Zeitkoordinaten und der Richtung der Achsen ein jedes symmetrisches Raum-Zeit-Koordinatensystem fest bestimmt ist, sobald die Einheit für die Zeit und die Einheit für die Länge parallel irgendeiner Richtung gegeben wird. Um dabei die Raum-Zeit-Systeme aufeinander zu beziehen und sie so zur Lorentz-Gruppe zusammenzufassen, dienten die folgenden beiden Aussagen der Gesetze der Relativität:

a) Die Einheiten der Länge können für die zu den verschiedenen Schreitungen gehörigen Raum-Zeit-Systeme so bestimmt werden, daß ein jeder materieller Körper, der vom Ruhezustand in einem System zum Ruhezustand in einem anderen gebracht wird, unter sonst gleichen Umständen, den Maßzahlen nach die gleichen Dimensionen annimmt.

b) Die Einheiten der Zeit können in den zu den verschiedenen Schreitungen gehörigen Raum-Zeit-Systemen so bestimmt werden, daß alle von den Relativitätsgesetzen beherrschten Vorgänge (also wohl alle uns bekannten Naturvorgänge, abgesehen vielleicht von der Gravitation) den Maßzahlen nach in den verschiedenen Raum-Zeit-Systemen unter sonst gleichen Umständen in gleicher Weise verlaufen.

Die Raum-Zeit-Systeme werden durch diese Festsetzung der Einheiten für die Beschreibung der Vorgänge formal gleichwertig. Hiermit ist die Krönung der Gesetze der Relativität gewonnen. Wir haben erkannt (§ 14), daß die Gleichwertigkeit der Zeitsysteme in dem hier verlangten Sinne nur möglich ist, wenn die Erscheinungen unter der Herrschaft der Funktion $\sqrt{1 - u^2/C^2}$ stehen. Als ein bedeutungsvolles Endresultat der Untersuchungen ergab sich die Erkenntnis, daß entsprechend der Konstanten C ein gewisser Bereich von Schreitungen in der Welt abgegrenzt wird, innerhalb welchem die von den Relativitätsgesetzen umfaßten Schreitungen liegen.

Es soll jetzt das Ganze noch einmal überblickt werden, aber in so verändertem Vorgehen, daß nun die Grenzschreitungen den Ausgangspunkt bilden. So wird ihre fundamentale Bedeutung noch weit schärfer zur Geltung kommen. — Man wird sich vorstellen müssen, die Grenzschreitungen seien durch Beobachtungen bestimmt worden. Am einfachsten könnte dies erreicht werden, wenn dazu die Bewegung des Lichtes im Raum frei von Materie aufgesucht wird. —

Zu jeder Schreitung wird das „symmetrische System der Gleichzeitigkeit" als dasjenige definiert, in welchem den Grenzschreitungen in je zwei entgegengesetzten Richtungen der Maßzahl nach gleiche Geschwindigkeiten zugeordnet werden. Entsprechend heißt ein Raum-Koordinatensystem dann „symmetrisch", wenn die Geschwindigkeit der Grenzschreitungen sich für alle Richtungen der Maßzahl nach gleich groß ergibt. Durch Zusammenordnung entstehen für alle Schreitungen die „symmetrischen Raum-Zeit-Systeme". Um sie gemäß den Relativitätsgesetzen formal gleichwertig zu machen, setzen wir fest, daß Zeit- und Längeneinheiten für die verschiedenen Schreitungen so zu wählen sind, daß die Geschwindigkeit der Grenzschreitungen in allen Systemen den gleichen Zahlenwert c erhält. — Diese Abmachungen bringen

schon die Funktion $\sqrt{1-u^2/c^2}$ zur Geltung, beschränken aber die Raum-Zeit-Systeme noch nicht völlig auf die Lorentz-Gruppe. Um das zu zeigen, sollen Formeln des § 13 verwertet werden.

Irgend zwei Schreitungen S und S' mögen herausgegriffen werden. t und t' seien die Zeiten in den zugehörigen symmetrischen Systemen. Was die Raumkoordinaten anbetrifft, so können wir die Untersuchung auf die z- bezüglich die z'-Koordinaten beschränken, wenn die z- und die z'-Achse einander parallel und beide parallel der Richtung der relativen Bewegung der Schreitungen gelegt werden. Es sei v die Geschwindigkeit des Systems (S'), beurteilt im System (S). — Zur Beziehung der Raum-Zeit-Systeme (z, t) und (z', t') aufeinander kann nach § 13 bei passender Wahl der Anfangspunkte geschrieben werden:

$$t' = \alpha(t-\beta z), \quad t = \alpha'(t'-\beta' z'). \qquad (98)$$

Die Konstanten α, β, α', β' sind nach (65) mit der Relativgeschwindigkeit v verbunden durch die Formel:

$$1-\beta v = \frac{1}{\alpha\alpha'}. \qquad (99)$$

Der relativen Bewegung eines Punktes parallel der Relativbewegung von (S') gegen (S) entsprechen dabei in den Systemen (z, t), (z', t') Relativgeschwindigkeiten u und u', zwischen welchen nach (64) und (65) die Beziehung

$$(1+\beta u)(1+\beta' u') = 1-\beta v \qquad (100)$$

besteht. Gemäß den neuen Festsetzungen über die Zeitsysteme und ihre Einheiten muß für $u = c$, u' ebenfalls $= c$ und für $u = -c$, u' ebenfalls $= -c$ werden, also folgt aus (100):

$$\left.\begin{aligned}(1+\beta c)(1+\beta' c) &= 1-\beta v,\\ (1-\beta c)(1-\beta' c) &= 1-\beta v.\end{aligned}\right\} \qquad (101)$$

Diese beiden Gleichungen ergeben:

$$\left.\begin{aligned}-\beta' = \beta &= \frac{v}{c^2},\\ 1-\beta v = 1-\frac{v^2}{c^2} &= \frac{1}{\alpha\alpha'}.\end{aligned}\right\} \qquad (102)$$

Nun gehen (98) über in:

$$\left.\begin{aligned}t' &= \sqrt{\frac{\alpha}{\alpha'}}\cdot\frac{t-\frac{v}{c^2}z}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}},\\ t &= \sqrt{\frac{\alpha'}{\alpha}}\cdot\frac{t'+\frac{v}{c^2}z'}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}.\end{aligned}\right\} \qquad (103)$$

Hiernach folgt weiter noch:

$$\left.\begin{aligned}z' &= \sqrt{\frac{\alpha}{\alpha'}}\cdot\frac{z-vt}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}},\\ z &= \sqrt{\frac{\alpha'}{\alpha}}\cdot\frac{z'+\alpha t'}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}.\end{aligned}\right\} \qquad (104)$$

Diese Formeln zeigen die charakteristischen Nenner der Lorentz-Transformationsformeln, unterscheiden sich aber von ihnen durch das Auftreten der unbestimmten Faktoren $\sqrt{\alpha/\alpha'}$, $\sqrt{\alpha'/\alpha}$. Die Berechtigung der vorangestellten Behauptung ist damit erwiesen. —

Wird der Zahlenwert der Grenzgeschwindigkeit c, welcher nach unseren Festsetzungen allen Raum-Zeit-Systemen gemeinsam sein soll, beliebig, aber fest vorgeschrieben, so bleibt für jedes System noch die Zeiteinheit oder die Längeneinheit für eine Richtung verfügbar. In den Formeln (103), (104) drückt sich dieses durch das Auftreten der Faktoren $\sqrt{\alpha/\alpha'}$, $\sqrt{\alpha'/\alpha}$ aus, und zwar nur durch das Auftreten dieser, denn der Wert von v ist durch die Festsetzung des Wertes von c mitbestimmt. —

So zeigt sich denn, daß die Zuordnung stets der gleichen Maßzahl zur Grenzgeschwindigkeit, wie es die Relativitätsgesetze verlangen, noch nicht genügt, um das System der für die Relativitätsgesetze gleichwertigen Raum-Zeit-Systeme zu konstruieren. Die Relativitätsgesetze müssen also nochmals eingreifen. Es kann dieses geschehen durch die Vorschrift, daß das zu irgendeiner Schreitung gehörige Raum-Zeit-Koordinatensystem, beurteilt im System irgendeiner anderen Schreitung, sich gerade so darstellen soll, wie das zweite Raum-Zeit-Koordinatensystem im ersten System. Dann ergibt sich für (103), (104) sogleich $\sqrt{\alpha/\alpha'} = 1$, und es entsteht die Lorentz-Transformation. — Die Relativitätsgesetze in ihrer Allgemeinheit behaupten die formale Gleichwertigkeit der so verbundenen Raum-Zeit-Systeme für die Beschreibung der Naturvorgänge.

Die obigen Auseinandersetzungen zeigen wiederum offenkundig, daß die Relativitätsgesetze sich durchaus nur auf die Maßzahlen beziehen, die sich ergeben, wenn den verschiedenen Raum-Zeit-Systemen in passender Wahl Raum- und Zeiteinheiten zugeordnet werden. So folgt auch wieder, daß weder aus der Gleichheit zweier der Maßzahlen auf objektive Gleichheit, noch aus der Verschiedenheit zweier Maßzahlen auf objektive Verschiedenheit irgendwie geschlossen werden kann. Das unbedingte Relativprinzip behauptet, daß die den Maßzahlen

nach gleichwertigen Lorentzschen Raum-Zeit-Systeme ohne jede Ausnahme für das Weltgeschehen gleichwertig seien, indem die in ihnen zutage tretende Verkettung von Zeit und Schreitung als eine Folge des Wesens von Zeit und Raum erklärt wird. — In der vorliegenden Arbeit wurde demgegenüber darauf hingewiesen, daß die Gleichwertigkeit der Lorentzschen Raum-Zeit-Systeme für alles Weltgeschehen schon deswegen nicht ohne Einschränkung behauptet werden darf, weil diese Systeme an einen ganz bestimmt abgegrenzten Bereich von Schreitungen gebunden sind. Es ließ sich ferner nachweisen, daß die verschiedenen Schreitungen und also auch die verschiedenen Raum-Zeit-Systeme für die Geschwindigkeit des Ablaufs der Naturerscheinungen nicht gleichwertig sind. Jetzt wollen wir noch beachten, daß bei der Formulierung der Relativitätsgesetze, also auch bei der Konstruktion der zugehörigen symmetrischen Zeitsysteme, der gewöhnliche physikalische Begriff der Gleichzeitigkeit gar nicht vollständig verwertet wird.

§ 21. Physikalische Gleichzeitigkeit.

Der Begriff der physikalischen Gleichzeitigkeit knüpft sich an die Vorstellungen von „Ursache“ und „Wirkung“, oder „Auslösung“ und „Folge“. Um das hervortreten zu lassen, sollen insbesondere zwei Stationen A und B ins Auge gefaßt werden. Erfahrungsgemäß wissen wir, daß in B eine Wirkung durch Operation in A erzeugt werden kann und umgekehrt. Es kann dies in den mannigfachsten Arten geschehen: durch die Absendung eines lebenden Boten, durch das Abfeuern eines Schusses, durch die Aussendung eines Lichtblitzes usw. Theoretisch wäre als Mittel der Übertragung auch die Gravitation zu verwerten. In allen diesen Fällen wird nun angenommen, daß die „Folge“ in der Empfangsstation „später“ eintritt, als die „Auslösung“ in der Gebestation, und daß umgekehrt die „Auslösung“ „früher“ stattfindet als die „Folge“. Indem nun bald A, bald B als Gebestation benutzt wird, entsteht eine Beziehung zwischen dem Zeitverlauf in A und B derart, daß zu jedem Zeitpunkt für eine Station, etwa A, ein Zeitintervall für die andere Station, etwa B, sich angeben läßt, welches zwischen den als „früher“ und den als „später“ erkennbaren Zeiten liegt. Dieses offene Intervall wird um so kleiner, je schneller die Übertragung ist. Die gewöhnliche physikalische Vorstellung nimmt nun an, daß in der Natur keine obere Grenze für die Geschwindigkeit der Übertragung gegeben sei, wenn man über die Beschränktheit der menschlichen Mittel hinwegsieht, und nimmt weiter an, daß das Intervall bei unendlich wachsender Geschwindigkeit der Übertragung unendlich klein wird, so daß zu jedem Zeitpunkt der einen Station ein bestimmter der anderen zugeordnet wird. Dieser Zeitpunkt trennt dann als ein scharfer Schnitt die „früheren“ von den „späteren“ Zeitpunkten, und heißt „gleichzeitig“. Wir sehen, daß der gewöhnliche physikalische Begriff der Gleichzeitigkeit an die Vorstellung unendlich schneller Übertragung der Wirkung anknüpft. Sobald man demgemäß nur endliche Übertragungsgeschwindigkeit in Rechnung zieht, bleibt für die physikalische Vorstellung eine Unbestimmtheit in der Feststellung der Gleichzeitigkeit bestehen, die nur durch etwas Fremdartiges, etwa durch Hypothesen über die Übertragungsgeschwindigkeiten beseitigt werden kann. Über diese Unbestimmtheit wurde in § 11 gesprochen. Wird zum Beispiel das Licht als Mittel der Übertragung benutzt, das in $^1/_{1000}$ Sekunde 300 km zurücklegt, so ergibt sich bei einem Abstand der Stationen von 150 km eine Unbestimmtheit von $^1/_{1000}$ Sekunde. In der Formel (97) äußert sich diese darin, daß für die Konstanten β_x, β_y, β_z der entsprechende Spielraum offen bleibt. Nun wird bei den Relativitätsgesetzen keine größere Geschwindigkeit als die des Lichtes verwertet, also bleibt diese Unbestimmtheit im ganzen Umfange bestehen. In der Tat wird sie durch die Gruppe der Lorentz-Systeme voll zum Ausdruck gebracht.

Indem das unbedingte Relativitätsprinzip von uns die Anerkennung der Hypothese verlangt, daß die Unbestimmtheit, welche von der Lichtübertragung noch offen gelassen wird, definitiv sei, gegeben durch eine uns verborgene Verkettung von Raum und Zeit, verwirft sie die alte physikalische Vorstellung von der Bestimmtheit der Gleichzeitigkeit. Es wird behauptet, daß die Verkettung von Raum und Zeit Übertragungen mit größerer Geschwindigkeit als der des Lichtes in der Natur ausschließe, so daß die alte Vorstellung eines unbegrenzten Zusammenschrumpfens des Zeitintervalls zwischen „früher“ und „später“ unerlaubt sei. Dieses Intervall habe endliche Größe, und jede Zuordnung der Zeiten in ihm als „gleichzeitig“ sei gleichberechtigt. Wir müßten demgemäß zum Beispiel zugestehen, daß je nach dem Standpunkt des Beobachters die Zeit des Lichtüberganges von einer Station zur anderen gegenüber derjenigen des umgekehrten Überganges klein, und zwar beliebig klein, oder auch groß und zwar beliebig groß, heißen dürfe.

Die in der vorliegenden Arbeit vertretene Auffassung ist eine andere. Die Lichtgeschwindigkeit bietet danach keine natürliche Grenze, die

durch die Verkettung von Raum und Zeit gegeben ist, sondern nur eine Grenze, welche ihre Erklärung in den Eigenschaften des Äthers findet, und die daher den mit den elektrodynamischen Eigenschaften des Äthers verknüpften Naturerscheinungen eigentümlich ist. Die Unbestimmtheit in der Feststellung der Gleichzeitigkeit wird so nur in praktischer Hinsicht anerkannt, gilt aber nicht als fundamental für das Weltgeschehen im allgemeinen. Nach dieser Ansicht scheint es unnatürlich, eine Abgrenzung des „früher" oder „später" zwar vorzunehmen, aber diese Abgrenzung für die Weltanschauung nur so weit zu erlauben, als das einer bestimmten, wenn auch noch nicht so wichtigen Klasse von Naturerscheinungen entspricht. Absolut genommen wird dem Lichte ein Vorrecht, zum Beispiel gegenüber dem Schall, nicht zugestanden.

Wird die Ätherhypothese anerkannt, so stellt sich die Sachlage in bezug auf die „Gleichzeitigkeit" so dar:

Ohne weitere Hypothesen wäre eine Verschärfung der Feststellung der Gleichzeitigkeit nur möglich, wenn für die Übertragung Schreitungen benutzt werden könnten, die außerhalb des Bereiches der elektrodynamischen Schreitungen liegen. Wegen der Abhängigkeit der sinnlich wahrnehmbaren Materie von dem Äther ist für diese an „Überlichtgeschwindigkeit" kaum zu denken. So bleibt für die Theorie wohl nur der Hinblick auf die Gravitation, wenn sich zeigen ließe, daß diese sich in Schreitungen jenseits des Gebietes der Elektrodynamik ausbreitet. Aber auch hier ist für die Beobachtung bei der Schwierigkeit der Aufgabe[1]) nur wenig Hoffnung für ernstliche Erfolge vorhanden. —

So sehen wir uns für die Verschärfung der Feststellung der Gleichzeitigkeit über die Einengung durch die Elektrodynamik hinaus ($^1/_{1000}$ Sekunde auf 150 km Abstand) auf Hypothesen angewiesen. Es scheint mir ein großes Verdienst der durch A. Einstein angeregten Erörterungen über die Relativität, daß dieser Umstand heute klar zutage tritt.

Wird vom Äther angenommen, daß er in dem unseren Sinnen zugänglichen Teil der Welt überall gleiche Eigenschaften habe und isotrop sei, so bietet sich sogleich die Annahme, daß eine Erregung, die von irgendeinem Punkte im Äther ausgeht, alle Punkte, die auf irgendeiner um diesen Punkt beschriebenen Kugel liegen, zu gleicher Zeit erreicht. Damit wäre dann die Gleichzeitigkeit für die Physik eindeutig definiert; diese Gleichzeitigkeit entspricht der Zeitrechnung desjenigen Lorentz-Systemes, das zur relativen Ruhe im Äther gehört. — Hier sind nun aber sogleich, sowohl in theoretischer als auch in praktischer Hinsicht, bedeutungsvolle Zusätze anzuknüpfen.

Zunächst ist zu bedenken, daß die Materie und der Äther vielleicht noch nicht die letzten physikalischen Dinge in der Welt sind; Wesen anderer Organisation wie wir Menschen könnten hinter ihnen vielleicht einen noch weiter von unserer Sinnenwelt abliegenden Untergrund erkennen. Dann würde sich die kugelförmige Ausbreitung des Lichtes auch nur als eine Annäherung erweisen. Möglich scheint es auch, daß im Äther Strömungen vor sich gehen, welche die Lichtwellen verzerren. Man wird eben immer wieder bedenken müssen, daß es keineswegs möglich ist, die Welt in so kurze Formeln zu fassen, wie die menschliche Eitelkeit es wünscht. —

Weiter aber ist klar, daß jede Anwendung der Definition der Gleichzeitigkeit ein Urteil über die Lage jener Schreitung verlangt, welche die relative Ruhe gegen den Äther bedeutet. Praktisch gesprochen handelt es sich dabei um die Feststellung der relativen Bewegung der Erde gegen den Äther. Da erscheint nun nach dem Ausfall des Michelsonschen Experimentes und nach den sich anschließenden Folgerungen über die Relativität der Erscheinungen zunächst jede beliebige Annahme über die Richtung und jede beliebige Annahme über die Geschwindigkeit bis hinauf zur Lichtgeschwindigkeit als gleichberechtigt. Das wäre für die menschliche Anschauung ein recht großer Spielraum, es wäre aber eben auch nur ein Spielraum; völlige Freiheit würde uns nicht geboten. Über die Grenzschreitungen des Lichtes dürften wir nicht hinausgehen: das wird niemand vergessen dürfen, der physikalische oder philosophische Folgerungen anzuknüpfen gedenkt.

Ich möchte nun aber doch meinen, daß Anzeichen vorhanden seien, nach denen für die Größe der Relativgeschwindigkeit der Bereich mit viel Wahrscheinlichkeit weitgehend eingeschränkt werden kann. Ich denke an die für mein Empfinden sehr auffällige Erscheinung, daß im ganzen Sternenraum, so weit man ihn auch spektrometrisch untersucht hat, sich nirgends erhebliche Relativgeschwindigkeiten gegen unser Sonnensystem gezeigt haben. So möchte ich vermuten, daß Kräfte wirksam sind, die nach der Art der Reibung die Bewegung gegen den Äther beschränken. Danach wäre zu erwarten, daß die relative Geschwindigkeit der Erde gegen den Äther nur von der Größenordnung 100 Kilometer/Sekunde ist. Die Abweichung unserer Zeitrechnung von derjenigen der physikalischen Gleichzeitigkeit im höheren Sinn wäre so für

1 Vgl. H. A. Lorentz, diese Zeitschr. 11, 1234, 1910.

Entfernungen von 1000 Kilometer der Größenordnung nach auf $\pm$ 1 milliontel Sekunde zu schätzen.

§ 22. Raum-Zeit-Vorstellung.

Wir sind zum Schluß gelangt. Da sollen die letzten Überlegungen der Raum-Zeit-Vorstellung des Beobachters gelten. Was bis hierher über die räumlichen und zeitlichen Verhältnisse und über den Zusammenschluß von Raum und Zeit gesagt wurde, war an die objektiven Erscheinungen in der Natur gebunden. Für den Geist des Menschen blieb nur die Aufsuchung der Ordnung. Wie steht es nun um das subjektive Element der Vorstellung?

Da wir voraussetzen, daß auch der Beobachter mit seinem Körper und seinen Lebensvorgängen dem Relativitätsgesetz unterworfen ist, ist die Antwort sogleich gegeben: Sie kann auch bei unserem Standpunkt, der den Äther annimmt, nicht anders lauten, als daß das Urteil des Beobachters über Raum und Zeit in eben der Weise von seiner Schreitung abhängt, wie es H. Minkowski in lebhaften Farben schildert. — Es sei mir gestattet, hier einige Beispiele vorzuführen, denn diese Methode ist wohl am besten geeignet, der Phantasie die erlaubten Bahnen zu zeigen. Mehr als einmal hatte ich Gelegenheit zu bemerken, wie durchaus verkehrt die Folgerungen waren, welche an das Relativitätsprinzip geknüpft wurden. —

Über die Variation in der Auffassung der Gleichzeitigkeit ist in der vorliegenden Arbeit schon oft gesprochen worden. Diese Variation stellt sich bei Änderung der Schreitung ein, wenn der Beobachter nur seine sinnlich wahrnehmbare Umgebung, die an seiner Schreitung teilnimmt, beachtet, und wenn er auf die Gleichzeitigkeit schließt, ohne mit der Möglichkeit zu rechnen, daß durch seine Bewegung gegen die übrige Welt (insbesondere gegen den Äther) die Beobachtungen einseitig beeinflußt werden könnten. — Es wird genügen, wenn hier von neuem auf die Kleinheit des Spielraums in der Auffassung der Gleichzeitigkeit hingewiesen wird. Befinden sich zwei Beobachter auf zwei Weltkörpern, die sich mit 100 km/sec Geschwindigkeit relativ gegeneinander bewegen, so wird der Unterschied in der Auffassung der Gleichzeitigkeit nur $+1$ milliontel Sekunde auf 1000 Kilometer betragen! Selbst im Maximum, wenn die Relativgeschwindigkeit an die Lichtgeschwindigkeit herangeht, steigt der Unterschied auf nicht mehr als $+{}^1/_{1000}$ Sekunde bei 300 Kilometer Abstand. —

Bei Änderung seiner Schreitung wird der Beobachter eine Änderung der Dimensionen aller übrigen körperlichen Gebilde der Welt zu sehen vermeinen. Entspricht die Änderung einer Relativgeschwindigkeit von 100 km/sec, so wird ein Körper, der sich vorher als Kugel darstellte, um den 20millionten Teil des Radius abgeplattet erscheinen. Um erheblichere scheinbare Formveränderungen zu erhalten, muß bis in die Nähe der Lichtgeschwindigkeit heraufgegangen werden. Nehmen wir an, daß die Änderung der Schreitung einer Relativgeschwindigkeit entspricht, die bis auf 3 Proz. der Lichtgeschwindigkeit nahekommt, so wird $\sqrt{1 - v^2/c^2} = {}^1/_4$. Stellen wir uns also vor, daß ein Beobachter mit solcher Geschwindigkeit an unserem Sonnensystem vorüberfährt, so wird er Bahnen von Planeten und Trabanten, parallel deren Ebenen er sich bewegt, als Ellipsen mit dem Achsenverhältnis 4 : 1 sehen, wenn sie uns nahe kreisförmig erscheinen.

Besonders auffällig erscheint der Einfluß der Schreitung auf die Auffassung der Geschwindigkeit des Ablaufs der Naturerscheinungen, sobald wir annehmen, daß der Gedankenfluß des Beobachters und seine Empfindung für „schnell" und „langsam" dem Gang seiner körperlichen Lebenserscheinungen entspricht. — Freilich, wenn für zwei Beobachter nur eine Relativgeschwindigkeit von 100 km/sec vorausgesetzt wird, ist der Unterschied ihrer Zeitauffassung äußerst gering. Was dem einen wie einer unserer Tage erscheint, wird für die Empfindung des anderen zu einem Tag, verändert um ${}^1/_{200}$ Sekunde. Nehmen wir aber wieder eine Relativgeschwindigkeit an, die bis auf 3 Proz. der Lichtgeschwindigkeit nahekommt, dann wird das Verhältnis der empfundenen Zeitlängen wie 4 : 1. Das Bild mag etwas weiter noch ausgemalt werden. Denken wir uns, daß ein Beobachter durch den Raum unseres Sternhimmels mit dieser Geschwindigkeit in einer Kreisbahn mit einem Radius von 16 Lichtjahren fährt, dann wird er nach unserer Zeitrechnung nach je 100 Jahren wieder an unserem Sonnensystem vorüberkommen. In seinem Gefährt wird dabei die Zentrifugalkraft so auf ihn einwirken, daß sie gemäß den Relativitätsgesetzen der Einwirkung der Schwerkraft auf uns Erdenbewohner gleich erscheint[1]). Es sind also die wirkenden Kräfte

1) Bei einem Kreis mit einem Radius von α Lichtjahren ist die Zentrifugalkraft $= (v^2/c^2) \times (950/\alpha)$, wobei $950 = 3 \cdot 10^{10}/365 \cdot 86400$. Die Beschleunigung γ, welche im Lorentz-System der jeweiligen Schreitung beobachtet wird, ist nach (28) $1/(1 - (v^2/c^2))$ mal größer. Setzt man also $\gamma =$ der Schwerkraft $=$ ca. 980, so wird $(v^2/c^2) =$ $=$ ca. $\alpha(1 - (v^2/c^2))$, also $(v^2/c^2) =$ ca. $\alpha/(1 + \alpha)$ und $1 - (v^2/c^2) =$ ca. $1/(1 + \alpha)$. Dabei ist die Umlaufszeit $T = 2\pi\alpha/(v/c) =$ ca. $2\pi\sqrt{\alpha(1 + \alpha)}$ Erdenjahre und die zugehörige Eigenzeit für den Mitreisenden $T' =$ ca. $2\pi\sqrt{\alpha}$ Erdenjahre.

nur so groß, daß der Phantasie die Möglichkeit geboten wird, den Reisenden als menschliches Wesen zu denken. Da hier dauernd $\sqrt{1 - \mathfrak{v}^2/c^2} = 1/4$ ist, fließt die Eigenzeit für den Reisenden viermal langsamer dahin, als für die Bewohner der Gestirne. Wenn er also nach 100 unserer Jahre wieder zu unserem Sonnensystem zurückkehrt, wird er sich selbst nur um 25 Jahre gealtert fühlen. Erreicht er nach der Entwicklung seines Körpers und nach seiner Zeitempfindung ein Alter von 75 Jahren, so entspricht dies doch einer dreimaligen Wiederkehr zu unserem Sonnensystem, also 300 unserer Erdenjahre. — Dies Beispiel ist wohl auch geeignet, den Einfluß der Schreitung auf die Geschwindigkeit des Ablaufs der Naturvorgänge deutlich zu machen. —

Ergebnis.

Die Fortpflanzung des Lichtes (d. h. der elektrodynamischen Erregungen) im Raum frei von sinnlich wahrnehmbarer Materie erfolgt in einem System von Schreitungen, welches unseres Wissens unabhängig ist von der Materie und ihren Bewegungen.

Wird die Gültigkeit der Relativitätsgesetze angenommen, so müssen in den elektrodynamischen Schreitungen zugleich Grenzschreitungen für das Verhalten der Materie gesehen werden. Bei allen uns bekannten Naturerscheinungen scheint die Materie gebunden an den Verbleib innerhalb des Gebietes, welches durch die elektrodynamischen Schreitungen abgegrenzt wird. Es muß angenommen werden, daß beim Herangehen der Schreitung eines Körpers an die Grenzen dieses Gebietes die Teile des Körpers immer mehr flächenhaft zusammenrücken, und alle physikalischen Vorgänge in ihm ohne Grenzen verzögert werden. Für die Beurteilung dessen, was mit der Materie geschieht, wenn die Grenzen des Gebiets überschritten werden, fehlt heute noch jeder Anhalt. —

Das System der genannten Schreitungen erscheint in Raum und Zeit absolut gegeben. Zur Erklärung dafür muß etwas Gegenständliches angenommen werden, was von der sinnlich wahrnehmbaren Materie unterschieden werden kann: der „Äther". Gelten die Relativitätsgesetze, so folgt, daß die sinnlich wahrnehmbare Materie mit diesem Äther noch inniger verkettet ist, als dieses schon aus den elektrodynamischen Wechselbeziehungen gefolgert werden kann.

(Eingegangen 26. Juli 1911.)

Über den lichtelektrischen Effekt im Ultrarot und einige Anwendungen hochempfindlicher Kaliumzellen.

Von J. Elster und H. Geitel.

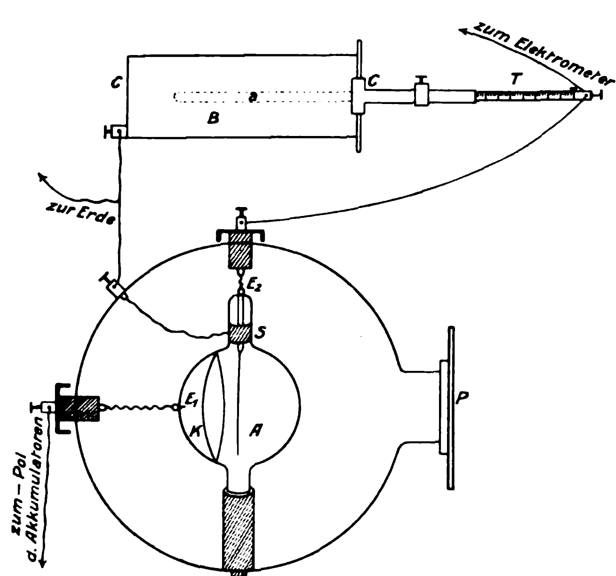
Die photoelektrischen Zellen mit Kathoden aus Alkalimetall haben in letzter Zeit zwei Vervollkommnungen erfahren, die, wie wir glauben, ihre Anwendbarkeit zu quantitativen Messungen an Lichtquellen innerhalb eines weiten Spektralbereiches ganz wesentlich erhöhen. Einerseits wird durch Überziehen des Alkalimetalles mit einer dünnen Schicht seiner kolloiden Modifikation die Empfindlichkeit gesteigert, andrerseits durch die nachfolgende Einführung eines verdünnten reaktionsunfähigen Gases, wie Helium oder Argon, dieser Zustand der Zelle, soweit es bis jetzt scheint, dauernd erhalten.

Da nun, wie bekannt, schon die alten Zellen mit kristallinischen Kaliumkathoden eine merkliche Elektronenemission gerade noch im spektralen Rot erkennen ließen, die kolloide Modifikation des Kaliums aber für sämtliche Wellenlängen des erregenden Lichts sich empfindlicher erwies als die kristallinische, so durfte vielleicht erwartet werden, daß die neuen Zellen selbst auf unsichtbares Rot noch reagieren würden. Auch der entgegengesetzte Befund, nämlich ein plötzliches Einsetzen des photoelektrischen Effekts von einer bestimmten — beim Kalium etwa im äußersten Rot gelegenen — Wellenlänge an wäre von größtem Interesse gewesen, da ja von Einstein ein solches Verhalten auf Grund der Lichtquantenhypothese wahrscheinlich gemacht ist[1]).

Wir verwandten zu den hierauf bezüglichen Untersuchungen eine hochempfindliche Kaliumzelle mit Heliumfüllung, deren Oberfläche nur einen schwachen Hauch einer rötlichen Färbung, herrührend von einer äußerst dünnen Schicht des allotropen Kaliums zeigte. Die Empfindlichkeit der Zellen scheint keineswegs mit der Stärke des kolloiden Belages zuzunehmen; wie zu erwarten, genügen Schichten von molekularer Dicke, um die Elektronenemission auf den maximalen Betrag für jede Wellenlänge und Lichtintensität zu erhöhen.

Die Zelle war, wie die Figur zeigt, in eine lichtdicht schließende, innen geschwärzte Metallkapsel eingebaut. Die Kaliumfläche K stand mittels der Elektrode E_1 in bekannter Weise mit dem negativen Pol einer Hochspannungsakkumulatorenbatterie in Verbindung, deren positiver Pol geerdet war. Von der Anode A der Zelle (einem eingeschmolzenen Platindrahte) führte die Leitung über E_2 zu dem isolierten

1) A. Einstein, Ann. d. Phys. **20**, 205, 1906.



Quadrantenpaar eines Elektrometers, dessen Empfindlichkeit 0,01 Volt für einen Skt. betrug. *S* ist ein mit der Metallkapsel und zugleich mit der Erde leitend verbundener metallischer Schutzring, der das Überfließen freier Elektrizität über die äußere Glaswand der Zelle verhüten sollte. Alle durch die Wandungen der Metallkapsel geführten Leitungen waren von dieser durch Bernsteinröhren isoliert. Wegen der Lichtdurchlässigkeit dieses Materials mußten ihre Oberflächen innerhalb der Kapsel geschwärzt werden, es geschah dies mittels eines Überzugs aus dem gut isolierenden Kitte, der unter dem Namen Picein im Handel erhältlich ist. Bei *P* trug die Kapsel einen abnehmbaren Verschluß, der durch Pappringe mit aufgekitteten Ebonitplatten von verschiedener Dicke gebildet wurde.

Um das Quadrantenelektrometer zur Messung eines durch die Zelle fließenden Photostroms brauchbar zu machen, wurde das isolierte Quadrantenpaar durch einen Bronsonwiderstand *B* mit der Erde verbunden. Dieser bestand aus einem Metallzylinder *Cc* von 12 cm Länge und 2,5 cm Radius, dessen isolierte Achse ein mit Ionium überzogener Metallstab *a* bildete. Der Stab war in seiner eigenen Richtung verschiebbar; je nach der Tiefe seines an einer Teilung *T* ablesbaren Hereinragens in den als Ionisierungskammer dienenden Zylinder war der Widerstand der eingeschlossenen Luft veränderlich, seine Größenordnung bei einer Belastung von 40 Volt betrug während der zu beschreibenden Versuche etwa $3 \cdot 10^{10}$ Ohm.

Schon ein einfacher Vorversuch machte es höchstwahrscheinlich, daß auch im unsichtbaren Ultrarot noch ein photoelektrischer Effekt an der Zelle bestand. Ließen wir nämlich das mittels einer Linse entworfene Bild eines elektrischen Lichtbogens zwischen Kohleelektroden auf die Ebonitplatte *P* (von 0,97 mm Dicke) des Verschlusses der Metallkapsel fallen, so erhielten wir, wenn an die Zelle eine Potentialdifferenz von 180 Volt angelegt war, am Elektrometer einen Ausschlag von 60 Skt., der sich durch Vermehrung der Lichtintensität noch weiter hätte steigern lassen, wenn nicht das Ebonit zu erweichen begonnen hätte. Eine Petroleumlampe, wenige Zentimeter vor der Ebonitplatte entzündet, gab eine Wirkung von etwa derselben Größe. Nun ist bekanntlich das Ebonit zwar für gewisse ultrarote Strahlen gut durchlässig, aber auch sichtbares rotes Licht wird von mäßig dicken Schichten durchgelassen. In der Tat war das erwähnte Bild des Kohlenlichtbogens für ein ausgeruhtes Auge durch die Ebonitplatte hindurch als trübroter Schein erkennbar, dagegen war von dem Lichte der Petroleumlampe nichts zu sehen. Immerhin durften völlig sichere Ergebnisse erst bei spektral zerlegtem Lichte erwartet werden.

Vermittelst eines Schwefelkohlenstoff- und eines Glasprismas, die wir hintereinander schalteten, entwarfen wir das Spektrum des weißglühenden Fadens einer Nernstlampe auf einen Pappschirm. Ein hineingeschnittener 4 mm breiter Spalt ließ bei Verschiebung des Schirmes durch die Länge des Spektrums verschiedene Farbenbereiche hindurchtreten, die wir — nach Entfernung des Verschlusses *P* — unmittelbar auf die dahinter aufgestellte Zelle fallen ließen.

Natürlich war bei diesen Versuchen die Nernstlampe in einem lichtdichten Gehäuse eingeschlossen, das Zimmer war verdunkelt und die Ablesung der Elektrometerskala geschah mittels einer von tiefrotem Glase umgebenen Glühlampe, deren Licht gegen den übrigen Teil des Beobachtungsraumes abgeschirmt war.

Es ergab sich nun zweifellos, daß auch weit jenseits des sichtbaren Rot noch Strahlen durch den Spalt fielen, die einen photoelektrischen Strom in der Zelle auslösten. Allerdings bestand noch eine Fehlerquelle. Brachte man das Auge an die Stelle des Spaltes, so sah man, auch wenn man weit über die Grenze des Rot hinausging, das Innere des zweiten Prismas, das dem Beschauer zugewandt war, von diffusem Licht erleuchtet, offenbar infolge kleiner Trübungen der Glasmasse. Bei der großen Empfindlichkeit der Zellen gegen sichtbares Licht konnte diese unregelmäßige Zerstreuung sehr wohl die beobachtete Wirkung wenigstens teilweise verursacht haben. Tatsächlich war eine kleine Beeinflussung der Zelle durch das aus dem Prisma kommende Licht auch oberhalb und unterhalb von dem eigentlichen Spektrum nachweisbar,

also an Stellen, die sicher nicht von ultraroten Strahlen getroffen wurden, doch wurde sie vollständig durch ein vorgeschaltetes Ebonitblatt von 0,35 mm Dicke abgeschirmt.

Diese Erfahrung machten wir uns zunutze, indem wir die Schutzkapsel der Zelle mittelst einer Verschlußplatte aus Ebonit von dieser Dicke abschlossen, und, um ganz sicher zu gehen, den Spalt ebenfalls mit einer Ebonitplatte gleicher Dicke hinterlegten. Jetzt konnte das diffuse Licht nicht mehr zu der Zelle gelangen, und es ergab sich, wie zu erwarten, im Blau, Grün und Gelb bis gegen Orange hin keine Wirkung, da die Ebonitschicht von der Gesamtdicke 0,70 mm von diesen Strahlen keinen merklichen Betrag mehr durchließ. Erst in dem dem Orange benachbarten Teil des Rot erfolgte ein Ausschlag von 1,3 Skt., das äußerste sichtbare Rot ergab 18,7, das daran sich schließende, mit dem Auge nicht mehr erkennbare Ultrarot 31,9, und selbst über diesen Bereich hinaus wurden noch 8,7 Skt. gemessen. Die Potentialdifferenz an der Zelle betrug wiederum 180 Volt.

Das so charakterisierte Intensitätsverhältnis entspricht natürlich nicht der photoelektrischen Wirksamkeit der betreffenden Spektralbezirke an sich, sondern ist eine Folge der auswählenden Absorption des Ebonits. Jedenfalls ist erwiesen, daß der photoelektrische Effekt (es handelt sich dabei ohne Zweifel um den von den Herren Pohl und Pringsheim als normalen bezeichneten) an kolloidem Kalium auch jenseits der Grenze der physiologischen Wirksamkeit des Lichts, für die ultraroten Strahlen besteht.

Die Versuche geben keinen Anhalt dafür, daß jener Effekt etwa von einer bestimmten Wellenlänge an plötzlich in Erscheinung tritt, vielmehr hat es den Anschein, daß eine asymptotische Annäherung an Null mit wachsender Wellenlänge vorliegt. Eine Spezialuntersuchung über diese Frage wäre jedenfalls wünschenswert.

Die im vorigen nachgewiesene Lichtempfindlichkeit des kolloiden Kaliums gegen ultrarote Strahlen bedeutet zunächst nichts als ein weiteres Hinausschieben der Grenze für die Wellenlänge des die Elektronenstrahlung erregenden Lichtes nach der Seite der wachsenden Wellenlängen hin, es ist vorderhand nicht notwendig, sie in Zusammenhang mit dem von J. J. Thomson[1]) und E. Müller[2]) untersuchten Dunkeleffekt an Alkalimetallzellen zu bringen, der in einer äußerst geringen Elektronenstrahlung bei völligem Lichtabschlusse besteht. Es liegt gewiß nahe, diese Elektronenemission mit Herrn Müller auf den kurzwelligsten Anteil derjenigen Strahlung zurückzuführen, der schon bei gewöhnlicher Temperatur von den Wänden der Zelle selbst und ihrer Umgebung ausgesandt wird; ob diese Auffassung zur quantitativen Erklärung des Vorgangs ausreicht, muß so lange unentschieden bleiben, bis die Erscheinung selbst erst näher untersucht ist.

1) J. J. Thomson, Phil. Mag. (6) **10**, 584, 1905.
2) E. Müller, Verh. der D. Phys. Ges., **11**, 72, 1909.

Wir möchten im Anschluß an diese Mitteilung noch kurz auf zwei Verwendungen der photoelektrischen Zellen hinweisen, die zwar beide nicht neu sind, aber durch die verbesserten Eigenschaften der Zellen an Bedeutung gewonnen haben.

Die erstere betrifft die Messung äußerst schwacher Lichtintensitäten, die von einer größeren Fläche ausgehen; als Beispiel wählen wir die Abklingungskurven für die Lichtemission phosphoreszierender Substanzen.

Wir stellten in einen völlig gegen Licht abgedichteten Kasten aus Schwarzblech einer empfindlichen Kaliumzelle, die in der bekannten Weise mit einem Drehspulgalvanometer in den Schließungskreis einer Hochspannungsakkumulatorenkette von 120 Volt eingeschaltet war, einen mit Balmainscher Farbe bestrichenen Leuchtschirm von 480 cm² Oberfläche gegenüber, der durch Magnesium- oder Tageslicht erregt war. Ist das Galvanometer aperiodisch eingestellt, so gibt der gemessene Ausschlag in jedem Momente direkt den Photostrom, also eine der Lichtstärke proportionale Größe an. Der Abfall der Lichtkurve läßt sich bei einer Empfindlichkeit des Galvanometers von $5 \cdot 10^{-10}$ A pro Skt. 13—20 Minuten hindurch verfolgen. Ist er zu klein geworden, um noch genau gemessen werden zu können, so ersetzt man das Galvanometer durch ein Quadrantelektrometer mit Bronsonwiderstand als Nebenschluß und kann ohne Schwierigkeit die Abnahme des Phosphoreszenzlichtes eine Reihe von Tagen hindurch beobachten.

Die so erhaltenen Kurven stimmen anscheinend mit den von Herrn A. Werner[1]) durch ein photographisches Verfahren erhaltenen überein. Der Vorteil der Methode liegt in der Möglichkeit, die Beobachtungsdauer außerordentlich zu verlängern; durch Einschalten von Strahlenfiltern würde man die Messungen auf bestimmte Spektralbereiche des Phosphoreszenzlichts beschränken können. — Bemerkenswert ist, daß die Photozelle mit Elektrometer und Bronsonwiderstand kombiniert bei der Messung schwacher über eine große Fläche ausgebreiteter Lichtintensitäten schließlich dem Auge überlegen wird. Es tritt eben in der Zelle eine Summation der gesamten eingestrahlten Energie ein; der Photostrom ist in dem angezogenen Beispiele dem

1) A. Werner, Ann. der Phys. **24**, 164, 1907.

Produkte aus der Fläche der lichtempfindlichen Kaliumkathode und der des strahlenden Kalziumsulfidschirmes proportional. In der Wahrnehmung leuchtender Punkte steht dagegen die Zelle hinter dem Auge mit seinem optischen Sammelapparat zurück, zur Vergleichung etwa von Sternhelligkeiten wird daher die Photozelle nur in Verbindung mit optischen Sammelvorrichtungen von großer Öffnung verwendbar sein.

Eine zweite Anwendung der empfindlichen Photozellen ist die zur Messung und Vergleichung sehr großer Lichtstärken, z. B. des Sonnenlichts in seiner Abhängigkeit vom Höhenwinkel der Sonne.

Während bei früheren Beobachtungen dieser Art an den alten Zellen ein Galvanometer mit Spiegel und Skala notwendig war, kommt man jetzt vollkommen mit einem Meßinstrument in Dosenform aus, dessen Empfindlichkeit etwa 10^{-5} Amp. für den Skalenteil beträgt, als Stromquelle genügen 10 kleine Akkumulatoren. Der ganze Apparat wird dadurch so handlich, daß er leicht transportabel ist und etwa bei Luftfahrten ohne Schwierigkeit mitgenommen werden kann.

Wenn, wie man hoffen darf, es gelingt, hochempfindliche Kaliumzellen in Quarzglas herzustellen, so wäre damit eine Methode zur Messung gewisser Bereiche der ultravioletten Sonnenstrahlung ermöglicht, die vor allen andern den Vorzug größter Bequemlichkeit und Sicherheit bieten würde.

In vorliegender Mitteilung ist gezeigt, daß photoelektrische Zellen mit Kathoden aus Kalium, das mit einer Schicht seiner kolloiden Modifikation überzogen ist, und deren Gasinhalt aus verdünntem Argon oder Helium besteht, die Emission negativer Elektronen, den Hallwachseffekt, schon im unsichtbaren Ultrarot zeigen. Dieselben Zellen lassen sich zur quantitativen Bestimmung des Lichtabfalls phosphoreszierender Körper über sehr große Zeiträume hinaus verwenden. Lichtstärken von der Intensität des Sonnenlichts sind durch sie mittelst transportabler Galvanometer in Dosenform zu messen.

Die Mittel zu diesen Untersuchungen sind uns aus der Jagorstiftung in Berlin gewährt.

Wolfenbüttel, im Juli 1911.

(Eingegangen 18. Juli 1911.)

Fluoreszenzabsorption und Lambertsches Absorptionsgesetz beim Fluoreszein.

Von F. Kaempf.

Die Frage nach dem Vorhandensein einer besonderen Fluoreszenzabsorption, d. h. der Steigerung des Absorptionsvermögens während der Fluoreszenz ist bereits mehrfach Gegenstand von Experimentaluntersuchungen gewesen. Für Gase, die durch elektrische Entladungen zur Fluoreszenz gebracht sind, ist dies z. B. an Wasserstoff durch A. Pflüger[1]) und später durch Ladenburg[2]) nachgewiesen. Es gilt demnach hier, wenigstens qualitativ, das allerdings nur für reine Temperaturstrahlung abgeleitete Gesetz von der Gleichheit von Emission und Absorption, ein Resultat, das nach den üblichen Anschauungen, welche die Ursache der Absorption in dem Mitschwingen der Elektronen sieht, zu erwarten ist. Trotzdem bei den elektrisch erregten Gasen die Bedingungen des Nachweises einer Fluoreszenzabsorption relativ sehr günstig liegen, gelingt der Nachweis nur unter besonderen Vorsichtsmaßregeln.

Für Körper, die durch Licht zur Fluoreszenz erregt werden, wie Uranglas, Fluoreszeinlösung usw., ist die fragliche Erscheinung von Carmichel[3]), R. W. Wood[4]) und Robert A. Houstoun[5]) mit negativem Erfolg gesucht worden. Einen positiven Effekt glauben hingegen konstatieren zu können: Burke[6]), Nichols und Merritt[7]), Frances Wick[8]). Die Beobachtungsmethode war bei allen Forschern im wesentlichen die gleiche. Es wurde einmal die von einer Lichtquelle durch den betr. Körper durchgehende Intensität (I), dann die Intensität des durch seitliche Beleuchtung hervorgerufenen Fluoreszenzlichtes (Fl) und schließlich Durchlässigkeit und Fluoreszenz zusammen (C) gemessen. Alsdann muß, sofern eine Fluoreszenzabsorption (Af) vorhanden ist, $Af = I + Fl - C$.

Nichols und Merritt konstatierten hierbei nun an Lösungen von Fluoreszein die Werte von $I + Fl$ bis 12 Proz., abweichend von den Werten von C, woraus für die prozentuale Fluoreszenzabsorption $\frac{Fl + I - C}{T}$ sich Werte bis zu 42 Proz. berechneten.

Ähnliche Resultate erhielt auch Fr. Wick in einer, bei Nichols und Merritt mit dem gleichen Photometer ausgeführten Untersuchung an Resorufinlösungen. Daneben zeitigte diese Arbeit noch eine Reihe ganz eigenartiger Resultate, die jeder Erklärung trotzen, bzw. untereinander im Widerspruch stehen. Miß Wick findet nämlich in einer vorhergehenden Arbeit (diese

1) Ann. d. Phys. (4) **24**, 515, 1907.
2) Verh. d. D. phys. G. **10**, 550, 1908.
3) C. R. **140**, 139.
4) Phil. Mag. (6) **16**, 940—944.
5) Roy. Soc. Edinburgh, June 28, 1909.
6) Phil. Trans. **191** (A), 87.
7) Phys. Rev. **14**, 396; auch Jahrb. d. Rad. u. Elektr **2**, 174, 1906.
8) Diese Zeitschr. **8**, 692, 1907.

Zeitschr. 8, 681) die Gültigkeit des Lambertschen Absorptionsgesetzes bestätigt.

Da dieses Gesetz besagt, daß die Absorption unabhängig von der Intensität des einfallenden Lichtes ist, andrerseits aber mit der Zunahme dieser Intensität auch die Intensität des Fluoreszenzlichtes und demnach die Absorption steigen müßte, so ist der Befund der gleichzeitigen Gültigkeit von Lambertschem Gesetz und Fluoreszenzabsorption nicht gut denkbar. Unverständlich ist schließlich das Resultat, daß die Fluoreszenzabsorption nur bis zu einem gewissen Betrage mit der Schichtdicke der fluoreszierenden Flüssigkeit wächst, bei weiterer Steigerung dieser Schichtdicke jedoch nicht weiter zunimmt. Diese, sowie einige weitere Ergebnisse (Lage des Maximums der Fluoreszenzabsorption, Erreichung eines Maximums der Fluoreszenzabsorption bei Steigerung der Fluoreszenz in der absorbierenden Lösung) lassen die Vermutung aufkommen, daß die Resultate durch irgendwelche Fehler in der Apparatur oder Beobachtung vorgetäuscht wurden. Es schien daher wichtig, weitere Untersuchungen zu unternehmen, die Fehlerquellen sicher ausschließen.

Beobachtungen.

Da die übliche Methode der Bestimmung die von dem durchgehenden Licht erregte Fluoreszenz nicht mit berücksichtigt, wurden der gebräuchlichen Anordnung noch zwei Nicolsche Prismen hinzugefügt. Die so entstandene Versuchsanordnung zeigt die Fig. 1. Dabei bedeuten:

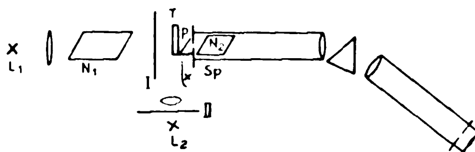


Fig. 1.

N_1, N_2 Nicolsche Prismen, T Absorptionstrog, L_1 und L_2 2 Nernstlampen, Sp einen Doppelspalt, vor dessen einer Spalthälfte sich ein kleines totalreflektierendes Prisma (P) befindet, welches das, von der kleinen Glühlampe kommende Vergleichslicht in das Photometer hineinwirft; I und II Schirme zum Abblenden von L_1 bzw. L_2.

Waren beide Nicolsche Prismen parallel, so kam bei geschlossenem Schirme II in den Apparat: erstens das durchgehende Licht von L_1 (T), zweitens das Fluoreszenzlicht, das seine Erregung dem durchgehenden Lichte verdankt (Fl_T). Bei gekreuzten Nicolschen Prismen dagegen nur (Fl_T). Wird Schirm II geöffnet, so erhält man bei geschlossenem Schirm I das durch L_2 erzeugte Fluoreszenzlicht (Fl), bei offenem Schirm I $Fl + Fl_T$. Schließlich bei offenem Schirm I und II und parallelen Nicolschen Prismen $Fl + Fl_T + T$. Im Laufe der Untersuchung stellte sich übrigens die Anwendung der Nicolschen Prismen als unnötig heraus, da bei geeigneter Aufstellung das von dem durchgehenden Licht erzeugte Fluoreszenzlicht so gering war, daß es nicht in Betracht kam, deshalb wurden die Nicolschen Prismen später wieder weggelassen.

Um nun immer die höchste Empfindlichkeit zu bekommen, wurde die Helligkeit des Vergleichslichtes auf die für das Auge günstigste Stärke gebracht und dann der Spalt, der den von L_1, bzw. vom Trog kommenden Strahl begrenzte, in seiner Breite variiert. Die so gewonnenen Resultate zeigten nun für verschiedene Aufstellungen des Troges usw. zunächst keine übereinstimmenden Resultate. Der Grund hierfür wurde schließlich darin gefunden, daß man bei seitlicher Einstrahlung von L_2 wegen des exponentiellen Abfalles der Lichtintensität, bzw. der dadurch hervorgerufenen Fluoreszenzintensität nicht immer bei der doppelten Spaltbreite auch die doppelte Lichtmenge in den Apparat bekam, es kommt dann eben sehr darauf an, ob der Exponentialabfall in dem vom (symmetrisch sich öffnenden) Spalt herausgeblendeten Teil in diesem Bereich noch als linear abfallend angesehen werden kann. In einem Falle, wo diese Voraussetzung erfüllt war, fanden sich folgende Werte (Mittelwerte aus 5 Einzeleinstellungen):

$$Fl = 66 \qquad T = 49 \qquad Fl + T = 114,$$

d. h. die Differenz lag unterhalb der Beobachtungsfehler, die sich auf etwa 4—5 Proz. beliefen. Eine Fluoreszenzabsorption war also nicht zu konstatieren. Dennoch schien es wünschenswert, bei den so verschiedenen Resultaten der einzelnen Forscher eine Anordnung derartig aufzubauen, daß man sich auch ohne Messungen einfach durch den Augenschein überzeugen kann, ob eine Fluoreszenzabsorption vorhanden ist oder nicht.

Dies läßt sich leicht durch den folgenden Aufbau erreichen. (Fig. 2.)

Dabei ist der Trog T, der bis auf ein kleines Rechteck mit schwarzem Papier abgedeckt ist, so weit von dem Photometer entfernt, daß das divergente Fluoreszenzlicht, das außerdem noch einen zweiten Spalt passieren muß, im Photometer nicht mehr wahrgenommen wird, wohl aber das durch Linsen schwach konvergent gemachte durchgehende Licht. Die Intensität des letzteren wird durch Rauchgläser R passend geschwächt, so daß im Trog selbst das Fluores-

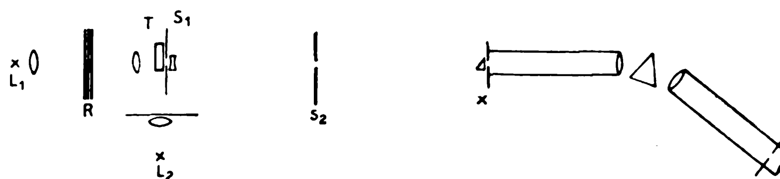


Fig. 2.

zenzlicht wesentlich stärker ist als das durchgehende. Blendet man nun, während man durch das Photometer sieht, durch geeignete Vorrichtungen abwechselnd L_2 ab, so ist keinerlei Unterschied in der Intensität zu bemerken, — also wieder das oben gewonnene Resultat. — Man kann also sagen: Eine Fluoreszenzabsorption existiert innerhalb der Fehlergrenze (4—5 Proz.) bei Fluoreszein nicht.

Mittels einer der letzteren ganz ähnlichen Anordnung wurde nun noch das Lambertsche Absorptionsgesetz geprüft. Da dies besagt, daß die Absorption unabhängig von der Intensität des einfallenden Lichtes ist, so wurde ein Rauchglassatz einmal vor und einmal hinter den Trog gestellt und die Intensität gemessen. Dabei wurden, obwohl die Intensitäten des einfallenden Lichtes bis zu dem Verhältnis von 1 : 1000 geändert wurden, keinerlei Änderung in der Absorption wahrgenommen, d. h. das Lambertsche Gesetz ist auch für fluoreszierende Substanzen erfüllt.

Zusammenfassung: Die vorliegende Untersuchung hat folgendes Ergebnis gezeitigt:

Es existiert beim Fluoreszein weder eine Abweichung vom Lambertschen Absorptionsgesetz noch eine Fluoreszenzabsorption, die den Betrag von 5 Proz. (der Meßgenauigkeit) erreicht. Die gegenteiligen Resultate von Nichols und Merritt sowie Frances Wick müssen als nicht zutreffend bezeichnet werden.

Physikalisches Institut der Univers. Leipzig.

(Eingegangen 3. Juli 1911.)

Ein Dämpfungsmesser für die Praxis der drahtlosen Telegraphie.

Von Paul Ludewig.

I.

Zur Bestimmung der Dämpfung elektrischer Schwingungskreise benutzt man in der Praxis der drahtlosen Telegraphie die auf der Bjerknesschen Theorie fußende Methode, die durch Ausmessen der Resonanzkurve die Summe der Dämpfungen des zu messenden Kreises und des Resonanzkreises ermittelt. Die im folgenden beschriebene vereinfachte Methode knüpft an diese Beziehungen eng an. Sie seien daher in Kürze[1]) wiederholt.

Stellt Fig. 1 die mit einem möglichst wenig gedämpften Kreis gemessene Resonanzkurve dar, und bezeichnen wir mit $\mathfrak{d}_1$ das Dämpfungsdekrement des Primärsystems, mit $\mathfrak{d}_2$ das des Sekundärsystems, so ergibt sich die Summe der Dekremente aus der Formel

$$\mathfrak{d}_1+\mathfrak{d}_2=\pi\frac{C_r-C}{C_r}\sqrt{\frac{J_{\text{eff}}^2}{J_{r\,\text{eff}}^2-J_{\text{eff}}^2}}. \qquad (1)$$

Darin bedeutet C_r die Kapazität des Sekundärkreises bei Resonanz, C die Kapazität bei irgendeiner anderen Stellung, und J_r und J die diesen Kapazitäten entsprechenden Stromstärken.

Diese Formel läßt sich infolge der Symmetrie der Resonanzkurve, wie ein Vergleich der Fig. 1 und 2 zeigt, schreiben

$$\mathfrak{d}_1+\mathfrak{d}_2=\frac{\pi}{2}\frac{C_2-C_1}{C_r}\sqrt{\frac{J_{\text{eff}}^2}{J_{r\,\text{eff}}^2-J_{\text{eff}}^2}}. \qquad (2)$$

Mißt man die Stromstärken mit einem den quadratischen Wert des Stromes messenden Amperemeter, und bezeichnet man dessen Ausschlag mit α, so nimmt die Formel die Gestalt an

$$\mathfrak{d}_1+\mathfrak{d}_2=\frac{\pi}{2}\frac{C_2-C_1}{C_r}\sqrt{\frac{\alpha}{\alpha_r-\alpha}}. \qquad (3)$$

Gewöhnlich wird es genügen, diese Messung nur an einer Stelle der Kurve auszuführen, und zwar wird die Formel besonders einfach, wenn der Wurzelwert

$$\sqrt{\frac{\alpha}{\alpha_r-\alpha}}=1$$

wird. In diesem Falle ist

$$\frac{\alpha}{\alpha_r}=\frac{1}{2} \qquad (4)$$

zu machen, d. h. man stellt zunächst auf vollem Resonanzausschlag ein und dann sucht man die Kapazitätswerte auf beiden Seiten, bei denen der quadratische Wert des Stromes die Hälfte des bei Resonanz gefundenen ist (vgl. Fig. 3).

Die Formel (3) nimmt nach dieser Vereinfachung, in der, wohl gemerkt, keine Vernachlässigung steckt, die Gestalt an

$$\mathfrak{d}_1+\mathfrak{d}_2=\frac{\pi}{2}\frac{C_2-C_1}{C_r}. \qquad (5)$$

1) Vgl. besonders Zenneck, Leitfaden der drahtlosen Telegraphie. Stuttgart 1909.

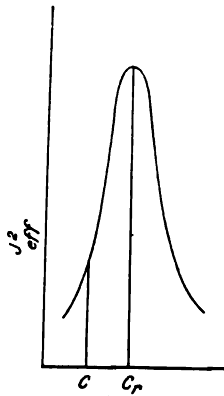


Fig. 1.

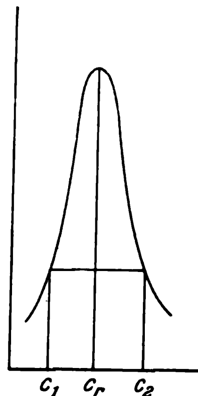


Fig. 2.

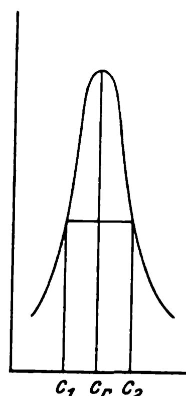


Fig. 3.

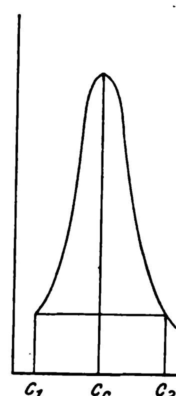


Fig. 4.

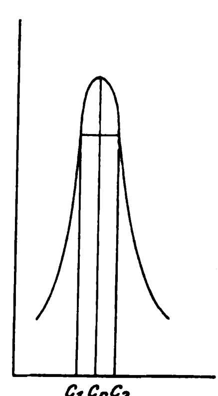


Fig. 5.

Es sei aus später beschriebenen Gründen besprochen, wie das Verhältnis $\frac{\alpha}{\alpha_r}$ beschaffen sein muß, falls die Wurzel in Formel (3) nicht gleich 1, sondern gleich $^1/_2$ und gleich 2 wird. Im ersteren Falle ergibt sich aus

$$\sqrt{\frac{\alpha}{\alpha_r - \alpha}} = \frac{1}{2} \tag{6}$$

die Beziehung:

$$\frac{\alpha}{\alpha_r} = \frac{1}{5}, \tag{7}$$

welche die Formel (3) in die Form bringt:

$$\mathfrak{d}_1 + \mathfrak{d}_2 = \left(\frac{\pi}{2}\frac{C_2 - C_1}{C_r}\right)\frac{1}{2}. \tag{8}$$

Sie hätte zur Bedingung, daß man auf beiden Seiten auf $^1/_5$ des bei Resonanz gefundenen Ausschlags einstellt (vgl. Fig. 4).

Nimmt man die Wurzel der Formel (3) gleich 2, so ergibt sich

$$\sqrt{\frac{\alpha}{\alpha_r - \alpha}} = 2 \tag{9}$$

oder

$$\frac{\alpha}{\alpha_r} = \frac{4}{5}. \tag{10}$$

In diesem Falle gestaltet sich die Formel (3) um zu

$$\mathfrak{d}_1 + \mathfrak{d}_2 = \left(\frac{\pi}{2}\frac{C_2 - C_1}{C_r}\right)\cdot 2 \tag{11}$$

und würde verlangen, daß man auf beiden Seiten einen Ausschlag einstellt, der $^4/_5$ des bei Resonanz erhaltenen beträgt (vgl. Fig. 5).

Bei der praktischen Ausführung der Messung auf Grund der Formel (5) (Fig. 3) verfährt man so, daß man in den Resonanzkreis einen Stromzeiger so einschaltet, daß er den Kreis möglichst wenig dämpft. Man kann es so erreichen, daß dieser Kreis praktisch ungedämpft, d. h. daß

$$\mathfrak{d}_2 = 0$$

ist. Die Formel (5) nimmt dann die Gestalt an

$$\mathfrak{d}_1 = \frac{\pi}{2}\frac{C_2 - C_1}{C_r}. \tag{12}$$

Die zu beschreibende Methode[1]) geht von der Formel (5) aus, benutzt also die Bjerknessche Theorie, macht aber die durch Formel (5) verlangte Ausrechnung der Dämpfungswerte aus den abgelesenen Kapazitätswerten überflüssig, indem sie gestattet, die Dämpfungsdekremente direkt an einer Flächenskala abzulesen. Außerdem resultiert noch eine beträchtliche Vergrößerung der Meßgenauigkeit.

II.

In der Formel

$$\mathfrak{d}_1 + \mathfrak{d}_2 = \frac{\pi}{2}\frac{C_2 - C_1}{C_r}$$

steht im Zähler ein Wert, der der Verschiebung entspricht, die man am Drehkondensator machen muß, um von dem einen halben Ausschlag am Amperemeter zum anderen zu gelangen. Diese Größe ist je nach der Größe der Dämpfung verschieden. Man kann sie als eine unabhängige Variabele betrachten und die im Nenner stehende Größe C_r, den Kapazitätswert bei Resonanz, als zweite unabhängige Variabele, so daß die Formel eine Beziehung zwischen einer abhängigen und zwei unabhängigen Variabelen zeigt, der man allgemein die mathematische Form

$$y = f(x_1, x_2) \tag{13}$$

geben kann. Soll eine derartige Beziehung einem Meßinstrumente zugrunde liegen, das direkt die abhängige Variabele an einer Skala abzulesen gestattet, so trifft man auf Komplikationen. Einfacher ist es, wenn die abhängige Variabele nur mit einer unabhängigen Variabelen verknüpft ist, wie es die Formel

$$y = f(x) \tag{14}$$

1) D.R.P. No. 231974 vom 28. Mai 1910.

darstellt. Auf dieser Form beruhen die meisten Meßinstrumente (z. B. Stromstärke als Funktion eines Winkel-Amperemeters). Eine derartige Abhängigkeit läßt sich leicht durch eine nach einer Dimension sich erstreckende Skala in physikalische Gestalt bringen.

Hat man aber eine Beziehung der Form (13), so kann man diese, wie sich zeigen wird, nur durch eine Flächenskala realisieren. Das ist auch der Fall in unserem Problem. Es seien daher vorher ein paar nachträglich gefundene andere Beispiele kurz besprochen, die das Wesen des Problems veranschaulichen.

III.

Ohmmeter: Das Ohmsche Gesetz $w = \frac{e}{i}$ gestattet die Messung eines Widerstandes aus der Strom- und Spannungsmessung. Der Widerstand ist abhängig von den beiden Variabelen Strom und Spannung. Will man die Rechnung, die bei der getrennten Ablesung von Ampere und Voltmeter nötig ist, vermeiden, so gebraucht man eine Flächenskala.

Ferier hat dafür ein Instrument konstruiert, in dem sich die Zeiger eines Ampere- und Voltmeters kreuzen. Unter dem Kreuzungspunkt ist der Widerstand, der dem Ausschlag der Zeiger entspricht, direkt abzulesen. Die Fläche, die dieser Kreuzungspunkt beschreiben kann, ist mit durch Rechnung gefundenen Isowiderstandskurven bedeckt.

Frequenzmesser: Ein ähnliches Problem ist in dem Frequenzmesser des gleichen Verfassers gelöst. Gilt es die Frequenz eines Wechselstromes zu bestimmen, so schaltet er an die Wechselspannung eine Selbstinduktionsspule (L). Der Strom in der Spule und die Spannung an den Enden stellen sich so ein, daß

$$i = \frac{e}{\sqrt{r^2 + \omega^2 L^2}}$$

ist. In der Form

$$\omega = \frac{1}{L} \sqrt{\frac{e^2}{i^2} - r^2}$$

ergibt diese Beziehung die Frequenz des Wechselstromes in Abhängigkeit von Strom und Spannung. Auch hier kreuzen sich die beiden Zeiger von Strom- und Spannungsmesser, während unter dem Kreuzungspunkt der Frequenzwert auf der mit Isofrequenzkurven belegten Flächenskala abgelesen wird.

Das in diesen beiden Beispielen ausgesprochene Prinzip der gekreuzten Zeiger läßt sich auf eine große Anzahl Probleme erweitern und ist in der letzten Zeit viel beschrieben. In diesen Fällen entspricht den beiden Variabelen je eine Drehung um einen bestimmten Winkel. Es ist klar, daß die Anordnung der Isokurven wesentlich anders wird, je nach der Art der Verschiebung, die man den unabhängigen Variabelen aufzwingt. Man kann ganz allgemein folgende einfache Fälle unterscheiden: Die beiden unabhängigen Variabelen entsprechen

1. beide einer Drehung um einen Winkel;
2. beide einer geradlinigen Verschiebung in Richtungen, die sich kreuzen;
3. die eine Variabele entspricht einer geradlinigen Verschiebung, die andere einer Drehung um einen Winkel.

Ein Beispiel für den dritten Fall liefert ein von verschiedenen Firmen in den Handel gebrachtes Wattmeter. Der Konstruktion der Flächenskala liegt die Formel

$$w = e \cdot i$$

zugrunde, und zwar ist als Zeigerinstrument ein Amperemeter benutzt. Die Abhängigkeit von e (das mit irgendeinem Spannungsmesser zu bestimmen ist) ist dadurch berücksichtigt, daß in verschiedener Entfernung vom Drehpunkt des Amperemeterzeigers konzentrische Kreise gezogen sind, die verschiedenen Spannungen entsprechen. Hier entspricht also dem Strome eine Drehung um einen Winkel, der Spannung eine Verschiebung längs des Zeigers. Es ergeben sich so Isokurven, wie sie in Fig. 6 angedeutet sind.

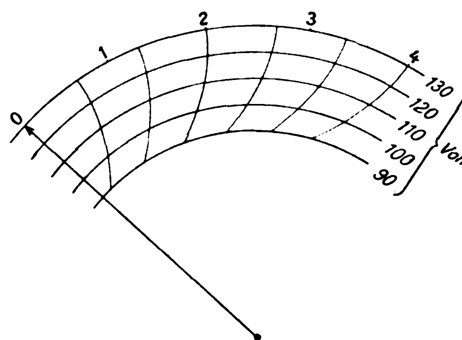


Fig. 6.

Bei allen den so entstehenden Isokurven ist naturgemäß zu fordern, daß der Abstand zwischen zwei Kurven möglichst konstant ist und je nach der verlangten Meßgenauigkeit eine bestimmte Größe hat. Die Art der Kurven ist einmal abhängig von der Wahl der drei angeführten Ausführungsarten und zweitens von der mathematischen Form, die die Gleichung

$$y = f(x_1, x_2)$$

besitzt. Es läßt sich von diesem Gesichtspunkt aus für die vorkommenden einfachen Fälle (Verbindung der beiden unabhängigen Variabelen durch einfache Addition, durch Multiplikation, durch Division) das ganze Problem übersehen.

IV.

Das Problem der Dämpfungsmessung auf Grund der Formel (5) führt zu einer Lösung, die dem oben beschriebenen Fall 3 entspricht, also ihrem Wesen nach Ähnlichkeit mit dem beschriebenen Wattmeter hat.

Wie schon erwähnt, gestattet die Anordnung der alten Methode gegenüber eine wesentliche Vergrößerung der Meßgenauigkeit. Während bisher die dem Zähler der rechten Seite

$$\mathfrak{d}_1 + \mathfrak{d}_2 = \frac{\pi}{2} \frac{C_2 - C_1}{C_r}$$

entsprechende Verschiebung am Drehkondensator sehr klein war, d. h. meist nur einige Grade der Skala betrug, enthält hier der Resonanzkreis nicht nur einen Drehkondensator, sondern zwei parallel geschaltete, von denen der eine voll eingeschaltet größer als der andere ist. Es wird nun von dem größeren Kondensator im wesentlichen nur der Nenner der Formel (5) berücksichtigt, d. h. mit ihm der Resonanzkreis auf Resonanz eingestellt, während der kleine Kondensator die dem Zähler entsprechende Verschiebung ausführt. Es ist damit erreicht, daß diese Verschiebung sich über eine größere Drehung erstreckt und so die Meßgenauigkeit wesentlich vergrößert. Der Resonanzkreis ist also nach der Schaltung der Fig. 7 angeordnet,

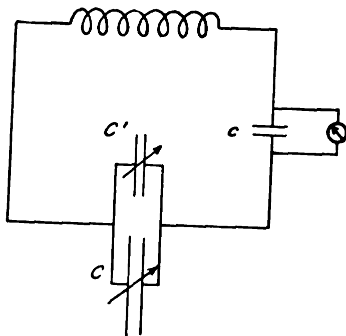


Fig. 7.

in dem C und C' die beiden erwähnten Drehkondensatoren sind. Das Instrument (Hitzdrahtamperemeter) ist nach Hahnemann parallel zu einem Blockkondensator c gelegt gedacht, um den Kreis möglichst wenig zu dämpfen. Es ist dafür naturgemäß auch jede andere Schaltung zu gebrauchen, die dem Quadrat des Stromes (oder der Spannung) proportionale Angaben ergibt.

Das Wesentliche ist die Anordnung der beiden Deckel der Drehkondensatoren, wie sie Fig. 8 veranschaulicht. C ist der große, C' der kleine Drehkondensator. Der Zeiger des Kondensators C spielt über der Skala I, der Zeiger Z_2 des kleinen Kondensators C' über der Skala III. Die drehbaren Platten des kleinen Kondensators sind mit einem Rahmen verbunden, auf dem sich die Skala II befindet und über den sich der Schieber S verschieben läßt. Die Skala II entspricht der Skala I, ist also auch von 0° bis 180° geteilt. Der Kondensator C hat bei 0° den kleinsten, bei 180° den größten Wert, während die Null der Skala III in die Mitte gelegt ist, wobei der Stellung —90° der kleinste, der Stellung +90° der größte Kondensatorwert entspricht.

Zur Ausführung der Dämpfungsmessung verfährt man folgendermaßen. Man stellt den

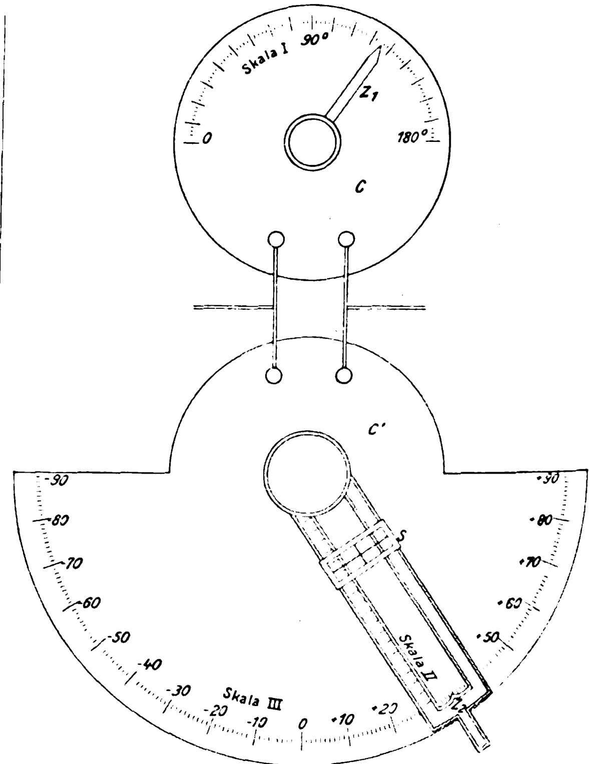


Fig. 8.

Zeiger Z_2 auf 0 und stimmt durch Drehen des Zeigers des großen Kondensators C den Sekundärkreis auf Resonanz ein. Man befindet sich also jetzt an der dem Kapazitätswert C_r entsprechenden Stelle der Fig. 1, und zwar besteht C_r aus der Kapazität des Kondensators C (in der eingestellten Stellung) und dem Kapazitätswert des kleinen Kondensators C' in der Stellung auf 0.

Jetzt stellt man den Schieber S, der über der Skala π spielt, auf denselben Zahlenwert, den der Zeiger Z_1 anzeigt, und verschiebt den ganzen Rahmen nach der einen Seite so lange, bis am Hitzdrahtinstrument der halbe Ausschlag

erscheint. Unter dem Fadenkreuz des Schiebers S steht dann die Summe $\mathfrak{d}_1 + \mathfrak{d}_2$ auf der empirisch geeichten, in der Fig. 8 angedeuteten Flächenskala.

Dadurch, daß man den Rahmen sodann vom Nullpunkt der Skala III auch nach der anderen Seite verschiebt und dort die gleiche Messung auf der symmetrischen Flächenskala macht, erhält man zwei Werte, aus denen man das Mittel nehmen kann.

Vergleichen wir die Methode mit den oben beschriebenen allgemeinen Ausführungen über die Konstruktion von Flächenskalen, so ergibt sich, daß hier tatsächlich der erwähnte dritte Fall vorliegt, da in der Formel (5) der Zähler der rechten Seite einer Drehung und der Nenner einer Verschiebung entspricht.

V.

Die Konstruktion der Isodämpfungskurven ergibt sich aus folgenden Überlegungen. Die Eichkurve der gebräuchlichen Drehkondensatoren ist eine gerade Linie. Bezeichnen wir den momentanen Kapazitätswert der beiden Kondensatoren mit C und C', so kann man schreiben

$$C = a\,\alpha + b$$
$$C' = a'\,\alpha' + b',$$

α und α' sind darin die Winkel, um die der Kondensator gedreht ist, während a und a' die Tangente der Neigungswinkel der Eichkurve und b und b' die Kapazitätswerte bei dem Winkel $\alpha = 0$ und $\alpha' = 0$ bedeuten.

Setzt man in die Formel

$$\mathfrak{d}_1 + \mathfrak{d}_2 = 1{,}57\,\frac{C_2 - C_1}{C_r}$$

die nach der obigen Beschreibung in jedem Fall vorhandenen Kapazitätswerte ein (vgl. Fig. 9), so erhält man

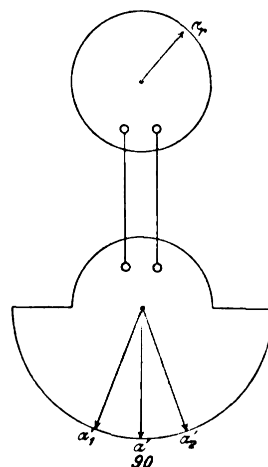


Fig. 9.

$$\mathfrak{d}_1 + \mathfrak{d}_2 = 1{,}57\,\frac{(a\,\alpha_r + b) + (a'\,\alpha_2' + b') - [(a\,\alpha_r + b) + (a'\,\alpha_1' + b')]}{(a\,\alpha_r + b) + (a'\,\alpha_{90}' + b')}. \qquad (15)$$

Diese Gleichung erhält nach verschiedenen Umrechnungen die Form

$$\mathfrak{d}_1 + \mathfrak{d}_2 = 1{,}57\,a'\,\frac{\alpha_2' - \alpha_1'}{a\,\alpha_r + a'\,\alpha_{90}' + (b + b')} \qquad (16)$$

oder

$$\mathfrak{d}_1 + \mathfrak{d}_2 = 1{,}57\,\frac{\alpha_2' - \alpha_1'}{\frac{a}{a'}\,\alpha_r + \alpha_{90}' + \frac{b + b'}{a'}}. \qquad (17)$$

Sind die Eichkurven der beiden Kondensatoren C und C' bekannt, so ergeben die Werte $\frac{a}{a'}$ und $\left(\alpha_{90}' + \frac{b + b'}{a'}\right)$ je einen konstanten Zahlenwert, so daß die Formel (17) die Gestalt annimmt

$$\mathfrak{d}_1 + \mathfrak{d}_2 = 1{,}57\,\frac{\alpha_2' - \alpha_1'}{c_1\,\alpha_r + c_2}. \qquad (18)$$

Aus dieser einfachen Formel läßt sich eine Dämpfungskurve leicht berechnen. Wollen wir die zu $\mathfrak{d}_1 + \mathfrak{d}_2 = 0{,}1$ gehörende Kurve zeichnen, so ergibt sich

$$0{,}1 = 1{,}57\,\frac{\alpha_2' - \alpha_1'}{c_1\,\alpha_r + c_2}.$$

oder

$$\alpha_2' - \alpha_1' = \frac{0{,}1}{1{,}57}\,(c_1\,\alpha_r + c_2).$$

Aus dieser Formel ist für die verschiedenen Werte von α_r die Verschiebung $\alpha_2' - \alpha_1'$ zu berechnen und einzuzeichnen.

Beispiel: Die beiden Kondensatoren haben voll eingeschaltet Kapazitätswerte, die sich wie 1 zu 3 verhalten und ihre Eichkurven gehen durch Null, d. h. die Kapazität ist bei beiden bei der Stellung des Zeigers auf 0 (bzw. -90^0) gleich Null. Dann ergibt sich

$$b = b' = 0,$$

ferner $\frac{a}{a'} = 3$ und $\alpha_{90}' = 90$. Die Formel (17) nimmt so die Gestalt an

$$\mathfrak{d}_1 + \mathfrak{d}_2 = 1{,}57\,\frac{\alpha_2' - \alpha_1'}{3\,\alpha_r + 90}.$$

Auf Grund dieser Formel sind in den Fig. 10 und 11 Flächenkurven konstruiert. Die beiden Kurven unterscheiden sich nur dadurch, daß bei Fig. 10 der Nullpunkt der Skala II (Fig. 8) in der Mitte, bei Fig. 11 nach außen verlegt ist. Die Kurvenschnur der Fig. 11 läßt bei einem großen Wert der Skala II eine sehr

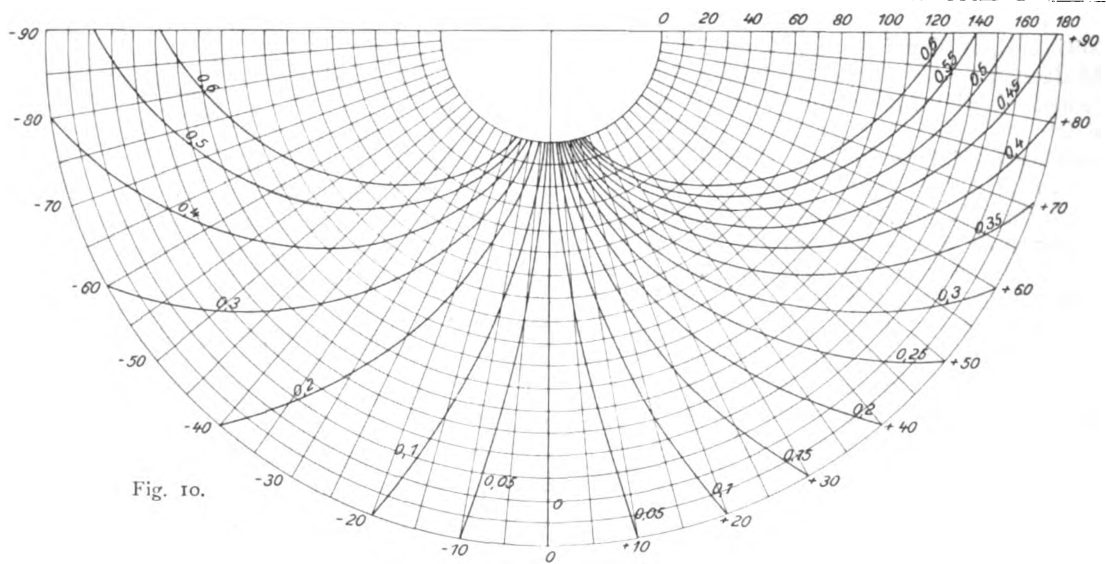


Fig. 10.

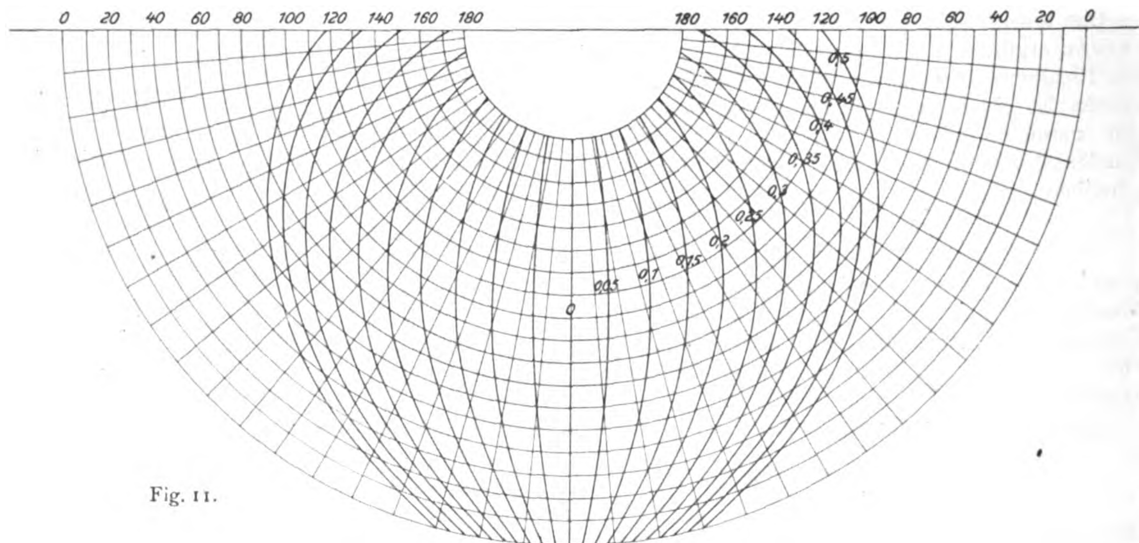


Fig. 11.

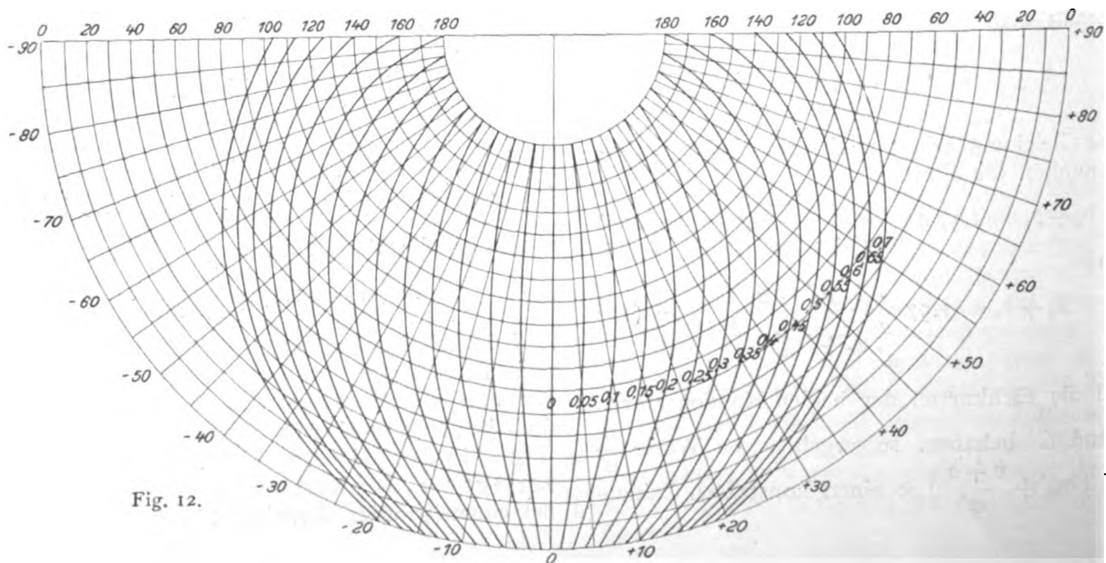


Fig. 12.

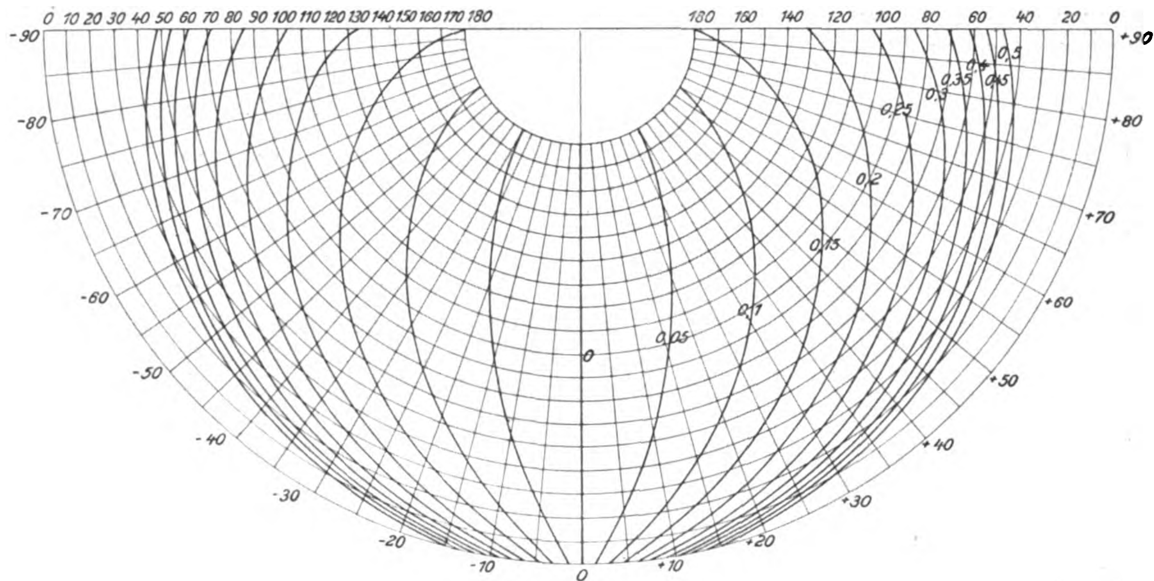


Fig. 13.

genaue Messung zu, bei einem kleinen Wert der Skala II ist eine Messung aber kaum mehr möglich. Es ist deswegen zweckmäßiger, die Anordnung nach Fig. 10 zu treffen, bei der die Ablesungsgenauigkeit überall ziemlich gleichmäßig ist.

Die Fig. 12 und 13 enthalten die Kurven, bei denen auch b und b' gleich Null ist, aber das Verhältnis $\frac{a}{a'}$ gleich 4 und gleich 10 gemacht ist. Wie man sieht, hat man es durch geeignete Wahl der Größe der Kondensatoren in der Hand, die Genauigkeit der Messung zu beeinflussen. Man wird zweckmäßig wohl das Verhältnis 1:4 wählen, da hier auch auf die Kurve $\mathfrak{d}_1 + \mathfrak{d}_2 = 0{,}5$ noch überall gut einzustellen ist.

Nimmt man b und b' gleich Null, so ist die Konstruktion der Kurven vollkommen unabhängig vom absoluten Werte der Kondensatoren und nur abhängig von dem Verhältnis, in dem sie zueinander stehen. Diese Tatsache vereinfacht die Übersicht über die zu wählende Flächenskala außerordentlich.

VI.

Bei den ausgeführten Drehkondensatoren ist die Forderung $b = b' = 0$ meist nicht vorhanden. Die Rechnung wird dadurch nicht komplizierter, man ist nur gezwungen, für jedes Kondensatorpaar nach der Eichung eine besondere Flächenskala zu berechnen. Bei einer ersten Anordnung, die in unterzeichnetem Institut gebaut wurde, wurden zwei Drehkondensatoren verwendet, deren Platten sich in Luft befanden. Die ganze Anordnung zeigt Fig. 14, auf der vorn der kleine Drehkondensator mit dem Rahmen und dem Schieber deutlich zu erkennen ist.

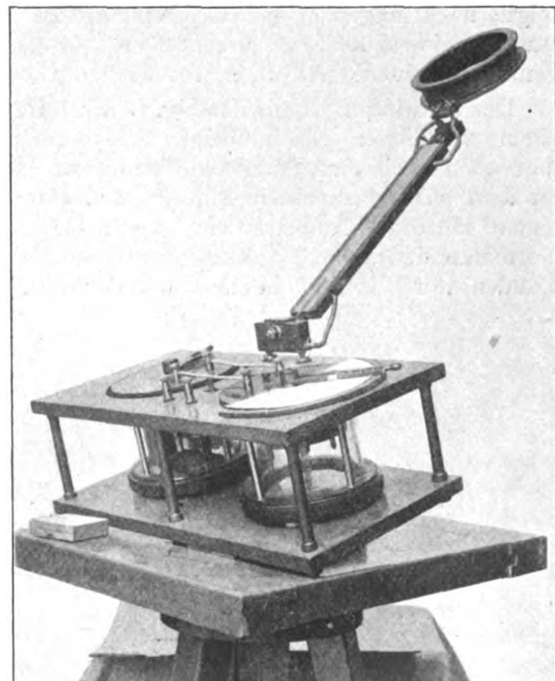


Fig. 14.

Zur Eichung der Kondensatoren stand ein von der Reichsanstalt geeichter Normalkondensator zur Verfügung, der mit dem größeren Kondensator nach der Resonanzmethode direkt

verglichen werden konnte. Die Eichkurve zeigt Fig. 15 (vgl. Tabelle I).

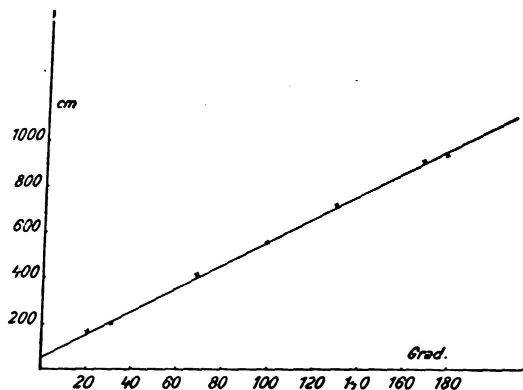


Fig. 15.

Tabelle I. Großer Kondensator (C).

Grad	cm	Grad	cm
20,4	158,5	129,2	708,5
30,3	201,5	168,4	905,2
69,7	404,2	178,8	948,5
99,5	554,7		

Die Eichung des kleinen Kondensators erfolgte nach folgender neuen Methode, die gestattet, einen kleinen Drehkondensator sehr genau mit einem großen zu vergleichen.

Der Schwingungskreis der Fig. 16 wird durch einen möglichst gleichmäßige Schwingungen liefernden Kreis erregt und die Resonanzstellung an dem parallel zu einem Blockkondensator gelegten Hitzdraht-Amperemeter abgelesen. Der Normalkondensator C_n und der unbekannte Kondensator C_x sind in der aus der Fig. 16

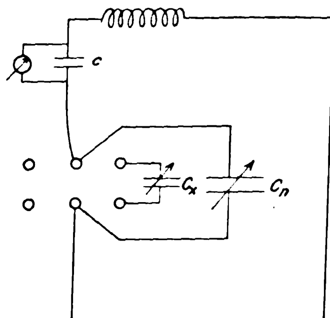


Fig. 16.

folgenden Weise an eine Wippe angeschlossen. Legt man den Bügel der Wippe nach rechts, so befindet sich nur der Normalkondensator im Kreis, legt man ihn nach links, so ist der unbekannte Kondensator parallel zu C_n geschaltet. Bei der Stellung nach rechts sei die Kapazität eingeschaltet

$$C_x + C_n',$$

bei der Stellung nach links die Kapazität C_n''. Es muß dann

$$C_x + C_n' = C_n''$$

oder

$$C_x = C_n'' - C_n' \qquad (19)$$

sein. Man kann den Kondensator C_x bei verschiedenen Stellungen seines Zeigers durch diese Differenzmethode mit dem großen Kondensator vergleichen. Das Resultat der Messung an dem vorliegenden Kondensator zeigt Fig. 17 und Tabelle II.

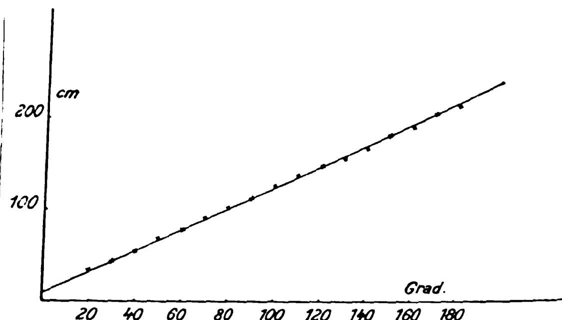


Fig. 17.

Tabelle II. Kleiner Kondensator (C').

Grad	cm	Grad	cm
180	214	90	114
170	205	80	103
160	193	70	91
150	182	60	78
140	169	50	68
130	157	40	55
120	148	30	44
110	138	20	34
100	127		

Aus den beiden Eichkurven Fig. 15 und 17 errechnet sich nach der oben angedeuteten Weise die zu dem Apparat gehörende Flächenskala der Fig. 18.

Die so entstehende Skala gilt zunächst nur für den Fall, daß man zu beiden Seiten des Resonanzpunktes auf halben Ausschlag einstellt. Die im Anfang ausgeführten, an die Fig. 4 und 5 knüpfenden Überlegungen zeigen aber auch, daß man noch an anderen Punkten mit derselben Flächenskala die Dämpfung kontrollieren kann. Multipliziert man nämlich die an den Isodämpfungskurven stehenden Werte mit $^1/_2$ [Formel (8)], so muß man auf beiden Seiten auf $^1/_5$ des Hauptwertes einstellen. Multipliziert man 2 [Formel (11)], so hat man auf $^4/_5$ des Resonanzwertes einzustellen. Man kann so

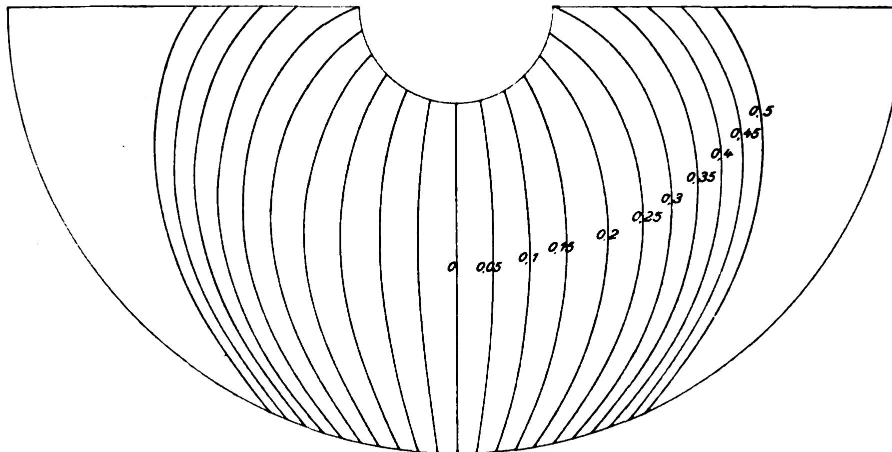


Fig. 18.

mit der einen Skala an drei verschiedenen Stellungen der Resonanzkurve die Dämpfung messen und erhält damit eine genügende Kontrolle über die Symmetrie der Kurve.

Es ist bei dem äußeren Aufbau des Resonanzkreises darauf zu achten, daß die beiden Drehkondensatoren sich nicht zu nahe stehen. Sie beeinflussen sich sonst gegenseitig und machen dadurch eine genaue Messung unmöglich. Kennt man jedoch durch Eichung die Größe der Beeinflussung, d. h. hat man bei verschiedenen Stellungen des Zeigers des großen Kondensators die Eichkurve des kleinen Kondensators aufgenommen, so ist diese Abhängigkeit bei der Konstruktion der Flächenskala in einfacher Weise in Rechnung zu setzen.

Herrn Professor Deguisne bin ich für die Bereitstellung der Hilfsmittel zur Konstruktion und Eichung des ersten Apparates zu großem Dank verpflichtet.

Elektrotechnische Abteilung des Physikalischen Vereins zu Frankfurt a. M.

(Eingegangen 28. Mai 1911.)

Der tägliche Gang des Luftdrucks im Boden.

Von R. Börnstein.

Durch luftelektrische Beobachtungen ist die Tatsache der „Bodenatmung" sehr wahrscheinlich gemacht worden, nämlich das Auftreten regelmäßigen Luftwechsels zwischen den Poren des Erdbodens und der darüber liegenden freien Atmosphäre. Um diesen Vorgang genauer zu erforschen, habe ich die im folgenden beschriebenen Versuche unternommen, bei welchen als Ursache der Luftbewegung der Unterschied der in und über dem Boden herrschenden Drucke angesehen und der Messung unterworfen wurde. Den Luftdruck in der freien Atmosphäre samt allen Einzelheiten seines täglichen und jährlichen Ganges hat man bereits so vielfach untersucht, daß wir nicht bloß genaue Kenntnis seines Verhaltens, sondern auch trefflich ausgearbeitete Methoden zu seiner Aufzeichnung besitzen, und es war darum nicht gerade schwierig, aus dem schon Vorhandenen ein geeignetes Verfahren zum Aufzeichnen des im Erdboden herrschenden Luftdrucks herzuleiten. Die Beobachtungsstelle befindet sich im Haupthof der Berliner Landwirtschaftlichen Hochschule nahe von der Südfront des Hörsaalgebäudes[1]) in der mit Gebüsch und Rasen bepflanzten Fläche, welche dort die Mauer von dem asphaltierten Hof trennt. Ein Neusilberrohr von etwa 2 cm Durchmesser ist derartig in den Boden gesteckt, daß seine untere Öffnung sich in 1 m Tiefe befindet und allseitig mindestens auf 1 m Abstand von Erdreich umgeben ist. Die Öffnung ist unten durch ein grobmaschiges Neusilberdrahtnetz gegen Eindringen von Sand geschützt, oben ist an das Rohr ein enges Kupferrohr gelötet und durch ein Fenster in den Keller geführt, wo es luftdicht mit dem kurzen (sogen. „offenen") Schenkel eines Quecksilberbarometers verbunden ist und den im Boden herrschenden Luftdruck also auf die untere Quecksilberfläche wirken läßt. Diese Fläche befindet sich in einer Erweiterung des Rohres und ist so viel größer, als der obere Meniskus, daß dieser letztere den größeren Teil der eintretenden Druckänderungen anzeigt, während der Quecksilberstand im kurzen Schenkel sich nur sehr wenig ändert. Indem auf diese Art die Stellung des oberen Meniskus zum Registrieren bestimmt wurde, gewann man eine entsprechend vergrößerte Empfindlichkeit, während

1) Diese Zeitschr. **12**, 552, 1911; Fig. 1.

andererseits freilich die Angaben des Barometers jetzt von der Quecksilbertemperatur abhängen und der Umrechnung auf 0° unterzogen werden müssen. Dies zu vermeiden, wäre vielleicht möglich gewesen, wenn man das größere Quecksilberniveau im oberen Schenkel angebracht und den unteren Meniskus zum Registrieren benutzt hätte. Indessen schien die technische Ausführung eines so geräumigen Vakuums unsicher, während die geschilderte Einrichtung in den Barometern mit „reduzierter Skala" längst vorhanden ist, und außerdem kommen für den Keller, in welchem der Apparat sich befindet, nur sehr geringe und überaus gleichmäßige Temperaturschwankungen in Betracht. Solange die Zentralheizung in Betrieb war, wurden die Heizkörper des Beobachtungsraumes abgeschlossen, so daß nur von den Nachbarräumen aus die Heizung wirken konnte, und die tägliche Temperaturschwankung betrug in den Mittelwerten der Monate März bis Juni: 2,65; 1,79; 1,15; 0,92° nach den Angaben eines neben dem Barometer aufgestellten Thermographen (System Richard).

Die Aufzeichnung des Barometerstandes geschieht nun in der Weise, daß auf dem Quecksilber des längeren Schenkels ein Eisenstück schwimmt, welches durch eine gläserne Umhüllung gegen die Rohrwandung gestützt und in aufrechter Stellung erhalten wird. In gleicher Höhe außerhalb des Barometerrohres und ohne Berührung mit diesem befindet sich ein Hufeisenmagnet an einem Ende eines durch entsprechende Belastung im Gleichgewicht gehaltenen, um eine Schneide drehbaren Wagebalkens; dieser Magnet folgt jeder Bewegung des zwischen seinen Schenkeln auf dem Meniskus schwebenden Eisenstückes und überträgt durch einen von der Mitte des Wagebalkens herabreichenden Zeiger mit Schreibfeder die Bewegungen des Quecksilbers auf eine durch Uhrwerk um die horizontale Achse gedrehte Trommel, wobei die Änderungen des Quecksilberdrucks in etwa anderthalbfacher Vergrößerung aufgezeichnet werden. Um bei langsamen Änderungen des Luftdrucks ein etwaiges Haften des Quecksilbers an der Rohrwand zu verhindern, ist eine Erschütterungsvorrichtung angebracht, bestehend aus einem elektrischen Läutewerk, dessen Klöppel statt auf die Glocke an die Außenseite des Barometerrohres klopft und durch ein Uhrwerk mit Kontaktvorrichtung und einem Akkumulator in Pausen von je 2½ Minuten für kurze Zeit betätigt wird. Diese ganze Registriervorrichtung, welche im folgenden als „Erdbarograph" bezeichnet werden soll, ist im Keller an der festen Grundmauer des Hauses angebracht, daneben ein Normalbarometer (Fueß-Nr. 157) und unmittelbar davor auf einem Tisch der Thermograph mit einem zu seiner dauernden Kontrolle dienenden Quecksilberthermometer. Zur Einleitung der Messungen wurde zunächst bei verschieden hohem Luftdruck eine Anzahl gleichzeitiger Ablesungen am Erdbarograph und Normalbarometer vorgenommen, um die Angaben des ersteren auswerten zu können, bevor er mit dem Erdrohr verbunden wurde. Nachdem diese Verbindung alsdann hergestellt war, begann in den letzten Tagen des Februar d. J. die dauernde Aufzeichnung des in 1 m Tiefe herrschenden Luftdrucks. Täglich wird morgens der Registrierstreifen des Erdbarographen und derjenige des Thermographen erneuert, die aufgezeichneten Werte für die vollen Stunden des vergangenen Tages werden gemessen und außerdem durch täglich mehrmals erfolgende Ablesungen die Korrektion des Thermographen dauernd verfolgt.

Es erschien mir wünschenswert, zunächst über die periodischen Änderungen des Drucks Aufschluß zu gewinnen, und ich begann daher mit Untersuchung des täglichen Ganges. Die in der besonderen Skala des Erdbarographen ausgedrückten stündlichen Barometerstände wurden zu Dekaden- und Monatsmitteln vereinigt, auf das Normalbarometer umgerechnet und auf 0° (Quecksilbertemperatur) reduziert. Nachdem so für die einzelnen Monate der tägliche Gang des Erdboden-Luftdrucks berechnet war, wurden zum Vergleich die Aufzeichnungen des Laufgewichtsbarographen (System Sprung-Fueß) herangezogen, welcher in der meteorologischen Station der Hochschule, etwa 20 m über dem Boden, den Luftdruck registriert. Dieser Höhenunterschied und die gleich in der ersten Beobachtungszeit hervortretenden Besonderheiten des Erdboden-Luftdrucks legten die Erwägung nahe, daß die Verschiedenheit der von beiden Barographen gelieferten Ergebnisse vielleicht schon auf dem Höhenunterschied und nicht auf den besonderen Verhältnissen des Bodens beruhen könne. Darauf wurde von Anfang März ab noch ein dritter Barograph in Gang gesetzt, der im Keller und also in gleicher Höhe mit dem Erdbarographen seine Aufstellung fand, allerdings ein bloßer Aneroidbarograph (System Richard) mit einer gegen die beiden anderen Apparate wesentlich geringeren Genauigkeit. Für jeden dieser drei Registrierapparate wurde nun der mittlere tägliche Gang des Luftdrucks in jedem einzelnen Monat aufgezeichnet, und zwar nicht in absoluten Werten, sondern in Abweichungen vom Gesamt-Monatsmittel des betreffenden Apparates, so daß also alle Werte auf gleiche Höhe reduziert erscheinen. Dabei wich der Aneroid- vom Laufgewichtsbarograph nur sehr wenig ab, lediglich die Extreme lagen

bei dem Aneroid meistens näher am Mittelwert und wichen im Mai von den gleichzeitigen Werten des Laufgewichtsbarographen sogar um 0,15 bis 0,2 mm ab, während im übrigen der Unterschied wenige Hundertstel Millimeter nicht überstieg. Immerhin sind diese Unterschiede aber so gering (teilweise auch entgegengesetzt den Abweichungen des Erdbarographen), daß die Angaben des Aneroidbarographen hier nicht aufgenommen sind.

Die folgende Tabelle 1 enthält den täglichen Gang des Erd- (E) und des Laufgewichtsbarographen (L) in Monatsmitteln der einzelnen Stunden für die Monate März bis Juni 1911, ausgedrückt in mm Quecksilberdruck und in Abweichungen vom 24 stündigen Monatsmittel, sowie die Unterschiede der Angaben beider Apparate. Entsprechend der zwischen Anfang und Schluß jedes einzelnen Monats stattfindenden Druckänderung sind für Mitternacht je zwei Werte angeführt, deren erster (oberste Zeile) das Mittel aus den bei Beginn aller Monatstage gemessenen Drucken ist, der zweite (unterste Zeile) das Mittel aus denjenigen, die am Schluß aller Monatstage stattfanden, und der Unterschied dieser beiden Werte entspricht derjenigen Druckänderung, welche im Laufe des betreffenden Monats und als ein Teil des jährlichen Ganges eintrat.

Die gleichen Zahlen liegen auch den Kurven zugrunde, in denen also Beginn und Ende des Tages um so verschiedenere Druckwerte zeigen, je verschiedener bei Beginn und Ende des Monats der Druck war. Zwecks Vergleichung mit bisherigen Untersuchungen über den Luftdruck, namentlich mit denjenigen von Hann, habe ich für die einzelnen Monate der bisherigen Beobachtungszeit auch die harmonischen Konstanten ausgerechnet, nämlich diejenigen Werte der Amplituden a und der Phasenwinkel A, welche mit geringster Abweichung der Formel genügen:

$$y = a_1 \sin(A_1 + x) + a_2 \sin(A_2 + 2x) + a_3 \sin(A_3 + 3x),$$

wobei y die Abweichung des Drucks vom Mittelwert und x den Stundenwinkel der Sonne, von Mitternacht gerechnet, bedeutet.

In der umstehenden Tabelle 2 sind wieder unter E die Werte für den Erdbarographen und unter L diejenigen für den Laufgewichtsbarographen angegeben, außerdem unter N die in einer früheren Arbeit[1]) mitgeteilten Normalwerte für den letzteren Apparat aus 20 jährigen Aufzeichnungen (1884—1903). Die für Mitternacht benutzten Zahlen waren hier die Mittel der beiden in der Tabelle 1 angegebenen Werte.

Aus den Zahlen der Tab. 1, sowie namentlich aus den Kurven ist zu ersehen, und zwar

Tabelle 1. Täglicher Gang.

	März			April			Mai			Juni		
	E	*L*	*Diff.*	*E*	*L*	*Diff.*	*E*	*L*	*Diff.*	*E*	*L*	*Diff.*
Mitternacht	—0,062	0,142	—0,204	—0,096	0,171	—0,267	—0,294	0,011	—0,305	0,077	0,307	—0,226
1^a	—0,087	**0,222**	—0,309	—0,176	0,131	**—0,307**	—0,325	0,006	—0,331	0,001	0,259	—0,258
2^a	—0,167	0,155	**—0,322**	**—0,238**	0,057	—0,295	—0,376	—0,039	**—0,337**	—0,091	0,165	—0,256
3^a	—0,331	—0,037	—0,294	—0,236	0,048	—0,284	**—0,403**	—0,117	—0,286	**—0,103**	**0,158**	**—0,261**
4^a	**—0,339**	**—0,050**	—0,289	—0,215	**0,018**	—0,233	—0,373	**—0,135**	—0,238	—0,042	0,177	—0,219
5^a	—0,297	—0,035	—0,262	—0,076	0,052	—0,128	—0,222	—0,075	—0,147	0,121	0,259	—0,138
6^a	—0,162	—0,013	—0,149	0,094	0,189	—0,095	0,023	0,110	—0,087	0,292	0,388	—0,096
7^a	0,050	0,088	—0,038	0,255	0,334	—0,079	0,303	0,276	0,027	0,479	0,520	—0,041
8^a	0,356	0,217	0,139	0,498	0,415	0,083	0,540	0,415	0,125	0,737	**0,613**	0,124
9^a	0,617	0,223	**0,394**	0,783	0,441	0,342	0,821	**0,425**	0,396	**0,979**	0,572	0,407
10^a	**0,634**	**0,260**	0,374	**0,875**	**0,458**	0,417	**0,866**	0,411	**0,455**	0,921	0,506	**0,415**
11^a	0,595	0,240	0,355	0,820	0,384	**0,436**	0,731	0,301	0,430	0,826	0,433	0,393
Mittag	0,452	0,145	0,307	0,568	0,173	0,395	0,511	0,101	0,410	0,596	0,253	0,343
1^p	0,162	—0,118	0,280	0,319	—0,057	0,376	0,217	—0,062	0,279	0,267	—0,006	0,273
2^p	—0,092	—0,318	0,226	0,081	—0,182	0,263	—0,020	—0,243	0,223	—0,013	—0,231	0,218
3^p	—0,301	—0,448	0,147	—0,236	—0,401	0,165	—0,197	—0,432	0,235	—0,294	—0,406	0,112
4^p	—0,411	**—0,561**	0,120	—0,370	—0,479	0,109	—0,381	—0,514	0,133	—0,541	—0,610	0,069
5^p	**—0,455**	—0,467	—0,038	—0,490	—0,525	0,035	—0,524	**—0,565**	0,041	—0,651	—0,653	0,002
6^p	—0,332	—0,311	—0,021	**—0,581**	**—0,557**	—0,024	**—0,572**	—0,524	—0,048	**—0,762**	**—0,681**	—0,081
7^p	—0,124	—0,108	—0,016	—0,457	—0,390	—0,067	—0,492	—0,388	—0,104	—0,728	—0,655	—0,073
8^p	—0,024	0,026	—0,050	—0,302	—0,166	—0,136	—0,336	—0,164	—0,172	—0,633	—0,512	—0,121
9^p	—0,041	0,116	—0,075	**—0,202**	—0,017	—0,185	—0,039	0,137	—0,176	—0,433	—0,268	—0,165
10^p	0,064	0,164	—0,100	—0,233	—0,006	—0,227	0,040	0,275	—0,235	—0,327	—0,155	—0,172
11^p	0,074	**0,295**	—0,221	—0,208	**0,049**	—0,257	**0,117**	**0,407**	—0,290	**—0,296**	**—0,055**	—0,241
Mitternacht	**0,106**	0,289	—0,183	—0,274	0,021	—0,295	0,096	0,394	—0,298	—0,298	—0,072	—0,226

1) R. Börnstein, Wien. Ber. math.-naturw. Kl. **113** [2a], 721—738, 1904.

in allen vier Beobachtungsmonaten sehr gleichmäßig, daß die täglich zweimalige Schwankung des Luftdrucks, welche für die freie Atmosphäre aus zahlreichen Untersuchungen bekannt ist, auch in 1 m Tiefe auftritt. Es ist aber im Boden das Vormittagsmaximum höher und das Nachmittagsmaximum sowie das Morgenminimum tiefer als im Freien. Morgens etwa um 7 Uhr steigt der Bodenluftdruck über den äußeren Druck und zeigt um etwa 10 Uhr mit dem

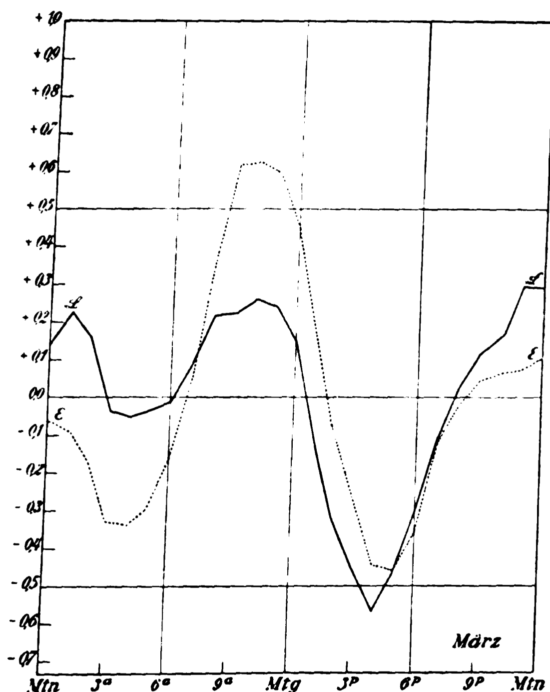


Fig. 1.

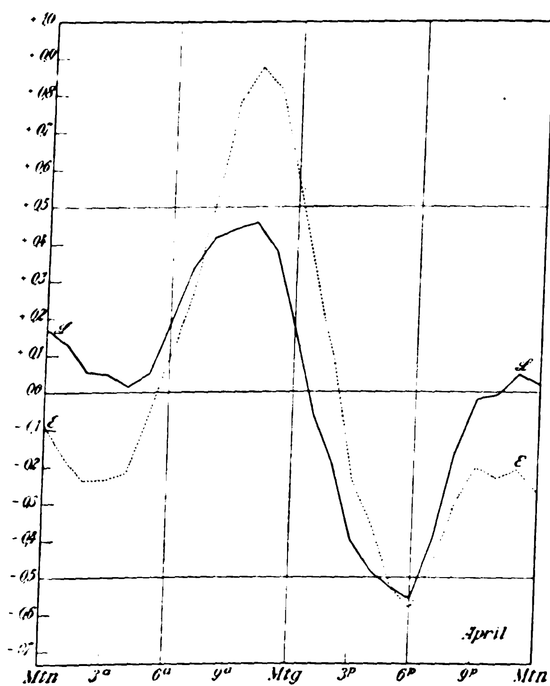


Fig. 2.

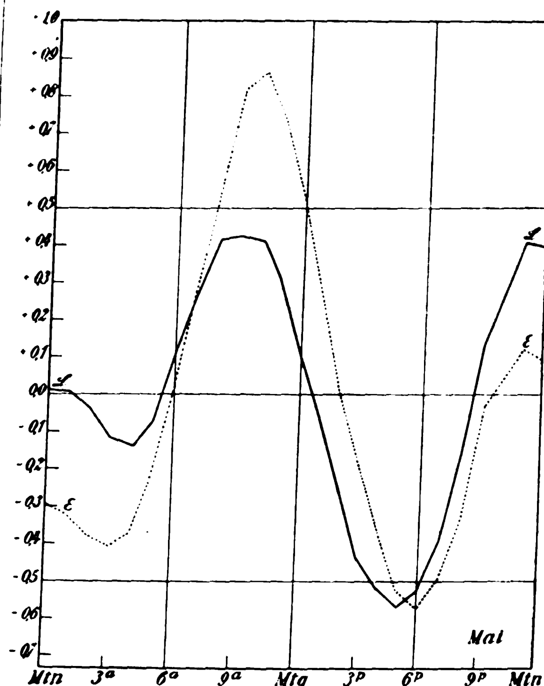


Fig. 3.

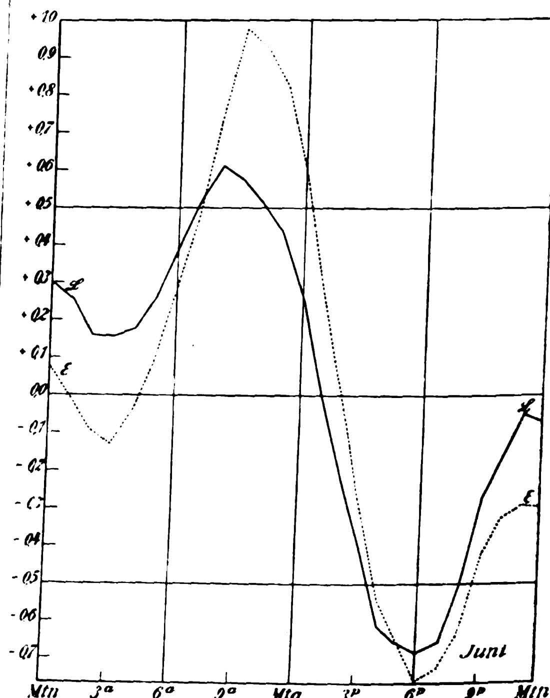


Fig. 4.

Tabelle 2. Harmonische Konstanten.

	März			April			Mai			Juni		
	E mm	*L* mm	*N* mm	*E* mm	*L* mm	*N* mm	*E* mm	*L* mm	*N* mm	*E* mm	*L* mm	*N* mm
a_1	0,2376	0,2129	0,1026	0,4975	0,3414	0,1925	0,4260	0,2642	0,2827	0,6656	0,5444	0,2947
a_2	0,3828	0,2697	0,2458	0,3184	0,2423	0,2760	0,4238	0,3419	0,2602	0,3084	0,2100	0,2278
a_3	0,0512	0,0432	0,0590	0,0362	0,0042	0,0097	0,0551	0,0738	0,0453	0,0482	0,0355	0,0440
A_1	305°48'	28°51'	331°19'	310°16'	353°0'	349°46'	301°36'	3°39'	357°46'	324°47'	351°17'	357°51'
A_2	144°0'	141°45'	141°45'	136°35'	141°40'	144°34'	143°35'	145°23'	142°58'	130°43'	128°25'	136°23'
A_3	340°46'	319°18'	330°32'	334°7'	15°23'	221°39'	125°48'	143°23'	159°32'	37°50'	84°56'	149°40'

Morgenmaximum auch den größten Unterschied gegen jenen; darnach sinkt er rascher, als der äußere Druck, und erreicht diesen wieder zwischen 5 und 6 Uhr nachmittags etwa zurzeit des Nachmittagsminimum oder etwas später, worauf er langsamer steigt und nach dem Abendmaximum rascher sinkt, so daß um etwa 2 Uhr früh kurz vor Erreichung des Morgenmaximums der Unterschied beider Drucke einen zweiten Extremwert erreicht. Oder kürzer gesagt: von früh 7 Uhr bis 5 oder 6 Uhr nachmittags ist der Bodenluftdruck größer, als derjenige der freien Atmosphäre, im übrigen kleiner. Außer den hier mitgeteilten Zahlen und Kurven der Monatsmittel habe ich auch für jede einzelne Dekade die gleiche Darstellung ausgeführt und namentlich in den Kurven die eben erwähnten Einzelheiten bereits vollständig und regelmäßig finden können.

Wenn es auch für eine Deutung dieser Vorgänge zunächst noch zu früh sein dürfte, so habe ich doch versucht, Temperatur und Feuchtigkeit der Bodenluft in der Nähe der Beobachungsstelle zu bestimmen, weil es ja immerhin wahrscheinlich ist, daß die Besonderheiten des Bodenluftdrucks ihren Ursprung im Boden selbst haben. Vor einem zweiten Fenster des vorher genannten Kellers wurden ein Erdbohrer und ein Bodenthermometer so in die Erde gesteckt, daß ihre unteren Enden sich in 1 m Tiefe befanden. Die Beobachtungen des Thermometers wurden in den Tagen vom 16. Juni bis 3. Juli oftmals ausgeführt, und die abgelesenen Temperaturen lagen in der ganzen Zeit zwischen 17,20 und 18,15°, während die Schwankungen an den einzelnen Tagen kaum 0,1 und sicher nicht 0,2° überstiegen. Der unten offene Erdbohrer diente zur Messung der Luftfeuchtigkeit, und es war hierfür von seinem oberen Ende ein Schlauch durch das Kellerfenster geführt und innen mit einer aus zwei großen Flaschen hergestellten Saugevorrichtung verbunden. Die beiden Flaschen wurden verschieden hoch aufgestellt und ließen an der Menge des Wassers, das von der oberen Flasche in die untere floß, das Volumen der gleichzeitig aus dem Boden gesaugten Luftmenge erkennen, während deren Feuchtigkeitsgehalt sich aus der Gewichtszunahme von zwischengeschalteten Röhren mit Chlorkalzium und Phosphorsäureanhydrid ergab. Nimmt man an, daß die beobachtete Gewichtszunahme nur durch Feuchtigkeit bedingt war, so zeigen trotzdem die an mehreren Tagen ausgeführten Messungen, daß die Bodenluft nicht mit Dampf gesättigt war. Ob aber auch Schwankungen des Dampfdruckes im Boden während des Tages stattfinden, und ob sie regelmäßig genug sind, um hier in Betracht zu kommen, kann aus den bisherigen Versuchen nicht entnommen werden. Mit Rücksicht auf den wesentlich örtlichen und mit der Örtlichkeit wechselnden Charakter, den die Luftfeuchtigkeit wenigstens in der freien Atmosphäre hat, schien die Fortsetzung dieser mühsamen Feuchtigkeitsmessungen zunächst entbehrlich.

Vielleicht wäre aus der Betrachtung des Grundwassers eine Beziehung zu den vorstehenden Beobachtungen zu gewinnen. Messungen des Grundwasserstandes finden an vielen Stellen Berlins einmal täglich seitens der Verwaltung der städtischen Kanalisationswerke statt und werden regelmäßig in den „Monatsberichten des Statistischen Amtes der Stadt Berlin" mitgeteilt. Eine Durchsicht dieser Angaben für unsere Stadtgegend aus dem Jahre 1909 ergab mir, daß an der Beobachtungsstelle das Grundwasser etwa 6 m unter der Oberfläche, also etwa 5 m unter derjenigen Stelle steht, in welcher unsere Druckmessungen stattfinden. Die Schwankungen von Tag zu Tag sind so gering, daß die Extreme der einzelnen Monate nur um 5 bis 6 cm, teilweise auch weniger, auseinander liegen, und selbst der Unterschied der Jahresextreme betrug wenig über 20 cm. Ob daneben auch regelmäßige tägliche Schwankungen des Grundwassers vorkommen, habe ich bisher nicht ergründen können.

Als vorläufiges Ergebnis möchte ich die Vermutung aussprechen, daß der Ursprung der täglichen Luftdruckschwankungen näher an unserer Beobachtungsstelle (in 1 m Tiefe) als an der Bodenoberfläche zu suchen ist.

Für freundliche Hilfe beim Wechseln der Registrierstreifen, sowie namentlich bei den Feuchtigkeitsmessungen bin ich meinen Assistenten, den Herren Schindelhauer, Lehnhardt und Dr. Rudolph, sehr zu Dank verpflichtet.

(Eingegangen 12. Juli 1911.)

Über Überlichtgeschwindigkeiten in der Relativtheorie.

Von W. v. Ignatowsky.

Ich habe schon in meinen früheren Arbeiten[1]) hingewiesen, daß die Lichtgeschwindigkeit c nur für substantielle Punkte als Grenzgeschwindigkeit betrachtet werden kann. Denn in der Wurzel $\sqrt{1-\frac{q^2}{c^2}}$, welche in den Einsteinschen Transformationsgleichungen eintritt, bedeutet q die Geschwindigkeit des Koordinatensystems. Nun ist ein solches System kein mathematisches Gebilde, sondern eine substantielle Welt mit ihren Beobachtern und ihrem Instrumentarium. Deshalb können wir annehmen, daß wir einen beliebig bewegten substantiellen Punkt auf Ruhe transformieren können. Die Bewegung irgendeiner Erscheinung, z. B. Fortpflanzung einer Phase, Dilatation usw., können wir im allgemeinen nicht auf Ruhe transformieren, und kann deshalb diese Fortpflanzung beliebig sein.

Bezeichnet $\mathfrak{v}$ irgendeine Geschwindigkeit im ungestrichenen und $\mathfrak{v}'$ im gestrichenen System, so ist

$$\mathfrak{v}' = \frac{\mathfrak{v} + (p-1)\mathfrak{c}_0 \cdot \mathfrak{c}_0 \mathfrak{v} - pq\mathfrak{c}_0{}^2)}{p(1 - qn\mathfrak{c}_0\mathfrak{v})}. \qquad (1)$$

Ist $\mathfrak{v}$ senkrecht zu $\mathfrak{c}_0$ und gleich $\mathfrak{v}_s$, so folgt aus (1)

$$\mathfrak{v}' = \frac{\mathfrak{v}_s - pq\mathfrak{c}_0}{p} \qquad (2)$$

und die zu $\mathfrak{c}_0$ senkrechte Komponente von $\mathfrak{v}'$ ist wegen (2) gleich

$$\mathfrak{v}'_s = \frac{\mathfrak{v}_s}{p}. \qquad (3)$$

Um alle Verhältnisse klar zu übersehen, wenden wir uns zur graphischen Darstellung und nehmen zur Vereinfachung an, daß $\mathfrak{v}$ parallel zu $\mathfrak{c}_0$ ist. Dasselbe gilt dann auch für $\mathfrak{v}'$. Schreiben wir jetzt v anstatt $\mathfrak{v}$, so folgt dann aus (1)

$$v' = \frac{v-q}{1-qnv}; \quad n = \frac{1}{c^2}. \qquad (4)$$

Wir setzen jetzt $v' = y$ und $v = x$ und erhalten dann statt (4)

$$y = \frac{x-q}{1-qnx}. \qquad (5)$$

Um den Nullpunkt zeichnen wir ein Quadrat mit der Seitenlänge $2c$ (Fig. 1). Außerdem führen wir ein zweites Koordinatensystem ein, parallel dem ersten, und welches um das Stück

$$RO_1 = NO_1 = V = \frac{1}{qn} \qquad (6)$$

verschoben ist, wobei wir im neuen Koordinatensystem die positiven Abszissen nach links rechnen.

Es werden dann x und y, ausgedrückt in den neuen Koordinaten x_1 und y_1, sein:

$$\left| \begin{aligned} x &= \frac{c^2}{q} - x_1 \\ y &= y_1 - \frac{c^2}{q}. \end{aligned} \right. \qquad (7)$$

Dies in (15) eingesetzt, ergibt:

$$x_1 y_1 = \frac{c^2(c^2-q^2)}{q^2}. \qquad (8)$$

Wir erhalten demnach eine Hyperbel, deren Asymptoten die neuen Koordinatenachsen sind.

Aus (5) ersehen wir, daß die Hyperbel durch die Punkte D und B des Quadrats gehen wird, d. h. für $v = +c$ ist immer $v' = +c$. Hat q ein negatives Zeichen, so erhalten wir die Hyperbel $DM'B$. Ist $v' < c$, so wird auch $v < c$ sein und umgekehrt, was im Einklang mit den Ausführungen von Einstein[1]) ist. Für substantielle Punkte, also in allen Fällen, wo wir auf Ruhe transformieren können, werden wir uns innerhalb des Quadrats $ABCD$ bewegen, welches von Hyperbeln für alle möglichen q ausgefüllt wird. Sind z. B. q und v' beide größer als $\frac{c}{2}$, so ist dennoch $v < c$. Dies ersieht man aus der Fig. 1, wo $OK = q_1 > \frac{c}{2}$ und $OP = v_1' > \frac{c}{2}$ ist. Es wird dann v_1 durch die Abszisse des Punktes S der Hyperbel bestimmt. Bei Vernachlässigung des Relativitätsprinzips (also $n = 0$) geht die Hyperbel in die Grade LK über, und wir hätten dann statt S den Punkt S' erhalten und statt v_1, $OE = v'_1 + q$.

Für $v = \frac{1}{nq} = \frac{c^2}{q}$ ist $v' = \infty$. Für $v > \frac{c^2}{q}$ geht v' von $-\infty$ bis $-\frac{c^2}{q}$, welch letzteren Wert es erreicht, falls $v = \infty$ wird. Hierbei bewegt sich $y = v'$ längs dem zweiten Hyperbelast D_1B_1. Bei $v = -\infty$ ist $v' = -\frac{1}{qn} = -\frac{c^2}{q}$ und be-

1) Ann. d. Phys. **33**, 607, 1910, diese Zeitschr. **11**, 972, 1910 und Archiv der Mathematik und Physik III. Reihe, **17**, 1 und **18**, 17.

2) v. Ignatowsky, diese Zeitschr. **12**, 164, 1911.

1) Einstein, Ann. d. Phys. **17**, 891, 1905.

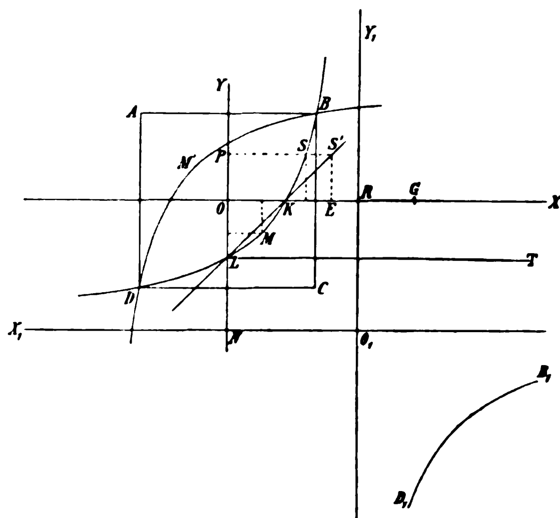


Fig. 1.

wegt sich dann längs dem ersten Hyperbelast und gelangt in das Quadrat $ABCD$, sobald $v > -c$ wird.

Für einen Punkt M der Hyperbel ist v dem absoluten Wert nach gleich v', aber von entgegengesetztem Zeichen. D. h. $-v = v'$. Bezeichnen wir diesen Wert von v durch v_0, so folgt aus (4)

$$v_0 = \frac{c^2}{q} - \frac{c^2}{q}\sqrt{1 - \frac{q^2}{c^2}} = \frac{1}{qn}\left(1 - \frac{1}{p}\right) \qquad (9)$$

Für $n = 0$ geht v_0 in $\frac{q}{2}$ über in Übereinstimmung mit der klassischen Kinematik.

Es bezeichne α' den Winkel zwischen einer zum bewegten Beobachter festen Linie, und der Richtung von c_0. Dann ist[1])

$$\cos\alpha = \frac{\cos\alpha'}{p\sqrt{1 - nq^2\cos^2\alpha'}}, \qquad (10)$$

wo α denselben Winkel für den ruhenden Beobachter bedeutet. Statt (10) können wir auch schreiben

$$\operatorname{tg}\alpha = p\operatorname{tg}\alpha'. \qquad (11)$$

Ruht umgekehrt die Linie in bezug auf den ruhenden Beobachter und bedeutet α den Winkel zwischen der Linie und c_0, so ist laut (11)

$$p\operatorname{tg}\alpha' = \operatorname{tg}\alpha. \qquad (12)$$

Wir gehen nun zu dem von Sommerfeld angegebenen Beispiel[2]) über und wollen dasselbe näher untersuchen und an Hand desselben alle oben angegebenen Beziehungen zwischen v und v' erläutern.

1) v. Ignatowsky, Archiv d. Mathematik und Physik, III. Reihe, **18**, 17.

2) Siehe die Diskussion zu meinem Königsberger Vortrag, diese Zeitschr. **11**, 972, 1910.

In dem Beispiel von Sommerfeld wird angenommen, daß sich ein Lineal OB (Fig. 2), welches mit der OX-Richtung (d. h. mit der

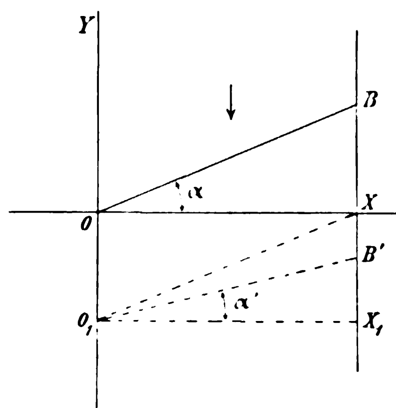


Fig. 2.

Richtung von c_0) einen Winkel α bildet, mit einer konstanten Geschwindigkeit v_s senkrecht zu OX (Richtung des Pfeiles) bewegt. Der Schnittpunkt zwischen OB und OX bewegt sich dann mit einer Geschwindigkeit

$$s = \frac{v}{\operatorname{tg}\alpha}. \qquad (13)$$

Dies alles bezieht sich auf das ruhende System.

Für das bewegte System ist wegen (4)

$$s' = \frac{s - q}{1 - qns}. \qquad (14)$$

Der Winkel α für das bewegte System, d. h. α', wird aber nicht mehr durch Gleichung (12) bestimmt, sondern ergibt sich folgendermaßen.

Der Wert der zu c_0 senkrechten Komponente von v_s ist für den bewegten Beobachter wegen (3) gleich $\frac{v_s}{p}$. Deshalb ist für den letzteren die Geschwindigkeit des Schnittpunktes in bezug auf die für ihre bewegte Achse OX gleich $\frac{v_s}{p\operatorname{tg}\alpha'}$ und in bezug auf ihn selbst $\frac{v_s}{p\operatorname{tg}\alpha'} - q$. D. h. es ist

$$s' = \frac{v_s}{p\operatorname{tg}\alpha'} - q. \qquad (15)$$

Aus (13), (14) und (15) erhalten wir demnach

$$\operatorname{tg}\alpha' = p\operatorname{tg}\alpha' - v_s pqn. \qquad (16)$$

Für $v_s = 0$ geht (16) in (12) über, wie es auch sein muß.

Gleichung (16) läßt sich auch auf einem anderen Wege ableiten.

Die Linie BX ist eine feste in bezug auf das ruhende System. Deshalb ist

$$OX = x = \frac{x'}{p}. \tag{17}$$

Ebenfalls sollen O_1 und X_1 feste Punkte in bezug auf das ruhende System sein und die Entfernung $OO_1 = XX_1$ so gewählt werden, daß $\operatorname{tg} XOX_1 = \operatorname{tg}\alpha$. Es ist dann

$$XX_1 = y_1 = OX_1 \operatorname{tg}\alpha = x \operatorname{tg}\alpha \tag{18}$$

Und für den bewegten Beobachter ist

$$y' = y_1 = x \operatorname{tg}\alpha. \tag{19}$$

Nach der Zeit t soll der Stab für den ruhenden Beobachter die Lage O_1X haben. Für den bewegten Beobachter wird im Moment t' der Punkt O in O_1 liegen, aber der Punkt B wird für ihn im selben Moment nicht in X, sondern in B' liegen. Deshalb ist für den bewegten Beobachter $\alpha' = B'O_1X_1$. Der Punkt B liegt in X für den bewegten Beobachter im Moment t_1'. Die Zeitdifferenz $t'_1 - t'$ ist

$$t'_1 - t' = pqnx, \tag{20}$$

und da die zu c_0 senkrechte Komponente der Geschwindigkeit des Stabes für den bewegten Beobachter gleich $\frac{v_s}{p}$ ist, so berechnet sich die Strecke XB' zu

$$\left(t' - t_1'\right)\frac{v_s}{p} = v_s qnx, \tag{21}$$

und deshalb

$$\operatorname{tg}\alpha' = \frac{B'X_1}{x'} = \frac{y'_1 - XB'}{x'} = \frac{x\operatorname{tg}\alpha - v_s qnx}{x'} =$$
$$= p\operatorname{tg}\alpha - v_s qqn \tag{22}$$

in Übereinstimmung mit (16).

Ist die rechte Seite von (22) gleich Null, also auch $\alpha' = 0$, d. h.

$$\operatorname{tg}\alpha = v_s qn \tag{23}$$

und demnach

$$s = \frac{1}{qn} = \frac{c^2}{q}, \tag{24}$$

so ist für den bewegten Beobachter der Stab parallel zu c_0, also für diesen Beobachter bewegt sich der Schnittpunkt mit unendlich großer Geschwindigkeit. Verkleinern wir α, so vergrößert sich s, und s' wird laut (14) negativ, und zwar ändert es sich von ∞ bis $-\frac{1}{qn}$, falls s sich von $\frac{1}{qn}$ zu $+\infty$ hin bewegt. Für $s = -\infty$ bis $s = -c$, geht s' von $-\frac{1}{qn}$ bis zu dem Wert $s' = -c$. Alles dies läßt sich auf der Fig. 1 übersehen, wie wir dies eben ausgeführt haben.

Wir nehmen nun an, α habe einen Wert $\alpha_0 > 0$, der kleiner ist als der Gleichung (23) entspricht. Dann ist, wegen (22), $\alpha_0' < 0$. D. h. während sich für den ruhenden Beobachter der Schnittpunkt von links nach rechts bewegt, wird sich derselbe Schnittpunkt für den bewegten Beobachter von rechts nach links bewegen, weil in dem angenommenen Fall eben $\alpha'_0 < 0$ ist. Würde das Lineal ruhen, mit demselben Winkel $\alpha_0 > 0$, so würde auch, wie aus (12) folgt, $\alpha'_0 > 0$ sein. Bei dem Übergang von Ruhe zur konstanten Bewegung geht α_0' von einem positiven zu einem negativen Wert über. Dies erklärt sich folgendermaßen. Bei dem genannten Übergang wird das Lineal für den bewegten Beobachter einen Knick[1]) aufweisen, der sich für diesen Beobachter von rechts nach links bewegen wird, weshalb für letzteren das linke Ende sich später zu bewegen anfangen wird. Bei Abwesenheit des Relativitätsprinzips ($n = 0$), würde bei einem beliebigen $\alpha_0 > 0$ auch stets $\alpha'_0 > 0$ sein.

Bekanntlich kann sich ein Signal nicht mit Überlichtgeschwindigkeit fortpflanzen. Wir wollen, anknüpfend an die Fig. 1, hierfür einen elementaren Beweis anführen.

Es seien A und B zwei zum ruhenden System feste Punkte auf der X-Achse. Die Richtung von A zu B ist positiv in der Richtung der X-Achse. Von A werde ein Signal mit der Geschwindigkeit V nach B gesandt, welches dort eine Wirkung auslösen soll. Wir ziehen durch L (Fig. 1) eine zu OX parallele Gerade LT und betrachten dieselbe als neue Abszissenachse. Die Abschnitte der entsprechenden Ordinaten zwischen LT und der Hyperbel geben uns die Relativgeschwindigkeit V_1 des Signals in bezug auf die Strecke AB, von bewegtem Beobachter aus beurteilt. Ist $V < c$, so wird, wie aus der Figur ersichtlich, V_1 stets positiv sein, das heißt, es wird in diesem Fall, von einem beliebigen System aus beurteilt, das Signal in B zu einer späteren Zeit ankommen, als es von A abgesandt worden ist. Ist $V > c$, z. B. $V = OG$, so können wir zwischen G und dem Quadrat immer ein Koordinatensystem $X_1O_1Y_1$ einschalten und dann nach (6) $q < c$ berechnen. Für den Beobachter, welcher sich mit dieser Geschwindigkeit q bewegt, wird $V_1 < O$ sein, da hierbei der zweite Ast D_1B_1 der Hyperbel zu berücksichtigen ist. Es wird also hierbei für den bewegten Beobachter das Signal in B früher eintreffen, als es von A abgegangen ist. Hieraus schließen wir in bekannter Weise, daß ein Signal sich nicht mit Überlichtgeschwindigkeit bewegen kann.

1) v. Ignatowsky, diese Zeitschr. **12**, 414, 1911 und Ann. d. Phys. **33**, 607, 1910.

Berlin, im Juli 1911.

(Eingegangen 1. August 1911.)

Eine Bemerkung zu meiner Arbeit: „Einige allgemeine Bemerkungen zum Relativitätsprinzip" [1]).

Von W. v. Ignatowsky.

Herr Ph. Frank machte mich brieflich in liebenswürdiger Weise darauf aufmerksam, daß der Bruch $\frac{q_1}{pq}$ (Gl. (22) meiner oben zitierten Arbeit) eventuell selbst noch eine Funktion von x und t sein könnte und deshalb nicht konstant zu sein braucht.

Diesen Einwand kann man, meiner Meinung nach, folgendermaßen beheben. Aus (17), (18), (19) und (20) meiner Arbeit folgt:

$$\mathfrak{v}' = \frac{\mathfrak{v} + (p-1)\mathfrak{c}_0 \cdot \mathfrak{c}_0 \mathfrak{v} - pq\mathfrak{c}_0}{p + p_1 \mathfrak{c}\mathfrak{v}} \qquad (1)$$

Ist nun $\mathfrak{v}$ parallel zu $\mathfrak{c}_0$, so gilt dasselbe auch für $\mathfrak{v}'$ und wir erhalten dann aus (1), da nun $\mathfrak{v} = \mathfrak{c}_0 v$ ist, nach Weglassung des Faktors $\mathfrak{c}_0$,

$$v' = \frac{v - q}{1 + \frac{p_1}{p} v}. \qquad (2)$$

Dies bezieht sich auf die Geschwindigkeit einer beliebigen Erscheinung, von welcher selbst $\frac{p_1}{p}$ nicht abhängen kann. Können wir nun für irgendeine Erscheinung nachweisen, daß bei konstantem v auch v' konstant ist, so wird nach (2) auch $\frac{p_1}{p}$ konstant sein, und zwar, wegen der Unabhängigkeit von der Erscheinung, immer konstant sein und infolgedessen auch $\frac{p_1}{pq}$, da q konstant ist. Da nun nach Gl. (22) meiner Arbeit dieser Bruch für jedes Systempaar denselben Wert hat, so wird er gleich einer universellen Konstanten sein, die wir durch $-n$ bezeichnet haben.

Nun läßt sich auf Grund der Definition des Relativitätsprinzips selbst zeigen, daß bei einem bestimmten konstanten v auch v' konstant sein wird.

Haben wir zwei zueinander mit konstanter Geschwindigkeit translatorisch bewegte Koordinatensysteme K und K', so besagt das Relativitätsprinzip, daß beide Systeme als gleichwertig angesehen werden können, d. h. jedes von ihnen kann als ruhend und das andere als bewegt angesehen werden. Desgleichen können wir uns ein drittes System K'' denken, das sich translatorisch mit gleichförmiger Geschwindigkeit in bezug auf K bewegt. Dasselbe ist also gleichwertig mit K. Es muß aber auch gleichwertig mit K' sein, denn sonst hätten wir in K' ein besonderes System, welches eine Ausnahmestellung einnehmen würde, was dem Relativitätsprinzip widerspricht. Durch derartige Überlegungen müssen wir schließen[1]), daß wir unendlich viele gleichwertige Systeme haben, oder, wie sich Herr Laue in seinem Buche ausdrückt[2]): „Es gibt eine dreifach unendliche Mannigfaltigkeit gleichberechtigter Systeme, welche sich gegeneinander mit gleichförmigen Geschwindigkeiten bewegen." Dies ist als Definition des Relativitätsprinzips zu betrachten.

Wenn nun K, K' und K'' drei gleichberechtigte Systeme sind und, von K aus betrachtet, sich in einer Richtung bewegen, so ergibt uns (2) folgendes. Bedeutet v die Geschwindigkeit von K'' in bezug auf K, so ist v' die Geschwindigkeit von K'' in bezug auf K', vom letzteren aus gemessen. Nun sind aber alle drei Systeme gleichwertig, folglich sind v und v' konstant. Daraus ergibt sich also, daß $\frac{p_1}{p}$ auch konstant sein wird und infolge des früher Gesagten, daß $\frac{p_1}{pq} = -n$ eine universelle Konstante bedeutet.

1) Diese Zeitschr. **11**, 972, 1910 und auch Archiv der Mathematik und Physik, III. Reihe, **17**, 1 und **18**, 17. Mr. 5, Gl. 15.

1) Siehe Ausführlicheres in der oben zitierten Arbeit des Verfassers in dem Archiv für Mathem. u. Physik.

2) M. Laue, „Das Relativitätsprinzip". Braunschweig, Vieweg & Sohn. 1911.

Berlin, im Juli 1911.

(Eingegangen 1. August 1911.)

Über die Änderung der inneren Reibung der Gase der Argongruppe mit der Temperatur.

Zur Abhandlung von A. O. Rankine.

Von Max Reinganum.

Am Schlusse meiner Dissertation[1]) machte ich darauf aufmerksam, daß die Sutherlandschen Anziehungskonstanten C parallel gehen mit der absoluten kritischen Temperatur, und gab hierüber folgende Tabelle:

	C nach Sutherland	T_{kr}
Stickstoff	84	127
Sauerstoff	127	155
Kohlenoxyd	100	133
Äthylen	272	283
Stickoxydul	260	308
Kohlensäure	277	303

1) Theorie und Aufstellung einer Zustandsgleichung. Inaug.-Diss. Göttingen 1899, S. 116—117.

Auch wurde eine Erklärung auf Grund der Zustandsgleichung gegeben. In seiner genannten, sehr interessanten Untersuchung[1]) spricht Herr Rankine auf Grund zweier Tabellen denselben Satz aus, den er für ganz neu hält.

Wenn ich in späteren Abhandlungen nicht mehr auf die Beziehung zurückgekommen bin, so liegt es daran, daß ich bald, um näheren Anschluß an meine Theorie der Zustandsgleichung und damit die Methoden der statistischen Mechanik zu erhalten, der Temperaturfunktion für die innere Reibung die Form $e^{\frac{c}{T}}$ (statt wie bei Sutherland $1 + \frac{C}{T}$) gab. Für die neue Form habe ich aber auch öfters denselben Satz ausgesprochen[1]), auch auf die Ausnahme bei dem niedrigst siedenden Wasserstoff hingewiesen. Eine Erklärungsmöglichkeit für letzteren Umstand, den Herr Rankine auch für Helium erfüllt findet, wurde von mir dadurch gegeben, daß man bei Gasen mit äußerst schwachen molekularen Anziehungskräften die Abstoßungen beim eigentlichen Stoß nicht mehr als zeitlos ansehen darf, sondern eine Abstoßung nach einer allerdings sehr hohen Potenz der Entfernung anzunehmen hat[2]).

1) A. O. Rankine, diese Zeitschr. **11**, 750—751, 1910, Beibl. **35**, 466, 1911.

1) Zum erstenmal: diese Zeitschr. **2**, 244, 1900.

2) Molekulare Dimensionen auf Grund der kinetischen Gastheorie; Ann. d. Phys. **28**, 150, 1909, auch Anm. 1 daselbst.

Freiburg i. Br., den 2. Juni 1911.

(Eingegangen 6. Juni 1911.)

ZUSAMMENFASSENDE BERICHTE.

Bericht über die XIX. Jahresversammlung des Verbandes Deutscher Elektrotechniker, München 1911.

Von Alfred Wertheimer.

Die XIX. Jahresversammlung Deutscher Elektrotechniker tagte in München vom 29. Mai bis 1. Juni in den städtischen Ausstellungsgebäuden bei sehr reger Beteiligung der Vertreter der technischen Industrie. In der ersten Verbandsversammlung gab nach den offiziellen Begrüßungsansprachen der Vorsitzende des Verbandes, Professor Dr. E. Budde, einen Überblick über die Entwicklung der Elektrotechnik im letzten Jahre. Die Tendenz ist in allen ihren Zweigen eine aufsteigende gewesen. Von den interessanten Ausführungen kann hier nur erwähnt werden, daß die Internationale elektrische Kommission sich über eine einheitliche Buchstabenfestsetzung des Ohmschen Gesetzes $e = i \cdot r$ geeinigt hat; der Buchstabe e für die Spannung war in den verschiedenen Ländern bereits allgemein üblich und wurde beibehalten. Der Strom wird mit i bezeichnet, die Engländer haben das bei ihnen bisher gebräuchliche c (current), die Deutschen das für den Widerstand allenthalben benützte w aufgegeben; der Widerstand wird mit r bezeichnet.

Darauf hielt der Oberregierungsrat im Bayerischen Verkehrsministerium, Prof. Dr. B. Gleichmann, den Festvortrag über „Die elektrische Zugförderung auf den Haupteisenbahnen mit besonderer Berücksichtigung ihrer Entwicklung in Deutschland". Der Schöpfer der ersten elektrisch betriebenen Bahn war Werner von Siemens; er übergab sie am 31. Mai 1879 auf der Berliner Gewerbeausstellung zur öffentlichen Benutzung. Eine kleine zweiachsige Gleichstromlokomotive von 5 PS. zog mit einer Geschwindigkeit von 7 km in der Stunde auf einer 300 m langen Rundbahn drei kleine Personenwagen mit 18 Personen, wobei ein über der Gleismitte angeordnetes hochkantiges Flacheisen die Stromabnahmeleitung, das Gleis selbst die Stromrückleitung bildete. Naturgemäß verschaffte sich die Elektrizität vor allem auf den Straßenbahnen, den Hoch- und Untergrund-, Gruben- und Bergbahnen Eingang.

Ungleich schwierigere Forderungen stellt der elektrische Vollbahnbetrieb. Das den Strom liefernde Kraftwerk und die Leitung bis zur Bahnstrecke bieten keine sonderlichen Schwierigkeiten. Die wichtigsten Teile sind: 1. die Streckenleitung, 2. die Motoren. Die Streckenleitung, Fahrdraht genannt, muß einfach, leistungsfähig, betriebssicher sein, und auch für Geschwindigkeiten bis zu 150 km eine gute Stromabnahme durch den Bügel gewährleisten. Die einfachste und billigste Anlage ist die einer einzigen Leitung neben dem die Rückleitung bildenden Gleis. Das ist das Minimum vom Standpunkte des Eisenbahningenieurs, aber auch das Maximum. Betriebstechnisch wird eine Regulierung der Motorgeschwindigkeit in weitesten Grenzen gefordert. Drei Stromarten stehen zur Verfügung: einphasiger Wechselstrom, Drehstrom und Gleichstrom. Der Vortragende gibt zunächst ein anschauliches Bild der physikalischen Grundlagen dieser Stromarten, bespricht die verschiedenen Ausführungsmöglichkeiten der Bahn-

anlagen, und kommt zu dem Ergebnis, das in folgender Tabelle übersichtlich zusammengestellt ist:

Stromart	Spannung in Volt	Stromstärke in Amp.	Speisepunktsentfernung in km (bei konstant vorgeschr. Arbeitsverlust)
1. Gleichstrom:			
a) 3. Schiene. . .	1000	1300	7
b) mit Fahrdraht .	3000	433	19,2
2. Drehstrom: 15 Period.			
a) 2 Drähte . . .	3000	312	8,2
b) desgl.	5000	187	23
3. Einphasenwechselstrom:			
a) $16^2/_3$ Perioden, 1 Draht . . .	10000	163	51
b) desgl.	15000	109	115

Fernleitungsübertragung bei
1) erfolgt mit Drehstrom; an den Speisepunkten wird der Gleichstrom durch rotierende Drehstrom-Gleichstrom-Umformer erzeugt;
Fernleitungsübertragung bei
2) erfolgt mit Drehstrom;
Fernleitungsübertragung bei
3) mit Einphasenwechselstrom; an den Speisepunkten wird bei 2) und 3) mit einfachen Transformatoren die Fernleitungsspannung herabgesetzt.

Die Umformerwerke müssen beim Drehstrom-Gleichstrom-System eng aufeinandergelegt werden, das Drehstrom-System ist schon bedeutend leistungsfähiger, das Wechselstrom-System dagegen in der Anlage noch übersichtlicher und einfacher. Man sieht, wie mit zunehmender Spannung die Stromstärken sinken und die Abstände der Speisepunkte beträchtlich zunehmen. Der Wechselstrom vereinigt für Hauptbahnbetriebe die Vorzüge des Gleichstromes mit den Vorteilen des Drehstromes, nämlich den Motor, der veränderliche Geschwindigkeit besitzt und nur einen Fahrdraht verlangt, mit der Unabhängigkeit von der Entfernung, der den Wechselstromarten eigentümlich ist.

Die Durchbildung des Wechselstromkommutatormotors, besonders durch die deutsche Industrie, bedeutet einen der hervorragendsten Marksteine in der Geschichte der Elektrotechnik. Es gehörten die langjährigen Erfahrungen auf diesem Gebiete dazu, bis es gelang, bei einfacher Bauart einen genügend funkenfreien Lauf des Kommutators, guten Wirkungsgrad und große Einheitsleistung zu erzielen. Die Versuchsanlagen, wie die auf der Strecke Spindlersfelde, auf der Oranienburger Versuchsbahn, Murnau—Oberammergau, Blankenese—Ohlsdorf, und in jüngster Zeit Dessau—Bitterfeld haben zur konstruktiven Durchbildung des Systems sehr nützliche Dienste geleistet. Die Motoren können sowohl in der für Triebwagen erforderlichen Größe von 200 P.S. für Zahnradantrieb als auch für schwere Güterzug- und Schnellzuglokomotiven in Einheitsleistungen, die 1000 P.S. übersteigen, gebaut werden. Die deutschen Staatsbahnverwaltungen, die sich mit dem Problem beschäftigen, die Elektrizität für Zugförderung auszunützen, haben in Rücksicht auf die elektrischen Vorgänge im Motor eine Periodenzahl von rund $15-16^2/_3$ als am besten geeignet gefunden. Das gleiche Urteil fällten andere Länder, Österreich, Schweiz und Schweden. An Hand von bildlichen Darstellungen werden die verschiedenen Bauformen für die Fahrdrahtanlagen und die Lokomotiven besprochen; bei den letzteren ist die Unterteilung der Kraft auf eine größere Zahl von Motoren, die entweder mit Zahnrädern auf die Achsen arbeiten oder unmittelbar auf die Achsen gebaut sind, aus betriebstechnischen und wirtschaftlichen Gründen verlassen worden; dagegen bietet die Unterbringung der ganzen Leistung in einem Motor ungleich größere Vorteile. Solche nach den dargelegten Grundsätzen gebaute, bereits im Betrieb befindliche Maschinen wurden vom Vortragenden eingehend erläutert. Neu eingerichtet wird der elektrische Betrieb demnächst auf den Strecken in Preußen: Magdeburg—Halle—Leipzig und Lauban—Königszelt; in Baden: Basel—Säckingen—Zell; in Bayern: Salzburg—Reichenhall—Berchtesgaden und München—Garmisch—Kochel—Mittenwald—Griesen. Redner weist zum Schlusse seiner interessanten Ausführungen hin, daß für die Einführung der elektrischen Zugförderung entscheidend sei, daß neben betriebstechnischen Vorzügen auch finanzielle Vorteile erreicht werden.

In der zweiten Sitzung berichtete zunächst der Generalsekretär des Verbandes Ing. G. Dettmar über die Arbeiten seit der letzten Jahresversammlung. Ing. J. Nowak-München sprach dann über die von ihm erfundene „Maschine zum Berechnen elektrischer Leitungsnetze", mit der man auf rein mechanischem Wege mittels Zählwerke die Strom- und Spannungsverteilung in irgendeinem Netze bei irgendwelchen Belastungsannahmen und -änderungen überblicken und kontrollieren kann. Sie gewährleistet eine übersichtliche, rasche Beherrschung und richtige Ausnützung der Leitungsnetze. Die Maschine kann auch zu statischen Berechnungen Verwendung finden.

Dipl.-Ing. Eppner-München sprach über die „Feuersicherheit von Isolationsmaterialien".

Hierauf trug Dr. Kesseldorfer-München über die „Theorie und Konstruktion der Quecksilber-Motor-Zähler mit besonderer Berücksichtigung der Fabrikate der Isaria-Zählerwerke-München" vor und besprach dabei in ausführlicher Weise das erwähnte System.

Dem nun folgenden letzten, wissenschaftlich bedeutungsvollen Vortrage der zweiten Sitzung von Professor Giovanni Ossanna-München über die „Dimensionierung der einphasigen Kommutatormotoren mit besonderer Berücksichtigung der schweren Zugförderung" wurde großes Interesse entgegengebracht. Einheitliche Formen für die Dimensionierung der verschiedenen Motorarten sind bisher nicht bekannt gewesen, was den Grund für weit auseinandergehende Ansichten über die zweckmäßigste Wahl derselben bildete. Der Vortragende stellte zunächst die in seinen Hochschulvorlesungen entwickelten, einheitlichen, für die hier in Betracht kommenden Arten allgemeingültigen Formen auf; diese lassen den Einfluß der Leistung, der Drehzahl, der transformatorischen Segmentspannung und der Ampereleiter pro cm Umfang auf die Abmessungen deutlich erkennen. An Hand dieser grundlegenden Formeln wird 1. der Serienmotor, 2. der Repulsionsmotor mit Ständererregung (Thomson-Déri) und 3. mit Ankererregung (Winter-Eichberg-Latour) besprochen und der Einfluß der Periodenzahl auf die Eigenschaften, auf die Abmessungen, auf die Gewichte und auf den Raumbedarf festgestellt. Was die Periodenzahl anlangt, so wurde gefunden, daß für den Serienmotor eine kleine Periodenzahl am günstigsten ist; je kleiner die Periodenzahl, um so besser der Leistungsfaktor, und um so höher die erreichbaren Maximalleistungen. Für die Repulsionsmotoren dagegen sind 25 Perioden günstiger als 15. Ein nunmehriger Vergleich zwischen dem 25periodigen Repulsionsmotor und dem 15periodigen Serienmotor ergab, daß der Serienmotor in bezug auf erreichbare Höchstleistung, Raumbedarf, Gewicht und Preis im Vorteil ist. Zum Schlusse machte der Vortragende Angaben über verschiedene, in einheitlicher Weise dimensionierte Motoren, durch die die vorher angestellten Überlegungen sehr schön veranschaulicht werden.

Die nächste Versammlung war dem Hauptthema, der „Elektrizität im Hause" gewidmet. Den Hauptvortrag zu diesem Thema hielt Generalsekretär G. Dettmar-Berlin. Das älteste und verbreitetste Anwendungsgebiet ist die elektrische Beleuchtung, über deren Vorzüge und Anwendungsmöglichkeiten zunächst ein Überblick gegeben wurde. In Deutschland stehen 50 Millionen Glühlampen und 2 Millionen Bogenlampen nur 25 Millionen Gasglühlampen gegenüber; die Zunahme der abgegebenen Kilowattstunden beträgt jährlich bei einer größeren Anzahl von Elektrizitätswerken im Durchschnitt etwa 16,5 Proz. gegenüber nur 4,9 Proz. Zunahme der Gasproduktion. Das zweite Anwendungsgebiet ist das elektrische Kochen, dessen Vorzüge noch nicht so allgemein bekannt und anerkannt sind; die Aussichten für eine weite Verbreitung sind angesichts der großen Fortschritte im Bau elektrischer Kocheinrichtungen durchaus günstige. Die Frage der Einführung solcher Einrichtungen ist wesentlich eine Frage der Tarifgestaltung. Dann wurde noch das Gebiet der elektrischen Heizung, des elektrischen Antriebes im Hause durch Beschaffung geeigneter Motoren und die Maßnahmen besprochen, die geeignet sind, die Verwertung der Elektrizität im Hause zu erleichtern.

Direktor E. Wikander-Berlin erörterte dann in seinem Vortrage „Über Tarife für den Verkauf elektrischer Energie" die hauptsächlichsten, jetzt üblichen Tarife, würdigte ihre Vor- und Nachteile und machte dann einen Vorschlag zu einem vereinfachten, die Anwendung der Elektrizität im Hause fördernden Tarife. Den beiden letzten Vorträgen folgte eine lebhafte Aussprache, die einerseits die Wichtigkeit eines nach individuellen, den örtlichen Verhältnissen angepaßten Gesichtspunkten gut ausgearbeiteten Tarifs, andererseits die Bedeutung einer einfachen, einheitlichen Tarifgestaltung und -handhabung deutlich hervortreten ließ.

Dipl.-Ing. P. Stern-Berlin sprach hierauf über die „Verschönerung oder Verunzierung des Hauses durch die elektrische Installation".

Dipl.-Ing. A. Libesny-Berlin behandelte „Beleuchtungstechnische Fragen (mit besonderer Berücksichtigung der Beleuchtung von Innenräumen)", die hauptsächlich angewendeten Beleuchtungsmittel, die Bestrebungen, ihre Ökonomie zu verbessern und die zukünftige Ausgestaltung von Lichtquellen.

Dipl.-Ing. A. Steinhardt-Berlin sprach schließlich über „Elektrische Koch- und Heizapparate". Nach einer Übersicht über die verschiedenen Systeme und Konstruktionen führte er Fabrikate der A.-E.-G. auf diesem Gebiete im Bilde vor.

Den Schluß des Kongresses bildeten Besichtigungen der beiden Abteilungen des Deutschen Museums, der staatlichen und städtischen Elektrizitätswerke, der Isarwerke und der Isaria-Zählerwerke, A.-G. Anläßlich der Jahresversammlung veranstaltete der Elektrotechnische Verein München, der auch im Verlaufe des Kongresses für zahlreiche wohlgelungene Vergnügungsveranstaltungen Sorge getragen hatte, eine öffentliche Ausstellung: „Die Elektrizität im Hause, im Kleingewerbe und in der Landwirschaft", die uns ein anschauliches Bild gab, wie mannigfach und vielseitig die elektrische Energie im täglichen Leben Verwendung finden kann. Von den zahlreichen praktischen Neuerungen und

Neuheiten auf diesem Gebiete interessiert vielleicht: das Silundium von der Firma Prometheus-Frankfurt a. M., ein neues Widerstandsmaterial für elektrische Heiz- und Kochapparate, ein Kohlepräparat, das durch Glühen in Siliziumdämpfen unverbrennbar gemacht ist; ein gegen Wasser vollständig unempfindlicher Gleichstrommotor von mehreren PS., von Garbe, Lahmeyer & Co.-Aachen, der nicht eingekapselt, im Wasser liegend, läuft, ein Beweis für die Güte der Isolation.

Eine den Physiker interessierende Neuheit stellte die Spezialfabrik für Röntgenapparate und Röntgenröhren Polyphos, E. G.-München aus, nämlich die neueste Ausführung des Rosenthalschen Universalinduktoriums, bei welchem nicht nur die primären, sondern auch die sekundären Wicklungen unterteilt und nach Belieben parallel und hintereinander geschaltet werden können; hierbei ist auch eine neue patentierte Schaltung der Sekundärwicklung angewandt, die besonders intensive Sekundärströme gibt. So erhält man bei einer bestimmten Schaltungsweise gewaltige Flammenentladungen von 200 Milliampere (gemessen mit einem Deprez-Amperemeter) pulsierenden Gleichstromes.

Den Fortschritt einer Kabeltechnik zeigt uns die A. E.-G.-Berlin in dem Endverschluß und in den Verbindungsmuffen eines für 30000 Volt geprüften Starkstromkabels. Ein bis ins kleinste Detail elektrisch eingerichtetes Bauerngut wird von der A. E.-G. gemeinsam mit den Amperwerken im Betriebe ausgestellt. Die automatische Telephonzentrale der Siemens & Halske A.-G., die in München zum erstenmal in größerem Maßstabe ausgeführt wurde, benötigt nur 2 Sekunden pro Stellenzahl zur vollständig fertigen, gegenseitigen Verbindung der Nummern der Teilnehmer; die Zentrale ist übersichtlich und praktisch gebaut, der Telephonabonnent genießt den Vorzug der Selbstkontrolle.

Die nächste Jahresversammlung findet in Leipzig statt.

(Eingegangen 15. Juni 1911.)

BESPRECHUNGEN.

Wegener v. Dallwitz, Konstruktionsblätter für Flugtechniker. Band I: Der Treibschrauben-Konstrukteur. Eine neue elementare und erschöpfende Theorie der Treibschrauben (Schraubenpropeller für Luft- und Wasserfahrzeuge) und Tragschrauben und Anleitung zur Ausführung von günstig wirkenden Treib- und Tragschrauben für Luftfahrzeuge, Schiffe und Schlitten. Lex. 8. XII u. 183 S. mit 87 Abbildungen und 4 Tafeln. Rostock, C. J. E. Volckmann Nf. 1911. M. 6.—, gebunden M. 7.—

Eines der vielen Bücher, die durch den großen Fortschritt der Aviatik ins Leben gerufen wurden und das wie verschiedene andere Schriften desselben Verfassers wegen seiner populären und originellen Art seinen Leserkreis finden wird. Die Einführung in die Theorie der Schraubenpropeller ist dem Zwecke des Buches entsprechend sehr anschaulich gehalten (unter Heranziehung von Gleichnissen und anschaulichen Bildern) und erfüllt jedenfalls den Zweck, verschiedene weit verbreitete falsche Anschauungen über das Wesen der Propellerwirkung zu beseitigen. Auffallend ist allerdings, daß der Verfasser seinen Berechnungen (S. 18) das Newtonsche „Sinusquadrat"-Gesetz des Luftwiderstandes zugrunde legt, das längst als unzutreffend erkannt und meist durch das v. Lößlsche „Sinus"-Gesetz ersetzt wurde. Demgemäß sind auch die Resultate seiner Rechnungen theoretisch wohl nicht einwandfrei, wenn dies auch bei der Unzulänglichkeit aller Schraubentheorien praktisch nicht allzusehr von Belang sein mag.

Von Interesse ist dagegen die prinzipielle Feststellung, daß Schrauben von bestem Wirkungsgrad keine gleichmäßige Steigung haben dürfen und die originelle Konstruktion von „Gleichdruckschrauben", die (theoretisch allerdings nur!) gleichmäßige Treibkräfte für jedes Element ergeben. Auch die damit in Zusammenhang stehende Forderung nicht zu kleiner Naben ist jedenfalls beachtenswert.

Wenn auch verschiedenes bei den theoretischen Entwicklungen nicht den Beifall des Referenten findet, manches auch im Äußerlichen sehr störend wirkt, z. B. die oft recht unübersichtliche Schreibweise der Formeln, so muß doch zugegeben werden, daß das Buch manchen guten und beachtenswerten Gedanken enthält. Insbesondere sind die beigegebenen Beispiele instruktiv, die sich nicht bloß auf Luftfahrzeuge, sondern auch auf Schiffe und Motorschlitten beziehen. Die vollständige Durchrechnung einer Luftschraube aus Holz von 10000 Umläufen in der Minute für Gasturbinenbetrieb wird allerdings wohl kaum ernst zu nehmen sein und soll wohl nur die (dem Referenten mindestens zweifelhafte) Anwendungsmöglichkeit der Formeln zeigen.

Eingehend wird die Festigkeitsrechnung und mit besonderer Sorgfalt die Herstellung der Schrauben behandelt, wobei wertvolle Anweisungen für das Fertigmachen und Konservieren der Holzschrauben gegeben werden. Eine Zusammenstellung ausgeführter Schrauben verschiedener Systeme mit zum Teil recht ausführlichen Daten, sowie mehrere Tabellen beschließen das Buch, das, mit der nötigen Vorsicht gebraucht, als Ergänzung zu mehr wissenschaftlichen Werken über denselben Gegenstand jedenfalls manche gute Dienste leisten kann. A. Pröll.

A. Föppl, Vorlesungen über Technische Mechanik.

III. Band: Festigkeitslehre. 4. Aufl. gr. 8. XVI u. 426 S. mit 86 Abbildungen. Leipzig, B. G. Teubner. 1909. Geb. M. 10.—

I. Band: Einführung in die Mechanik. 4. Aufl. gr. 8. XV u. 424 S. mit 104 Abbildungen. Leipzig, B. G. Teubner. 1911. Geb. M. 10.—

Die durchgreifende Änderung, welche das bekannte Föpplsche Lehrbuch in der 4. Auflage infolge des Hinzutretens der neuen Bände 5 und 6 erfahren hat, macht sich auch auf den Umfang und die Anordnung des Stoffes in den Bänden 3 und 4 geltend. Da Föppl schon bei der vorigen Auflage mit Rücksicht auf die beabsichtigte Erweiterung des Ganzen den Band „Festigkeitslehre" erheblich gekürzt hatte, so sind in der neuen (4.) Auflage wesentliche Veränderungen nicht zu bemerken, mit Ausnahme von einzelnen ergänzenden Bemerkungen und vier neuen Aufgaben. Der 3. Band umfaßt jetzt tatsächlich alles, was der Durchschnittstechniker braucht, und noch ein ganzes Teil mehr. Dankenswert ist es in diesem Sinne, daß auch der Abschnitt: Grundzüge der mathematischen Elastizitätstheorie beibehalten worden ist, so daß diejenigen, welche den 5. Band nicht anschaffen wollen, trotzdem ein verhältnismäßig abgeschlossenes Ganzes im 3. Bande besitzen. Verschiedene Ergänzungen erscheinen dagegen dem Referenten für eine spätere Auflage wünschenswert, so vermißt man z. B. bei der Besprechung der Methoden zur Härteprüfung die Erwähnung des bekannten Brinellschen Kugeldruckverfahrens.

Von dem zuletzt erschienenen 1. Bande des Werkes, „Einführung in die Mechanik", gilt das oben von Band 3 Gesagte gleichfalls; auch hier sind nur wenig Änderungen (hauptsächlich im Abschnitt über Reibung) zu bemerken. Seinem Titel entsprechend hat er die Grundlagen der Mechanik und die wichtigsten ihrer Probleme zu behandeln. Soweit die Mechanik starrer Körper in Betracht kommt, genügt er dieser vorgezeichneten Aufgabe auch vollkommen, einzelne Kapitel sind sogar sehr eingehend behandelt. Jedenfalls wird in dieser Beziehung Band 1 für die Bedürfnisse vieler Techniker vollkommen ausreichen. Der Abschnitt über Elastizität und Festigkeitslehre könnte dagegen nach Ansicht des Referenten besser wegbleiben, denn in der hier vorliegenden Form genügt er stellenweise auch als Einführung wohl kaum. Zu diesem für den Techniker so überaus wichtigen Gebiet ist ein besonderes Buch — wie es in dem oben besprochenen 3. Bande in mustergültiger Weise vorliegt, nicht zu entbehren; eine bloße Formelzusammenstellung, als welche einzelne Teile dieses Abschnittes (z. B. Knickung) erscheinen, findet man in jedem Taschenbuche („Hütte" u. a.). — Im Gegensatz hierzu ist der Abschnitt über Hydraulik eingehender und vollständiger behandelt; er dürfte als Einführung seinem Zwecke entsprechen. Für weitergehendes Studium, insbesondere für die neuerdings an Bedeutung zunehmende Hydrodynamik in zweidimensionaler Behandlungsweise (Kreiselräder) und anderes mehr, muß auf die entsprechenden Abschnitte im 4. und 6. Bande des gleichen Werkes verwiesen werden. Bedauerlich bleibt, wie schon bei Besprechung dieser Bände erwähnt wurde, daß dieser wichtige Teil der Mechanik bei Föppl durch die Verteilung auf drei Bände einigermaßen unübersichtlich geworden ist und ohne rechten Zusammenhang erscheint.

Im übrigen sind die bekannten Vorzüge der Föpplschen Werke auch den vorliegenden Bänden 3 und 1 eigen, so daß eine besondere Empfehlung wohl nicht mehr erforderlich ist. A. Pröll.

Tagesereignisse.

Der zweite **Mendelejew-Kongreß** für allgemeine und angewandte Chemie und Physik wird vom 21.—28. Dezember d. J. in St. Petersburg unter dem Ehrenpräsidium von N. N. Beketow tagen. Vorsitzender: Prof. Borgmann, Stellvertreter: Prof. A. J. Faworski. Anmeldungen an den Schatzmeister N. N. Ssokownikow, St. Petersburg, Chem. Laborat. d. Universität.

Die Zahl der Frauen an den deutschen Universitäten betrug im Sommersemester 1911 2552, das ist gegenüber dem Winterhalbjahr 1908/09 eine starke Verdoppelung. Davon entfällt auf die Universität Berlin fast 1/3, nämlich 695 Studentinnen. Mathematik und Naturwissenschaften studierten 423 Frauen gegen 313 im Vorjahre.

Die französischen Universitäten waren im letzten Jahr von 4000 Studentinnen besucht. Auf die Fächer Mathematik und Naturwissenschaften entfallen 453. In Frankreich repräsentierten die Studentinnen 12,5 Proz. der Gesamtstudentenschaft, in Deutschland derzeit nur 4,4 Proz.

Personalien.

(Die Herausgeber bitten die Herren Fachgenossen, der Redaktion von eintretenden Änderungen möglichst bald Mitteilung zu machen.)

Habilitiert: Dr. Friedrich Böhm an der Universität München für Mathematik.

Berufen: Fritz Lüty, Direktor des Vereins Chemischer Fabriken in Mannheim als etatsmäßiger Professor der anorganisch-chemischen Technologie an die Technische Hochschule Breslau.

Ernannt: Professor J. I. D. Hinds vom Peabody College in Nashville zum Professor der Chemie an der Cumberland-Universität, der a. o. Professor Dr. F. London der Mathematik an der Universität Bonn zum o. Professor ebenda, der Dozent an der Faculté des Sciences zu Lille Traynard zum Professor der Integralrechnung an der Faculté des Sciences von Besançon.

Verliehen: Professor Sir William Ramsay in London der Orden Pour le mérite, dem o. Professor der Mathematik an der Technischen Hochschule Karlsruhe Dr. Adolf Krazer der Titel Geheimer Hofrat.

Gestorben: Professor der Chemie Dr. Carl Bischof in Wiesbaden (nicht Riga, wie S. 736 angegeben) im Alter von 86 Jahren, der theoretische Physiker S. H. Burbury, Mitglied der Royal Society, im Alter von 80 Jahren, der frühere Professor der Chemie an der Universität Missouri, Dr. J. P. Schweitzer, 76 Jahre alt.

Gesuche.

Für die Redaktion verantwortlich Professor Dr. Friedrich Krüger in Danzig-Langfuhr. — Verlag von S. Hirzel in Leipzig.
Druck von August Pries in Leipzig.

PHYSIKALISCHE ZEITSCHRIFT

No. 19. | 1. Oktober 1911. | 12. Jahrgang.

Redaktionsschluß für No. 20 am 29. September 1911.

INHALT:

ORIGINALMITTEILUNGEN.

Untersuchung von Bronsonwiderständen.

Von Fr. Hauser.

Bronsonwiderstände, benannt nach Bronson[1]), einem Schüler Rutherfords, sind bekanntlich Widerstände, bei denen ein ionisiertes Gas die Leitung der Elektrizität übernimmt. Sie bestehen im allgemeinen aus einem Kondensator irgendeiner Gestalt, dessen eine Elektrode — wohl meistens eine Platte — mit irgendeinem das in dem Apparat enthaltene Gas ionisierenden radioaktiven Präparat mechanisch oder elektrolytisch überzogen ist, während die andere Elektrode in der Regel nur dazu dient, den erzeugten Strom weiter zu leiten. Eine der beiden Elektroden ist dabei fast immer mit der Erde leitend verbunden.

Wegen der großen Bedeutung dieser Widerstände, die besonders darin besteht, daß sie es ermöglichen, mittels der „Methode der konstanten Ausschläge"[1]) radioaktive und luftelektrische Prozesse kontinuierlich zu verfolgen, war es von Interesse, ihr Verhalten bei verschiedenen Gasdrucken und auch Gasfüllungen zu untersuchen; insonderheit aber auch Aufschluß über ihr Verhalten bei Parallel- und Hintereinanderschaltung zu bekommen, da bezüglich dieser Verwendungsart Bedenken erhoben worden waren. Diesbezügliche Untersuchungen bildeten den Gegenstand der vorliegenden, im Physikalischen Institut der Technischen Hochschule zu München ausgeführten Arbeit.

1) H. L. Bronson, Amer. Journal of Science 19, 185—187, 1905; E. Rutherford, Die Radioaktivität, deutsch von Aschkinaß, S. 106—108, 1907.

Die verwendeten Bronsonwiderstände wurden bereits in dieser Zeitschrift kurz beschrieben[1]); es soll daher hier nur auf die Versuche selbst eingegangen werden. (Über Einzelheiten vergl. die Münchener Dissertation obigen Titels.)

Vorversuche hatten die möglichst genaue Bestimmung der Kapazitäten aller in Frage kommenden Apparate und Anordnungen zum Zweck. Die Kapazitätsbestimmungen wurden durch Ladeteilung mittels des Quadrantenelektrometers durchgeführt. Dabei wurden die zu eichenden Apparate, soweit möglich, stets durch einen geerdeten Drahtnetzkäfig mit einer aufklappbaren Wand und mit Blechuntersatz elektrostatisch geschützt. Dadurch, daß außer den nötigen Messungen stets Kontrollmessungen ausgeführt wurden, war es möglich, Anhaltspunkte für Meßfehler und ihre Ursachen zu finden.

Für die Vermeidung der verschiedenen hier möglichen Fehlerquellen ergaben sich die folgenden Anhaltspunkte:

1. Um die störende Wirkung der bei der Trennung zweier verschiedener Metalle auftretenden Kontaktpotentialdifferenzen zu verringern, muß man danach trachten (eventuell durch Ansetzen kleiner Drahtenden), nur gleiche Metalle miteinander in Berührung zu bringen. Ganz zum Verschwinden war diese Fehlerquelle jedoch nur selten zu bringen; um die durch sie bedingten Fehler zu finden und zu vermeiden, wurden vor jeder Messung die ihr entsprechenden Schaltungen bei nicht geladenem System ausgeführt. Der dabei entstehende Ausschlag wurde je nach seiner Richtung von dem Aus-

1) Diese Zeitschr. 12, 466—476, 1911.

schlage der Messung selbst abgezogen, oder zu ihm addiert.

2. Vollständig unbrauchbar kann das Resultat der Kapazitätsmessungen infolge der Influenzwirkung der geladenen Elektrometernadel auf die Quadranten werden. Um diesen Einfluß zu verhüten, genügt jedoch die Befolgung der folgenden beiden Regeln:

a) „Man darf die Erdung des Elektrometers nur in dem Augenblicke aufheben, in dem die Nadel die Nullage passiert oder ruhig in derselben steht."

b) „Man darf eine Ladeteilung nur dann ausführen, wenn die Nadel sich nicht mehr bewegt." (Kommt für mehrfache Ladeteilung in Betracht.)

3. Isolationsverluste, das Kriechen des Nullpunktes, die gegenseitige Stellung der Apparate sowie eine eventuelle Abhängigkeit der Elektrometerkapazität vom Ausschlag sind in geeigneter Weise zu berücksichtigen.

4. Von Wichtigkeit ist endlich die Verwendung einer Elektrometereichkurve, die auf eine dem Verfahren bei der Kapazitätsmessung möglichst entsprechende Art und Weise aufgenommen wurde. Der Grund hierfür ist in den elastischen Eigenschaften des Aufhängefadens zu suchen.

Unter Beobachtung der vorstehenden Regeln ist es möglich, Kapazitäten durch Ladeteilung im günstigsten Falle bis auf $\pm 1/2$ Proz. genau zu ermitteln.

Die Kapazität der verwendeten Bronsonwiderstände wurde vor Polonisierung ihrer Elektroden bestimmt. Zu diesem Zwecke wurden alle Bronsonwiderstände zunächst ohne aktiven Niederschlag in genau derselben Konfiguration aller Leiterteile, wie sie später verwendet wurden, angeordnet. Zur Kontrolle wurden dann hier meistens nach Aktivierung der polonisierten Platten Bestimmungen nach der von Regener[1]) angegebenen Methode durchgeführt. Die Resultate der beiden Methoden stimmten stets sehr gut überein. Als Vergleichsnormale wurde ein selbstgebauter Plattenkondensator verwendet, dessen Kapazität nach der Kirchhoffschen Formel mit Randkorrektur berechnet wurde. Als Hilfskapazitäten zur gelegentlichen Vergrößerung der Kapazität der Versuchsanordnung dienten zwei Harmssche Kondensatoren[2]), deren Kapazitäten zu 39,9 cm bzw. 45,8 cm ermittelt wurden, sowie eine Kapazitätsnormale von M. Th. Edelmann, München, in Hartgummischutzhülle von 3000 cm.

1) Regener, Sitzungsber. d. K. Preuß. Akad. d. Wiss. 1909, S. 37 u. 38.

2) F. Harms, diese Zeitschr. 5, 47—50, 1904.

Erst nach Abschluß der vorbereitenden Versuche konnte man an die Durchführung derjenigen Versuche gehen, die das oben angegebene Thema zum Ziel hatten.

Die Versuche wurden stets so ausgeführt, daß die Anordnung durch Verbindung mit dem einen Pole einer Spannungsquelle (Akkumulatoren oder Elemente) auf dessen Potential geladen wurde. Der andere Pol der Spannungsquelle lag dabei an der Erde. Bei einem Zeichen einer Signaluhr, die jede Minute ein Glockenzeichen gab, wurde dann die Verbindung zwischen Spannungsquelle und Versuchsanordnung gelöst und die zeitliche Abnahme des Ausschlags aufgenommen. Die Ausschlagswerte in Millimetern wurden dann mit Hilfe der Spannungsempfindlichkeit des Elektrometers und der Kapazität der jeweiligen Versuchsanordnung in Spannungs- und Stromwerte umgerechnet und aus diesen dann der Widerstand ermittelt.

Zu berücksichtigen war bei der Auswertung der Versuchsresultate, daß sich für die Ablesungen nach der Trennung der Anordnung von der Aufladevorrichtung infolge der Trägheit der Elektrometernadel ein „Zeitverlust" einstellt, derart, daß von einem gewissen Zeitpunkt an die abgelesenen Werte um einen nahezu konstanten Betrag zeitlich hinter den tatsächlichen nachhinken. Um die Wirkung dieses Zeitverlustes bei der Auswertung der Versuche zu berücksichtigen, muß man statt der Zeit 0 nach einer von Herrn Diplomingenieur Heis anläßlich seiner eigenen Versuche aufgestellten, demnächst in seiner Münchener Dissertation (Technische Hochschule) zu veröffentlichenden und von mir mit seiner Erlaubnis verwendeten Formel setzen:

$$\text{Zeitverlust } t' = \frac{2T \cdot \Lambda}{\pi^2 + \Lambda^2};$$

dabei ist $T = \frac{1}{2}$ beobachtete Schwingungsperiode, Λ = natürliches logarithmisches Dekrement.

Ähnliche Betrachtungen über die Wirkung der Trägheit der Elektrometernadel, wie Heis, stellte auch H. Benndorf[1]) in einer inzwischen erschienenen Arbeit an. $\Lambda \cdot T_0$ (S. 1178) ist hier das, was Heis mit Zeitverlust t' bezeichnet.

Für die Gültigkeit der Heisschen Formel besteht die Bedingung: Beobachtungsdauer > 2 bis $3 \times T$. Diese war hier bereits für die erste Ablesung nach der Trennung von Versuchsanordnung und Aufladevorrichtung stets erfüllt.

Die Versuchsresultate wurden in Tabellen zusammengestellt, die dann graphisch aufgetragen wurden, und zwar zunächst für jeden Entladungs-

1) H. Benndorf, Sitzungsber. d. K. Akad. d. Wiss., Wien, Bd. CXVIII, Abt. IIa, S. 1173 u. f., Okt. 1909.

versuch: Strom in 10^{-11} Ampere oder auch Strom in 10^{-11} Ampere und Widerstand in 10^{9} Ω abhängig von der Spannung in Volt.

Aus diesen Kurven wurden die im folgenden erwähnten Beziehungen abgeleitet und in besondere Tabellen eingetragen.

An erster Stelle stehen die mit einem kugelförmigen Bronsonwiderstande ausgeführten Versuche, da diese hinsichtlich der Durchstrahlung der Gase den allgemeinsten der hier behandelten Fälle darstellt: Bei Atmosphärendruck wird die Strahlung in der Nähe der polonisierten Innenelektrode absorbiert. Sie kann sich also vollständig frei in dem Gasraum entwickeln. Erst bei tieferen Drucken gelangen die Strahlen, deren Absorption ja proportional dem herrschenden Drucke ist[1]), an die Gefäßwand; dann tritt der Fall vollständiger Durchstrahlung ein, wie

Aus den Werten der Kurven J und R abhängig von der Spannung für die vier verschiedenen Füllungen wurden dann Kurven abhängig vom Druck für konstante Spannungswerte abgeleitet. Und zwar für $\overset{+}{J}$ und $\overset{-}{J}$ sowie $\overset{+}{R}$ und $\overset{-}{R}$ bei 3 Volt, ferner $\frac{\overset{+}{J}}{\overset{-}{J}}$ für 1, 2 und 3 Volt.

Im großen und ganzen ist der Verlauf der Kurven bei allen vier Füllungen sehr ähnlich; einige der erhaltenen Kurven sind in Fig. 1, 2 und 3 dargestellt. Die Stromkurven für konstante Spannung abhängig vom Gasdruck zeigen für alle Füllungen dasselbe Bild: sie steigen mit wachsendem Druck zunächst bis zu einem Maximum an, um dann wieder auf einen kleineren Betrag

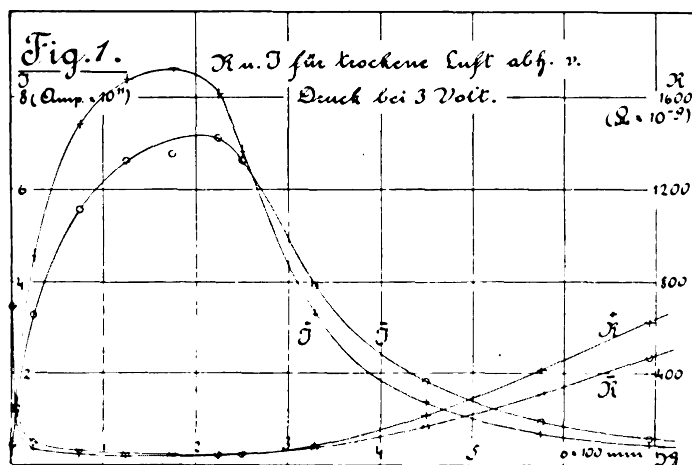


Fig. 1.

wir ihn bei den beiden anderen der benutzten Apparate schon von Anfang an haben. Die Versuche wurden mit trockener Luft, trockener Kohlensäure, feuchter Luft und feuchter Kohlensäure als Füllgasen angestellt. Das Trocknen der Gase geschah jeweils durch eine Chlorkalziumvorlage; ihre Sättigung mit Wasserdampf wurde dadurch erreicht, daß man sie zunächst beim Einströmen in die vorher evakuierte Kugel durch Wasser hindurchperlen ließ und daß man ferner an Stelle des Trockengefäßes ein mit Wasser gefülltes Gefäß an die Rohrleitung anschmolz.

Es wurden hier zunächst für jeden Druck abhängig von der Spannung für +- und —-Ladung Strom (J) und Widerstand (R) aufgetragen. Die Bezeichnungen sind: $\overset{+}{J}$ und $\overset{+}{R}$ für +-Ladung, $\overset{-}{J}$ und $\overset{-}{R}$ für —-Ladung der Innenelektrode.

1) E. Rutherford, Die Radioaktivität, S. 174.

herabzusinken. Zwischen $\overset{+}{J}$ und $\overset{-}{J}$ besteht jedoch hinsichtlich der Größe ein gewisser Unterschied. Es tritt nämlich zunächst bei hohen Drucken, wo die α-Strahlung noch in der Nähe der polonisierten Platte absorbiert wird, eine Unipolarität auf, wie sie der von Rutherford und Child theoretisch und von dem ersteren auch experimentell an einem Plattenkondensator untersuchten „Oberflächenionisation"[1]) entspricht. $\overset{-}{J}$ ist hier größer wie $\overset{+}{J}$. Erreichen dann bei zunehmender Druckverminderung die α-Strahlen die Gefäßwand, so daß also der ganze Gasraum vollständig durchstrahlt ist, so erhält man eine Unipolarität im entgegengesetzten Sinne, entsprechend den von Heis[2]) durchgeführten theoretischen Betrachtungen. Bei sehr kleinen Drucken werden die Ströme einander nahezu gleich; bei

1) E. Rutherford, Die Radioaktivität, S. 68—71.
2) L. Heis, diese Zeitschr. 9, 620—627, 1908.

Drucken unter 1 mm *Hg* macht sich allmählich die vorher durch den starken Ionisationsstrom vollständig überdeckte +-Selbstaufladung[1]) des Poloniums geltend und es tritt ein abermaliges Überschneiden der Stromkurven ein; es wird wieder $\overset{-}{J} > \overset{+}{J}$. Bei allen Drucken bis herab zu etwa 60—40 mm *Hg* entspricht, wie Fig. 3 zeigt, der größeren Spannung auch die größere

Bei 225 mm *Hg* erreichen aber, wie sich berechnen läßt, die α-Teilchen die Gefäßwand; dieser Druck liegt also nahezu in der Mitte zwischen den beiden anderen ausgezeichneten Drucken. Entsprechendes erhält man auch für die anderen Gasfüllungen.

Der Widerstand abhängig von der Spannung nahm bei höheren Gasdrucken ab, während er

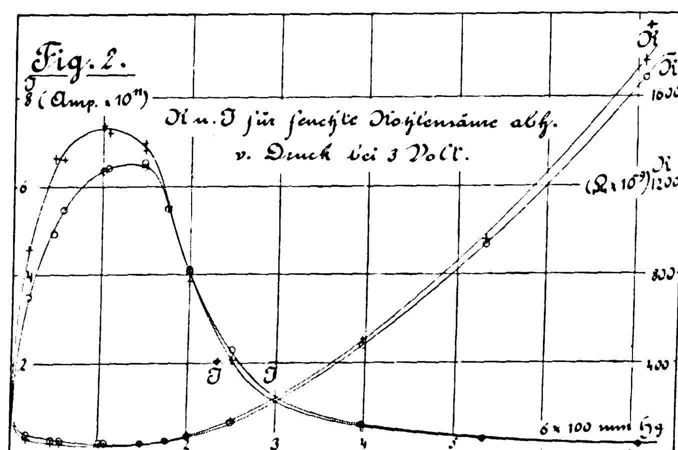


Fig. 2.

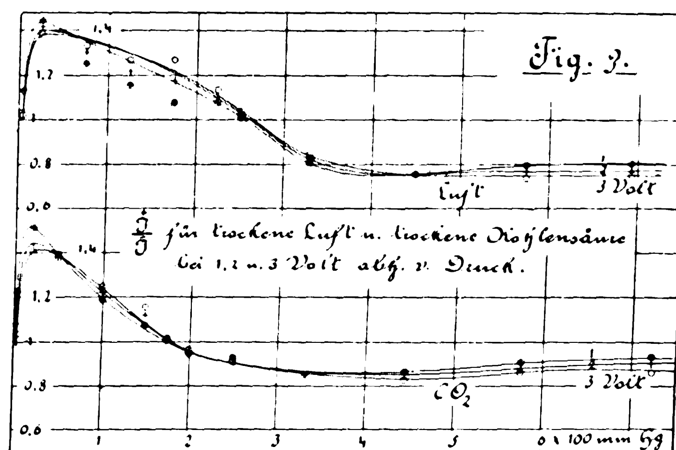


Fig. 3.

Unipolarität. Bei Drucken unterhalb dieser Grenzen ist das Umgekehrte der Fall.

Der Druck, bei dem sich die Kurven von $\overset{+}{J}$ und $\overset{-}{J}$ für trockene Luft zum ersten Male überschneiden — also $\overset{+}{J} = \overset{-}{J}$ ist —, beträgt 260 mm *Hg*; das Maximum der Stromkurven wird erreicht für $\overset{+}{J}$ bei 170 mm *Hg* und für $\overset{-}{J}$ bei 200 mm *Hg*; also im Mittel bei 185 mm *Hg*.

bei tieferen Drucken zunahm. Die Zunahme und Abnahme erfolgte meistens nach einer schwach gekrümmten Linie, und zwar war das Vorzeichen von $\frac{d^2 y}{d x^2}$ für die fallenden Kurven bei hohen Drucken —, für die ansteigenden Kurven bei tiefen Drucken dagegen +. Bei einem mittleren Drucke mußte also der Widerstand unabhängig von der Spannung sein, und zwar fand dies bei dem Drucke statt, bei dem auch $\overset{+}{J} = \overset{-}{J}$ oder $v = \overset{+}{J}/\overset{-}{J}$ war, wie die folgende Zusammenstellung zeigt:

1) Aschkinaß, diese Zeitschr. 8, 773—74, 1907.

Luft, trocken: R = konst. bei 275 mm; $v = 1$ bei 260 mm,
„ feucht: R = konst. „ 285 „ ; $v = 1$ „ 275 „ ,
Kohlens., trock.: R = konst. „ 185 „ ; $v = 1$ „ 180 „ ,
„ feucht: R = konst. „ 185 „ ; $v = 1$ „ 185 „ .

Die Unipolarität verschwindet also im vorliegenden Falle ziemlich genau bei dem Druck, bei dem sich die Kugel wie ein gewöhnlicher Ohmscher Widerstand verhält; bei demselben Gase bei demselben Drucke unabhängig ob trocken oder feucht.

Vergleicht man die Versuchswerte untereinander mit Rücksicht auf die Füllung, so sieht man, daß der Druck, für den $v = 1$ wird, von dem Feuchtigkeitsgehalte zwar ziemlich unabhängig ist, aber bei der Kohlensäure entsprechend ihrem größeren Absorptionsvermögen geringer wie bei der Luft, da hier die α-Strahlen erst bei kleinerem Drucke als bei der Luft an die Gefäßwand gelangen. Ebenso liegt der Maximalwert der Stromstärke bei Kohlensäure bei einem etwas tieferen Drucke als bei Luft. Seine Lage ist vom Feuchtigkeitsgehalte ebenfalls nahezu unabhängig; seine Größe dagegen bei dem feuchten Gas geringer als bei dem trockenen. Die folgende kleine Tabelle zeigt, daß das Verhältnis der Drucke der Luft, bei denen einmal $v = 1$ ist und das andere Mal das Strommaximum erreicht wird, zu den entsprechenden Drucken der Kohlensäure nahezu konstant ist:

	Drucke für		
	$v = 1$	$\overset{+}{J}_{max}$	$\overset{-}{J}_{max}$
Luft, trocken	260	170	200
Kohlensäure, trocken	180	115	135
Verhältnis der Drucke	1,44	1,48	1,48
Luft, feucht	275	160	180
Kohlensäure, feucht	185	108	130
Verhältnis der Drucke	1,49	1,48	1,38

Der Mittelwert der Verhältniszahlen ist 1,46; er ist sehr nahe gleich dem reziproken Werte des Verhältnisses der Reichweiten in beiden Gasen. Nach Bragg und Kleeman[1]) erhält man hierfür:

$$\frac{7,58}{\sqrt{11,91} + 2\sqrt{15,88}} = 1,51 .$$

[Es ist dies das Verhältnis der Summen der Quadratwurzeln aus den Gewichten der Atome, aus denen die Gasmoleküle zusammengesetzt sind. Für die Luft ist diese Summe nach den eben zitierten Autoren 7,58.]

1) W. H. Bragg u. R. D. Kleeman, Phil. Mag. **10**, 318, 1905.

Da, wie wir gesehen haben, das Strommaximum in der Nähe des Druckes liegt, bei dem die α-Strahlen eben die Gefäßwand erreichen, so ist für dieses Strommaximum der Ionisationsbereich der α-Strahlen noch beinahe vollständig ausgenützt und man darf deshalb erwarten, daß sich die Strommaxima nahezu wie die von Rutherford[1]) bestimmten Gesamtionisationen verhalten. Es ist das auch tatsächlich der Fall, wie die folgende Zusammenstellung zeigt:

	Ges. Ion	Trocken		Feucht	
		$\overset{+}{J}_{max}$	$\overset{-}{J}_{max}$	$\overset{+}{J}_{max}$	$\overset{-}{J}_{max}$
Luft	100	172=100	143,5=100	153=100	136=100
Kohlens.	96	160= 93	133=92,8	146=95,5	130=95,7

Für die Kohlensäure folgt aus den Versuchen noch besonders, daß auch für feuchte Kohlensäure das Verhältnis der Beweglichkeit der —-Ionen (K_2) zu der der +-Ionen (K_1) jedenfalls nicht kleiner als 1 sein kann, da sonst die für sie aufgenommenen Kurven entgegengesetzt verlaufen müßten, wie die für die anderen Füllungen aufgenommenen, hinsichtlich des Unterschiedes von + und —. Unter der Annahme, daß sich bei Oberflächenionisation die Ströme bei der Kugel, ebenso wie beim Plattenkondensator, nahezu wie die Ionenbeweglichkeiten verhalten, erhält man hier für den Druck: $p = 700$ mm Hg und 2 Volt (also Gefälle $^2/_{13}$ Volt):

bei trockener Luft	$\frac{K_2}{K_1} =$	1,30	statt 1,375	nach Zeleny[2])
„ feuchter „		1,11	„ 1,10	
„ trock. Kohlensäure		1,11	„ 1,07	
„ feuchter „		1,02	„ 0,915	

Man sieht, die Werte stimmen bis auf den für feuchte Kohlensäure gut mit den Zelenyschen überein.

Bei den beiden anderen Bronsonwiderständen zeigte sich ebenso wie bei dem kugelförmigen Apparat eine Abhängigkeit des Widerstandes von der Spannung, und zwar wuchs er hier bei allen Drucken mit zunehmender Spannung.

Diese bei beiden Apparaten auftretende Abhängigkeit des Widerstandes von der Spannung im Verein mit der Beobachtung von Bronson[3]), daß sich bei seinem Widerstand der Proportionalitätsbereich für Spannung und Strom bei größerer Plattenentfernung verringerte, und endlich der Verlauf der Widerstandskurven bei der Kugel lassen darauf schließen, daß eine vollständige Proportionalität des Stromes mit der Spannung über einen größeren Spannungsbereich

1) E. Rutherford, Die Radioaktivität, S. 67.
2) E. Rutherford, Die Radioaktivität, S. 47.
3) H. L. Bronson, loc. cit.

nur unter ganz besonderen Bedingungen eintritt, die jedenfalls mit der Gestalt des Apparates, der Intensität der Strahlung und mit der Stromintensität zusammenhängen.

Abhängig vom Luftdruck zeigten diese beiden Bronsonwiderstände für Strom und Widerstand bei konstanten Spannungswerten das in folgenden beiden Figuren dargestellte Bild:

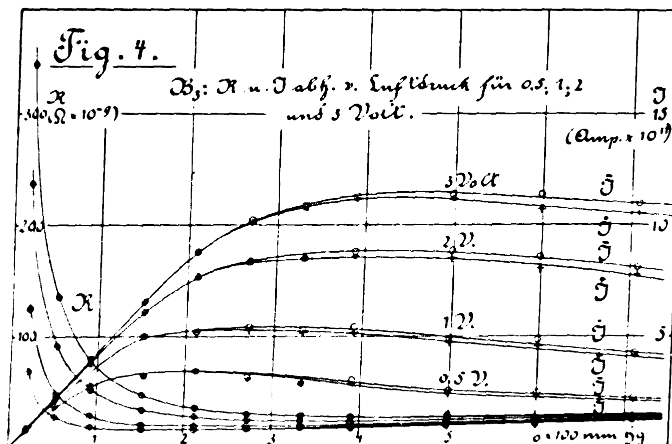


Fig. 4.

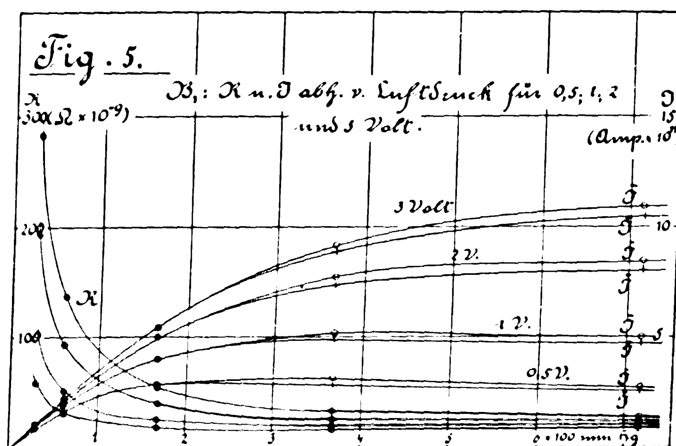


Fig. 5.

erzeugten Elektronen — also auch negativen Ionen — in der Richtung der α-Strahlung stattfindet. Findet nun diese Bewegung gegen die Richtung des elektrischen Feldes statt, so muß die Mehrzahl der —-Ionen infolge des elektrischen Feldes umkehren und der von ihnen zu durchlaufende Weg wird dadurch größer, als wenn sie ihre anfängliche Bewegungsrichtung beibehalten könnten. Infolgedessen besteht dann eine erhöhte Möglichkeit der Wiedervereinigung und es wird folglich die Entladung der —-geladenen Platte schneller erfolgen wie die der +-geladenen. Bei geringeren Luftdrucken fällt diese Unipolarität allmählich weg, da hier infolge der zunehmenden Annäherung an den Sättigungsstrom die Wiedervereinigung zurücktritt. Mit zunehmender Spannung muß, solange noch keine Stoßionisation eintritt, der verhältnismäßige Unterschied zwischen $\overset{+}{J}$ und $\overset{-}{J}$ geringer werden, da die Umkehr auf einer kürzeren Strecke erfolgt.

Wir sehen, daß auch hier bei höheren Drucken eine schwache Unipolarität auftritt, und zwar in dem Sinne, daß eine negative Ladung der polonisierten Platte schneller verschwindet als eine positive. Da wegen der Dimensionen der Apparate an eine der Oberflächenionisation entsprechende Erscheinung kaum zu denken ist, so wird die Erklärung für dieses Verhalten in der von Kleeman[1]) gefundenen Tatsache zu suchen sein, daß eine resultierende Bewegung der von den α-Teilchen

1) R. D. Kleeman, Proc. Roy. Soc. A. **83**, 195, 1910.

Es entspricht das tatsächlich den Versuchsresultaten. Der Sinn der hier beobachteten Unipolarität ist zwar derselbe wie bei der Kugel bei höheren Drucken. Der Einfluß der Spannung ist jedoch genau entgegengesetzt; ein Beweis dafür, daß man hier zwei verschiedene Erscheinungen vor sich hat.

Nach der Untersuchung der einzelnen Bronsonwiderstände wurden noch Versuche mit Parallelschalten und Hintereinanderschalten durchgeführt. Dazu wurden die beiden zylindrischen Apparate verwendet. Der bei Parallelschaltung aufgenommene Strom ist stets gleich der Summe der Einzelströme; ein Auftragen der Versuchswerte abhängig von der Spannung muß hier als Kurve für den Parallelschaltungsstrom J die Summe der Einzelströme i_1 und i_2 liefern, da zusammengehörige Werte von i_1, i_2 und J ja stets für ein und denselben Spannungswert E aufgenommen wurden. Getrübt wird dieses Resultat nur, wenn man bei Versuchen, wie den vorliegenden, die infolge der Trägheit der Nadel nötige Heissche Zeitkorrektur wegläßt und wenn man ferner den Isolationsverlust vernachlässigt in Fällen, wo er nicht sehr klein ist im Verhältnis zum Ionisationsstrom.

Das Hintereinanderschalten ist naturgemäß nur dann möglich, wenn der zuerst geschaltete Widerstand so konstruiert ist, daß die aktivierte Elektrode von der anderen vollständig umschlossen wird, weil nur dann der ganze durch ihn fließende Strom auch durch den zweiten Widerstand fließt.

Die Kurve des Widerstandes abhängig von der Spannung kann jedoch nur dann die Summe der Einzelwiderstände liefern, wenn die Widerstände von der Spannung unabhängige konstante Größen sind; also wie gewöhnliche Ohmsche Widerstände sich verhalten. Wir haben nämlich für das Hintereinanderschalten die Gleichung:

$$R = r_1 + r_2 \quad \text{oder} \quad \frac{E}{J} = \frac{e_1}{J} + \frac{e_2}{J}.$$

Es entsprechen also hier die Werte für R, r_1 und r_2 nicht derselben Spannung, sondern drei verschiedenen Spannungen E, e_1 und e_2.

Dagegen liefert ein Auftragen der Widerstände abhängig von dem in allen drei Brüchen gleichen J als Widerstandskurve für das Hintereinanderschalten die Summe der Einzelwiderstände.

Schuf man in dem einen der beiden Widerstände einen Voltaeffekt dadurch, daß man eine polonisierte Kupferscheibe einer Zinkplatte gegenüberstellte, so erhielt man dieselben Resultate; nur verhielt sich dann dieser Widerstand wie ein galvanisches Element.

Von den hier untersuchten Apparaten hat sich der kugelförmige für praktische Zwecke am geeignetsten erwiesen. Während nämlich bei den beiden anderen Apparaten bei keinem Drucke eine vollständige Unabhängigkeit des Widerstandes von der Spannung zu konstatieren war, fand sich bei der Kugel bei jeder Füllung ein Druck, bei dem sich ihr Widerstand in jeder Beziehung wie ein Ohmscher Widerstand verhielt. Dieser Druck war rund 1,2 mal so groß wie der, bei welchem die α-Teilchen eben die Gefäßwand erreichten. Man wird also bei der Konstruktion eines kugelförmigen Bronsonwiderstandes zweckmäßig den Radius desselben so wählen, daß er etwa $1^1/_4$ mal so groß ist wie die Reichweite der verwendeten α-Strahlen in dem verwendeten Füllgas bei 760 mm Hg, da er sich dann bei einem Drucke, der etwas kleiner wie der Atmosphärendruck ist, wie ein Ohmscher Widerstand verhalten wird. Es ist das zweckentsprechend, da dann alle Kittstellen nur auf Druck beansprucht werden. Als Füllgas dient der Einfachheit halber am besten trockene Luft.

Erlangen, Juni 1911.

(Eingegangen 17. Juni 1911.)

Über eine neue Methode zur Verminderung der schädlichen Wärmestrahlen im Projektionsapparat.

Von Gotthelf Leimbach.

§ 1. F. Paul Liesegang-Düsseldorf beschrieb in dieser Zeitschrift **11**, 1019, 1910, einige Versuche über Absorption von Wärmestrahlen im Projektionsapparat.

Von A. Schulze wurde gefunden, daß ein Drahtnetz, das innerhalb eines Kondensors oder unmittelbar hinter diesen, zwischen Kondensor und dem zu schützenden Objekt angeordnet wird, die Wärmewirkung des beleuchtenden Strahlenkegels bedeutend stärker wie dessen Lichtwirkung schwächt. — Von den Versuchen, die Herr Liesegang mir brieflich noch ergänzte, sei erwähnt, daß ein Stanniolblatt, in den Brennpunkt des Kondensors gebracht, bei einer Stromstärke von 10 Amp. in der als Lichtquelle dienenden Bogenlampe in einer Sekunde bereits schmolz. Nach Einschaltung eines Drahtnetzes trat das Schmelzen erst nach 10 Sekunden, und bei Verwendung eines ziemlich groben Glasgitters erst nach 20 Sekunden ein. Da das Glasgitter im gleichen Sinne wirkte, so war damit bereits festgestellt, daß das Material des Gitters nicht von wesentlichem Einfluß auf die Erscheinung war.

Der Anregung Liesegangs, zu untersuchen, ob der Effekt durch Beugung verursacht wird,

was anzunehmen naheliegt, bzw. inwieweit die Feinheit des Gitters eine Rolle spielt, bin ich gefolgt, und nach den qualitativen Vorversuchen der §§ 2—5 zu den Ergebnissen der §§ 6—12 gelangt.

§ 2. Zur Wiederholung der von Liesegang beschriebenen Versuche benutzte ich zunächst sehr grobe Drahtnetze, wie sie der Chemiker zum Kochen verwendet. Ein Unterschied in Schwächung von Licht- und Wärmestrahlen war mittels eines Stanniolblattes kaum, mittels eines Bolometers auch nur schwach anfänglich zu ermitteln, so daß ich mir von Herrn Liesegang je eines seiner Drahtnetze und Glasgitter, dieses nur mit einem einfachen Liniensystem, erbat. Diese wesentlich feineren Gebilde zeigten den Effekt sofort und bestätigten die Liesegangschen Angaben. Ein schmaler Stanniolstreifen, der im Brennpunkt des Kondensors sofort schmolz, war bei Einschaltung des Gitters oder Drahtnetzes bei schwachen Stromstärken in der Lampe nicht zum Schmelzen zu bringen. Ich bemerkte jedoch gleichzeitig, daß die Einschnürung des Strahlenkegels in der Brennebene bei Zwischenschaltung des Netzes eine weniger große war, und schloß daraus, daß die Beugung den Strahlenkegel veränderte. In der Tat zeigten sich bei Abbildung des Bogenlampenkraters durch das Projektionsobjektiv neben dem hinsichtlich seiner Lage unveränderten Hauptbilde vier zueinander senkrechte Gruppen von Beugungsbildern des Kraters, wenn Drahtnetze, deren zwei neben dem Hauptbilde, wenn das Glasgitter eingeschaltet wurde. Unscharfe Abbildung ließ die einzelnen Bilder, die sich schon stark überdeckten, völlig ineinander übergehen. Bei Einstellung auf ein zwischen Kondensor und Objektiv gebrachtes Objekt war nach dessen Entfernung die Zusammensetzung der Lichtfläche nicht mehr festzustellen.

§ 3. Zum weiteren Studium der Erscheinung benutzte ich das einfache Instrumentarium der Fig. 1. In dieser bezeichnet L die Lichtquelle,

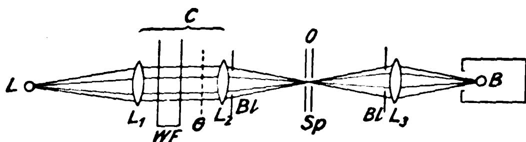


Fig. 1.

einen Nernststift. Das Linsensystem L_1 und L_2 entspricht dem Kondensor eines Projektionsapparates, und der Spalt Sp dem zu beleuchtenden Objekt, das im vorliegenden Falle bei seiner Kleinheit direkt in die Brennebene des Linsensystemes gerückt wurde. Das Projektionsobjektiv L_3 bildete das Objekt statt auf einen Schirm auf die Bänder eines Linearbolometers B[1]) ab, das das Auge bzw. das Stanniolblatt als Beobachtungsmittel ersetzte. Spalt Sp, Linse L_3 und Bolometer B konnten auf einer gemeinsamen Schiene mittels einer Mikrometerschraube parallel zur Brennebene von C verschoben werden, wodurch eine Energiemessung in dem ganzen von C auf Sp erzeugten Bilde des Nernststiftes L möglich wurde. Eine für den vorliegenden Zweck ausreichende Trennung von Licht- und Wärmestrahlen wurde durch das von Rußner[2]) angegebene Feroammoniumsulfatfilter erzielt.

Bei unscharfer Abbildung von L auf Sp, was identisch ist mit einer Verteilung der Lichtintensität auf eine größere Fläche, zeigte sich bei Einschaltung der Gitter, wie ich Netze und Glasgitter gemeinsam jetzt bezeichnen will, eine stärkere Schwächung der Wärmestrahlen gegenüber den Lichtstrahlen. Ein Teil der Wärmeenergie traf das Bolometer offenbar nicht. Das Gitter wirkte scheinbar wärmeabsorbierend. Zahlen folgen später.

§ 4. Es wurde nach dieser Feststellung die Energieverteilung im Bilde der Lichtquelle mittels Durchführung des Bolometers nebst Linse durch die Bildebene ermittelt, und zwar einmal ohne Gitter, und dann mit bei G (Fig. 1) eingeschaltetem Gitter. Beide Meßreihen werden durch Fig. 2

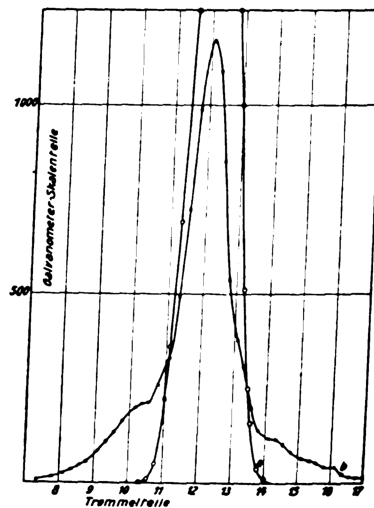


Fig. 2.

veranschaulicht. Kurve a zeigt die Energieverteilung im Nernststiftbilde ohne Gitter — das Maximum liegt bei ca. 7000 —; Kurve b die-

1) Gotthelf Leimbach, Ein neues Linearbolometer. Ann. d. Phys. **33**, 5, 308 ff., 1910.

2) J. Rußner, diese Zeitschr. **8**, 120 ff., 1907.

jenige bei zwischengeschaltetem Gitter. Die links und rechts vom ungeschwächten Bilde auftretende Beugungsenergie wurde mittels des erwähnten Filters als Wärmeenergie ermittelt. Dem Auge zeigten sich die Bildränder des Nernststiftes bei Einschaltung des Gitters nur etwas verwaschener wie vorher. Da die sogenannte Gitterkonstante groß im Vergleich zu den Wellenlängen des sichtbaren Spektrums war, so erlitten nur die langwelligeren Wärmestrahlen nach dem einfachen Gesetz

$$\sin \alpha = \frac{\lambda}{d},$$

in dem mit α der Beugungswinkel, mit λ die Wellenlänge und mit d die Gitterkonstante bezeichnet ist, eine merkliche Beugung.

§ 5. Nachdem festgestellt war, daß die durch das Gitter bewirkte Beugung vorzugsweise die Energieanteile längerer Wellen aus dem sichtbaren Bilde der Lichtquelle entfernte, versuchte ich in der Anordnung der Fig. 3 weitere

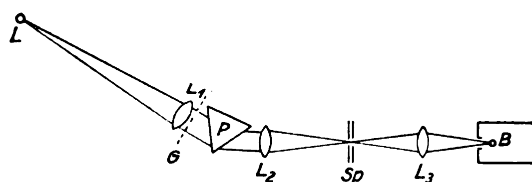


Fig. 3.

Aufschlüsse über die Zunahme des Effektes mit λ zu erhalten. In dieser ist zwischen die Linsen L_1 und L_2 der früheren Anordnung ein Prisma P eingeschaltet, durch das eine Zerlegung des weißen Bildes hervorgerufen wird. An Stelle des Bildes des Stiftes trat auf die Spaltebene ein Spektrum, durch das wiederum Spalt und Bolometer durchgeführt wurden. Eingeschaltet wurden bei G (Fig. 3) der Reihe nach ein grobes Messinggitter, das Liesegangsche Messinggitter sowie dessen Glasgitter, sämtlich mit einem Liniensystem parallel zu Gitter und Spalt, das Glasgitter endlich auch mit zum Spalt gekreuzten Linien. Gemessen wurde die Energie an einer Anzahl Stellen im sichtbaren Gebiet und Wärmegebiet, im letzteren bis über das Energiemaximum bei ca. 1,2 μ hinaus, und zwar ohne Gitter und bei zwischengeschaltetem Gitter. Ein Teil der Messungen ist in Tabelle 1 und in Fig. 4 dargestellt. Beide enthalten die scheinbar durchgelassene Energie in Prozenten der aufgefallenen und als Funktion der Wellenlänge für jedes der genannten Gitter.

Durchgelassene Energie in Prozent der auffallenden.

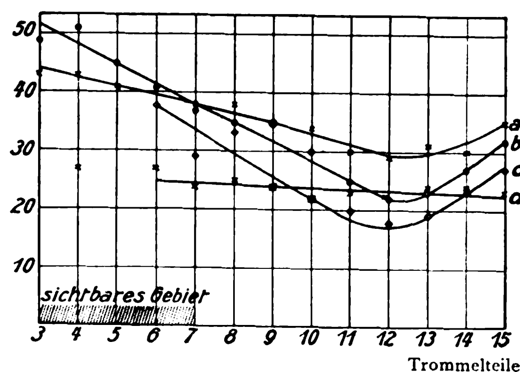


Fig. 4.

Tabelle 1.

Trommelteile		Prozente der auffallenden Energie			
		Grob. Mess.-G.	Lieseg. Drahtg.	Lieseg. Glasg.	desgl. ⊥
3	Sichtbares Spektrum	43	49	—	—
4		43	51	—	—
5		41	45	—	—
6		40	41	38	27
7		38	37	29	24
8	Wärmespektrum λ ca. = 1,2 μ	38	35	33	25
9		35	35	24	24
10		34	30	22	22
11		30	25	20	23
12		29	22	18	23
12		31	23	19	24
14		30	27	23	24
15		35	32	27	23

Die physikalisch nicht genau definierten Verhältnisse der Versuchsbedingungen lassen nur folgende Resultate mit Sicherheit erkennen:

Ich nehme das gekreuzte Glasgitter vorweg. Bei diesem war ein mit λ zunehmender Beugungseffekt nicht zu erwarten. Die gekreuzten Linien blenden nur rein mechanisch ab. Die Energie wird nicht aus dem Bilde herausgebeugt, sondern sie fällt größenteils in das lang ausgedehnte Bild wieder hinein und damit auch auf das Bolometer. Wie die letzte Rubrik der Tab. 1 zeigt, ist denn auch der Bruchteil der durchgelassenen Energie im wesentlichen konstant. Die geringe Neigung der diese Werte verbindenden Geraden d (Fig. 4) ist durch die mit wachsender Wellenlänge zunehmende Absorption des Glases bedingt.

Bei dem grobmaschigen Messinggitter ist trotz der großen Gitterkonstante bereits ein Einfluß der Wellenlänge zu bemerken. Wie die Fig. 4 zeigt, neigt sich die diesem zugehörige Kurve a stärker. Die aus dem Bilde herausgebeugte Energie nimmt mit wachsender Wellenlänge zu, die scheinbar durchgelassene also ab bis zu dem Energiemaximum bei Trommelteil 12. Der neue Anstieg der Kurve läßt darauf schließen, daß ein Spektrum höherer Ordnung sich

dem ursprünglichen überlagert, das jedoch bei kleiner absoluter Energie nicht von Bedeutung ist.

Den gleichen Verlauf wie Kurve *a* des groben Gitters zeigen auch die Kurven *b* und *c* der Liesegangschen Gitter. Als neues qualitatives Resultat kommt hier dazu, daß dem Gitter mit stärker geneigter Kurve die kleinere Gitterkonstante zugehört. Da die Beugung mit abnehmender Gitterkonstante und mit zunehmendem λ wächst, so zeigt sich hier, daß die Konstante des Glasgitters kleiner ist, wie die des Drahtgitters. Der erneute Anstieg der Kurven *b* und *c* erfolgt aus dem gleichen Grunde wie bei Kurve *a*.

§ 6. Die in vorigen Paragraphen geschilderten qualitativen Vorversuche ergaben als Hauptresultat, daß der Effekt einer scheinbar stärkeren Wärmeabsorption von Gittern auf Beugung beruht. Es lag daher nahe, die Theorie solcher Gitter zum Studium der quantitativen Verhältnisse heranzuziehen, und zwar in ähnlicher Weise, wie das Du Bois und Rubens[1]) in einer Arbeit „über Polarisation ungebeugter Strahlung durch Metalldrahtgitter" getan haben. Die genannte Untersuchung erstreckte sich allerdings nur auf das von einem Gitter ungebeugt durchgelassene Hauptbild. Experimentelle Schwierigkeiten infolge der geringen Intensität der Beugungsbilder ließen die Verfasser davon abstehen, die Theorie auch bezüglich der Beugungsbilder nachzuprüfen, zumal da eine derartige Untersuchung über das damals gesteckte Ziel hinausging und auch des besonderen Interesses entbehrte.

Du Bois und Rubens übernahmen zum speziellen Studium des Hauptbildes die von J. L. Sirks[2]) für eine praktische Anwendung entwickelte Theorie, nämlich die Bestimmung der Lichtschwächung durch Messingdrahtnetze, wie sie nach Kapteyn und Scheiner bei der photographischen Himmelsaufnahme benutzt wurde.

Ich erinnere zunächst an die bekannte Beugungserscheinung eines Gitters, d. h. eines dünnen, von einer großen Zahl äquidistanter paralleler Spaltöffnungen durchzogenen Schirmes. Bringt man ein solches Gitter in den Strahlengang einer Linse, die eine spaltförmige Lichtquelle auf einem Schirm scharf abbildet, so sieht man links und rechts neben dem ungebeugt durchgelassenen Hauptbilde die eingangs schon erwähnten Beugungsbilder mit schnell abnehmender Intensität, deren Lage durch die einfache Beziehung

$$\sin \alpha_1 = \pm \frac{\lambda}{d},$$

$$\sin \alpha_2 = \pm \frac{2\lambda}{d},$$

$$\sin \alpha_3 = \pm \frac{3\lambda}{d},$$

usf. bestimmt wird.

Wie in § 4 ist mit α der Beugungswinkel bezeichnet, mit λ die Wellenlänge der Strahlung und mit d die Gitterkonstante, d. i. der Abstand zweier korrespondierender Punkte in zwei benachbarten Öffnungen des Gitters.

Wir bezeichnen mit a die Breite der spaltförmigen Öffnungen des Gitters, mit b die Breite der undurchsichtigen Gitterstreifen; dann ist die Gitterkonstante:

$$d = a + b.$$

Dazu führen wir mit Sirks das Öffnungsverhältnis des Gitters ein, den Quotienten aus Breite der Öffnungen und Gitterkonstante, das wir mit p bezeichnen wollen. Es ist

$$p = \frac{a}{a+b} = \frac{a}{d}.$$

Die Theorie ergibt folgende Beziehungen, die hier nicht abgeleitet werden sollen:

Die Intensität I_0 des ungebeugten Hauptbildes ist bestimmt durch die Gleichung

$$I_0 = p^2 \cdot I,$$

wo I die auffallende Intensität ist. Der schwächende Einfluß des Gitters wird also lediglich durch seine geometrische Schattenwirkung, unabhängig von der Wellenlänge, bestimmt.

Die Intensität eines Beugungsbildes von der Ordnungszahl n ist

$$I_n = \frac{I_0}{n^2 p^2 \pi^2} \cdot \sin^2 n p \pi = \frac{I}{n^2 p^2} \sin^2 n p \pi.$$

Aus einem einzigen Spaltbild entstehen also bei Einschaltung eines Gitters parallel zur Wellenfront symmetrisch zum ungebeugten Hauptbilde (Index $_0$) Bilder mit folgenden Intensitäten:

Ordnungszahl n =	0	1	2	3
desgl. wie rechts ⟵	$I p^2$	$\frac{I}{p^2} \sin^2 p\pi$	$\frac{I}{4p^2} \sin^2 2p\pi$	$\frac{I}{9p^2} \sin^2 3p\pi \ldots$
	Hauptbild	Beugungsbilder		

1) Wiedemanns Annalen **49**, 593 ff., 1893.
2) Versl. en Meded. Akad. Amsterdam (3) **9**, 307, 1892.

Die Reihe ist stark konvergent, die Intensität der Beugungsbilder nimmt rasch ab. Sie wird gleich Null, wenn np eine ganze Zahl wird. Z. B. beschränkt sich die Reihe bei $p = \frac{1}{2}$ auf die Bilder ungerader Ordnungszahl.

Die von dem Gitter durchgelassene gesamte Strahlungsenergie ist $(p \cdot I)$. Auf das Hauptbild I_0 entfällt der Anteil

$$I_0 = p \cdot (p \cdot I) = p^2 I.$$

Der Anteil der Beugungsbilder ist demnach

$$x = p \cdot I - p^2 \cdot I = (1 - p) p I.$$

Die Energiegleichung ist dann folgende:

$$pI = p^2 I + (1 - p)\, pI.$$

↓ ↓ ↓

durchg. G. E. Hauptbild Beugungsbilder

Für die Beugungsbilder gilt also

$$\sum\nolimits_2 I_n = \sum\nolimits_2 \frac{I_0}{n^2 p^2 \pi^2} \sin^2 n p \pi = \sum\nolimits_2 \frac{I}{n^2 p^2} \sin^2 n p \pi = (1 - p) p I = (p - p^2) I.$$

Wie man ohne weiteres sieht, bestimmt das Öffnungsverhältnis p die Verteilung der Energie zwischen Hauptbild und Beugungsbilder.

§ 7. Der von Sirks und auch von Du Bois und Rubens verfolgte Zweck war der, das Haupt- oder Zentralbild durch Beugungsgitter meßbar abzuschwächen. Im vorliegenden Falle kommt es dagegen nicht nur auf das Hauptbild an, sondern wir müssen, da der zu untersuchende Effekt auf Beugung beruht, gerade den Beugungsbildern unser Hauptinteresse schenken.

Die Energiegleichung aus § 6

$$(pI) = p\,(pI) + (1 - p)(p \cdot I)$$

können wir dadurch vereinfachen, daß wir willkürlich die auffallende Energie $I = 1$ setzen. Es ergibt sich dann die Gleichung

$$p = p^2 + (1 - p) p = p^2 + (p - p^2).$$

In dieser Gleichung stellt p die von dem Gitter durchgelassene gesamte Energie dar, p^2 entfällt auf das Hauptbild, $(p - p^2)$ auf die Beugungsbilder. Um übersehen zu können, wie sich die Energieverteilung mit p ändert, sind in Tabelle 2

Tabelle 2.

p	p^2	$p - p^2$	$\frac{p - p^2}{p^2}$
0,9	0,81	0,09	11
0,8	0,64	0,16	25
0,7	0,49	0,21	43
0,6	0,36	0,24	67
0,5	0,25	0,25	100
0,4	0,10	0,24	150
0,3	0,09	0,21	233
0,2	0,04	0,16	400
0,1	0,01	0,09	900

die zwischen 0 und 1 liegenden, je um 0,1 verschiedenen Werte von p nebst den zugehörigen von p^2 und $p - p^2$ aufgeführt. $p = 1$ entspricht der Fall, daß die Energie völlig ungeschwächt durchgeht. Dieser Fall, sowie der $p = 0$, wo völlige Absorption eintritt, hat für unsere Zwecke keine Bedeutung.

Wie man aus der Tabelle ersieht, nimmt die Intensität des Hauptbildes proportional mit p^2 sehr rasch ab, während die der Beugungsbilder bis $p = 0{,}5$ erst zu- und dann gleichförmig wieder abnimmt. Die vierte Spalte enthält das Verhältnis der gebeugten Energie zur ungebeugten, das noch stärker wie $\frac{1}{p^2}$ wächst. Je kleiner also p ist, um so mehr Energie geht in die Beugungsbilder relativ zum Hauptbild. Die Tabelle 2 gestattet bereits bezüglich der praktischen Anwendung der Gitter einige Schlüsse zu ziehen. Man wird mit p nicht allzuweit hinuntergehen dürfen, um relativ mehr Energie in die Beugungsbilder zu bekommen, da der Lichtverlust mit der wachsenden geometrischen Schattenwirkung einen erheblichen Verlust an aufgewandter Energie in sich schließt, mit dem man in der Praxis nie gern arbeitet. Jedoch ist man, wie die Tabelle zeigt, gegebenenfalls in der Lage, die Hauptenergie tatsächlich nur durch geeignete Wahl von p den Beugungsbildern zuzuführen.

§ 8. Zur qualitativen Prüfung der theoretischen Ergebnisse habe ich Messungen mit mehreren Drahtgittern und den Liesegangschen Gittern angestellt. Ich schicke den Ergebnissen dieser Messungen eine Tabelle (3) voraus, die die mittels Mikrometer und Mikroskop ermittelten Konstanten der untersuchten Gitter enthält. Die aus diesen Konstanten berechneten Werte von p, bzw. die zugehörigen Energien, sollen später mit den bolometrischen Energiemessungen verglichen werden.

Tabelle 3.

Bezeichnung des Gitters	Breite der Streifen $= b$	Breite der Öffnungen $= a$	Gitterkonstante $= d$	p_1	$p = p_1^2$
I	0,35 mm	0,76 mm	1,1 mm	0,64	0,41
II	0,39 „	0,52 „	0,91 „	0,57	0,33
III	0,32 „	0,59 „	0,91 „	0,65	0,42
IV	0,24 „	0,385 „	0,625 „	0,62	0,38
V	0,20 „	0,326 „	0,526 „	0,62	0,38
VI	0,18 „	0,32 „	0,50 „	0,64	0,41
LD	0,09 „	0,142 „	0,232 „	0,61	0,37
LG	0,09 „	0,11 „	0,20 „	0,55	—
D	0,05 „	0,06 „	0,11 „	0,55	—

Hierzu ist zu bemerken: Die Gitter I—VI sind aus Messingdrahtgaze gefertigt, sehr grobmaschig, wie die Gitterkonstante erkennen läßt,

und im Handel zu haben. *LD* ist das wesentlich feinere Liesegangsche Gitter aus Messinggaze, *LG* das Liesegangsche Glasraster und *D* ein nach dem von Du Bois und Rubens mitgeteilten Verfahren gewickeltes Drahtgitter. Dieses war — als einziger Versuch — nicht gerade „geisterfrei", aber für den Zweck ausreichend. Die beiden letzten Gitter sind Strichgitter im Gegensatz zu den anderen sieben, die Kreuzgitter darstellen. Für diese letzteren ist die Frage bezüglich der Bestimmung von p noch offen.

Nach Sirks wirken „Kette" und „Einschlag" des Drahtgewebes so, als ob zwei Gitter, eines mit dem p der Kette, das andere mit dem p des Einschlages hintereinandergeschaltet wären. Da bei den aufgezählten Gittern Kette und Einschlag nicht stark verschieden waren, so ist das Öffnungsverhältnis für die Kreuzgitter

$$p = p_1 \cdot p_1 = p_1^2$$

zu setzen, wo p_1 das aus a, b und d für ein Drahtgitter ohne Einschlag zu ermittelnde Öffnungsverhältnis ist.

§ 9a. Mit Hilfe der in § 3 beschriebenen bolometrischen Meßvorrichtung konnte eine qualitative Prüfung der Theorie ausgeführt und die Verteilung der Energie auf Hauptbild und Beugungsbilder ermittelt werden. Streng genommen hätte für eine genaue quantitative Prüfung die Lichtquelle zum mindesten punktförmig sein müssen, um die gleichzeitige Wirkung von mehreren Beugungsbildern höherer Ordnung, die bei den großen Gitterkonstanten sich teilweise überdecken, auszuschließen. Da hierdurch aber die Messungen bedeutend schwieriger geworden wären, und eine derartige Sorgfalt für den zu untersuchenden groben Effekt nicht lohnte, so wurden alle Messungen mit der schon früher benutzten linearen Lichtquelle, dem Nernststift, und mit dem erwähnten Linearbolometer ausgeführt. Bei den Resultaten mußte dann allerdings den vereinfachten Versuchsbedingungen Rechnung getragen werden.

Dies geschah durch folgende Überlegungen. Wären Lichtquelle und Bolometer punktförmig oder von kleiner Fläche, wie im praktischen Falle der Bogenlampenkrater und das mit dem Kondensor zu beleuchtende Objekt, so würde ein Drahtnetz mit dem Öffnungsverhältnis $p = p_1^2$ für das Hauptbild folgende Intensität liefern:

$$I_0 = p_1^2 \cdot p_1^2 I = p_1^4 I.$$

Bei Anwendung einer spaltförmigen Lichtquelle mit parallelem linearen Bolometer ändern sich die Intensitätsverhältnisse in der Weise, daß das Hauptbild, durch die die parallele „Kette" die Intensität $p_1^2 I$ erhalten würde, die für den „Einschlag" nun als auffallende Energie zu betrachten ist. Durch diesen wird bei gleichen Konstanten $p_1 \cdot (p_1^2 I)$ Gesamtenergie durchgelassen. Diese trifft das Bolometer völlig, da die Beugung in Richtung der Längsausdehnung des Bolometers erfolgt. Der Einschlag wirkt also, wie in § 5 das gekreuzte Glasgitter, rein geometrisch abschattend; Hauptbild und Beugungsbilder fallen gleichzeitig auf das Bolometer. Die Intensität des Hauptbildes wird demnach

$$I_0 = p_1^3 I$$

sein.

Da außerdem bei großer Gitterkonstante in das Hauptbild des Stiftes mit einer Breite von mehr als 1 mm noch Energie von den senkrecht liegenden Beugungsbildern nach der Formel $\sin \alpha = \frac{\lambda}{d}$ hineinfallen kann, so werden die Werte für das Hauptbild größer wie $p_1^3 I$ ausfallen, und zwar um so größer, je größer d ist.

Tabelle 4 enthält für die 9 Gitter die gemessenen Intensitäten im Hauptbild, und zwar die der Lichtenergie und der Gesamtenergie gesondert. Die Trennung der Lichtstrahlung von der Gesamtstrahlung wurde in der bereits mehrfach erprobten Weise durch Einschaltung eines Ferroammoniumsulfatfilters erzielt.

Tabelle 4.

Bezeichnung des Gitters	Gitterkonstante	p_1^3 berechnet	Energie im Hauptbild in Proz. der auffallenden	
			Lichtenergie	Gesamtenergie
I	1,11 mm	0,26	45	45
II	0,91 „	0,19	31	22
III	0,91 „	0,27	40	37
IV	0,63 „	0,24	33	28
V	0,53 „	0,24	35	29
VI	0,50 „	0,26	32	26
LD	0,23 „	0,23	28	19
LG	0,20 „	0,20	16	12
D	0,11 „	0,30	20	19

Bei den ersten Gittern ist die gemessene Licht- und Gesamtenergie stets größer wie die berechnete. Mit abnehmender Gitterkonstante aber wird das Hauptbild freier von der den Beugungsbildern zugehörigen Energie; die gemessenen Werte nähern sich den berechneten. Da die Beugung mit abnehmendem d für die Wärmestrahlen schneller wächst, so muß die Wärmeenergie in jedem Falle kleiner sein, wie die Lichtenergie, was klar aus Tabelle 4 zu ersehen ist. Die kleinen Werte für *LG* sind durch die Glasabsorption veranlaßt. Bei *D* ist die größere Abweichung mit der nur annähernd auszuführenden Berechnung von p_1^3 zu erklären. Der

Liesegangsche Effekt scheinbar ungleichmäßiger Absorption von Licht- und Wärmestrahlen tritt schon hier bei dem Bruchteil der im Hauptbild enthaltenen gebeugten Energie deutlich hervor.

b) Eine Variation von p kann durch Drehung des Gitters um die zum Nernststift parallele Achse bewirkt werden. Bei unveränderter Breite der undurchsichtigen Gitterstreifen wird die Öffnungsbreite der Spalten kleiner. Die neuen Werte von a und d werden:

$$a' = d \cdot \cos\beta - b,$$
$$d' = d \cdot \cos\beta.$$

Demnach wird

$$p' = \frac{a'}{d'} = \frac{d \cdot \cos\beta - b}{d \cdot \cos\beta} = 1 - \frac{b}{d \cdot \cos\beta},$$

wo mit β der Drehungswinkel bezeichnet ist. Diese Formel gilt nur für die Strichgitter LG und D. Für diese ist die Intensität des Hauptbildes

$$I_0 = p'^2 \cdot I = \left(1 - \frac{b}{d \cdot \cos\beta}\right)^2 \cdot I.$$

Dagegen ist sie bei den Drahtnetzen in gleicher Weise um p verkleinert, wie bei den in § 9a untersuchten Bedingungen. Die Intensität des Hauptbildes ist also für die Netze

$$I_0 = p \cdot p'^2 \cdot I = \left(1 - \frac{b}{d \cdot \cos\beta}\right)^2 \cdot p \cdot I.$$

Der Einfluß einer Drehung um 45° ist aus den in Tabelle 5 niedergelegten Messungen zu ersehen.

Tabelle 5.

Bezeichnung des Gitters	I_0 berechnet	I_0 gemessen Lichtenergie	I_0 gemessen Gesamtenergie
VI	14,2 Proz.	19,2 Proz.	14,0 Proz.
LD	11,8 „	12,0 „	12,5 „
LG	12,9 „	17,2 „	11,1 „
D	12,3 „	12,9 „	10,2 „

Die Übereinstimmung zwischen Rechnung und Messung ist befriedigend.

§ 10. Es ist früher darauf hingewiesen worden, daß lediglich das Öffnungsverhältnis p die Energieverteilung zwischen Hauptbild und Beugungsbildern in Summe bestimmt. Es bleibt nun noch die wichtige Frage zu beantworten, wie die Energieverteilung auf die einzelnen Beugungsbilder mit wechselndem p erfolgt. Wir greifen zurück auf die früheren Formeln

$$pI = p^2 I + \underbrace{(p - p^2)\, I}_{\text{Energie der Beugungsbilder}}$$

und

$$I_n = \frac{I_0}{n^2 p^2 \pi^2} \sin^2 n p \pi = \frac{I}{n^2 p^2} \cdot \sin^2 n p \pi.$$

Von den Beugungsbildern sollen nur die ersten drei untersucht werden. Es ist:

$$I_1 = \frac{I}{\pi^2} \sin^2 p \pi,$$
$$I_2 = \frac{I}{4\pi^2} \sin^2 2 p \pi,$$
$$I_3 = \frac{I}{9\pi^2} \sin^2 3 p \pi.$$

Die Energien der ersten drei Beugungsbilder sind nebst denen der Hauptbilder für verschiedene Werte von p berechnet und in Tabelle 6 zum Vergleich zusammengestellt.

Tabelle 6.

p	I_0	I_1	I_2	I_3	$\sum_1^3 2 I_n + I_0$
0,3	0,09	0,0665	0,0228	0,0011	0,2708
0,4	0,16	0,0865	0,0096	0,0040	0,3602
0,5	0,25	0,1130	0,——	0,0041	0,4842
0,6	0,36	0,0912	0,0088	0,0039	0,5678
0,7	0,49	0,0524	0,0226	0,0010	0,6420

Man ersieht, daß von gleicher Größenordnung wie die Energie des Hauptbildes nur noch die des ersten Beugungsbildes ist. Eine Addition sämtlicher Energiewerte ergibt mit geringer Abweichung bereits die überhaupt vom Gitter durchgelassene Intensität pI

$$\sum_1^3 2 I_n + I_0 = 0{,}2708 \leq 0{,}3 \text{ usw.}$$

Die Intensität des Hauptbildes nimmt mit wachsendem p exponentiell zu, während die der Beugungsbilder Maxima bzw. Minima aufweisen. Am deutlichsten zeigt eine graphische Darstellung die relativen Energiewerte. In Fig. 5

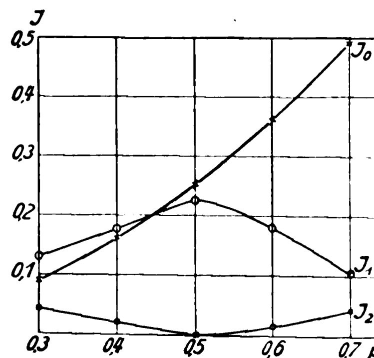


Fig. 5.

sind die Intensitäten von I_0, I_1 und I_2 als Funktion von p dargestellt. Die Werte von I_3 sind für eine Darstellung im gleichen Maßstabe wie von I_0 bereits zu klein und daher fortgelassen.

Aus der Figur wie aus der Tabelle ist zu ersehen, daß für unsere Zwecke überhaupt nur das erste Beugungsbild neben dem Hauptbild in Betracht kommt.

Infolgedessen versuchte ich die Energie der

ersten Beugungsbilder wenigstens der Größenordnung nach zu ermitteln. Zu diesem Zwecke wurden die Bilder I_1 links und rechts von I_0 bei den Gittern LG und D gemessen. Auch hier wurde wieder die Trennung von Licht- und Wärmeenergie vorgenommen, ohne Berücksichtigung der Frage, ob das Verhältnis beider sich im Vergleich zum Hauptbild geändert hat. Das sichtbare Beugungsbild muß dann relativ wenig Wärmeenergie enthalten. Tabelle 7 enthält die Resultate.

Tabelle 7.

Energie im ersten Beugungsbild.

Bezeichnung des Gitters	Berechnet	Lichtenergie		Wärmeenergie	
		links	rechts	links	rechts
LG	0,105	0,053	0,065	0,022	0,025
D	0,105	0,062	0,069	0,035	0,035

Die gemessenen Werte sind viel kleiner wie die berechneten. Es liegt das daran, daß nicht das ganze Beugungsbild abgebildet werden konnte. Sieht man hiervon ab und auch davon, daß die Glasabsorption wieder die Werte für LG stark gedrückt hat, so tritt doch folgendes Resultat klar zutage. Das sichtbare erste Beugungsbild ist fast frei von Wärmestrahlen. Die nach der Rechnung zu erwartende Energie ist drei- bis viermal so groß wie die gemessene. Trotz der großen Gitterkonstanten wird die Wärmeenergie aus dem sichtbaren ersten Beugungsbilde fast völlig herausgebeugt.

§ 11. Tabelle 6 und 7 erlauben völlig die günstigsten Bedingungen für den Liesegangschen Effekt aufzusuchen. Da dieser im wesentlichen darauf beruht, daß man die Lichtenergie der ersten bzw. des ersten Beugungsbildes noch mit der des Hauptbildes zusammen ausnützt, und die Wärmeenergie der Beugungsbilder aus dem Lichtkegel herausbeugt, so wird man in den Fällen, wo es auf Energie nicht ankommt, p möglichst klein wählen. Je kleiner p ist, um so mehr Energie wandert relativ in die Beugungsbilder, von der die Wärmeenergie dann aus dem Lichtbilde verschwindet. Will man dagegen mit möglichst kleinem Verlust an aufgewandter Energie arbeiten, und dabei möglichst viel Energie in die Beugungsbilder bekommen, so ist p nahe dem Maximum von I_1 zu wählen. Der günstigste Wert von p liegt in der Nähe von 0,5. Bei einem Gitter mit $p = 0,5$ wird die Lichtstrahlung auf 0,47 geschwächt, während die Wärmewirkung auf viel kleinere Bruchteile heruntergedrückt wird.

§ 12. Neben dem günstigsten Öffnungsverhältnis ist auch die Gitterkonstante geeignet zu wählen, und zwar je nach dem Abstand zwischen Kondensor und zu beleuchtendem Objekt. Ein Beispiel mag das zeigen. Die ersten Beugungsbilder müssen noch in Nähe des Hauptbildes liegen, oder besser noch in dieses hineinragen, um mit zur Beleuchtung verwandt werden zu können. Das Hauptbild habe einen Durchmesser von 2 mm und einen Abstand von 250 mm vom Kondensor. Aus diesen Angaben berechnet sich die erforderliche Gitterkonstante zu 0,15 mm. Es ist das die Größenordnung der Gitter LD, LG und D. Die Wärmewirkung des zur Beleuchtung dienenden Lichtkegels muß dann praktisch um die Wärmeenergie der ersten Beugungsbilder vermindert sein, wie es in § 11 auch gefunden ist.

Geeignete Drahtnetze lassen sich leicht herstellen. Eine Variation von p läßt sich nach meinen Versuchen durch Auswalzen ausführen. Vielleicht gelangt man auch auf photographischem Wege durch Verkleinerung einer Strichzeichnung mit gewünschtem p zu brauchbaren Gittern.

Endlich sei bemerkt, daß die von Liesegang angegebene Methode mit Vorteil nur bei der Beleuchtung kleiner Objekte Anwendung finden kann, so z. B. bei der Einstellung des Projektionsmikroskops, ferner in der Kinematographie da, wo es gilt, einzelne Bilder aus einem Film länger zu zeigen, und in ähnlichen Fällen.

Göttingen, den 28. Mai 1911.

(Eingegangen 30. Mai 1911.)

Über den Einfluß der Atmosphäre auf die Dämpfung funkentelegraphischer Sender und Empfänger.

(Vorläufige Mitteilung.)

Von A. Esau.

Der Einfluß der verschiedenen Beschaffenheit der Atmosphäre auf die Dämpfung eines Senders ist vielfach Gegenstand der Untersuchung gewesen, wobei sich entweder ein vollkommen negatives, oder nur ein ganz schwaches, unsicheres positives Resultat ergeben hat.

Das negative Ergebnis jener Untersuchungen rührt wohl daher, daß man eine sehr bedeutende Dämpfungsänderung erwartet hatte, die im allgemeinen nicht vorhanden ist, und daß die angewandten Meßmethoden nicht empfindlich genug waren.

Aus der Reihe der vorliegenden Arbeiten seien hier nur zwei hervorgehoben, die von Herrn Mosler[1]), der eine Änderung der Dämpfung nicht konstatieren konnte, und die von Herrn Güldenpfennig[2]), die einen Einfluß des Regens im Sinne einer verminderten Energie-

1) Mosler, E.T.Z. **30**, 302, 1909.
2) Güldenpfennig, Diss., Halle 1911.

übertragung ergab ohne Änderung der Sender- und Empfängerdämpfung.

Die in der Praxis längst bekannte Tatsache, daß die Übertragung abhängig ist von Tag und Nacht, Regen usw., legte die Vermutung nahe, daß doch ein Einfluß vorhanden sein mußte, und deshalb wurde das ganze Problem mit empfindlicheren Meßanordnungen und Häufung der Beobachtungen nochmals untersucht.

Es werden hier nur kurz die Hauptresultate angeführt werden. Die ausführlicheren Mitteilungen über Versuchsanordnung, Methode und Resultate sollen einer demnächst erscheinenden Abhandlung vorbehalten bleiben.

Die atmosphärischen Einflüsse müssen in ihrer Wirkung auf die Dämpfung getrennt werden in zwei Hauptgruppen:

1. gröbere, hervorgerufen durch Reif, Regen und Schnee,
2. schwächere, die ihren Ursprung haben in der verschiedenen luftelektrischen Beschaffenheit der Atmosphäre.

1. Die ersteren haben eine bedeutende Vermehrung der Dämpfung zur Folge. Die stärkste Zunahme bis zu 200 Proz. tritt ein bei bereiftem oder mit Eis bedecktem Luftleiter.

Regen wirkt etwas schwächer bis zu 100 Proz., noch schwächer Schnee bis 50 Proz.

Die Wirkung des Regens kann nicht einer Verschlechterung der Isolation zugeschrieben werden, was durch eine besondere Untersuchung festgestellt wurde.

Hand in Hand mit der Vergrößerung der Dämpfung geht eine Vermehrung der Antennenkapazität, die eine Verstimmung des Luftleiters gegen den Primärkreis, und damit eine geringere Energieaufnahme des ersteren zur Folge hat. Sie kann bis zu 5 Proz. betragen. Im Gegensatz zum Vorigen bewirkt Nebel keine Dämpfungsänderung. Bei sehr feuchtem, wasserhaltigem Nebel ist zwar eine geringe Zunahme der Dämpfung zu beobachten, doch liegt sie hart an der Grenze der Beobachtungsfehler, die etwa 2—3 Proz. beträgt. Desgleichen tritt hier auch keine Änderung der Antennenkapazität ein.

2. In weit geringerem Maße wird die Dämpfung durch die verschiedene luftelektrische Beschaffenheit der Atmosphäre beeinflußt. Die Dämpfungsänderungen betrugen hier etwa 8—20 Proz. und erfolgten mit großer Regelmäßigkeit, wodurch sie ihren Zusammenhang mit dem elektrischen Verhalten der Atmosphäre verrieten.

Das letztere wurde untersucht nach einer von Herrn K. E. F. Schmidt[1]) angegebenen Methode. Die Versuchsanordnung ergibt sich aus der folgenden Fig. 1.

Die vom Luftleiter L über die Schlömilchzelle Z zur Erde abwandernden Ionen rufen im

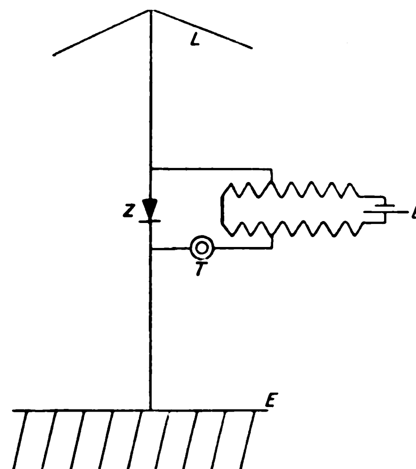


Fig. 1.

Telephon T knackende Geräusche hervor, deren Zahl z in einer bestimmten Zeit (5 Minuten) beobachtet wird. Die gleichzeitige Messung der Dämpfung ergab einen vollkommen parallelen Verlauf beider Elemente. Mit wachsender Zahl nimmt die Dämpfung des Senders zu, wie aus den Fig. 2 und 3 hervorgeht.

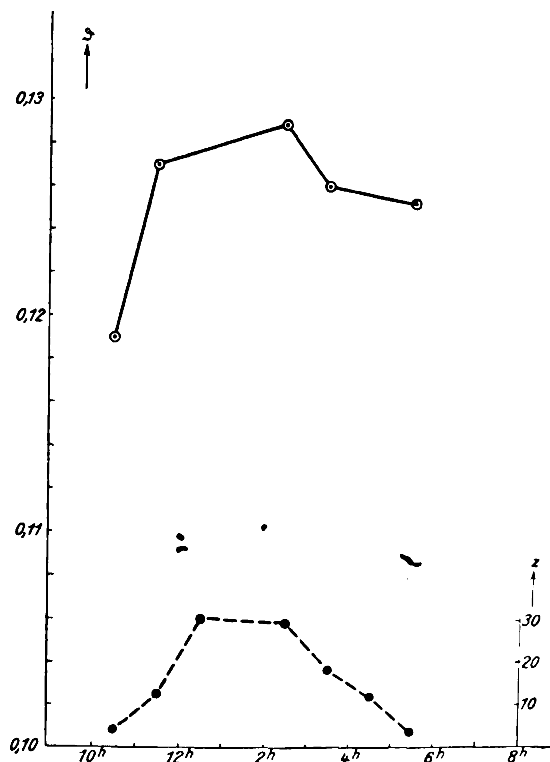


Fig. 2 u. 3.

1) K. E. F. Schmidt, Jahrb. d. drahtl. Telegraphie **2**, 169, 1908.

Mit der soeben beschriebenen Versuchsanordnung sind vom Dezember vorigen Jahres ab stündliche Beobachtungen der Störungszahlen gemacht worden, wobei sieh die folgenden Resultate ergeben haben.

Die Störungszahlen befolgen dieselben Gesetze, wie die nach bekannten anderen Methoden gemessenen Zerstreuungswerte, d. h.

sie nehmen zu:
- mit wachsender Durchsichtigkeit der Luft,
- mit abnehmender relativer Feuchtigkeit,
- mit wachsender Windgeschwindigkeit,
- bei Kumulusbildung, und insbesondere bei Gewitterbildung.

Sie nehmen ab:
- mit zunehmender Bewölkung,
- mit wachsendem Dunstgehalt der Atmosphäre,
- bei Nebel, wo sie sehr niedrige Werte erreichen.

Sie sind schwankend und unbestimmt bei Niederschlägen.

Im allgemeinen nimmt ihre Zahl mit zunehmender Erhebung über den Erdboden außerordentlich stark zu (beobachtet wurde bis zu Höhen von 30 m).

Indessen ist das Verhältnis für zwei bestimmte Höhen großen Schwankungen unterworfen, ja es gibt sogar Tage, wo bis zu einer bestimmten Höhe eine Zunahme erfolgt, dann eine starke Abnahme, schließlich oberhalb einer gewissen Höhe wieder ein Ansteigen. Die Verhältnisse sind in dem beobachteten Höhenbereich jedenfalls sehr wenig stabil.

Es konnte ferner die tägliche Periode mit ausgesprochenem Sommer- und Wintertypus konstatiert werden.

Schon Herr K. E. F. Schmidt[1]) hatte in Empfangssystemen regelmäßig um Mittag und Mitternacht starke Störungen beobachtet und die Vermutung ausgesprochen, daß es sich um periodische Vorgänge handele, die ihren Ursprung in dem luftelektrischen Verhalten der Atmosphäre hätten. Die Winterkurven zeigen einen viel ruhigeren Verlauf wie die des Sommers. Nicht nur sind die Absolutwerte der ersteren viel geringer, sondern auch die Zahl und die Intensität der einzelnen Störungen.

Das Verhältnis der Maximalamplituden für Sommer und Winter ergab sich hier etwa wie 5 : 1 in sehr guter Übereinstimmung mit dem von Herrn Ebert[2]) angegebenen Wert.

Ferner zeigte sich, daß mit abnehmender Höhe der Anstieg zum Maximum mehr und mehr nachhinkte. Die Differenz betrug z. B. zwischen einer Höhe von 2 und 30 m ca. vier Stunden.

Auch konnte ein Einfluß des Beobachtungsortes und der verschiedenen Formen des Luftleiters (insbesondere ob mit Gegengewicht oder mit Erde) beobachtet werden.

Auf der hiesigen Station gesammeltes Beobachtungsmaterial von 1908—1911 ergab eine jährliche Periode mit einem Doppelmaximum im Juni und August, einem sekundären Maximum im Dezember; ferner einem Hauptminimum im Juli und zwei weiteren im Februar bezw. März und im Oktober.

Die Winter- und Herbstmonate zeigen durchweg sehr geringe Störungszahlen.

Die obige Methode wurde schließlich noch so abgeändert, daß die vom Luftleiter zur Erde abfließenden Elektrizitätsmengen durch den Ausschlag eines Edelmannschen Saitengalvanometers gemessen wurden, das an Stelle des Telephons in die umseitige Versuchsanordnung eingeschaltet war. Durch Regulierung der Spannung an den Polen der Zelle kann die Empfindlichkeit in weiten Grenzen geändert werden. Die Größe der einzelnen Entladungen variiert außerordentlich stark und kann auf diese Weise exakter bestimmt werden wie mit der Hörmethode.

Ferner ist durch die Verwendung des Galvanometers die Möglichkeit gegeben, den Verlauf der Störungen entweder photographisch oder unter Zuhilfenahme eines Relais zu registrieren.

Der Vorteil der Methode liegt in der geringen Trägheit der Apparate, die Momentenwerte zu bestimmen gestattet, in ihrer einfachen, sehr bequemen Handhabung, und vor allen Dingen in der vollständigen Unabhängigkeit von Wind und Niederschlägen.

Halle a/S., Physikalische Versuchsstation, 7. Sept. 1911.

(Eingegangen 12. September 1911.)

1) K. E. F. Schmidt, diese Zeitschr. 8, 133, 1907.
2) Ebert, diese Zeitschr. 11, 389, 1910.

Über absolute Lichtmessung. Ein Vorschlag zur Aufstellung einer endgültigen Lichtnormale.

Von R. A. Houstoun.

Die Messung der Intensität einer Lichtquelle ist bekanntlich ein ziemlich unbefriedigender Prozeß. Das Auge kann die Intensität des Lichtes nicht schätzen; es kann nur beurteilen, ob die Beleuchtung zweier anliegenden Flächen gleich ist. Wollen wir z. B. die Intensität einer Metallfadenlampe bestimmen, so vergleichen wir sie mit einer Hefnerlampe und sagen, wenn gleichmäßige Beleuchtung erzielt ist, daß dann die Intensitäten sich umgekehrt wie die Quadrate der Entfernungen vom Photometerkopf verhalten. Streng genommen jedoch ist diese Methode nur

anwendbar, wenn die Farben zweier Lichtquellen, oder genauer, wenn die Energieverteilung in den Spektren der beiden Lichtquellen die gleiche ist; denn die relative Helligkeit der verschiedenen Farben eines Spektrums variiert mit der Intensität des Spektrums. Abney gibt zwei wohlbekannte Kurven an, die dies illustrieren[1]). Die eine gibt die relative Helligkeit der verschiedenen Farben eines Spektrums von gewöhnlicher Intensität an, deren Maximum im Orangen liegt, die andere bezieht sich auf ein Spektrum mit derselben Energieverteilung, aber von einer Intensität von weniger als $^1/_{100}$ Fußkerzen, wobei nun das Maximum im Grünen liegt. Haben wir daher eine außerordentlich lange Photometerbank, und vergleicht ein Beobachter mit normaler Farbenempfindlichkeit die Intensitäten einer Metallfadenlampe und einer Hefnerlampe, indem er zuerst die letztere in 1 Fuß Entfernung vom Photometerkopf bringt und hinterher in eine Entfernung von mehr als 100 Fuß, so wird er in beiden Fällen nicht dasselbe Resultat erhalten. Im ersten Fall würde infolge der rötlichen Färbung der Hefnerlampe die Intensität der Metallfadenlampe kleiner erscheinen. Vergleicht nun ein zweiter Beobachter, dessen Farbenempfindlichkeit etwas anormal ist, die Lampen in der ersten Lage, so erhielte er ein drittes Resultat.

In der Praxis natürlich entsteht keine solche Schwierigkeit, weil die zu vergleichenden Lichtquellen meistens dieselbe Farbe haben und weil die Beleuchtung des Photometerfeldes nicht in einem großen Bereich variiert. Jedoch sollte eine normale Lichteinheit für alle denkbaren Fälle genügen, doch sind wir augenblicklich nicht in der Lage, in befriedigender Weise durch unsere Normalen ein für allemal die Leuchtkraft in Kerzen, z. B. einer Quecksilberbogenlampe, zu bestimmen. Um präzise zu sein, müssen wir zuallererst die normale Lichtempfindlichkeit des Beobachters spezifizieren und die Beleuchtung der zu vergleichenden Felder angeben. Es ist natürlich das Purkinjesche Phänomen, welches diese Schwierigkeiten verursacht, infolge des Wechsels der Wahrnehmung durch die Stäbchen und durch die Zapfen. Und gerade im Bereiche der gewöhnlich verwandten Beleuchtung von 1—100 Meterkerzen findet dieser Wechsel der Wahrnehmung durch Stäbchen und Zapfen statt.

Ich glaube nun, daß es möglich ist, die Photometrie verschieden gefärbten Lichtes auf eine feste Grundlage zu bringen, soweit wenigstens die letzten Messungen in Frage kommen, indem wir sie aus dem Gebiete der Physiologie ganz und gar in das Gebiet der Elektrizität überführen, die eine viel exaktere Wissenschaft ist.

1) „Colour Vision", S. 103.

Warum können wir nicht die Kerzenstärke mit Hilfe eines Thermoelementes bestimmen? Einfach deshalb, weil das Thermoelement die gesamte ausgestrahlte Energie angibt. Die Energie einer jeden Strahlung erhält unabhängig von der Wellenlänge denselben Wert. Nun wirkt die ultrarote und die ultraviolette Strahlung durchaus nicht auf das Auge, und der Lichteffekt ein und derselben Energiemenge ist viel größer vom mittleren Teil des Spektrums als von den Enden. Wenn wir vor das Thermoelement ein Lichtfilter bringen, welches die Eigenschaft hat, die ultrarote und die ultraviolette Strahlung vollkommen abzublenden und die Energie des sichtbaren Spektrums im umgekehrten Verhältnis zu ihrem Lichteffekt aufs Auge zu vermindern, d. h. wenn wir jede Strahlung nach ihrer Sichtbarkeit einschätzen, so wird die Ablenkung proportional dem erhaltenen Licht sein. Diese Kombination von Filter und Thermoelement bildet eine Art elektrisches Auge, welches die Eigenschaft besitzt, die ein menschliches Auge nicht hat, nämlich die Eigenschaft, die Intensität des Lichtes, welchem es ausgesetzt ist, zu registrieren[1]).

Die relative Empfindlichkeit für Licht verschiedener Wellenlänge und Intensität ist bis jetzt nur für ein Auge bestimmt worden, und zwar für dasjenige von Prof. A. König, und die Resultate sind in einer sehr handlichen Tabelle in einer Arbeit von P. G. Nutting[2]) zusammengestellt.

1) Nachdem ich diese Arbeit geschrieben hatte, wurde mir mitgeteilt, daß ein Versuch, diese Methode praktisch auszuführen, schon durch Ch. Féry („Photométrie à lecture directe: Rendement optique de quelques luminaires", Journ. de Phys. **4**, 638, 1908) gemacht worden ist. Er gebrauchte eine wäßrige Lösung von Kupriazetat und ein Radiomikrometer und wählte dieselbe gesamte Dicke für die Wasserschicht, wie ich, nämlich 4 cm. Er hat aber die Sache nicht näher untersucht und gibt nicht den Bruchteil des durch sein Filter gegangenen Lichtes für keinen Teil des Spektrums an. Kupriazetat allein kann keine reine Absorption in Violett ergeben. Ich habe ebenfalls ein Radiomikrometer benutzt, und komme zu dem Ergebnis, daß er dem in dieser Arbeit beschriebenen Apparat in bezug auf Empfindlichkeit nachsteht, obwohl er die Vorteile der Einfachheit und Billigkeit besitzt.

In einer wohlbekannten Arbeit („A Preliminary Study for a New Standard of Light", Electrician **50**, 1012, 1902/3) schlägt J. E. Petavel vor, die Strahlung des glühenden Platins auf zwei Thermoelemente auffallen zu lassen, wobei vor einem ein Glasfilter und vor dem andern ein Filter aus „schwarzem Flußspat" sich befindet, und das Verhältnis der Ablenkungen als Mittel zu gebrauchen, die Temperatur des Platins zu bestimmen. Die Helligkeit des letzteren, gemessen bei einer bestimmten Temperatur mit Hilfe eines Photometers, soll als Normale dienen. Seine Arbeit ist demnach nach anderen Gesichtspunkten ausgeführt. Schwarzer Flußspat scheint mir überhaupt für seine Zwecke ein zu unbestimmter Stoff zu sein.

2) „The Luminous Equivalent of Radiation", Bull. Bureau of Standards **5**, 279, 1908.

Die Farbenempfindlichkeit von Prof. A. König war eine normale, und so können wir, in Ermangelung anderer Daten, diese Tabelle als maßgebend für ein durchschnittliches menschliches Auge ansehen.

Wir müssen bei der Wahl eines Filters ein solches festlegen, welches einer präzisen Reproduktion fähig ist. Hierdurch werden die gefärbten Gläser ausgeschlossen, außer wenn sie unter gleichen Bedingungen angefertigt worden sind. Wir müssen uns daher auf Flüssigkeiten in Glasgefäßen beschränken. Die im Handel vorkommenden Farben von unbestimmter Zusammensetzung sind demselben Einwande, wie die gefärbten Gläser, unterworfen. Salzlösungen, deren Konzentration variiert werden kann, bieten uns einen größeren Spielraum und sind deshalb einer Flüssigkeit von bestimmter Zusammensetzung vorzuziehen. Im Physikalischen Laboratorium der Universität Glasgow wird jetzt eine Reihe von Untersuchungen ausgeführt über die Absorption des Lichtes durch wäßrige Lösungen anorganischer Salze im Ultraviolett, im sichtbaren Spektrum und im Ultrarot. Infolgedessen bin ich im Besitze einer Anzahl Daten, die andern augenblicklich nicht zugänglich sind, und habe kein Bedenken, hieraus zu folgern, daß das passendste Filter eine 3 cm dicke Kupfersulfatlösung in Wasser ist, von einer Konzentration von 0,2 g/Mol. per Liter, und hinterher eine 1 cm dicke Schicht von Kaliumdichromat, von einer Konzentration von 0,0025 g/Mol. per Liter. Ich habe acht verschiedene im Handel vorkommende Gläser untersucht, von dem kein einziges irgendwelchen Nutzen für unseren Zweck hatte, da sie alle das kurzwelligere Ultrarot nicht abblendeten.

Die Absorption des Lichtes durch eine wäßrige Lösung anorganischer Salze geschieht nach folgender Gleichung:

$$J = J_0\, 10^{-Acd},$$

wo also A definiert ist als der molekulare Extinktionskoeffizient des Salzes für die entsprechende Wellenlänge. J_0 ist die anfängliche Intensität des Lichtes und J diejenige nach dem Durchgang einer d cm dicken Schicht der Lösung und c die Konzentration in g/Mol. per Liter. In gewissen Grenzen können wir A als unabhängig von c annehmen.

Die folgenden Tabellen geben die Werte von A an für die beiden in Frage kommenden Salze im Ultraviolett und für das Kupfersulfat im Ultrarot. Die entsprechenden Werte für das sichtbare Spektrum sind schon von Grünbaum[1]), A. S. Russell[2]) und dem Verfasser[2]) bestimmt worden. Die Werte im Ultrarot für Kupfersulfat sind mit Hilfe eines linearen Thermoelementes bestimmt worden, wobei als Lichtquelle eine Nernstlampe diente. Die Werte für das Ultraviolett sind mit Hilfe eines Quarzphotometers erhalten worden, dessen Originalzeichnung von John S. Anderson und dem Verfasser angefertigt ist und dessen Beschreibung eben publiziert wird. Es ist natürlich unmöglich, infolge der Absorption des Wassers weitere Werte für das Ultrarot anzugeben. Das Kaliumdichromat übt keine bemerkbare Absorption im Ultrarot aus, unabhängig von der Konzentration und Dicke des Filters.

Ultrarot.

λ	A $CuSO_4, 5H_2O$ $c = 0{,}03435$	λ	A $CuSO_4, 5H_2O$ $c = 0{,}03435$
μ		μ	
0,684	6,36	0,910	9,1
0,720	9,8	0,980	7,1
0,750	11,5	1,07	5,8
0,794	11,7	1,17	4,1
0,850	11,1	1,27	3,0

Ultraviolett.

$CuSO_4, 5H_2O$			$K_2Cr_2O_7$		
c	λ	A	c	λ	A
	μ			μ	
0,01	0,267	52,0	0,0001	0,241	7 160
0,03	0,278	34,0	—	0,269	11 100
0,05	0,282	20,2	—	0,284	7 440
—	0,287	13,0	—	0,291	5 070
0,10	0,291	10,1	—	0,300	2 720
—	0,292	8,6	0,0005	0,308	2 320
—	0,296	6,5	0,0003	? 0,316	2 080
0,30	0,299	3,37	0,0005	0,325	2 320
—	0,309	1,48	0,0001	0,331	2 720
—	0,313	0,78	—	0,336	5 070
—	? 0,322	0,08	—	0,349	7 440
			—	? 0,375	10 000
			—	0,397	7 440
			0,0003	0,410	3 080
			0,001	0,416	1 030

Die Werte von Acd für die beiden Filter sind aus den Tabellen berechnet worden und in folgendem Diagramm (Fig. 1) festgestellt. Die Werte für Kupfersulfat sind durch ○ und diejenigen für Kaliumdichromat durch X bezeichnet; für das Kupfersulfat wurden die Werte von Grünbaum und für das Kaliumdichromat die unsrigen benutzt. Die ausgezogene Kurve zeigt die Summe der Ordinaten für beide Salze an. Es wurden die Logarithmen der Kolumnen D und E in den Tabellen von Nutting berechnet, das Zeichen gewechselt und als punktierte Kurven in das Diagramm gezeichnet. Zwecks leichteren Vergleichs mit der ausgezogenen Kurve ist der

1) Ann. d. Phys. **12**, 1004, 1903.
2) Roy. Soc. Edinb. Proc. **29**, 69, 1908/09.

vertikale Maßstab der punktierten Kurven um 0,08 nach oben verschoben worden. Natürlich können wir zu den Ordinaten der ausgezogenen Kurve eine beliebige konstante Größe hinzuaddieren, ohne die relative Absorption der verschiedenen Farben zu verändern.

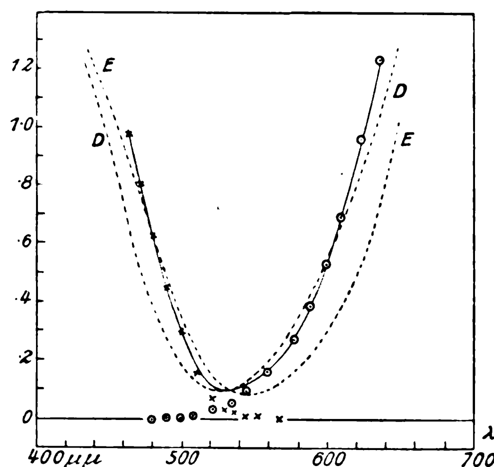


Fig. 1.

Auf der einen Seite stimmt die ausgezogene Kurve mit E und auf der anderen Seite mit D überein. D bezieht sich auf eine Beleuchtung von 2,3 Meterkerzen und E_1 auf eine von 9,22 Meterkerzen. Wir sind daher berechtigt anzunehmen, daß unsere Filter die Strahlung des sichtbaren Spektrums genau entsprechend ihrer Sichtbarkeit bei normaler Lichtempfindlichkeit angeben. Die Beleuchtung des Feldes war ungefähr 6 Meterkerzen. Nehmen wir als Normale eine andere Beleuchtung des Feldes an, so ist es leicht, das Minimum der Kurve zu verrücken durch Verringerung der Konzentration des Kupfersulfats und Vergrößerung derjenigen des Kaliumdichromats, oder umgekehrt. Die Konzentration des Kupfersulfats kann jedoch nicht viel verringert werden, wenn hierbei nicht noch eine Wasserschicht hinzugefügt wird oder, sagen wir, eine solche von Eisenammoniumsulfat, da sonst keine genügende Absorption im Ultrarot vorhanden sein würde. Wie jetzt bekannt, sind wäßrige Lösungen von Eisenammoniumsulfat sehr wirkungsvoll, indem sie die Wärmestrahlen absorbieren, während sie gleichzeitig die Lichtstrahlen durchlassen[1]). Diese Lösungen sind viel wirkungsvoller als Alaun, welches in dieser Beziehung nicht besser als Wasser ist.

Vernachlässigen wir das im Glas absorbierte Licht, so ist der Bruchteil des durch das Filter durchgelassenen Lichtes gleich

1) R. A. Houstoun u. J. Logie, diese Zeitschr. 11, 672, 1910.

$$10^{-0,6 A_c} \times 10^{-0,0025 A_x} \times k,$$

wo A_c der molekulare Extinktionskoeffizient für Kupfersulfat, A_x derjenige für Kaliumdichromat ist und k den Bruchteil des Lichtes bedeutet, welcher durch eine 4 cm dicke Schicht reinen Wassers allein durchgelassen wird.

Um den Effekt der verschiedenen Komponenten des Filters zu zeigen, habe ich $10^{-0,6 A_c}$, $10^{-0,0025 A_x}$ und k für das ganze Spektrum ausgerechnet, indem ich für k die Werte von E. Aschkinaß[1]) annahm. Die Resultate sind in der zweiten, dritten und vierten Kolumne der umstehenden Tabelle angegeben. Das Produkt der obigen drei Größen, d. h. die Durchlässigkeit des ganzen Filters ist in der fünften Kolumne gegeben.

Natürlich kommt noch zu dem Obigen die Absorption des Glases der Gefäße hinzu. Glas absorbiert die gesamte Strahlung unterhalb 0,330 μ und oberhalb 3,00 μ.

Das Filter ist am schwächsten im Ultrarot bei 1,27 μ. In dem normalen Energiespektrum unserer gewöhnlichen Lichtquellen sind die Ordinaten bei 1,27 μ ungefähr zwanzigmal größer als diejenigen bei 0,5 μ. Bei der angewandten Konzentration genügt deshalb die Absorption des Filters, aber dieser Punkt des Spektrums muß beachtet werden, falls die Konzentration des Kupfersulfats stark verringert wird.

Wir fanden durch Rechnung, daß die Strahlung, welche vom Thermoelement durch obige Filter aufgenommen wird, proportional dem auf das Filter auffallenden Licht sein sollte. Ich griff zum direkten Experiment, um festzustellen, ob dies wirklich der Fall ist. Zu meiner Verfügung hatte ich drei Thermoelemente: ein Rubenssches lineares aus Eisen-Konstantan und zwei ältere verschiedener Typen aus Antimon-Wismut. Das Rubenssche Thermoelement bestand aus 20 Paaren von der Länge von 2 cm. Die Drähte sind mit Silber zusammengelötet und die Lötstellen plattgedrückt zu einem Kreis von 1 mm Durchmesser. Hierdurch erhält man eine Fläche von ungefähr 0,157 qcm. Für die beiden anderen Thermoelemente ergab sich eine Fläche von ungefähr einem Quadratzoll. Die Zahl der Paare war eine größere, doch das Rubenssche war ebenso empfindlich, selbst ohne Trichter, man erreichte die Ruhelage in kürzerer Zeit und erhielt einen viel konstanteren Nullpunkt. Es wurde nur das Rubenssche Thermoelement benutzt.

Das Galvanometer war ein Panzergalvanometer nach Du Bois-Rubens von 10 Ohm Widerstand. Es gehört dem Carnegie-Trust für

1) Wied. Ann. 55, 401, 1895.

λ	$10^{-0,6 A_c}$	$10^{-0,0025 A_x}$	k	$10^{-0,6 A_c} \times 10^{-0,0025 A_x} \times k$
μ				
0,247	$< 6,31 \cdot 10^{-11}$	$< 1,3 \cdot 10^{-18}$	0,99	$< 8 \cdot 10^{-29}$
0,241		$1,3 \cdot 10^{-18}$	0,99	
0,284	$6,31 \cdot 10^{-11}$	$2,5 \cdot 10^{-19}$	0,99	$1,6 \cdot 10^{-29}$
0,300	$1,20 \cdot 10^{-2}$	$1,6 \cdot 10^{-7}$	1,00	$1,9 \cdot 10^{-9}$
0,308	0,107	$1,6 \cdot 10^{-6}$	—	$1,7 \cdot 10^{-7}$
0,325	0,89	$1,6 \cdot 10^{-6}$	—	$1,5 \cdot 10^{-7}$
0,336		$1,9 \cdot 10^{-13}$	—	$< 1,9 \cdot 10^{-13}$
0,397		$2,5 \cdot 10^{-19}$	—	$< 2,5 \cdot 10^{-19}$
0,416		$2,6 \cdot 10^{-3}$	—	$< 2,6 \cdot 10^{-3}$
0,463	$< 0,986$	0,105	—	$< 0,105$
0,471		0,158	—	$< 0,158$
0,480	0,986	0,234	—	0,229
0,489	0,977	0,355	—	0,347
0,499	0,968	0,501	—	0,485
0,5086	0,951	0,661	—	0,63
0,5461	0,792	0,982	—	0,77
0,5780	0,521	1,00	—	0,52
0,6004	0,292	—	0,99	0,29
0,6239	0,108	—	0,99	0,107
0,6452	0,0336	—	0,99	0,034
0,684	$1,54 \cdot 10^{-4}$	—	0,99	$1,53 \cdot 10^{-4}$
0,720	$1,32 \cdot 10^{-6}$	—	0,95	$1,25 \cdot 10^{-6}$
0,750	$1,26 \cdot 10^{-7}$	—	0,91	$1,14 \cdot 10^{-7}$
0,794	$9,55 \cdot 10^{-8}$	—	0,92	$8,8 \cdot 10^{-8}$
0,850	$2,2 \cdot 10^{-7}$	—	0,86	$1,9 \cdot 10^{-7}$
0,910	$3,5 \cdot 10^{-6}$	—	0,73	$2,5 \cdot 10^{-6}$
0,980	$5,5 \cdot 10^{-5}$	—	0,20	$1,5 \cdot 10^{-5}$
1,09	$3,3 \cdot 10^{-4}$	—	0,48	$1,6 \cdot 10^{-4}$
1,17	$3,5 \cdot 10^{-3}$	—	0,054	$1,9 \cdot 10^{-4}$
1,27	$1,6 \cdot 10^{-2}$	—	0,0085	$1,3 \cdot 10^{-4}$
1,40		—	$2 \cdot 10^{-14}$	$< 2 \cdot 10^{-41}$
			Niemals $> 10^{-18}$ durchweg bis zu 8,5 μ	

die Universitäten Schottlands. Um es gegen Vibrationen zn schützen, wurde es an einer Konsole an der Wand an drei Drähten von $1^1/_2$ m Länge aufgehängt. Es hing mit seinen Stellschrauben in einem Abstand von 1 cm über dem Tisch. Zwischen letzterem und den Stellschrauben wurden drei Wattepfropfen eingeschoben, zwecks Dämpfung irgendwelcher noch möglicher Vibrationen. Lampe und Skala befanden sich in einem Abstand von $1^1/_2$ m von dem Spiegel. Der Widerstand des Thermoelementes war 5 Ohm. Bei der angewandten Empfindlichkeit war die Periode 3 Sekunden und $^1/_2$ Millimeter auf der Skala bedeutete 10^{-9} Ampere.

Es wurde bald augenscheinlich, daß diese hohe Empfindlichkeit voll ausgenutzt werden sollte. Als das Thermoelement in einer Entfernung von 33 cm von einer 32 kerzigen Kohlenglühlampe aufgestellt wurde, mit vorgeschalteten Filtern, betrug die Ablenkung nur $17^1/_2$ mm. Wenn diese Lampe bei ihrer angegebenen Voltzahl von 250 Volt gebraucht wird, so ist ungefähr 2,6 Proz. seiner gesamten Strahlung Lichtenergie, und zwar liegt diese zwischen 0,400 μ und 0,760 μ; aber nur ein Bruchteil dieser 2,6 Proz. geht durch das Filter. Vielleicht im ganzen genommen ungefähr $^1/_{1000}$ der gesamten Strahlung passiert das Filter.

Das Thermoelement wurde dann in einer Entfernung von 33 cm von der 32 kerzigen Kohlenglühlampe mit den vorgeschalteten Filtern aufgestellt, das $K_2Cr_2O_7$-Filter auf der dem Thermoelement zugewandten Seite. Auf der anderen Seite der Lampe befand sich eine Photometerbank, an deren anderem Ende eine 125 Volt-Tantallampe aufgestellt war, die durch eine Akkumulatorenbatterie gespeist wurde. Die Kohlenlampe und die Tantallampe wurden mit Hilfe eines Keilphotometers verglichen. Während dieses Vergleiches wurde im Nebenschluß zu der Tantallampe eine elektrodynamische Wage und ein konstanter Widerstand eingeschaltet. Mit Hilfe eines Rheostaten konnte man auf Grund der Angaben der Wage die Spannung der Tantallampe bis zu $^1/_{800}$ konstant halten. Bei der angewandten Spannung war die horizontale Kerzenstärke der Tantallampe, gemessen mittels einer Hefnerlampe, gleich 7,13 Britisch-Kerzen.

Es wurden dann Ablesungen für verschie-

Untersuchung einer 32kerzigen Glühlampe.

Spannung	Ablesungen am Galvanometer		Ablesungen am Photometer	
	Ausschläge	Mittel	Individuelle Einstellungen	Kerzenstärke
207,1	5,5 4,0 4,0 3,0 4,5	4,2	117,5 114,5 112,5 114,5	6,15
222,5	8,0 7,0 6,5 6,7	7,0	96,5 98,5 96,5 98,5	11,2
251,6	18,0 16,0 17,5 18,0	17,4	77,5 76,5 76,5 76,5	24,9
283,7	38,0 38,0 36,5 36,5	37,2	59,5 57,5 59,5 58,5	53,8
304,7	56,5 56,5 60,0 59,8	58,2	48,5 47,5 49,5 49,5	88,1

dene Spannungen, abwechselnd mit dem Thermoelement und dem Photometer, gemacht. Eine Reihe dieser Resultate ist in der vorstehenden Tabelle gegeben und in der folgenden Kurve abgetragen (Fig. 2).

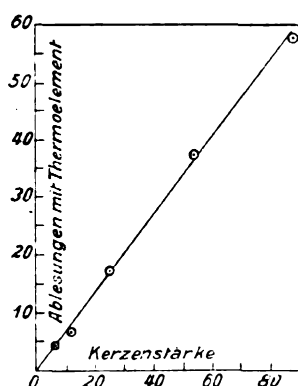


Fig. 2.

Es sind alle Ablesungen angegeben. Bei jeder Spannung wurden zuerst zwei Ablesungen mit dem Thermoelement und dann zwei Einstellungen mit dem Photometer gemacht; dann wurden die übrigen Ablesungen mit dem Thermoelement und zum Schluß die letzten beiden Ablesungen mit dem Photometer gemacht. Die in der Tabelle gegebenen Zahlen der Einstellung des Photometers bedeuten die Entfernungen des Keils in Zentimetern von der Vergleichslampe. Die Gesamtentfernung zwischen den beiden Lampen betrug 220 cm. Die Kurve sollte natürlich eine gerade Linie sein. Die Übereinstimmung ist sehr gut, wenn wir bedenken, daß die Galvanometerablesungen nur bis auf $^1/_2$ Millimeter und bei einer Entfernung von $1^1/_2$ m vom Spiegel ausgeführt wurden, und daß für den letzten Punkt das Photometer ziemlich nahe an die Vergleichslampe gebracht war und doch das Gesetz der umgekehrten Quadrate angewandt wurde.

Ich habe die Konzentration von $K_2Cr_2O_7$ bis auf $c = 0{,}0125$ und diejenige von $Cu_2SO_4\,5H_2O$ bis auf $c = 0{,}350$ geändert und die Proportionalität blieb dennoch erhalten.

Das Thermoelement, zusammen mit einem solchen Filter, kann deshalb benutzt werden, um die Kerzenstärke zu messen, im besonderen die mittlere sphärische Kerzenstärke, weil es hierbei nur nötig ist, gleichmäßig empfindliche Thermoelemente über eine Kugel anzuordnen und diese in Reihe mit einem Galvanometer zu schalten. Hierdurch also verschwinden alle Schwierigkeiten, welche mit der Integration verbunden sind. Diese Methode ist ebenso anwendbar bei hellem Tageslicht als im verdunkelten Raume, da die Ablenkungen in beiden Fällen dieselben sind. Ich glaube jedoch, daß sie gewerbsmäßig nicht anwendbar ist, wegen der hierbei notwendigen zu hohen Empfindlichkeit des Galvanometers. Ihre Wichtigkeit liegt in der Tatsache, daß sie gebraucht werden kann, um unsere Lichteinheit zu definieren und um eine ausreichende Grundlage anzugeben, um Licht von verschiedenen Farben zu vergleichen, unabhängig von seiner Intensität und von der Empfindungseigenheit des Beobachters.

Die Lichtmenge, die durch die Reflexion an der Oberfläche des Glases und durch die Absorption in dem Glase der Gefäße verloren geht, kann leicht bestimmt werden, indem man die Gefäße mit Wasser füllt und ein Spektrophotometer anwendet, um den durchgelassenen Bruchteil des einfallenden Lichtes zu bestimmen. Derselbe bleibt überall im sichtbaren Spektrum merklich gleich und hat den Wert 0,84 für beide gebrauchte Gefäße. Es ist nun ein leichtes zu bestimmen, was für Ablenkungen des Galvanometers man erhalten hätte, wenn keine Verluste durch Reflexion und auch keine durch Absorption im Glase vorhanden wären; wir brauchen hierbei nur mit $^1/_{(0{,}82)^2}$ zu multiplizieren. Um die Entfernung des Thermoelementes von der Lichtquelle zu bestimmen, müssen wir natürlich die vom Licht passierten Glas- und Flüssigkeitsschichten mit dem entsprechenden Brechungsexponenten multiplizieren. Ich schlage deshalb vor, die Einheit der Lichtintensität folgendermaßen zu definieren:

Die Einheit der Lichtintensität ist jene Quelle, deren Totalintensität der Strahlung nach dem Durchgang durch ein ideales Filter bei einer optischen Entfernung von 1 m gleich x ergs $\mathrm{cm}^2 \cdot \mathrm{sec}$ sein würde. Das ideale Filter ist ein solches, welches die Eigenschaft hat, das Licht zu ab-

sorbieren, wie eine 3 cm dicke wäßrige Lösung von $CuSO_4, 5H_2O$ von einer Konzentration von 0,200 g/Mol. per Liter und eine 1 cm dicke wäßrige Lösung von $K_2Cr_2O_7$ der Konzentration 0,0025 g/Mol. per Liter, welches aber in keiner anderen Weise das Licht weder reflektiert noch absorbiert.

Ich denke, daß es besser ist, in dieser Weise die Eigenschaften des Glases auszuschalten. Die verschiedenen Gefäße haben einen merkbaren Unterschied in der Absorption und der Durchlässigkeitskoeffizient eines Gefäßes kann leicht bestimmt werden. Die obige Definition hat den Vorteil, die Lichteinheit mit dem absoluten C.G.S.-System in Verbindung zu bringen. Mit Hilfe seines Pyrheliometers ist es K. Angström[1]) möglich geworden, die Strahlung irdischer Quellen bis zu weniger als 1 Proz. zu bestimmen. Die Hauptschwierigkeit liegt darin, daß man den Mangel der „absoluten Schwärze" der auffangenden Oberfläche berücksichtigen muß. Bei meinen Experimenten betrug die die Strahlung auffangende Oberfläche ungefähr 0,157 qcm und die Entfernung von der Lichtquelle war 33 cm. Durch Vergrößerung dieser Oberfläche und Anwendung der Angströmschen Methode ist es möglich, x mit genügender Annäherung zu bestimmen. Für die Normalkerze erhalten wir in den definierten Einheiten den Wert ca. 0,8.

1) Astrophys. Journ. **9**, 332, 1899; Phys. Rev. **1**, 365, 1893.

Anmerkung des Verfassers. Im letzten Heft des „Bulletin of the Bureau of Standards", Vol. 7, Nr. 2, welches ich nach dem Druck meines Artikels in die Hand bekam, hat Nutting die Tabellen, die auf den Daten von König beruhen, noch einmal nachgerechnet. Die Korrektion für die relative Dispersion war früher unterlassen. Die diesbezügliche Änderung in bezug auf meine Arbeit ist eine geringe.

(Aus dem Englischen übersetzt v. W. v. Ignatowsky.)

(Eingegangen 1. Juni 1911.)

Über das Biot-Savartsche Gesetz.

Von R. Gans.

In neuerer Zeit sind Zweifel darüber aufgetaucht, wie das Biot-Savartsche Gesetz lautet, wenn der durchströmte Leiter magnetisierbar ist.

So sind Einstein und Laub[1]) der Überzeugung, daß $[\mathfrak{J}, \mathfrak{H}]$ die Kraft auf die Volumeneinheit darstellt, wenn $\mathfrak{J}$ den elektrischen Strömungsvektor, $\mathfrak{H}$ die magnetische Feldstärke im Innern des Leiters bedeutet, während Abraham[1]) $[\mathfrak{J}, \mathfrak{B}]$ für die Kraftformel hält.

Einstein[2]) sucht die Ungültigkeit dieses letzteren Ausdrucks dadurch zu beweisen, daß er ein Experiment angibt, bei dem ein starres System, dessen einer Bestandteil ein permanenter durchströmter Magnet ist, sich von selbst in Bewegung setzen würde, wenn $[\mathfrak{J}, \mathfrak{B}]$ die richtige Formel für die Kraft wäre, daß dagegen $[\mathfrak{J}, \mathfrak{H}]$ ein Kraftausdruck sei, der dem Reaktionsprinzip genüge.

Zu diesen Überlegungen ist zu bemerken, daß aus dem von Einstein angegebenen Grunde allerdings $[\mathfrak{J}, \mathfrak{B}]$ nicht eine allgemeingültige Formel sein kann; daraus folgt aber nicht, daß $[\mathfrak{J}, \mathfrak{H}]$ richtig ist. In der Tat werden wir zeigen, daß weder der eine noch der andere Ausdruck zutreffend ist, wenn man Ferromagnetika mit in den Kreis der Betrachtungen zieht, daß bei para- und diamagnetischen Körpern, für die $\mathfrak{B} = \mu \mathfrak{H}$ gilt, — und auf diese beschränkt Abraham seine Formel — $[\mathfrak{J}, \mathfrak{B}]$ richtig ist, daß dagegen $[\mathfrak{J}, \mathfrak{H}]$ keinesfalls ein zulässiger Wert für die Kraft ist, der zwar für die Dynamik starrer Körper die richtigen Ergebnisse liefert, im allgemeinen aber dem Energieprinzip widerspricht.

Die Maxwell-Hertzschen Gleichungen, die für ruhende Körper und stationäre Zustände mit den neueren Theorien übereinstimmen, und die wir deshalb als Grundlage unserer Ausführungen wählen dürfen, lauten:

$$\int (\mathfrak{H}, d\mathfrak{s}) = \frac{d}{dt}\int \mathfrak{D}_n d\sigma + 4\pi \int \mathfrak{J}_n d\sigma, \quad (1)$$

$$-\int (\mathfrak{E}, d\mathfrak{s}) = \frac{d}{dt}\int \mathfrak{C}_n d\sigma. \quad (2)$$

Hier bedeuten $\mathfrak{E}$ und $\mathfrak{H}$ die elektrische bzw. magnetische Feldstärke, $\mathfrak{J}$ die elektrische Strömung, $\mathfrak{D}$ die elektrische Erregung, und $\mathfrak{C}$ ist ein Vektor, den wir zunächst einmal noch unbestimmt lassen wollen, der aber jedenfalls mit der magnetischen Induktion in Beziehung stehen muß.

Die Linienintegrale auf den linken Seiten von (1) und (2) erstrecken sich über beliebige in der Materie festliegende Kurven s, während auf den rechten Seiten über Flächen σ integriert wird, die s zu Randkurven haben.

Bedeutet $\mathfrak{v}$ den Geschwindigkeitsvektor der Materie, so schreiben sich (1) und (2) als Dif-

1) A. Einstein und J. Laub, Ann. d. Phys. (4) **26**, 541, 1908.

1) M. Abraham, Rend. del Circolo mat. di Palermo **28**, 1, 1909.

2) A. Einstein, Arch. de Genève **30**, 323, 1910.

ferentialgleichungen mit Benutzung einer einfachen vektoranalytischen Formel[1]):

$$\operatorname{rot}\mathfrak{H} = \frac{d\mathfrak{D}}{dt} + \mathfrak{D}\operatorname{div}\mathfrak{v} - (\mathfrak{D}\operatorname{grad})\mathfrak{v} + 4\pi\mathfrak{J}, \quad (3)$$

$$-\operatorname{rot}\mathfrak{E} = \frac{d\mathfrak{E}}{dt} + \mathfrak{E}\operatorname{div}\mathfrak{v} - (\mathfrak{E}\operatorname{grad})\mathfrak{v}. \quad (4)$$

Multiplizieren wir (3) und (4) skalar mit $\mathfrak{E}/4\pi$ bzw. mit $\mathfrak{H}/4\pi$, so erhalten wir

$$\left.\begin{aligned} -\operatorname{div}\mathfrak{S} - (\mathfrak{J}, \mathfrak{E}) &= \frac{dw}{dt} + \\ + \left\{\frac{1}{4\pi}(\mathfrak{E}, \mathfrak{D}) + \frac{1}{4\pi}(\mathfrak{H}, \mathfrak{E})\right\}&\operatorname{div}\mathfrak{v} - \\ - \frac{1}{4\pi}\Big(\mathfrak{E}, (\mathfrak{D}\operatorname{grad})\mathfrak{v}\Big) - \frac{1}{4\pi}&\Big(\mathfrak{H}, (\mathfrak{E}\operatorname{grad})\mathfrak{v}\Big), \end{aligned}\right\} \quad (5)$$

wenn $\mathfrak{S} = \frac{1}{4\pi}[\mathfrak{E}, \mathfrak{H}]$ den Poyntingschen Strahlungsvektor bedeutet und

$$dw = \frac{1}{4\pi}(\mathfrak{E}, d\mathfrak{D}) + \frac{1}{4\pi}(\mathfrak{H}, d\mathfrak{E}) \quad (6)$$

gesetzt ist.

Bevor wir Gleichung (5) mit dem Raumelement dS multiplizieren und über einen beliebigen Raum S integrieren, wollen wir rechts noch $w\operatorname{div}\mathfrak{v}$ addieren und subtrahieren und berücksichtigen, daß[2])

$$\frac{d}{dt}\int w\,dS = \int\left(\frac{dw}{dt} + w\operatorname{div}\mathfrak{v}\right)dS \quad (7)$$

ist.

Dann erhalten wir als Ausdruck des Energieprinzips

$$\begin{aligned} -\int \mathfrak{S}_n d\sigma - \int (\mathfrak{J}, \mathfrak{E})\,dS &= \frac{d}{dt}\int w\,dS + \\ + \int dS\left\{\frac{1}{4\pi}(\mathfrak{E}, \mathfrak{D}) + \frac{1}{4\pi}(\mathfrak{H}, \mathfrak{E}) - w\right\}&\operatorname{div}\mathfrak{v} \\ - \int dS\left\{\frac{1}{4\pi}\Big(\mathfrak{E}, (\mathfrak{D}\operatorname{grad})\mathfrak{v}\Big) + \frac{1}{4\pi}\Big(\mathfrak{H}, (\mathfrak{E}\operatorname{grad})\mathfrak{v}\Big)\right\}&. \end{aligned} \quad (8)$$

Hier bedeutet $\int \mathfrak{S}_n d\sigma$ die in der Zeiteinheit durch die Oberfläche σ des Raumes S ausgestrahlte Energie, $\int (\mathfrak{J}, \mathfrak{E})\,dS$ den Überschuß der in der Zeiteinheit entwickelten Jouleschen Wärme über die aus den Elementen aufgenommene chemisch-thermische Energie; ferner ist w die Dichte der elektromagnetischen Energie. Folglich müssen die beiden letzten Integrale auf der rechten Seite von (8) die in der Zeiteinheit geleistete Arbeit der Kräfte elektromagnetischen Ursprungs darstellen.

1) Vergl. z. B. R. Gans, Einführung in die Vektoranalysis, 2. Aufl., Leipzig und Berlin 1909, S. 54, Formel (6).
2) Vergl. z. B. R. Gans, l. c., S. 55, Formel (9).

Diese Arbeit hat nach (8) die Form

$$\left.\begin{aligned} \frac{\partial' A}{\partial t} = -\int\Big\{&\pi_{xx}\frac{\partial \mathfrak{v}_x}{\partial x} + \pi_{xy}\frac{\partial \mathfrak{v}_x}{\partial y} + \pi_{xz}\frac{\partial \mathfrak{v}_x}{\partial z} \\ &+ \pi_{yx}\frac{\partial \mathfrak{v}_y}{\partial x} + \pi_{yy}\frac{\partial \mathfrak{v}_y}{\partial y} + \cdots\Big\}dS, \end{aligned}\right\} \quad (9)$$

wenn

$$\left.\begin{aligned} \pi_{xx} &= -\frac{1}{4\pi}(\mathfrak{E}, \mathfrak{D}) - \frac{1}{4\pi}(\mathfrak{H}, \mathfrak{E}) + w + \\ &\quad + \frac{1}{4\pi}\mathfrak{E}_x\mathfrak{D}_x + \frac{1}{4\pi}\mathfrak{H}_x\mathfrak{E}_x, \\ \pi_{xy} &= \frac{1}{4\pi}\mathfrak{E}_x\mathfrak{D}_y + \frac{1}{4\pi}\mathfrak{H}_x\mathfrak{E}_y, \\ \pi_{yx} &= \frac{1}{4\pi}\mathfrak{E}_y\mathfrak{D}_x + \frac{1}{4\pi}\mathfrak{H}_y\mathfrak{E}_x, \end{aligned}\right\} \quad (10)$$

usw. die Spannungen darstellen.

Sollen die Kräfte auch für Drehungen dem Reaktionsprinzip genügen, so muß

$$\pi_{xy} = \pi_{yx} \quad \text{usw.} \quad (11)$$

sein.

Nun ist die elektrische Erregung $\mathfrak{D} = \varepsilon\mathfrak{E}$, also $\mathfrak{E}_x\mathfrak{D}_y = \mathfrak{E}_y\mathfrak{D}_x$, es muß also nach (10) und (11)

$$\mathfrak{H}_x\mathfrak{E}_y = \mathfrak{H}_y\mathfrak{E}_x \quad \text{usw.}, \quad (12)$$

d. h. es muß

$$\frac{\mathfrak{E}_x}{\mathfrak{H}_x} = \frac{\mathfrak{E}_y}{\mathfrak{H}_y} = \frac{\mathfrak{E}_z}{\mathfrak{H}_z} \quad (13)$$

sein. In Worten: $\mathfrak{E}$ muß parallel $\mathfrak{H}$ sein, oder

$$\mathfrak{E} = \mu\mathfrak{H}, \quad (14)$$

wo μ eine Größe ist, deren physikalische Bedeutung wir alsbald kennen lernen werden.

Für para- und diamagnetische Körper ist alles sehr einfach. Da bedeutet μ in (14) die Permeabilität, denn in diesem Falle geht (4) für ruhende Körper ($\mathfrak{v} = 0$) ins Faradaysche Induktionsgesetz

$$-\operatorname{rot}\mathfrak{E} = \frac{\partial \mu\mathfrak{H}}{\partial t} \quad (15)$$

über.

Ferner ist nach (6) und (14)

$$w = \frac{\varepsilon}{8\pi}\mathfrak{E}^2 + \frac{\mu}{8\pi}\mathfrak{H}^2, \quad (16)$$

so daß wir die bekannten Maxwellschen Spannungen

$$\left.\begin{aligned} \pi_{xx} &= -\frac{\varepsilon}{8\pi}\mathfrak{E}^2 + \frac{\varepsilon}{4\pi}\mathfrak{E}_x^2 - \frac{\mu}{8\pi}\mathfrak{H}^2 + \frac{\mu}{4\pi}\mathfrak{H}_x^2, \\ \pi_{xy} &= \pi_{yx} = \frac{\varepsilon}{4\pi}\mathfrak{E}_x\mathfrak{E}_y + \frac{\mu}{4\pi}\mathfrak{H}_x\mathfrak{H}_y \quad \text{usw.} \end{aligned}\right\} \quad (17)$$

erhalten.

Aus diesen Werten berechnet sich die Kraft auf die Volumeneinheit als

$$\mathfrak{f} = \operatorname{div}\pi = \mathfrak{f}_e + \mathfrak{f}_m,$$

wo

$$\mathfrak{f}_e = \mathfrak{E}\cdot\frac{1}{4\pi}\operatorname{div}\varepsilon\mathfrak{E} - \frac{1}{8\pi}\mathfrak{E}^2\operatorname{grad}\varepsilon - \left[\varepsilon\mathfrak{E}, \frac{1}{4\pi}\operatorname{rot}\mathfrak{E}\right]$$

und (18)

$$\mathfrak{f}_m = \mathfrak{H} \cdot \frac{1}{4\pi} \operatorname{div} \mu \mathfrak{H} - \frac{1}{8\pi} \mathfrak{H}^2 \operatorname{grad} \mu + \left[\frac{1}{4\pi} \operatorname{rot} \mathfrak{H}, \mu \mathfrak{H}\right]$$

ist.

Aus den Maxwellschen Gleichungen folgt aber für ruhende Körper und stationäre Zustände [vergl. (3) und (4)]

$$\left.\begin{aligned} \operatorname{rot} \mathfrak{H} &= 4\pi \mathfrak{J}, \\ \operatorname{rot} \mathfrak{E} &= 0, \end{aligned}\right\} \quad (19)$$

so daß

$$\mathfrak{f}_e = \mathfrak{E} \cdot \frac{1}{4\pi} \operatorname{div} \varepsilon \mathfrak{E} - \frac{1}{8\pi} \mathfrak{E}^2 \operatorname{grad} \varepsilon \quad (20)$$

die bekannte Kraftformel des elektrostatischen Feldes wird. Aus $\mathfrak{f}_m$ wird ferner

$$\mathfrak{f}_m = \mathfrak{H} \cdot \frac{1}{4\pi} \operatorname{div} \mu \mathfrak{H} - \frac{1}{8\pi} \mathfrak{H}^2 \operatorname{grad} \mu + [\mathfrak{J}, \mu \mathfrak{H}]. \quad (21)$$

In para- und diamagnetischen Körpern ist $\operatorname{div} \mu \mathfrak{H} = 0$, so daß für diese nur die letzten beiden Terme von (21) übrig bleiben.

Bevor wir zur Deutung dieser Gleichungen übergehen, wollen wir noch eine Bemerkung hinzufügen[1]):

Ist die Kraft auf die Volumeinheit $\mathfrak{f}$, so erhält man als Translationskraft auf einen starren Körper

$$\mathfrak{F} = \int \mathfrak{f} \, dS, \quad (22)$$

und als Drehmoment

$$\mathfrak{N} = \int [\mathfrak{r}, \mathfrak{f}] \, dS, \quad (23)$$

wo die Integrationen über den Körper zu erstrecken sind. Läßt sich aber $\mathfrak{f}$ durch Spannungen π darstellen, so kann man $\mathfrak{F}$ und $\mathfrak{N}$ durch partielle Integration umformen, und erhält die Oberflächenintegrale

$$\mathfrak{F}_x = \int \{ \pi_{xx} \cos(nx) + \pi_{xy} \cos(ny) + \pi_{xz} \cos(nz) \} \, d\sigma,$$

bzw.

$$\left.\begin{aligned} \mathfrak{N}_x = \int \{ & (y\pi_{xz} - z\pi_{xy}) \cos(nx) + \\ & + (y\pi_{yz} - z\pi_{yy}) \cos(ny) + \\ & + (y\pi_{zz} - z\pi_{zy}) \cos(nz) \} \, d\sigma. \end{aligned}\right\} \quad (24)$$

Als Oberfläche ist hierbei eine Fläche σ zu nehmen, die den Körper eng umschließt, auf der μ bereits den Wert 1 der Umgebung angenommen hat.

Aus dieser Form der Gleichungen für die Kraft auf einen starren Körper sieht man aber, daß man zu den richtigen π, die in Gleichung (17) angegeben sind, jedes beliebige Spannungssystem addieren kann, das auf σ verschwindet. Die Summe dieser beiden Systeme ergibt wieder Spannungen, die die richtigen Kräfte auf starre Körper liefern, ohne allgemein gültig zu sein.

Es ist also eine keineswegs sichere Methode, aus Erfahrungssätzen, die an starren Körpern gewonnen worden sind, die Kräfte auf beliebige Körper abzuleiten.

1) Vergl. E. Cohn, Das elektromagnetische Feld, Leipzig 1900, S. 100.

Ein Spannungssystem, das auf σ verschwindet, ist nun, da auf σ die Permeabilität $\mu = 1$ ist,

$$\left.\begin{aligned} \pi_{xx}' &= \frac{\mu - 1}{8\pi} \mathfrak{H}^2 - \frac{\mu - 1}{4\pi} \mathfrak{H}_x^2, \\ \pi_{xy}' &= \pi_{yx}' = -\frac{\mu - 1}{4\pi} \mathfrak{H}_x \mathfrak{H}_y \text{ usw.} \end{aligned}\right\} \quad (25)$$

Addiert man diese Größen zu den entsprechenden in (17), so erhält man magnetische Spannungen

$$\left.\begin{aligned} \pi_{xx}^{(m)} &= -\frac{1}{8\pi} \mathfrak{H}^2 + \frac{1}{4\pi} \mathfrak{H}_x^2, \\ \pi_{xy}^{(m)} &= \pi_{yx}^{(m)} = \frac{1}{4\pi} \mathfrak{H}_x \mathfrak{H}_y \text{ usw.,} \end{aligned}\right\} \quad (26)$$

die sich von den entsprechenden Ausdrücken in (17) nur dadurch unterscheiden, daß $\mu = 1$ ist. Aus ihnen berechnet sich also ganz analog wie in (18) eine magnetische Kraft auf die Volumeinheit, die man erhält, wenn man in (18) $\mu = 1$ setzt, also

$$\left.\begin{aligned} \mathfrak{f}_m &= \mathfrak{H} \cdot \frac{1}{4\pi} \operatorname{div} \mathfrak{H} + \left[\frac{1}{4\pi} \operatorname{rot} \mathfrak{H}, \mathfrak{H}\right] = \\ &= \mathfrak{H} \cdot \frac{1}{4\pi} \operatorname{div} \mathfrak{H} + [\mathfrak{J}, \mathfrak{H}]. \end{aligned}\right\} \quad (27)$$

Diese Gleichung gibt aber lediglich die Kräfte auf starre Körper richtig, sie sind scheinbar von der Permeabilität unabhängig; aber nur scheinbar, denn $\mathfrak{H}$ selbst hängt natürlich von der Magnetisierbarkeit des Materials ab.

Betrachtet man nur Kräfte auf starre Körper, und sieht man lediglich das letzte Glied in (21) resp. (27) als Biot-Savartsche Kraft an, so ist es, wie wir sehen, ein Streit um Worte, ob man $[\mathfrak{J}, \mathfrak{H}]$ oder $[\mathfrak{J}, \mu\mathfrak{H}]$ als den Ausdruck des Gesetzes zu wählen hat.

Zur Diskussion der auftretenden Wirkungen wollen wir $\mathfrak{H}$ in zwei Teile zerlegen. Es sei $\mathfrak{H}_1$ das Feld, bevor der Strom eingeschaltet ist, $\mathfrak{H}_2$ das Feld des Stromes selbst, so daß

$$\mathfrak{H} = \mathfrak{H}_1 + \mathfrak{H}_2. \quad (28)$$

Dann gilt für para- und diamagnetische Leiter

$$\left.\begin{aligned} \mathfrak{f}_m = & -\frac{1}{8\pi} \mathfrak{H}_1^2 \operatorname{grad} \mu - \frac{1}{8\pi} \mathfrak{H}_2^2 \operatorname{grad} \mu - \\ & - \frac{1}{4\pi} (\mathfrak{H}_1, \mathfrak{H}_2) \operatorname{grad} \mu + [\mathfrak{J}, \mu\mathfrak{H}_1] + \\ & + [\mathfrak{J}, \mu\mathfrak{H}_2]. \end{aligned}\right\} \quad (29)$$

Das erste Glied der rechten Seite ergibt die Kraft, die schon vorhanden ist, bevor ein Strom im Leiter fließt, und die ihren Ursprung den vom Felde $\mathfrak{H}_1$ influenzierten magnetischen Mengen verdankt. Der Experimentator, der das Biot-Savartsche Gesetz untersuchen wollte, würde diese Kraft von den anderen Kräften trennen, indem er sie vor Einschalten des

Stromes bestimmt, bzw. kompensiert. Dieselbe ist vom Strome ganz unabhängig, ändert also insbesondere auch ihre Richtung nicht beim Kommutieren des Stroms.

Das zweite und das letzte Glied stellen zusammen die Kraft dar, die der Strom auf sich selbst ausübt. Diese Terme ergeben, wenn wir den Stromkreis als Ganzes auffassen, keine Kraftwirkung, da sich ja die Kräfte nach (17) durch Spannungen ausdrücken, und diese immer dem Reaktionsprinzip genügen. Allerdings wird praktisch der ganze Stromkreis nicht als starrer Körper aufgefaßt werden können, und so kann sehr wohl eine Kraftwirkung aus den beiden betrachteten Termen auf den Leiterteil resultieren, der Objekt der Beobachtung ist. Diese Kraft ist dem Quadrat der Stromstärke proportional und ändert infolgedessen beim Kommutieren des Stroms die Richtung auch nicht.

Es bleibt noch die Kraft

$$\mathfrak{f}' = -\frac{1}{4\pi}(\mathfrak{H}_1, \mathfrak{H}_2)\,\mathrm{grad}\,\mu + [\mathfrak{J}, \mu\mathfrak{H}_1] \qquad (30)$$

übrig, die mit Änderung der Stromrichtung auch ihre Richtung ändert, da sie dem Strom proportional ist. Die beiden in (30) auftretenden Terme sind experimentell durch nichts voneinander zu trennen, sie stellen die Wechselwirkung zwischen dem Felde $\mathfrak{H}_1$ und dem Strome i dar. Wir wollen demgemäß $\mathfrak{f}'$ als Biot-Savartsche Kraft bezeichnen.

An einem einfachen speziellen Beispiele möge untersucht werden, welchen Einfluß der Para-, bzw. Diamagnetismus des Leitermaterials auf die Kraft hat. Zu dem Zwecke nehmen wir an, daß die untere horizontale Seite eines stromdurchflossenen Rechtecks (vergl. Fig. 1) aus

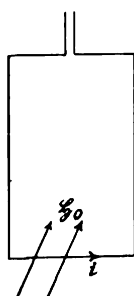


Fig. 1.

einem homogenen Draht von kreisförmigem Querschnitt und einem Material der Permeabilität μ gebildet ist, während die anderen Seiten aus einem unmagnetisierbaren Stoff ($\mu = 1$) bestehen.

Das Rechteck werde in ein gleichförmiges Magnetfeld $\mathfrak{H}_0$ gebracht, dessen Richtung horizontal und senkrecht zur Rechtecksebene verlaufe (vergl. die Cottonsche Wage[1])).

Wir wählen die Stromrichtung zur x-Achse, die Feldrichtung zur y-Achse, und berechnen zunächst den ersten Term von (30). Wir bemerken, daß $\mathfrak{H}_0$ die Feldstärke bedeutet, bevor die Cottonsche Wage ins Feld gebracht war. $\mathfrak{H}_1$ ist das durch den magnetischen Leiter gestörte Feld, und eine einfache Rechnung ergibt, daß

$$\mathfrak{H}_1 = \frac{2\mathfrak{H}_0}{\mu + 1} \qquad (31)$$

ist. Ferner ist

$$|\mathfrak{H}_2| = \frac{2i}{r}, \qquad (32)$$

wenn r den Abstand von der Drahtachse bedeutet, um die die $\mathfrak{H}_2$-Linien in Kreisen verlaufen.

Die Integration über den ganzen Draht der Länge l ergibt für den ersten Term, zu dem nur die Übergangsschichten vom Draht zur Luft, in denen μ variiert, Beiträge liefern (und zwar ist nur $\frac{\partial \mu}{\partial r}$ von Null verschieden und $dS = dr\,d\sigma$),

$$\left.\begin{aligned}\mathfrak{F}_{1z}' &= -\frac{1}{4\pi}\int\!\!\int(\mathfrak{H}_1, \mathfrak{H}_2)\frac{\partial\mu}{\partial r}\frac{\partial r}{\partial z}dr\cdot d\sigma = \\ &= \frac{1}{4\pi}\int_\sigma(\mathfrak{H}_1, \mathfrak{H}_2)(\mu - 1)\cos\varphi\, d\sigma,\end{aligned}\right\} \qquad (33)$$

wenn σ die Drahtoberfläche, also $d\sigma = l a\, d\varphi$ bedeutet, unter a den Drahtradius verstanden.

Führen wir die in (33) geforderte Quadratur aus, so erhalten wir mit Berücksichtigung von (31) als z-Komponente der Kraft (vergl. Fig. 2)

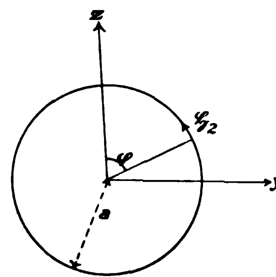


Fig. 2.

$$\left.\begin{aligned}\mathfrak{F}_{1z}' &= -\int_0^{2\pi}\frac{\mu - 1}{4\pi}\frac{2\mathfrak{H}_0}{\mu + 1}\frac{2i}{a}\cos^2\varphi\, l a\, d\varphi = \\ &= -\frac{\mu - 1}{\mu + 1}\, i\,|\mathfrak{H}_0|\, l.\end{aligned}\right\} \qquad (34)$$

Der zweite Anteil ist nach (30) mit Beachtung von (31)

1) A. Cotton, Journ. Phys. (3) 9, 383, 1900.

$$\mathfrak{F}_{2z}' = \mu i |\mathfrak{H}_1| l = \frac{2\mu}{\mu+1} i |\mathfrak{H}_0| l, \qquad (35)$$

so daß nach (34) und (35) die Biot-Savartsche Kraft

$$\mathfrak{F}_z' = \mathfrak{F}_{1z}' + \mathfrak{F}_{2z}' = i |\mathfrak{H}_0| l \qquad (36)$$

und, wie eine analoge Rechnung zeigt,

$$\mathfrak{F}_x' = \mathfrak{F}_y' = 0 \qquad (37)$$

wird.

Diese Kraft ist also gänzlich unabhängig vom Material des Leiters.

Schließlich kommen wir zu ferromagnetischen Leitern. Wir haben experimentell gezeigt[1]), daß, wenn man in einem Ferromagnetikum durch ein Magnetfeld eine Induktion $\mathfrak{B}$ erzeugt hat, und ein schwaches Zusatzfeld über das ursprüngliche Feld gelagert und wieder aufgehoben hat, nun für kleine Feldänderungen reversible Änderungen der Induktion auftreten. Es ist also für diese Feldänderungen

$$d\mathfrak{B} = \mu_r d\mathfrak{H}, \qquad (38)$$

unter μ_r die von uns so genannte reversible Permeabilität verstanden. [Bei dem Ansatz (38) ist allerdings nicht dem Tatbestand Rechnung getragen, daß die longitudinale und transversale reversible Permeabilität verschieden sind[2]), daß man also eigentlich die Gleichungen $d\mathfrak{B}_x = \mu_l d\mathfrak{H}_x$, $d\mathfrak{B}_z = \mu_t d\mathfrak{H}_z$, $d\mathfrak{B}_y = \mu_t d\mathfrak{H}_y$ hat.]

Innerhalb des Gültigkeitsbereichs der Gleichung (38) können wir also durch Integration derselben

$$\mathfrak{B} = \mu_r \mathfrak{H} + 4\pi \mathfrak{M}^{(w)} \qquad (39)$$

setzen, wenn wir mit $\mathfrak{M}^{(w)}$ eine Konstante bezeichnen, die wir wahre Magnetisierung nennen.

Da nun nach Gleichung (4) $d\mathfrak{C} = d\mathfrak{B}$ sein muß, denn sonst ginge (4) nicht in das Faradaysche Induktionsgesetz über, da ferner $\mathfrak{C}$ dem Vektor $\mathfrak{H}$ proportional sein muß [vergl. (13)], so ist

$$\mathfrak{C} = \mu_r \mathfrak{H} \qquad (40)$$

zu setzen.

Ferner ist nach (6)

$$dw_m = \frac{1}{4\pi}(\mathfrak{H}, d\mathfrak{C}),$$

so daß durch Integration

$$w_m = \frac{\mu_r}{8\pi}\mathfrak{H}^2 + w_0 \qquad (41)$$

erhalten wird. Hier ist w_0 von $\mathfrak{H}$ unabhängig, kann aber noch eine Funktion von $\mathfrak{M}^{(w)}$ sein, die man allerdings erst angeben kann, wenn man den Mechanismus des Magnetisierens im einzelnen kennt.

1) R. Gans, Ann. d. Phys. (4) **27**, 1, 1908.
2) R. Gans, Ann. d. Phys. (4) **29**, 301, 1909.

Anstatt der Gleichung (16) müssen wir jetzt

$$w = \frac{\varepsilon}{8\pi}\mathfrak{E}^2 + \frac{\mu_r}{8\pi}\mathfrak{H}^2 + w_0 \qquad (42)$$

in (10) einführen und erhalten für die magnetischen Spannungen

$$\left.\begin{aligned} \pi_{xx}^{(m)} &= -\frac{\mu_r}{8\pi}\mathfrak{H}^2 + \frac{\mu_r}{4\pi}\mathfrak{H}_x^2 + w_0, \\ \pi_{xy}^{(m)} &= \pi_{yx}^{(m)} = \frac{\mu_r}{4\pi}\mathfrak{H}_x\mathfrak{H}_y \quad \text{usw.} \end{aligned}\right\} \qquad (43)$$

Aus diesen Werten folgt [vergl. (21)]

$$\left.\begin{aligned} \mathfrak{f}_m = \mathfrak{H}\cdot\frac{1}{4\pi}\operatorname{div}\mu_r\mathfrak{H} - \frac{1}{8\pi}\mathfrak{H}^2\operatorname{grad}\mu_r + \\ + [\mathfrak{J}, \mu_r\mathfrak{H}] + \operatorname{grad} w_0. \end{aligned}\right\} \qquad (44)$$

In dieser Gleichung ist nach (39)

$$\operatorname{div}\mu_r\mathfrak{H} = -4\pi\operatorname{div}\mathfrak{M}^{(w)}. \qquad (45)$$

Der letzte Term auf der rechten Seite von (44) ist unbekannt, da wir über w_0 nichts Näheres wissen, doch kommt dies Glied für die Kräfte auf starre Körper nicht in Frage, da auf der Oberfläche der Ferromagnetika $\mathfrak{M}^{(w)}$ und somit w_0 bereits Null geworden ist.

Wenden wir nun (44) auf die Berechnung der Biot-Savartschen Kraft an, indem wir wie früher $\mathfrak{H} = \mathfrak{H}_1 + \mathfrak{H}_2$ setzen, so folgt, daß dieselbe

$$\left.\begin{aligned} \mathfrak{f}' = -\mathfrak{H}_2\operatorname{div}\mathfrak{M}^{(w)} - \frac{1}{4\pi}(\mathfrak{H}_1, \mathfrak{H}_2)\operatorname{grad}\mu_r + \\ + [\mathfrak{J}, \mu_r\mathfrak{H}_1] \end{aligned}\right\} \qquad (46)$$

ist.

Die für para- und diamagnetische Medien gültige Gleichung (31) hätte man auch in der Form schreiben können:

$$\mathfrak{B} + \mathfrak{H}_1 = 2\mathfrak{H}_0, \qquad (47)$$

und in dieser Gestalt gilt sie auch für Ferromagnetika, so daß man mit Hilfe von (39) die Beziehung erhält:

$$\mathfrak{H}_1 = \frac{2}{\mu_r + 1}(\mathfrak{H}_0 - 2\pi\mathfrak{M}^{(w)}), \qquad (48)$$

während $\mathfrak{H}_2$ sich wiederum durch (32) ausdrückt.

Die Biot-Savartsche Kraft setzt sich nun nach (46) aus drei Termen zusammen, deren erster

$$\mathfrak{F}_1' = -\int\mathfrak{H}_2\cdot\operatorname{div}\mathfrak{M}^{(w)}\,dS = +\int\mathfrak{H}_2\mathfrak{M}_n^{(w)}\,d\sigma \qquad (49)$$

ist, so daß

$$\left.\begin{aligned} \mathfrak{F}_{1z}' &= \int_0^{2\pi}\frac{2i}{a}\mathfrak{M}_y^{(w)}\cdot\sin^2\varphi\, l\cdot a\,d\varphi = \\ &= 2\pi\mathfrak{M}_y^{(w)} i l \end{aligned}\right\} \qquad (50)$$

wird.

Der zweite Term

$$\mathfrak{F}_{1z}' = \frac{1}{4\pi}\int (\mathfrak{H}_1, \mathfrak{H}_2)(\mu_r - 1)\cos\varphi\, d\sigma \qquad (51)$$

ergibt bei Ausführung der Quadratur

$$\mathfrak{F}_{2z}' = -\frac{\mu_r - 1}{\mu_r + 1}\, i\, (\mathfrak{H}_{0y} - 2\pi\, \mathfrak{M}^{(w)})\, l, \qquad (52)$$

und endlich ist

$$\mathfrak{F}_{3z}' = \int [\mathfrak{J}, \mu_r \mathfrak{H}_1]\, dS = \frac{2\mu_r}{\mu_r + 1}(\mathfrak{H}_{0y} - 2\pi\, \mathfrak{M}_y^{(w)})\, i l, \qquad (53)$$

so daß die Biot-Savartsche Kraft

$$\mathfrak{F}_z' = \mathfrak{F}_{1z}' + \mathfrak{F}_{2z}' + \mathfrak{F}_{3z}' = i\, \mathfrak{H}_0\, l \qquad (54)$$

wird, während wiederum

$$\mathfrak{F}_x' = \mathfrak{F}_y' = 0$$

ist.

Also gilt auch für ferromagnetische Körper der Satz, daß die Biot-Savartsche Kraft vom Material des Leiters unabhängig ist.

Mit Benutzung unserer Formeln löst sich auch das eingangs erwähnte Einsteinsche Paradoxon. Da bei der von ihm beschriebenen Anordnung $\operatorname{div} \mathfrak{M}^{(w)} = 0$ und $\mathfrak{H}_1 = 0$ ist, so folgt ohne weiteres aus (46), daß die Biot-Savartsche Kraft verschwindet, was mit dem Reaktionsprinzip im Einklange ist.

Tübingen, Physikal. Institut, 8. Juni 1911.

(Eingegangen 9. Juni 1911.)

Bemerkung zu den Untersuchungen der Herren W. Kaufmann und W. Meier über „Magnetische Eigenschaften elektrolytischer Eisenschichten".

Von R. Gans.

Die Herren Kaufmann und Meier[1]) haben kürzlich magnetische Messungen an elektrolytischem Eisen mit theoretischen Überlegungen[2]) verglichen, die ich angestellt habe, und haben eine bemerkenswerte Übereinstimmung zwischen Theorie und Experiment gefunden.

So erfreulich nun eine Bestätigung der Theorie für unsere Kenntnis der Vorgänge in ferromagnetischen Körpern wäre, so sehr halte ich es für nötig, alles zur Verfügung stehende Material heranzuziehen, um zu sehen, ob auch dann noch die Übereinstimmung zwischen Beobachtung und Rechnung bestehen bleibt.

Deshalb möchte ich in folgendem einige quantitative Schlüsse aus den Magnetisierungskurven der Herren Kaufmann und Meier ziehen.

Zunächst möchte ich darauf hinweisen, daß der Vergleich der experimentellen mit der theoretischen Magnetisierungskurve nicht folgern läßt, daß die ganze elektrolytische Eisenschicht ein einziger Elementarkomplex, d. h. ein homogenes, aber völlig ungeordnetes Konglomerat von Elementarmagneten ist, denn dann müßte die Beziehung zwischen der erregenden Kraft K (d. i. die Feldstärke am Orte eines Elementarmagneten) und der Feldstärke H im Eisen

$$K = H + \frac{4\pi}{3} M$$

bestehen, während man den Anschluß an die Erfahrung nur durch die Formel

$$K = H + NM$$

bekommt, wo N viel größer als $4\pi/3$ gewählt werden muß.

Wir müssen uns also zum mindesten vorstellen, daß das elektrolytische Eisen aus vielen Elementarkomplexen aufgebaut ist, die selbst merklich kugelförmige Gestalt haben, und regellos oder (was aber sehr unwahrscheinlich ist) in kubischen Raumgittern angeordnet sind.

Weiter aber erhält man durch die Scherung der Langevinschen Kurve

$$\frac{M}{M_\infty} = \mathfrak{Ctg}\, \gamma K - \frac{1}{\gamma K}$$

$\frac{M}{M_\infty}$ als Funktion von γH, wo $\gamma = \frac{\mu}{kT}$ ist[1]). Hier bedeutet μ das magnetische Moment eines Moleküls, $k = 1{,}35 \cdot 10^{-16}$ eine universelle Konstante, T die absolute Temperatur.

Es muß also möglich sein, z. B. aus der beobachteten Koerzitivkraft $H_c = 23{,}2$ Gauß, da sich $\gamma H_c = 1{,}9$ aus der gescherten theoretischen Kurve ergibt, $\mu = \frac{1{,}9}{23{,}2} kT$ zu berechnen.

Für $T = 273 + 18 = 291^0$ folgt $\mu = 32 \cdot 10^{-16}$ für das magnetische Moment eines Moleküls, während Weiß[2]) für das Moment eines von ihm sogenannten Magnetons, d. h. des Elementarquantums des Magnetismus, $16{,}4 \cdot 10^{-22}$ findet.

Man müßte also den Schluß ziehen, daß 2 Millionen Magnetonen im Molekül des Kaufmann-Meierschen Eisens sind. Das ist aber ganz unwahrscheinlich, da aus den Weißschen Versuchen folgt, daß bei gewöhnlichem Eisen nur 11 Magnetonen im Atom sich befinden.

Da ferner nach Kaufmann und Meier die Sättigungsmagnetisierung ihres Eisens rund

1) W. Kaufmann und W. Meier, diese Zeitschr. **12**, 513, 1911.

2) R. Gans, Gött. Nachr. 1910, S. 197 und 1911, S. 1. Die zweite Abhandlung, deren Resultate den folgenden Rechnungen zugrunde liegen, war den Herren Kaufmann und Meier bei ihrer Publikation noch unbekannt, so daß sie für die Diskrepanz zwischen ihren Schlüssen und der Theorie nicht verantwortlich gemacht werden können.

1) Siehe R. Gans, Gött. Nachr. 1911, S. 35.

2) P. Weiß, Arch. des sc. phys. et nat. (4) 31. Mai 1911.

1100 beträgt, so würde folgen $n\mu = 1100$ oder $n = 34 \cdot 10^{16}$, wenn n die Anzahl Moleküle in der Volumeinheit bedeutet. Nehmen wir an, daß das spez. Gewicht des Eisens 7,8 ist, so wären $\frac{34 \cdot 10^{16}}{7,8} \frac{56}{3}$ Moleküle in 1 g-Atom Eisen, also $3 \cdot \frac{34 \cdot 10^{16}}{7,8} \cdot \frac{56}{3} = 2,4 \cdot 10^{18}$ Atome in 1 g-Atom, während diese Zahl nach Perrin $68,5 \cdot 10^{22}$ beträgt.

Natürlich ist diese zweite Abweichung der Theorie von der Beobachtung nicht unabhängig von der ersten.

Tübingen, 11. Juli 1911, Physikal. Institut.

(Eingegangen 13. Juli 1911.)

Über den Englerschen Flüssigkeitsmesser.

Von R. v. Mises.

Zur Messung des Zähigkeitsgrades von Flüssigkeiten wird in der Industrie größtenteils der Ausflußapparat von Engler verwendet (Fig. 1[1])). Die Zeit t, in der der Flüssigkeitsspiegel im Gefäß A von einer bestimmten Marke bis zu einer bestimmten tieferen sinkt, dividiert durch den analogen Wert t' für Wasser von 20° C, heißt der „Englersche Flüssigkeitsgrad“ E. Schon ein flüchtiger Blick auf irgendeine Reihe von Versuchsergebnissen zeigt, daß die Werte

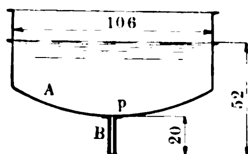


Fig. 1.

von E nicht einfach dem absoluten physikalischen Zähigkeitsmaß proportional sind. Allein daraus darf nicht, wie es gelegentlich geschehen ist[2]), auf die Unbrauchbarkeit des Englerschen Apparates für wissenschaftliche Zwecke geschlossen werden. Es sei mir gestattet, hier eine kurze Rechnung mitzuteilen, die den Zusammenhang zwischen E und der Viskositätskonstante Z klarlegt und zugleich auch den Anwendungsbereich des Englerschen Apparates abgrenzt. Zu dieser Veröffentlichung sehe ich mich um so mehr veranlaßt, als ich an anderer Stelle[1]) von dem Resultate der Rechnung, ohne diese selbst mitteilen zu können, Gebrauch machen mußte.

1\) Die Figur und die Zahlenangaben sind entnommen dem Buche von D. Holde, Untersuchung der Schmiermittel, Berlin 1897, S. 45. Vergl. auch Zeitschr. Vereins Deutscher Ingen. 1885, S. 883.

2\) Neuerdings von O. Scarpa, Gazzetta chimica, XL, 2, 261, 1910.

1\. Ansatz für laminare Bewegung. Es bezeichne F den Querschnitt des Ausflußgefäßes A (Fig. 1), r den Halbmesser des Röhrchens B, h die augenblickliche Höhe des Spiegels über der Ausflußmündung, und c den augenblicklichen Wert der mittleren Geschwindigkeit in B. Dann lautet die Kontinuitätsgleichung:

$$F \frac{dh}{dt} = -r^2 \pi c. \tag{1}$$

Wir nehmen zunächst an, die Strömung in B folge den Poiseuilleschen Gesetzen, d. h. es sei zu jeder Zeit die Geschwindigkeit v im Abstand x von der Rohrachse gegeben durch[2]):

$$v = 2c\left(1 - \frac{x^2}{r^2}\right), \tag{2}$$

und der zur Überwindung der Reibung erforderliche Gefällsaufwand sei gleich[3])

$$\frac{8 Z \mu c}{r^2}, \tag{3}$$

wo μ die spezifische Masse der Flüssigkeit, Z den kinetischen Reibungskoeffizienten (von der Dimension cm²/sec) bezeichnet. Ist I das Druckgefälle im Röhrchen B, so lautet die Bewegungsgleichung für die in B enthaltene Masse:

$$\mu \frac{dc}{dt} = g\mu + I - \frac{8 Z \mu c}{r^2}. \tag{4}$$

Das Gefälle I erhält man aus der Bernouillischen Gleichung, wenn man beachtet, daß bei einer Röhrchenlänge a der Druck im Punkte p (Fig. 1) um aI höher ist als der Außendruck:

$$aI = \mu g(h - a) - \varkappa \frac{\mu c^2}{2}. \tag{5}$$

Dabei bedeutet das letzte Glied die sogenannte „Korrektur der lebendigen Kraft“[4]), und der Koeffizient $\varkappa$ ist definiert durch:

$$c r^2 \pi \cdot \varkappa \frac{\mu c^2}{2} = \frac{\mu}{2} \int_0^r v^3 \, 2\pi x \, dx. \tag{6}$$

Mit (2) ergibt sich daraus $\varkappa = 2$. Die Gleichungen (1), (4) und (5) genügen zur Bestimmung der Variablen c, h, I. Man kann I eliminieren und erhält so an Stelle von (4) und (5) als zweite Gleichung zu (1):

1\) In dem Referate IV 10 der Enzykl. d. math. Wiss., Nr. 19a, stützt sich der Vergleich zwischen der hydrodynamischen Reibungstheorie und den Versuchsergebnissen auf die obenstehende Rechnung.

2\) Vergl. z. B. Enzykl. d. math. Wiss. IV 15 (A. E. H. Love) Nr. 16, S. 76.

3\) Ebenda. Oder: Brillouin, Leçons sur la viscosité, Paris 1907, t. 1, S. 131.

4\) Brillouin, a. a. O., S. 133.

$$\frac{dc}{dt} = \frac{g}{a} h - \frac{8Z}{r^2} c - \frac{\varkappa}{2a} c^2. \qquad (7)$$

2. Integration. Wir vernachlässigen vorerst das Beschleunigungsglied links in (7) und behalten uns vor, später zu zeigen (Nr. 4), daß dies auf unser Resultat nur von sehr geringem Einfluß sein kann. Setzt man den Wert von c aus (1) in (7) ein, so gewinnt man:

$$\frac{dh}{dt} = -\frac{8\pi}{\varkappa} \frac{a}{F} Z [\sqrt{1 + Kh} - 1], \qquad (8)$$

wo zur Abkürzung

$$K = \frac{\varkappa g}{32} \frac{r^4}{a^2} \frac{1}{Z^2} \qquad (9)$$

gesetzt ist. Die Integration von (8) gibt für die Zeit t, in der h von h_0 auf h_1 abnimmt:

$$t = \frac{8}{\pi g} \frac{aF}{r^4} Z \left[\log \text{nat} \frac{C_0 - 1}{C_1 - 1} + C_0 - C_1\right], \qquad (10)$$

worin bedeutet:

$$C_0 = \sqrt{1 + Kh_0}, \quad C_1 = \sqrt{1 + Kh_1}. \qquad (11)$$

Ist t' der Wert von t für $Z = 0{,}01$ cm²/sec (Wasser von 20° C), so hat man definitionsgemäß

$$E = \frac{t}{t'}. \qquad (12)$$

Mit Hilfe von (9)—(12) läßt sich zu jedem Z, sobald die Dimensionen des Apparates bekannt sind, E berechnen. Wenn Kh nicht gerade nahe an 1 liegt, kann man (8) durch Potenzentwicklung vereinfachen. Man erhält so für große Z:

$$\left.\begin{aligned} t &= pZ + q\frac{1}{Z}, \\ p &= \frac{8}{\pi g} \frac{aF}{r^4} \log \text{nat} \frac{h_0}{h_1}, \quad q = \frac{\varkappa}{16\pi} \frac{F(h_0 - h_1)}{a}, \end{aligned}\right\} (10')$$

und für kleine Z:

$$\left.\begin{aligned} t &= a_0 + a_1 Z + a_2 Z^2, \\ a_0 &= \sqrt{\frac{\varkappa}{g} \frac{F}{r^2 \pi}} (\sqrt{2h_0} - \sqrt{2h_1}), \\ a_1 &= \frac{4}{\pi g} \frac{aF}{r^4} \log \text{nat} \frac{h_0}{h_1} = \frac{p}{2}, \\ a_2 &= \frac{a_0}{\sqrt{h_0 h_1}} \frac{16 a^2}{\varkappa g r^4}. \end{aligned}\right\} (10'')$$

3. Zahlenwerte. Der Englersche Apparat wird nur in ganz bestimmten Abmessungen hergestellt. Diese sind[1]) die folgenden (in cm):

$$F = \frac{10{,}6^2 \pi}{4}, \quad a = 2, \quad 2r = 0{,}29,$$

$$h_0 = 5{,}2, \quad h_1 = h_0 - \frac{200}{F}.$$

1) Nach Holde, a. a. O.

Die Ausrechnung ergibt dann:

$h_1 = 2{,}93$, $F = 88{,}2473$, $KZ^2 = 0{,}006773$, und für den Ausdruck vor der Klammer in (10):

$$\frac{8}{\pi g} \frac{aF}{r^4} = 1036{,}8.$$

Mit diesen Werten wird für Wasser von 20° C, also $Z = 0{,}01$, nach (10) die Ausflußzeit gleich 51,6 sec, was sehr gut mit allen Beobachtungen übereinstimmt. Die aus (9) bis (12) hervorgehende genaue Formel zur Berechnung von E lautet also:

$$\left.\begin{aligned} E &= 20{,}11 \left[2{,}3026 \log \frac{C_0 - 1}{C_1 - 1} + C_0 - C_1\right] Z \\ \text{mit } C_0 &= \sqrt{1 + \frac{0{,}03522}{Z^2}}, \\ C_1 &= \sqrt{1 + \frac{0{,}01985}{Z^2}}. \end{aligned}\right\} (I)$$

Die Näherung für größere Z ($Z > 1{,}0$):

$$E = 11{,}58 Z + \frac{0{,}077}{Z}, \qquad (II)$$

und die für kleinere Z ($Z < 0{,}1$):

$$E = 0{,}940 + 5{,}79 Z + 17{,}8 Z^2. \qquad (III)$$

Einen Überblick gewährt die Fig. 2, sowie folgende kleine Tabelle[1]):

Z = 0,	0,01,	0,05,	0,1,	0,5,	1,0,	2,0,	3,0,	
E = 0,94,	1,00,	1,27,	1,70,	5,93,	11,70,	23,2,	34,8.	

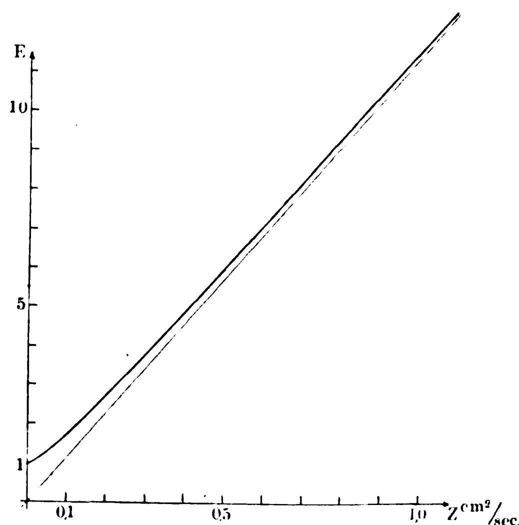


Fig. 2

1) Rechnet man auf Grund dieser Tabelle oder Fig. 2 die von Scarpa a. a. O. gegebenen Zahlen um, so verschwinden alle dort nachgewiesenen Unstimmigkeiten.

Schließlich kann man für größere Z etwa $Z > 1$, durch Auflösung von (II) nach Z die Näherungsformel gewinnen:

$$Z = 0{,}0864\,E - \frac{0{,}08}{E}. \qquad \text{(II')}$$

4. Größe der Beschleunigung. Um die zu Beginn von Nr. 2 eingeführte Vernachlässigung des Gliedes $\frac{dc}{dt}$ in (7) zu rechtfertigen, rechnen wir aus (8) die Beschleunigung. Man findet durch Differenzieren, mit Rücksicht auf (10):

$$\frac{dc}{dt} = -\frac{32\pi}{\varkappa^2}\frac{a^2}{r^2 F} K Z^2 \left(1 - \frac{1}{\sqrt{1 + Kh}}\right). \qquad (13)$$

Dieser Ausdruck bleibt, absolut genommen, unterhalb

$$\frac{32\pi}{\varkappa^2}\cdot\frac{a^2}{r^2 F} K Z^2 = \frac{r^2 \pi}{\varkappa F} g = 0{,}00037\,g.$$

Die übrigen Glieder in (8) sind von der Größenordnung g. Es ist also der Fehler hinreichend klein.

5. Turbulenz. Kritischer Punkt. Die Poiseuilleschen Gesetze gelten bekanntlich nur für kleine Geschwindigkeiten, und erfahrungsgemäß schlägt das Strömungsbild in das der turbulenten Bewegung um, sobald annähernd

$$\frac{cr}{Z} = 1000 \qquad (14)$$

wird[1]). Setzt man hier für c den aus (1) und (8) folgenden Ausdruck ein, so erhält man:

$$\frac{1000\,\varkappa r}{8a}\left(2 + \frac{1000\,\varkappa r}{8a}\right) = Kh, \qquad (15)$$

oder mit (9) und den in Nr. 3 gegebenen Zahlenwerten:

$$10^4 Z^2 = \frac{h}{5{,}4}. \qquad (16)$$

Hieraus ersieht man (wegen $h_{max} = h_0 = 5{,}2$), daß Wasser von 20° C mit $Z = 0{,}01$ schon sehr nahe an der kritischen Grenze liegt. Da, sobald die Gültigkeit der Poiseuilleschen Gesetze verloren geht, die Ausflußzeit im wesentlichen nicht mehr von der Zähigkeit abhängt, so folgt: Der Apparat ist nicht mehr brauchbar für Flüssigkeiten, deren Zähigkeit geringer ist als die des Wassers von 20° C.

6. Schlußbemerkung. Wenn wir auch in der Lage sind, auf Grund der hier entwickelten Theorie aus den gegebenen Abmessungen des Apparates die Beziehung zwischen E und Z in allen Fällen zu ermitteln, so ist doch die Forderung, daß E und Z einander, wenigstens annähernd, proportional sein sollen, keine ungerechtfertigte. Denn die einzelnen Dimensionen, namentlich die Weite des Ausflußröhrchens, sind nicht leicht mit großer Genauigkeit durch direkte Messung zu bestimmen. Dadurch, daß in (12) die Ausflußzeit t mit dem an demselben Apparat gemessenen t' in Beziehung gesetzt wird, erreicht man eine gewisse Korrektur. Es ist leicht einzusehen, daß die Korrektur um so genauer sein wird, je weniger der Quotient $t:Z$ sich mit Z ändert. Nun lehrt ein Blick auf Fig. 2, daß für größere Z, also in dem eigentlichen Meßbereich des (vorwiegend zur Prüfung von Schmierölen bestimmten) Apparates, die Bedingung annähernder Proportionalität wohl erfüllt ist. Nur weil das als Vergleichsflüssigkeit gewählte Wasser von 20° C so weit außerhalb dieses Bereiches liegt, entsteht die bedeutende ziffernmäßige Abweichung. [Der erste Koeffizient in (II) müßte 100 statt 11,58 betragen.] Wir möchten daher den Schluß ziehen: Bei Anwendung des Englerschen Apparates für wissenschaftliche Zwecke wird es sich empfehlen, statt des Wassers eine Flüssigkeit von wesentlich höherem, bekanntem Zähigkeitsgrade als Vergleichssubstanz zu wählen. Die naheliegenden Gründe, die zur Wahl des Wassers führten, fallen ohnehin für sorgfältigere Laboratoriumsversuche weniger ins Gewicht.

Straßburg i. E., 16. Juni 1911.

(Eingegangen 18. Juni 1911.)

1) Vergl. z. B. Brillouin, a. a. O., S. 209.

Konstitution des Erdinnern, erschlossen aus dem Bodenverrückungsverhältnis der einmal reflektierten zu den direkten Longitudinalwellen.

Von Ludwig Geiger und Beno Gutenberg[1]).

Karl Zöppritz hinterließ bei seinem Tode (Juli 1908) eine unfertige Arbeit folgenden Inhalts:

An diskreten Beispielen wird gezeigt, daß selbst sehr verschiedene Annahmen über die Konstitution des Erdinnern zu sehr wenig differierenden Laufzeitfunktionen führen. Es ist also zurzeit wenig Aussicht vorhanden, durch das Studium der Laufzeitfunktion die Konstitution des Erdinnern genauer kennen zu lernen, als dies bisher[2]) möglich war. Zöppritz berech-

1) Vorläufige Mitteilung über eine demnächst erscheinende gleichnamige Arbeit (Göttinger Nachrichten, math.-phys. Klasse).

2) K. Zöppritz und L. Geiger, Über Erdbebenwellen III. Gött. Nachr., math.-phys. Kl. 1909.

nete darum das Bodenverrückungsverhältnis der einmal reflektierten zu den direkten Longitudinalwellen verschieden ferner Beben für eine völlig homogene und verschieden angenommene mehrteilige Erde. Dabei erkannte er, daß dieses Verhältnis ein sehr empfindliches Kriterium für die Konstitution des Erdinnern bildet. Aus einigen vorläufigen Beobachtungen schloß Zöppritz, daß seine homogene Erde mit seinen Beobachtungen völlig unvereinbar sei, daß aber eine mehrteilige Erde die Beobachtungen darstellen könnte.

Die Zöppritzsche Methode benützt folgende Hypothesen: 1. am Erdbebenherde breitet sich die Energie isotrop, die Wellen also kugelförmig aus; 2. die Reflexion an der Erdoberfläche geschieht gegen das Vakuum; 3. die Absorption wird in allen Tiefen vernachlässigt. — Man denkt sich den Herd von einer Elementarkugel umschlossen. Durch Ebenen, die senkrecht auf dem Herdradius (= Erdmittelpunkt-Herd) stehen, wird diese Kugel in Zonen eingeteilt. Wegen der Hypothese (1) ist dann der Energiefluß durch eine solche Zone proportional der Zonenoberfläche. Die Randstrahlen einer solchen Zone gelangen schließlich wieder an die Erdoberfläche und schneiden dort eine Zone aus; dann werden sie reflektiert, durchlaufen nochmals das Erdinnere und schneiden schließlich an der Erdoberfläche wieder eine Zone aus, die doppelt so breit ist, wie die Zone beim ersten Auftauchen. Die Energiedichte, das ist die Energie pro Flächeneinheit, berechnet Zöppritz hinreichend genau als $\frac{\text{Energieinhalt der Zone}}{\text{Zonenoberfläche}}$. Nun entsteht bei der Reflexion einer Longitudinalwelle stets auch eine Transversalwelle, deren Energie für eine gegebene Substanz nur Funktion des Einfallswinkels i (im Sinne der Optik gerechnet) ist. Dieser Energieverlust ist natürlich stets in Rechnung zu setzen. Aus der ankommenden Energie ergibt sich die ankommende Wellenamplitude. Die zugehörige horizontale resp. vertikale Bodenverrückung ergibt sich schließlich aus dem Zusammenwirken dieser ankommenden und der beiden abgehenden Wellenamplituden. Der Weg der oben besprochenen Randstrahlen ist natürlich nur dann berechenbar, wenn der Einfallswinkel i als Funktion der Herddistanz Δ vorgegeben ist. In dieser Weise wird das Bodenverrückungsverhältnis der einmal reflektierten zu den direkten Longitudinalwellen als Funktion der Herddistanz Δ berechnet.

Die beiden Verfasser hatten es übernommen, dieses Fragment von Zöppritz zu einem Abschluß zu bringen. Dabei zeigte es sich, daß die Zöppritzschen Zahlenwerte vermutlich nicht vermittelst der Wiechertschen Grundformeln für die Reflexion gewonnen waren[1]); leider sind keinerlei Angaben über die benützten Formeln vorhanden. Gutenberg hat deshalb auf Grund der Wiechertschen Reflexionsformeln die Theorie der Zöppritzschen Methode entwickelt. Nun hat Wiechert eine Methode angegeben[2]), die es ermöglicht, die $i(\Delta)$-Funktion zu berechnen, wenn man annimmt, daß innerhalb einer endlich dicken Erdschicht die Strahlen Kreisbögen sind. Nach dieser Methode hat Geiger eine $i(\Delta)$-Funktion so berechnet, daß sie nahezu mit der Wiechert-Zöppritzschen[3]) koinzidiert (vgl. Fig. 1). Dazu genügte es,

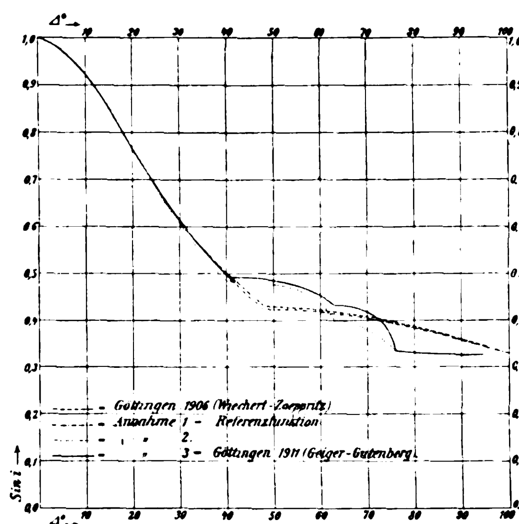


Fig. 1.

wie schon Wiechert gezeigt hat, eine zweiteilige Erde anzunehmen, deren Kern so definiert ist, daß in ihm die Strahlen geradlinig verlaufen, und der Grenzstrahl, d. h. derjenige Strahl, der den Kern streift, in 48^0 Herddistanz auftaucht. Diese $i(\Delta)$-Funktion heißt nach Wiechert „Referenzfunktion"; wir nennen sie zum Unterschied von späteren Annahmen „Annahme 1".

Gutenberg hat auf Grund dieser Annahme (1) die horizontale Amplitudenfunktion $p(\Delta)$ berechnet. $p(\Delta)$ beginnt bei $\Delta = 0^0$ mit 0,35, fällt dann stetig, passiert bei $\Delta = 18^0$ ein Mi-

1) E. Wiechert, Über Erdbebenwellen I. Gött. Nachr., math.-phys. Kl. 1907.
2) E. Wiechert, Über Erdbebenwellen IV. Gött. Nachr., math.-phys. Kl., im Druck.
3) K. Zöppritz, Über Erdbebenwellen II. Gött. Nachr., math.-phys. Kl. 1907.

nimum von 0,05 und steigt dann wieder stetig, um bei $\varDelta = 48^0$ von 0,81 auf 4,3 zu springen; dann fällt $p(\varDelta)$ stetig, um in $\varDelta = 2 \cdot 48^0 = 96^0$ von 1,2 auf 0,23 zu springen; dann steigt $p(\varDelta)$ stetig, bis es bei $\varDelta = 180^0$ unendlich wird. Die vertikale Funktion $q(\varDelta)$ ist durch eine einfache Beziehung mit $p(\varDelta)$ verknüpft und es ist stets $q(\varDelta) < p(\varDelta)$. Das ausgeprägte Minimum bei $\varDelta = 18^0$ rührt vom Reflexionsvorgang her, hat also gar nichts mit der Annahme über die Konstitution des Erdinnern zu tun; es wird also bei jeder Annahme auftreten. Dagegen sind die beiden Sprungstellen bei $\varDelta = 48^0$ und $\varDelta = 96^0$ eine direkte Folge der einen angenommenen Grenzfläche. Überhaupt gilt folgendes Gesetz:

„Jeder Unstetigkeitsfläche im Erdinnern entspricht in der Grenzstrahlendistanz ein Sprung der Amplitudenfunktion und in der doppelten Grenzstrahlendistanz ein Sprung in umgekehrtem Sinne. Dabei erfolgt der erste Sprung nach größeren Werten, wenn $\left|\frac{\partial i}{\partial \varDelta}\right|$ plötzlich abnimmt. Erfolgt diese Änderung stetig, so bleibt auch die Amplitudenfunktion stetig zusammenhängend."

Geiger hat an Hand des ganzen Göttinger Erdbebenmaterials von 1904 bis Juni 1911 Beobachtungen über $p(\varDelta)$ und $q(\varDelta)$ getrennt gesammelt; dabei sind die p-Werte das Mittel aus den Werten der EW- und der NS-Komponente. Im ganzen erwiesen sich 71 Beben als brauchbar, denen verschiedenes Gewicht beigelegt wurde. Zunächst wurde für die horizontale und vertikale Komponente je eine graphisch ausgeglichene Amplitudenfunktion aufgestellt. Beide zeigen den gleichen Habitus, jedoch liegt die vertikale wesentlich tiefer als die horizontale Funktion, was durchaus der Theorie entspricht. Um allen vertikalen und horizontalen Einzelbeobachtungen gerecht zu werden, muß man die vertikalen Einzelbeobachtungen auf horizontale transformieren, so daß jetzt unter Berücksichtigung aller Beobachtungen und ihrer Gewichte die wahrscheinlichste Amplitudenfunktion graphisch ermittelt werden kann. Dies kann aber nicht ohne weiteres geschehen, weil man zur Transformation die Sin $i(\varDelta)$-Funktion kennen muß. Zunächst ist dies aber nur näherungsweise als Annahme (1) der Fall. Man kann diese Transformation vielmehr erst dann ausführen, wenn man auf Grund der horizontalen Beobachtungen allein eine verbesserte Sin $i(\varDelta)$-Funktion bestimmt hat. Dabei zeigten sich keinerlei Diskrepanzen zwischen den horizontalen und vertikalen Beobachtungen. Die beobachtete Amplitudenfunktion hat folgenden Verlauf (siehe Fig. 2):

Von $\varDelta = 0^0$ bis zu $\varDelta = 38^0$ fehlen Beobachtungen. Die ausgeglichene Funktion beginnt bei $\varDelta = 41^0$ mit einem senkrechten Anstiege von 0,5 bis zu 5; dann fällt sie stetig, bis sie bei $\varDelta = 61^0$ mit 0,4 endigt; von hier bis $\varDelta = 65^0$ fehlen Beobachtungen; bei $\varDelta = 65^0$ beginnt die Funktion wieder mit 1,0 und fällt

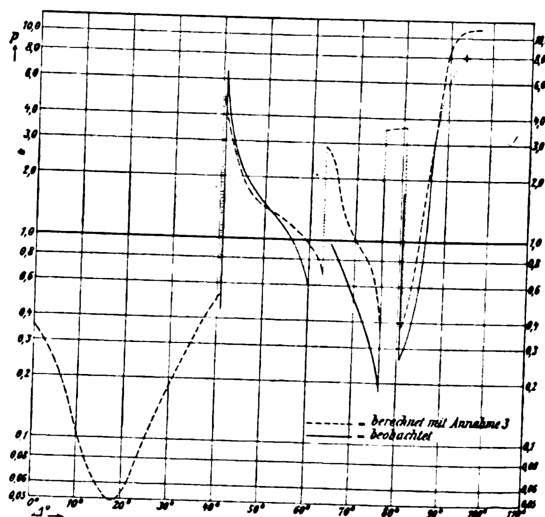


Fig. 2.

stetig auf 0,2 bei $\varDelta = 76^0$; hier steigt sie senkrecht bis auf 2,0; bis zu $\varDelta = 80\frac{1}{2}^0$ fehlen zuverlässige Beobachtungen; dann fällt die Funktion senkrecht von 1,6 auf 0,3, um sofort wieder steil und stetig anzusteigen; die zuverlässigen Beobachtungen endigen bei $\varDelta = 94^0$ mit dem Werte 8.

Das Fehlen der Beobachtungen unterhalb $\varDelta = 41^0$ hat einen doppelten Grund: einmal differieren die Laufzeiten bei diesen kleinen Herddistanzen nur wenig, die beiden Wellen können darum bei den üblichen Registriergeschwindigkeiten nicht mit Sicherheit getrennt werden; andererseits ergibt die Theorie, daß gerade in diesem Gebiete die reflektierte Welle verschwindend schwach ist. Entsprechend dem oben ausgesprochenen Gesetze sind die Vertikalstellen bei $\varDelta = 41^0$ und $\varDelta = 80\frac{1}{2}^0$ durch eine Unstetigkeitsfläche verursacht. Dasselbe gilt für die Vertikalstelle bei $\varDelta = 76^0$, der also bei $\varDelta = 2 \cdot 76^0$ eine weitere Vertikalstelle koordiniert sein muß, deren Nachweis allerdings noch zu erbringen ist. Die Lücke zwischen $\varDelta = 61^0$ und $\varDelta = 65^0$ wurde ebenfalls als Vertikalstelle einer 3. Unstetigkeitsfläche interpretiert und

als kritische Distanz $\Delta = 63^0$ angenommen; bei $\Delta = 2 . 63^0$ ist also wieder eine Vertikalstelle zu erwarten, deren Nachweis aber auch noch aussteht. Das Studium der Amplitudenfunktion oberhalb $\Delta = 94^0$ ist einer späteren Arbeit vorbehalten worden. Die Amplitudenfunktion bis $\Delta = 94^0$ signalisiert also 3 Unstetigkeitsflächen.

Man sieht sofort, daß die nach Annahme (1) berechnete Amplitudenfunktion den Beobachtungen[1]) verträgt. Durch sukzessive Approximation konnte dies erreicht werden (s. Fig. 2). Wie man sieht, schmiegt sich diese hypothetische Amplitudenfunktion fast überall der beobachteten innerhalb der Beobachtungsfehler an, nur zwischen $\Delta = 67^0$ und $\Delta = 75^0$ bestehen noch reelle Abweichungen; jedoch genügt eine ganz minimale, durchaus erlaubte Variation der Hypothesen völlig, um auch in diesem Gebiete

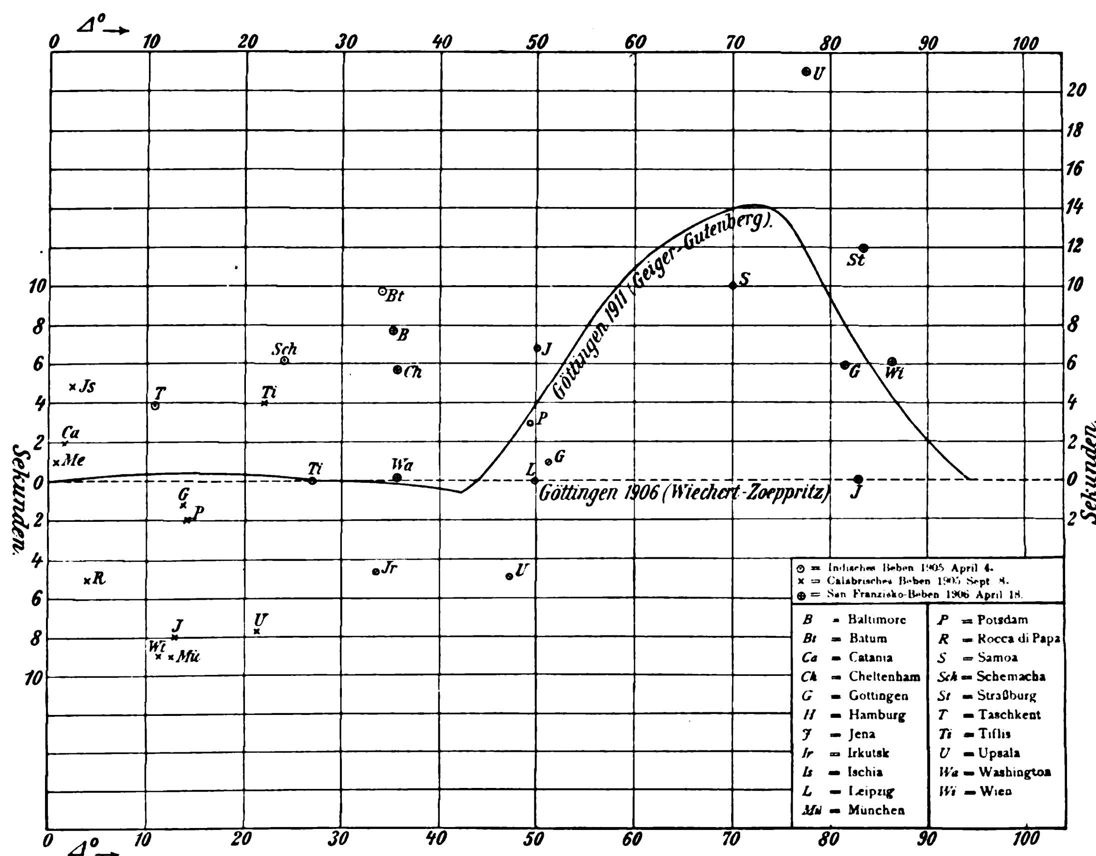


Fig. 3.

achtungen widerspricht. Die Verfasser haben deshalb versucht, eine derartige Hypothese über das Erdinnere aufzustellen, daß die daraus berechnete Amplitudenfunktion der beobachteten möglichst entspricht.

Dazu wurde die $i(\Delta)$- resp. Sin $i(\Delta)$-Funktion derartig variiert, daß 1. die 3 Grenzdistanzen $\Delta = 40{,}3^0$, 63^0, 76^0 festgehalten wurden, 2. der Verlauf sich mit der Amplitudenfunktion verträgt, 3. die Sin $i(\Delta)$-Funktion sich mit den Zöppritzschen Laufzeitbeobachtungen[1]) verträgt. — Koinzidenz zu erreichen. Die sich aus der gewählten Hypothese ergebende Laufzeitfunktion liegt zwischen $\Delta = 45^0$ und $\Delta = 90^0$ höher als die Wiechert-Zöppritz-Funktion 1906, im Maximum 14 Sekunden; sie genügt den Zöppritzschen Laufzeitbeobachtungen merklich besser, als die von Wiechert und Zöppritz angenommene Laufzeitfunktion (siehe Fig. 3).

Geiger hat dann nach der von Wiechert

1) K. Zöppritz, Über Erdbebenwellen III, l. c.

ausgebildeten Herglotzschen Methode[1]) die Scheiteltiefe diskreter Strahlen berechnet. Dabei ergab sich als Tiefe der 3 Unstetigkeitsflächen 1194 ± 50, 1677 ± 100, 2436 ± 150 Kilometer. Weiter ergab sich die Geschwindigkeit longitudinaler Wellen als Funktion der Tiefe (siehe Fig. 4). Zum Vergleich zeigt Fig. 4 auch die früher in Göttingen ermittelte Geschwindigkeitsfunktion[2]).

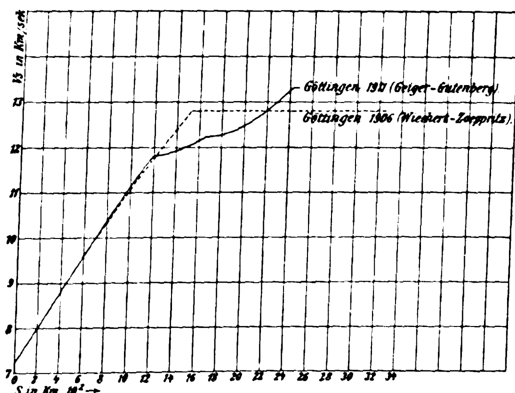


Fig. 4.

Zusammenfassung. Früher schien es nach den Arbeiten von Wiechert und Zöppritz, daß den Zöppritzschen Laufzeitbeobachtungen genügt werden könne, wenn man eine bis 1519 Kilometer Tiefe stetig wachsende und in dem darunterliegenden Gebiete nahezu konstante Wellengeschwindigkeit annimmt. Jetzt hat die Kombination der Geigerschen Beobachtungen über die Amplitudenverhältnisse longitudinaler Erdbebenwellen mit den Zöppritzschen Laufzeitbeobachtungen an Longitudinalwellen gezeigt, daß die Geschwindigkeitszunahme in 3 Stufen erfolgt; die zugehörigen 3 Unstetigkeitsflächen liegen in 1194 ± 50, 1677 ± 100, 2436 ± 150 Kilometer Tiefe. Der Gedanke der Amplitudenbetrachtung stammt von K. Zöppritz †.

1) E. Wiechert und L. Geiger, diese Zeitschr. 11, 294—311, 1910.

2) K. Zöppritz und L. Geiger, Über Erdbebenwellen III, l. c. und E. Wiechert und L. Geiger, l. c.

Göttingen, Geophysikalisches Institut, den 27. Juli 1911.

(Eingegangen 30. Juli 1911.)

Der Neubau des physikalischen Instituts der Technischen Hochschule Stuttgart[1]).

Von K. R. Koch.

Eine Geschichte des physikalischen Instituts der Technischen Hochschule Stuttgart ist wie wohl die der meisten technischen Hochschulen leicht geschrieben. Entweder haben wir es mit durchaus modernen Gebilden, wie bei den neuzeitlich gegründeten, zu tun, dann haben sie überhaupt noch keine Geschichte, oder die Hochschule hat sich, wie Stuttgart, aus einer Gewerbeschule entwickelt; in letzterem Falle handelte es sich ursprünglich nur um eine Anlage wie sie jetzt jede Mittelschule in größerem oder geringerem Grade besitzt, d. h. es war ein Hörsaal, eine kleine Apparatensammlung und ein Zimmer für den Vertreter des Faches vorhanden. Das wurde für Stuttgart anders und damit wurde der Anfang eines wissenschaftlichen akademischen Instituts geschaffen, als der Neubau der Technischen Hochschule, speziell der Flügelanbau an der Seestraße im Jahr 1874 aufgeführt wurde. Bei dieser Gelegenheit erhielt das Institut einen geräumigen Hörsaal für etwa 90 Zuhörer, einen entsprechenden Sammlungsraum und auf dem gleichen Stockwerk noch vier z. T. geräumige Zimmer; ferner im Kellergeschoß zwei Räume, so daß den damaligen Ansprüchen vollauf Genüge geleistet war. In den letzterwähnten Räumen konnte im Jahre 1882 ein Schmidtscher Wassermotor nebst Dynamomaschine und später 1887 ein 5 P.S. Deutzer Gasmotor aufgestellt werden. Durch Verlegung der neben dem Maschinenraum befindlichen Werkstatt wurde ein neuer Raum im Kellergeschoß gewonnen, der für die Aufstellung weiterer Maschinen und Apparate benutzt wurde, so daß ich bei meinem Amtsantritt 1891 bei der nur geringen Zahl von Praktikanten (ca. 5 und weniger) hinreichend Räume vorfand.

Mit Hebung der Frequenz der Hochschule jedoch und der Tatsache, daß die Studierenden (Lehramtskandidaten) der Mathematik mehr und mehr einen Teil ihrer Studienzeit auf die Technische Hochschule verlegten, mit dem Aufblühen der Elektrotechnik, reichten die vorhandenen Räumlichkeiten nicht mehr aus. Bei der anfänglich nur geringen Zahl der Praktikanten konnten die Räume des Praktikums auch für wissenschaftliche Arbeiten mit benutzt werden, als jedoch die Zahl der Praktikanten wuchs, kam für wissenschaftliche Arbeiten nur das kleine (9 × 2,5 m große) Zimmer des Institutsvorstandes, das aber zugleich Ansprach-, Schreibzimmer und Laboratorium war, in Betracht.

1) Instituts-Neubauten Nr. VIII (Nr. VII: diese Zeitschr. 12, 551, 1911).

Denn die im Kellergeschoß gelegenen Räume waren, da sie als gesundheitlich nicht einwandfrei von sachverständiger Seite bezeichnet waren, für längeren Aufenthalt, also wissenschaftliches Arbeiten in ihnen nicht brauchbar.

So sah ich mich schon im Jahre 1895 gezwungen, auf den empfindlichen Raummangel im physikalischen Institut in einer Eingabe an das kgl. Ministerium hinzuweisen und einen Neubau des Instituts zu beantragen.

Da es aus finanziellen Gründen während einer Reihe von Jahren nicht möglich war, der Frage eines Neubaues näher zu treten, so wurden dem Institut einige weitere Räume zugewiesen, namentlich aber wurde der Hörsaal dadurch, daß er in den bisherigen Sammlungsraum verlegt wurde, um 60 Plätze vergrößert. Durch alle diese Maßnahmen jedoch konnte dem empfindlichen Platzmangel nicht abgeholfen werden. Die Experimentalphysik war bei 150 Plätzen von 260 Studierenden belegt; aber nur von 100 Plätzen der 150 vorhandenen konnte man hinreichend dem, was an der Tafel auseinandergesetzt oder auf dem Experimentiertisch demonstriert wurde, folgen. Die bis gegen 100 gestiegene Zahl der Praktikanten konnte nur schwer bei höchstens 20 Arbeitsplätzen untergebracht und mit Hilfe nur eines Assistenten genügend unterwiesen werden. Am schlimmsten war es mit der Gelegenheit zu selbständigem wissenschaftlichen Arbeiten bestellt. Außer dem Zimmer des Institutsvorstandes und dem kleinen Raum, der dem Assistenten zugewiesen war, war nur ein kleinerer Raum hierfür vorhanden, jedoch auch erst vom Jahr 1906 ab, so daß fast alle Gesuche der Lehramtskandidaten um Plätze zur Ausführung der in der Staatsprüfung geforderten wissenschaftlichen Arbeit, wenn sie ein experimentell zu behandelndes physikalisches Thema bearbeiten wollten, abgewiesen werden mußten.

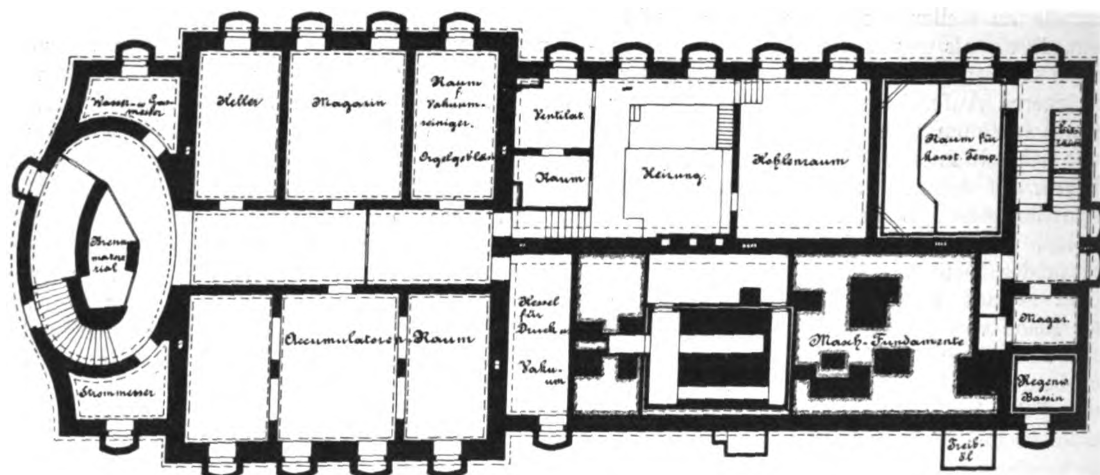
So war es denn mit Freude zu begrüßen, daß sich das Kgl. Ministerium des Kirchen- und Schulwesens im Jahre 1906 entschloß, bei den Ständen den Antrag auf Errichtung eines neuen physikalischen Instituts zu stellen. Durch das große Entgegenkommen derselben wurden für den Bau die notwendigen Kredite bewilligt und in den Etat eingestellt.

Die Pläne wurden von Herrn Oberbaurat Prof. Jassoy an der Technischen Hochschule im Einvernehmen mit mir entworfen. Maßgebend waren hierbei folgende allgemeine Gesichtspunkte. Da es ein der wissenschaftlichen Arbeit gewidmetes Haus sein sollte, so sollte das Äußere zwar gediegen, aber in größter Einfachheit gehalten werden, um, was hier erspart werden konnte, dem inneren Ausbau und der möglichst praktischen Einrichtung zugute kommen zu lassen. Abgesehen von zwei symbolischen Gestalten am Eingang, Energie und Äther (entworfen von Prof. Habich hier) darstellend[1]) ist außen und innen jeder Schmuck vermieden. Da ferner erfahrungsgemäß durch die Korridore viel Raum unbenutzt bleibt, so sind diese so viel wie irgend möglich vermieden worden; dadurch konnte der Grundriß verkleinert bezw. es konnte sonst nutzbarer Raum gewonnen werden. Selbstverständlich war damit die Kommunikation im Hause nicht etwa unterbunden, es war vielmehr von jeder Seite aus in jeden Raum zu gelangen (vergl. die Pläne).

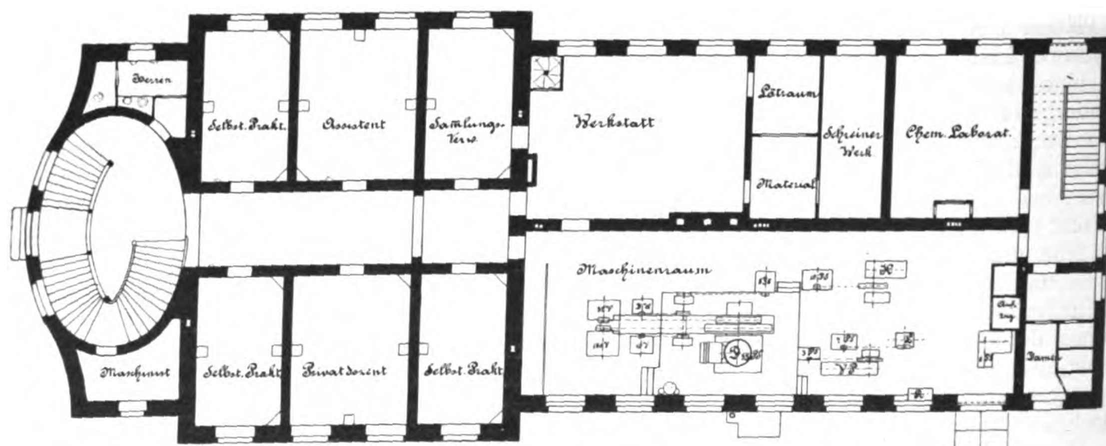
Die Generalidee der Einteilung des Hauses war die folgende; es war gewissermaßen in zwei Teile geteilt mit verschiedenen Zugängen. 1. Mit dem Eingang von der Straße aus: die Zimmer für die wissenschaftlichen Arbeiten, der Hörsaal, die Werkstatt, der Maschinenraum; 2. mit dem Eingang vom Hofe aus: das Übungspraktikum, der kleine Hörsaal, das Handfertigkeitspraktikum, die Bibliothek. Das Sprechzimmer und Laboratorium des Institutsvorstandes war sowohl von der Straße aus durch den Hörsaal als auch direkt vom Hof aus zugänglich. Ich bin hierin bewußterweise von der seit Kundt üblichen Einteilung des Instituts abgewichen, wonach der Hörsaal abgesondert speziell von den Räumen die der wissenschaftlichen Forschungsarbeit gewidmet sind, gelegt wird. Meiner Erfahrung nach wirken aber die 4—5 Stunden in der Woche, in denen sich im Hörsaal ein lebhafter Verkehr abspielt, bedeutend weniger störend als das tagtäglich stattfindende Übungspraktikum.

Im einzelnen war die Anordnung der Räume die folgende: Im Kellergeschoß befanden sich neben Räumen für Kohlen, Heizung, Ventilator, ein Raum für konstante Temperatur mit doppelten durch eine Luftschicht isolierten Wänden, der Akkumulatorenraum, je ein Raum für Hochdruck- und Vakuumkessel nebst einigen Magazinen. Im Untergeschoß lagen, mit Zugang von der Straße, auf gemeinsamem Korridor die 5 Zimmer für die wissenschaftlichen Forschungsarbeiten; durch Vorplatz, Vorgarten etc. getrennt von der Straße waren die nächsten von ihnen doch immerhin über 15 m von der Straße entfernt, so daß Erschütterungen durch vorüberfahrende Lastwagen nicht zu befürchten waren. Der übrige Teil des Untergeschosses wurde durch den Maschinenraum einerseits und die Werkstatträume andererseits sowie einen Raum für chemische Arbeiten eingenommen. Im I. Obergeschoß lag, ebenfalls mit Zugang von

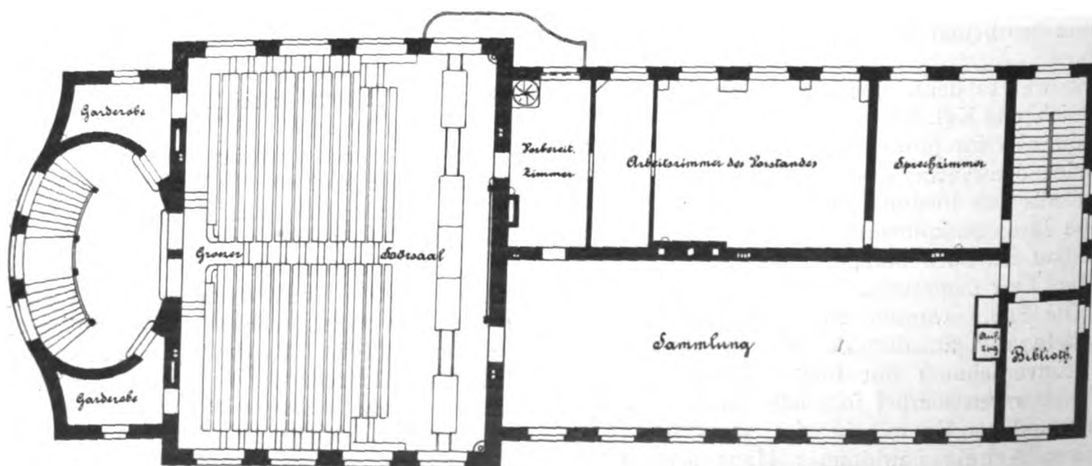
1) Allerdings als die „Konstituenten" des Weltalls augenblicklich wohl nicht mehr ganz zeitgemäß.



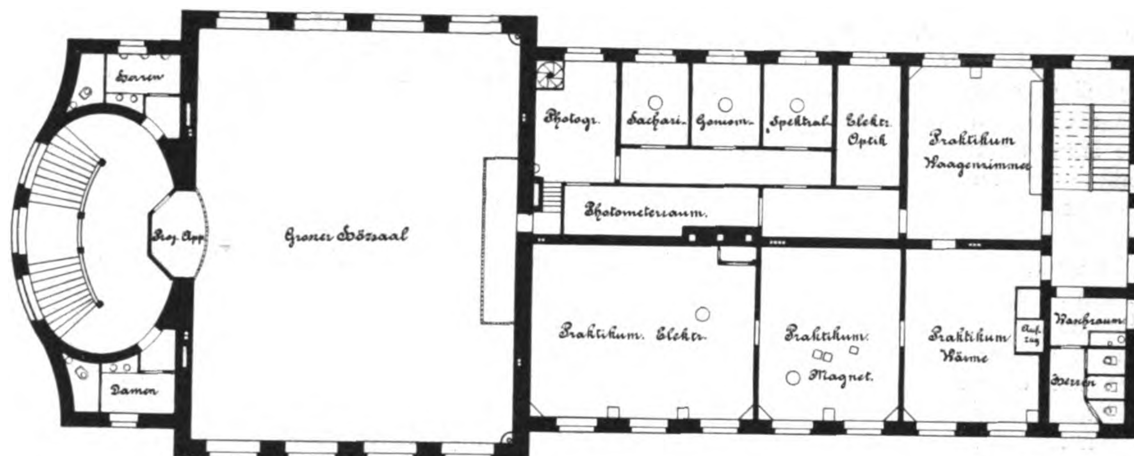
Kellergeschoß.



Erdgeschoß.



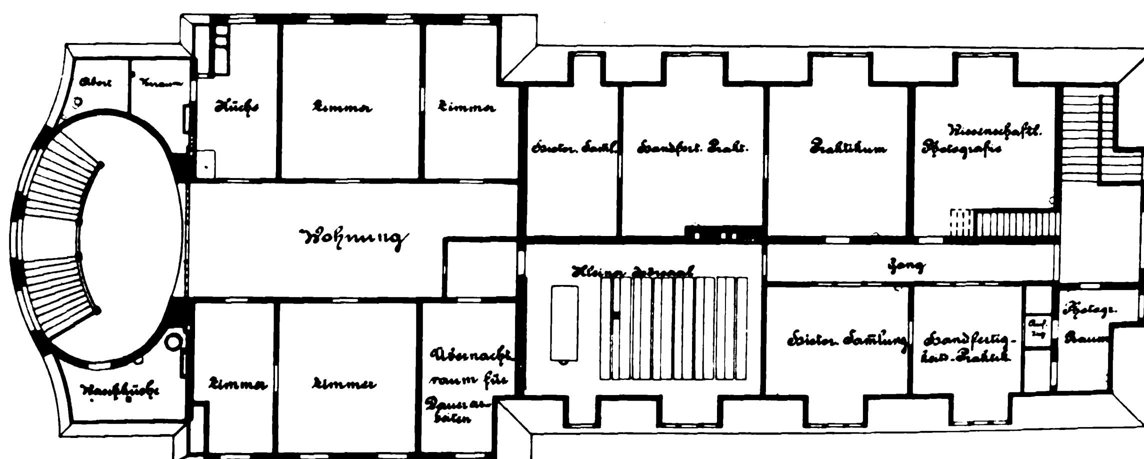
I. Obergeschoß.



II. Obergeschoß.

der Straße, der große Hörsaal mit seinem Vorbereitungszimmer; dahinter einerseits die Sammlung und die Handbibliothek, anderseits das Arbeits- und Ansprachzimmer des Institutsvorstandes. Das ganze II. Obergeschoß, soweit nicht der Hörsaal der natürlich durch zwei Stockwerke geht, den Raum innehat, ist dem Übungspraktikum gewidmet, dasselbe hat seinen Zugang vom Hof aus. Im Dachgeschoß befindet sich der kleine Hörsaal, die sogenannte historische Sammlung, drei Räume für das Handfertigkeitspraktikum, ein Raum für wissenschaftliche photographische Forschungen und ein kleinerer Raum für sonstige photographische Arbeiten. Ferner befindet sich über dem großen Hörsaal die Wohnung des Institutsmechanikers, sowie ein Raum, in welchem man bei Dauerarbeiten, wie sie hier und da wohl nötig sind, übernachten kann.

Um durch den Straßenverkehr, der allerdings in der Wiederholdstraße, an der das Institut liegt, nur sehr gering ist, möglichst wenig gestört zu werden, war der Bau mit seiner schmalen Seite gegen die Straße gelegt. Es war ferner mit der Bauleitung verabredet, den Bau selbst so massiv und stabil wie möglich zu gestalten; deshalb waren sowohl die Mauern wie die eisernen Träger der Decken von nicht gewöhnlicher Stärke; die Decken selbst waren massiv (Securadecken), so daß wir glaubten, das menschenmöglichste für eine feste Aufstellung der Instrumente in allen Stockwerken getan zu haben. Leider erfüllte sich diese Hoffnung nicht; vielmehr war durch diese überaus massive Bauweise ein Bau geschaffen, der einem homogenen Körper gleicht, durch den sich jede Erschütterung ohne Störung fortpflanzt; ein Ergebnis, das ich nachträglich erklärlich



Dachgeschoß.

finde, aber vor der Ausführung nicht erwarten konnte. Es ist demgemäß das Haus nicht nur lästig hellhörig, sondern auch die Erschütterungen durch die Maschinen pflanzen sich durch das ganze Haus hindurch fort. Es muß deshalb die erste Verbesserung, die am Bau vorgenommen werden muß, in der Errichtung eines Nebengebäudes bestehen, das die Hauptstörenfriede, den Maschinenraum und die Werkstattsräume, aufnimmt. Bis zur Herstellung eines solchen wird man bei Präzisionsmessungen, wie bisher im alten Institut auf die Nachtstunden angewiesen sein oder soweit es möglich ist, sich mit erschütterungsfreier Aufhängung der Instrumente behelfen müssen.

Anlagen und Einrichtungen für die Arbeitszwecke.

a) Elektrische Anlagen. In einem modernen physikalischen Institut bilden zweifellos die elektrischen Anlagen einen sehr wichtigen Faktor der inneren Einrichtung. Es wurde deshalb der Lösung dieser Frage die größte Aufmerksamkeit gewidmet. Zunächst hatte ich mich darüber zu entscheiden, ob die elektrische Energie von der städtischen Zentrale bezogen oder im Institut selbst erzeugt werden sollte. Ersteres war das Bequemere; aber auch für den Betrieb kostspieligere. Die städtische elektrische Zentrale hat für die Stromabgabe zwei Tarife. Der Preis der Kilowattstunde zu Beleuchtungszwecken beträgt für die Zeit von 5—7 Uhr abends vom 1. Oktober bis letzten Februar 60 Pfg., in der übrigen Zeit 40 Pfg., für Kraft- und Heizzwecke entsprechend 40 und 18 Pfg. Der Hauptverbrauch an elektrischer Energie im Institute wird jedenfalls, da die Vorlesung über Experimentalphysik und das Praktikum am Nachmittag (erstere von 5—6 Uhr, das Praktikum dauert in der Regel bis 7 Uhr und darüber) stattfinden, in die Zeit des hohen Tarifs fallen; es wird deshalb der Bezug von elektrischer Energie aus der städtischen elektrischen Zentrale recht kostspielig werden, ferner wird sich wegen zeitweisen Gebrauchs sehr starker Ströme die Anschaffung einer besonderen Akkumulatorenbatterie nicht umgehen lassen, da die Entnahme sehr starker Ströme aus dem städtischen Netz, weil dasselbe nicht dementsprechend dimensioniert ist, nicht erlaubt sein dürfte; die hohe Spannung desselben (220 Volt) macht sie außerdem im Gebrauch unbequem und äußerst teuer; da das Laden der Akkumulatorenbatterie, weil sie gelegentlich zur Lichterzeugung benutzt werden dürfte, auch über den Lichtzähler stattfinden mußte, so durfte man in Berücksichtigung aller dieser Umstände auf einen mittleren Preis von 50—60 Pfg. per Kilowattstunde — aus dem städtischen Elektrizitätswerke bezogen — rechnen müssen. Ich beschloß deshalb die elektrische Energie selbst zu erzeugen, und hierfür erschien als Kraftquelle der Dieselmotor seines ruhigen Ganges, der geringen Wartung, seines bequemen Anlaufens und seiner geringen Betriebskosten wegen die beste Lösung zu bieten. Es wurde deshalb ein 35 pf. Dieselmotor[1]) aufgestellt, der zwei Gleichstrommaschinen antrieb, eine (je nach der Erregung) von 110 bis 160 Volt Spannung bei einer Leistung von 25 Kilowatt[2]) zum Laden einer Akkumulatorenbatterie von 60 Zellen (in der Hauptsache[3]) für Beleuchtungszwecke benutzt), eine zweite[4]) von 24 Kilowatt, aber nur 50 Volt Spannung, hauptsächlich benutzt zum Laden einer Starkstrombatterie von 16 Zellen[5]). Diese Batterie diente zur Erzeugung starker Ströme, indem durch Parallelschaltung der Zellen aus ihr bis zu 2000 Amp. (allerdings bei nur 8 Volt Spannung) entnommen werden konnten. Eine dritte Akkumulatorenbatterie von nur 5 Zellen[6]), die durch eine Maschine von 15 Volt Spannung geladen wurde, diente für alle Schwachstromarbeiten und Meßzwecke im Institut, deshalb kurz „Meßbatterie" genannt und ersetzte für alle Arbeiten die galvanischen Elemente oder die transportablen Akkumulatoren.

Nachdem jetzt die ganze Anlage $1^1/_2$ Jahr in Betrieb gewesen ist, hat sich gezeigt, daß die Kilowattstunde unter Berücksichtigung aller Unkosten auf ca. $^1/_{10}$ des Zentralepreises, d. h. auf 5—6 Pfg., zu stehen kommt.

Außerdem befinden sich im Maschinenraum: eine Maschine, die Wechselstrom und Drehstrom liefert, je nach der Schaltung, bis zu 190 Volt Spannung bei einer Leistung von 5 Kilowatt, eine Dynamo von niederer Spannung (15 Volt bei 100 Ampere), beide durch einen Elektromotor von 8 P.S. angetrieben.

Die Verteilung der Elektrizität in die einzelnen Arbeitsräume des Instituts — mit Ausnahme des in den großen Hörsaal führenden, der seine Verteilungsschalttafel aus Bequemlichkeitsrücksichten im Vorbereitungszimmer neben dem Hörsaal besitzt — geschieht von 2 Schalttafeln aus, welche die eine Längswand des Maschinenraumes bedecken. Die Schalttafel *A* (Fig. 1) dient zur Verteilung der Lichtleitungen in alle Räume. Jedes Stockwerk besitzt auf dem Schalt-

---

1) Geliefert von der Deutzer Gasmotorenfabrik.
2) Geliefert von der Maschinenfabrik Eßlingen.
3) Bei 26 Amp. Entladungsstrom besitzt die Batterie eine Kapazität von 648 Amperestunden.
4) Geliefert von den Lahmeyer-Werken.
5) Die Batterie besitzt bei 504 Amp. Entladestrom 1512 Amperestunden Kapazität. Die Akkumulatoren stammten aus der Akkumulatorenfabrik Hagen in Westfalen.
6) Bei 18 Ampere Entladestrom eine Kapazität von 54 Amperestunden.

brett zwei Ausschalter nebst Hauptsicherungen. Die Schalttafel *B* (Fig. 1, 2) dient zur Verteilung des Arbeits- und Experimentierstromes. Wie aus der Abbildung ersichtlich, treten von links in die Schalttafel (in die horizontalen Schienen, vergl. Fig. 3) ein: 1. die Leitungen der Starkstrombatterie; 2. der niedergespannten Dynamo, 15 Volt; 3. der Dynamo mit 50 Volt; 4. der mit 110—160 Volt; 5. des städtischen Netzes (als Reserve) mit 2 mal 110 Volt; 6. der (Licht-)Akkumulatorenbatterie mit 120 Volt; 7. der Wechselstrom-; 8. der Drehstrom-Dynamo. Je vier Paar Leitungen verbunden mit den 8 vertikalen Schienen der Verteilungsschalttafel leiten dann die Ströme in die einzelnen Zimmer, wie dies aus Skizze Fig. 3 (Verteilungstafel im Maschinenraum) zu ersehen ist; dort befinden sich dann wiederum gleichgebaute Verteilungsschalttafeln (in der Skizze Fig. 3 in ihrem oberen Teil angedeutet), von denen aus der Strom an die verschiedenen Arbeitsplätze geleitet werden kann. Soweit sich diese Schalttafeln in den Räumen des Übungspraktikums befinden, sind sie in einem Glasschränkchen eingebaut, zu dem nur der beaufsichtigende Assistent den Schlüssel hat, damit durch die Studierenden nicht falsche Schaltungen und damit Beschädigungen des Leitungsnetzes verursacht werden können.

b) Gas- und Wasseranlage. Selbstverständlich ist in alle Arbeitsräume sowohl Wasser wie Gas geleitet mit entsprechenden Zapfstellen, Abläufen bezw. Schlauchhähnen für die Entnahme; ferner befindet sich in den meisten Arbeitsräumen eine Zapfstelle für Regenwasser für Spülzwecke. Es wird nämlich ein Teil des das Gebäude treffenden Regenwassers (das von der westlich gelegenen Dachseite, als der reinlichsten aufgefangen), in einem großen unterirdischen Reservoir (vergl. Plan) gesammelt und durch eine kleine im Maschinenraum befindliche elektrisch betriebene Pumpe[1]) in ein kleines (ca. 15—20 Liter fassendes) Reservoir gepumpt, das auf der Dachbühne aufgestellt ist. In diesem befindet sich ein Schwimmer mit elek-

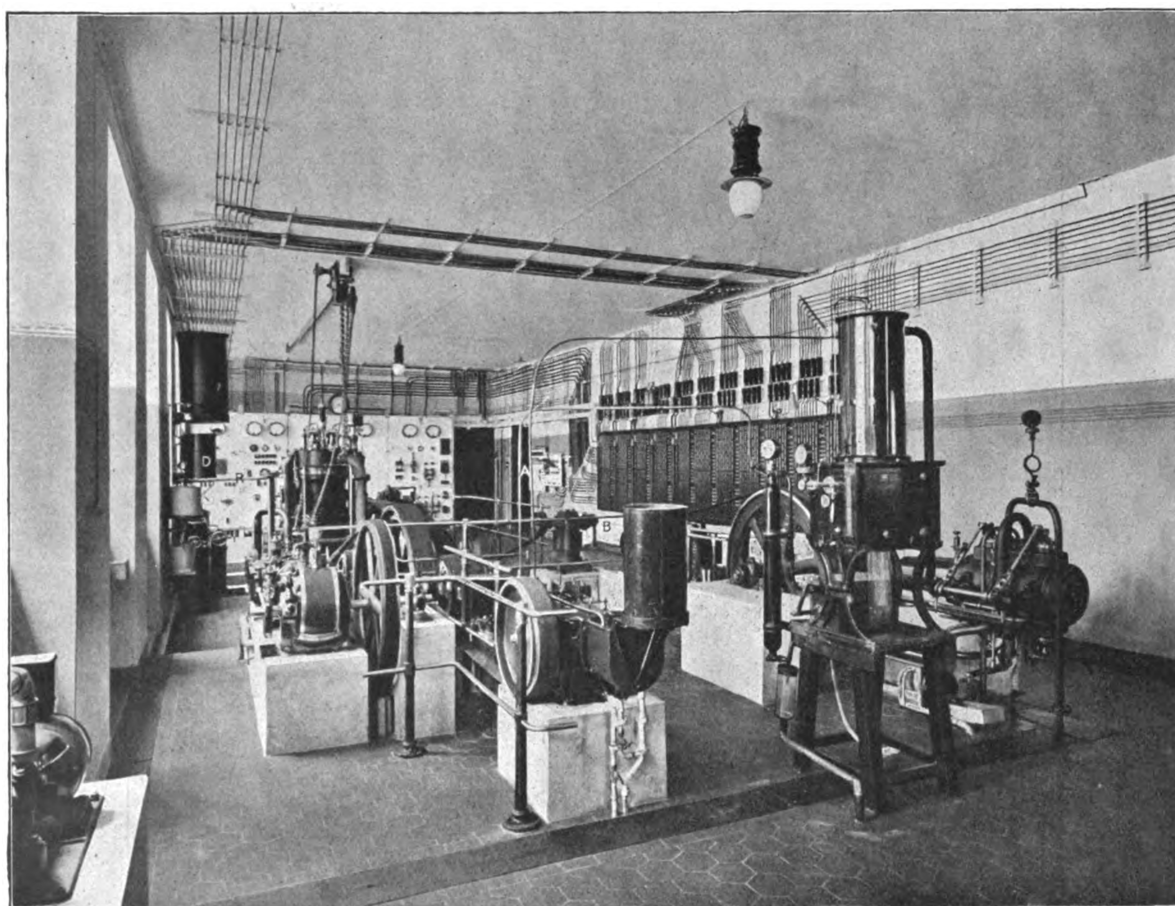


Fig. 1.

1) Von Siemens-Schuckert geliefert.

trischem Kontakt, der, wenn der Wasserstand in dem kleinen Reservoir sinkt, einen Strom schließt, der den Elektromotor und damit die Pumpe in Tätigkeit versetzt. Nach einer Filtration durch eines der bekannten Bergfeldt-Filter kann es für viele Zwecke, namentlich z. B. Spülzwecke, an Stelle destillierten Wassers benutzt werden, da das gewöhnliche Leitungswasser sich seines hohen Kalkgehaltes wegen hierfür nicht eignet. Eine andere Quelle zur Herstellung destillierten Wassers bilden die 2—300° heißen Abgase des Dieselmotors, die in passender Weise eine Destillationsretorte umspülen. (Fig. 1 D, läßt einen Teil der Anordnung sehen.)

c) Die Saug- und Druckluftanlage. Diese besteht a) aus einer Vakuumpumpe[1]) mit 3 pf. Elektromotor betrieben nebst Vakuumkessel von 1 cbm Inhalt und b) aus einem Kompressor[2]) (mit 10 pf. Elektromotorantrieb) nebst Hochdruckkessel von 1 cbm Inhalt. Erstere erzeugt ein Vakuum bis auf ca. $^1/_2$ mm Hg-Druck, letztere erlaubt Luft im Hochdruckkessel auf 10 Atm. zu komprimieren. Die Vakuumpumpe ist zum Vorpumpen beim Arbeiten mit selbsttätigen Quecksilberluftpumpen sehr bequem, und durch

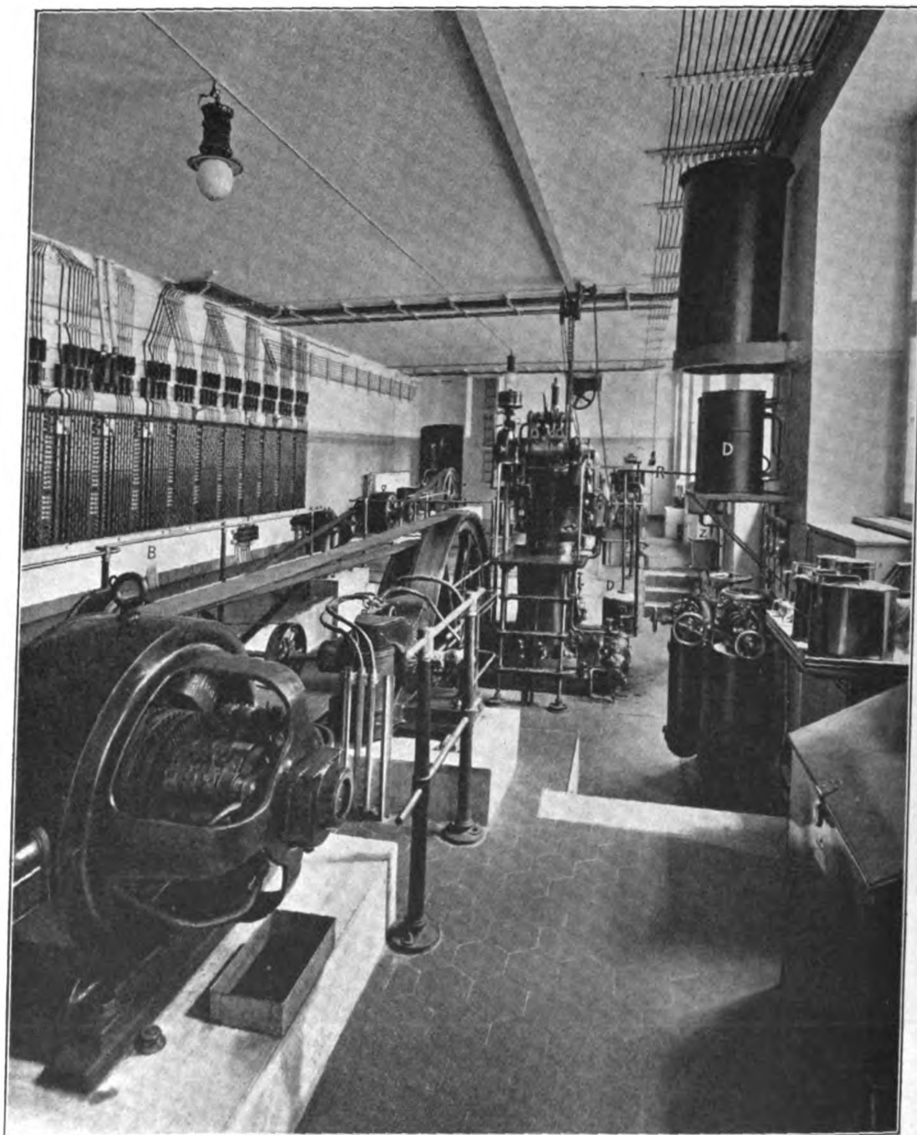


Fig. 2.

1) Von der Firma Klein, Schanzlin & Becker in Mannheim.

2) Von der Maschinenfabrik L. A. Riedinger, Augsburg.

ihre Verbindung mit dem Vakuumkessel erlaubt sie bei den Demonstrationen der hierher gehörigen Erscheinungen in der Vorlesung die sonst zeitraubenden Versuche über das Vakuum in ca. ein Fünftel der sonst dazu nötigen Zeit zu beenden. Die Druckluftanlage gestattet eine Reihe von interessanten Versuchen — ich erwähne nur das aerostatische Paradoxon von Clement und Desormes — im Vortrag vorzuführen, bei denen man sich sonst mit einer bloßen Beschreibung begnügen mußte.

kontaktvorrichtung. Die Arbeitszimmer sind sämtlich an diese angeschlossen und erhalten so durch einen elektromagnetisch betriebenen Klopfer die Sekunde auf ca. $^1/_{100\,000}$ ihres Wertes genau. Dadurch ist man nicht genötigt, die gegen Stöße sehr empfindlichen Boxchronometer zu benutzen, da als Zählwerk jede Taschenuhr benutzt werden kann. Von diesen beiden Normaluhren befindet sich die eine im Zimmer des Institutsvorstandes, die zweite im magnetischen Zimmer des Übungspraktikums. Von einer Aufstellung

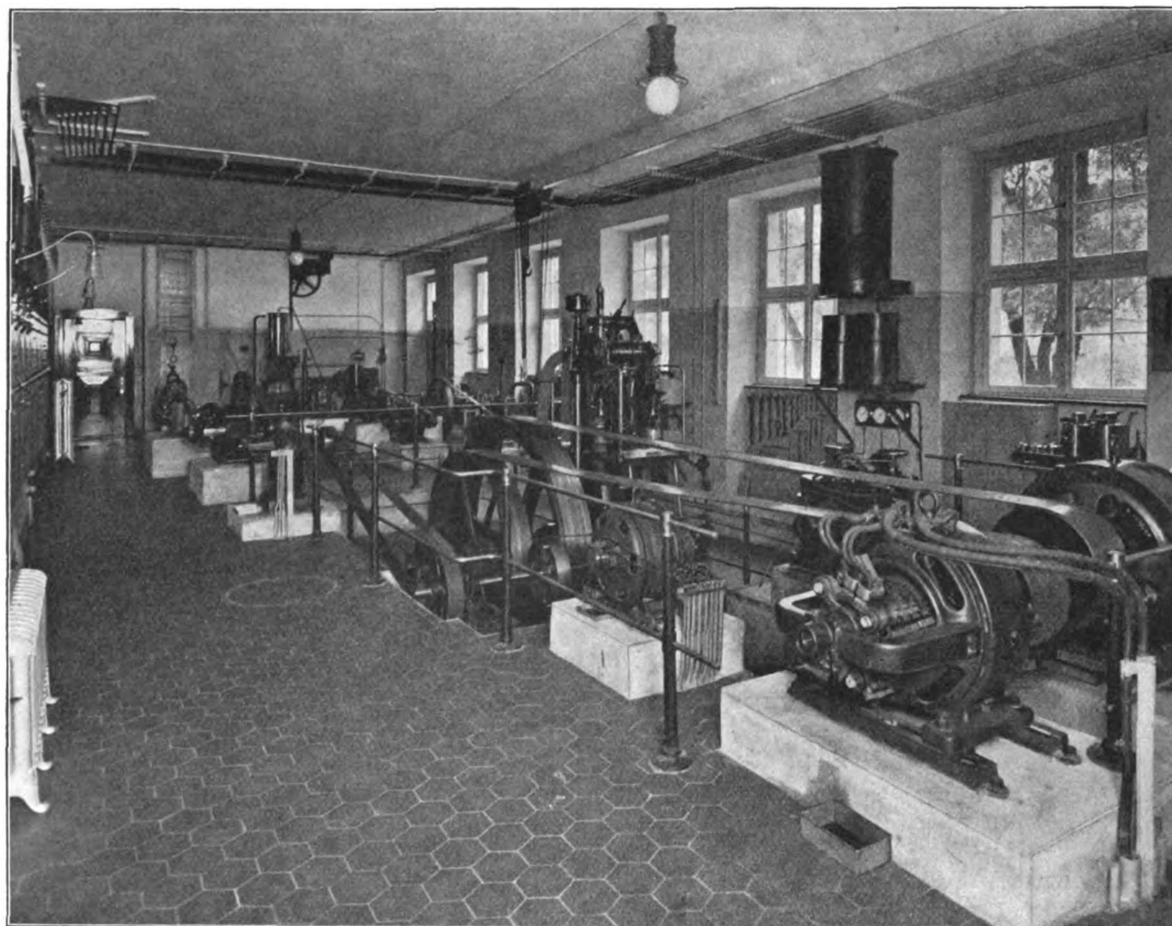


Fig. 2a.

d) Die elektrische Uhrenanlage. Für genauere Zeitangaben besitzt das Institut zwei Uhren. Die neuere, von dem hiesigen Hofuhrmacher Kutter gebaut (wohl eines der vorzüglichsten Werke der Uhrmacherkunst, mit Rieflerschem Sekundenpendel), dient nur für solche Untersuchungen, die, wie z. B. die hier ausgeführten Schwerkraftmessungen, außerordentlich genauer Zeitangaben bedürfen. Für die gewöhnlichen Zwecke dient eine ältere Sekundenpendeluhr (ebenfalls mit Rieflerschem Pendel versehen) mit einer elektrischen Sekunden-

derselben im Raume für konstante Temperatur war wegen der dort nicht zu vermeidenden Feuchtigkeit Abstand genommen. Ferner befinden sich in den verschiedensten Räumen des Instituts elektromagnetisch betriebene sympathische Uhren, die durch eine Sekundenpendeluhr mit Minutenkontakt reguliert werden, um in den Hörsälen, dem Praktikum, den Werkstätten die richtige Tageszeit zu geben.

e) Die Telephonanlage. Von großem Wert ist einem größeren Institut eine derartige Anlage, da sie außerordentlich viel Zeit erspart

und ärgerliches gegenseitiges Suchen erübrigt. Die hiesige Anlage ist nach dem Muster des von Herrn Wiener im Leipziger physikalischen Institut geschaffenen angelegt, allerdings in etwas anderer Schaltung. Hier sind die Stationen (14 an der Zahl im ganzen Institut ziemlich gleichmäßig verteilt) hintereinander geschaltet; wird also irgend jemand angerufen — ein jeder im Institut hat sein Signal —, so geben alle 14 Glocken das betreffende Signal; begibt sich dann der Angerufene an die nächste Telephonstelle, so kann nun sofort eine Verständigung stattfinden, bezw. die betreffende Angelegenheit häufig sofort erledigt werden.

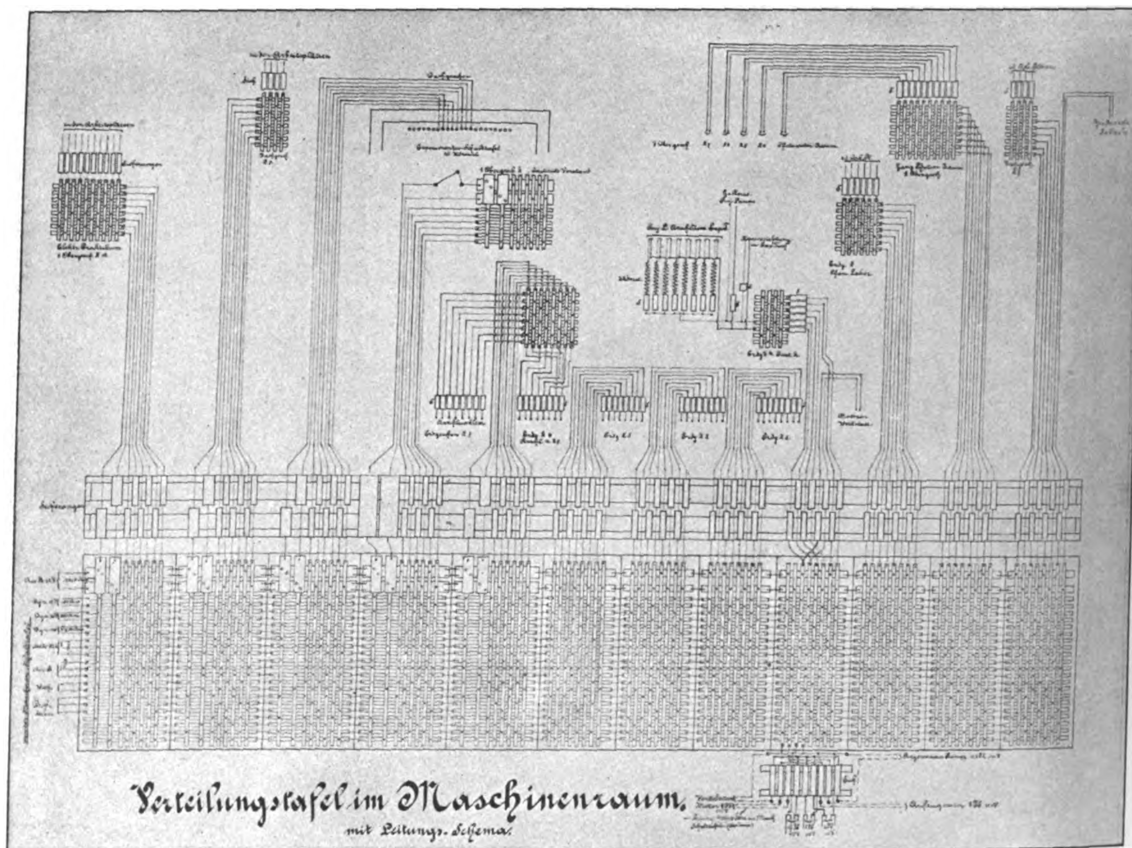


Fig. 3.

Lage und Einrichtung der Räume.

Es mag nun eine speziellere Angabe über die Anordnung und Einrichtung der einzelnen Räume hier seine Stelle finden.

a) Der große Hörsaal. Da die Wohnung des Institutsmechanikers sich praktischerweise am besten über dem Hörsaal unterbringen ließ, so wurde von einer Oberlichtbeleuchtung von vornherein abgesehen; vier große Fenster auf jeder Seite spenden das nötige Tageslicht. Zur Verdunkelung dienen durch Motorenkraft betriebene Verdunkelungs-Rouleaux, oben und unten mit selbsttätigen Ausschaltern versehen. Die Rouleaux je zweier nebeneinander befindlicher Fenster sind gekoppelt und werden durch einen Elektromotor betrieben, so daß im ganzen vier Elektromotoren[1]) (zu je $1/3$ P.S.) in den Ecken in der Nähe der Decke für den Betrieb genügen (in Fig. 4, 5 in der oberen Ecke rechts sichtbar); ihr Stromverbrauch ist so gering, daß derselbe nicht in Betracht kommt. Die künstliche Beleuchtung war folgendermaßen eingerichtet. Vor Beginn des Vortrags, wenn die Hörer sich versammeln, dienen 8 Wandarme zu je 9 Glühlampen à 50 Kerzen zur Allgemeinbeleuchtung (in Fig. 4 sind bei *AA* derartige Wandarme sichtbar); bei Beginn des Vortrags werden diese durch Umlegen eines Hebels (also durch einen Griff) ausgeschaltet und dafür über und parallel dem Experimentiertisch in ca. 5 m Höhe eine Soffitenbeleuchtung (6 m lang) von 60 Metall-

1) Von der Firma C. E. Fein, Stuttgart.

fadenlampen (à 50 Kerzen), sowie eine Einzelbeleuchtung jedes Platzes der Zuhörer zu je 5 Kerzen eingeschaltet. Diese Lampen vor den Plätzen der Hörer sind selbstverständlich so abgeblendet, daß sie niemand stören und ihr Licht nur auf das Heft des Betreffenden fällt (ähnlich der Orchesterbeleuchtung in den Theatern). Diese wohl sonst noch nicht angewandte Beleuchtungsweise der Plätze besitzt große Vorteile. Wenn bei Projektionsvorführungen absolute Dunkelheit notwendig ist — was aber nur in den seltensten und durch Gleitwiderstände (Fig. 5 auf *A* mit *WW* bezeichnet) beliebig gedämpft werden können. Diese sollen bei Verdunklung des Hörsaals für mehr oder weniger starke Beleuchtung des Experimentiertisches dienen, damit die Zuhörer auch während der Verdunklung verfolgen können, was auf dem Experimentiertisch vorgeht und gemacht wird; sie beleuchten ferner die an der Wand angebrachte Skala (Fig. 5 *Sk*), auf der die Lichtzeiger der an der gegenüberliegenden Wand des Hörsaals aufgestellten Spiegelinstrumente (Gravi-

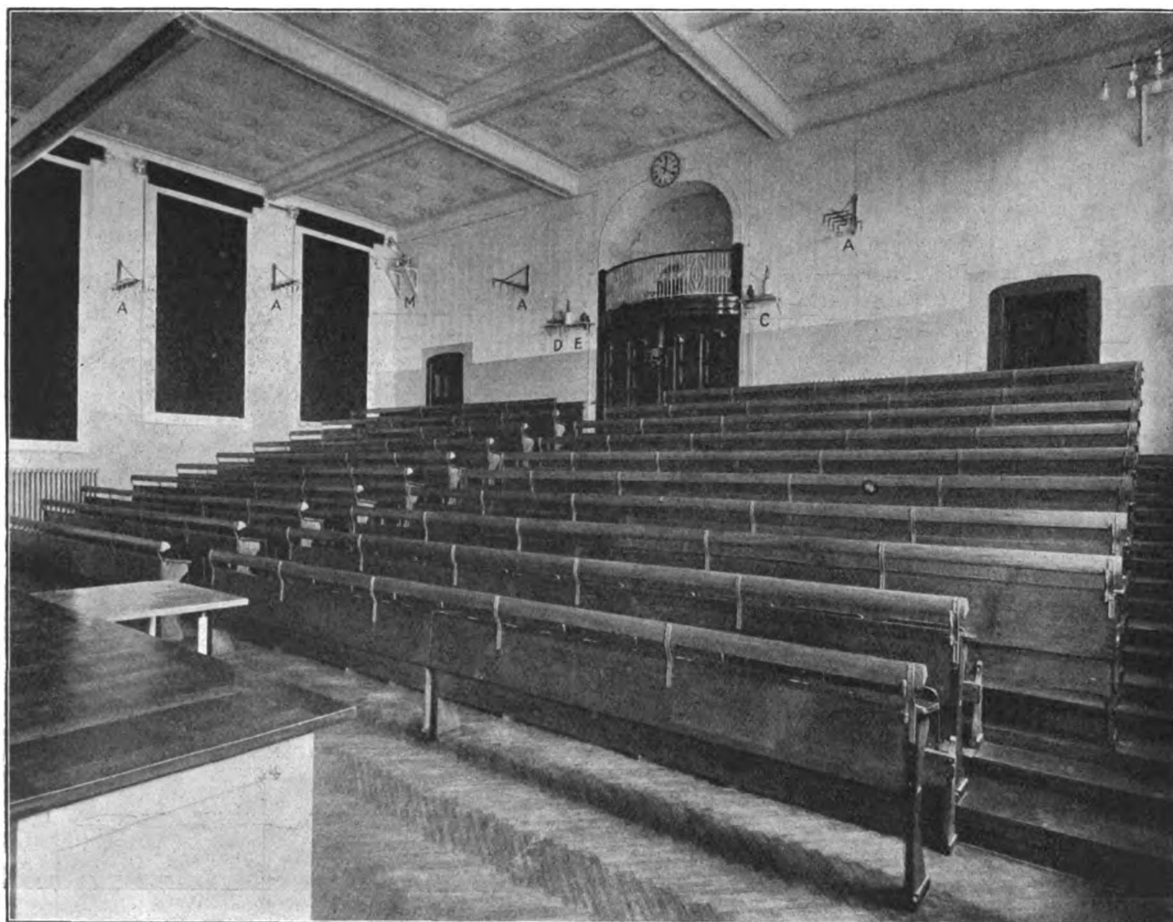


Fig. 4.

Fällen eintreten wird —, so kann durch einen zweiten Ausschalter mit einem Griff auch diese Subsellienbeleuchtung abgedreht werden, aber für gewöhnlich wird dies, da die Projektionsbilder (bei 2—3000 Kerzenstärke der Lampe) meist hell genug sind, nicht nötig sein; dann können die Zuhörer die projizierten Zeichnungen, Instrumente, Erscheinungen usw. skizzieren und sich über diese Notizen machen, da jeder sein Heft hell beleuchtet vor sich hat. — Die Soffitenbeleuchtung besitzt ferner außer den 60 Lampen noch weitere vier, die besonders eingeschaltet

tationswage, Quadrantelektrometer, Galvanometer) Fig. 4, *D, E, G* spielen.

Als Projektionswand für die Projektion von Diapositiven dient die hinter der Tafel befindliche weiße Wand *P*, Fig. 5, die einen extra weißen Anstrich erhalten hat. Die durch einen Elektromotor mit Druckknopfsteuerung bewegliche Tafel *T*, Fig. 5, wird für diese Projektionszwecke dann entsprechend gesenkt. Die Demonstrationsprojektionen physikalischer Vorgänge werden vom Experimentiertisch aus vorgenommen und auf einem rechtsstehenden, etwas schräg

gegen die Zuhörer gestellten beweglichen Schirm von 2,50 m² Fläche ausgeführt. (Auf Fig. 5 *S* noch etwas zu sehen.) Während die hierfür benutzte Projektionslampe sich auf einem fahrbaren Tisch befindet, steht die für die Diapositive auf dem gegenüber der Projektionswand befindlichen kleinen Balkon (vgl. Fig. 4). Das Licht dieser selbstregulierenden Lampe (*L* Fig. 4) wird durch Spiegel nach unten reflektiert (wie in Fig. 4 zu sehen), so daß die Bedienung (also das Wechseln der Photographien) vom Hörsaal aus erfolgen kann.

Der Experimentiertisch[1]) besteht aus einem mittleren, festen Tisch, der alle verschiedenen Anschlüsse für Elektrizität, Gas, Wasser usw. trägt, und zwei seitlichen Tischen, die auf Schienen verschiebbar sind und zur Verlängerung des mittleren Teiles dienen bezw. auch für sich im Vortrag benutzt werden. Der mittlere Teil enthält nun eine große Anzahl (40—50) von verschiedenen Anschlußvorrichtungen für den elektrischen Strom in Form von Steckkontakten, die rund herum in bequemem Abstand von der Tischplatte an den vertikalen Seiten des Tisches angebracht sind. (In Fig. 5 sind einige sichtbar.) Sämtliche Anschlüsse, soweit sie Licht- oder Arbeitsstrom betreffen, sind über die beiden Experimentierschalttafeln (B_1 u. B_2, Fig. 5) geführt, und die angeschlossenen Apparate werden von diesen Schalttafeln aus ein- und ausgeschaltet, und zwar in der Weise, daß an jeder der beiden Tafeln (die nach dem Prinzip der bekannten „Hotelschalter" verbunden sind) das Ein- und Ausschalten besorgt werden kann; diese Anordnung ist sehr bequem, da es bei der Größe des Hörsaals (16 m Länge) äußerst lästig wäre, wenn man an dem einen Ende bei der Demonstration zu tun hat, nun zum Zweck einer Ausschaltung oder Regulierung bis zu der am anderen Ende befindlichen Schalttafel eilen müßte. Sämtliche Ausschalterkurbeln der Rheostaten sind auf den Schalttafeln angebracht, die Rheostaten selbst befinden sich hinter den Schalt-

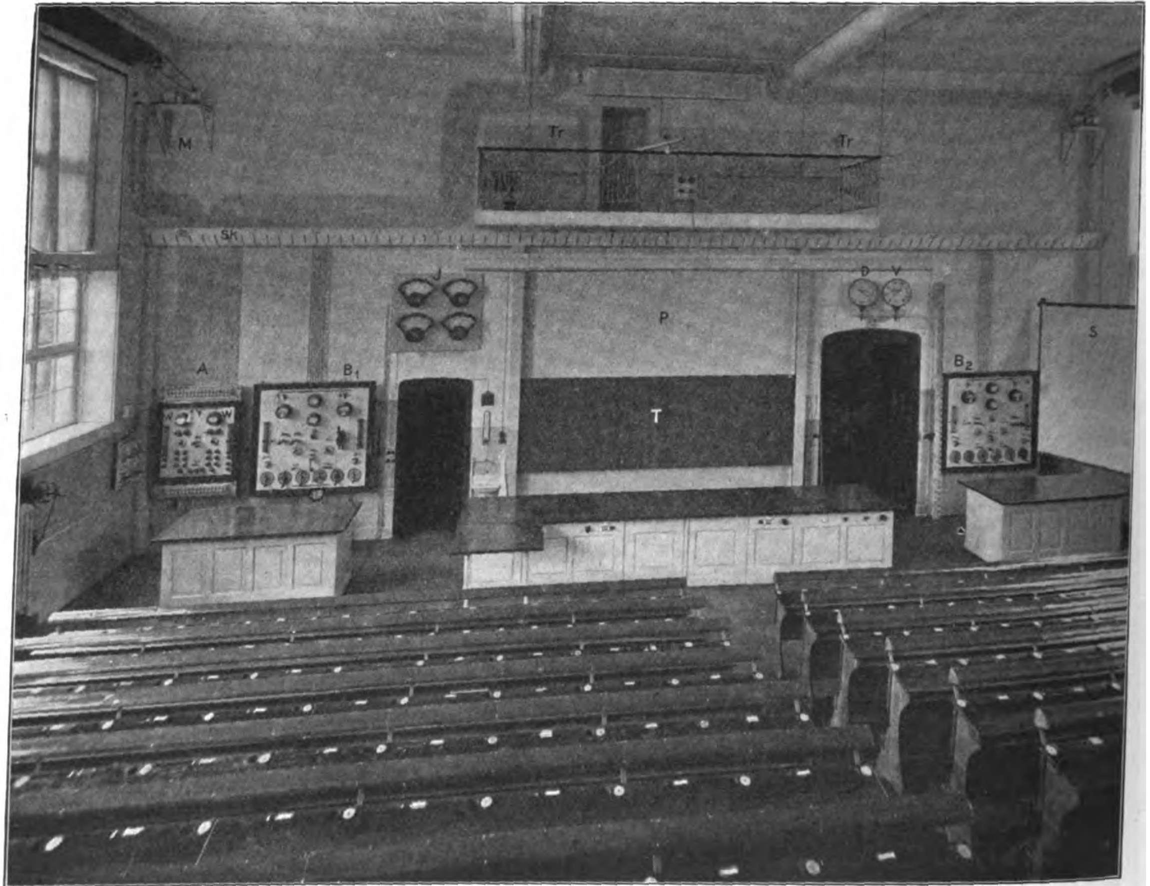
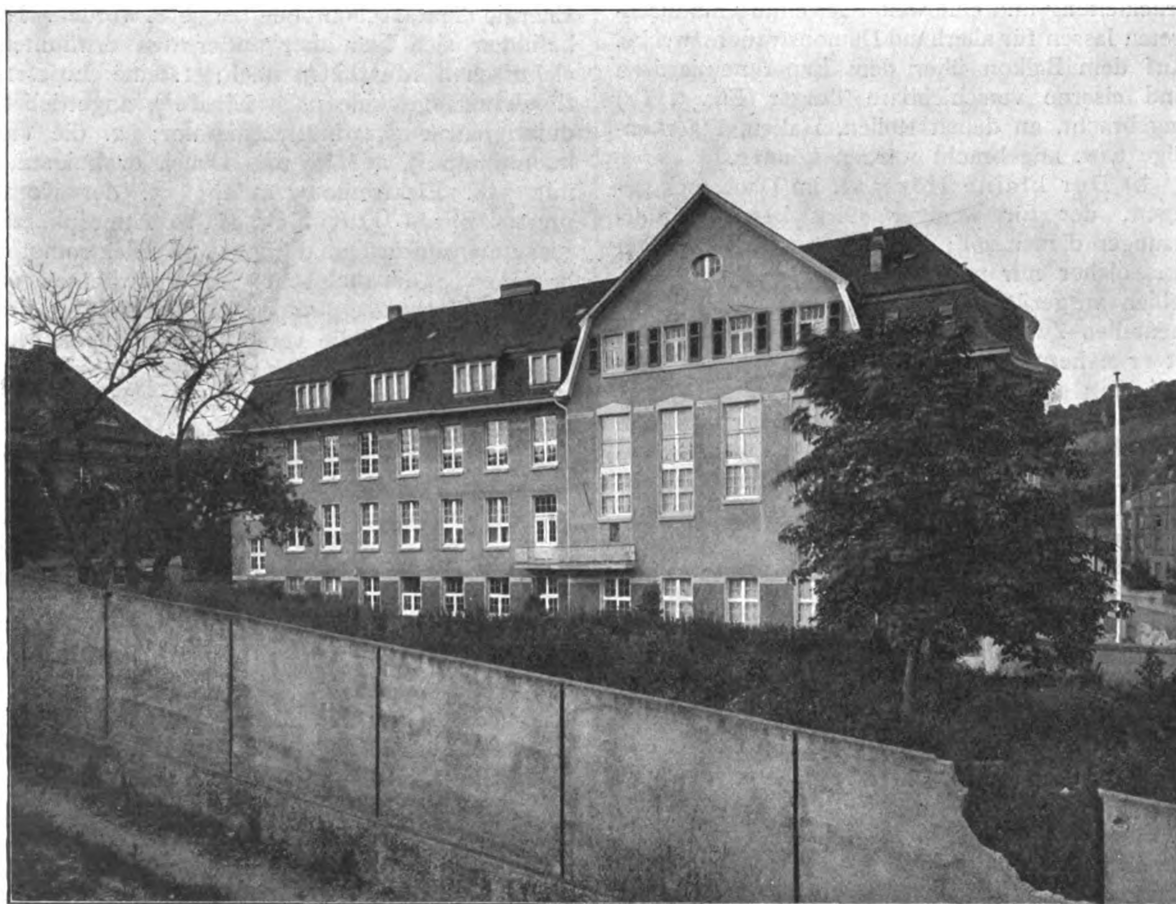


Fig. 5.

1) Von Herrn Hoflieferant P. Spindler, Stuttgart, nach den ihm gemachten Angaben geliefert.

tafeln in den anstoßenden Räumen. Anschlüsse sind hiermit möglich an die 1. Akkumulatoren-Starkstrombatterie, 2. Akkumulatoren-Lichtbatterie, 3. an die 5 Elemente der Meßbatterie, 4. an die Wechselstrom- und Drehstromanlage, wie überhaupt vermittelst der Verteilungsschalttafel im Vorbereitungszimmer an alle Elektrizitätsquellen, die in die Verteilungstafel im Maschinenraum münden. Zum Messen der Intensität und Spannung der benutzten Ströme dienen außer den auf den Schalttafeln montierten Volt- und Amperemetern, die über der Tür zum Vorbereitungszimmer angebrachten 4 Instrumente (Fig. 5 *J*) für Gleichstrom und für Wechselstrom mit einer Teilung von 0 bis 20, aber durch geeignete Shunte, Vorschaltwiderstände bezw. Transformatoren in den Meßbereichen von 0 bis 2, 0 bis 20, 0 bis 200, 0 bis 2000 Volt bezw. Amp. verwendbar. Vor der Mitte des Experimentiertisches befinden sich noch zwei Schachtlöcher, in denen die Anschlußklemmen für den Strom von 2000 Amp. untergebracht sind; werden diese durch einen mehrere Meter langen Bogen aus Messingrohr verbunden, in dem zur Kühlung Wasser strömt, so fließt durch diesen bei 5—6 Volt Spannung (an seinen Enden) ein Strom von 2000 Amp., dessen starkes Magnetfeld sich z. B. zur Darstellung von Kraftlinienbildern in großem Maßstab (dieselben messen über 80 cm im Durchmesser) vorzüglich eignet. Außer diesen Anschlußvorrichtungen für elektrische Energie ist natürlich Gas und Wasser nebst Abläufen an den Experimentiertisch geführt; ferner hat er Anschluß an die Vakuum- und Hochdruckleitung (Drucke ablesbar am Hochdruckmanometer *D* und Vakuummeter *V*, Fig. 5), an den Sekundenkontakt der Normaluhr, an das Galvanometer und Elektrometer, an die Demonstrationsvolt- und Amperemeter für Gleich- und Wechselstrom, an das Orgelgebläse und das Gasgebläse, an einen Exhaustor zur Absaugung schädlicher und lästiger Dämpfe und Gase. Es endigt ferner in der Oberfläche des Tischblattes eine vertikale Achse, welcher durch ein Diskusgetriebe eine in weiten Grenzen variierende Umdrehungsgeschwindigkeit von einer im Souterrain



Gesamtansicht.

befindlichen Transmission aus, gegeben werden kann. Der Tisch besitzt ferner eine Heizvorrichtung, um Apparate und Instrumente für elektrostatische Versuche trocken und isolierend zu machen, und endlich endigen an ihm 2 Paar freie Leitungen, die nach entfernten Zimmern führen zur Demonstration von Versuchen, wie solche mit der sprechenden Bogenlampe und ähnlichen.

Neben den Anschlußklemmen für den elektrischen Starkstrom vor dem Experimentiertisch befinden sich noch zwei Schächte, die die Hochdruckleitung und eine weite Gasleitung hindurchtreten lassen für allerhand Demonstrationszwecke. Auf dem Balkon über dem Experimentiertisch sind eiserne verschiebbare Träger (Fig. 5, *Tr*) angebracht, an denen Rollen, Haken, Flaschenzüge usw. angebracht werden können.

b) Der kleine Hörsaal, im Dachstock gelegen, der für weniger stark besuchte Vorlesungen dienen soll; er ist nicht wie gewöhnlich ein solcher nur mit Katheder, Tafel und Subsellien ausgerüstet, sondern, da er auch experimentellen Zwecken und Vorträgen dienen soll, ist er nahezu ganz wie der große Hörsaal eingerichtet; eine vereinfachte Kopie desselben!

c) Die Räume für das Übungspraktikum nehmen, wie erwähnt, das ganze 2. Obergeschoß ein (vergl. Plan), selbstverständlich abzüglich des Raumes des großen Hörsaals, der durch zwei Stockwerke geht.

Das Übungspraktikum besteht 1. aus einem Wagezimmer, in dem auf einem an der Wand befestigten Steintische und an ihr entlang laufend alle Wagen nebeneinander aufgestellt sind. Außer Wägungen werden in diesem Raum auch noch die Untersuchungen über das Verhältnis der spezifischen Wärmen der Gase (nach Delaroche u. Bérard), über Gasdichten, Versuche mit Kundtschen Staubfiguren usw. vorgenommen; 2. einem Zimmer, in dem die zur Wärmelehre gehörigen Aufgaben bearbeitet werden; 3. und 4. zwei Zimmer für magnetische und elektrische Messungen; 5. einem Photometerraum; 6. einem großen optischen Zimmer, das jedoch durch Aufführung von leichten Zwischenwänden in vier kleinere geteilt ist, so daß sich die verschiedenen Arbeitsgruppen nicht stören; 7. einem für photographische Zwecke eingerichteten Raum, der aber wegen Platzmangels häufig auch für andere Untersuchungen benutzt wird. Fast jedes der Arbeitszimmer besitzt einen Sekundenschläger, der an die Normaluhr angeschlossen ist, eine elektrische Verteilungsschalttafel, von der aus an die Arbeitsplätze der gewünschte Strom von 2 zu 2 Voltspannung abstufbar geleitet werden kann. Wie schon erwähnt, sind die elektrischen Verteilungsschalttafeln, um Kurzschluß usw. zu verhüten, nur den Assistenten zugänglich. Selbstverständlich sind außerdem Zapfstellen für Gas, Wasser, Gebläseluft in den Praktikumsräumen in ausgiebigster Weise vorhanden.

d) Der Maschinenraum. Erwähnt ist schon, daß ich, um an Betriebskosten zu sparen, im Institut selbst eine elektrische Zentrale errichtet habe, durch die die Kosten der Kilowattstunde auf ca. $^1/_{10}$ der von der städtischen Zentrale zu erwartenden heruntergesetzt wurden. Auch ist über die Einrichtung des Maschinenraumes, soweit sie zur Erzeugung elektrischer Energie diente, schon oben berichtet worden. Es befinden sich hier aber außer den erwähnten elektrischen Maschinen noch: 1. eine Luftverflüssigungsmaschine nach Linde[1]), angetrieben durch einen 7,5 pf. Elektromotor; 2. die Vakuumpumpe[2]), auf $^1/_2$ mm Druck evakuierend, mit 3 pf. Elektromotorantrieb; 3. der Kompressor[3]), um Luft bis auf 10 Atmosphären zusammenzudrücken, durch 10 pf. Elektromotor betrieben; 4. die auch schon früher erwähnte elektrische Hauswasserpumpe zur Verteilung des Regenwassers an die verschiedenen Zapfstellen. Wie ersichtlich habe ich von der Anbringung einer gemeinsamen Transmissionswelle zum Antrieb der verschiedenen Maschinen Abstand genommen, da starke Erschütterungen des Hauses hierdurch unvermeidlich erscheinen, sondern jede Maschine hat ihren elektrischen Einzelantrieb; wenn trotzdem Erschütterungen unvermeidlich geworden sind, so liegt das zum Teil in der Natur der Sache selbst, zum Teil, wie erwähnt, in der äußerst soliden und massiven Bauart.

Außerdem ist am Dieselmotor die vorher schon erwähnte Einrichtung zur Herstellung destillierten Wassers (Fig. 1 u. 2 *DD*) angebaut; erzeugter Dampf wird durch das Rohr *R* in den Kühlkessel geführt, dort kondensiert und durch *Z* das destillierte Wasser abgelassen.

Die eine Längswand des rechteckigen Maschinenraumes ist nahezu vollständig durch die oben beschriebenen Verteilungsschalttafeln eingenommen, an der Schmalseite befindet sich dann noch die große Ladeschalttafel für die Akkumulatorenbatterien mit automatischen Zellenschaltern, den nötigen Maximal- und Minimalausschaltern usw.

e) Außer dem Arbeitsraume des Institutsvorstandes besitzt das Institut noch die fünf Räume für wissenschaftliche Forschungsarbeiten (vergl. oben und Plan). Im ganzen haben

---

1) Von der Firma Linde in München.
2) Von Klein, Schanzlin & Becker in Frankenthal.
3) Von L. A. Riedinger, Maschinenfabrik, Augsburg. Die erwähnten Elektromotoren sind alle von der Maschinenfabrik Eßlingen (Filiale Cannstatt) geliefert.

sie alle nahezu dieselben Einrichtungen; alle enthalten Anschlüsse an die große Verteilungsschalttafel des Maschinenraumes, so daß alle dort gegebenen Schaltungsmöglichkeiten auch in diesen Räumen gemacht werden können. Da durch eines der Zimmer die Starkstromleitung zum Hörsaal führt, so ist die Möglichkeit vorhanden, in diesem mit Strömen bis zu 2000 Amp. zu arbeiten. Ein Teil der Zimmer ist an die Vakuumleitung, ein anderer an die Hochdruckleitung angeschlossen, ebenso enthalten sie die von der Normaluhr des Instituts betätigten Sekundenschläger.

f) Im Kellergeschoß befindet sich vertieft bis auf 4,5 m Tiefe ein von allen anderen Räumen durch doppelte Wände isolierter Raum für konstante Temperatur. Derselbe ist für Schwerkraftsmessungen eingerichtet, kann aber natürlich auch für andere Zwecke benutzt werden.

g) Von anderen Räumlichkeiten wären noch zu erwähnen die Bibliothek, in der außer einigen Handbüchern und Spezialwerken, die Hauptzeitschriften der Physik aufliegen; im Erdgeschoß ein chemisches Laboratorium mit vier Arbeitsplätzen; im Dachstock ein Raum für wissenschaftliche photographische Arbeiten und ein kleinerer photographischer Raum, in dem alle Einrichtungen dauernd aufgestellt sind, die zur Anfertigung der in der Vorlesung gebrauchten Diapositive nötig sind. Ferner befinden sich ebenfalls im Dachstock Räume für das Handfertigkeitspraktikum der Lehramtskandidaten, von denen ein Raum mit Schraubstock und Drehbank usw. als Praktikantenwerkstatt eingerichtet ist.

h) Neben dem Aufzugschacht befindet sich ein zweiter, der den sonst gebräuchlichen Institutsturm ersetzt. Er reicht vom Kellergeschoß bis zum Dachstuhl (ca. 20 m Höhe), und besitzt oben Vorrichtungen zur Fixierung von Apparaten. Er ist allerdings besteigbar, aber Beobachtungen, Ablesungen, Montierungen usw. können auch von einem Fenster des Fahrstuhles aus gemacht werden.

i) Endlich mag noch erwähnt werden, daß ich etwas entfernt vom Hause ein Wellblechhäuschen habe errichten lassen, in dem die feuergefährlichen Flüssigkeiten wie das Treiböl für den Dieselmotor, die Alkohol-, Äther- und Benzinvorräte, die in größeren Gebinden zollfrei bezogen werden, gelagert sind. Ebenso befinden sich in einem zweiten Wellblechschuppen die Kisten und Verpackungsmaterialien aus denselben Gründen der Feuergefährlichkeit auch außerhalb des Hauses und in einem dritten Wellblechhäuschen die Schmiede.

Die Kosten des Neubaues sind die folgenden, die Zahlen sind je auf 1000 Mk. abgerundet.

A. Reine Baukosten einschließlich der Heizungsanlage, der Gas- und Wasserleitung	300000
B. Innere Einrichtung:	
1. Mobiliar einschließlich der Kosten für Aufzug, Verdunklungseinrichtungen und ähnliches	24000
2. Elektrische Einrichtungen	59000
3. Maschinelle Anlagen	34000
4. Neuanschaffungen von Instrumenten	9000
5. Neuanschaffungen von Arbeitsmaschinen für die Werkstatt	6000
6. Elektrische Uhren-, Klingel- und Telephonanlagen	1000
	433000

Während bei den reinen Baukosten Ersparnisse gemacht wurden infolge günstiger Konjunkturen, gelang es, trotzdem die elektrischen Einrichtungen größtenteils in eigener Regie vom vermehrten Werkstattpersonal des Instituts ausgeführt worden sind, und damit an Kosten bedeutend gespart wurde, nicht, mit der von den Ständen bewilligten Summe auszukommen. Den beiden hohen Häusern des Landtages sowie dem Kgl. Ministerium bin ich zu großem Dank verpflichtet, daß sie die ca. 7 proz. Überschreitung der Bausumme anstandslos genehmigt haben.

Stuttgart, Phys. Inst. d. Techn. Hochschule, 21. Juni 1911.

(Eingegangen 26. Juni 1911.)

BESPRECHUNGEN.

Fritz Hoppe, Wie stellt man Projekte, Kostenanschläge und Betriebskostenberechnungen für elektrische Licht- und Kraftanlagen auf? 5., vervollständigte Auflage. 550 S., 115 Textfiguren. Leipzig, Johann Ambrosius Barth. 1910. Geb. M. 7.—

Innerhalb weniger Jahre hat das vorliegende Buch fünf Auflagen erlebt. Aus dieser Tatsache ergibt sich schon, daß ein Bedürfnis nach einem derartigen Werke vorgelegen hat. Es enthält noch mehr, als sein Titel verspricht. Neben zahlreichen wertvollen Tabellen aus allen Gebieten der praktischen Elektrotechnik und des Maschinenbaues findet man darin Angaben über die Wirkungsweise, die Verwendung und die Wirtschaftlichkeit der verschiedensten Beleuchtungskörper, Elektromotoren, Koch- und Heizapparate, elektromedizinischen Apparate, Elektrizitätszähler, Trans-

formatoren, Akkumulatoren und Dynamomaschinen nebst ihren Antriebsmaschinen (Dampfmaschinen, Dampfturbinen, Kessel, Gasmaschinen, Wasser- und Windkraftmaschinen). Ein besonderer Abschnitt handelt von der Berechnung der Leitungsnetze und von der Verlegung der Leitungen; ein anderer vom Entwurf von Maschinenräumen und Zentralengebäuden.

Zu bedauern ist, daß Angaben über Wechselstromkollektormotoren in dem Buche fehlen. Diese Motoren sind doch längst aus dem Stadium des Laboratoriumsversuchs heraus; sie haben die Feuerprobe der Praxis bestanden und finden in verschiedenen Zweigen der Technik vielfach Anwendung.

Der zweite Teil des Buches enthält die Durchschnittspreise sowohl ganzer Anlagen als auch von einzelnen Teilen, Maschinen, Apparaten und Instrumenten, sowie die Grundlagen zur Berechnung der Kosten von Montagen und Inbetriebsetzungen.

In dem dritten Teile wird gezeigt, wie man die Betriebskosten und die Rentabilität elektrischer Anlagen berechnet. Ein Anhang enthält eine Menge nützlicher Tabellen, z. B. eine Zinstabelle, Umrechnungstafeln für ausländisches Geld, Maße und Gewichte, Porto- und Eisenbahngütertarif, Gerichts- und Anwaltkosten, die Gebührenordnung der beratenden Ingenieure für Elektrotechnik und vieles andere mehr.

Das Buch wird natürlich in erster Linie dem projektierenden Ingenieur ein nützlicher Ratgeber sein. Wegen der klaren und übersichtlichen Darstellung des Gegenstandes kann es aber auch weiteren Kreisen empfohlen werden. Es setzt den Abnehmer irgendeiner elektrischen Anlage, z. B. der Beleuchtungs- und Stromversorgungsanlage eines Hauses, eines Laboratoriums oder Instituts in die Lage, vorgelegte Projekte und Kostenanschläge selbst zu prüfen und zu beurteilen.

Karl Willy Wagner.

Heinrich Greinacher, Die neueren Strahlen. Radium-(α-, β-, γ-)Strahlen, Kathoden-, Kanal-, Anoden-, Röntgenstrahlen. In leichtfaßlichen Einzeldarstellungen. Lex. 8. VIII u. 130 S. mit 66 Abbildungen. Stuttgart, Ferdinand Enke. 1909. M. 4.—

In einer Reihe von Aufsätzen, die teils in der „Naturwissenschaftlichen Wochenschrift", teils in der „Zeitschrift für neuere physikalische Medizin" erschienen sind, hat der Verf. früher die neueren Strahlen behandelt. Er hat sich nunmehr in dankenswerter Weise entschlossen, diese Aufsätze zu einem Buche zu vereinigen und sie dadurch weiteren Kreisen zugänglich zu machen. Dabei war eine teilweise Umarbeitung erforderlich, und diese bot dem Verf. Gelegenheit, die mittlerweile gewonnenen neueren Ergebnisse der Forschung mit zu berücksichtigen. Daß die Form der Einzeldarstellungen gewahrt blieb, bietet den Vorteil, daß es dem Leser dadurch ermöglicht wird, sich über eine einzelne Strahlenart näher zu unterrichten, ohne das ganze Buch durchlesen zu müssen. Die Darstellung ist, dem Zwecke des Buches entsprechend, leicht faßlich und setzt größere physikalische Kenntnisse beim Leser nicht voraus. Der Laie, der den Naturwissenschaften ein lebhafteres Interesse entgegenbringt, wird das Buch mit Nutzen lesen. Sehr erfreulich erscheint es, daß in einem Schlußabschnitte auch die Röntgentechnik in ihren Hauptzügen behandelt wird.

Iklé.

Wilhelm Ostwald, Über Katalyse. 2. Auflage. 39 S. Leipzig, Akademische Verlagsgesellschaft m. b. H. 1911. Geh. 1.50

Ostwalds Nobelvortrag, der, zuerst in den Annalen der Naturphilosophie abgedruckt, nunmehr auch als einzeln käuflicher Sonderabdrück vorliegt, weist alle die Reize Ostwaldscher Darstellungskunst auf. Seine Lektüre war dem Referenten ein reiner Genuß, der durch die geschmackvolle Ausstattung, die der Verlag dem Heftchen gegeben hat, noch erhöht worden ist.

Werner Mecklenburg.

Personalien.

(Die Herausgeber bitten die Herren Fachgenossen, der Redaktion von eintretenden Änderungen möglichst bald Mitteilung zu machen.)

Habilitiert: An der Technischen Hochschule Karlsruhe Dr.-Ing. Anton Schwaiger für Elektrotechnik, an der Universität Budapest Dr. Mauthner für Chemie.

Berufen: Der ord. Professor der Mathematik an der Landwirtschaftlichen Hochschule Bonn Dr. Philipp Furtwängler in gleicher Eigenschaft an die Universität Wien.

Ernannt: Der Privatdozent an der Technischen Hochschule Aachen Prof. Dr. Edgar Meyer zum ord. Professor für Experimentalphysik an der Universität La Plata in Argentinien, der ord. Professor an der Deutschen Technischen Hochschule Prag Dr. Hans L. Meyer zum ord. Professor der Chemie an der Deutschen Universität Prag, der a. o. Professor an der Deutschen Universität Prag Dr. Viktor Rothmund zum ord. Professor der physikalischen Chemie ebenda, der Privatdozent an der Universität Berlin Dr. Karl Mannich zum a. o. Professor der pharmazeutischen Chemie an der Universität Göttingen, der Privatdozent an der Universität Wien a. o. Professor Dr. Heinrich Mache zum ord. Professor der Physik an der Technischen Hochschule Wien, der a. o. Professor an der Böhmischen Technischen Hochschule Prag Dr. František Nušl zum ord. Professor der Mathematik ebenda, der etatsmäßige Professor der Chemie, Mineralogie und Geologie an der Forstakademie Hannoversch-Gmünden Dr. Paul Ehrenberg zum a. o. Professor der Agrikulturchemie an der Universität Göttingen.

Verliehen: Dem ord. Professor der Mathematischen Physik an der Böhmischen Universität Prag Dr. František Koláček der Titel K. u. K. Hofrat.

Gestorben: Der ord. Honorarprofessor der Physik und Astronomie an der Universität Tübingen Dr. Karl Waitz, der Professor der Allgemeinen Chemie an der Universität Gent Dr. F. Swarts.

Für die Redaktion verantwortlich Professor Dr. Friedrich Krüger in Danzig-Langfuhr. — Verlag von S. Hirzel in Leipzig.
Druck von August Pries in Leipzig.

PHYSIKALISCHE ZEITSCHRIFT

No. 20. 15. Oktober 1911. 12. Jahrgang.
Redaktionsschluß für No. 21 am 14. Oktober 1911.

INHALT:

ORIGINALMITTEILUNGEN.

Vom Einfluß des Magnetfeldes auf die Stromstärke in verdünnter Luft.
(Dell'influenza del campo magnetico sull' intensità di corrente nell' aria rarefatta.)

Von Augusto Righi.

Einer der Gründe zugunsten der Ansicht, daß die Kathodenstrahlen im Magnetfelde (die seitens verschiedener Autoren als „Kathodenstrahlen zweiter Art" oder auch als „Magnetokathodenstrahlen", von mir als „magnetische Strahlen" bezeichnet werden) eine Struktur haben, die von jener einfachen und nur durch das Feld deformierten Kathodenstrahlen verschieden ist, liegt in der unvermittelten Art, in welcher bei allmählicher Steigerung der Feldstärke die charakteristischen Eigentümlichkeiten der gedachten neuen Strahlen häufig auftreten. Einen weiteren analogen Grund gewinnt man aus der Tatsache, die ich im Verlaufe meiner Versuche über die magnetischen Strahlen[1]) entdeckt habe, nämlich aus dem — je nach den Umständen allmählichen oder plötzlichen — Verschwinden dieser Strahlen, wenn die Feldstärke einen gewissen anderen, im allgemeinen recht hohen Wert erreicht hat.

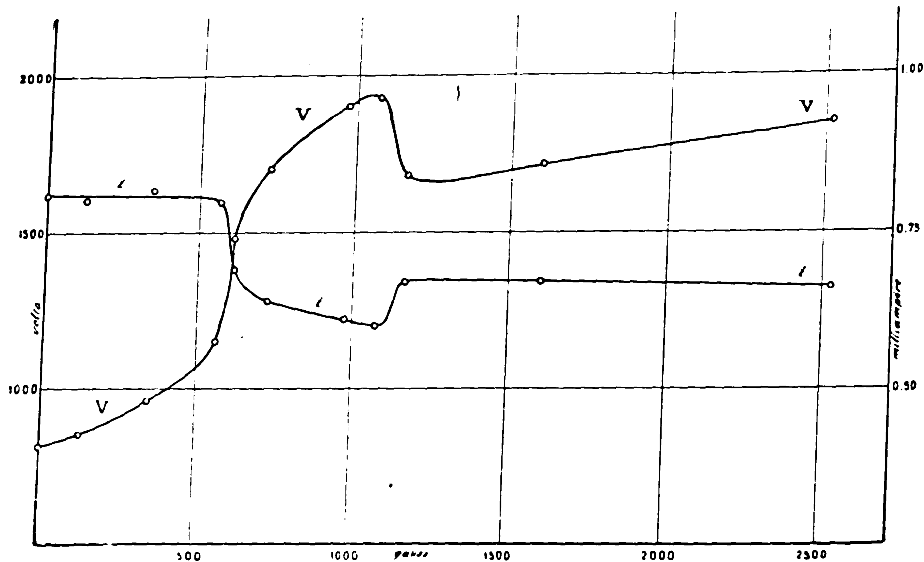
Das Auftreten und das Verschwinden der magnetischen Strahlen sind nun Erscheinungen, die mit gewissen Veränderungen der Potentialdifferenz zwischen den beiden Elektroden verbunden sind. Ich habe nämlich an einer meiner Entladungsröhren für magnetische Strahlen untersucht, wie sich diese Potentialdifferenz ändert, wenn man rings um die Röhre ein Magnetfeld von wachsender Stärke erregt. Dabei konnte ich denn feststellen[1]), daß die Umwandlung der Kathodenstrahlen in magnetische Strahlen von einer merklichen Zunahme dieser Potentialdifferenz begleitet wird, während man den entgegengesetzten Effekt, nämlich eine Verminderung, feststellt, wenn es gelingt, durch hinreichende Erhöhung der Feldstärke die magnetischen Strahlen zum Verschwinden zu bringen.

Durch die Versuche, über die ich hier in großen Zügen berichte, wollte ich prüfen, ob sich die Stromstärke in der Röhre unter der Einwirkung des Feldes veränderte. Insbesondere wollte ich untersuchen, ob diese Stromstärke, wie es mir wahrscheinlich erschien, entsprechend den beiden kritischen Werten des Magnetfeldes — nämlich dem Werte, bei dem die magnetischen Strahlen erscheinen und jenem, bei dem sie verschwinden — irgendwelche merkliche Änderungen erfährt.

Zu diesem Zwecke habe ich einige meiner Röhren benutzt, bei denen die Anode in einer seitlichen Abzweigung sitzt, besonders die Röhre, die mir zu den in meiner letztgenannten Arbeit besprochenen Versuchen[2]) gedient hat. Während ich, wie früher, ihre Elektroden mit einem Thomsonschen elektrostatischen Voltmeter verbunden hatte, habe ich dieses Mal in den Stromkreis, der die Röhre, die aus 2000 kleinen Sammlern bestehende Batterie und die großen Flüssigkeitswiderstände enthält, ein Galvanometer mit festem Felde und mit einem Rheostaten zur

1) Mem. R. Acc. Bologna, 17. Jan. 1909.

1) Lincei Rend. (5) 18, 555, 1909.
2) Lincei Rend. (5) 18, 557, 1909.



passenden Veränderung der Empfindlichkeit im Nebenschluß eingeschaltet.

Streng genommen zeigt der Ausschlag des Galvanometers einen Mittelwert der Stromstärke an. Wie ich dargetan habe[1]), ist nämlich unter der Einwirkung des Feldes der Stromdurchgang in verdünnter Luft kein kontinuierlicher Vorgang, sondern sicherlich intermittierend, oder zum mindesten pulsierend, selbst wenn man ihn bei Abwesenheit dieses Feldes als kontinuierlich annehmen will. Die Stromstärke i, die ich gemessen habe, ist somit die Stärke eines kontinuierlichen und konstanten Stromes, der imstande ist, den beobachteten Ausschlag hervorzubringen. Eine ähnliche Betrachtung kann man übrigens hinsichtlich des Wertes V der Potentialdifferenz zwischen den Elektroden anstellen.

Ich bemerke noch, daß wie fast bei allen meinen Versuchen über die magnetischen Strahlen, auch bei den hier mitgeteilten das Feld durch eine Spule erzeugt wird, deren Achse mit jener des Hauptkörpers der Entladungsröhre zusammenfällt, und daß die Kathode sehr nahe an einer der Polflächen der Spule liegt.

Die Stärke M des Magnetfeldes ist, wie gewöhnlich, in 15 mm Abstand von der Spule und auf deren Achse gemessen, also nahezu an der Stelle, welche die Kathode einnimmt.

Von den verschiedenen Messungsreihen, die ich angestellt habe, führe ich hier die folgenden drei an, die sich untereinander nur durch die verschiedene Größe des in den Stromkreis eingeschalteten Flüssigkeitswiderstandes und somit durch den verschiedenen Wert der Stromstärke unterscheiden. Die Kathode war eine kleine Scheibe von 7 mm Durchmesser, und der Druck der Luft in der Röhre betrug 0,4 mm. Im übrigen ist die Feldstärke M in Gauß, die Stromstärke i in Milliampere und die Potentialdifferenz V zwischen den Elektroden in Volt ausgedrückt.

M	i	V	M	i	V	M	i	V
0	0,026	830	0	0,29	780	0	0,81	810
81	26	830	129	29	800	129	80	850
121	24	1040	258	26	1370	350	82	960
608	16	1980	608	20	2180	565	80	1150
982	15	2200	982	20	2120	618	69	1480
1613	17	1900	1097	20	2080	730	64	1700
2243	20	1800	1174	30	1700	982	61	1900
—	—	—	1613	25	1650	1078	60	1930
—	—	—	2530	25	1680	1173	67	1680
—	—	—	—	—	—	1613	67	1715
—	—	—	—	—	—	2530	66	1850

Bei näherer Betrachtung dieser Tabelle bemerkt man sogleich, daß die Stromstärke zunächst eine Verminderung und später dann eine Zunahme erfährt, wenn man die Magnetfeldstärke schrittweise wachsen läßt. Das geht klar aus der beigefügten Figur hervor.

In dieser Figur ist unter Benutzung der Zahlen der letzten Versuchsreihe die mit $ii\ldots$ bezeichnete Kurve gezeichnet, die zu Abszissen die Werte M der Feldstärke und zu Ordinaten die zugehörigen Werte von i hat. Beobachtet man weiter die mit $VV\ldots$ bezeichnete Kurve, die zu Abszissen ebenfalls die Werte von M und zu Ordinaten die Werte von V hat, so erkennt man, daß die mehr oder minder plötzlichen Änderungen von i merklich bei denselben Werten der Feldstärke liegen, wie die in entgegengesetztem Sinne verlaufenden Änderungen

1) Mem. R. Acc. Bologna, 17. Mai 1908, S. 271.

von V, denen das Erscheinen und das Verschwinden der magnetischen Strahlen entspricht. Man kann also sagen, daß diese Strahlen nur dann existieren, wenn das Feld einen Wert hat, der zwischen denen liegt, die ich als „kritische Werte" bezeichnet habe, und die den erhöhten Zug der Kurve VV ... und den erniedrigten der Kurve ii ... begrenzen.

Diese Versuche stützen also, ebenso wie die früheren, bei denen ich mich auf die Messung von V beschränkt habe, die von mir vertretene und zu Beginn dieser Veröffentlichung dargelegte Ansicht.

(Nach Lincei Rend. (5) **20**, 167—170, 1911 aus dem Italienischen übersetzt von Max Iklé.)

(Eingegangen 18. September 1911.)

Zwei neue Versuche über magnetische Strahlen.
(Due nuove esperienze sui raggi magnetici.)

Von Augusto Righi.

1. Der bekannte von J. J. Thomson angegebene Versuch mit dem Lichtringe, der sich in einer Kugel mit verdünnter Luft bildet, wenn Entladungen durch einen Draht hindurchgehen, der die Kugel so umgibt, daß er eine flache Spule von wenigen, gut isolierten Windungen bildet, dieser Versuch bietet interessante Eigentümlichkeiten, die einer besonderen Untersuchung wert sein dürften, wenn man ihn in einem Magnetfelde anstellt. Abgesehen von den merkwürdigen Deformationen, welche das Leuchten in der Kugel zeigt, wenn das Magnetfeld nicht senkrecht zur Ebene des Ringes gerichtet ist, habe ich nachstehende Erscheinungen beobachtet, wenn diese Bedingung erfüllt ist.

Je nach dem Grade der Luftverdünnung in der Kugel, der Stärke der Entladungen und der Feldstärke verbreitert sich der Ring merklich in der Richtung senkrecht zu seiner Ebene oder verdoppelt sich. Überdies nähert er sich im ganzen ein wenig der felderregenden Spule oder entfernt sich von ihr. Diese Verschiebung kehrt sich um, wenn man entweder die Feldrichtung oder die Ladungen des Kondensators umkehrt, von dem die Entladungen ausgehen. Ich habe jedoch immer gesehen, daß die Verschiebung des Ringes deutlicher ist, wenn er sich in dem Augenblicke, wo das Magnetfeld erregt wird, der Spule nähert, als im umgekehrten Falle. Weiter habe ich festgestellt, daß die scheinbare Anziehung des Ringes seitens der Spule dann stattfindet, wenn die Entladung in dem Drahte, der die Kugel umgibt, so gerichtet ist, daß sie von der Spule abgestoßen wird, was übrigens vorauszusehen war. Schließlich will ich noch erwähnen, daß der Ring, wenn man die magnetische Feldstärke sehr steigert, zunächst blasser wird und dann schließlich verlischt.

Die Erscheinung aber, um deren Beschreibung es uns hauptsächlich zu tun ist, besteht in dem — oft unvermittelten — Auftreten einer neuen Leuchterscheinung, die weniger intensiv ist als der Ring und die Merkmale jener Erscheinung aufweist, welche die magnetischen Strahlen (oder Magnetokathodenstrahlen) ausmacht. Man beobachtet sie besser, wenn die von den Entladungen durchflossenen Drähte eine ebene Spule AB (siehe Fig. 1) bilden, deren innerer Raum einen kleineren Durchmesser hat als die Kugel P. Die Kugel steht dann

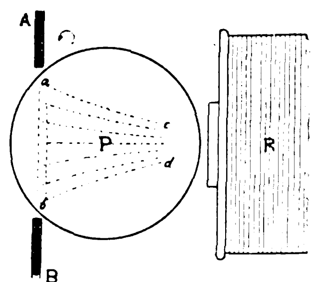


Fig. 1.

zwischen diesen Windungen AB und der Spule R, die das Magnetfeld erregt. Was die Induktionsentladungen anlangt, so erzeugt man sie bequem in der Weise, daß man die Enden der Windungen AB mit den äußeren Belegungen zweier in Reihe geschalteten Kondensatoren verbindet (beispielsweise mit denen der beiden Leidener Flaschen, mit denen im allgemeinen jede Influenzmaschine ausgerüstet ist) und Funken von passender Länge zwischen den mit den inneren Belegungen verbundenen Knöpfen übergehen läßt.

Ohne Feld, oder bei schwachem Magnetfelde, bildet sich im Innern der Kugel der gewohnte Lichtring ab; erhöht man aber schrittweise die Stärke des Magnetisierungsstromes in der großen Spule R, so sieht man eine Leuchterscheinung $abcd$ auftreten. Diese bildet eine Art Hohlkegelstumpf, der von dem Ringe ausgeht und sich weiter und weiter gegen den Pol der Spule hin erstreckt. Das Licht ist auf diesem Kegel im allgemeinen nicht gleichmäßig verteilt, erstreckt sich auch längs der einzelnen Erzeugenden nicht gleichweit, so daß das Licht am Ende cd gleichsam ausgefranst und nicht kreisförmig begrenzt ist. Streng genommen hat indessen diese Lichtröhre nicht sowohl genau Kugelgestalt, als vielmehr die Gestalt eines Trompetenschalltrichters, und sie scheint eine

Kraftröhre des von der Spule erzeugten Magnetfeldes zu bilden. Es ist jedoch zu bemerken, daß bei sehr starkem Felde die Öffnung *cd* sich verengt, und dann wird die Trichterform etwas spitzer.

Wahrscheinlich dienen zur Bildung dieses Strahlenbündels, das ich nicht anstehe, als aus magnetischen Strahlen bestehend anzusehen, die Elektronen, die durch Ionisierung längs der ringförmigen Entladung *ab* frei geworden sind. Wir haben somit einen ganz ähnlichen Fall wie bei den magnetischen Strahlen, die ich bei anderer Gelegenheit aus den Kanalstrahlen habe erhalten können.

Diesen letztgenannten Versuch werde ich bald Gelegenheit haben, zu erwähnen.

2. Der zweite von den Versuchen, die ich in der vorliegenden Mitteilung beschreiben will, wurde mit der in Fig. 2 abgebildeten Entladungsröhre ausgeführt. Ehe ich jedoch zu dieser Schilderung übergehe, erachte ich es der

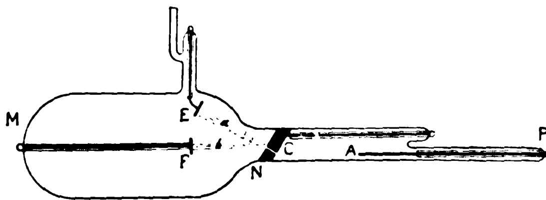


Fig. 2.

Deutlichkeit wegen für nützlich, die Ergebnisse anzuführen, die ich erhielt, wenn ich das Magnetfeld auf die Kanalstrahlen wirken ließ[1]). Der Bequemlichkeit halber beziehe ich mich ebenfalls auf die Fig. 2.

Die Entladungsröhre, welche diese Figur darstellt, besteht aus einem weiten Teile *MN* und einem verjüngten Teile *NP*, beide Teile sind zylindrisch und koaxial. Der Teil *NP* hat einen solchen äußeren Durchmesser, daß er ganz in die im Kern der zur Erregung des Magnetfeldes bestimmten Spule angebrachte Bohrung eingeführt werden kann. Er enthält auch die beliebig geformte Anode *A* und die ebene, geneigt angeordnete Kathode *C*, in der eine senkrecht zu ihren Flächen gerichtete enge Öffnung angebracht ist. Damit die Kathode sich am Rande gut an die Röhrenwandung anschließt, wurde sie in der Weise hergestellt, daß zwei parallele schräge Schnitte durch einen Aluminiumzylinder gemacht wurden, dessen Durchmesser gleich dem inneren Durchmesser der Röhre *NP* war.

Wenn man die Röhre mittels einer Batterie von 2600 Sammlern — unter Zwischenschaltung eines großen Flüssigkeitswiderstandes zur Vermeidung allzu starker Ströme — oder auch mittels einer Influenzmaschine erregt, so sieht man, wie sich bei passender Verdünnung der Luft das Kanalstrahlenbündel *a* bildet, dessen Ausgangspunkt die kleine Öffnung in der Kathode ist. Wenn man dann den Strom in die Spule schickt, welche die Röhre *NP* enthält, so sieht man, wie sich ein zweites Strahlenbündel *b* bildet, das sich merklich nach den Linien magnetischer Kraft krümmt, wenn man der Röhre seitlich einen weiteren Magnetpol nähert. Dieses Bündel magnetischer Strahlen *b* wird somit aus dem Kanalstrahlenbündel erhalten.

Wenn nun die Kathode *C* senkrecht zur Röhrenachse steht, so scheint sich das Kanalstrahlenbündel, das in diesem Falle längs der Achse gerichtet ist, bei Erregung des Magnetfeldes nicht zu verändern. Fängt man es aber in einem Faradaykäfig auf, so erkennt man, daß die positive Ladung, die es mitführt, immer kleiner und kleiner wird, wenn man die Stärke des Magnetfeldes erhöht.

Unter der Annahme der von mir aufgestellten Hypothese, nach welcher die Magnetokathodenstrahlen oder magnetischen Strahlen, nicht einfach durch das Feld deformierte Kathodenstrahlen sind, sondern den Doppelsternen analoge neutrale Systeme enthalten, die durch die magnetische Kraft weniger unbeständig gemacht worden sind und aus negativen Elektronen im Verein mit positiven Ionen bestehen, unter der Annahme dieser Hypothese habe ich diese Tatsachen unschwer vorausgesehen und erklärt. So erklärt sich beispielsweise die zuletzt erwähnte Tatsache dadurch, daß bei Vorhandensein eines Magnetfeldes eine gewisse Anzahl positiver Ionen, der Hauptbestandteile der Kanalstrahlen, nachdem sie zur Bildung dieser Doppelsterne beigetragen haben, in den Faradaykäfig hinein oder auf diesen zu negative Elektronen transportieren, die ohne sie nicht dorthin gelangen würden.

Der Versuch, den ich nunmehr beschreiben will, ist bestimmt, diese Erklärung zu bekräftigen. Er erfordert die Anwendung zweier Metallplatten, *E*, *F*, an welche die beiden Strahlenbündel *a* und *b* die von ihnen mitgeführten Ladungen abgeben.

Die angenommene Hypothese läßt voraussagen, daß die Platte *F*, auf die vorwiegend neutrale Doppelsterne oder die Elektronen und Ionen, die solche gebildet haben, einzeln gelangen, keine Ladung erhalten darf, und daß die Platte *E* eine um so kleinere positive Ladung empfängt, je stärker das Magnetfeld ist, und zwar aus dem Grunde, weil diese Doppel-

1) Mem. R. Acc. Bologna, 17. Jan. 1909, S. 96.

sterne sich aus positiven Ionen bilden, die dem Strahlenbündel *a* entzogen werden.

Um diesen Versuch auszuführen, habe ich die Kathode *C* beständig in unmittelbarer Verbindung mit dem Erdboden gehalten, und dabei bald die Platte *E*, bald die Platte *F* durch den Draht eines Galvanometers hindurch geerdet, dessen Empfindlichkeit ein Widerstandskasten im Nebenschluß nach Bedarf zu regulieren gestattet. Der Strom zwischen den Elektroden *A* und *C* kann von einer Influenzmaschine geliefert werden, da er nur geringe Intensität besitzen soll. Wenn man bei Verwendung der Sammler einen zu starken Strom anwendet, wird der Versuch weniger deutlich, weil das Kanalstrahlenbündel diffus wird und sich dann nicht nur die Platte *E*, sondern auch die Platte *F* positiv lädt. Das sind die Ergebnisse, die ich erhalten habe.

Wenn man das Galvanometer zwischen *F* und der Erde einschaltet, so erhält man weder ohne noch mit Magnetfeld einen Ausschlag, oder man erhält einen sehr kleinen Ausschlag, der sich bei Erregung des Feldes nicht merklich verändert.

Wenn man dagegen das Galvanometer mit der Platte *E* verbindet, so erhält man einen Ausschlag, der ein Zuströmen positiver Elektrizität zu eben dieser Platte im Innern der Röhre anzeigt, und dieser Ausschlag nimmt mehr und mehr ab, wenn man das Magnetfeld erregt und dessen Stärke dann wachsen läßt. Ich teile hier die Ergebnisse zweier Messungsreihen mit, die ich mit einer Stromstärke von ungefähr $^1/_3$ Milliampere in der Röhre ausgeführt habe. Die Werte für das Magnetfeld verstehen sich, wie gewöhnlich, in 15 mm Abstand von der näher an *N* belegenen Polfläche der Spule gemessen.

Druck = 0,028 mm		Druck = 0,056 mm	
Feldstärke in Gauß	Ausschlag in Mikroampere	Feldstärke in Gauß	Ausschlag in Mikroampere
0	0,25	0	0,50
192	0,24	240	0,48
701	0,22	1173	0,47
1070	0,21	1563	0,45
1613	0,19	1613	0,44
2530	0,15	2530	0,43

Wie man sieht, werden die theoretischen Voraussagen durch diese Versuche bestätigt.

Man könnte vielleicht annehmen, daß die Verminderung der positiven Ladung, die das Bündel *a* mitführt, von einer Veränderung herrührt, die das Feld an dem Entladungsvorgange zwischen den Elektroden *A* und *C* hervorbringt.

1) a. a. O., S. 98.

Aber die beiden folgenden Betrachtungen genügen, um diesen Zweifel recht wenig begründet erscheinen zu lassen: Erstens ist das Magnetfeld an der Stelle, welche die Röhre *NP* einnimmt, wenn nicht null, so doch wenigstens sicherlich zu vernachlässigen, besonders wenn die Feldstärke außerhalb des Spulenkernes gering ist (wie in den Fällen, wo die Feldstärke 192 oder 240 Gauß betrug); zweitens zeigt ein zwischen die Anode *A* und die Stromquelle eingeschaltetes Galvanometer keinerlei merkliche Änderung der Stromstärke an, wenn das Magnetfeld erregt wird.

(Nach Lincei Rendic. (5) **20**, 163—167, 1911, aus dem Italienischen übersetzt von Max Iklé.)

(Eingegangen 18. September 1911.)

Zur Kenntnis der kristallinen Flüssigkeiten[1]).

Von H. v. Wartenberg.

Nach Bose hat man sich die trüben kristallinen Flüssigkeiten so vorzustellen, daß die ihnen nach Vorländer eigentümlichen langgestreckten Moleküle sich nicht alle in vollkommener Unordnung durcheinander bewegen, sondern eine Tendenz haben, sich parallel zu legen. Durch die entgegengerichtete Kraft der Wärmebewegung wird aber eine völlige Ordnung verhindert und es bilden sich nur Schwärme von etwa 0,01 mm Größenordnung[2]), deren Komponenten in fortwährendem Austausch begriffen sind, und durch deren unregelmäßige Lagerung die Trübung des Lichtes verursacht wird. Eine Parallelrichtung vieler solcher Schwärme, die Bildung eines makroskopischen Schwarmes, der also in der Richtung der Molekülachsen klar durchsichtig sein muß, kann nach den Experimenten[3]) Herrn O. Lehmanns durch zwei Einwirkungen erreicht werden: 1. durch mechanischen Schub in sehr dünner Schicht zwischen Objektglas und -träger; die Achsen stellen sich senkrecht zur Schubrichtung, das Präparat verhält sich in Durchsicht wie ein einachsiger Kristall, zeigt also im konvergenten Licht zwischen gekreuzten Nicols das Achsenkreuz mit Ringen; 2. durch ein magnetisches Feld[4]). Dies letztere vermag, wie weiter

1) Mitteilung aus dem Physikalisch-chemischen Institut der Universität Berlin.

2) E. Bose, diese Zeitschr. **12**, 61, 1911.

3) Zu erklären sind diese Versuche natürlich auch nach den Lehmannschen Auffassungen, nur daß diese in einem von ihm selbst betonten Widerspruch zu Fundamentalsätzen der Physik und Chemie stehen, so daß die Bosesche Erklärung vorzuziehen ist.

4) O. Lehmann, Ann. d. Phys. **2**, 676, 1900.

E. Bose[1]) gezeigt hat, auch dicke Schichten beim Durchblicken in der Kraftlinienrichtung, in welche sich die Moleküle mit einer ihrer Achsen einstellen, aufzuhellen. Wie Nernst[2]) jedoch betont hat, muß weiter gezeigt werden, daß mit dieser Aufhellung auch eine Doppelbrechung genau wie bei 1. verbunden ist, und hierfür soll die nachfolgende Notiz den Nachweis bringen.

Zu den Versuchen diente ein Halbringelektromagnet mit abgestutzten, durchbohrten Polschuhen in 2 cm Abstand, zwischen denen ein mit einer Wismutspirale gemessenes Feld von 7200 Gauß erregt werden konnte. Die handelsreinen Präparate, *p*-Azoxyanisol resp. *p*-Azoxyphenetol, wurden in flachgedrückten Reagenzgläsern erwärmt, in Schichtdicken von 1,8 resp. 2,5 mm.

1. Beobachtung in Richtung der Kraftlinien.

a) Konvergentes Licht. Das Licht einer Bogenlampe passierte eine Mattglasplatte, ein großes Nicol, einen Kondensor und durchlief dann die durchbohrten Magnetschenkel. In den Polschuhlöchern saßen gegenübergestellt zwei schwache Mikroskopobjekte (etwa Zeiß *B* entsprechend). Das vom zweiten Objektiv erzeugte Bild wurde ohne Lupe durch ein drehbares Nicol betrachtet, das am anderen Ende der Durchbohrung des zweiten Magnetschenkels saß. Zwischen den Polen stand zur Aufnahme der Präparatengläser ein 1 cm weiter Leyboldscher Trog voll Paraffinöl, der mit einer U-förmig gebogenen Konstantandrahtspirale elektrisch erwärmt werden konnte. Die Temperatur war ungleichförmig, oben etwa 10⁰ höher als unten, was den Vorteil bot, daß durch passende Variation des Heizstromes eine obere klarflüssige und untere trübflüssige Schicht erzeugt und gerade die Grenze oder die eine oder die andere Schicht in das Gesichtsfeld gebracht werden konnte.

Hielt sich die Temperatur zwischen dem Schmelz- und Klärungspunkt, so bewirkte das Einschalten des Magnetfeldes zunächst eklatante Aufhellung des Gesichtsfeldes und es erschien das Kreuz mit Ringen zwischen gekreuzten Nicols. Beim *p*-Azoxyanisol waren etwa 4—5 Ringe sichtbar, beim p-Azoxyphenetol waren sie zu eng, um sie zu zählen, wie überhaupt die Erscheinung wegen der tieferen Farbe undeutlicher war. Beim *p*-Azoxyanisol ergab Einschaltung einer $^1/_4$-Undulationsglimmerplatte deutlich positiven Charakter der Doppelbrechung. Die Erscheinung war gleich scharf dicht über dem Schmelzpunkt bis dicht unter den Klärungspunkt, bei dessen Erreichen das Kreuz verschwand. Die Wärmebewegung wurde dann so stark, daß auch die magnetischen Richtkräfte die Moleküle nicht mehr parallel richten konnten. Hält man durch Regulierung des Temperaturgefälles die Grenze trüb—klar gerade in der Mitte des Gesichtsfeldes, so läßt sich eine Verschiebung dieser Grenze beim Erregen des Magnetfeldes nicht konstatieren. Der Klärungspunkt wird also nicht merklich in seiner Abhängigkeit von der Temperatur durch Magnetisieren verschoben. Dieses Resultat läßt sich auch theoretisch bestätigen, wenn man sich nach Nernst[1]) die Stabilität der verschiedenen Zustände durch ihre Dampfdruckkurven erläutert denkt. Unterhalb des Klärungspunktes hat die partiell geordnete, trübe Phase die größere Wahrscheinlichkeit für sich, d. h. der Dampfdruck derselben ist kleiner als der der klaren, ungeordneten Schicht, wenn diese so weit unterkühlt wird. Bei Temperaturen oberhalb des Klärungspunktes liegen die Verhältnisse umgekehrt und beim Klärungspunkt schneiden sich die Kurven. Stellt man sich nun unterhalb des Klärungspunktes zwischen zwei Gefäßen mit z. B. *p*-Azoxyanisol, deren eines in einem Magnetfelde steht, einen Kreisprozeß durchgeführt, indem man Substanz aus einem ins andre überdestilliert, so wird offenbar, wenn eine Differenz der Dampfdrucke besteht, dieselbe auf Kosten der magnetischen Energie besteht. Die Differenz der beiden Energien in beiden Fällen

$$RT \ln \frac{p_1}{p_2}$$

wird gleich der magnetischen Energie sein. Ein analoger Fall, nämlich die Differenz der elektromotorischen Kräfte von Elementen $Fe/FeSO_4$, $CuSO_4/Cu$ außerhalb und innerhalb eines Feldes ist von Duhem[2]) behandelt worden. Er gewinnt für diese Differenz die Formel:

$$E - E_1 = -\frac{\lambda I^2}{2\delta\varkappa},$$

wo λ das elektrochemische Äquivalent des Eisens, δ das spez. Gew. desselben, I das auf die Volumeinheit bezogene magnetische Moment und $\varkappa$ die Suszeptibilität ist. Der Beeinflussung der Lösungstension des Eisens durch das Magnetfeld entspricht nun im vorliegenden Falle die der Dampfdrucke des Azoxyanisols. Führt man anstatt λ das Molekulargewicht M ein und bedenkt, daß

1) E. Bose, diese Zeitschr. **10**, 230, 1909; **12**, 60, 1911.
2) W. Nernst, Ztschr. f. Elektrochem. **16**, 702, 1910.

1) Nernst, Ztschr. f. Elektrochem. **16**, 702, 1910.
2) Vgl. Bucherer, Wied. Ann. **58**, 567, 1896.

$$E - E_1 = A = RT \ln \frac{p_1}{p_2}$$

ist, so gewinnt man hier:

$$\ln \frac{p_1}{p_2} = - \frac{MI^2}{2 \cdot \delta \cdot \varkappa \cdot RT} = - \frac{M \cdot H^2 \cdot \varkappa}{2 \cdot \delta \cdot R \cdot T}.$$

Es ist nun im vorliegenden Falle für *p*-Azoxyanisol: $M = 258$, $\delta = 1{,}15$ für $T = 408^0$ (Klärungspunkt)[1]), $R = 8{,}32 \cdot 10^7$, $H = 7200$ und $\varkappa$ soll rund auf $\pm 10^{-6}$ geschätzt werden (auch erheblich andere Werte ändern nicht viel). Es wird demnach:

$$\log \frac{p_1}{p_2} = \mp \frac{258 \cdot 7200^2 \cdot 1 \cdot 10^{-6}}{2{,}3 \cdot 2 \cdot 1{,}15 \cdot 8{,}32 \cdot 10^7 \cdot 408}$$
$$= \pm 7{,}5 \cdot 10^{-8}.$$

$\frac{p_1}{p_2}$ ist also nicht nennenswert von 1 verschieden, das heißt, wenn man die Temperatur der beiden Gefäße in unmittelbare Nachbarschaft des Klärungspunktes verlegt, wird der Dampfdruck des magnetisierten und damit der Klärungspunkt nicht merklich verändert, trotzdem der Dampfdruck der klaren und trüben Phase dicht beieinander liegen.

b) Paralleles Licht. Die Versuchsanordnung war dieselbe mit Weglassung sämtlicher Linsen. *p*-Azoxyanisol zeigte in dem trübflüssigen Gebiet bei Einschalten des Magnetfeldes starke Aufhellung und, da das Licht offenbar noch etwas konvergent war, Bruchteile eines Ringsystems mit weit auseinanderstehenden Ringen und einem Arm des Achsenkreuzes. Die Substanz ist also im magnetisch gerichteten Zustande sehr stark doppelbrechend. Oberhalb des Klärungspunktes trat der Faradayeffekt auf. Der Analysator mußte nach Einschalten des Feldes um 3^0 gedreht werden, um wieder völlige Dunkelheit zu erzielen, woran aber das Herausnehmen des Präparates aus dem Trog nichts änderte. Letzteres zeigt also allein keine besonders starke Magnetorotation.

2. Beobachtung senkrecht zu den Kraftlinien.

Die Substanzen wurden in kreisrunden Röhrchen von 3 mm Durchmesser in dem Paraffinbad erwärmt und das Licht der Bogenlampe nach Passieren der Mattglasplatte und des Nicols parallel zur Kraftlinienrichtung polarisiert hindurchgesandt und durch ein drehbares Analysatornicol beobachtet. Innerhalb des kristallinisch-flüssigen Zustandes war bei beiden Präparaten jetzt bei Einschalten des Feldes nicht nur keine Aufhellung, sondern im Gegenteil deutliche Verdunkelung zu erblicken, besonders, wenn bei gekreuzten Nicols beobachtet wurde, wodurch die rötliche Farbe der Präparate bei der dunklen Umgebung das Erkennen kleiner Intensitätsunterschiede erleichterte. Eine Drehung der Auslöschungsrichtung konnte nicht bemerkt werden. Diese Vermehrung der Trübung bei Beobachtung senkrecht zu den Kraftlinien ist schon von Bose[1]) als möglich erörtert worden. Standen die Polarisationsrichtungen der Nicols schief zu der Kraftlinienrichtung, so hätte man eigentlich Aufhellung bei Einschalten des Feldes erwarten müssen, da die Achsenrichtung des „Kristalls" schief zu den Polarisationsrichtungen verlief. Das Präparat war aber viel zu trübe in dieser Durchsicht, um diese Aufhellung erkennen zu lassen. Oberhalb des Klärungspunktes ergab das Einschalten des Feldes keine Veränderung.

Zusammenfassung: Es wurde gezeigt, daß sich *p*-Azoxyanisol und -phenetol im trübflüssigen Zustande im magnetischen Felde wie einachsige Kristalle verhalten und damit das von Nernst[2]) geforderte Experimentum crucis zugunsten der Boseschen Theorie geliefert. In Übereinstimmung mit theoretischen Erwägungen wird der Klärungspunkt nicht durch das Magnetfeld verschoben.

1) Schenck, Kristallinische Flüssigkeiten, Leipzig 1905, S. 49.

1) E. Bose, diese Zeitschr. **12**, 61, 1911.
2) Nernst, l. c.

(Eingegangen 2. August 1911.)

Über Gasionisation durch Kanalstrahlen.

(Vorläufige Mitteilung.)

Von R. Seeliger.

Im folgenden möchte ich die Resultate einiger Versuche mitteilen, die ich über obige Frage anstellte. Es handelte sich dabei nicht um eine vollständige Untersuchung des ganzen Problems, sondern um die Ausarbeitung der Methode und um einige orientierende Messungen, die lediglich die Grundlage für eine weitere ausführliche Arbeit bilden sollen.

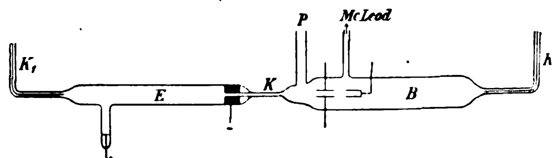


Fig. 1.

1. Die Versuchsanordnung (Fig. 1). Die Strahlen wurden erzeugt in der Entladeröhre E und gelangten durch die Kapillare K in den Beobachtungsraum B. Dort passierten sie einen

Plattenkondensator und wurden hierauf in einem Auffangzylinder mit geerdeter Schutzhülle aufgefangen. Um im Entlade- und Beobachtungsraum die Drucke beliebig variieren zu können und um konstante Versuchsbedingungen zu erhalten, konnte dauernd Gas durch die zwei Kapillaren K_1 und K_2 zugeführt werden; die Kapillaren führten zu zwei getrennten und mit Manometern versehenen großen Vorratsballons. Ein weites Rohr P führte auf möglichst direktem Wege zur Gaedepumpe. Da ich die den Raum E und B trennende Kapillare nicht zu eng gewählt hatte (innere Weite 2 mm, Länge 6 cm), um genügend intensive Strahlen in den Beobachtungsraum gelangen zu lassen, lagen die erreichbaren Druckunterschiede innerhalb ziemlich enger Grenzen; der Druck konnte im Beobachtungsraum von etwa $^2/_{100}$ mm Hg bis $^5/_{1000}$ mm Hg, im Entladeraum dementsprechend von etwa 3 mm bis 9 mm Funkenstrecke verändert werden. Es sei noch bemerkt, daß alle in den Entlade- und Beobachtungsraum mündenden Rohre mit U-Rohren versehen waren, die zur Abhaltung besonders des Quecksilberdampfes von Pumpe und Manometer während der Versuche dauernd in eine Mischung von fester Kohlensäure und Azeton tauchten; und zwar war die Anordnung so getroffen, daß sämtliche Kühlstellen in einem großen Dewargefäß untergebracht werden konnten. Besonders hatte ich darauf geachtet, daß alle Hähne hinter den Kühlstellen lagen, und daß auch die Entladung bei hoher Spannung sie nicht erreichen konnte.

Als Stromquelle diente mir teils eine zweiplattige Influenzmaschine älterer Konstruktion, teils ein mittelgroßes Induktorium. Da sich aus einigen im hiesigen Institut hergestellten Aufnahmen des Dopplereffektes gezeigt hatte, daß die Strahlen bei Verwendung eines Induktoriums nicht merklich inhomogener waren als bei Verwendung einer Influenzmaschine, konnte das in mancher Beziehung bequemere Induktorium benutzt werden. Einige Schwierigkeiten bereitete es, die Entladung während der nötigen Zeit konstant zu halten; von den verschiedenen Unterbrechern (Quecksilberturbine, Deprez-Unterbrecher, Hammerunterbrecher) erwies sich am geeignetsten der einfache Hammerunterbrecher; gebraucht man die Vorsicht, niedrige Primärspannung (6 Volt) zu benutzen und den Unterbrecher sorgfältig einzustellen, so erhält man für lange Zeit vollständig genügende Konstanz. Als sehr nützlich erwies sich das einfache Mittel, die unregelmäßigen Erschütterungen des Hammers durch ein an geeigneter Stelle auf die Hammerfeder aufgestecktes Stück Kork abzudämpfen.

2. Methode der Beobachtung. Es handelte sich darum, die von dem Strahl pro Zeit- und Wegeinheit in dem durchflogenen Gas gebildete Anzahl von Ionen zu bestimmen und zu gleicher Zeit die Anzahl der im Strahl fliegenden Teilchen zu messen. Letzteres geschah hier durch die Bestimmung der vom Strahl transportierten positiven Ladungen mit dem Auffangezylinder[1]). Seine Öffnungsweite war groß genug, um sicher alle bei der Ionisation mitwirkenden Teilchen aufzufangen; ferner war er genügend lang (3 cm) gewählt, so daß sicher alle einfliegenden Teilchen in ihm zurückgehalten wurden. Ich gab der Messung mit dem Auffangezylinder den Vorzug vor einer solchen mit der Thermosäule, da bei der Ionisation wahrscheinlich auch die langsamen, auf jene nicht mehr wirkenden Teilchen eine Rolle spielen. Da ferner nach Resultaten, die von anderer Seite im hiesigen Institut erhalten wurden, ziemlich unabhängig von der Spannung im Strahl stets ungefähr derselbe Bruchteil der fliegenden Teilchen geladen ist, kann aus den Auffängermessungen ein Rückschluß auf die Anzahl aller Teilchen überhaupt gezogen werden.

Um zu bestimmen, wieviel Ionen im Gas pro Zeiteinheit gebildet werden, ist es nötig, den Sättigungsstrom zwischen den Kondensatorplatten zu messen; eine zweite Methode, die sich in dichten Gasen anwenden läßt und die Ionendichten liefert (Bestimmung der Neigung des ersten linearen Anstiegs der Charakteristik) und die aus weiter unten zu erwähnenden Gründen manche Vorteile aufweisen würde, ist hier leider nicht brauchbar, da wir über die der Gleichung $q = \alpha n^2$ analoge Beziehung des Gleichgewichtszustandes noch nichts aussagen können, und somit außerstande sind, aus den Ionendichten die dazugehörige Ionisation q zu bestimmen. Wie vorauszusehen war, bereitete es einige Schwierigkeiten, bei den tiefen Drucken Sättigungsstrom zu erhalten. Als Beispiele seien die Charakteristiken in Fig. 2 angeführt, die keine Spur von Sättigung zeigen, sondern bei denen das Gebiet der Ionisation durch Stoß sich unmittelbar an das der unselbständigen Strömung anschließt. Daß das stetige Ansteigen der Charakteristik wirklich dem Eintritt der Stoßionisation zuzuschreiben ist, geht daraus hervor, daß bei einer Verminderung des Drucks und damit einer Vergrößerung der freien Weglänge und also einer

1) Um das Überkriechen störender Wandladungen zu vermeiden, erwies es sich als nützlich, die Zuleitungsdrähte zum Auffangzylinder und zu den Kondensatorplatten nicht direkt in gläsernen Ansatzrohren zu befestigen, sondern sie erst noch durch isolierte und sorgfältig geerdete Metallröhrchen durchzuführen.

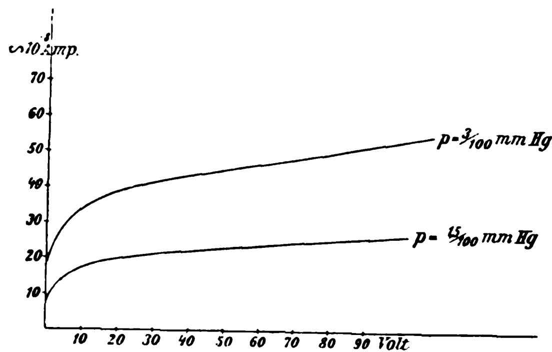


Fig. 2.

Verkleinerung der Anzahl von Zusammenstößen der Anstieg weniger steil wird. Zu bemerken ist noch, daß für die Spannung *o* (beide Platten geerdet) ein von *o* verschiedener Stromwert sich ergibt. Es rührt dies, wie aus simultanen Beobachtungen bei Umkehrung der Spannung und Vertauschung der Platten folgt, teils wahrscheinlich von einer geringen, zwischen den Platten trotz sorgfältiger Vorbehandlung bestehenden Voltapotentialdifferenz her, teils aber auch von einer durch den Strahl direkt auf die Platten transportierten nicht unbeträchtlichen Ladung. Sättigungsstrom war also nur zu erwarten, wenn man den Plattenabstand so weit verringerte, daß er kleiner wird als die mittlere freie Weglänge der gebildeten Ionen, so daß diese nur selten mit neutralen Molekülen zusammenstoßen und sie ionisieren können. Bei den endgültigen Versuchen hatten die Platten einen Abstand von 3 mm (bei einer Länge von 3 cm), und es zeigte sich, daß man in der Tat Sättigungsstrom erhält.

Allerdings war man in der Wahl der Drucke im Beobachtungsraum beschränkt, da der Druck nicht über $^1/_{100}$ mm Hg steigen durfte. Eine störende Fehlerquelle ist es, daß die Kanalstrahlen in beträchtlicher Menge und zwar in nahezu streifender Inzidenz auf die Platten fallen; es entstehen dabei jedenfalls ziemlich starke Sekundärstrahlen, die das Gas zwischen den Platten ionisieren. Doch konnte dies durch eine Blende aus Glas vermieden werden, die unmittelbar vor dem Kondensator aufgestellt war und nur einen Spalt von 1 mm Breite freiließ. Die Strahlen passierten als scharf begrenztes Bündel den Kondensator, ohne die Platten zu treffen; es zeigte sich dies auch aus folgender Beobachtung: Wurde Platte 1 geerdet, Platte 2 mit dem Galvanometer verbunden oder umgekehrt, so waren die erhaltenen (sehr kleinen) Ströme einander gleich und entgegengesetzt, d. h. eine Auffängerwirkung der Platten war nicht zu konstatieren, sondern bloß eine solche der Voltapotentialdifferenz. Eine durch die zur Erreichung des Sättigungsstromes notwendige Spannung von 20 Volt bewirkte Ablenkung der Kanalstrahlen kommt, wie eine einfache Rechnung zeigt, ebenfalls nicht störend in Betracht. Ich möchte noch bemerken, daß auch unter den oben erwähnten Umständen der Strom nicht vollständig gesättigt war; in dem Gebiet, das später zur Messung benutzt wurde (Fig. 3), betrug der Anstieg für 5 Volt

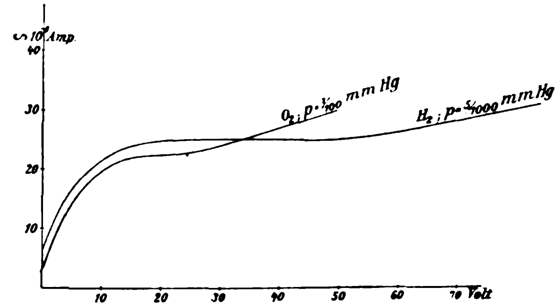


Fig. 3.

Spannungssteigerung jedoch nicht mehr als etwa 3 Proz. des Stromes selbst, so daß der Fehler jedenfalls nur sehr gering ist.

3. Resultate und Folgerungen. Es wurde, wie oben gesagt, der Sättigungsstrom S und zugleich der Auffängerstrom A gemessen. Die Messungen an je einem Beobachtungstage stimmten gut überein, dagegen zeigten sich an verschiedenen Tagen etwas größere Abweichungen (bis zu 10 Proz.). Wurde das Gas gewechselt, so ergaben sich anfangs sehr verschiedene Werte, die erst nach etwa einem Tag in die früher erhaltenen übergingen, obwohl die Bedingungen der Entladung genau dieselben waren und eine spektroskopische Prüfung der Strahlen keine fremden Linien mehr erkennen ließ. Es scheint mir nicht ausgeschlossen, daß derartige Anomalien (wie ich sie auch bei Gelegenheit anderer Messungen bemerken konnte) durch eine im Verlauf vieler Stunden vor sich gehende Veränderung der Kathodenoberfläche zu erklären sind.

a) Für Wasserstoff ergab sich bei $^1/_{100}$ Druck für S/A der Wert von ungefähr 1; da die Kondensatorplatten eine Länge von 3 cm hatten, bedeutet dies, daß ein Kanalstrahl, in dem N positive Teilchen fliegen, auf 1 cm seines Weges $\frac{N}{3}$ Ionen bildet. In Sauerstoff war der entsprechende Wert rund viermal so groß, doch beansprucht letztere Angabe eine geringere Genauigkeit, da die Entladung viel schwerer konstant zu halten war.

b) Die Anzahl der erzeugten Ionen ergab

sich in den Grenzen von $^1/_{100}$ bis $^5/_{1000}$ als proportional mit dem Druck (was jedenfalls auf eine sehr geringe Absorption der Kanalstrahlen schließen läßt).

c) Eine Abhängigkeit der Ionisation von der Geschwindigkeit, d. h. vom Entladepotential innerhalb der Grenzen von 3 mm bis 9 mm Funkenstrecke war nicht bemerkbar. Bei der hier erreichten Genauigkeit von etwa 10 Proz. ist eine geringe Abhängigkeit natürlich nicht ausgeschlossen, doch ist sie sicher geringer als etwa einer Proportionalität mit der reziproken Geschwindigkeit oder deren Quadrat entsprechen würde.

Ich hoffe, diese Untersuchung demnächst weiterführen zu können, und zwar wird es sich darum handeln, nach drei verschiedenen Richtungen weiterzuarbeiten. Einmal soll als Maß für die Strahlintensität nicht nur der positive, sondern auch der neutrale Teil herangezogen werden; dann wird es sich darum handeln, Kanalstrahlen eines Gases in einem andern wirken zu lassen, wodurch sich entscheiden lassen wird, ob die stoßenden oder die gestoßenen Teilchen maßgebend für die auftretenden Effekte sind; endlich soll die Absorption mit in den Kreis der Betrachtung gezogen werden.

Zum Schluß darf ich wohl auch hier Herrn Geh. Rat W. Wien herzlich für die reiche Anregung danken, die er mir während meines hiesigen Aufenthaltes in jeder Beziehung gegeben hat. Auch Herrn Prof. Harms schulde ich manchen guten Rat in experimenteller Hinsicht.

Würzburg, Physik. Institut, Juli 1911.

(Eingegangen 30. Juli 1911.)

Das experimentelle Studium des Hallphänomens und die Elektronentheorie der Metalle. (Lo studio sperimentale del fenomeno di Hall e la teoria elettronica dei metalli.)

Von O. M. Corbino.

1. Die Deutung der galvanomagnetischen und thermomagnetischen Erscheinungen nach der Elektronentheorie der metallischen Leitung ist ziemlich befriedigend, solange man sich auf ihre qualitative Untersuchung beschränkt. Dagegen treten beträchtliche Schwierigkeiten auf, wenn man auf Grund der quantitativen Untersuchung an der Hand der Formeln der Theorie zu den charakteristischen Grundkonstanten des Metalles gelangen will. Schon Drude hat eine derartige Ableitung versucht und die Ursache für die nicht immer befriedigenden Ergebnisse dem Umstande zugeschrieben, daß die bei der Berechnung benutzten verschiedenen Werte Versuchen entnommen waren, die seitens verschiedener Forscher an verschiedenen Materialien ausgeführt worden waren.

Als aber Zahn[1]) durch eine Reihe sehr wertvoller Messungen die experimentellen Koeffizienten für die verschiedenen Erscheinungen an einer und derselben Probe ganz reinen Metalles von bekannter Herkunft bestimmte und nunmehr zur Ableitung der Konstanten übergehen wollte, war der Ausgang noch weniger glücklich. Zahn gelangte vielmehr zu einem System von Werten, das in sich selbst sinnlos war. Beispielsweise wurden die Beweglichkeiten der Ionen von beiderlei Vorzeichen durch negative Zahlen ausgedrückt.

Trotzdem darf man die Ursache des Mißerfolges kaum den Voraussetzungen der Theorie zur Last legen. In dem System von Gleichungen, welche die experimentell meßbaren Größen mit den zu bestimmenden Konstanten verbinden, sind diese auf die verschiedenartigste Weise miteinander vermischt, und es braucht daher nur ein einziges der experimentellen Daten ungenau oder unsicher zu sein, damit dadurch der Wert der ganzen Lösung beeinträchtigt, und zwar ernstlich beeinträchtigt werde. Das ist nun leider der Fall, denn manche der Erscheinungen lassen sich sehr schwer mit der Genauigkeit feststellen und messen, die wünschenswert wäre.

Aber abgesehen von den experimentellen Schwierigkeiten, die man durch noch weitere Verfeinerung der Forschungsmethoden wird überwinden können, wird von vornherein eine weitere Untersuchung erforderlich, nämlich die Prüfung einiger zur Vereinfachung der Theorie aufgestellter Hilfshypothesen, denen bei der Ausführung der Versuche nicht immer genügt wird.

2. Den charakteristischsten Fall in dieser Hinsicht bietet die Theorie des Hallphänomens dar. Hier kann der Koeffizient R der Drudeschen Theorie dem experimentell bestimmten nicht entsprechen. Das Experiment lehrt, daß sich die Potentialdifferenz V, die seitens des Feldes H zwischen zwei Randpunkten einer Scheibe erregt wird, durch welche ein Strom von der Dichte j fließt, daß sich diese Potentialdifferenz durch die Formel

$$V = RjHb$$

ausdrücken läßt. In dieser Formel ist b ein Maß für die Breite der Scheibe und R ein für das Metall charakteristischer positiver oder negativer Wert.

Die Berechnung des Koeffizienten R als Funktion der Konstanten der Theorie führt Drude unter der Annahme aus, daß die Scheibe in transversaler Richtung in thermischer und

1) Zahn, Ann. d. Phys. (4) 14, 905, 1904.

elektrischer Hinsicht isoliert sei. In diesem Falle sind die Gleichungen, durch welche die Bewegung der Elektronen bestimmt wird, unter Verwendung der elektrostatischen Einheiten folgende:

$$\left.\begin{aligned} \alpha_1 \frac{\partial T}{\partial y} &= e\left(Y - \frac{H}{c}\frac{d\xi_1}{dt}\right), \\ \alpha_2 \frac{\partial T}{\partial y} &= -e\left(Y - \frac{H}{c}\frac{d\xi_2}{dt}\right), \\ \frac{d\xi_1}{dt} &= v_1\left(eX - \alpha_1 \frac{\partial T}{\partial x}\right), \\ \frac{d\xi_2}{dt} &= v_2\left(-eX - \alpha_2 \frac{\partial T}{\partial x}\right), \\ j &= e\left(N_1 \frac{d\xi_1}{dt} - N_2 \frac{d\xi_2}{dt}\right). \end{aligned}\right| \qquad (1)$$

Die Bedeutung der einzelnen Symbole in diesem System ist folgende:

c ist die Lichtgeschwindigkeit;

$\alpha_1 = \frac{4\alpha T}{3}\frac{d \log N_1}{dT}$, wo α die Gaskonstante, T die Temperatur des Metalles und N_1 die Anzahl der positiven Ionen im Kubikzentimeter bezeichnet;

α_2 ist die zu α_1 analoge Größe für die negativen Ionen;

e stellt die den Elektronen beider Vorzeichen gemeinsame elektrische Ladung mit ihrem Zahlenwerte dar;

$\frac{\partial T}{\partial x}$ und $\frac{\partial T}{\partial y}$ sind die Temperaturgradienten längs der Scheibe in longitudinaler Richtung x und in transversaler Richtung y des elektrischen Stromes;

X und Y sind die elektrischen Kräfte in der x- bzw. y-Richtung;

$\frac{d\xi_1}{dt}$ und $\frac{d\xi_2}{dt}$ sind die Geschwindigkeiten der positiven bzw. der negativen Ionen in der x-Richtung;

v_1 und v_2 sind die entsprechenden Ionenbeweglichkeiten, d. h. die Geschwindigkeiten, welche die Ionen unter der Wirkung der Kraft 1 annehmen.

Diese Gleichungen gestatten, zwei der Größen Y, $\frac{\partial T}{\partial x}$, j, $\frac{\partial T}{\partial y}$ abzuleiten, wenn die übrigen gegeben sind.

Zur Berechnung des Koeffizienten R des Hallphänomens setzt Drude $\frac{\partial T}{\partial x} = 0$ voraus und identifiziert das Feld Y mit der Hallschen elektromotorischen Kraft für die Breiteneinheit der Scheibe. Aber beide Hypothesen entsprechen den Versuchsbedingungen nicht.

Der Gradient $\frac{\partial T}{\partial x}$, der in der Formel erscheint, ist nämlich nicht der, den das Feld für sich allein hervorbringt, sondern der, welcher in Wirklichkeit infolge des Peltiereffektes, der etwaigen Unterschiede im Jouleeffekt und anderer Ursachen mehr zwischen dem Eintrittspunkte des Stromes und seinem Austrittspunkte entsteht. Der tatsächlich vorhandene Temperaturgradient wird eine transversale Temperaturdifferenz (Righieffekt) zur Folge haben, und diese wird die Größe $\frac{\partial T}{\partial y}$ verändern; ferner wird sie ein elektrisches Feld (Ettingshauseneffekt) zur Folge haben, und dieses wird den Wert von Y verändern. Die Formel von Drude würde sonach in diesem Sinne zu berichtigen sein, und es läßt sich nachweisen, daß der neue Wert von Y als Funktion von j und $\frac{\partial T}{\partial x}$ durch die Gleichung

$$Y = \frac{H}{c\,(N_1 v_1 + N_2 v_2)(\alpha_1 + \alpha_2)} \times \\ \times \left\{ j\,\frac{\alpha_2 v_1 - \alpha_1 v_2}{e} + \right. \\ \left. + (\alpha_1 N_1 + \alpha_2 N_2)(v_1\alpha_2 + v_2\alpha_1)\frac{\partial T}{\partial x} \right\}$$

gegeben wird. Diese Gleichung reduziert sich für $\frac{\partial T}{\partial x} = 0$ auf die Formel von Drude. Die Korrektion könnte in gewissen Fällen alles andere als gegenstandslos sein.

Die experimentelle Anwendung der Drudeschen Formel führt aber in einem weiteren Punkte zu unrichtigen Ergebnissen.

Das Feld Y mißt die elektromotorische Kraft per Längeneinheit, die im Innern der Scheibe tatsächlich vorhanden ist und daher auf die in Bewegung befindlichen Elektronen wirkt. Es ist aber nicht zulässig, diese mit der Potentialdifferenz V zu identifizieren, die man an den Rändern der Scheibe feststellt, selbst dann nicht, wenn man zu Elektroden derselben Art übergeht oder die Korrektion für die thermoelektrische Kraft anbringt, die infolge der Sonden aus anderem Metall hinzutritt, wie es Zahn getan hat.

Zwischen den Rändern der Scheibe besteht nämlich infolge des transversalen Gradienten $\frac{\partial T}{\partial y}$ eine Temperaturdifferenz. Daher tritt längs der Sonden aus demselben Metall bis zu dem zur Messung der Potentialdifferenz dienenden Apparate die dem Temperaturgefälle entsprechende Potentialdifferenz hinzu, auf welcher der Thomsoneffekt beruht. Dieses hinzukommende Feld Y' bildet einen Teil des Feldes Y, das in der Scheibe herrscht, und das durch die Gleichungen (1) gegeben wird, in denen, da ja in

der Scheibe der Gradient $\frac{\partial T}{\partial y}$ herrscht, alles berücksichtigt ist. Während aber die Wirkungen dieses Feldes auf die Bewegung der Ionen tatsächlich vorhanden sind, entzieht es sich der Beobachtung, wenn man Sonden zu Hilfe nimmt, denn dann erzeugt man ein entgegengesetzt gerichtetes Feld und gelangt daher zu einer unrichtigen Bewertung des Feldes Y. In analoger Weise läßt sich beweisen, daß aus demselben Grunde die Korrektion von Zahn für den Fall von Sonden aus einem abweichenden Metall unzureichend ist, denn diese hat nur die Wirkung, die beobachtete Potentialdifferenz auf jene zurückzuführen, die man mit Sonden aus demselben Metall erhalten würde.

Aus all' diesem ersieht man, daß eine genaue Gegenüberstellung der theoretischen Formel und der Versuchsergebnisse sehr schwierig ist und überdies eine genaue Auswertung der Größe $\frac{\partial T}{\partial x}$ erfordert, die in der Drudeschen Theorie zu Unrecht als null vorausgesetzt worden ist.

3. Ganz anders sind die Bedingungen, wenn man, wie es Zahn bei einer interessanten Untersuchung[1]) getan hat, die Scheibe in eine Wassermasse eintaucht, die sich rasch erneuert und daher die Temperatur in der ganzen Scheibe konstant macht.

Aber diesem Falle entsprechen die Formeln (1) der Theorie nicht mehr, denn diese setzen ja vielmehr voraus, daß die Scheibe auch in thermischer Hinsicht in transversaler Richtung isoliert sei. Zur Behandlung dieses Falles, den man nach dem Vorgange Zahns den isothermen Fall nennen kann, wird man die Komponenten der Ionengeschwindigkeiten in der y-Richtung, $\frac{d\eta_1}{dt}$ und $\frac{d\eta_2}{dt}$, einführen müssen und annehmen müssen, daß die Scheibe in transversaler Richtung nur für den elektrischen Strom isoliert ist. Man erhält dann in elektromagnetischen Einheiten:

$$\left.\begin{aligned}
\frac{d\xi_1}{dt} &= ev_1(X - Hev_1Y)\frac{1}{1+H^2e^2v_1^2}, \\
\frac{d\xi_2}{dt} &= -ev_2(X + Hev_2Y)\frac{1}{1+H^2e^2v_2^2}, \\
\frac{d\eta_1}{dt} &= ev_1(Y + Hev_1X)\frac{1}{1+H^2e^2v_1^2}, \\
\frac{d\eta_2}{dt} &= -ev_2(Y - Hev_2X)\frac{1}{1+H^2e^2v_2^2}, \\
j_x &= c\left(N_1\frac{d\xi_1}{dt} - N_2\frac{d\xi_2}{dt}\right), \\
j_y &= c\left(N_1\frac{d\eta_1}{dt} - N_2\frac{d\eta_2}{dt}\right) = 0.
\end{aligned}\right| \quad (2)$$

1) Zahn, Ann. d. Phys. (4) **23**, 131, 1907.

Setzt man:

$$\left.\begin{aligned}
\sigma_1 &= e^2N_1v_1, \\
\sigma_2 &= e^2N_2v_2, \\
\sigma &= \sigma_1 + \sigma_2,
\end{aligned}\right| \quad (3)$$

so erhält man aus diesen Gleichungen:

$$Y = \frac{\sigma_1v_1 - \sigma_2v_2}{\sigma}eHX.$$

Bezeichnet man nun mit σ' das elektrische Leitvermögen der Substanz unter dem Einflusse des Magnetfeldes, setzt man also

$$\sigma' = \frac{j}{X},$$

so erhält man:

$$Y = \frac{\sigma_1v_1 - \sigma_2v_2}{\sigma}eH\frac{j}{\sigma}.$$

Mithin wird der isotherme Hallkoeffizient R_T

$$R_T = \frac{E}{\sigma'}$$

sein, wo E den Koeffizienten bezeichnet, der die elektromagnetischen Wirkungen zweiter Art bestimmt, die ich als differentiales Ionenmoment bezeichnet habe, nämlich:

$$E = \frac{ev_1\sigma_1 - ev_2\sigma_2}{\sigma}.$$

Mithin wird der Koeffizient des isothermen Hallphänomens, der einzige, den man experimentell zweifelsfrei bestimmen kann, nicht durch die Drudesche Formel gegeben. Er hängt vielmehr mit dem differentialen Ionenmoment E zusammen, auf dem die elektromagnetischen Wirkungen zweiter Art beruhen, die ich bereits bei meinen früheren Untersuchungen[1]) betrachtet habe.

4. Die Theorie kann uns andererseits ein wertvoller Führer sein, wenn es gilt, die für die Untersuchung der Konstanten des Metalles günstigsten Versuchsbedingungen aufzusuchen.

Wir haben gesehen, daß uns im isothermen Falle die Messung des Hallphänomens den Wert des Koeffizienten

$$E = \frac{ev_1\sigma_1 - ev_2\sigma_2}{\sigma}$$

liefert.

Ferner liefert uns die Messung der transversalen Temperaturdifferenz bei einer longitudinalen Wärmeströmung (Righieffekt) den Koeffizienten

$$S = \frac{c}{c\sigma}(\sigma_2v_1 - \sigma_1v_2).$$

Wenn man schließlich mit dem Zahnschen Apparate, in welchem man dem longitudinalen elektrischen Strome eine Wärmeströmung in derselben Richtung überlagern kann, zwei solche

1) O. M. Corbino, diese Zeitschr. **12**, 561, 1911.

Strömungen erzeugt, daß man $\frac{\partial T}{\partial y} = 0$ erhält, so liefern uns die Drudeschen Formeln (1) die interessante Beziehung

$$Y = \frac{Hj}{ce(N_1 - N_2)},$$

und aus dieser kann man $(N_1 - N_2)$ ableiten, wenn man die Größe Y mißt, die in diesem Falle mit der transversalen Potentialdifferenz identisch wird.

Wir wollen mit R_1 den Koeffizienten für dieses besondere Hallphänomen bezeichnen, den man beobachten kann, wenn $\frac{\partial T}{\partial y} = 0$ ist und $\frac{\partial T}{\partial x}$ den entsprechenden Wert hat, daß man dies bei isolierter Scheibe erhält. Dann werden wir die nachstehenden sehr einfachen Beziehungen haben:

$$R_1 = \frac{1}{ce(N_1 - N_2)},$$

$$E = \frac{ev_1\sigma_1 - ev_2\sigma_2}{\sigma},$$

$$S = \frac{e}{c}\,\frac{\sigma_2 v_1 - \sigma_1 v_2}{\sigma},$$

die im Verein mit den Gleichungen (3) uns die Bestimmung der vier bemerkenswertesten Konstanten des Metalles: N_1, N_2, v_1 und v_2, als Funktionen der Größen R_1, E, S und des Leitvermögens des Metalles, σ, gestatten.

Eine derartige Untersuchung würde das größte Interesse bieten. Während nämlich die Formeln einwandfrei sind, hängt jedes der experimentellen Daten mit einer kleineren Anzahl Konstanten zusammen als in den Drudeschen Formeln.

5. Eine ähnliche Untersuchung, wie ich sie hier für das Hallphänomen durchgeführt habe, kann man auch für die Theorie der elektromagnetischen Effekte anstellen, mit denen ich mich in einer früheren Mitteilung beschäftigt habe.

In dem Falle des radialen elektrischen Stromes ist gegen die angenommene Bedingung, daß die Linien gleichen Potentials Kreise sind, nichts einzuwenden. Somit ist auch nicht zu bezweifeln, daß diese Linien auch Isothermen sind. Dagegen muß man einen etwaigen radialen Temperaturgradienten infolge des Peltiereffekts oder des Jouleeffekts, der in der Mitte und am Umfange nicht gleich ist, berücksichtigen. Eine radiale Elektrizitätsströmung erscheint daher untrennbar von einer radialen Wärmeströmung, so daß sich auf derselben Scheibe die Kreisströme doppelten Ursprungs übereinander lagern, die sie, wie ich dargetan habe, in eine besondere magnetische Scheibe verwandeln.

Trotzdem wird die Induktionswirkung auf die die Scheibe umgebende Spule nicht beeinflußt werden, denn in dem Augenblick, wo man den radialen Strom einschaltet oder unterbricht und die Induktionswirkung feststellt, hat sich wegen der merklichen Wärmekapazität der Scheibe der Temperaturgradient nicht gebildet, oder er bleibt unverändert. Dagegen kann sich diese Übereinanderlagerung der beiden Wirkungen durch die Drehung der von dem radialen Strome durchflossenen Scheibe zu erkennen geben. Die Messung des Kräftepaares erfordert nämlich eine gewisse Zeit, und da kann eine etwaige Temperaturdifferenz zwischen der Mitte und dem Umfange und mithin eine auf thermomagnetischer Ursache beruhende Drehung der Scheibe entstehen.

Die Korrektion läßt sich leicht anbringen, wenn man mit denselben Zuleitungsdrähten die Temperaturdifferenz mißt, die der Strom zwischen dem Mittelpunkt und dem Umfange erzeugt, und die von der sich ergebenden thermoelektromotorischen Kraft abzuziehen ist[1]).

1) Ich möchte einen kleinen Rechenfehler erwähnen, der in meiner Mitteilung auf Seite 561 dieses Jahrganges untergelaufen ist, wo es sich um die Auswertung der wechselseitigen Energie des Feldes und der von dem radialen Elektrizitäts- und Wärmestrom durchflossenen Scheibe handelte. — Die Energie im Felde H eines kleinen Ringes vom Halbmesser r und der Breite dr, der sich verhält als würde er von dem Strome $\frac{EHJ}{2\pi r}dr$ durchflossen, beträgt nur die Hälfte des Wertes, den ich bei der Berechnung benutzt habe, denn der angegebene Strom ist nicht konstant, sondern von H abhängig. Infolgedessen beträgt der Wert von W nur die Hälfte des durch die Formel (6) auf Seite 565 angegebenen, und dementsprechend ändern sich auch die folgenden Formeln und die Zahlenergebnisse im Abschnitt **9**. — Das gleiche läßt sich über den Inhalt des Abschnittes **12** derselben Arbeit sagen. Hier ist aus demselben Grunde der Koeffizient von W und von M als $\frac{1}{8\pi}$ zu lesen statt als $\frac{1}{4\pi}$.

(Nach Lincei Rendic. **20** (1), 914—920, 1911, aus dem Italienischen übersetzt von Max Iklé.)

(Eingegangen 1. August 1911.)

Über den Widerstand zwischen Metall und Kristall an ebenen Grenzflächen.

Von F. Streintz und A. Wellik.

Bei der Untersuchung von festen Körpern, deren Leitvermögen den Metallen nachstehen, tritt eine große Schwierigkeit entgegen; sie besteht in der Herstellung einer einwandfreien Verbindung an den Grenzflächen der zu prüfenden Leiter. Über die Natur der Elektrizitätsleitung in festen Körpern wird man erst dann zu einem richtigen Bilde kommen, wenn man

den gefürchteten Übergangswiderstand in jedem Zustande, in dem sich der Körper gerade befinden mag, mit voller Sicherheit beseitigt hat.

In der vorliegenden Arbeit wurde der Versuch unternommen, zu zeigen, ob und mit welchen Mitteln dieser Grundbedingung entsprochen werden kann.

Von J. Koenigsberger[1]) allein und in Verbindung mit O. Reichenheim[2]) und R. Schilling[3]) liegen eingehende Untersuchungen über die Elektrizitätsleitung in festen Elementen und Verbindungen vor. Die genannten Physiker waren auf verschiedenen Wegen bemüht, den Übergangswiderstand zu vermeiden.

Der einfachste Weg scheint darin zu bestehen, die Endflächen des Leiters wenn möglich mit elektrolytisch abgeschiedenen Metallen zu bedecken. Ob sich aber der metallische Überzug vollkommen gleichmäßig an den zu untersuchenden Leiter niederschlägt und ob nicht etwa Überbrückungen eintreten, entzieht sich jeder Beurteilung. Außerdem wird bei Anwendung dieser Methode vorausgesetzt, daß an den Grenzen von Leiter und Metall keine Veränderungen durch irgendeinen chemischen Umsatz hervorgerufen werden, eine Voraussetzung, bei der man nie sicher ist, ob sie, zumal bei höheren Temperaturen, erfüllt sein wird. So hat z. B. Silberglanz zwischen polierten Metallplatten die Eigenschaft, schon bei einer nicht bedeutenden Stromwärme Glanz und Farbe der metallischen Zuleitung zu verändern, wahrscheinlich infolge von Abgabe überschüssigen Schwefels an die Metalle.

An Bleiglanz lassen sich Nickelplatten anschmelzen, eine Erscheinung, die durch Entstehung schlechtleitenden Nickelsulfides als Bindemittel zu erklären ist. Alle diese Änderungen, und es wäre nicht schwer, noch eine Reihe von bekannten aufzuzählen, verursachen das Entstehen neuer Übergangswiderstände, die sich mit Rücksicht auf die nicht zugängliche Verbindungsstelle zwischen dem zu untersuchenden Leiter und dem Metall der Wahrnehmung völlig entziehen.

Ein anderer Weg ist, den Leiter zwischen weichen Metallzuleitungen derart einzupressen, daß bei weiterem Anziehen einer Preßschraube keine Abnahme des Widerstandes mehr eintritt. Das Verfahren ist etwas barbarisch, da die zu untersuchenden Kristalle bei ihrer Sprödigkeit keinen hohen Drucken ausgesetzt werden dürfen, sollen sie in ihrem Zusammenhang erhalten bleiben. Außerdem ändert sich der Druck einer Schraube mit der Temperatur, da Leiter und Bestandteile der Schraube verschiedene Wärmeausdehnung besitzen. Allein auch dann, wenn man sich über diese Einwände hinwegsetzen sollte, führen, wie gezeigt werden wird, Widerstandsmessungen, die vom Druck beeinflußt werden, niemals zum Ziel.

Der dritte Weg endlich besteht in der Verwendung von Quecksilber oder allgemeiner eines flüssigen Metalles oder einer Legierung als Zuleitung.

Es soll zunächst untersucht werden, welchen Einfluß der Druck auf den Widerstand verschiedener Grenzflächen ausübt.

Zu diesem Zwecke war es notwendig, die Größe des Druckes zu messen. Die zu untersuchenden Kristalle hatten die Form von Kreiszylindern mit eben geschliffenen Grundflächen von 0,74 oder 0,68 cm² und einer Höhe von 4,30 mm. Die Zylinder waren von Dr. Steeg & Reuter in Homburg v. d. H. hergestellt worden. Die Kristalle wurden zwischen zwei etwas größere Messingzylinder gelegt, die auf den zugekehrten Seiten mit einer etwas über 1 mm starken Goldschicht überzogen waren. Die mit Stahl polierten Goldflächen bildeten vollkommene Spiegel. Der untere Messingzylinder stand auf einem niedrigen Dreifuß, der obere trug einen Messingteller (T in Fig. 1), auf den

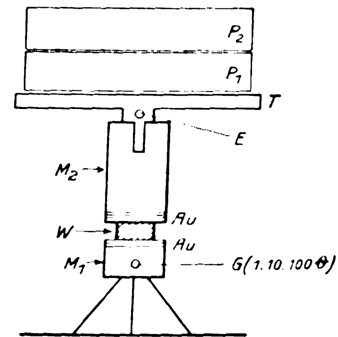


Fig. 1.

eine beliebige Anzahl von Bleiplatten P_1, P_2 meist stufenweise bis zu einem Gewichte von 6 kg aufgelegt werden konnte.

Die Klemmen der Messingzylinder wurden mit der Wheatstoneschen Brückenanordnung verbunden (Fig. 2). Da neben der Abhängigkeit des Widerstandes W vom Druck auch der Einfluß der Stromstärke zur Kritik der Methode untersucht werden mußte, so wurde unmittelbar an W ein Weston-Voltmeter G angeschlossen mit einer Empfindlichkeit von 0,0001 A

1) J. Koenigsberger, Jahrb. d. Radioaktivität u. Elektronik **4**, 158, 1907.

2) J. Koenigsberger und O. Reichenheim, Zentralbl. f. Mineralogie usw., Jahrg. 1905, S. 458.

3) J. Koenigsberger u. R. Schilling, Ann. d. Physik **32**, 180, 1910.

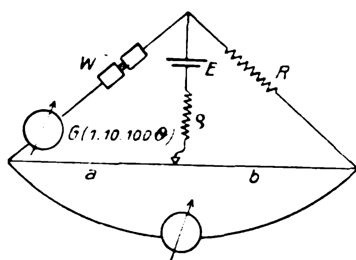


Fig. 2.

für einen Teilstrich. Mit Hilfe von Nebenschlüssen konnte der Widerstand des Voltmeters von 100 auf 10 und 1 Ω vermindert werden. Es trat somit zu dem zu prüfenden Widerstand mindestens 1 Ω als Ballast hinzu. Aus diesem Grunde konnten kleinere Widerstände nur auf eine Genauigkeit von wenig unter 0,001 Ω bestimmt werden. Diese Genauigkeit ist aber für den ins Auge gefaßten Zweck hinreichend.

Die Kristalle bestanden sämtlich aus Schwefelmetallen, und zwar aus Arsenkies, Bleiglanz, Magnetkies, Schwefelkies und Silberglanz. Das letztgenannte Mineral zeigte außerordentliche Unregelmäßigkeiten, deren man bisher noch nicht Herr werden konnte. Es soll daher auf eine Angabe des damit gewonnenen Zahlenmaterials vorläufig verzichtet werden.

Der Widerstand bei festen Zuleitungen. Arsenkies.

Das Mineral war mit der Basis parallel einer Fläche von ∞ o ∞, d. h. also senkrecht zu einer kristallographischen Hauptachse orientiert und stammte aus der Grube Himmelfahrt zu Freiberg. Steeg & Reuter hatten fünf Exemplare von 4,30 mm Höhe und 9,74 mm Durchmesser geliefert. Die Grundflächen waren vollkommen ebene Spiegel, wie sich aus ihrer Durchmusterung mit Fernrohr und Skala ergab. Der Vergleich mit dem Galvanometerspiegel zeigte, daß der Kristall eine ins Gelbe spielende Färbung zeigte. Nach der beschriebenen Anordnung lag also Spiegel auf Spiegel.

Der Kristall wurde zunächst mit dem Gesamtgewicht von 1294 g belastet. Bei einer Stromstärke von 0,0058 A ergab sich ein Widerstand von 34,0 Ω, der mit zunehmender Stromstärke, wie aus dem Diagramm der Fig. 3, IA, ersichtlich ist, in einer steilen, ziemlich regelmäßigen Kurve abnahm, bis er bei 0,120 A auf einen Wert von 10,6 Ω herabgesunken war.

Um den Einfluß der Stromwärme auf diesen Widerstand festzustellen, wurde der Strom längere Zeit unterbrochen und dann sofort wieder eine Messung bei 0,12 A vorgenommen. Der Widerstand betrug 10,8 Ω. Eine nach mehreren Mi-

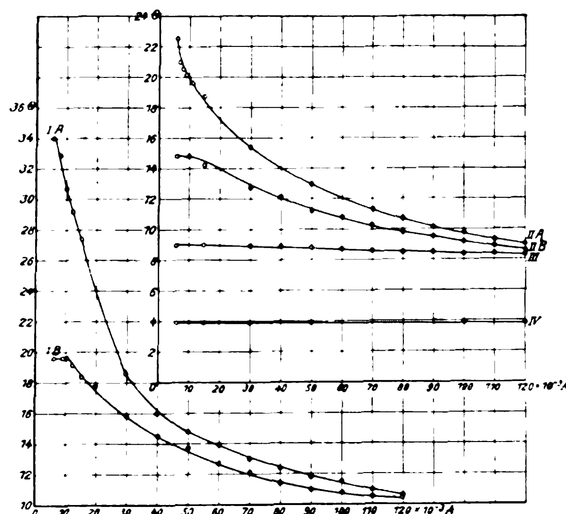


Fig. 3.

nuten dauernden Stromschlusses gemachte Beobachtung ergab 10,7 Ω. Der Zylinder wurde nun durch 24 Stunden der konstanten Belastung von 1294 g ausgesetzt. Die Abhängigkeit des Widerstandes von der Stromstärke (Fig. 3, IB) ist dann eine wesentlich geringere geworden.

Eine sogleich darauf vorgenommene Zugabe von Bleischeiben bis zur Gesamtbelastung von 2909 g lieferte die Kurve IIA. Der mit der geringsten Stromstärke beobachtete Wert des Widerstandes betrug 22,5 Ω, war also größer als der bei derselben Stromstärke (0,058 A) gefundene Wert von 19,6 Ω bei der geringeren Belastung von 1294 g in IB. Die Stromstärke war plötzlichen heftigen Schwankungen unterworfen, die sich besonders bei ihren größeren Werten zur Geltung brachten. Am nächsten Tage wurde die Messung bei derselben Belastung von 2909 g wiederholt, das Ergebnis liegt in der Kurve IIB vor.

Die beiden Kurven I und die beiden Kurven II zeigen in ihrem Verlauf große Ähnlichkeit. Insbesondere auffallend ist der flache Ansatz der beiden B-Kurven.

Bei einer Gesamtbelastung von 3909 g ist die Abhängigkeit des Widerstandes von der Stromstärke bereits recht gering (Kurve III). Der Widerstand sinkt von 9,0 Ω bei 0,0058 A ziemlich gleichmäßig herab bis auf 8,3 Ω bei 0,12 A.

Durch Auflegen von Scheiben wurde nun die Gesamtbelastung auf 4909 g erhöht. Der Erfolg war zunächst gering; der Widerstand bei 0,0058 A erhielt einen Wert von 8,6 Ω. Erst am nächsten Tage, bei Fortdauer dieser Belastung, stellte sich eine erhebliche Wirkung heraus (Kurve IV). Die Gesamtänderung des Widerstandes beläuft sich innerhalb der angewendeten Stromstärken nur mehr auf 0,05 Ω.

Es scheint also nahezu, soweit man mit Rücksicht auf die entwickelte Stromwärme etwas aussagen kann, das Ohmsche Gesetz befolgt.

Ein zweiter Arsenkieszylinder wurde sofort mit 4909 g belastet und lieferte die Kurven der Fig. 4. Unmittelbar nach der Belastung erhielt

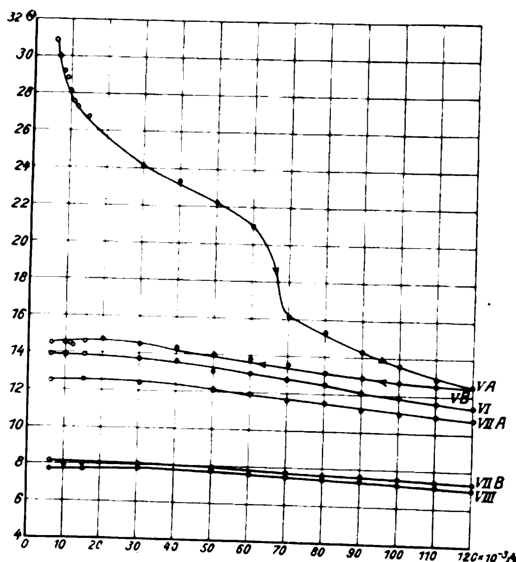


Fig. 4.

man die Kurve VA. Die Nadel des Voltmeters konnte niemals zur Ruhe gebracht werden; sie geriet von Zeit zu Zeit in Zuckungen, die den Charakter von Entladungen zeigten und in einem eingeschalteten Telephon vernommen werden konnten. Zwischen den Stromstärken 0,06 und 0,07 A entstand eine sprungweise Änderung des Widerstandes von 21,0 auf 16,1 Ohm herab. Eine bei abnehmender Stromstärke anschließende Beobachtungsreihe ist durch die Kurve VB dargestellt. Die Nadel des Voltmeters war etwas ruhiger geworden.

Eine Stunde später hatten die Widerstände sich weiter verringert (Kurve VI). Die Nadel war viel ruhiger geworden.

Am nächsten Tage, die Belastung hatte die Nacht hindurch fortgedauert, verhielt sich die Nadel vollkommen ruhig. Die Kurven VIIA und VIIB geben die Beziehungen zwischen Stromstärke und Widerstand für den Vormittag und den Nachmittag an.

Die unterste Kurve VIII wurde nach 48stündiger Belastung mit 4909 g gefunden. Das Ohmsche Gesetz wird noch nicht befolgt, da der Widerstand von 7,7 auf 7,05 Ohm sank. Eine an diese Messungen anschließende Beobachtungsreihe bei der konstanten Stromstärke von 0,12 A ergab ein höchst merkwürdiges Resultat. Der Widerstand von 7,05 Ohm blieb zunächst längere Zeit bestehen, um dann zunächst langsam abzunehmen. Nach vier Stunden fanden sich nur mehr 4,26 Ohm vor, fünf Minuten später 3,09. Nun traten außerordentlich heftige Schwankungen des Widerstandes ein, die eine Kompensation im Spiegelgalvanometer äußerst erschwerten, da die Skala des Galvanometers nur von Zeit zu Zeit durch das Gesichtsfeld huschte. Die Nadel des Voltmeters schwang zwischen 0,1 und 0,15 A schnell hin und her. Der Widerstand änderte sich beiläufig innerhalb der Grenzen zwischen 2,4 und 0,32 Ohm.

Ein Fehler in der Anordnung war nicht nachzuweisen, in der Tat ergaben darauf folgende Beobachtungen bei geringen Stromstärken wieder ungefähr normale Werte.

Bleiglanz.

Die Zylinder, vier Stück an Zahl, waren in gleicher Weise wie die früheren orientiert, von Meuthead in Cumberland gewonnen, und besaßen eine Höhe von 4,30 mm bei einem Durchmesser von 9,32 mm.

Ein Teil der vollständig ebenen Grundflächen spiegelte recht gut; ein anderer Teil aber trug das kristallinische Gepräge. Die Abhängigkeit von Stromstärke und Druck wird durch die Kurven der Fig. 5 ersichtlich gemacht. Kurve I entspricht einem Druck von 1294 g. Die Abhängigkeit des Widerstandes von der

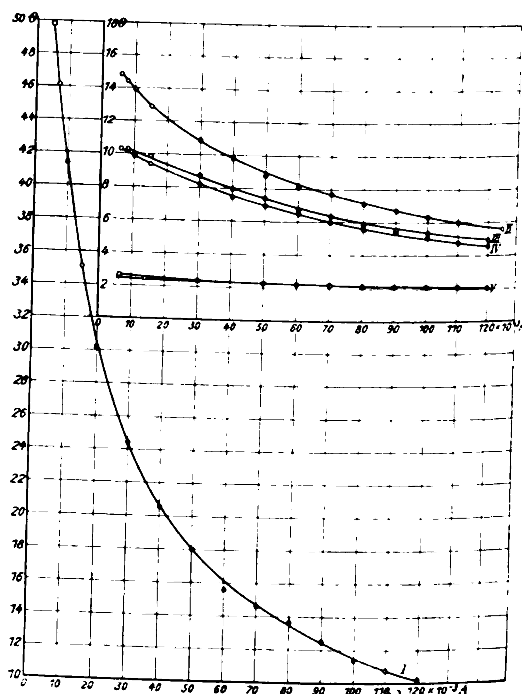


Fig. 5.

Stromstärke ist viel bedeutender als bei Arsenkies. Bei 0,005 A erhielt man 49,8 Ω, bei 0,12 A nur mehr 10,1 Ω, also ungefähr den fünften Teil des Anfangswiderstandes. Die höheren Belastungen mit 2909, 3909 und 4909 g folgten einander auf dem Fuße und sind durch die Kurven II, III und IV gekennzeichnet.

Nach mehrtägiger Belastung mit dem größten Gewicht entstanden die beiden ziemlich identischen Kurven V. Sie zeigen, daß das Ohmsche Gesetz nicht befolgt wird.

Die Goldplatten wurden darauf mit einer dichten Schicht von Platinschwarz überzogen. Bei einer Belastung von 3224 g erhielt man bei einer Stromstärke von 0,006 A 3,87 Ω, bei einer solchen von 0,03 A dagegen 3,53 Ω. Bei der größten zulässigen Belastung von 6224 g, über neun Atmosphären, ergab sich keine wahrnehmbare Abweichung vom Ohmschen Gesetze. Der Widerstand betrug ziemlich unabhängig von der Stromstärke 2,2 Ohm. Er hatte sich gegenüber dem an Goldzuleitungen gefundenen nicht verringert.

Die Fig. 6 veranschaulicht die Abhängig-

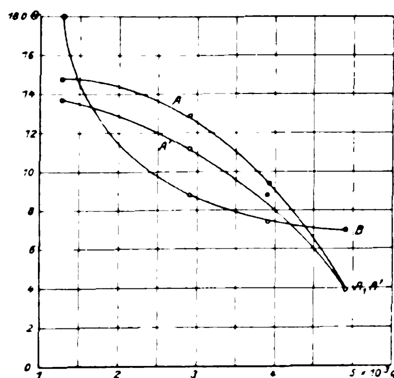


Fig. 6.

keit des Widerstandes vom Druck für eine und dieselbe Stromstärke von 0,05 A. Die Kurven *A* und *A'* entsprechen verschiedenen Beobachtungen bei Arsenkies, die Kurve *B* bei Bleiglanz.

Die Kurven *A* zeigen gegen die Abszissenachse einen konkaven, die Kurve *B* dagegen einen konvexen Verlauf. Eine Extrapolation der Widerstand-Druckkurve über die maximale Belastung hinaus ist nicht statthaft; trotzdem wird man behaupten können, daß an Arsenkies bei einem entsprechend hohen Druck die Erreichung eines Minimalwiderstandes nicht ausgeschlossen ist, während ein derartiges Minimum an Bleiglanz kaum erreichbar sein wird.

Magnetkies.

Dimensionen wie bei Arsenkies; Fundort Bodenmais in Bayern. Die Orientierung ist unbekannt, da die Zylinder aus ziemlich formlosen Kristallen hergestellt werden mußten. Sie waren von zahlreichen feinen Sprüngen durchsetzt. In bezug auf das Reflexionsvermögen stehen sie dem Arsenkies nach, übertreffen aber den Bleiglanz. Im Fernrohr bildet der Magnetkiesspiegel eine Glühlampe recht deutlich ab, die Skala erscheint jedoch nur als dunkles Band.

Versuche mit dem von einem kleinen Induktorium erzeugten Wechselstrom ergaben:

Belastung in g	Widerstand in Ohm
1020	0,32
1220	0,30
1420	0,23
1620	0,20
1820	0,19
2020	0,16
2220	0,16
2420	0,16
2620	0,16
2820	0,16
3020	0,16

Der Widerstand ist also von einer Belastung von 2020 g aufwärts unabhängig vom Druck.

Bei dieser Gelegenheit möge eine kurze Bemerkung über die Messungen mit Wechselstrom im allgemeinen eingeschaltet werden.

Alle Kristalle waren zuerst in ausgedehnter Weise mit Wechselstrom untersucht worden. Als es sich aber herausstellte, daß es nicht gleichgültig war, ob als Vergleichswiderstand *R* 1, 10 oder 100 Ohm angewendet wurden, mußte die Methode, die keine Strommessungen gestattet, verlassen werden. Nach der Anordnung der Brücke fließt der schwächste Strom durch den Kristall, wenn die Einheit des Widerstandes zum Vergleich dient. Man erhielt dann den größten Wert für den zu untersuchenden Widerstand *W*.

Es fanden sich, um nur ein Beispiel herauszugreifen, an Bleiglanz bei der Belastung von 3100 g folgende Werte:

R	*W*
1	8,43
10	7,24
100	6,38

Sehr wechselvoll gestaltete sich auch der Charakter der Minima. Sie waren bei mäßigen Belastungen der Kristalle bald mehr, bald weniger verschwommen, um erst von einem höheren Drucke aufwärts scharf zu werden. Arsenkies gab schon bei einer Belastung von 2020 g befriedigende Minima, Bleiglanz dagegen bei der gleichen Belastung noch verschwommene und erst

bei der größten Belastung von 5220 g gute Minima. Aber auch diese Minima zeigten eine Seltsamkeit. An der Kompensationsstelle war der Klang schwach. Verschob man die Walze um eine Spur nach der einen Seite, dann trat der Grundton stärker hervor, verschob man nach der anderen Seite, so verschwand der Grundton vollständig, und es setzte der erste Oberton, die Oktave, ein.

Die an demselben Exemplar mit Gleichstrom angestellten Messungen zeigten, daß von der Belastung von 1294 g aufwärts das Ohmsche Gesetz galt. Man erhielt, also unabhängig von der Stromstärke, die folgenden Werte des Widerstandes bei den verschiedenen Belastungen:

1294 g	0,31 Ohm
2909 „	0,20 „
3909 „	0,17 „
4909 „	0,17 „

Der Widerstand ist somit von einer Belastung über 3000 g unabhängig vom Druck; bei Wechselstrom beträgt dieser Druck nur 2000 g.

Ein anderes Exemplar ergab bei einem Drucke von 4909 g zwischen den Goldzuleitungen 0,12 Ohm, zwischen polierten Messingplatten bei demselben Druck dagegen nur 0,06 Ohm, ein äußerst bemerkenswertes Resultat.

Schwefelkies.

Dimensionen wie bei Arsen- und Magnetkies. Fundort Rio auf der Insel Elba. Die gelieferten Zylinder sind mit der Basis parallel zu einer Fläche von $\frac{\infty 0 2}{2}$ orientiert. Die Grundflächen gleichen erblindeten Spiegeln. Bei der geringsten Belastung von 1294 g erhielt man unmittelbar hintereinander bei steigender und fallender Stromstärke die Kurven I, Fig. 7, anschließend bei 2909, 3909 und 4909 g die Kurven II, III und IV.

Um den Einfluß der Dauer der Belastung kennen zu lernen, wurde derselbe Kristall eine Woche später mit 4909 g neuerdings und dauernd belastet. Gleich nach der Belastung wurde die Kurve V, nach 24 Stunden die Kurve VI und endlich nach weiteren acht Tagen die Kurve VII gewonnen. Das Ohmsche Gesetz wurde auch in dem letzten Falle nicht erfüllt. Der Widerstand des Kristalls sank von 1,41 Ohm bei 0,0059 A herab bis auf 1,27 Ohm bei 0,12 A.

Wie bei den anderen Kristallen, mit Ausnahme des Magnetkieses, macht sich auch hier der bedeutende Einfluß der Belastungsdauer bemerkbar.

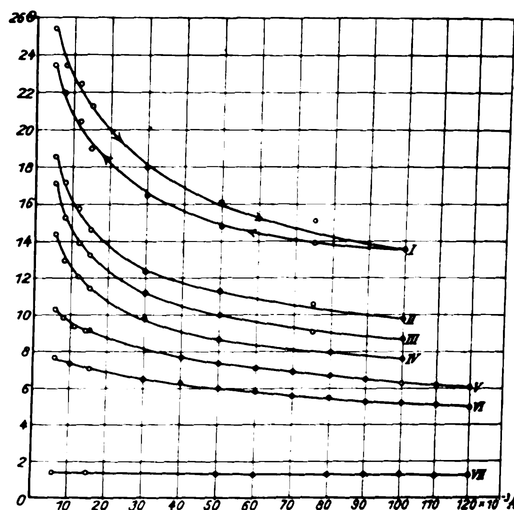


Fig. 7.

Fig. 8 zeigt die Widerstandsdruck-Diagramme bei derselben Stromstärke von 0,05 A. *M* gibt das Verhalten des Magnetkieses, *S* das Verhalten des Schwefelkieses an.

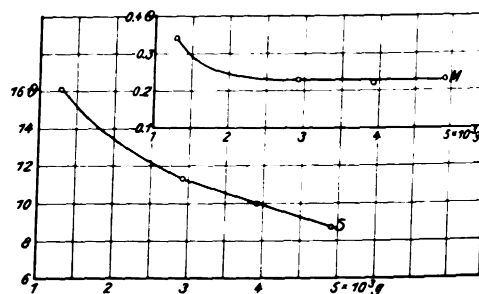


Fig. 8.

Aus einem Vergleich der Kurven der Fig. 6 und 8 ergibt sich, daß nur bei Magnetkies die Bedingung erfüllt wird für die Unabhängigkeit des Widerstandes bei Belastungen über 5000 g. Möglicherweise genügt auch Arsenkies dieser Forderung; Bleiglanz und Schwefelkies dagegen entsprechen keineswegs.

Nach den bisherigen Voraussetzungen, die allerdings recht willkürlich sind, erhält man den Widerstand eines festen Körpers einwandfrei, wenn er sich dem Ohmschen Gesetz fügt, und wenn ferner bei „weiterem Anziehen (einer Preßschraube) der Widerstand nicht mehr abnimmt".

Dann soll also der Übergangswiderstand nahezu verschwinden. Koenigsberger und Schilling[1]) versuchen diese Behauptung dadurch zu beweisen, daß sie Kupfer, Gold oder

1) J. Koenigsberger und R. Schilling, a. a. O., S. 181.

Eisen zwischen die Elektroden bei starkem Anziehen der Schraube spannen und zeigen, daß der Übergangswiderstand beim Zwischenpressen dieser Metalle kleiner als 0,0001 Ohm sei. Damit soll der Beweis erbracht sein, daß auch der Übergangswiderstand an einem beliebig festen Leiter von keiner störend höheren Größenordnung ist. Ein sehr begreiflicher Trugschluß, der um so bedauerlicher ist, als Koenigsberger an der Hand eines reichen Beobachtungsmaterials zu ebenso interessanten als weitgehenden Schlüssen über die Elektronenbewegung in festen Körpern gelangt.

Es soll nun der Beweis des folgenden Satzes versucht werden: Der Widerstand zwischen Metall und einem beliebigen festen Leiter ist abhängig von der Natur der **beiden** Leiter.

Wenn also der Übergangswiderstand zwischen Gold oder Platin einerseits und Kupfer, Gold oder Eisen andererseits bei starkem Anziehen der Preßschraube nahezu verschwindet, so ist damit keineswegs der Beweis erbracht, daß er zwischen Gold oder Platin und einem beliebigen festen Leiter gleichfalls zu vernachlässigen ist. Ganz im Gegenteil kann er Werte annehmen, die den wahren Widerstand des festen Leiters um ein Vielfaches übersteigen.

Zunächst mögen einige orientierende Versuche über das Verhalten eines an den Grundflächen polierten Messingzylinders von der Größe der untersuchen Mineralien erwähnt werden.

Das Messingstück wurde zunächst zwischen zwei polierte Messingplatten gelegt und dann allmählich mit den Bleischeiben belastet. Eine Abhängigkeit des Widerstandes von der Stromstärke war nicht bemerkbar bei Anwendung der beschriebenen, für diesen Fall allerdings bereits rohen Methode. Die bei den verschiedenen Belastungen gefundenen Übergangswiderstände waren:

Belastung in g	Widerstand in Ohm
250	0,353
786	0,024
1328	0,009
2328	0,009
3328	0,005
3865 bis 5050	$<$ 0,001

Wurde der Messingzylinder dagegen zwischen die Goldplatten gelegt, so fand sich:

Belastung in g	Widerstand in Ohm
220	0,023
762	0,021
1299	0,011
1836 bis 3836	0,006

und bei einem zweiten Versuch:

Belastung in g	Widerstand in Ohm
250	0,031
1250—5250	0,006

Auch hier verhielt sich der Widerstand unabhängig von der Stromstärke. Werden die Goldplatten aufeinander gelegt, dann beträgt der Widerstand zwischen ihnen allein, unabhängig von Stromstärke und Druck

0,006 Ohm.

Aus diesen Ergebnissen lassen sich allerdings keine Schlüsse ziehen auf den Übergangswiderstand zwischen zwei spiegelnden Metallflächen; dazu bedürfte es einer anderen Versuchsanordnung. Bei geringen Belastungen käme außerdem die zufällige Lage der beiden Metallflächen gegeneinander in Betracht.

Allein eine wichtige Folgerung läßt sich ziehen. Der Übergangswiderstand zwischen den Metallen Gold und Messing ist bei höheren Drucken in Übereinstimmung mit den Versuchen von Koenigsberger praktisch gleich Null, während er zwischen Gold und Arsenkies, Bleiglanz oder Schwefelkies bei denselben Drucken keineswegs zum Verschwinden gebracht werden kann. Es könnte also höchstens Magnetkies eine Ausnahme machen. Allein auch diese Ausnahme besteht nicht.

Der Widerstand bei flüssigen Zuleitungen.

Zum Beweise, daß der Widerstand an den Grenzflächen auch von der Natur des Metalles der Zuleitung abhängig ist, könnte man die Goldzuleitung durch eine solche aus Kupfer, Nickel, Silber usw. ersetzen. Es ist nach einem Versuche mit Magnetkies wahrscheinlich, daß auch die übrigen Kristalle andere Werte für den Widerstand ergeben werden, wenn man z. B. Gold durch Messing ersetzt.

Versuche mit Schwefelkies bestätigten diese Vermutung. Derselbe Kristall, der bei einer Dauerbelastung von 24 Stunden das Diagramm VI, Fig. 7, geliefert hatte, ergab unter denselben Umständen bei Anwendung von Messingelektroden bei einer Stromstärke von 0,005 A einen Widerstand von 5,76 Ohm, bei 0,1 A 5,53 Ohm, zeigte also neben dem kleineren Ausgangswert auch eine geringere Abweichung vom Ohmschen Gesetze.

Ungleich charakteristischer gestaltet sich aber die Sachlage, wenn man metallisch flüssige Zuleitungen verwendet. Zu diesem Zwecke wurden die Goldplatten amalgamiert. Die Untersuchung, die in gleicher Weise wie früher vorgenommen worden war, ergab die folgenden Resultate.

Arsenkies.

Der Widerstand sämtlicher Kristalle war von der Belastung vollständig unabhängig. Die Belastung der Kristalle mit dem Gewichte des

Messingzylinders und des Tellers allein (150 g) genügte. Eine Änderung des Widerstandes mit der Stromstärke trat nicht ein. Die verschiedenen Kristalle lieferten bei der Zimmertemperatur von 22° folgende Werte:

Nr. 1,	schönes Exemplar mit feinen Sprüngen	0,078 Ohm
„ 2,	desgleichen	0,084 „
„ 3,	mit am Rande ausgesprungenen Stellen	0,090 „
„ 4,	mit einem deutlichen Sprung mitten durch den Kristall .	0,140 „
„ 5,	mit einem breiten schwarzen Streifen gegen den Rand .	0,133 „

Aus den Zahlen geht zunächst hervor, daß Präzisionswerte für den Widerstand der Kristalle nicht gefunden werden können. Ein Ergebnis, wie es wohl nicht anders erwartet werden konnte.

Nimmt man den an Nr. 1 erhaltenen kleinsten Wert des Widerstandes als den richtigen an, so erhält man **0,134** Ohm für einen Würfel Arsenkies von 1 cm Seite.

Ob dieser Wert nun tatsächlich der „richtige" ist, soll durchaus nicht behauptet werden. Hätte man an Stelle von fünf Exemplaren hundert zur Verfügung, so würden sich darunter gewiß solche befinden, deren Widerstände unter 0,134 Ohm gelegen sind.

Es ist übrigens zwar wahrscheinlich, keineswegs aber bewiesen, daß der Übergangswiderstand vollständig eliminiert ist.

Bleiglanz.

Von Steeg & Reuter waren vier Stück geliefert worden. Eines davon war infolge einer großen Belastung zerbrochen, es standen also nur drei Exemplare zum Vergleich zur Verfügung.

Der Kontakt mit dem Goldamalgam ließ zu wünschen übrig. Die Nadel des Weston-Instrumentes war von Zeit zu Zeit Schwankungen ausgesetzt, die allerdings bald wieder aufhörten.

Der Kristall Nr. 2 zeigte bei der Belastung von 150 g bei 0,01 A einen Widerstand von 0,067, bei 0,1 A einen solchen von 0,057 Ohm. Erst bei einer Belastung von 1224 g ergab sich unabhängig von Stromstärke und Druck ein Wert von 0,057 Ohm. Ähnlich lagen die Verhältnisse bei Nr. 3. Der bei Drucken von 1224 g aufwärts gemessene Widerstand betrug nur 0,016 Ohm. Eine Bestimmung an Nr. 4 lieferte unter denselben Bedingungen den vierfachen Wert von 0,065 Ohm.

Hier liegen also die Einzelwerte viel weiter auseinander als bei Arsenkies. Der Kristall Nr. 3 liefert den kleinsten Wert.

Der Widerstand eines Würfels von 1 cm Seite ergibt sich zu **0,025** Ohm.

Koenigsberger und Reichenheim[1]) fanden den spez. Widerstand für einen aus dem Val Strim bei Sedrun in Graubünden stammenden Kristall zu 0,00265 Ohm. Über die Art der Zuleitung ist keine Bemerkung gemacht. Es liegt aber nahe, zu vermuten, daß die genannten Herren Bleiamalgam als Elektroden verwendet haben.

Magnetkies.

Der Widerstand der verschiedenen Exemplare war so ziemlich derselbe. Er war wie bei Arsenkies unabhängig von Druck und Stromstärke. Der Mittelwert betrug 0,008 Ohm, woraus sich ein spez. Widerstand von **0,014** Ohm ergibt.

Schwefelkies.

Auch bei diesem Mineral brachte weder eine Vergrößerung von Stromstärke noch Druck irgendeine Widerstandsänderung hervor. Die Einzelwerte liegen aber ziemlich weit auseinander. Den kleinsten Wert lieferte der Kristall Nr. 5 mit 0,023 Ohm, also mit dem spez. Widerstand von **0,0395** Ohm, den größten der Kristall Nr. 1 mit 0,038 Ohm.

So wenig befriedigend die Bestimmungen mit Goldamalgam als Zuleitung an sich sind, eine wichtige Tatsache geht aus den Messungen hervor: die Untauglichkeit fester metallischer Zuleitungen. Die großen Widerstände, die bei deren Verwendung auch unter den größten zulässigen Drucken gefunden wurden, sind fast ausschließlich auf den Widerstand zwischen Metall und Kristall zu buchen. Es ist nicht schwierig, den Grund dafür zu finden. Alle festen Körper enthalten Gase, wahrscheinlich meist Luft, an ihren Oberflächen adsorbiert. Zwischen Metall und Kristall befindet sich also eine Gasschicht. Bei Anlegung irgendeiner Potentialdifferenz kommt es zu einer Entladung, zunächst zwischen den am meisten benachbarten Punkten der beiden Leiter.

Der Kristall wird daher nicht von gleichmäßig dichten Stromlinien durchzogen, er verhält sich vielmehr so, als wenn sein Querschnitt um ein Vielfaches kleiner wäre. Steigert man die Potentialdifferenz zwischen den beiden Endflächen der Zuleitung, so wird sich die Anzahl der Entladungen und damit auch der Stromlinien vergrößern. Der wirksame Querschnitt des Kristalls wird dadurch gewissermaßen vergrößert. Die Bestätigung für diese Behauptung besteht in der Abnahme des Widerstandes mit der Vergrößerung der Stromstärke.

1) J. Koenigsberger und O. Reichenheim, a. a. O., S. 466.

Mit steigendem Druck wird eine größere Zahl von Teilchen der beiden Leiter einander genähert. Infolgedessen wird der Widerstand zwischen den Leitern durch Bildung einer größeren Zahl von Strombahnen abnehmen. Auf keinen Fall aber können durch einen auch noch so hoch gesteigerten Druck die von den Leitern festgehaltenen Gasschichten beseitigt werden. Bei Magnetkies z. B. hat es sich gezeigt, daß steigende Belastungen über 3000 g keine Abnahme des Widerstandes von 0,17 und 0,12 Ohm zwischen Gold, von 0,06 Ohm zwischen Messingzuleitungen im Gefolge hatten. Und trotzdem fand sich bei Anwendung von Goldamalgam nur mehr ein Wert von 0,008 Ohm vor!

Der elektrische Kontakt zwischen zwei Leitern ist offenbar nur dann vollständig, wenn sie einander derart nahegebracht sind, daß die Molekularkräfte zwischen ihnen ins Spiel treten können. Natürlich hängen die Größen dieser Molekularkräfte, die in der Adhäsion zum Ausdruck kommen, von der Natur jedes der beiden Leiter ab. Demzufolge ist es sogar recht fraglich, ob in allen Fällen derartige Zuleitungen ermittelt werden können, die an den zu prüfenden festen Leitern auch adhärieren.

Welche Bedeutung den Molekularkräften bei der Elektrizitätsleitung zukommt, zeigt die Tatsache, daß nur diejenigen dunkelfarbigen Pulver Leiter der Elektrizität bei Zimmertemperatur sind, die sich unter hohen Drucken ohne Anwendung eines Bindemittels in bestimmte Formen von metallischem Glanz bringen lassen[1]). In diesem Falle ist es die Kohäsion, die die Leitung von Korn zu Korn zustandebringt, während bei dem hier behandelten Problem die Adhäsion für den gleichmäßigen Übergang der Elektronen von einer Schicht zur anderen maßgebend ist.

Zum Schlusse mögen noch einige, vielleicht instruktive Versuche über die Haftfestigkeit der Kristalle an Goldamalgam mitgeteilt werden.

Auf dem einen Balken einer Wage wurde ein kräftiger Faden aufgehängt, der den Messingzylinder derart trug, daß seine untere mit Gold und Quecksilber bedeckte Fläche vollständig horizontal schwebte. Nach Tarierung der anderen Wagschale wurde die gleichfalls vorsichtig horizontal und zentriert eingestellte Grundfläche des Kristalls, der von einer kräftigen Zwinge gehalten wurde und sich zuerst unterhalb des Messingzylinders befand, langsam vertikal gehoben, bis Kristall und Messingzylinder sich vollständig berührten.

1) F. Streintz, Das Leitvermögen von gepreßten Pulvern. Sammlung elektrotechn. Vorträge, Band 4, S. 51, 1903. Stuttgart, Enke.

Durch vorsichtiges Auflegen von Gewichtsstücken konnte jenes Gewicht ermittelt werden, bei dem der Messingzylinder sich vom Kristall losriß. Dieses Gewicht, bezogen auf die Fläche eines Quadratzentimeters, gibt ein Maß für die Haftfestigkeit des Kristalls am Amalgam. Da jede von den Grundflächen der Kristalle, auch bei einem und demselben Mineral, individuelle Verschiedenheiten besitzen dürfte, so konnte nicht erwartet werden, daß die Flächen der Kristalle auch von demselben Material dieselben Zahlen geben werden. Allein der Unterschied in der Haftfestigkeit verschiedener Kristalle kam trotzdem zum Ausdruck. Zur Bestimmung wurde jene Grundfläche des Kristalls ausersehen, die das bessere Ansehen besaß.

Es ergab sich:

Bleiglanz, Kristall Nr. 2	19 g/cm^2
„ „ „ 4	3,2 „
(er trug nur sein eigenes Gewicht von 2,2 g)	
Magnetkies, Kristall Nr. 4 . . .	71 g/cm^2
„ „ „ 5 . . .	88 „
Arsenkies, Kristall Nr. 2 . . .	132 „
„ „ „ 3 . . .	94 „
„ „ „ 5 . . .	77 „
Schwefelkies, Kristall Nr. 1 . .	68 „
„ „ „ 5 . .	176 „

Die Haftfestigkeit von Bleiglanz ist also eine sehr geringe im Vergleich zu den anderen Kristallen. Es soll nicht versucht werden, eine Beziehung zwischen der Haftfestigkeit verschiedener Exemplare desselben Minerals und seinem Widerstand aufzustellen, da letzterer doch von der Beschaffenheit zweier Oberflächen abhängig sein muß. So viel steht aber fest, daß nur dann eine Unabhängigkeit des Widerstandes vom Drucke vorhanden ist, wenn die Haftfestigkeit keine zu geringe ist. Die Kristalle aus Bleiglanz genügen nicht dieser Bedingung. Ihr Widerstand ändert sich mit Stromstärke und Druck. Der Übergangswiderstand ist daher nicht völlig beseitigt. Wählt man für Bleiglanz an Stelle des Goldamalgams Bleiamalgam, so tritt keine Änderung in der Haftfestigkeit ein.

Zum Vergleiche mit der Haftfestigkeit der Kristalle soll noch ein Versuch der Haftfestigkeit eines polierten und amalgamierten Messingzylinders an der amalgamierten Goldfläche erwähnt werden.

Unmittelbar nach Berührung der beiden Amalgame riß der aufgehängte Zylinder bei einem Zuge von 320 g/cm^2, nach 5 Minuten dauernder Berührung bei 740 g/cm^2.

Hatte die Berührung dagegen eine halbe Stunde gewährt, so ergab sich 1500 g/cm^2, um nach 14stündiger Berührung den überraschenden Wert von 2700 g/cm^2 zu erreichen. Es sei noch nachgetragen, daß ein Übergangs-

widerstand zwischen einem Messingzylinder von den Dimensionen der Kristalle und den Flächen der amalgamierten Goldplatten nicht nachzuweisen war.

Die beiden amalgamierten Goldflächen hafteten zuerst mit 223 g/cm², nach 16stündiger Berührung dagegen mit 500 g/cm² aneinander.

Aus der Darstellung dürfte hervorgehen, daß die Bestimmung des Widerstandes eines Kristalls zu den schwierigsten Aufgaben der messenden Physik gehört. Man wird, soweit die vorliegenden Beobachtungen einen allgemeinen Schluß gestatten, auf feste Zuleitungen überhaupt verzichten müssen und nur flüssige metallische in Anwendung bringen dürfen. Und auch dabei hat man vorsichtig darauf zu achten, daß der Widerstand sich vollkommen unabhängig von der jeweiligen Stromstärke ergibt. Der Widerstand darf ferner vom Drucke, unter dem der Kristall steht, nicht beeinflußt werden. Diese beiden letzten Bedingungen scheinen erfüllt zu sein, wenn zwischen Kristall und flüssiger Zuleitung eine gewisse, nicht zu geringe Haftfestigkeit vorhanden ist.

Graz, Technische Hochschule, August 1911.

(Eingegangen 14. August 1911.)

Zur Relativitätsmechanik deformierbarer Körper.

Von Gunnar Nordström.

Wie die Untersuchungen verschiedener Forscher gezeigt haben, kommt man in der Relativitätsmechanik nicht weit, solange man sich auf „starre" Körper beschränkt. Zu einer befriedigenden Fassung dieser Mechanik kann man nur gelangen, wenn man die Deformierbarkeit der Körper berücksichtigt. Die Mechanik für Körper, die unter einem allseitigen Normaldruck stehen, ist von Planck[1]) in thermodynamischer Hinsicht behandelt. Auch durch rein mechanische Betrachtungen lassen sich aber über das Verhalten solcher Körper einige Schlüsse ziehen, wie ich unten zu zeigen suche. In einer folgenden Mitteilung beabsichtige ich, die Betrachtungen auf Körper, in denen auch Tangentialspannungen auftreten, auszudehnen.

Die Betrachtungen will ich auf die von Abraham[2]) modifizierte Minkowskische Mechanik gründen, und in Anschluß hierzu annehmen, daß die auftretenden Kräfte sich aus vierdimensionalen Tensoren ableiten. Ich bin früher für einen von dem Abrahamschen abweichenden Kraftbegriff aufgetreten[1]), der aber, wie Abraham gezeigt hat[2]), mit der Planckschen Relativitätsthermodynamik nicht vereinbar ist. Im folgenden werde ich, wie gesagt, den Abrahamschen Kraftbegriff benutzen, will aber hierdurch keine bestimmte Ansicht über die Richtigkeit des einen oder anderen der beiden Begriffe aussagen.

Abraham betrachtet in den zitierten Arbeiten nur Körper, deren jedes Teilchen sein Ruhvolumen mit der Zeit nicht verändert. Damit seine Bewegungsgleichungen bei beliebiger Deformation des Mediums gelten sollen, hat man nach meiner Ansicht dieselben etwas zu modifizieren, und diese Verallgemeinerung habe ich in der zitierten Mitteilung gemacht [l. c. Gl. (4)].

Wir bezeichnen mit $\mathfrak{K}_x$, $\mathfrak{K}_y$, $\mathfrak{K}_z$, $\mathfrak{K}_u$ $(u = ict)$ die vier Komponenten der ponderomotorischen Kraft pro Volumeneinheit, die ein Vierervektor ist, mit $\mathfrak{a}_x$, $\mathfrak{a}_y$, $\mathfrak{a}_z$, $\mathfrak{a}_u$ die Komponenten des Minkowskischen Bewegungsvektors und mit γ die Ruhmassendichte (vierdimensionaler Skalar). Dann lauten die allgemeinen Bewegungsgleichungen, auf die wir uns stützen wollen,

$$\left.\begin{aligned}
\mathfrak{K}_x &= \frac{\partial}{\partial x}\gamma\,\mathfrak{a}_x^2 + \frac{\partial}{\partial y}\gamma\,\mathfrak{a}_x\mathfrak{a}_y + \frac{\partial}{\partial z}\gamma\,\mathfrak{a}_x\mathfrak{a}_z + \frac{\partial}{\partial u}\gamma\,\mathfrak{a}_x\mathfrak{a}_u,\\
&\;\cdots\cdots\cdots\cdots\\
&\;\cdots\cdots\cdots\cdots\\
\mathfrak{K}_u &= \frac{\partial}{\partial x}\gamma\,\mathfrak{a}_u\mathfrak{a}_x + \frac{\partial}{\partial y}\gamma\,\mathfrak{a}_u\mathfrak{a}_y + \frac{\partial}{\partial z}\gamma\,\mathfrak{a}_u\mathfrak{a}_z + \frac{\partial}{\partial u}\gamma\,\mathfrak{a}_u^2.
\end{aligned}\right\} \quad (1)$$

Wir betrachten nun ein materielles Fluidum, innerhalb dessen ein örtlich und zeitlich veränderlicher Normaldruck p herrscht. Der Normaldruck ist, wie Planck[3]) und Sommerfeld[4]) gezeigt haben, bei Lorentz-Transformationen invariant, also ein vierdimensionaler Skalar. Es drückt — wenigstens für den Fall der Ruhe — der negative Druckgradient $-\nabla p$ die von dem Druck p herrührende ponderomotorische Kraft pro Volumeneinheit aus. Nehmen wir nun nach dem früher Gesagten an, daß diese ponderomotorische Kraft sich allgemein aus einem vierdimensionalen Tensor ableitet, indem

1) M. Planck, Berl. Sitzungsber. 1907, S. 542.

2) M. Abraham, diese Zeitschr. 10, 737, 1909; Rend. Circ. Matem. Palermo, 30, 1910: Sull' elettrodinamica di Minkowski, § 4.

1) G. Nordström, diese Zeitschr. 11, 440, 1910.

2) M. Abraham, diese Zeitschr. 11, 527, 1910.

3) M. Planck, l. c.

4) A. Sommerfeld, Ann. d. Phys 32, 773, 1910.

$$\left.\begin{aligned}\mathfrak{K}_x &= \frac{\partial X_x}{\partial x} + \frac{\partial X_y}{\partial y} + \frac{\partial X_z}{\partial z} + \frac{\partial X_u}{\partial u},\\ \mathfrak{K}_y &= \frac{\partial Y_x}{\partial x} + \frac{\partial Y_y}{\partial y} + \frac{\partial Y_z}{\partial z} + \frac{\partial Y_u}{\partial u},\\ \mathfrak{K}_z &= \frac{\partial Z_x}{\partial x} + \frac{\partial Z_y}{\partial y} + \frac{\partial Z_z}{\partial z} + \frac{\partial Z_u}{\partial u},\\ \mathfrak{K}_u &= \frac{\partial U_x}{\partial x} + \frac{\partial U_y}{\partial y} + \frac{\partial U_z}{\partial z} + \frac{\partial U_u}{\partial u},\end{aligned}\right| \quad (2)$$

wo

$$X_y = Y_x,\ X_z = Z_x,\ X_u = U_x \text{ usw.},$$

so ist in dem betrachteten Falle der Ruhe

$$\left.\begin{aligned}&X_x = Y_y = Z_z = -p,\\ &X_y = X_z = X_u = Y_z = Y_u = Z_u = 0.\end{aligned}\right\} \quad (3)$$

Durch eine Lorentz-Transformation gehen wir zu dem Falle der Bewegung über. Durch diese Transformation soll, wie gesagt, der Normaldruck p sich nicht verändern. Die einfachste Annahme, die das bewirkt, ist, daß man für den Fall der Ruhe annimmt,

$$U_u = -p. \quad (4)$$

Dann ist der vierdimensionale Tensor in (2) ein vierdimensionaler Skalar $-p$, und man findet, wenn man eine Lorentz-Transformation vornimmt, daß die Gleichungen

$$\left.\begin{aligned}\mathfrak{K}_x = -\frac{\partial p}{\partial x},\ \mathfrak{K}_y = -\frac{\partial p}{\partial y},\ \mathfrak{K}_z = -\frac{\partial p}{\partial z},\\ \mathfrak{K}_u = -\frac{\partial p}{\partial u}\end{aligned}\right| \quad (5)$$

auch für bewegte Medien gelten. Wir wollen nun zuerst untersuchen, zu welchen Konsequenzen die Annahme (4) führt. Später wollen wir diese Annahme fallen lassen und die Verhältnisse unter allgemeineren Voraussetzungen behandeln.

Zu dem erstgenannten Zweck haben wir die Gleichungen (5) mit den Bewegungsgleichungen (1) zu verknüpfen, indem wir annehmen, daß innerhalb des Fluidums keine anderen Kräfte wirken, als die von dem Druck p herrührenden. Die letzte der Gleichungen (1) lautet, wenn man die gewöhnliche Geschwindigkeit $\mathfrak{v}$ und die gewöhnliche Massendichte δ einführt und die Bezeichnungen der dreidimensionalen Vektoranalysis benutzt,

$$-ic\mathfrak{K}_u = c^2\left\{\operatorname{div}\frac{\delta\mathfrak{v}}{\sqrt{1-\mathfrak{q}^2}} + \frac{\partial}{\partial t}\frac{\delta}{\sqrt{1-\mathfrak{q}^2}}\right\}. \quad (6)$$

Es ist hier der Einfachheit halber $\mathfrak{q} = \frac{\mathfrak{v}}{c}$ gesetzt, und weiter ist

$$\mathfrak{a}_x = \frac{\mathfrak{v}_x}{\sqrt{1-\mathfrak{q}^2}},\ \ldots,\ \mathfrak{a}_u = \frac{ic}{\sqrt{1-\mathfrak{q}^2}},$$

$$\gamma = \delta\sqrt{1-\mathfrak{q}^2}.$$

Für $-ic\mathfrak{K}_u$ erhält man noch, wie ich in der zitierten Mitteilung [Gl. (8')] gezeigt habe, den allgemeinen Ausdruck

$$-ic\mathfrak{K}_u = \mathfrak{K}\mathfrak{v} + c^2\sqrt{1-\mathfrak{q}^2}\left\{\operatorname{div}\delta\mathfrak{v} + \frac{\partial\delta}{\partial t}\right\}. \quad (7)$$

Wenn das Volumen eines Massenelements mit dv bezeichnet wird, so ist

$$dv\left\{\operatorname{div}\delta\mathfrak{v} + \frac{\partial\delta}{\partial t}\right\} = \frac{d}{dt}(\delta dv) = \frac{d}{dt}dm$$

die zeitliche Veränderung der Masse $dm = \delta dv$ des Teilchens. Gl. (7) zeigt also, daß die ponderomotorische Kraft im Falle der Ruhe nur dann eine energetische Komponente $\mathfrak{K}_u$ haben kann, wenn die Masse der Materie sich zeitlich verändert. Nach der letzten der Gleichungen (5) muß also eine Druckveränderung eine Veränderung der Masse hervorrufen. Wegen

$$\mathfrak{K} = -\nabla p,\quad -ic\mathfrak{K}_u = \frac{\partial p}{\partial t}, \quad (5a)$$

erhält man

$$\frac{\partial p}{\partial t} + \mathfrak{v}\nabla p = c^2\sqrt{1-\mathfrak{q}^2}\left\{\operatorname{div}\delta\mathfrak{v} + \frac{\partial\delta}{\partial t}\right\}$$

oder, wenn man die zeitliche Veränderung des Druckes in einem mitbewegten Punkte mit $\frac{dp}{dt}$ bezeichnet,

$$\frac{dp}{dt}dv = c^2\sqrt{1-\mathfrak{q}^2}\frac{d}{dt}(\delta dv). \quad (8)$$

Es ist $\delta dv = dm$ ein vierdimensionaler Skalar; wenn man die Eigenzeit τ und das Ruhvolumen $dv_0 = \frac{dv}{\sqrt{1-\mathfrak{q}^2}}$ des Teilchens einführt, so hat man

$$\frac{dp}{d\tau}dv_0 = c^2\frac{d}{d\tau}(\gamma dv_0) = c^2\frac{d}{d\tau}dm. \quad (9)$$

Die Gleichungen (8) und (9) drücken das Gesetz der Massenveränderung aus[1]).

Wir wollen uns nun zum Energiesatz wenden und behandeln hierbei nur adiabatische Vorgänge. Der Energiesatz wird durch folgende Gleichung ausgedrückt, welche unmittelbar aus (6) und (5a) hervorgeht,

$$\operatorname{div}\frac{c^2\delta\mathfrak{v}}{\sqrt{1-\mathfrak{q}^2}} + \frac{\partial}{\partial t}\left\{\frac{c^2\delta}{\sqrt{1-\mathfrak{q}^2}} - p\right\} = 0. \quad (10)$$

Es ist hier

$$\frac{c^2\delta\mathfrak{v}}{\sqrt{1-\mathfrak{q}^2}} = \mathfrak{S} \quad (11)$$

der Energiestrom und

$$\frac{c^2\delta}{\sqrt{1-\mathfrak{q}^2}} - p = \psi \quad (12)$$

die Energiedichte. Daß die Gleichung (10) wirklich den Energiesatz ausdrückt, erhellt sofort,

1) Eine mit (8) identische Gleichung hat W. v. Ignatowsky abgeleitet, auf die Planckschen thermodynamischen Betrachtungen sich stützend: diese Zeitschr. **12**, 442, Gl. (40), 1911. Oben ist die Gleichung rein aus der Mechanik gefunden.

wenn man sie mit dv multipliziert und etwas umformt. Man hat bekanntlich

$$\frac{\partial p}{\partial t}dv = \frac{d}{dt}(p\,dv) - \operatorname{div} p\mathfrak{v}\cdot dv,$$

und die mit dv multiplizierte Gleichung (10) schreibt sich

$$-\operatorname{div} p\mathfrak{v}\cdot dv = \frac{d}{dt}\left\{\left(\frac{c^2\delta}{\sqrt{1-\mathfrak{q}^2}} - p\right)dv\right\}. \quad (13)$$

Es ist ja $-\operatorname{div} p\mathfrak{v}\cdot dv$ die auf das betrachtete Teilchen von außen durch den Druck p ausgeübte Arbeit, welche bei adiabatischer Deformation dem Energiezuwachs des Teilchens gleich sein muß.

Im Ausdruck (12) für die Energiedichte ist das Auftreten von p mit negativem Vorzeichen zu bemerken. Der Zuwachs der Masse durch Druckvermehrung bringt es doch mit sich, daß eine adiabatische Kompression immer eine Vergrößerung der Energie zur Folge hat.

Wir wollen noch bemerken, daß die gefundenen Resultate in vollem Einklang mit den von Planck[1]) abgeleiteten Transformationsgleichungen für die Energie und die Bewegungsgröße stehen. Die Dichte $\mathfrak{g}$ der Bewegungsgröße ist, wie man aus den Bewegungsgleichungen sieht, gleich dem durch c^2 dividierten Energiestrom; es ist

$$\mathfrak{g}_x = \frac{\delta\mathfrak{v}_x}{\sqrt{1-\mathfrak{q}^2}},\quad \mathfrak{g}_y = \frac{\delta\mathfrak{v}_y}{\sqrt{1-\mathfrak{q}^2}},\quad \mathfrak{g}_z = \frac{\delta\mathfrak{v}_z}{\sqrt{1-\mathfrak{q}^2}}. \quad (14)$$

Wenn man die Gleichungen (12) und (14) mit dv multipliziert und dieselben dann einer Lorentz-Transformation unterwirft, findet man leicht ihre Übereinstimmung mit den in der zitierten Arbeit von Planck angegebenen Transformationsgleichungen (33), (28) und (29).

Die bisherigen Betrachtungen stützen sich auf die Annahme (4). Diese Annahme ist aber nicht notwendig, um die Forderung aufrecht zu erhalten, daß der Druck ein vierdimensionaler Skalar sein soll. Wenn nämlich eine von dem Druck verursachte Bewegungsgröße auftritt, deren Dichte $\mathfrak{g}^p$ nach (2) die Komponenten

$$\mathfrak{g}_x^p = \frac{i}{c}X_u,\quad \mathfrak{g}_y^p = \frac{i}{c}Y_u,\quad \mathfrak{g}_z^p = \frac{i}{c}Z_u \quad (15)$$

hat, so sind nicht mehr $-X_x$, $-Y_y$, $-Z_z$ gleich dem Normaldruck p. Der Druck ist in diesem Falle so zu berechnen, wie der Druck auf bewegte Flächen in der Elektrodynamik. Die Druckkraft auf ein Flächenelement, das wir als einen Vektor $d\mathfrak{f}$ auffassen, hat die Komponenten

$$p\,d\mathfrak{f}_x = -X_x d\mathfrak{f}_x - X_y d\mathfrak{f}_y - X_z d\mathfrak{f}_z - \mathfrak{g}_x^p\cdot\mathfrak{v}\,d\mathfrak{f},$$
$$p\,d\mathfrak{f}_y = -Y_x d\mathfrak{f}_x - Y_y d\mathfrak{f}_y - Y_z d\mathfrak{f}_z - \mathfrak{g}_y^p\cdot\mathfrak{v}\,d\mathfrak{f}, \quad (16)$$
$$p\,d\mathfrak{f}_z = -Z_x d\mathfrak{f}_x - Z_y d\mathfrak{f}_y - Z_z d\mathfrak{f}_z - \mathfrak{g}_z^p\cdot\mathfrak{v}\,d\mathfrak{f}.$$

Indem wir also nunmehr die Annahme $U_u = -p$ fallen lassen, bezeichnen wir U_u für den Fall der Ruhe mit U_0. Da jeder Punkt der Materie sich auf Ruhe transformieren läßt, ist U_0 für jeden Raumzeitpunkt der Materie eine bestimmte Größe: ein vierdimensionaler Skalar. U_0 kann als „die vom Druck verursachte Ruhenergiedichte" bezeichnet werden und ist als eine Funktion von den Zustandsvariablen der Ruhe zu betrachten.

Für den Fall der Ruhe setzen wir also voraus:

$$X_x = Y_y = Z_z = -p,\quad U_u = U_0,$$
$$X_y = X_z = X_u = Y_z = Y_u = Z_u = 0.$$

Durch eine Lorentz-Transformation finden wir nun für den Fall der Bewegung

$$X_x = -p - \frac{p+U_0}{c^2}\mathfrak{a}_x^2,\quad Y_y = -p - \frac{p+U_0}{c^2}\mathfrak{a}_y^2,$$
$$Z_z = -p - \frac{p+U_0}{c^2}\mathfrak{a}_z^2,\quad U_u = -p - \frac{p+U_0}{c^2}\mathfrak{a}_u^2,$$
$$X_y = -\frac{p+U_0}{c^2}\mathfrak{a}_x\mathfrak{a}_y,\quad X_z = -\frac{p+U_0}{c^2}\mathfrak{a}_x\mathfrak{a}_z,$$
$$X_u = -\frac{p+U_0}{c^2}\mathfrak{a}_x\mathfrak{a}_u \quad \text{usw.} \quad (17)$$

Hieraus ergibt sich nach (15) für die Dichte der Bewegungsgröße $\mathfrak{g}^p$

$$\mathfrak{g}^p = \frac{(p+U_0)\mathfrak{v}}{c^2(1-\mathfrak{q}^2)}. \quad (18)$$

Wenn wir die Ausdrücke (17) und (18) in die Gleichungen (16) einführen, finden wir, daß diese Gleichungen identisch erfüllt werden, und daß also in der Tat die auf ein Flächenelement $d\mathfrak{f}$ ausgeübte Kraft ein Normaldruck ist, dessen Betrag pro Flächeneinheit vom Bezugssystem unabhängig ist. Wir sehen auch hierdurch, daß, wie Sommerfeld gezeigt hat, die Invarianz des Druckes eine allgemeine Folgerung des Relativitätsprinzips ist.

Für die ponderomotorische Kraft pro Volumeneinheit finden wir nach (2)

$$\mathfrak{K}_x = -\frac{\partial p}{\partial x} - \frac{\partial}{\partial x}\frac{p+U_0}{c^2}\mathfrak{a}_x^2 - \frac{\partial}{\partial y}\frac{p+U_0}{c^2}\mathfrak{a}_x\mathfrak{a}_y$$
$$-\frac{\partial}{\partial z}\frac{p+U_0}{c^2}\mathfrak{a}_x\mathfrak{a}_z - \frac{\partial}{\partial u}\frac{p+U_0}{c^2}\mathfrak{a}_x\mathfrak{a}_u.$$

— — — — — — — — — — — — — —

— — — — — — — — — — — — — —

$$\mathfrak{K}_u = -\frac{\partial p}{\partial u} - \frac{\partial}{\partial x}\frac{p+U_0}{c^2}\mathfrak{a}_u\mathfrak{a}_x - \frac{\partial}{\partial y}\frac{p+U_0}{c^2}\mathfrak{a}_u\mathfrak{a}_y$$
$$-\frac{\partial}{\partial z}\frac{p+U_0}{c^2}\mathfrak{a}_u\mathfrak{a}_z - \frac{\partial}{\partial u}\frac{p+U_0}{c^2}\mathfrak{a}_u^2, \quad (19)$$

1) M. Planck, l. c.

und wenn wir das Gleichungssystem mit den Bewegungsgleichungen (1) verknüpfen, ergibt sich

$$\left.\begin{aligned} -\frac{\partial p}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x}\left(\gamma + \frac{p+U_0}{c^2}\right)\mathfrak{a}_x^2 \\ +\frac{\partial}{\partial y}\left(\gamma + \frac{p+U_0}{c^2}\right)\mathfrak{a}_x\,\mathfrak{a}_y \\ +\frac{\partial}{\partial z}\left(\gamma + \frac{p+U_0}{c^2}\right)\mathfrak{a}_x\,\mathfrak{a}_z \\ +\frac{\partial}{\partial u}\left(\gamma + \frac{p+U_0}{c^2}\right)\mathfrak{a}_x\,\mathfrak{a}_u, \end{aligned}\right\} \quad (20)$$

und drei entsprechende Gleichungen für die übrigen Weltachsenrichtungen. Ein Vergleich mit (1) zeigt nun, daß die Bewegung genau so stattfindet, als ob die ponderomotorische Kraft nicht durch die Gl. (19), sondern durch die Gl. (5) angegeben wäre, und die Ruhmassendichte

$$\gamma' = \gamma + \frac{p+U_0}{c^2} \quad (21)$$

wäre. Alle Verhältnisse in dem nun betrachteten allgemeinen Falle sind genau dieselben wie die aus der Annahme (4) folgenden, nur werden die Kraft und die Masse anders aufgefaßt. An Stelle der Dichte δ in unseren früheren Gleichungen tritt die Größe

$$\delta' = \delta + \frac{p+U_0}{c^2\sqrt{1-\mathfrak{q}^2}}, \quad (22)$$

der also nun dieselbe physikalische Bedeutung zukommt, wie früher der Dichte.

Die Größe

$$\gamma'\,dv_0 = \delta'\,dv = dm',$$

die als Summe der „wahren Masse" γdv_0 und der „scheinbaren Masse"

$$\frac{p+U_0}{c^2}\,dv_0 = \frac{p+U_0}{c^2\sqrt{1-\mathfrak{q}^2}}\,dv$$

eines Teilchens aufgefaßt werden kann, verändert sich mit der Zeit nach genau denselben Gesetzen wie die Masse $\gamma dv_0 = dm$ in der aus der Annahme (4) folgenden Theorie. Man hat entsprechend Gl. (9)

$$\frac{dp}{d\tau}\,dv_0 = \frac{d}{d\tau}\left\{(c^2\gamma + p + U_0)\,dv_0\right\} = c^2\frac{d}{d\tau}\,dm'. \quad (23)$$

Die Größe U_0 ist, wie früher gesagt, allgemein als eine Funktion der Zustandsvariablen für den Fall der Ruhe zu betrachten, und nach der allgemeinen Elastizitätstheorie hat diese Funktion die Eigenschaft, daß für adiabatische Prozesse

$$-p\frac{dv_0}{d\tau} = \frac{d}{d\tau}(U_0\,dv_0)$$

ist. Dann verändert sich, wie man aus (23) leicht sieht, bei solchen Prozessen nicht die wahre Masse γdv_0, sondern nur die scheinbare.

Als Energiegleichung erhält man eine Gleichung, die mit (10) identisch ist, nur δ' anstatt δ enthält. Es ist der gesamte Energiestrom

$$\mathfrak{S} = \frac{c^2\delta'\mathfrak{v}}{\sqrt{1-\mathfrak{q}^2}} = \frac{c^2\delta\mathfrak{v}}{\sqrt{1-\mathfrak{q}^2}} + \frac{(p+U_0)\mathfrak{v}}{1-\mathfrak{q}^2}, \quad (24)$$

und die gesamte Energiedichte

$$\psi = \frac{c^2\delta'}{\sqrt{1-\mathfrak{q}^2}} - p = \frac{c^2\delta}{\sqrt{1-\mathfrak{q}^2}} + \frac{p+U_0}{1-\mathfrak{q}^2} - p. \quad (25)$$

Die Gesamtdichte der Bewegungsgröße ist gleich $\frac{1}{c^2}\mathfrak{S}$. Die Transformationsgleichungen von Planck sind natürlich auch nun erfüllt.

Wir haben nun gezeigt, daß in der im Anfang gemachten Annahme (4) keine Spezialisierung der Theorie liegt, sondern nur eine Spezialisierung der Begriffe. Diese Annahme ist also vollkommen berechtigt. Ihre Folgerung, daß eine Druckveränderung eine Massenveränderung bewirken muß, hat ja nach den jetzigen Anschauungen an sich auch nichts Bedenkliches.

Als das Obenstehende geschrieben war, ist das Buch von Laue „Das Relativitätsprinzip" erschienen, wo in § 24 u. f. dieselben Aufgaben wie hier behandelt sind. Soweit ich sehe, stehen meine Resultate im Einklang mit den von Laue gefundenen. In mancher Hinsicht unterscheiden sich aber unsere Betrachtungen voneinander, und deswegen dürfte auch die Veröffentlichung des Obenstehenden gerechtfertigt sein.

Göttingen, 30. Juni 1911.

(Eingegangen 3. Juli 1911.)

Bestimmung des Ionengehaltes auf dem Atlantischen Ozean.

Von Georg Berndt.

Bei der Rückkehr von Europa nach Buenos Aires im März dieses Jahres mit dem Dampfer „Gotha" des Norddeutschen Lloyd nahm ich Gelegenheit, eine Reihe luftelektrischer Messungen an Bord auszuführen. Nach der Ebertschen Theorie[1]) sollte man, unter sonst gleichbleibenden Bedingungen, eine Abnahme des Ionengehaltes mit der Entfernung vom Lande erwarten, da nach den bisher vorliegenden Untersuchungen die durch den Wind vom Lande her übers Meer getragene Emanation die hauptsächliche, wenn nicht die ausschließliche Quelle der Ionisierung ist[2]). Um diese Frage zu prüfen, bestimmte ich vor allem den Ionengehalt. Zu diesem Zweck stand mir ein Ebertscher Ionenaspirator von Günther & Tegetmeyer mit Wulfschem Elektrometer und eingebautem Anemo-

1) H. Ebert, diese Zeitschr. 5, 135, 1904.
2) Siehe z. B: A. S. Eve, diese Zeitschr. 8, 286, 1907.

meter[1]) zur Verfügung. Die Isolierung desselben war vorzüglich; obwohl z. B. gelegentlich abends das Außenrohr des Kondensators mit einer Haut von kondensiertem Wasser bedeckt war, war der Isolationsverlust doch nur 0,1 bis 0,2 Skt. in 15 Min. Trocknung mit Natrium machte sich nur einmal notwendig, nachdem die Apparate durch einen plötzlich hereinbrechenden Tropenregen naß geworden waren. Wie ich vorgreifend bemerken will, war der Ionengehalt über See verhältnismäßig gering, so daß die Beobachtungsdauer des durch die Ionen bedingten Ladungsverlustes auf 15 Min. ausgedehnt werden mußte. Da ich nacheinander mit positiver und negativer Ladung (in wechselnder Reihenfolge beobachtete, so war die Dauer jedes Versuches (einschl. Zeit zur Bestimmung der Isolationsverluste sowie zur Umpolarisierung des Bernsteins) etwa $1^1/_2$ Stunden. Die täglichen Beobachtungstermine waren $6^1/_2$—8^h a. m., $1^1/_4$ bis $2^3/_4{}^h$ p. m. und $7^3/_4$—$9^1/_4{}^h$ p. m.; ich werde sie kurz bezeichnen als 8^h a. m., 2^h p. m. und 8^h p. m. Zu diesen Stunden wurden gleichzeitig beobachtet: Potentialgefälle, Luftdruck, Luft- und Wassertemperatur, relative Luftfeuchtigkeit, Bewölkung, Transparenz der Luft, Windrichtung und -stärke, sowie der Seegang. Für das Potentialgefälle wurde ein Apparat von Günther & Tegetmeyer — Ebonitstativ mit Lutzschem windsicherem Kerzenflammenkollektor (der sich auch bei stärkerem Winde vorzüglich bewährte) und Wulfsches Elektrometer — benutzt. Die Luftfeuchtigkeit wurde mit einem Haarhygrometer bestimmt, dessen Einstellung auf 100 Proz. gelegentlich kontrolliert wurde; bei dem täglich notwendigen Transport der Apparate möchte ich seine Angaben aber doch nur auf etwa ± 10 Proz. genau halten. Die Lufttemperatur wurde an einem im Hygrometergehäuse befindlichen Quecksilberthermometer abgelesen; die Größe der Bewölkung (in 8 Stufen) und die Transparenz (0 bis 4; 0 völlig klar) geschätzt. Luftdruck (nach den gleichzeitigen Temperaturangaben von mir auf 0^0 reduziert), Wassertemperatur, Windrichtung und -stärke (letztere nach der zwölfteiligen Beaufortschen Skala), Seegang und Schiffsort wurden aus dem Schiffsjournal entnommen. Für die Zeit 2^h p. m. wurden die Mittel aus den Eintragungen um 12^h und 4^h p. m. gewählt.

Als günstigster Beobachtungsplatz wurde die Ladeluke auf der Back (etwa $7^1/_2$ m über dem Wasserspiegel), und zwar wegen der vorherrschenden Ostrichtung der Winde, an der Steuerbordseite gewählt. Der Ionenaspirator war zwar so dem Erdfelde nicht völlig entzogen, doch war er elektrostatisch so gut geschützt, daß sich ein Einfluß desselben nicht bemerkbar machte. Unangenehmer war, daß er auf dem freien Standplatz der Sonnenstrahlung direkt ausgesetzt war; doch wurde dieser Nachteil der festen Aufstellungsmöglichkeit wegen mit in den Kauf genommen. Der Apparat stand zunächst so, daß der Platz des Beobachters auf der Steuerbordseite der Luke war. Später wurde er um 90^0 gedreht, da das Stampfen des Schiffes die Beobachtungen in der ursprünglichen Stellung unmöglich machte. Bei starkem Winde erwies es sich als notwendig, um die Turbine lose ein Stück Packpapier zu legen, da sonst der hineinblasende Wind die Fördermenge derart verringerte, daß ihre genaue Bestimmung nicht mehr möglich war. Starke Schwankungen des Schiffes erschwerten die Ablesung oft wesentlich. In diesem Falle beobachtete ich meist — sowohl zu Beginn wie zum Schluß der 15 Min. — die kleinsten Spreizungen der Quarzfäden. Daß diese Methode zulässig ist, beweisen die Ablesungen zur Bestimmung des Isolationsverlustes. — Die zu den Abendbeobachtungen notwendige Beleuchtung erfolgte durch eine elektrische Glühlampe. Das Hygrometer stand, soweit nichts anderes bemerkt ist (Schatten!), neben dem Aspirator.

Als definitiver Standort wurde für den Flammenkollektor ein weiter nach der Reling zu gelegener Platz gewählt, da so die Flammengase vom Aspirator fortgeweht wurden; in der Tat hat sich nie ein Einfluß derselben auf die Ionisierungsmessungen ergeben. Selbstverständlich haben die Messungen des Potentialgefälles nur relativen Wert, da das Erdfeld außerordentlich stark gestört ist. Eine Reduzierung auf normales Feld, die ich ursprünglich geplant hatte, mußte aus äußeren Gründen unterbleiben[1]. Immerhin scheinen mir diese relativen Messungen doch ausreichend, um etwaige außergewöhnliche luftelektrische Störungen festzustellen, die eventuell extreme Werte der Ionisierung hervorrufen können. Bei der Messung des Potentialgefälles machten sich die Schiffsschwankungen viel stärker bemerkbar, da dadurch die Höhe des Beobachtungsspiegels über dem Wasserspiegel geändert wurde. Die mitgeteilten Zahlen sind die Mittel aus den größten und kleinsten beobachteten Werten. — Nach Angabe der Fabrikanten zeigt die Flamme das Potential eines Punktes an, der 9 cm über dem oberen Kollektorrande liegt. —

Da ich erst in La Coruña (Spanien) an Bord stieg und die Kisten mit den notwendigen Appa-

1) M. Rosenmüller, diese Zeitschr. 11, 850, 1910.

1) Die Apparate mußten nach der Ankunft in Buenos Aires etwa 4 Wochen im Zollamt liegen bleiben.

raten aus einer großen Zahl anderer herausgesucht werden mußten, konnte ich erst auf der Höhe zwischen Madeira und den Canarischen Inseln am 7. März mit den Versuchen beginnen. Bei diesen ersten Beobachtungen waren manche Schwierigkeiten zu überwinden und Erfahrungen zu sammeln; deshalb möchte ich ihnen nicht denselben Wert beilegen, wie denen der folgen-

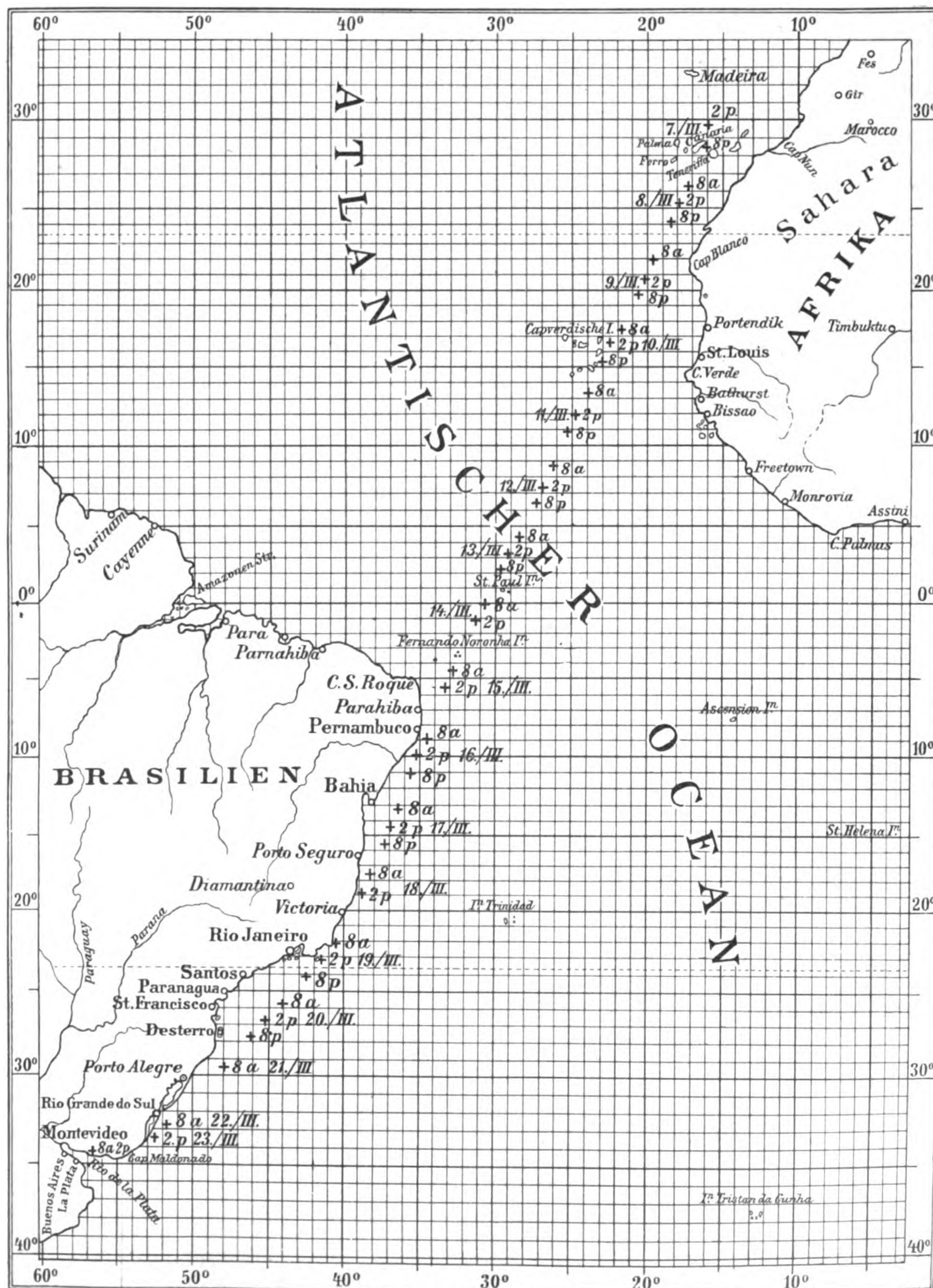


Tabelle 1.

Datum	Z	B	L	E_+	E_-	U	n_+	n_-	Σ	u	Q	F	b	t_L	t_w	f	Bw	T
7. März	2p.	29°43' N	15°55' W	0,322	0,110	0,213	736	236	972	500	3,13		768,8	30,0	17,3	42	4/8 Cu	1/2
	8p.	28°35' N	16° 4' W	0,207	0,219	—0,011	446	470	916	—25	0,95		768,1	15,8	18,0	86	6/8 Cu	1/2
8. „	8a.	26°11' N	17°12' W	0,279	0,113	0,166	600	243	843	357	2,47		768,1	20,0	19,2	69	1/8 Cu	fast 0
	2p.	25°10' N	17°50' W	0,341	0,184	0,157	733	395	1128	438	1,85		768,2	34,6	19,2	40	1/8 Cu	0
	8p.	24° 5' N	18°23' W		0,164			353					767,7	16,6	19,6	86	3/8 Cu	0
9. „	8a.	21°57' N	19°29' W	0,421	0,369	0,052	906	794	1700	113	1,14		767,1	{18,8 26,8	19,2	{82 50	{8/8 Cu Ni 1/8 Cu	0
	2p.	20°47' N	20° 6' W	0,531	0,492	0,039	1141	1034	2174	107	1,08	52	766,1	{26,6 37,4	19,6	{53 35	{7/8 Cu Ni 3/8 Cu	0
	8p.	19°42' N	20°38' W	0,341	0,383	—0,043	732	825	1557	—92	0,89	54	766,4	17,5	19,0	100	{4/8 Cu 0	0
10. „	8a.	17°33' N	21°41' W	0,354	0,322	0,032	761	692	1453	68	1,10	48	765,9	{18,6 22,6	19,0	{90 76	4/8 Cu	0
	2p.	16°44' N	22°24' W	0,389	0,305	0,084	836	656	1492	180	1,27	49	764,4	28,0	20,2	55	5/8 Cu	0
	8p.	15°18' N	22°56' W	0,358	0,220	0,138	770	473	1244	297	1,63	92	758,4	18,0	20,0	99	5/8 Cu	0
11. „	8a.	13° 9' N	23°58' W	0,301	0,186	0,116	648	400	1048	248	1,59	85	763,6	{19,4 24,4	21,0	{78 62	{6/8 Cu Ni 3/8	0
	2p.	11°58' N	24°40' W	0,305	0,269	0,035	655	579	1234	75	1,13	66	761,5	39,3	22,6	38	5/8 Cu	0
	8p.	10°53' N	25°10' W	0,227	0,160	0,067	488	345	833	143	1,41	79	761,7	20,9	22,5	86	6/8 Cu	1/2
12. „	8a.	8°45' N	26°12' W	0,287	0,255	0,033	618	548	1166	70	1,14	42	762,2	23,9	23,6	85	5/8 Cu Ni	1/2
	2p.	7°21' N	26°51' W	0,278	0,202	0,076	597	434	1031	163	1,38	71	760,0	39,8	24,8	44	0—1/8 Cu	1
	8p.	6°27' N	27°22' W	0,252	0,202	0,049	541	435	976	106	1,24	61	761,2	23,3	25,5	96	8/8 Cu	1
13. „	8a.	4°19' N	28°25' W	0,284	0,159	0,125	610	342	951	268	1,78	85	760,9	{27,2 31,0	25,8	{91 72	7/8 Cu	1
	2p.	3°12' N	29° 9' W	0,296	0,243	0,054	637	522	1159	115	1,22	77	759,3	31,4	27,0	78	8/8 Cu Ni	1
	8p.	2° 8' N	29°39' W	0,189	0,139	0,050	407	299	706	107	1,36	51	760,0	24,5	26,7	100	8/8 Cu Ni	2
14. „	8a.	0° 2' S	30°40' W	0,314	0,311	0,004	676	668	1345	8	1,01	40	760,3	26,6	26,7	82	3/8 Cu (Ni)	fast 0
	2p.	1°10' S	31°19' W	0,279	0,155	0,123	599	334	933	266	1,80	97	759,4	>41	27,4	38	3/8 Cu	0
	8p.																	
15. „	8a.	4°29' S	32°48' W	0,392			844						760,5	34,8	27,2	73	7/8 Cu	1
	2p.	5°35' S	33°21' W	0,472	0,432	0,040	1015	929	1944	86	1,09	34	759,2	29,3	27,3	79	6/8 Cu	1—2
	8p.																	
16. „	8a.	8°54' S	34°37,5' W									39	760,4	27,7	27,4	85	8/8 Cu Ni	1
	2p.	9°58' S	35°11' W	0,395	0,311	0,084	850	669	1519	180	1,27	42	759,0	>41	27,1	42	3/8 Cu	1
	8p.	11° 4' S	35°35' W		0,425			913					759,3	26,7	27,5	86	0—1/8 Cu	0
17. „	8a.	13°19' S	36°25' W	0,403	0,325	0,078	926	699	1624	227	1,32	30	760,5	27,4	27,3	82	3/8 Cu	0
	2p.	14°22' S	36°59' W	0,402	0,359	0,043	865	772	1537	83	1,12	31	760,4	>41	27,4	33	3/8 Cu	0
	8p.	15°28' S	37°23' W	0,399	0,339	0,061	859	728	1587	130	1,18	38	761,9	26,4	27,3	90	4/8 Cu	1/2
18. „	8a.	17°43' S	38°14,5' W	0,359	0,328	0,031	773	705	1477	67	1,09	71	763,8	25,7	26,0	93	1/8 Cu (Ni	0
	2p.	18°58' S	38°53' W		0,227			487				56	761,9	{31,7 38,0	26,5	{74 45	3/8 Cu Ni	0
	8p.																	

Tabelle 1.

W	*St*	*D*	*UW*	*d*	Insel	Wind weht	Seegang	Bemerkungen
NNO	6	353 (von Afrika)	See	111	Canarische Inseln	gegen Insel	grobe See und Dünung	Schiff rollt; Rauch zieht in der Höhe über den Beobachtungsplatz, auf den viel Ruß fliegt.
NNO	6	254	See	20		" "	" " " "	" "
NNO	4	230	See	220	"	von Insel	lebhaft bewegte See, NNO-Dünung	" "; Besser wie am 7. März; es fliegt aber noch Ruß auf die Back.
NNO	3—4	220	See	305		" "	mäßig bewegte See, NNO-Dünung	" "
NNO	3—4	220	See	470		" "	" " " , ziemlich grobe NNW- und NO-Dünung	" "
NNO	3	210	See				mäßig bewegte See, NO-Dünung	" "; Es fliegt Ruß auf die Back.
NO	3—4	310	Land				" " " "	" "
NO	3—4	375	Land				" " " "	" "
NO	5	583	Land	160	Cap Verdische Inseln	gegen Insel	" " " "	*Cu*, zuweilen mit *Ni* untermischt.
NO	4—5	590	Land	70		" "	ziemlich grobe bis lebhaft bewegte See, NO-Dünung	12h: Schiff stampft und rollt leicht. 2h: Gegenüber den Cap Verdischen Inseln.
NO	4—5	640	Land	54		" "	lebhaft bewegte See, NO-Dünung	In der Nähe der Cap Verdischen Inseln.
NO	5	650	Land	220	"		ziemlich grobe See, NO-Dünung	
NO	5	870	Land	280			" " " "	Schiff stampft leicht.
NO	4—3	940	Land	440			mäßig bewegte " "	
NO	3	1155	Land	680	"		leicht " " "	
NO	4	1330	Land	830	" St. Paul		" " " "	Im Schatten: $t_L = 27,3^0$, $f = 64\%$
NO	2	1390	Land	990 640	Cap Verd. I. St. Paul	" "	" " " , leichte NO-Dünung	
NO	3—2	1300 (von Amerika)	See	340	St. Paul	" "	leicht bewegte See, NO-Dünung	Für Afrika: $D = 1650$ km; *UW*: Land.
NO Mallung	2	1100	See	230		" "	" " " "	Für Afrika: $D = 1700$ km; *UW*: Land. Leichte Regenschauer. Viel Flugasche und Ruß weht auf die Back.
SO	1—2	1000	See	140			" " " "	Leichte Regenschauer.
OSO	2—3	770	See	170	"		" " " , SO-Dünung	*Na*-Trocknung. Am Schluß der Beobachtung Regen.
OSO—O	3	600	See	220			" " " "	
SSO	2—3	290	See	150	Fernando Noruñha	" "	fast ruhige See, SO-Dünung	Vereinzelte Regenschauer.
SO	2—3	200	See	20		" "	leicht bewegte See, SO-Dünung	Von 3h an heftige Regenschauer.
OSO	3						" " " "	Um 8½h setzt Regen ein. (Werte von *F* unsicher, da die Turbine wegen des Windes sehr langsam lief.)
OSO	3	65	See				" " " "	Schiff stampft leicht. Im Schatten: $t = 30,7^0$, $f = 67^0/_0$.
OSO	3—4	155	See				" " " "	Feine Tropfen Seewasser spritzen ins Gesicht. *F* nicht beob., da zu windig.
OSO	3	160	See				" " " "	Im Schatten: $t_L = 28,6^0$, $f = 73^0/_0$. Windschutz an Turbine.
OSO	3	210	See				" " " , SO- bis OSO-Dünung	
OSO	2—3	135	See				leicht bewegte See, OSO-Dünung	
O	2—3	60	See				" " "	
O	2—3	45	See				" " " , SO-Dünung	12h: Schiff stampft leicht. 4h: Mehrere heftige Regenschauer. Heftige Regenschauer.

Tabelle 1.

Datum	Z	B	L	E_+	E_-	U	n_+	n_-	Σ	u	Q	F	b	t_L	t_w	f	Bw	T
19. März	8a.	22° 8′ S	40°35′ W	0,338	0,275	0,083	727	591	1315	136	1,23	48	763,1	25,3	24,0	100	7/8 *Cu Ni*	0
	2p.	23°12′ S	41°29′ W	0,256	0,243	0,013	550	522	1071	28	1,05	42	760,8	>41	26,5	34	1/8 *Cu*	1
	8p.	24°10′ S	42°32′ W	0,347	0,263	0,084	746	565	1311	180	1,32	54	759,8	24,5	26,5	100	2/8 *Ni*	1
20. „	8a.	25°50′ S	44° 5,5′ W	0,300	0,284	0,016	644	610	1254	34	1,06	37	759,4	25,7 / 28,8	25,0	100 / 71	0—1/8 *St Ci*	1
	2p.	26°49′ S	45°11′ W	0,369	0,345	0,024	793	741	1534	52	1,07	32	758,6	30,2	26,1	78	7/8 *Cu Ni*	1
	8p.	27°41′ S	46° 4′ W	0,310	0,355	—0,045	667	764	1431	—87	0,87	14	759,9	24,0	24,5	94	1/8 *St* / 8/8 *Cu*	2
21. „	8a.	29°27′ S	47°53′ W	0,340	0,210	0,130	732	451	1183	281	1,62	50	762,3	25,8	24,0	70	1/8 / 8/8 *Cu Ni*	1
	2p.																	
	8p.																	
22. „	8a.	32°51′ S	51°42,5′ W	0,359	0,298	0,061	772	641	1415	82	1,21		768,9	22,8	19,8	55	1/8 *Cu Ci*	1
	2p.	33°26′ S	52°28′ W	0,373	0,303	0,071	803	651	1453	152	1,23		769,0	31,0	20,5	42	fast 0. *Cu*	2
	8p.																	
23. „	8a.	Um $6\frac{1}{2}^h$ nahe der Küste / Um 8^h im Hafen von Montevideo		0,611	0,398	0,213	1313	855	2168	458	1,53			15,9 / 24,4		93 / 84	5/8 *St Ci*	1
	2p.	Hafen v. Montevideo		0,829	0,654	0,175	1783	1406	3190	377	1,27			28,6		37	5/8 *Cu Ci*	0
	8p.																	

den Tage. Da sich die Resultate aber durch Berücksichtigung der Beobachtungen vom 7. März nicht wesentlich ändern, habe ich sie trotzdem mit zur Mittelbildung verwendet. Die Beobachtungen wurden dann regelmäßig zu den angegebenen Terminen fortgesetzt, soweit nicht Regen oder sonstige außergewöhnliche Verhältnisse sie verboten, bis zur Ankunft des Schiffes in Montevideo, die am 23. März erfolgte. — Der Schiffsort zu den einzelnen Beobachtungen ergibt sich aus der Figur (S. 859).

In Tabelle 1 habe ich zunächst das gesamte Beobachtungsmaterial zusammengestellt. In der 1. Spalte findet sich das Datum, in der 2. die Beobachtungszeit Z, in der 3. und 4. die Breite B und die Länge L des Schiffsortes, in der 5. und 6. die Ionenladungen E_+ und E_-. Dabei ist E berechnet aus der Formel $E = \frac{C \cdot (V - v)}{300 \cdot M}$ (C die Kapazität, V der Ladungsverlust in der Zeit t, v der Ladungsverlust in derselben Zeit bei stillstehender Turbine und M die Fördermenge in m^3 in der Zeit t). Es war $C = 16,59$ nach Angabe von Günther & Tegetmeyer; die Umrechnung der Elektrometerablesungen in Volt und der Anemometerbeobachtungen in m^3 erfolgte mittels der beigegebenen Eichkurven. — In der 7. Spalte ist die Differenz $U = E_+ - E_-$ berechnet. Es folgen in der 8. und 9. Spalte die Ionenzahlen pro cm^3 n_+ und n_- $\left(n = \frac{E \cdot 10^{-6}}{4,65 \cdot 10^{-10}}\right)$, in der 10. ihre Summe $\Sigma = n_+ + n_-$, in der 11. ihre Differenz $u = n_+ - n_-$, in der 12. der Quotient $Q = E_+/E_- = n_+/n_-$ und in der 13. das Potentialgefälle F in Volt/Metern, das stets positiv war.

In den folgenden Spalten habe ich angegeben den auf 0° reduzierten Barometerstand b, die Lufttemperatur t_L, die Wassertemperatur t_w, die relative Luftfeuchtigkeit f, Bewölkung Bw, Transparenz T, Windrichtung W, Windstärke St, nächste Entfernung vom Festlande D in km, Ursprungsort des Windes UW, nächste Entfernung von den Inseln d in km, Name der Insel bezw. Inselgruppe (Insel), Lage der Insel in bezug auf die Windrichtung (Wind weht), den Seegang, sowie schließlich einige notwendige Bemerkungen. Finden sich für dieselbe Beobachtungszeit zwei Angaben, so bezieht sich die eine auf den Beginn, die andere auf den Schluß des Versuches.

Die im Hafen von Montevideo beobachteten Werte sind extrem hoch, zumal wenn man bedenkt, daß es sich um Beobachtungen auf dem Wasser und nicht auf dem Lande handelt. Leider war es mir aus den oben angegebenen Gründen nicht möglich, wie ich beabsichtigt hatte, die Beobachtungen direkt in Buenos Aires

(Fortsetzung.)

W	St	D	UW	d	Insel	Wind weht	Seegang	Bemerkungen
NNO	3	20 (von Amerika)	See				leicht bewegte See	Schaurig.
O	2—3	25	See				„ „ „ , S-Dünung	Im Schatten: $t_L = 26{,}9^0$, f 89%. Von hier ab Aspirat. in d. um 90° gedr. Stellg.
Östlich	2—3	140	wechselnd				„ „ „ „	Wetterleuchten im NW.
N	2—3	250	Land				„ „ „ „	
Mallung	2	300	wechselnd				„ „ „	Im Schatten: $t_L = 27{,}7^0$, $f = 91$%.
S	4	225	See				„ „ „	Windschutz an Turbine.
WSW	4—5	40	Land				mäßig „ „	
							ziemlich grobe See, SW-Dünung	Schiff stampft u. nimmt Spritzwasser über. Deshalb Beobachtungen nicht möglich.
							„ „ „ „	
Südlich	3—2	135	See				leicht bewegte See, S-Dünung	Schiff stampft; zeitw. Spritztr. Im Schatten: $f = 76$%. — F nicht mehr beob., da durch Wegnahme d. Sonnenseg. die Verhältn. geänd. waren.
S—SO	3	200	See				„ „ „ „	Spritztropfen.
N	2—3	0	Land					Um 4^h a. m., $b = 768{,}3$, $t_w = 19{,}5$.
N	2—3	0	Land					Der Dampfer löscht; Dampfwinden arbeiten.

fortzusetzen und so festzustellen, ob etwa der 23. März in luftelektrischer Beziehung ein exzeptioneller Tag war. Die Beobachtungen werden jetzt aber sofort wieder aufgenommen und über einen größeren Zeitraum fortgesetzt werden.

Aus den mitgeteilten Beobachtungen läßt sich schon ersehen, daß die Ionisierung um 2^h ein Maximum und morgens und abends ein Minimum hat, im Einklang mit sonstigen Beobachtungen. Für U und Q tritt noch keine tägliche Periode hervor, vielleicht hat Q mittags ein Minimum. Diese Tatsachen erklären sich daraus, daß die Ionen, und speziell die negativen, als Kondensationskerne des Wasserdampfs dienen und so in schwer bewegliche Langevin-Ionen verwandelt werden. — Für F ergibt sich in dieser Beziehung kein eindeutiges Resultat.

Den Einfluß der Entfernung sieht man am besten bei den Tagesmitteln der Ionisierung in Tabelle 2 (Bezeichnung wie bei Tabelle 1). Betrachtet man die Morgen-, Mittag- und Abendbeobachtungen getrennt, so erhält man analoge, wenn auch nicht ganz so klar hervortretende Ergebnisse (Tabelle 3).

Solange der Landwind ständig von Afrika aus die Emanation übers Meer treibt, ergibt

Tabelle 2.

Tagesmittel der Ionisierung. Einfluß der Entfernung vom Festlande.

Datum	E_+	E_-	U	n_+	n_-	Σ	u	Q	F	St	D	UW	d	Insel	Wind weht
9. März	0,431	0,411	0,020	927	884	1810	43	1,04		3—4	300 (v. Afrika)	Land			
10. „	0,361	0,282	0,078	776	607	1383	163	1,33	63	4—5	600	Land	90	Cap Verdische I.	gegen Insel
11. „	0,278	0,205	0,072	597	441	1038	156	1,38	77	5	800	Land	310	„ „ „	
12. „	0,272	0,220	0,053	585	472	1058	113	1,25	58	3	1200	Land	850	„ „ „	
13. „	0,256	0,180	0,076	551	388	939	163	1,45	74	2	1100 (von Amerika)	See	210	St. Paul	gegen Insel
14. „															
15. „															
16. „															
17. „	0,411	0,341	0,070	883	733	1616	150	1,21	33	3	170	See			
18. „															
19. „	0,314	0,260	0,053	674	559	1233	115	1,20	48	2—3	60	See			
20. „	0,326	0,281	0,045	702	605	1307	97	1,00	27	3	250	wechselnd			
Mittel	0,331	0,273	0,058	712	586	1298	126	1,23	54						

Tabelle 3.
Morgen-, Mittag- und Abendbeobachtungen. Einfluß der Entfernung vom Festlande.

Datum	Morgens Σ	Morgens St	Morgens D	Morgens UW	Mittags Σ	Mittags St	Mittags D	Mittags UW	Abends Σ	Abends St	Abends D	Abends UW
7. März					972	6	353 (von Afrika)	See	916	6	254 (von Afrika)	See
8. „	843	4	254 (von Afrika)	See	1128	3—4	220	See				
9. „	1700	3	210	See	2174	3—4	310	Land	1557	3—4	375	Land
10. „	1453	5	583	Land	1492	4—5	590	Land	1244	4—5	640	Land
11. „	1048	5	650	Land	1234	5	870	Land	833	4—3	940	Land
12. „	1166	3	1155	Land	1031	4	1330	Land	976	2	1390	Land
13. „	951	3—2	1300 (von Amerika)	See	1159	2	1110 (von Amerika)	See	706	1—2	1000 (von Amerika)	See
14. „	1345	2—3	770	See	933	3	600	See				
15. „					1944	2—3	200	See				
16. „					1519	3	65	See				
17. „	1624	3	160	See	1537	3	210	See	1569	2—3	135	See
18. „	1477	2—3	60	See								
19. „	1315	3	20	See	1071	2—3	25	See	1311	2—3	140	wechselnd
20. „	1254	2—3	250	Land	1535	2	300	wechselnd	1431	4	200	See
21. „	1183	4—5	40	Land								
22. „	1415	3—2	135	See	1453	3	200	See				
23. „	2168	2—3	0	Land	3190	2—3	0	Land				

Tabelle 4. Mittelwerte.

Zeit	E_+	E_-	U	n_+	n_-	Σ	u	Q	F_1	F_2
Morgen	0,340	0,264	0,076	731	568	1299	163	1,37	52	56
Mittag	0,359	0,280	0,061	772	640	1412	132	1,41	54	51
Abend	0,292	0,261	0,031	628	561	1189	67	1,21	55	58
Mittel	0,330	0,274	0,056	711	590	1300	121	1,33	54	55
Mittel nach Tabelle 2	0,331	0,273	0,058	712	586	1298	126	1,23	54	51

sich, von einigen wenigen Ausnahmen in Tabelle 3 abgesehen, bei denen andere Faktoren ihren überwiegenden Einfluß geltend gemacht haben, eine ständige Abnahme des Ionengehalts mit der Entfernung vom Festlande. Die kleinen Inselgruppen sind ohne merklichen Einfluß, da ihr Flächeninhalt klein ist im Vergleich zum Festlande. Dadurch ist die gelieferte Emanationsmenge gering und zweitens ist auch die Wahrscheinlichkeit sehr klein, daß diese durch den Wind gerade an den augenblicklichen Schiffsort getrieben wird. — In der Nähe der amerikanischen Küste ist die gefundene Beziehung nicht so ausgesprochen, da die Windrichtung zu wechselnd war, wenn auch Seewind vorherrschte; und es ist klar, daß man auch z. B. bei Seewind großen Ionengehalt finden wird, wenn vorher Landwind herrschte und umgekehrt.

Tabelle 4 enthält die Absolut(mittel)werte. Bei F_1 sind alle Beobachtungen berücksichtigt, bei F_2 sind die gestörten Tage, das sind die mit schweren *Ni*- oder *St*-Wolken, Niederschlägen und Gewittern (also der 13., 15., 16., 18. und 19. März) ausgeschlossen. Das Mittagsminimum von E bezw. n und das Mittagsmaximum von Q treten hier klar hervor; für U (bezw. u) und F ergibt sich auch hier keine tägliche Periode.

Diese Absolutwerte entsprechen den auch sonst über See gefundenen, wie aus Tabelle 5 folgt.

Tabelle 5. Absolutwerte.

Ort und Zeit		E_+	E_-	Q	Beobachter
Atlantischer Ozean	1904	0,39	0,27	1,43	Boltzmann[1])
Golf von Lyon	1905	0,19	0,18	1,06	Ebert[2])
Stiller Ozean	1905	0,20	0,20	1,00	Linke[3])
Atlantischer Ozean	1906	0,33	0,26	1,24	Eve[4])
Mittelländisches Meer	1908	0,43	0,28	1,52	Pacini[5])
Atlantischer Ozean	1911	0,33	0,27	1,23	Berndt

Auffallend ist die allerdings sicherlich zufällige Übereinstimmung der drei für den Atlantischen Ozean vorliegenden Werte, die zu ganz verschiedenen Zeiten und an verschiedenen Stellen gefunden wurden.

In bezug auf die Abhängigkeit des Ionengehalts von den meteorologischen Faktoren, soweit man von einer solchen sprechen kann, da die Beobachtungen nicht an ein und demselben Ort angestellt wurden, ergeben sich im allgemeinen die schon bekannten Beziehungen[6]):

1) A. Boltzmann, Wien. Ber. **113**, 1455, 1904; diese Zeitschr. **6**, 132, 1905.
2) H. Ebert, diese Zeitschr. **6**, 641, 1905.
3) F. Linke, Gött. Nachr. 1906, S. 490.
4) A. S. Eve, diese Zeitschr. **8**, 286, 1907.
5) Pacini, Nuov. Cim. **15**, 5, 1908.
6) Siehe z. B.: A. Gockel, Die Luftelektrizität, 1908; H. Mache u. E. v. Schweidler, Die atmosphärische Elektrizität, 1909.

Mit wachsender Temperatur (abgesehen von extrem hohen Werten) wachsen E und U; für Q ergibt sich kein Zusammenhang, während F abnimmt.

Mit wachsender relativer Feuchtigkeit (abgesehen von extrem kleinen Werten) nehmen E, U und Q ab; für F ist der Zusammenhang unsicher.

Für die Bewölkung ergibt sich keine erkennbare Beziehung.

Der Einfluß der Transparenz wurde nicht untersucht, da sie nur von 0 bis 2 variiert.

Mit der Windstärke ergibt sich für E kein Zusammenhang, während U und Q mit wachsender Windstärke zunehmen, doch dürfte hier nicht ein direkter Einfluß vorliegen. Man wird annehmen müssen, daß das bei starkem Winde auftretende Spritzwasser hauptsächlich die negativen Ionen abfängt (andererseits ist auch bekannt, daß verspritzendes Seewasser einen Überschuß positiver Ionen erzeugt); es geht das hervor aus der nachfolgenden kleinen Tabelle 6. — Für F ergibt sich kein Zusammenhang.

Tabelle 6.

Einfluß des Seegangs auf Q.

See	Mittel von Q	Zahl der Beobachtg.
Grob	2,04	1
Ziemlich grob	1,44	3
Lebhaft bis mäßig bewegt	1,48	3
Leicht bewegt	1,21	9

Zum Barometerstande ergibt sich keine Beziehung; ob ein Einfluß des Barometerganges vorliegt, läßt sich aus dem vorliegenden Material nicht mit Sicherheit feststellen.

Mit wachsendem Potentialgefälle nimmt E ab, während U und Q zunehmen. —

Als zusammenfassendes Resultat kann man angeben, daß bei sonst gleichbleibenden Bedingungen (insbesondere konstanter Windrichtung) der Ionengehalt mit der Entfernung vom Festlande abnimmt. Insofern dürften meine Resultate eine gewisse Bestätigung der Ebertschen Theorie bieten, zumal sie sich auch über einen größeren Zeitraum erstrecken, als die Mehrzahl der bisher über See angestellten Beobachtungen. Ob der Ionengehalt über dem Meere geringer ist als über Land, läßt sich aus meinen Beobachtungen schwer entscheiden, da die Beobachtungen in Montevideo sich nur auf einen Tag beziehen.

Zum Schluß möchte ich nicht verfehlen, dem Kapitän, sowie den Offizieren und der Mannschaft des Dampfers „Gotha", die mir durch ihr Entgegenkommen die Durchführung der Versuche nach Möglichkeit erleichterten, auch an dieser Stelle meinen Dank auszudrücken.

Buenos Aires, Instituto de Fisica del Instituto Nacional del Profesorado Secundario, April 1911.

(Eingegangen 10. Juni 1911.)

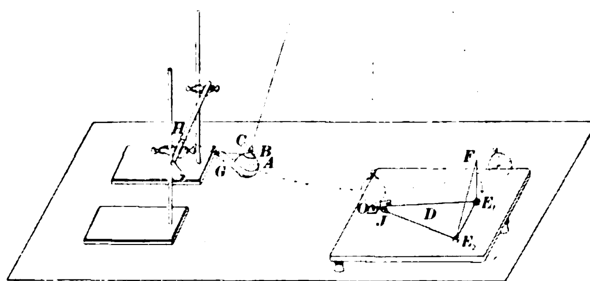
Anordnung zum Vorführen des Foucaultschen Pendelversuches im Hörsaal[1]).

Von Carl Benedicks.

Beim Vorführen dieses Versuches wird eine verfügbare Höhe von mindestens 6 m als nötig angesehen[2]). Da dies nicht jedem zu Gebote steht, und die Anschaffung eines speziellen Demonstrationsapparates nach Edelmann[3]) oft zu kostbar wird, dürfte folgende einfache und sehr billige Anordnung von einigem Nutzen sein können.

Prinzip der Methode: der streng symmetrische Pendelkörper verschiebt bei seinem Hin- und Herpendeln ein mit Spiegel versehenes, sehr leichtes Gerüst, das um eine Achse durch die Ruhelage des Pendels drehbar ist; die Drehung wird optisch an einer entfernten Skala beobachtet.

Der Pendelkörper A (vgl. die schematische Figur) besteht aus einer polierten Präzisions-



stahlkugel, Durchmesser 7,62 cm, Gewicht (inkl. Verschraubung) etwa 1,85 kg, wie solche zu niedrigem Preis (ca. 10 M.) im Handel zu haben sind. Befestigt wird dieselbe (De Khotinskys Zement; Kugel gut vorwärmen) an einer gedrehten Messingkappe B, die oben an einem kleinen abgeschnittenen amerikanischen Stiftshalter (Wert 1,10 M.) angelötet ist. Ein ähnlicher Halter wird an der Decke befestigt. Der 4,6 m lange Draht (Pianostahldraht 0,1 mm) ist oben mit einem genau fassenden Zapfenfutter (Uhrmacherfournitur) verlötet, und dieses wird im Halter festgeklemmt; hierdurch

1) Mitteilung aus dem Physik. Inst. d. Univ. Stockholm.

2) Vgl. O. Lehmann, Fricks Physikalische Technik, 7. Aufl., 1905, I:2, 1297.

3) Wied. Ann. 45, 187, 1892.

wird eine genaue symmetrische Aufhängung erreicht.

Das leichte Gerüst (Gesamtgewicht etwa 1 g) besteht aus dünnwandigen Glaskapillaren und Hollundermarkstückchen (E_1 und E_2), die unter sanfter Reibung auf eine horizontale Glasscheibe gleiten; das Ganze ist zusammengefügt, wie aus der Figur ersichtlich. Als Achse O dient eine Nähnadel mit aufgeschobener Glasperle; als Lager eine kleine Messingdrahtöse, deren Schenkel in den Kapillaren OE_1 und OE_2 eingekittet sind. Die Dimensionen des horizontalen Dreieckes waren etwa: $OE_1 = 32$ cm, $OE_2 = 35$ cm, $E_1E_2 = 14$ cm; das vertikale Stück E_1F (gegen das der Pendel anstieß) = 12 cm, die Verstrebung $E_2F = 18,5$ cm. Der dünne Spiegel ist nahe an der Drehungsachse in einem Hollundermarkstückchen doppelt drehbar bei J angebracht.

Als Auslösevorrichtung dient eine Papiermanschette G, deren Befestigungsfaden auf einem horizontalen Rohr H aufgewunden wird, das in zwei Stativen fest lagert; beim Abbrennen des Fadens fällt die Manschette sofort hinunter. Die Pendelausschläge brauchen nicht viel größer zu sein als die Länge OE_1. Theoretisch ist diese Länge, von der die nötige Ausschlagsamplitude abhängt, so kurz wie möglich zu wählen (wie bei dem Edelmannschen Apparat), aber praktisch ist es besser, OE_1 nicht zu klein zu nehmen, weil sonst eine auch noch so geringfügige Verschiebung des Apparates mit Bezug auf dem Aufhängepunkt, sowie Erschütterungen, große Fehler herbeiführen können.

Auch bei kurzer Beruhigungszeit war die Übereinstimmung zwischen beobachtetem und berechnetem Werte eine recht befriedigende. Es berechnet sich für Stockholm eine Drehung von 12,9° in der Stunde, beobachtet wurde z. B. (in 10 Min.) eine Drehung von 13,2° in der Stunde. Bei anwesendem Auditorium und bei einem Skalenabstand von 12,3 m wurden in je 5 Minuten 18, resp. 23 Skalenteile (2 cm) abgelesen, während der berechnete Wert 23 war. Es kann die Übereinstimmung als ein Beleg für die Richtigkeit von der vektoriellen Zerlegung von Rotationen genommen werden.

Bei dieser Arbeit wurde ich von meinem Assistenten, Herrn Fil. Lic. O. Tenow, in sehr wirksamer Weise unterstützt.

Physikalisches Institut der Universität Stockholm (Stockholms Högskola).

(Eingegangen 15. Mai 1911.)

Demonstration von Wasserwellen.

Von E. Waetzmann.

In einem der letzten Hefte der Physical Review[1]) beschreibt Herr A. H. Pfund eine einfache Versuchsanordnung zum Photographieren von Wasserwellen. Die Wellen werden durch dauernde intermittierende Erregung des Wassers erzeugt und erhalten; die Beleuchtung geschieht ebenfalls intermittierend durch eine Heliumröhre, deren Intensität in der Periode der Wellenerregungen schwankt. Somit erhält man das ganze Phänomen stehend, es kann leicht photographiert werden, und die Bilder geben alle Feinheiten der Wellenfiguren vorzüglich wieder. Soll der Versuch als Hilfsmittel

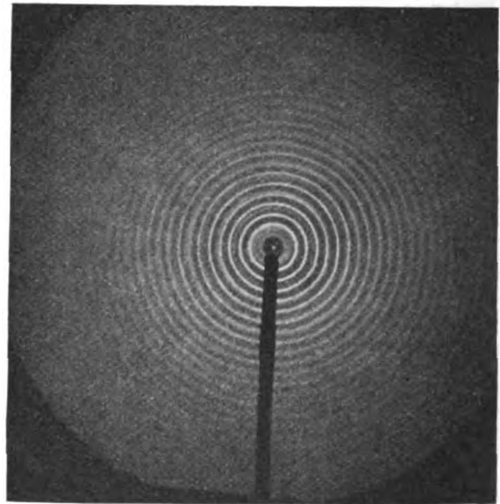


Fig. 1.

für den Unterricht dienen, zu welchem Zwecke ihn Herr Pfund beschreibt, so muß verlangt werden, daß er sich objektiv ausführen läßt. Es ist deshalb vielleicht für den einen oder anderen der Herren Fachgenossen von Interesse, wenn ich im folgenden auf eine einfache Anordnung hinweise, welche die Wellenfiguren in sämtlichen Versuchen, die man mit Wasserwellen auszuführen pflegt, stehend und objektiv zeigt.

Zur Erzeugung der Wellen wird durch ein passend gebogenes Rohr ein Luftstrom in ziemlich scharfem Strahl gegen die Wasseroberfläche geblasen. Diese Art der Erregung der Wellen hat sich als sehr praktisch herausgestellt. Steht keine Vorrichtung zur Herstellung von Druckluft zur Verfügung, so genügt komprimierte Kohlensäure. Das Anblaserohr ist an einer

1) A. H. Pfund, Physical Review **32** (No. 178), 324, 1911.

Stelle durchgeschnitten; zwischen den beiden Rohrstücken rotiert eine Pappscheibe mit einem oder mehreren Ausschnitten. Der Luftstrom kann nur hindurchtreten, wenn sich gerade ein Ausschnitt der Scheibe zwischen den beiden Rohren befindet. Auf diese Weise erhält man die intermittierende Erregung der Wellen. Die synchrone intermittierende Beleuchtung kommt dadurch zustande, daß vor der rotierenden Scheibe, vom Anblaseapparat aus gerechnet, neben dem Anblaserohr die Lichtquelle steht. So werden der die Wellen erregende Luftstrom und das Projektionslicht immer gleichzeitig durch die rotierende Scheibe abgeschnitten oder durchgelassen. Die Intermittenzen in der Erregung und Beleuchtung der Wellen, also die Rotation

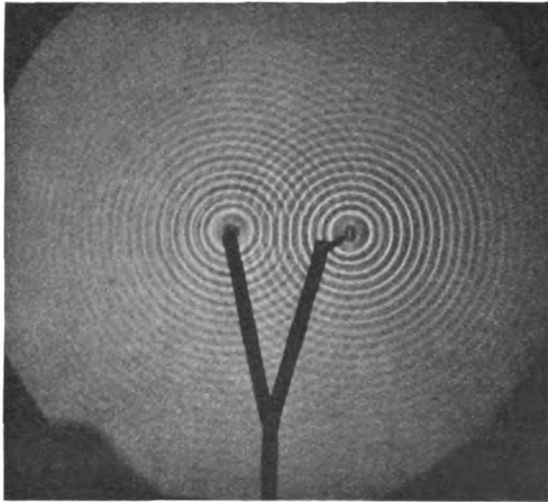


Fig. 2.

der Scheibe, müssen mindestens so schnell erfolgen, daß das Flickern verschwindet.

Das Licht der möglichst „punktförmigen“ Lichtquelle — sehr gut eignet sich eine Bogenlampe mit horizontal stehender positiver Kohle — fällt schräg auf die Wasseroberfläche auf, und die Wellen erscheinen in großer Schärfe im reflektierten Licht auf dem ebenfalls schräg gestellten Projektionsschirm.

Für die Versuche mit zwei Wellensystemen benutzt man am praktischsten zwei getrennte Anblaserohre, um die gegenseitige Lage der Erregungszentren nach Belieben ändern zu können. Die rotierende Scheibe erhält zwei Ausschnitte, die um 180^0 auseinander liegen. Man kann dann den beiden interferierenden Wellensystemen durch Verschieben des einen Anblaserohres verschiedene Phasen erteilen. In die Rohrleitungen hinter der Scheibe sind Gummischläuche eingeschaltet, damit die Rohre mit den Ausströmungsöffnungen beliebig verschoben werden können, ohne daß sonst an der Versuchsanordnung etwas geändert zu werden braucht. Zur Demonstration des Huygensschen Prinzips bringt man am Ende des Anblaserohres ein Querrohr mit mehreren genau gleich großen, nach unten gerichteten Öffnungen an, die höchstens wenige Zentimeter Abstand voneinander haben dürfen. Auf weitere Einzelheiten in der Ausführung der verschiedenen Versuche einzugehen, dürfte überflüssig sein.

Breslau, Physikalisches Institut, Juni 1911.

(Eingegangen 17. Juni 1911.)

Der Gleichrichterdetektor mit Schleifkontakt. (The Slipping Contact Rectifying Detector.)

Von L. W. Austin.

Im Jahre 1906 habe ich einen Detektor für elektrische Wellen beschrieben[1]), bei dem ein Stück Tellur gegen einen rotierenden Aluminiumstab gepreßt wurde. Im Zusammenhang mit jenen Versuchen stellte es sich heraus, daß jeder beliebige Schleifkontakt, wenn er genügend leicht ist, im Telephon hörbar ansprach, wenn er in der üblichen Detektorstellung eingeschaltet war.

Spätere Versuche zeigten, daß diese Detektorform sehr empfindlich und äußerst einfach in der Handhabung war, denn er erforderte nur wenig Justierung und keinen Bremskondensator. Man erhält mit dem Detektor die volle Empfindlichkeit, wenn man ihn einfach mit der sekundären Induktanz des Empfangskreises und mit einem Paar Telephone von 600 bis 1000 Ohm Widerstand in Reihe schaltet. Die besten Ergebnisse habe ich bei Verwendung einer auf Hochglanz polierten Kupfer- oder Nickelscheibe erhalten, die durch einen Federmotor getrieben wird, und gegen die ein Stück dünnen leichten Kupferdrahtes leicht angedrückt wird.

Die einzige Schwierigkeit, die der praktischen Nutzbarmachung dieser Anordnung im Wege stand, war die Erzielung einer geeigneten Oberfläche, auf der sich der leichte Schleifpunkt bewegen konnte. In den meisten Fällen strebt nämlich der Punkt abzuspringen, und dadurch unterbricht er das Signal und erschwert die Unterscheidung zwischen Strichen und Punkten. Durch Einführung von Hochfrequenzfunken ist diese Schwierigkeit zu einem großen Teile überwunden worden, und die Wellenzüge folgen einander dann dicht genug, so daß die Striche im Telephon unveränderlich und kontinuierlich zu hören sind, falls die Einstellung richtig ist. Wenn die Signale kräftig sind, so wird der

1) Electr. World **48**, 924, 1906; Phys. Rev. **24**, 509, 1907.

musikalische Ton des Funkens im Telephon wiedergegeben. Wenn sie jedoch beginnen, schwächer zu werden, so zerstören die Unregelmäßigkeiten des Kontaktes den musikalischen Ton, und dieser entartet zu einem rasselnden Geräusch, durch das man nicht eine Station von der andern unterscheiden kann. An Empfindlichkeit übertrifft dieser Detektor beträchtlich jeden der gegenwärtig allgemein gebräuchlichen; hat es sich doch bei verschiedenen Proben herausgestellt, daß er eine drei- bis zehnmal so hohe Energieempfindlichkeit bei schwächstem Signal hat wie der elektrolytische Detektor. Das Ansprechen, nach der Methode des Telephons im Nebenschluß beurteilt, ist mit größerer Annäherung proportional der Stromstärke als proportional dem Quadrate der Stromstärke, wie bei den meisten anderen Detektoren.

Die Ursache der Detektorwirkung ist wahrscheinlich verwickelter Natur. Es findet in gewissem Grade eine eigentliche Gleichrichterwirkung statt; das zeigt ein an Stelle des Telephons geschaltetes Galvanometer. Diese Gleichrichterwirkung erfolgt indessen nicht immer in demselben Sinne, und die Empfindlichkeit des Galvanometers ist viel geringer als die des Telephons. Es ist durchaus möglich, daß der Sinn der Gleichrichterwirkung von Augenblick zu Augenblick wechselt, und daß der Galvanometerausschlag nur den Überschuß in der einen oder der anderen Richtung darstellt. Neben der Gleichrichterwirkung führt vermutlich der wechselnde Kontakt eine ähnliche Wirkung herbei wie der Poulsensche Unterbrecher.

U. S. Naval Wireless Telegraphic Laboratory, Washington, im Juli 1911.

(Nach dem Manuskript aus dem Englischen übersetzt von Max Iklé.)

(Eingegangen 11. Juli 1911.)

Quantitative Versuche über drahtlose Telegraphie auf lange Strecken. (Quantitative Experiments in Long Distance Radio-Telegraphy.)

Von L. W. Austin[1]).

Das United States Naval Wireless Laboratory hat während des Winters 1909—1910 und des Frühlings und Sommers 1910 quantitative Messungen über die Beziehung zwischen den Stromstärken in Sender- und Empfangsantennen für drahtlose Telegraphie angestellt. Diese Arbeit wurde im Zusammenhange mit der Prüfung der Einrichtung für drahtlose Telegraphie auf der Station Brant Rock sowie jener auf den Wachtkreuzern „Birmingham" und „Salem" ausgeführt. Die Station Brant Rock entwickelte 60 Kilowatt; ihre Antenne war eine Schirmantenne von 128 m am oberen und etwa 52 m am unteren Ende mit einer Kapazität von 0,0073 Mikrofarad. Die Einrichtungen der Kreuzer waren für 10 Kilowatt gebaut, und ihre Antennen waren oben flach, 130 Fuß hoch und hatten eine Kapazität von 0,0018 Mikrofarad. Während eines Teiles der Untersuchung wurde diese durch Ausladungen, die vor und hinter der regulären Antenne schräg abwärts gingen, auf 0,0025 gesteigert. Die hauptsächlichen Wellenlängen, die benutzt wurden, waren von seiten der Station Brant Rock 1500 m und 3750 m und auf den Schiffen 1000 m und 3750 m.

Bei der Untersuchung im Juli 1910, die als die zuverlässigste angesehen wurde, wurden die Messungen bis auf nahezu 1000 Seemeilen zwischen den Schiffen und bis auf ungefähr 1200 Seemeilen zwischen Brant Rock und der „Birmingham" erstreckt.

Die Messungen im Empfänger wurden bei den kürzeren Entfernungen teilweise mit Hilfe von Thermoelementen in der Antenne ausgeführt. Bei den größeren Entfernungen wurde die Methode der Nebenschlußtelephonablesungen in Verbindung mit dem elektrolytischen Detektor angewandt; dabei wurde der Wert des empfangenen Antennenstromes aus der Ablesung im Nebenschluß mit Hilfe von Vergleichsablesungen an einem Thermoelement in der Antenne bei den kürzeren Entfernungen abgeleitet.

Außer diesen bereits erwähnten Messungen wurden Hilfsbeobachtungen zwischen Brant Rock und einer 11 Seemeilen entfernten kleinen Station über den Einfluß der Höhe einer oben flachen Antenne auf Sendung und Empfang sowie auch über den Einfluß der Wellenlänge angestellt.

Die Ergebnisse lassen sich kurz wie folgt zusammenfassen:

a) Über Salzwasser nehmen die elektrischen Wellen an Intensität proportional mit der Entfernung ab, wie Duddell und Taylor gefunden haben. Außerdem erleiden sie eine Absorption, die sich mit der Wellenlänge ändert und sich mathematisch durch das Glied e^{-Ad} ausdrücken läßt.

Der vollständige Ausdruck für die empfangene Stromstärke ist dann:

$$I_R = \frac{K}{d} e^{-Ad}, \qquad (1)$$

wo I_R die empfangene Stromstärke in der Antenne, d die Entfernung ist, und wo K und A Konstanten sind. Dieser Ausdruck gilt im all-

1) Auszug aus Bull. Bur. of Stand. 7, Nr. 3, S. 315, 1911.

gemeinen für die Übermittelung am Tage. Die Absorption bei Nacht ist gänzlich unregelmäßig und schwankt zwischen null und dem bei Tage geltenden Werte, ist aber durchschnittlich im Winter viel kleiner als im Sommer. Die großen Schwankungen der Absorption bei Nacht machen alle Versuche, die Güte von Apparaten für drahtlose Versuche auf Grund von Messungen der nächtlichen Reichweite abzuleiten, überflüssig. Für diesen Zweck haben überhaupt nur Beobachtungen über die durchschnittliche Reichweite bei Tage einigen Wert. Schwankungen treten auch tagsüber auf, aber diese sind vermutlich im allgemeinen klein.

b) Die empfangenen Antennenstromstärken zwischen zwei Stationen sind proportional dem Produkt der Höhen der Sender- und Empfangsantenne und umgekehrt proportional der Wellenlänge, vorausgesetzt, daß die Widerstände der Antenne konstant bleiben.

c) Unter Berücksichtigung des Einflusses der Antennenhöhe und der Wellenlänge kann man die Gleichung (1) erweitern und eine allgemeine Formel für die Übermittelung bei Tage in nachstehender Gestalt schreiben:

$$I_R = 4{,}25 \frac{I_s h_1 \cdot h_2}{\lambda d} e^{-\frac{0{,}0015\, d}{\sqrt{\lambda}}}, \qquad (2)$$

wo I_s der Strom in der Senderantenne, h die Höhe der Antenne und λ die Wellenlänge ist. Die Stromstärken sind hier in Ampere und sämtliche Längen in Kilometern gegeben.

Hiernach dürfte es ratsam erscheinen, Stationen nach der Stärke des Antennenstromes zu bewerten, oder vielleicht besser nach dem Produkt aus der Stromstärke und der Höhe.

(Nach dem Manuskript aus dem Englischen übersetzt von Max Iklé.)

(Eingegangen 11. Juli 1911.)

Über einen möglichen Unterschied zwischen Emissions- und Absorptionsspektren.

Bemerkung zu der Arbeit des Herrn T. Krawetz.

Von Ulfilas Meyer.

In No. 12 dieser Zeitschr. (**12**, 510, 1911) macht Herr Krawetz den Versuch, ein schwingendes System zu konstruieren, das zwei Emissionslinien, aber nur eine Absorptionslinie zeigt. Da die vom Verfasser abgeleiteten Sätze weitgehende Anwendung finden können, möchte ich darauf hinweisen, daß in der Ableitung ein Versehen untergelaufen ist, indem die Schwingungen eines Systems den Schwingungen der ausgesandten Strahlungen gleichgesetzt worden sind. Führt man die Rechnungen des Verfassers unter Berücksichtigung dieser Tatsache weiter durch, wie es im folgenden geschehen soll, so kommt man tatsächlich auch hier zu einer vollen Übereinstimmung zwischen Emission und Absorption.

Zur Integration der Ausgangsgleichungen

$$\frac{\partial^2 x_1}{\partial t^2} + k \frac{\partial x_1}{\partial t} + p_0^2 x_1 - q^2 x_2 = 0$$

$$\frac{\partial^2 x_2}{\partial t^2} + k \frac{\partial x_2}{\partial t^2} + p_0^2 x_2 - q^2 x_1 = 0$$

setzen wir $x_1 = e^{ipt}$. Unter Vernachlässigung der Dämpfung erhalten wir dann $p = \pm\sqrt{p_0^2 + q^2}$ und als allgemeines Integral in reeller Form

$$x_1 = A \cos \sqrt{p_0^2 + q^2}\, t + B \sin \sqrt{p_0^2 + q^2}\, t + C \cos \sqrt{p_0^2 - q^2}\, t + D \sin \sqrt{p_0^2 - q^2}\, t.$$

A, B, C, D sind Konstanten, durch die der Anfangszustand bestimmt ist. Wir können diesen Ausdruck auch in einfacherer Form schreiben:

$$x_1 = \varrho_1 \sin (\sqrt{p_0^2 + q^2}\, t + \varphi_1) + \varrho_2 \sin (\sqrt{p_0^2 - q^2}\, t + \varphi_2);$$

und finden durch Einsetzen dieses Wertes in die Differentialgleichung:

$$x_2 = -\varrho_1 \sin (\sqrt{p_0^2 + q^2}\, t + \varphi_1) + \varrho_2 \sin (\sqrt{p_0^2 - q^2}\, t + \varphi_2).$$

Jedes einzelne Elektron führt also periodische Schwingungen aus, die sich durch Übereinanderlagerung zweier reiner Sinusschwingungen darstellen lassen, jedes würde daher auch für sich ein Duplett ausstrahlen. Nun müssen wir berücksichtigen, daß in der Optik der Abstand zweier derartiger Teilchen immer klein sein muß gegen die Wellenlänge des Lichtes. Daraus folgt: um die Schwingungen der Strahlung des ganzen Systems zu berechnen, sind die Schwingungen der beiden einzelnen Elektronen einfach zu addieren, und so ergibt sich:

$$x = 2\varrho_2 \sin (\sqrt{p_0^2 - q^2}\, t + \varphi_2).$$

Das ist eine einfache Sinusschwingung; das ganze System sendet also nur Licht von der einen Frequenz

$$p_2 = \sqrt{p_0^2 - q^2}$$

aus, derselben Frequenz, für die es ein Maximum der Absorption zeigt[1]). Das Kirchhoffsche Gesetz beansprucht also auch hier Geltung.

Zur Erklärung der Erscheinung wollen wir noch einmal auf die Integralgleichungen zurückgehen. Wir sehen daraus, daß die beiden Elektronen bei der Schwingung von der Frequenz p_2 gleiche Phase haben, während bei der andern eine Phasendifferenz von π besteht, die Amplituden sind entsprechend gleich. Zwei mit ent-

1) T. Krawetz, l. c.

gegengesetzter Phase und gleicher Amplitude schwingenden Körper können aber niemals eine Strahlung aussenden, wenn ihr Abstand klein gegen die Wellenlänge ist, da dann überall Interferenzen stattfinden. Für die Strahlung können daher hier nur die Schwingungen gleicher Phase in Betracht kommen.

Dresden, 10. Juli 1911.

(Eingegangen 3. August 1911.)

Bemerkungen zu der Arbeit des Herrn Hauser: Über die Selbstaufladung von Polonium[1]). (Remarks on the work of Herr Hauser ‚Die Selbstaufladung von Polonium'.)

Von Norman Campbell.

In einer Untersuchung, die demnächst im Philosophical Magazine veröffentlicht werden wird, habe ich einige der Fragen behandelt, die Herr Hauser[2]) erörtert hat. Meine Arbeit betraf mehr die sekundären δ-Strahlen als die primären, aber unsere Methoden waren sehr ähnlich. Auf Grund meiner Erfahrung wage ich zu bezweifeln, ob die Versuche, die Herr Hauser beschrieben hat, so überzeugend sind, wie er meint.

Bei der Deutung der resultierenden Kurve in Fig. 3 nimmt Herr Hauser anscheinend an, daß die Zahl der Strahlen, welche die aktive Platte verlassen, wenn sie sich auf einem Potential $+E$ befindet, dieselbe ist wie die der Strahlen, welche eine kinetische Energie von mehr als eE haben. Diese Annahme ist aus zwei Gründen zweifelhaft:

1. Man muß die seitens der α-Strahlen an der negativen Elektrode erregten sekundären δ-Strahlen berücksichtigen. Auf S. 468 heißt es, daß die Anzahl dieser Strahlen, die auf die aktive Platte fallen, „aus geometrischen Gründen ... äußerst gering" sein wird. Man darf aber nicht vergessen, daß die aktive Platte, wenn sie positiv geladen ist, diese Strahlen anziehen wird. Die Geschwindigkeit, mit welcher die positive Platte negative Elektrizität verliert, wird bei einer Zunahme ihres positiven Potentials fortgesetzt abnehmen, bis sämtliche von der Gegenelektrode ausgesandten Sekundärstrahlen von der aktiven Platte aufgenommen worden sind. Vermutlich stellt der den höheren Potentialen entsprechende Teil der Kurve nicht die Hemmung der seitens der aktiven Platte ausgesandten δ-Strahlen dar, sondern die Anziehung der von der Gegenelektrode ausgesandten Sekundärstrahlen. Trotzdem zieht Herr Hauser gerade aus diesem Teile der Kurve seine Hauptfolgerungen.

2. Herr Hauser hat die Reflexion der δ-Strahlen gänzlich außer acht gelassen, obwohl v. Baeyer[1]) gezeigt hat, daß Kathodenstrahlen von ungefähr der Geschwindigkeit der δ-Strahlen an einer Metallfläche fast vollständig reflektiert werden können. Die Wirkung dieser Reflexion läßt sich unmöglich genau voraussagen, aber es ist klar, daß sich die Gestalt der Kurven in Fig. 3 gründlich ändern muß, wenn die δ-Strahlen, nachdem sie die aktive Platte verlassen haben, an der Gegenelektrode reflektiert werden und zu der Platte zurückkehren. Meine Versuche zeigen, daß die Reflexion von der größten Bedeutung ist, und lassen alle Versuche, die Geschwindigkeit der δ-Strahlen aus Versuchen von der Art abzuleiten, wie sie Herr Hauser beschrieben hat, unzuverlässig erscheinen. Nach meiner Arbeit erscheint es wahrscheinlich, daß diese Geschwindigkeit kleiner ist als die einem Durchfallen von 20 Volt entsprechende und nicht viel größer als die einem Durchfallen von 10 Volt entsprechende.

Es mag erwähnt werden, daß der auf Seite 472 gefundene Wert für e/m kleiner ist, als zu erwarten steht. Wenn man $e/m = 1{,}77 \cdot 10^7$ setzt, so ist die Geschwindigkeit der Strahlen die einem Durchfallen von 16,8 Volt entsprechende.

Herrn Hausers Ableitung des Durchdringungsvermögens der Strahlen erscheint mir auch nicht überzeugend. Seine Versuchsergebnisse stimmen gleich gut überein mit der Ansicht, daß die primären δ-Strahlen von der dünnsten Schicht, die er benutzt hat, vollständig absorbiert werden, und daß die Änderungen, die er durch Hinzufügen weiterer Schichten erhalten hat, herrühren von der Absorption der α-Strahlen und der Zunahme der sekundären δ-Strahlen, die ein α-Strahl bei seiner Annäherung an das Ende seiner Reichweite aussendet. Diese Deutung steht mit meiner eigenen Arbeit sowie auch mit allgemeinen Betrachtungen im Einklang. Die Fähigkeit, feste Körper zu durchdringen, scheint stets von der Fähigkeit begleitet zu sein, ein Gas zu ionisieren. δ-Strahlen können ein Gas nicht ionisieren, und es ist daher zu erwarten, daß sie nicht imstande sein werden, die dünnsten festen Körper zu durchdringen, die man erhalten kann.

Andererseits stimme ich Herrn Hauser bei, wenn er findet, daß die primären δ-Strahlen zahlreicher sind als die von den entsprechenden α-Strahlen erregten Sekundärstrahlen, und wenn er folgert, daß die Geschwindigkeit der sekundären Strahlen von jener der primären nicht zu unterscheiden ist. Im Gegensatz zu Mc Lennan

1) Fr. Hauser, Wirkung von elektrischen und magnetischen Feldern auf die Selbstaufladung von Polonium und über die Durchdringungsfähigkeit der δ-Strahlen. Diese Zeitschr. **12**, 466—476, 1911.

2) Fr. Hauser, a. a. O.

1) O. v. Baeyer, diese Zeitschr. **10**, 176, 1909.

kann ich keinen Unterschied in der Menge der Sekundärstrahlen finden, welche die von verschiedenen Metallen kommenden α-Strahlen aussenden, und ich vermag sicherlich keinerlei Änderung der Geschwindigkeit der Strahlen, weder mit dem Metall, von dem sie ausgesandt werden, noch mit der Geschwindigkeit der erregenden α-Strahlen zu entdecken.

Universität Leeds, im Juni 1911.

(Nach dem Manuskript aus dem Englischen übersetzt von Max Iklé.)

(Eingegangen 3. Juli 1911.)

Personalien.

(Die Herausgeber bitten die Herren Fachgenossen, der Redaktion von eintretenden Änderungen möglichst bald Mitteilung zu machen.)

Ernannt: Dr. Carl Oscar Johns zum Professor der Chemie an der Yale University in New Haven, der Professor der Chemie am New Hampshire College Durham und Secretary der American Chemical Society Dr. Charles L. Parsons zum Chefchemiker des Bureau of Mines in Washington, der a. o. Professor an der Böhmischen Technischen Hochschule in Prag Dr. Josef Hanus zum ord. Professor der analytischen Chemie an derselben Anstalt, der Leiter der Stationen für den Internationalen Breitendienst in Carloforte Prof. Luigi Carnera zum Professor der Astronomie und Geodäsie am Istituto Idografico in Genua, Dr. R. H. Baker zum Leiter des Law Observatory an der Universität von Missouri, Dr. P. F. Gaehr zum Professor der Physik am Walls College Aurora.

Vom Lehramt zurück: Der Privatdozent der Physik an der Technischen Hochschule München Dr. Karl Kurz, der Privatdozent der Mathematik an der Universität Bern Dr. Johann Pexider.

Gestorben: Der Privatdozent für physikalische Chemie an der Technischen Hochschule Berlin Dr. Stephan Jahn.

Vorlesungsverzeichnis für das Wintersemester 1911/12.

Technische Hochschule Aachen.

Stark: Experimentalphysik I: Mechanik, Elektrodynamik, 4; Physikalisches Praktikum (mit Steubing und Meyer): a) Praktische Übungen aus allen Teilen der Physik für Anfänger, 4 oder 6, b) Anleitung zu selbständigen physikalischen Untersuchungen, tägl. — **Seitz:** Mechanische Wärmetheorie, 2; Theoretische Physik: Theorie der Elektrizität und des Magnetismus, 2; Experimentalphysik, enzyklopädischer Kursus: Mechanik, Elektrizität, Magnetismus, 2. — **Meyer:** Die neueren Fortschritte in der experimentellen und theoretischen Physik, mit Demonstrationen, 1; Physikalisches Handfertigkeitspraktikum, 2. — **Steubing:** Photographie I für Anfänger, 1, Übungen, 3, II, für Fortgeschrittene; Spektroskopie, mit Demonstrationen, 1. — **Polis:** Allgemeine Meteorologie, 2; Ausgewählte Kapitel der Meteorologie für Studierende des Wasserbau-Ingenieurfaches I, 1; Meteorologische Technik, 1, mit Übungen im Meteorologischen Observatorium. — **Grotrian:** Physikalische Grundlagen der Elektrotechnik, 5; Theoretische Elektrotechnik, 3; Elektrotechnisches Praktikum, 8. — **Rasch:** Ausgewählte Kapitel der praktischen Elektrotechnik, 1; Einleitung in die Elektrotechnik, 2; Konstruktionslehre der Elektrotechnik, 3; Elektrotechnische Konstruktionsübungen, 2. — **Finzi:** Elektrische Zentralanlagen und Leitungen, 2. — **Hamacher:** Praktische Telegraphie und Telephonie, 2. —

Bredt: Organische Experimentalchemie II, 3; Organisches Praktikum (mit Levy). — **Classen:** Allgemeine und anorganische Experimentalchemie, 4; Experimentalchemie, 2; Anorganisches Praktikum (mit Cloeren, Fischer, Scheen, Hallmann und Weise); Elektroanalytisches und elektrochemisches Praktikum (mit Fischer). — **Rau:** Chemische Technologie I: Allgemeine Feuerungskunde, 2, III, 2; Entwerfen von chemischen Apparaten und Fabrikanlagen, Übungen, 4; Chemisch-technisches Praktikum (mit Lambris und Kron). — **v. Kapff:** Chemische Technologie der Gespinstfasern: Färberei, Bleicherei usw., 2, Übungen, 4. — **Ruer:** Physikalische Chemie I, 3, Übungen für Hüttenleute, 3, für Chemiker, 1 Vormittag, für Fortgeschrittene, 5 Tage. — **Cloeren:** Analytische Chemie, 2. — **Fischer:** Elektrochemie, 2. — **Levy:** Terpene und Kampfer, 1. —

Blumenthal: Höhere Mathematik II, 3, Übungen, 1; Ausgewählte Kapitel der Mathematik: Hydrodynamische Theorien des Flugproblems, 2 *g*. — **Kötter:** Darstellende Geometrie, 4, Zeichnen, 4; Graphische Statik, 2, Zeichnen, 2; Ausgewählte Kapitel aus der graphischen Statik, 1. — **Kutta:** Höhere Mathematik I, 6 bezw. 4, Übungen, 2. — **Reißner:** Mechanik I, 5, Übungen, 1, II, 3, Übungen, 1; Flugtechnische Aerodynamik, 3. — **Timpe:** Ausgewählte Probleme der Festigkeit von Stäben und Platten, 1. — **Gast:** Praktische Geometrie I, 3; Geodätisches Praktikum I, 2; Geodätische Ausarbeitungen, Übungen, 4; Eisenbahntrassieren, 2; Höhere Geodäsie, 2. — **Haußmann:** Übungen im Markscheiden und Feldmessen, 1/2 Tag; Abriß der Markscheide- und Feldmeßkunde, 2; Ausgleichungsrechnung, 2, Übungen, 1; Sphärische Trigonometrie, 1; Trigonometrische Übungen, 2. — **Wandhoff:** Markscheiden und Feldmessen I, 4; Markscheiderische Zeichen- und Rechenübungen, 2. —

Universität Basel.

Hagenbach: Experimentalphysik II: Optik, Wärme, Elektrizität, 6; Physikalisches Praktikum für Anfänger (mit Veillon), 8, für Vorgerückte, tägl.; Physikalisches Kolloquium, 14 tägig, 2 *g*. — **VonderMühll:** Analytische Mechanik, 4, Übungen, 2 *g*. — **Veillon:** Thermodynamik mit Anwendungen, 2. —

Rupe: Organische Experimentalchemie, 5; Chemisches Vollpraktikum für organische Chemie, tägl.; Chemisches Kränzchen (mit Fichter), 1 *g*. — **Fichter:** Analytische Chemie, 2; Experimentalchemie der seltenen Metalle, 1; Analytisches Halbpraktikum, 9; Chemisches Vollpraktikum: Anorganische und elektrochemische Übungen und Arbeiten, tägl. — **Kreis:** Chemie der Nahrungs- und Genußmittel II, 2; Übungen in der Untersuchung von Lebensmitteln, 4; Arbeiten im Laboratorium für angewandte Chemie, tägl. — **Zickendraht:** Physikalische Chemie, 2. —

Fueter: Differential- und Integralrechnung I, 4, Übungen zur Differentialrechnung, 1 *g*; Flächentheorie, 4, Seminar (mit Spieß), 1 *g*. — **Spieß:** Algebra, 3; Einführung in den Iterations- und Operationskalkül, 1. — **Flatt:** Projektive Geometrie, 3; Pädagogisches Seminar, mathematisch-naturwissenschaftliche Abteilung I, 3. —

Universität Berlin.

Rubens: Experimentalphysik II: Elektrizität und Optik, 5, Mathematische Ergänzung, 1 *g*; Physikalisches Kolloquium, 1 1/2 *g*; Arbeiten im physikalischen Laboratorium für Geübtere (mit Wehnelt), tägl. — **Planck:** Theorie der Wärme, 4; Mathematisch-physikalische Übungen, 1 *g*. — **Wehnelt:** Physikalisches Praktikum für Anfänger I und II (mit Blasius): Mechanik, Akustik, Wärme und Optik, 7, Mathematische Ergänzungen, 1 *g*, für Pharmazeuten, 3; Praktikum zur Erlangung von Handfertigkeit für das physikalische Arbeiten (mit Regener), 3. — **Warburg:** Ausgewählte Kapitel aus der theoretischen Physik, 2. — **Slaby:** Elektromechanik I: Einleitung in die Elektrotechnik, 4, II: Funkentelegraphie, 2. — **Blasius:** Physikalischer

Kursus für Mediziner, $3^1/_2$; Übungen im Anschluß an das Praktikum, 1 *g*. — **Neesen**: Optische Instrumente, $1^1/_2$. — **E. Meyer**: Einführung in die moderne Maschinentechnik, 2; Technische Exkursionen, 14tägig, *g*. — **Krigar-Menzel**: Theorie der Elektrizität und des Magnetismus, 4. — **Martens**: Dynamomaschinen und Transformatoren, 1 *g*. — **Weinstein**: Elektromagnetische Theorie des Lichtes, 3; Naturphilosophie, 1 *g*. — **Börnstein**: Experimentalphysik I, 5; Wetterkunde, 1; Physikalische Unterrichtsübungen, 4; Physikalische Arbeiten, tägl. — **Gehrcke**: Optik, 1. — **Grüneisen**: Energiehaushalt der Erde, 1. — **Kiebitz**: Elektrische Wellen und drahtlose Telegraphie 1. — **O. Hahn**: Der Zerfall der radioaktiven Elemente, 1. — **Henning**: Vektoranalysis und ihre Anwendung in der theoretischen Physik, 1, Übungen, 1 *g*. — **v. Baeyer**: Elektrizitätsleitung in Gasen, 1. — **Regener**: Radioaktivität, mit Experimenten, 1. — **Reichenheim**: Physik der Sonne, mit Experimenten, 1. — **Franck**: Kapitel der Elektronentheorie, 1. — **Pohl**: Über neuere elektrische und optische Untersuchungen, 1. — **Hellmann**: Allgemeine Meteorologie, 2; Meteorologisches Kolloquium, 1 *g*; Erdmagnetismus in geschichtlicher Entwicklung, 1 *g*. — **Schmidt**: Methode der kleinsten Quadrate, 2; Geophysikalisches Kolloquium, $1^1/_2$ *g*. — **Leß**: Praktische Witterungskunde, 2. — **Scheffer**: Angewandte wissenschaftliche Photographie, mit Übungen, 1. —

E. Fischer: Praktische Arbeiten im chemischen Universitäts-Laboratorium (mit Gabriel, Pschorr, Diels, Traube, Stähler und Leuchs), tägl., ganz- und halbtägig, Kursus für Mediziner, 6. — **Nernst**: Physikalische Chemie, 4; Neuere Atomistik, 1 *g*; Physiko-chemisches Kolloquium (mit v. Wartenberg), 1 *g*; Praktische Übungen und Arbeiten im physikalisch-chemischen Laboratorium: a) anorganisch-chemisches Praktikum (mit Marckwald), tägl., b) physiko-chemische Übungen, 7, c) physikochemische Arbeiten (mit v. Wartenberg), tägl. — **Wichelhaus**: Technologie für Chemiker, ausgewählte Kapitel, 2 *g*; Chemische Technologie für Juristen, 2, Übungen, tägl.; Anleitungen, tägl. — **Liebermann**: Organische Experimentalchemie I, 5; Praktische Übungen im organisch-chemischen Laboratorium, tägl. — **Thoms**: Pharmazeutische Chemie, anorganischer Teil, mit Experimenten, 4; Toxikologische Chemie, mit Experimenten, $1^1/_2$; Praktische Übungen in der chemischen Analyse, in der Prüfung und Wertbestimmung von Arzneimitteln, in der Nahrungsmittelchemie (mit Mannich und Lenz), tägl. — **Biedermann**: Sprengstoffe, 2; Künstliche Farbstoffe, 2. — **Pschorr**: Neuere organische Arbeiten, 1. — **Fock**: Einleitung in die Physik und Chemie, 1; Chemische Kristallographie, 1 *g*. — **Marckwald**: Analytische Chemie, 2. — **Rosenheim**: Anorganisch-chemisches Praktikum (mit R. J. Meyer), tägl.; Übungen in der Experimentalchemie (mit R. J. Meyer), 4—8; Praktische Übungen in der Gas- und Maßanalyse, 4; Kolloquium über anorganische Chemie (mit R. J. Meyer), $1^1/_2$ *g*. — **Traube**: Qualitative und quantitative Analyse, 2. — **v. Buchka**: Geschichte der Chemie, 2; Chemie der Nahrungsmittel, Genußmittel und Gebrauchsgegenstände, 4. — **Jacobson**: Besprechung chemischer Tagesfragen, 1. — **Emmerling**: Chemische und bakteriologische Wasseruntersuchung, 1. — **Spiegel**: Chemie der Alkaloide, 1. — **Neuberg**: Anleitung zu wissenschaftlichen Arbeiten auf dem Gebiete der Biochemie, tägl.; Organisch-chemisches Praktikum, tägl.; Tier- und pflanzenchemische Übungen, 6. — **Sachs**: Technisch-wichtige Synthesen der organischen Chemie, 1. — **Koppel**: Chemisches Gleichgewicht, 1 *g*. — **Diels**: Anorganische Experimentalchemie, 5; Einführung in die organische Chemie, 1. — **Meisenheimer**: Anorganische Experimentalchemie, 4, Ergänzungen, 1; Anorganisch- und organisch-chemisches Praktikum, tägl. — **F. Fischer**: Elektrochemie, 4; Elektrochemisches Vollpraktikum, tägl.; Praktikum in Galvanotechnik, 1 Nachmittag. — **Byk**: Einführung in die mathematische Behandlung der Naturwissenschaften, 1. — **Großmann**: Die Bedeutung der chemischen Technik für das deutsche Wirtschaftsleben, mit Exkursionen, 1; Besprechung chemisch-technischer und wirtschaftlicher Tagesfragen, mit Exkursionen, 1. — **Löb**: Elektrochemie II, 1; Physikalische Biochemie II, 1; Physiologisch-chemische Arbeiten im Laboratorium, tägl. — **Köthner**: Die Chemie der Renaissancezeit, 1. — **Mannich**: Qualitative chemische Analyse, 1; Quantitative chemische Analyse, 1. — **v. Wartenberg**: Elektrochemie (experimentell), 2. — **Stähler**: Spezielle anorganische Experimentalchemie, 3. — **Houben**: Laub- und Blüten-Riechstoffe, 1. — **Weigert**: Wissenschaftliche Grundlagen der Photographie, 1 *g*. — **Lockemann**: Grundzüge der Physikalischen Chemie, 1. — **Lenz**: Chemische Untersuchung von Blut, Harn, Kot, Magensaft usw., mit Übungen, 2. — **Leuchs**: Organische Chemie II, 1. — **Eucken**: Besprechung neuerer physikalisch-chemischer Arbeiten, 1. — **Pringsheim**: Biochemie der Mikroorganismen, 1. —

Schwarz: Theorie der analytischen Funktionen I, 4; Synthetische Geometrie, 4; Elementargeometrische Herleitung der wichtigsten Eigenschaften der Kegelschnitte, 2 *g*; Mathematische Kolloquien, 14tägig, 2 *g*; Mathematisches Seminar (mit Frobenius und Schottky), 2 *g*. — **Foerster**: Geschichte der neueren Astronomie, 2 *g*; Grundlehren der astronomischen Meßkunst, 1 *g*; Astronomie und soziale Kultur, 1 *g*. — **Helmert**: Figur der Erde, 1; Kürzeste Linie, 1 *g*. — **Frobenius**: Zahlentheorie, 4; Analytische Geometrie, 4. — **Schottky**: Theorie der automorphen oder Polygon-Funktionen, 4; Höhere algebraische Kurven, 4. — **Struve**: Einleitung in die Theorie der Satelliten, 3; Übungen an den Instrumenten der Sternwarte, für Fortgeschrittene, *g*. — **Cohn**: Bahnbestimmung der Himmelskörper, 3; Seminar für wissenschaftliches Rechnen: Übungen zur Bahnbestimmung, 2 *g*. — **Lehmann-Filhés**: Integralrechnung, 4; Determinanten, 4. — **Hettner**: Wahrscheinlichkeitsrechnung und Theorie der Beobachtungsfehler, 2. — **Knoblauch**: Differentialrechnung, 4, Übungen, 1 *g*; Elliptische Funktionen, 4. — **Scheiner**: Photometrie, 2; Kolloquium, 1 *g*. — **Marcuse**: Geographische Ortsbestimmung, mit Übungen, $1^1/_2$; Allgemeine Himmelskunde, mit Lichtbildern, $1^1/_2$; Luftschiffahrt, mit Lichtbildern, 1. — **Schur**: Funktionentheorie II, 4; Theorie der algebraischen Gleichungen, 4. — **Kohlschütter**: Grundzüge der Nautik, 1 *g*. — **Witt**: Ausgewählte Kapitel der sphärischen Astronomie, 2. —

Technische Hochschule Berlin.

F. Dolezalek: Experimentalphysik: Mechanik, Akustik, Magnetismus, Elektrizität, 4; Physikalische Übungen, 8; Physikalische Chemie, 2. — **Kurlbaum**: Experimentalphysik: Mechanik, Akustik, Elektrizität, 4, für Architekten, 2; Physikalische Übungen, 8, speziell für Chemiker, 8. — **Kalischer**: Die physikalischen Grundlagen der Elektrotechnik II, 2; Grundzüge der Potentialtheorie und ihre Anwendung in der Elektrizitätslehre, 2; Elektrische Schwingungen und Funkentelegraphie, 1. — **Krigar-Menzel**: Allgemeine Mechanik I: Gleichgewicht und Bewegung von Massenpunkten und starren Körpern, 4; Theoretische Akustik, 2. — **Grunmach**: Magnetische und elektrische Maßeinheiten und Meßmethoden, 2; Physikalische Maßbestimmungen und Meßinstrumente (Physikalische Übungen), 10. — **Felgentraeger**: Maß- und Gewichtswesen I, 2; Die Konstruktion der Spiegel- und Linseninstrumente, 2. — **Glatzel**: Meßapparate und Meßmethoden der drahtlosen Telegraphie, mit Demonstrationen und Übungen, 2; Physikalische Grundlagen für die Konstruktion von Meßinstrumenten für Gleichstrom und Wechselstrom, 1. — **Groß**: Ausgewählte Kapitel aus der mechanischen Wärmetheorie, 2; Theorie des Galvanismus, 2; Die Erhaltung der Energie, 1. — **v. Ignatowsky**: Vektoranalysis mit Anwendungen auf die theoretische Physik, insbesondere auf die Maxwellsche Theorie der Elektrizität, 2. — **Petzoldt**: Positivistische Erkenntnistheorie, 1 *g*. — **Zehnder**: Über physikalische Weltanschauungen, 1; Physikalisches Praktikum mit besonderer Berücksichtigung der Telegraphentechnik, 2 oder 4. — **Kaßner**: Das Wasser der Atmosphäre: Verdunstung, Luftfeuchtigkeit, Nieder-

schläge, Hochwasser, besonders für Wasser- und Städtebau, 1. — **Slaby**: Elektromechanik I: Einführung in die Elektrotechnik, 4, II: Hochfrequenztechnik und Theorie der Wechselstrommotoren, 2, Übungen im Elektrotechnischen Laboratorium (mit Wedding), 4 Tage. — **Strecker**: Elektrotelegraphie, 2. — **Franke**: Elektrische Schwachstromanlagen, 2, Übungen, 4; Die Technik des Fernsprechwesens in systematischer Darstellung, mit Exkursionen, 2, Übungen, 2. — **Kloß**: Elektromaschinenbau I und II, 4, Übungen, 6; Übungen im Elektrotechnischen Versuchsfelde, 4. — **W. Reichel**: Elektrische Bahnen und verwandte Kraftanlagen, 2, Übungen, 4. — **Wedding**: Elektrotechnische Meßkunde, 2; Enzyklopädische Elektrotechnik mit Experimenten, 2. — **Benischke**: Allgemeine Wechselstromtechnik, 4; Spezielle Wechselstromtechnik für Hochspannungsanlagen, 1. — **Breslauer**: Berechnung und Prüfung elektrischer Maschinen nach den in der Praxis herrschenden Gepflogenheiten, 2. — **Gerstmeyer**: Kommutatormotoren für Wechselstrom- und Drehstrom in Theorie, Berechnung und Untersuchung, 1. — **Kallmann**: Betriebstechnik für Elektrizitätswerke und Straßenbahnen, 2. — **Zehme**: Elektrische Haupteisenbahnen und Zwischenstadtbahnen, 2. — **E. Meyer**: Mechanik I, 4, Übungen, 2, II, 4, Übungen und Festigkeitslaboratorium, 2. — **W. Hartmann**: Maschinengetriebe: Anwendung der Kinematik, 2; Kinematische Geometrie und theoretische Kinematik, 2. — **Leist**: Mechanik I, 4, Übungen, 2, II, 4, Übungen, 2. — **v. Parseval**: Aeronautische Triebwerke, 2. —

Hofmann: Experimentalchemie, 4; Analytische Chemie, 1; Praktische Arbeiten im anorganischen Laboratorium, tägl.; Ausgewählte Kapitel aus der Chemie (mit S. Hilpert), 2. — **Liebermann**: Organische Chemie I: Offene Kohlenstoffketten, 5; Praktische Arbeiten im organischen Laboratorium, tägl. — **F. Fischer**: Elektrochemie (Das Wichtigste aus Theorie und Praxis), 2; Praktikum in Galvanotechnik, 1 Nachmittag; Elektrochemisches Vollpraktikum: Physikalisch-chemische Messungen, präparative Elektrolyse, Elektrometallurgie und Gasentladungen, tägl.; Selbständige Arbeiten und Anleitung für Fortgeschrittenere, tägl. — **Miethe**: Spektralanalyse, mit Übungen, 2; Allgemeine Photographie: Apparatenkunde, Übersicht über die gebräuchlichen photographischen Prozesse, 2; Einführung in die photographische Optik, 1; Astronomische Photographie, mit Übungen am photographischen Refraktor (300 mm), 1, Übungen, 3; Praktische Arbeiten im photochemischen Laboratorium, tägl.; Photographische Übungen in den gebräuchlichen Prozessen, 16; Spektrographisches und spektralanalytisches Praktikum für Fortgeschrittenere, 1. — **v. Buchka**: Chemie der Nahrungsmittel mit Berücksichtigung der Nahrungsmittelanalyse und Bakteriologie, 4; Geschichte der Chemie, 2. — **Holde**: Untersuchung von Fetten, Ölen, Wachsen, Seifen, Firnissen und Kautschuk, 2. — **Traube**: Einleitung in die physikalische Chemie, 2; Physikalisch-chemische Übungen, 3; Die Biologie und ihre physikalisch-chemischen Grundlagen, 1. — **Witt**: Chemische Technologie II, 4; Technologie der Derivate des Steinkohlenteers und ihrer Verwendung, inkl. Färberei, Zeugdruck, 2; Praktische Arbeiten im Technisch-chemischen Institut, tägl. — **Arndt**: Ausgewählte Teile der physikalischen Chemie, 1; Kolloquium über physikalische Chemie, 1. — **Binz**: Veredlung der Textilfasern II: Färberei und Zeugdruck, 1. — **Börnstein**: Die Brennmaterialien, ihre Bearbeitung und Verwendung, 2. — **Byk**: Theoretische Photochemie: Die Lehre von den chemischen Wirkungen des Lichtes, 2. — **Guertler**: Innere chemische Statik und Kinetik der Legierungen, 3; Die Theorie der ozeanischen Salzablagerungen nach van't Hoff, 1. — **Hauser**: Chemie der selteneren Elemente mit spezieller Rücksicht auf ihre technische Verwendung, 2. — **Hilpert**: Theoretische Chemie in ihrer Anwendung auf die Prozesse der Hüttenkunde, 1; Kolloquium über analytische Chemie, 1. — **Hinrichsen**: Theorie der Lösungen, 2. — **Jurisch**: Übungen im Entwerfen von chemischen Anlagen, 4; Luftrecht, 1. — **Lehmann**: Die Farbenphotographie, 1. — **Simonis**: Repetitorium der organischen Chemie, 2; Qualitative und quantitative Analyse organischer Verbindungen, 1; Organisch-chemische Arbeitsmethoden: Oxydation, Reduktion, Sulfurierung usw., 1. — **Stavenhagen**: Einführung in die Experimentalchemie, 2. — **Voswinckel**: Einführung in die organische Chemie, 2. — **Wolffenstein**: Die Chemie der Alkaloide, 2. —

Dziobek: Höhere Mathematik: Differential- und Integralrechnung, Analytische Geometrie, 6, Übungen, 2. — **Haentzschel**: Elemente der Differential- und Integralrechnung und der analytischen Geometrie, 4, Übungen, 2 *g*. — **Hettner**: Höhere Mathematik: Differential- und Integralrechnung, Analytische Geometrie, 6, Übungen, 2. — **Jolles**: Darstellende Geometrie I, 4, Übungen, 4; Graphische Statik, 2, Übungen, 2. — **Lampe**: Höhere Mathematik: Differential- und Integralrechnung, Analytische Geometrie, 6, Übungen, 2; Bestimmte Integrale und Differentialgleichungen, 2. — **Scheffers**: Darstellende Geometrie I, 5, Übungen, 5. — **Wallenberg**: Ausgewählte Kapitel der Elementarmathematik, 2; Funktionentheorie I, 2; Potentialtheorie, 2. — **Fuchs**: Partielle Differentialgleichungen nebst Anwendungen, 2. — **Lichtenstein**: Einführung in die Theorie der linearen Integralgleichungen, 2. — **Salkowski**: Darstellende Geometrie II, 5, Übungen, 5. — **Werner**: Niedere Geodäsie, 4 und 2; Geodätisches Praktikum I, 2; Planzeichnen, 2; Höhere Geodäsie, 2. —

Bergakademie Berlin.

Rudolfi: Wärmelehre, 1; Radioaktivität, mit besonderer Berücksichtigung radioaktiver Mineralien und Gewässer, 1; Physikalisches Kolloquium, 1. —

Stavenhagen: Anorganische Experimentalchemie I, 4; Arbeiten im chemischen Laboratorium, tägl. — **Wölbling**: Analytische Chemie I, 2; Grundzüge der theoretischen Chemie, 1; Chemisches Kolloquium, 1. — **Mehner**: Einführung in die physikalische Chemie und Thermochemie, 2; Arbeiten im Physiko-chemischen Laboratorium. — **Peters**: Elektrochemie, 1; Elektrometallurgie, 2. — **Pufahl**: Chemische Technologie, 2. — **Loebe**: Metallographie, 2, Übungen, 3. —

Jahnke: Höhere Mathematik und Mechanik, 6, Übungen, 2. — **Brelow**: Darstellende Geometrie mit Übungen, 3. —

Universität Bern.

Forster: Experimentalphysik II: Magnetismus, Elektrizität, Wärme, 6; Theoretische Optik, 1 *g*; Repetitorium der Physik, 2; Physikalisches Praktikum, 8; Photographisches Praktikum (Arbeiten bei künstlichem Licht für Vorgerückte), 2. — **Gruner**: Theorie des Magnetismus und der Elektrizität, mit Übungen, 4; Mechanik deformierbarer Körper, 2; Vektor-Analysis, 1; Seminar für theoretische Physik, nach Verabredung. — **Blattner**: Grundzüge der Elektrotechnik, 1; Elektrische Bahnen, 1. — **Luterbacher**: Dynamik, 1. —

Kohlschütter: Allgemeine anorganische Experimentalchemie, 6; Anorganisch-chemisches Praktikum, tägl., Analytisch-chemisches Praktikum für Mediziner, 8; Chemisches Praktikum, 6. — **Tambor**: Organische Chemie II, 5; Organisch-chemisches Praktikum, tägl.; Repetitorium der Chemie der Fettkörper, 1; Repetitorium der karbo- und heterozyklischen Verbindungen, 1. — **Lampe**: Arbeitsmethoden der organischen Chemie, 1. — **Mai**: Repetitorium der anorganischen Chemie, 1; Chemische Berechnungen, 1; Kolloquium über Analyse, 1. — **Ephraim**: Einführung in die Elektrochemie, 2; Praktische Übungen in der technischen Gasanalyse, 3; Repetitorium der anorganischen Chemie, 2. — **Woker**: Arbeiten im Laboratorium für physikalisch-chemische Biologie für Anfänger und Vorgerückte, nach Verabredung; Kurs für die physikalisch-chemische Untersuchung der Körperflüssigkeiten: Harn, Blut, Milch usw., 1 Nachmittag; Katalytische Untersuchungsmethoden, 1 Nachmittag; Die Chemie als Hilfswissenschaft der Biologie, 3; Immunochemie, 1. — **Schaffer**: Chemie der Nahrungs- und Genußmittel II, 2; Technologie der Lebensmittelgewerbe, nach Verabredung. —

Graf: Kugelfunktionen mit Repetitorium, 3; Besselsche Funktionen mit Repetitorium, 3; Integralrechnung mit Repetitorium, 3; Funktionentheorie, 2; Differentialgleichungen, 2; Renten- und Versicherungsrechnung, 2; Mathematisches Seminar (mit G. Huber), $1^1/_2$. — **Ott**: Algebraische Analysis II, 2; Integralrechnung, 2; Analytische Geometrie II, 2; Mathematische Übungen und Repetitorium, 1; Sphärische Trigonometrie, 2; Mathematische Übungen, 1. — **G. Huber**: Mechanik des Himmels, 2; Fouriersche Reihen und Integrale mit Anwendungen auf die Physik, 3; Theorie der Raumkurven und abwickelbaren Flächen, 2; Mathematisches Seminar (geometrische Richtung) (mit Graf), 1. — **Mauderli**: Geographische Ortsbestimmung, 2, Übungen, 1 Abend; Einführung in das wissenschaftliche Rechnen mit besonderer Berücksichtigung der Bedürfnisse der praktischen Astronomie, 2. — **Benteli**: Darstellende Geometrie: Kurven, Strahlenflächen, reguläre Polyeder, 2, Übungen und Repetitorium, 2; Praktische Geometrie I, 1. — **Crelier**: Synthetische Geometrie II, 2; Mehrdimensionale Geometrie, 2. — **Moser**: Versicherungslehre: Krankenversicherung, nach Verabredung; Mathematisch-versicherungswissenschaftliches Seminar, 1—2. — **Bohren**: Politische Arithmetik, 2; Die Invalidenversicherung, 1—2. —

Universität Bonn.

Kayser: Experimentalphysik I: Mechanik, Allgemeine Physik, Wärme, Akustik, 5; Laboratorium für Anfänger, 8, für Vorgeschrittene, tägl.; Physikalisches Kolloquium, 2 *g*. — **Pflüger**: Mechanik, 4, Übungen, 1 *g*. — **Bucherer**: Mathematische Einführung in die neuere Elektrizitätslehre, 2. — **Eversheim**: Angewandte Elektrizitätslehre, mit Übungen (mit Grebe), 2; Grundzüge der Elektrotechnik, 1 *g*. — **Bernoulli**: Magneto-Optik, 1; Physikalisches Praktikum für Mediziner und Biologen, 2. — **Grebe**: Meteorologie, 2. —

Anschütz: Experimentalchemie II: Organische Chemie, 6; Kolloquium über neuere Arbeiten auf dem Gebiete der Chemie, 1 *g*; Chemisches Praktikum für Anfänger und Vorgeschrittene, sowie für Nahrungsmittelchemiker (mit Rimbach, Frerichs und Kippenberger), tägl., für Mediziner (mit Rimbach), tägl. außer Sonnabend. — **Rimbach**: Physikalische Chemie I: Eigenschaften der Stoffe, Verwandtschaftslehre, 2; Ausgewählte Kapitel der speziellen anorganischen Chemie II: Seltenere Metalle, 1 *g*; Analytische Chemie I: Qualitative Analyse, 2; Übungen in den wichtigsten physikalisch-chemischen Meßmethoden, 3 *g*; Übungen in der Gasanalyse (mit Gewecke), 2 *g*. — **Frerichs**: Pharmazeutische Chemie I (anorganisch), 3, III, 1 *g*; Toxikologische Analyse, 1; Übungen im Sterilisieren von Arzneimitteln, 1. — **Kippenberger**: Chemische Technologie, anorganischer Teil, mit Exkursionen, 2; Einführung in die chemische Großtechnik I: Anorganisch-chemische Betriebe, mit Exkursionen, 1; Besprechung nahrungsmittelchemischer Gutachten, 1 *g*. — **Laar**: Wissenschaftliche Grundlagen der Photographie, 1; Wissenschaftlich-photographisches Praktikum, nach Verabredung. — **Mannheim**: Die Methoden der Wasser- und Harnanalyse, 1, Übungen, tägl. — **Meerwein**: Höhere aromatische und heterozyklische Kohlenstoffverbindungen, 3. — **Gewecke**: Grundlagen und Hauptmethoden der Gewichtsanalyse, 1; Übungen in chemischen Unterrichtsversuchen, 2 *g*. —

Study: Einleitung in die analytische Geometrie, 4, Übungen, 1; Differentialgeometrie II, 2; Mathematisches Seminar: Oberstufe (mit London, Furtwängler und Hausdorff), 14tägig, 2 *g*. — **London**: Synthetische Geometrie, 2, Übungen, 1 *g*; Differential- und Integralgleichung II, 4, Übungen, 1 *g*. — **Hausdorff**: Einführung in die Funktionentheorie, 4; Fouriersche Reihen und verwandte Entwicklungen, 2; Behandlung einfacher Aufgaben für mittlere Semester (mit Müller), *g*. — **Furtwängler**: Ausgewählte Kapitel der technischen Mechanik, 2 *g*. — **Müller**: Algebraische Gleichungen: Galoissche Theorie, 3. — **Küstner**: Sphärische Astronomie, 3; Fixsternkunde, 1 *g*; Praktische Übungen im astronomischen Beobachten (mit Mönnichmeyer), nach Verabredung. — **Mönnichmeyer**: Geographische Ortsbestimmungen, 2; Gebrauch der astronomischen Jahrbücher, 1 *g*. —

Technische Hochschule Braunschweig.

Diesselhorst: Experimentalphysik: Wärme, Elektrizität und Magnetismus, 4; Gleichstromtheorie, 2, Übungen, 1; Physikalisches Praktikum I und II; Physikalisches Kolloquium, 14tägig, 2 *g*; Elektromagnetische Schwingungen, 1. — **A. Weber**: Potentialtheorie mit Anwendungen auf die Elektrostatik, 2. — **Bergwitz**: Radioaktive Umwandlungen, 1. — **Witte**: Analytische Mechanik, 2. — **Peukert**: Grundzüge der Elektrotechnik, 2; Elektrotechnik, 4; Elektrotechnische Übungen, 2; Elektrotechnisches Praktikum, 6; Arbeiten im elektrotechnischen Laboratorium, 9. — **Brünig**: Elektrotechnische Konstruktionen, 2, Übungen, 2. — **Limmer**: Ausgewählte Kapitel aus der (speziellen) Photographie, 1; Moderne Kopierverfahren, 1; Die Reproduktion von Zeichnungen und Bildern, 1; Farbenphotographie, 1; Photographisches Kolloquium, 14tägig, 1 *g*; Photographische und farbenphotographische Übungen, 4. —

Meyer: Unorganische Experimentalchemie, 5; Chemie der organischen Farbstoffe, 3; Arbeiten im chemischen Laboratorium; Chemisches Kolloquium (mit Freundlich), nach Verabredung, *g*. — **Biehringer**: Analytische Chemie, 2; Grundzüge der Chemie, 3. — **Freundlich**: Physikalische Chemie, 2; Metallurgie, 2; Chemie der Metalle, 1; Arbeiten im Laboratorium für physikalische Chemie und Elektrochemie. — **Reinke**: Chemische Technologie II 1, 6; Chemisch-technische Analyse I, 2; Arbeiten im Laboratorium für chemische Technologie II und landwirtschaftlich-chemische Gewerbe, nach Vereinbarung, Seminaristische Übungen, monatlich 2 *g*; Chemische Technologie in den deutschen Kolonien mit Berücksichtigung der tropischen und kolonialen Landwirtschaft, 1. — **Beckurts**: Chemie der Nahrungs- und Genußmittel, 2; Gerichtliche Chemie, 1; Grundzüge der Maßanalyse, 1; Pharmazeutische Chemie, 4; Arbeiten im Laboratorium für pharmazeutische Chemie und Nahrungsmittelchemie und in der Nahrungsmitteluntersuchungsstelle. — **Troeger**: Analytische Chemie, 2; Chemie der Benzolderivate, 2; Repetitorium der anorganischen und organischen Chemie, 2. —

Dedekind: Elemente der Zahlentheorie, 2; Einleitung in die Wahrscheinlichkeitsrechnung, 1. — **Fricke**: Analytische Geometrie und Algebra, 4; Differential- und Integralrechnung I, 4, Übungen, 2, II, 2. — **Timerding**: Darstellende Geometrie, 4, Übungen, 6; Theorie der Kurven und Flächen, 2; Synthetische Geometrie, 2. — **Wernicke**: Statik starrer und elastisch-fester Körper, 4, Übungen, 2; Geschichte der Philosophie im Umriß, 2. — **Schlink**: Technische Mechanik II: Dynamik, 3, Übungen und Repetitionen, 2; Grundlagen der Luftschiffahrt in elementarer Darstellung, 1; Graphische Statik, 2, Übungen, 2; Eisenhochbauten, ihre Berechnung und Konstruktion, 2, Übungen, 4; Statik der Baukonstruktionen I, 3, Übungen, 4, II, 4. — **Näbauer**: Grundzüge der Geodäsie, 2, Übungen, 2; Geodäsie I, 4, Übungen, 2; Höhere Geodäsie, 2; Ausgleichungsrechnung nach der Methode der kleinsten Quadrate, 2; Planzeichnen, 2. —

Universität Breslau.

Lummer: Experimentalphysik: Magnetismus, Elektrizität, Optik, 5; Physikalisches Kolloquium (mit Pringsheim und Schaefer), 2 *g*; Physikalisches Praktikum für Anfänger (mit Schaefer und Waetzmann), 3 oder 6, für Studierende der Technischen Hochschule (mit Schaefer), 3, für Pharmazeuten (mit Ladenburg), 3, für Geübtere (mit Pringsheim und Schaefer), tägl. — **Pringsheim**: Allgemeine Mechanik, 4; Einführung in die Relativitätstheorie, 1 *g*; Übungen des mathematisch-physikalischen Seminars, 14tägig, 2 *g*. — **Schaefer**: Theoretische Optik, 4; Zusammenhang zwischen Elektrizität, Magnetismus und Licht, 1. — **Waetzmann**: Einführung in die theoretische Physik: Mechanik, Akustik, Wärme, 2; Beugung, Interferenz und Polarisation des Lichtes, $1^1/_2$. — **Ladenburg**:

Physik der Sonne, mit Demonstrationen, 1. — **von dem Borne**: Die wichtigsten Probleme der experimentellen Meteorologie, 2; Geophysikalische Übungen und Besprechungen, nach Verabredung, *g*. — **Riesenfeld**: Die Photographie und ihre Technik, 1 *g*; Photographisches Praktikum, 2. —

Gadamer: Organische Experimentalchemie, mit besonderer Berücksichtigung der Pharmazie, 6; Prüfung der Arzneimittel, 1 *g*; Praktisch-chemische Übungen, mit besonderer Berücksichtigung der Pharmazie, der forensischen Chemie und der Nahrungsmittelchemie, tägl.; Kleines chemisches Praktikum, 6. — **Biltz**: Allgemeine Experimentalchemie II: Organische Chemie, 4; Chemisches Kolloquium, 14tägig, 2 *g*; Praktische Übungen und Arbeiten a) in der analytischen Abteilung, ganz- oder halbtägig, b) in der organischen Abteilung, ganztägig; Chemische Kurse a) für Mediziner (mit Meyer), 5, b) für Landwirte, 4. — **Ehrlich**: Chemischer Einführungskursus für Landwirte, 3; Landwirtschaftliche Technologie I: Zucker, Stärke, Flachs, Zellulose, mit Exkursionen, 2; Die chemischen Vorgänge in der Pflanze, 1 *g*; Chemische, biochemische und technische Arbeiten im landwirtschaftlich-technologischen Institut, für Anfänger und Fortgeschrittene, tägl. außer Sonnabend; Gasanalytische und chemisch-technische Untersuchungen, 4. — **v. Braun**: Auf- und Abbau-Methoden organischer Verbindungen, 2. — **Herz**: Die physikalisch-chemischen Grundlagen der analytischen Chemie, 2; Physikalische Chemie für Biologen und Mediziner, 2; Grundlagen der Maßanalyse, 1; Anwendungen der Maßanalyse, mit besonderer Berücksichtigung des Deutschen Arzneibuches, 1; Besprechungen zur qualitativen Analyse, 1 *g*. — **Meyer**: Analytische Chemie I, 2; Spezielle anorganische Chemie, 2; Analytische Besprechungen, 1 *g*; Physikalisch-chemisches Kolloquium (mit Sackur), 1 *g*. — **Sackur**: Physikalische Chemie II: Elektrochemie, Thermochemie, Photochemie, 2; Physikalisch-chemisches Praktikum, 3. — **Gaebel**: Ausmittelung der Gifte, 2; Übungen im stöchiometrischen Rechnen für Anfänger, 1. — **Fischer**: Handfertigkeitspraktikum, 3. —

Sturm: Analytische Geometrie der Ebene, 4; Geometrische Verwandtschaften II, 2; Übungen des mathematisch-physikalischen Seminars, 2 *g*. — **Schmidt**: Integralrechnung, 4; Mengenlehre, 2; Übungen des mathematisch-physikalischen Seminars, 2 *g*. — **Kneser**: Elliptische Funktionen, 4, Übungen, 2 *g*; Integralgleichungen, 2. — **Schnee**: Theorie der krummen Linien und Flächen: Differentialgeometrie, 3; Ausgewählte Kapitel der Zahlentheorie II, 2. — **Franz**: Theorie der Bahnrechnung der Kometen und Planeten, 4, Übungen, 1 *g*; Kosmogenie mit Lichtbildern, 1 *g*; Astronomisches Kolloquium, 1 *g*. —

Technische Hochschule Breslau.

Lummer: Experimentalphysik: Magnetismus, Elektrizität, Optik, 5; Physikalisches Praktikum, 3. — **von dem Borne**: Die wissenschaftlichen Grundlagen der Luftschiffahrt: Theorie der Luftschiffahrt, 2. — **Hilpert**: Elektrotechnik I, 4, II; Elektromaschinenbau I, 2; Übungen im Elektromaschinenbau und Apparatebau, 4; Elektrotechnisches Laboratorium I, 4, II, 6, III, 8. — **Euler**: Elektrotechnische Meßkunde, 2; Elektrische Kraftanlagen, 2, Übungen, 4. —

Schenck: Physikalische Chemie I und II, 3; Anorganische Technologie I und II, 2; Physikalisch-chemisches Praktikum für Fortgeschrittenere, tägl.; Übungen in physikalischer Chemie und Elektrochemie, 4. — **Semmler**: Organische Technologie, 3; Großes organisch-chemisches Praktikum, tägl.; Kleines organisch-chemisches Praktikum, 10. — **Stock**: Allgemeine und anorganische Experimentalchemie, 5; Anorganisch-chemisches Praktikum, tägl. — **Nauß**: Technische Gasanalyse, 1. —

Carathéodory: Höhere Mathematik III, 2, Übungen, 2; Höhere Mathematik für Chemiker und Hüttenleute, 3, Übungen, 1; Ausgewählte Kapitel der Analysis, 2. — **Hessenberg**: Darstellende Geometrie I, 4, Übungen, 4; Ausgewählte Kapitel der Geometrie und ihrer Anwendungen, nach Verabredung. — **Steinitz**: Höhere Mathematik I, 5, Übungen, 3. —

Technische Hochschule Brünn.

Jaumann: Allgemeine und technische Physik, $3^1/_2$; Theoretische Physik, $1^1/_2$; Physikalisches Praktikum (mit Lohr), 3. — **Szarvassi**: Grundzüge der Physik, 3; Elektrische Schwingungen und drahtlose Telegraphie, 2. — **Zickler**: Allgemeine Elektrotechnik, 5; Elektrotechnisches Praktikum II, 8. — **Niethammer**: Bau elektrischer Maschinen II, 3; Projektierung elektrischer Anlagen, einschließlich elektrische Arbeitsübertragung, 2; Elektrotechnische Konstruktionsübungen I, 10, II, 2. — **Czepek**: Elemente der Elektrotechnik, 2; Spezielle Maschinen und Systeme für Wechselstrom, 2. — **Filepek**: Telegraphie und Telephonie, 2. —

N. N.: Anorganische Chemie, 6; Chemische Übungen I, 10, II, 20. — **Frenzel**: Analytische Chemie II: Spezielle analytische Methoden, 2; Elektrochemie I: Theoretischer Teil, 2; Elektrochemisches Praktikum, 3; Physikalische Chemie, 3. — **Hönig**: Agrikulturchemie, 3; Chemische Übungen III, 12; Chemie der Tier- und Pflanzenstoffe, 3; Enzyklopädie der technischen Chemie, 3. — **Knöpfer**: Konstitutionsbestimmungen organischer Verbindungen, 2. — **Donath**: Chemische Technologie anorganischer Stoffe I, 3; Chemische Technologie organischer Stoffe I, 3; Chemische Technologie III: Anleitung zu chemisch-technischen Untersuchungen, 2; Übungen im Laboratorium für chemische Technologie I, 20. — **Ulrich**: Chemische Technologie organischer Stoffe II, 3; Ausgewählte Kapitel aus der Chemie der aromatischen Verbindungen, 1; Übungen im Laboratorium für chemische Technologie II, insbesondere der Farb- und Faserstoffe, 12; Spezielle chemische Technologie der Farbstoffe, $1^1/_2$; Spezielle chemische Technologie der Faserstoffe, $1^1/_2$. — **Margosches**: Chemische Technologie der organischen Kolloide, 2; Chemische Technologie der Fette, Mineralöle und Asphalte, 1; Technische Untersuchungsmethoden auf dem Gebiete der Fett- und Mineralölindustrie, 1. —

Tietze: Mathematik Ia, 7, Korrepetitionen, 1. — **Waelsch**: Mathematik Ib, 3, Korrepetitionen, 1; Darstellende Geometrie und konstruktives Zeichnen, 5, Übungen, 8. — **N. N.**: Mathematik II 2, 3, Korrepetitionen, 1; Elemente der höheren Mathematik für Chemiker, 4, Korrepetitionen, 1. — **Benze**: Wahrscheinlichkeitsrechnung I (in elementarer Darstellung), 2, II, mit Anwendungen, 3; Mathematische Statistik, 2. — **Fanta**: Versicherungsmathematik II, Übungen, 1. — **Dell**: Technisches Zeichnen I, 6; Elemente der Bauformenlehre für Ingenieure, 2. — **Löschner**: Technisches Zeichnen II, 4; Situationszeichnen, 4; Niedere Geodäsie, 5; Vermessungsübungen, 2; Höhere Geodäsie, 3. — **Musil**: Technisches Zeichnen: Maschinenzeichnen, 6. —

Universität Czernowitz.

v. Geitler: Experimentalphysik I, 5; Physikalisches Praktikum für Anfänger I, a) für Physiker und Mathematiker, 6, b) für Chemiker und Naturhistoriker, 3; Physikalische Übungen für Fortgeschrittene, 3; Anleitung zu wissenschaftlichen Arbeiten, tägl. *g*; Besprechung physikalischer Fragen (mit Radaković und Conrad), 14tägig, 2 *g*; Ausgewählte Kapitel aus der Radioaktivität und Elektronik, 1 *g*. — **Radaković**: Optik, 5; Seminar für mathematische Physik, 2 *g*. — **Conrad**: Ausgewählte Kapitel aus der kosmischen Physik, 4; Atmosphärische Elektrizität, 1. —

Pomeranz: Allgemeine Chemie I, 5; Praktische Übungen für Anfänger und für Vorgeschrittene, tägl. außer Sonnabend; Elektrochemie, 1. —

Plemelj: Algebra, 3; Zahlentheorie, 3; Seminar für Mathematik, 2 *g*; Proseminar für Mathematik, 2 *g*. — **Hahn**: Unendliche Algorithmen, 3; Differential- und Integralrechnung, Ergänzungen, 3, Übungen, 2 *g*. — **Kruppa**:

Synthetische und analytische Geometrie des Kreises und der Kugel, 2 *g*. —

Technische Hochschule Danzig.

Zenneck: Experimentalphysik I: Mechanik, Wärme, Akustik, Optik, 5; Kleines physikalisches Praktikum, 8; Großes physikalisches Praktikum, tägl.; Elektrische Schwingungen und drahtlose Telegraphie, 1. — **Kalähne**: Einführung in das physikalische Praktikum: Optik, Magnetismus, Elektrizität, 1; Theoretische Ergänzungen zur Experimentalphysik, 2; Photographie und photographische Reproduktionsverfahren, 1, Übungen, 3; Arbeiten im photographischen Laboratorium, für Fortgeschrittene, 3. — **Roeßler**: Elektrotechnik II, 4; Elektrotechnisches Laboratorium II und III, 9; Projektierung elektrischer Anlagen, 2, Übungen, 4; Berechnung und Entwurf elektrischer Maschinen (mit Roth), 2; Übungen, 4. — **Grix**: Elektrische Hausinstallationen und Beleuchtungstechnik, 1; Elektrische Bahnen, 2, Übungen, 4; Schwachstromtechnik, 2. — **Roth**: Elektromaschinenbau, 1, Übungen, 4; Elektrotechnische Meßkunde, 2; Apparate und Schalttafelbau, 2, Übungen, 4. —

Ruff: Anorganische Experimentalchemie: Grundzüge der allgemeinen, experimentellen und theoretischen Chemie, 4; Praktikum im anorganisch-chemischen und elektro-chemischen Laboratorium, tägl. — **Wohl**: Organische Experimentalchemie I: Die Chemie der Fettreihe, 4; Chemisches Kolloquium, für Fortgeschrittenere, 2 *g*; Praktikum im organisch-chemischen Laboratorium und Laboratorium für landwirtschaftliche Gewerbe, tägl. — **Krüger**: Physikalische Chemie I, 3; Einführung in die mathematische Behandlung der Naturwissenschaften, mit Übungen, 3; Kleines physikalisch-chemisches Praktikum I, 4; Großes physikalisch-chemisches Praktikum, tägl. — **Plato**: Quantitative chemische Analyse, 2. — **Glimm**: Spezielle Technologie der Gärungsgewerbe, 2; Physiologische Chemie, 2; Chemie und Technologie der Nahrungs- und Genußmittel, 4; Praktikum für Untersuchung der Nahrungs- und Genußmittel und Gärungsphysiologisches Praktikum, tägl.; Kurse für Gärungsgewerbe, mehrere Wochen. — **Jellinek**: Neue, für die physikalische Chemie wichtige Probleme der Wärmelehre (Theorie der Wärmestrahlung, der Energiequanten, der spezifischen Wärmen des Nernstschen Wärmesatzes), 2. —

v. Mangoldt: Höhere Mathematik II, 4, Übungen, 1; Mathematisches Seminar (mit Sommer), 2 *g*. — **Lorenz**: Dynamik starrer Körper, 2, Übungen, 2; Festigkeitslehre und Hydraulik, 4, Übungen, 3. — **Schilling**: Darstellende Geometrie, 3, Übungen, 5; Malerische Perspektive und Photogrammetrie, 1 *g*. — **Sommer**: Höhere Mathematik I, 6. — **v. Brunn**: Theorie der Bahnbestimmung der Planeten und Kometen, 2; Elemente der Meteorologie, 1. — **Pröll**: Ausgewählte Kapitel aus der theoretischen Maschinenlehre, 2, Übungen, 1; Aerodynamik, 1. — **Eggert**: Geodäsie I, 2, II, 2; Planzeichnen, 2; Geodätisches Praktikum I und II, 2. —

Technische Hochschule Darmstadt.

Schering: Experimentalphysik: Mechanik der festen, flüssigen und gasförmigen Körper, Wärme, Geometrische Optik, Wellenlehre des Lichtes, Akustik, 5; Physikalisches Praktikum (mit Zeißig), 4 Nachmittage; Selbständige Arbeiten aus dem Gebiete der Physik (mit Zeißig), nach Verabredung; Mechanische Wärmetheorie, 2; Physikalisches Kolloquium (mit Zeißig), 1 *g*. — **Zeißig**: Experimentalphysik: Mechanik der festen, flüssigen und gasförmigen Körper, Wärme, Akustik, Optik, 4, Repetitorium, 1; Grundzüge der seismischen Beobachtung, 1 *g*; Physikalische Meß- und Instrumentenkunde, 1 *g*. — **Meisel**: Theorie der optischen Instrumente I, 2; Populäre Astronomie, 2. — **N.N.**: Photographische Übungen mit einleitenden Vorträgen, 2. — **Kittler**: Allgemeine Elektrotechnik II: Gleich- und Wechselstromtechnik, Theoretischer Teil, 3, Praktischer Teil, 2, Übungen (mit Petersen), 2; Übungen im elektrotechnischen Laboratorium (mit Wirtz und Sengel), 6 halbe Tage; Selbständige Arbeiten für vorgeschrittenere Studierende, nach Verabredung. — **Wirtz**: Allgemeine Elektrotechnik I: Elemente der Elektrotechnik, 3; Elektrotechnische Meßkunde II, 2; Elektrische Wellen, 2. — **Sengel**: Konstruktion elektrischer Maschinen und Apparate, 3, Übungen, 3; Elektrische Licht- und Kraftanlagen, 2, Übungen, 2; Elektrische Bahnen, 2. — **Petersen**: Übungen im Hochspannungslaboratorium, 2; Ausgewählte Kapitel aus dem Gebiete der Gleichstrom- und Wechselstromtechnik, 1; Grundzüge der Hochspannungstechnik, 1. — **Goldschmidt**: Referate aus elektrotechnischen Fachblättern, Kolloquium, 1 *g*. —

Wöhler: Anorganische Experimentalchemie, 4; Theoretische Chemie I, 2; Chemisches Praktikum (mit Heyl, Kolb und D'Ans), tägl. außer Sonnabend. — **Finger**: Organische Experimentalchemie, 4; Ausgewählte Kapitel aus der organischen Chemie der Alkaloide, 2; Praktikum im Laboratorium für organische Chemie, tägl. außer Sonnabend. — **Kolb**: Analytische Chemie II: Quantitative Analyse, einschließlich Maßanalyse, 2; Analytische Chemie der seltenen Elemente, 1; Kolloquium über organische Chemie, 1. — **Schwalbe**: Organische Experimentalchemie, einschließlich Zellulosechemie und Teerfarbenchemie, 4; Organisch-chemisches Praktikum, nach Verabredung; Papier-Färberei-Praktikum, nach Verabredung. — **Heyl**: Pharmazeutische Chemie: Organischer Teil, 2; Bakteriologie und Sterilisationstechnik, Übungen, nach Verabredung; Pharmakognosie, 2, Übungen, 2; Pharmazeutische Gesetzeskunde, 1. — **Dieffenbach**: Elektrochemie, 2; Chemische Technologie, 4; Chemisches, chemisch-technisches und elektrochemisches Praktikum (mit Neumann und Moldenhauer), tägl. außer Sonnabend. — **Neumann**: Gasanalytische Methoden, Übungen, 2; Eisenhüttenkunde, 1; Brennstoffe, Verbrennungsvorgänge, Heiz- und Kraftgase und deren Untersuchung, Feuerungskontrolle, 1, Übung, 1. — **Moldenhauer**: Die Theorie der elektrolytischen Dissoziation, 2; Elektrochemische Übungen, 4. — **Vaubel**: Theoretische Chemie I, 2, Übungen, 3; Stöchiometrische Berechnungen, 1; Die physikalischen und chemischen Methoden der quantitativen Bestimmung organischer Verbindungen, 2; Ausgewählte Kapitel aus der Technik organischer Verbindungen, 1. — **D'Ans**: Heterogene Gleichgewichte vom Standpunkte der Phasenlehre, 2; Einführung in die Kolloidchemie, 1. — **Weller**: Untersuchen von Nahrungsmitteln, Genußmitteln und Gebrauchsgegenständen, 1, Übungen, 8. —

Graefe: Trigonometrie, mit Übungen, 3; Höhere Mathematik, 3, Übungen, 2; Geschichte der Mathematik, 1. — **Horn**: Höhere Mathematik I, einschließlich Elemente der höheren Algebra, 6, Übungen, 4; Höhere Mathematik II, 2, Übungen, 1. — **Dingeldey**: Höhere Mathematik I, einschließlich Elemente der höheren Algebra, 6, Übungen, 4, II, 2, Übungen, 1; Ausgewählte Kapitel aus der Theorie der Attraktion, 2. — **Wiener**: Darstellende Geometrie I, 4, Übungen, 6; Grundlagen und Methoden der Elementargeometrie, 2; Arbeiten im mathematischen Institut (mit Gay), 3. — **Müller**: Darstellende Geometrie I, 4, Übungen, 6, II, 2. — **Hohenner**: Geodäsie, 4; Höhere Geodäsie, 2; Geodätische Übungen I, 2; Ausarbeitung der geodätischen Vermessungen A, 2; Wahrscheinlichkeits- und Ausgleichungsrechnung nach der Methode der kleinsten Quadrate, 2; Praktische Geometrie, 2. — **Gasser**: Aeronautik, 2; Katastertechnische Berechnungen, 1 *g*. — **Henneberg**: Technische Mechanik, 3, Übungen (mit Graefe), 2; Mechanik II, 6, Übungen, 3; Ausgewählte Kapitel der Dynamik, 1. — **Blaeß**: Ausgewählte Abschnitte aus der technischen Mechanik, 2; Rotationsarbeitsmaschinen, 1. —

Technische Hochschule Dresden.

Hallwachs: Experimentalphysik I, 5; Physikalisches Praktikum (mit Toepler) I, 6 oder 3, II, einschließlich Laboratoriumstechnik, für Fortgeschrittene, 9; Praktikum für größere physikalische Arbeiten (mit Toepler), 20; Physikalisches Kolloquium, Referate über neue Arbeiten

mit Helm und Toepler), 14tägig, 1 *g*. — **Toepler**: Theoretische Physik: Wärmelehre, 3. — **Dember**: Kontinuitätstheorie der Gase und Flüssigkeiten: Zustandsgleichung, 1. — **Görges**: Allgemeine Elektrotechnik II, 2; Theorie des Wechselstromes II, 2; Starkstromanlagen, 2, Übungen, 2; Elektrotechnische Übungen für Geübtere, 8; Elektrotechnisches Praktikum für Maschinen-, Elektro- und Betriebsingenieure, 4, für Chemiker, 4; Größere elektrotechnische Spezialarbeiten, 20. — **Kübler**: Elektromaschinenbau II, 2, IV, 2; Elektrotechnische Konstruktionsübungen für Elektroingenieure, 12, für Maschinen- und Betriebsingenieure, 4; Heizer- und Maschinistenkursus für Studierende, nach Verabredung. — **Barkhausen**: Elektrische Meßkunde, 2; Praktikum für Schwachstromtechnik, insbesondere drahtlose Telegraphie, 14tägig, 1. — **Möllering**: Telegraphie und Telephonie, 2. —

Hempel: Chemische Großindustrie, 2; Metallurgie, 2; Anorganisch-chemisches Praktikum: Qualitative Analyse, 12, Quantitative Analyse, technische Titriermethoden, Gasanalyse, tägl. außer Sonnabend. — **v. Meyer**: Organische Chemie, 5; Organisch-chemisches Praktikum (mit v. Walther), halb- und ganztägig, tägl. außer Sonnabend; Kolloquium, freie Vorträge über wichtige Probleme der Chemie (mit Bucherer und v. Walther), 1 *g*. — **Foerster**: Elektrochemie, ihre Theorie und technische Anwendung, 2; Physikalische (theoretische) Chemie II, 3; Praktikum für Elektrochemie, 8; Praktikum für größere Arbeiten auf dem Gebiete der Elektrochemie und physikalischen Chemie, tägl. außer Sonnabend. — **Luther**: Photographie, 2; Photographisches Praktikum, für Anfänger und Vorgeschrittene, 4 und 8; Selbständige Arbeiten im wissenschaftlich-photographischen Institut, ganz- und halbtägig; Physikalisch-chemisches Kolloquium (mit Foerster und Lottermoser), 1 *g*. — **Bucherer**: Chemie der Textilindustrie: Gewinnung der Spinnfasern und ihre Veredelung durch Bleicherei, Färberei, Zeugdruck und Appretur, 3; Chemie des Steinkohlenteers: Die Rohmaterialien und Zwischenprodukte für die Industrie der organischen Farbstoffe, 2; Einführung in die Praxis und Technik des Patentwesens, 1; Praktikum für Farbenchemie, 8; Praktikum für Farbenchemie bzw. für Färbereitechnik, tägl. außer Sonnabend; Praktikum für größere Arbeiten auf dem Gebiete der Farbenchemie bzw. Färbereitechnik, tägl. außer Sonnabend. — **Renk**: Nahrungsmittelchemie, 2; Wohnungshygiene, 1; Übungen im Untersuchen von Nahrungs- und Genußmitteln, tägl. außer Sonnabend; Praktikum für Nahrungsmittelchemiker, tägl. außer Sonnabend; Hygienisches Praktikum: Wohnungshygiene, Arbeiterhygiene, tägl. außer Sonnabend. — **Lottermoser**: Ausgewählte Kapitel aus der angewandten physikalischen Chemie: Dissoziationstheorie, Theorie der Kolloide, 1. — **v. Walther**: Wichtige Einzelkapitel der organischen Chemie: Purine, Alkaloide, Terpene usw., 2. — **Dietz**: Chemische Technologie der Tonwaren, 1. — **König**: Chemie der Diazo- und Azoverbindungen, 1. — **Thiele**: Brennmaterialien, Theorie der Feuerungen, 1. —

Helm: Höhere Mathematik IV, 3, Seminaristische Übungen, für Mathematiker (mit Naetsch), 1; Potentialtheorie, 2; Ausgewählte Kapitel aus der mathematischen Physik, 2; Polarisation und Interferenz des Lichtes, 1. — **Krause**: Höhere Mathematik II, 4, Übungen (mit Naetsch), 2: Höhere Mathematik, für die Hochbau- und Chemische Abteilung, 2; Theorie der analytischen Funktionen einer komplexen Größe, 4; Mathematisches Seminar, 1 *g*. — **Ludwig**: Darstellende Geometrie II, 3, Übungen (mit Naetsch, 4; Darstellende Geometrie II: Perspektive, 1; Theorie der Raumkurven und Flächen, 4; Seminaristische Übungen über höhere Geometrie, 1 *g*. — **Naetsch**: Analytische Geometrie der Flächen 2. Grades, 3; Elementare Algebra und Analysis, 2. — **Heger**: Ebene Kurven dritter Ordnung, 1. — **Pattenhausen**: Geodäsie I, 2, Übungen, 2, II, 3, Übungen, 2; Höhere Geodäsie II, 2, Übungen, 2; Geodätische Ausarbeitungen für Bauingenieure, 2; Graphische Ausarbeitungen für Vermessungsingenieure, 2; Geodätische Rechenübungen, 2; Skizzieren geodätischer Instrumente, 2; Katastervermessung I, Übungen, 2; Planzeichnen I, Übungen, 2. —

Universität Erlangen.

Wiedemann: Experimentalphysik: Mechanik, Elektrizität, 5; Physikalisches Praktikum für Anfänger, 2; Physikalisches Halbpraktikum, 20; Physikalisches Vollpraktikum, tägl. außer Sonnabend; Physikalisches Kolloquium (mit Reiger), *g*. — **Reiger**: Theoretische Physik I: Mechanik, Elektrizität, Hydrodynamik, Akustik, 4, Übungen, 1 *g*. —

O. Fischer: Anorganische Experimentalchemie, 5; Praktische Übungen im Chemischen Laboratorium (mit Busch): a) Analytisch-chemische Übungen, 20, b) Vollpraktikum, 40; Praktikum für Mediziner (mit Gutbier), 4. — **Paal**: Pharmazeutische Chemie: Organischer Teil, 3; Die Grundlagen der Nahrungsmittelchemie, 2; Chemisches Praktikum: a) Vollpraktikum, tägl., b) Halbpraktikum, 24 bezw. 20; Pharmazeutisch-chemisches Praktikum I, 16, II, 20; Physiologisch-chemisches Praktikum: Harnanalyse etc., 3; Nahrungsmittelchemisches Praktikum: a) Vollpraktikum, tägl., b) Halbpraktikum, 24 bezw. 20. — **Busch**: Qualitative und quantitative chemische Analyse I: Metalle, 2; Kolloquium über neuere chemische Literatur (mit Gutbier und Jordis), 1 *g*. — **Henrich**: Geschichte der Chemie I (bis Lavoisier), 1; Theoretische Ansichten in der organischen Chemie, 1; Darstellung organischer Präparate auf elektrochemischem Wege, 2. — **Gutbier**: Chemisches Seminar, 2; Gasanalyse mit Übungen, 2. — **Jordis**: Chemie der Kolloide, zugleich spezielle anorganische Chemie, 2; Patentwesen, 1; Physikalische Chemie III, 1; Chemisches Seminar, 3; Physikalisch-chemische und elektrochemische Praktika, für Anfänger, 4, für Fortgeschrittene, 20 und 40, ganztägig. —

Gordan: Zahlentheorie, 4. — **Noether**: Analytische Geometrie der Ebene, 4, Übungen, *g*; Theorie der Abelschen Funktionen, 4; Mathematisch-Physikalisches Seminar: Vorträge über spezielle Kapitel, *g*. — **E. Fischer**: Differential- und Integralrechnung I, 4, Übungen, *g*; Algebra, 4; Seminar: Vorträge über spezielle Kapitel, *g*. — **Baldus**: Darstellende Geometrie, 4 *g*; Elementare Versicherungsmathematik, 1; Wahrscheinlichkeitsrechnung, 2, Übungen, 1. —

Universität Freiburg i. Br.

Himstedt: Experimentalphysik: Mechanik, Akustik, Wärmelehre, 5; Übungen aus der theoretischen Physik, 1 *g*; Physikalisches Kolloquium, 2 *g*; Physikalisches Praktikum (mit Reinganum), für Mediziner und Pharmazeuten, 1 Nachmittag, für Studierende der Naturwissenschaften, 2 Nachmittage; Übungen im Experimentieren und in der Vorführung von Demonstrationsversuchen (mit Gaede), 3 *g*; Anleitung zu selbständigen Arbeiten, tägl. — **Koenigsberger**: Theoretische Physik, elektrische und akustische Schwingungen, Energieleitung, mit Übungen, 4; Elektronen- und Ionentheorie der festen Körper, 1; Anleitung zu selbständigen theoretischen Arbeiten und deren experimentelle Prüfung, tägl.; Besprechung von Themata zu selbständigen Arbeiten, 1 *g*. — **Reinganum**: Physik der Luftschiffahrt, 1; Molekularkräfte und Zustandsgleichung der Gase und Flüssigkeiten (physikalisches Seminar), 1 *g*. — **Gaede**: Elektrotechnik II: Wechsel- und Drehstrom, 1. — **Meyer**: Elektrochemie mit Demonstrationen, 2; Photographie mit praktischen Übungen und Demonstrationen, 2; Mechanische Wärmetheorie, 2; Physikalisch-chemisches Übungspraktikum, 1 Vormittag; Selbständige physikalisch-chemische Untersuchungen, nach Verabredung. —

Gattermann: Anorganische Experimentalchemie, 5; Chemisches Praktikum (mit Willgerodt, Fromm, Meigen, Riesenfeld), tägl. außer Sonnabend, für Nichtchemiker, halbtägig; Übungen im Experimentieren und Vortragen für künftige Lehrer der Chemie II (organisch), 2 *g*; Chemisches Kolloquium, 1 *g*. — **Willgerodt**: Organische Experimentalchemie, 5; Anorganische Technologie, 2. — **Edinger**: Einführung in die organischen Arbeitsmethoden, 2. — **Fromm**: Chemie der Teerfarbstoffe, 2, Repetitorium der anorganischen Chemie für Mediziner, 2;

Repetition, 1; Seminar für organische Chemie, 1. — **Meigen**: Quantitative Analyse, 2; Übungen im Bestimmen von Mineralien auf chemischem Wege, 2. — **Riesenfeld**: Qualitative Analyse, einschließlich Spektral- und Mikroanalyse, 3, Übungen, 2; Elektrochemische Übungen: Elektropräparate, Elektroanalyse, 2. —

Stickelberger: Funktionentheorie, 4, Übungen, 1; Höhere ebene Kurven, 3. — **Heffter**: Analytische Geometrie des Raumes, 4, Übungen, 1 *g*; Analytische Mechanik der zusammenhängenden Massen, 3, Übungen, 14tägig, 2 *g*. — **Bolza**: Einführung in die Theorie der Integralgleichungen, 2; Seminar über Variationsrechnung, 2 *g*. — **Loewy**: Differentialrechnung, 4, Übungen, 1 *g*; Theorie der algebraischen Gleichungen II, 3; Besprechung algebraischer Fragen, 1 *g*. — **Seith**: Projektive Geometrie, 2. —

Universität Gießen.

König: Experimentalphysik II: Elektrizität, Optik, 5; Physikalisches Praktikum für Mathematiker und Naturforscher, 6, für Chemiker, Mediziner, Pharmazeuten und Landwirte, 3; Leitung selbständiger physikalischer Arbeiten, tägl.; Physikalisches Kolloquium (mit Fromme), 2. — **Fromme**: Geometrische und physikalische Optik, 3; Übungen zur theoretischen Physik, 1; Meteorologie, $1^1/_2$. — **Schmidt**: Kinetische Gastheorie, 2; Arbeiten für Vorgeschrittene aus dem Gebiete der Elektronenlehre, ganz- und halbtägig. — **Noack**: Physikalisches Praktikum für Handfertigkeit mit Experimentierübungen, 3, 6 oder 9. — **Uller**: Einführung in die Feldtheorie des Elektromagnetismus, 1. — **Cermak**: Wissenschaftliche Grundlagen der Musik: Experimentelle Akustik, 1. —

Naumann: Anorganische Experimentalchemie, $5^1/_4$; Physikalische Chemie: Thermochemisches und Thermodynamisches, mit Anwendungen auf technische Chemie und Übungen in Berechnungen, $1^3/_4$; Praktische Übungen und Untersuchungen im chemischen Laboratorium (pharmazeutisch- und nahrungsmittel-chemische mit Feist), tägl.; Chemische Übungen für Mediziner, tägl. — **Möser**: Analytische Chemie II: Quantitative Analyse, 2. — **Feist**: Pharmazeutisch-chemische Präparate, organischer Teil, 2; Untersuchung von Trinkwasser und Harn, 2. — **v. Liebig**: Chemie der Pflanzenstoffe: Alkaloide, 1; Grenzfragen der Chemie, 1 *g*. — **Beschke**: Organisch-chemische Arbeitsmethoden, 2. — **Elbs**: Chemisches Praktikum, tägl., für Landwirte, halbtägig; Elektrochemisches Praktikum, tägl.; Chemische Übungen für Mediziner (mit Brand), 5; Chemisches Kolloquium, $1^1/_2$; Organische Experimentalchemie, $4^1/_2$, Ergänzungsvorlesung, 1 *g*. — **Brand**: Experimentelle Elektrochemie, Allgemeiner Teil, 2; Farbstoffe der Indol- und Anthrazenreihe, 1. — **Thomae**: Kolloidchemie und Ultramikroskopie, $^3/_4$, Übungen, 1; Anleitung zu selbständigen chemischen und ultramikroskopischen Arbeiten, nach Vereinbarung. —

Netto: Höhere Algebra, 3; Analytische Geometrie des Raumes, 3; Übungen des mathematischen Seminars (mit Schlesinger und Graßmann), 2. — **Schlesinger**: Differential- und Integralrechnung mit Übungen, 5; Einführung in die Theorie des logarithmischen Potentials, 4. — **Graßmann**: Analytische Mechanik II, 4; Festigkeitslehre, 3. —

Universität Göttingen.

Riecke: Experimentalphysik II: Magnetismus, Elektrizität und Wärme, 3; Praktische Übungen im physikalischen Institute (mit Voigt, Simon, Bestelmeyer, Madelung, Rümelin, Försterling und Busch), 4; Wissenschaftliche Arbeiten Vorgeschrittener (mit Voigt), tägl. außer Sonnabend; im Seminar: Ausgewählte Probleme der kinetischen Gastheorie, 1 *g*. — **Voigt**: Partielle Differentialgleichungen der Physik, 4; Geometrische Optik, 2. — **Wiechert**: Vermessungswesen, theoretischer Teil: Geodäsie nebst Rechnungsmethoden, Schwerkraft, Markscheidekunst, Nautik, 4; Geophysikalisches Praktikum, nach Verabredung; im Seminar: Vorträge der Mitglieder über Fragen der Geonomie: Geodäsie und Geophysik, 1; Theorie der Elektrizität und des Magnetismus, 4. — **Prandtl**: Statik der Bauwerke: Analytische und graphische Statik, 3; Kolloquium über Fragen der Luftschiffahrt und Flugtechnik, 1 *g*; Mechanikpraktikum I für Anfänger (mit v. Kármán und Kumbruch), 3, II für Fortgeschrittene, 3; Anleitung zu selbständigen Arbeiten auf dem Gebiete der Mechanik und Wärmelehre, tägl. außer Sonnabend; im Seminar: Vorträge der Mitglieder über Fragen der angewandten Elektrizitätslehre (mit Runge und Simon), 2. — **Simon**: Einführung in die Elektrotechnik, mit Demonstrationen, 2; Angewandte Elektrizitätslehre, 4; Elektrotechnisches Praktikum (mit Busch) I, 3, II für Fortgeschrittene, 3; Anleitung zu selbständigen Untersuchungen auf dem Gebiete der angewandten Elektrizität, tägl. — **Born**: Einführung in die mathematische Behandlung der Naturwissenschaften, 3; Kapillarität, mit Übungen, 2. — **Nachtweh**: Einführung in Technologie und Technik, $1^1/_2$; Landwirtschaftliche Maschinen- und Gerätekunde, 2. — **Winkler**: Übungen in physikalisch-technischer Handfertigkeit, 4. —

Wallach: Allgemeine Chemie I: Anorganische Experimentalchemie, 6; Chemische Übungen und wissenschaftliche Arbeiten (mit Kötz, Borsche, Sielisch, Wilke-Dörfurt), Voll- und Halbpraktikum, tägl. außer Sonnabend; Chemisches Kolloquium für Fortgeschrittene, 1 *g*. — **Tammann**: Physikalische Chemie, 3; Thermodynamik der Einstoffsysteme, 1 *g*; Physikalisch-chemisches Praktikum für Anfänger, 4 Wochen; Physikalisch-chemische Arbeiten, ganz- und halbtägig; Kolloquium, 1 *g*. — **Fischer**: Geschichte der chemischen Technologie, nach Verabredung, Übungen, nach Verabredung, *g*. — **Zsigmondy**: Anorganische Kolloide, 1 *g*; Ausgewählte Kapitel aus der anorganischen Chemie, 1; Praktikum der anorganischen Chemie und der Kolloidchemie, ganz- und halbtägig. — **Kötz**: Neuere Theorien in der organischen Chemie, 1; Die Fortschritte in den wichtigsten Klassen organischer Verbindungen, 1; Repetitorium der Chemie, 1; im Seminar: Vorträge der Mitglieder über Fragen der allgemeinen Chemie, 1 *g*. — **Coehn**: Anwendungen der physikalischen Chemie auf technische Prozesse, 1; Photographisches Praktikum a) für Anfänger, b) für Fortgeschrittene, 3; Photochemische Arbeiten, ganz- und halbtägig. — **Borsche**: Chemie der heterozyklischen Verbindungen, 2; Organisch-chemisches Repetitorium für Fortgeschrittene, 1. — **Sielisch**: Chemie der neueren Arzneimittel, 1. — **Wilke-Dörfurt**: Analytische Chemie, 2. —

Klein: Einführung in die Differential- und Integralrechnung II, 4; im Seminar: Literatur der Differential- und Integralrechnung, 2. — **Hilbert**: Logische Grundlagen der Mathematik, 1; Mechanik der Kontinua, 4; im Seminar: Vorträge der Mitglieder über die logischen Grundlagen der Mathematik (mit Toeplitz und Haar), 2. — **Runge**: Mechanik, mit Übungen, 6. — **Landau**: Analytische Zahlentheorie, 4; im Seminar: Mathematische Übungen für höhere Semester, 2. — **Hartmann**: Spektralanalyse der Gestirne, 1; Astrophysikalisches Praktikum, 2; Leitung astronomischer und astrophysikalischer Arbeiten für Fortgeschrittene, 12 *g*. — **Ambronn**: Berechnung der Bahnen von Kometen und Planeten, 2; Über Parallaxe und Aberration, 1; Besprechung neuerer astronomischer Literatur, 14 tägig, 2—3 *g*; Astronomische Übungen für Anfänger und für Lehramtskandidaten, 4—5; Leitung selbständiger astronomischer Arbeiten für Fortgeschrittene, tägl. — **Bernstein**: Versicherungsrechnung, 2; Mathematische Statistik und Versicherungsmathematik, 3; im Seminar: Vorträge der Mitglieder über ausgewählte Fragen der Wahrscheinlichkeitsrechnung und Versicherungsmathematik, 2. — **Lehmann**: Übungen für die Mitglieder des Seminars für Versicherungswissenschaft (mit Lexis), 2 *g*. — **Toeplitz**: Einführung in die Funktionentheorie, 4, Übungen, 2. — **Haar**: Krumme Linien und Flächen, 4. — **Weyl**: Determinanten, mit Anwendungen auf die analytische Geometrie des Raumes, 2; Höhere Funktionentheorie, 4; Übungen zur Differential- und Integralrechnung, 2. — **v. Kármán**: Übungen zur graphischen Statik, 2; Thermodynamik mit Anwendungen des thermodynamischen Potentials, 3. —

Universität Graz.

Benndorf: Experimentalphysik I, 4, Mathematische Ergänzungen, 2; Physikalische Übungen I, für Chemiker und Naturhistoriker, 6 *g*, II, für Mathematiker und Physiker, 6 *g*; Anleitung zu wissenschaftlichen Arbeiten für Vorgeschrittene, tägl. außer Sonnabend, *g*; Physikalisches Konversatorium, 14 tägig, 2 *g*. — **Waßmuth**: Thermodynamik und kinetische Gastheorie, 4; Wärmeleitung, 1; Übungen im Seminar für mathematische Physik, 3 *g*. — **Streintz**: Spektroskopie, mit Versuchen, 2. — **Ficker v. Feldhaus**: Allgemeine Meteorologie I, 3; Luft- und Meeresströmungen, 1; Konversatorium, 1. —

Scholl: Allgemeine und anorganische Experimentalchemie, 5; Chemische Übungen für Anfänger, tägl. außer Sonnabend, für Lehramtskandidaten, halbtägig, tägl., für Mediziner, 4, für Vorgeschrittene, tägl.; Stereochemie, 1 *g*. — **N. N.**: Pharmazeutische Chemie, 4; Chemie der Methanderivate II: Polykarbonsäuren und Zuckerarten, 1. — **Kremann**: Die Anwendung physikalisch-chemischer Theorien auf technische Probleme, 2; Analytische Chemie, 1; Physikochemisches Praktikum, 8; Anleitung zu wissenschaftlichen Untersuchungen aus dem Gebiete der physikalischen Chemie für Vorgeschrittene, tägl. — **Hemmelmayr v. Augustenfeld**: Ausgewählte Kapitel aus der chemischen Technologie: Gärungsindustrien, Sprengstoffe, Papierfabrikation, Gerberei, mit Besichtigung von Fabriksanlagen, 2. —

Dantscher v. Kollesberg: Analytische und projektivische Geometrie der Ebene, 5; Mathematisches Seminar I, 2 *g*. — **Daublebsky v. Sterneck**: Algebra, 4; Zahlentheoretische Hilfssätze zur Algebra, 1; Mathematisches Seminar, 2 *g*. — **Streißler**: Darstellende Geometrie I, 3. — **Hillebrand**: Theorie der Rotation der Himmelskörper, 3; Wahrscheinlichkeits- und Ausgleichsrechnung, 2. —

Technische Hochschule Graz.

v. Ettingshausen: Physik, 5; Elektrotechnik, 3, Übungen, 8. — **Streintz**: Physik, 5; Spektroskopie mit Versuchen, 2. — **Fuhrmann**: Einführung in die Ausübung der Photographie, 1. —

Emich: Anorganische Chemie, 7; Anleitung zu wissenschaftlichen Arbeiten im chemischen Laboratorium, für Vorgeschrittene; Anleitung zur mikrochemischen Analyse, für Vorgeschrittene. — **Andreasch**: Qualitative chemische Analyse I, 2, Laboratoriumsunterricht und Übungen I, 14; Chemische Technologie der organischen Stoffe, 4; Laboratoriumsunterricht und Übungen in der Darstellung organisch-chemischer Präparate, 20; Anleitung zu wissenschaftlichen Arbeiten aus dem Gebiete der organischen Chemie und der chemischen Technologie organischer Stoffe, für Vorgeschrittene. — **B. Reinitzer**: Quantitative chemische Analyse, 1, Seminar, 2, Laboratoriumsunterricht und Übungen, 20; Chemische Technologie der anorganischen Stoffe, 4; Laboratoriumsunterricht und Übungen in der anorganisch-technisch-chemischen Analyse, 20; Anleitung zu wissenschaftlichen Arbeiten aus dem Gebiete der anorganischen Chemie und der chemischen Technologie anorganischer Stoffe, für Vorgeschrittene. — **v. Cordier**: Ausgewählte Kapitel aus der Stereochemie, 1; Geschichte der Chemie in der neuesten Zeit, 1. — **v. Hemmelmayr**: Enzyklopädie der technischen Chemie, 2. —

Hočevar: Mathematik I, 6, Übungen, 2. — **Stelzel**: Elemente der höheren Mathematik, 4. — **Peithner v. Lichtenfels**: Mathematik II, 5, Übungen, 2. — **Schüßler**: Darstellende Geometrie, 5, Übungen, 6, Seminarübungen: Unterseminar, 2, Oberseminar für Vorgeschrittene, 2; Projektive Geometrie I, 3; Lösung planimetrischer Aufgaben durch räumliche Betrachtung, 2. — **Wittenbauer**: Allgemeine Mechanik I, 4, Übungen, 3 und 2; Technische Mechanik I, 4. — **Pöschl**: Konversatorium über Mechanik, 2; Physikalische und technische Grundlagen der Luftschifffahrt, 2. — **Klingatsch**: Niedere Geodäsie, 4; Elemente der niederen Geodäsie, 4; Geodätische Zimmerübungen, 1½ und 2; Höhere Geodäsie, 4; Geodätisches Seminar, 6; Situations- und Terraindarstellung, 4 und 2. —

Universität Greifswald.

Mie: Hydrodynamik, 4, Übungen, 1 *g*; Physikalische Übungen, 6; Leitung selbständiger physikalischer Untersuchungen, tägl.; Physikalische Experimentierübungen I: Handfertigkeitsübungen (mit Herweg), 2; Besprechungen neuerer physikalischer Arbeiten (mit Starke), 2 *g*. — **Starke**: Experimentalphysik II: Elektrizität und Magnetismus, Optik, 4, Mathematische Ergänzungen, 1 *g*; Physikalisches Praktikum für Mediziner und Pharmazeuten, 2. — **Schreber**: Physikalische Experimentierübungen II: Übungen im Zusammensetzen und Demonstrieren physikalischer Apparate, 2; Thermodynamik der umkehrbaren Kreisprozesse, 2; Luftschiffe und Flugzeuge, 1 *g*. — **Herweg**: Die modernen Meßinstrumente (Genauigkeit, Anwendung), mit Demonstrationen, 1. —

Auwers: Organische Experimentalchemie, 5; Chemisches Praktikum, tägl. außer Sonnabend, für Pharmazeuten und Nahrungsmittelchemiker (mit Scholtz); Ausgewählte Kapitel der anorganischen Chemie, 7 *g*. — **Scholtz**: Pharmazeutische Chemie, anorganischer Teil, 3; Ausmittelung der Gifte, 1; Pharmazeutisches Kolloquium, 1 *g*. — **Roth**: Physikalische Chemie, mit Ausschluß der Elektrochemie und Radioaktivität, mit Experimenten, 2; Mathematische Behandlung einfacher physikalisch-chemischer Probleme, 1 *g*; Physikalisch-chemische Übungen, 3½—7½. — **Posner**: Chemie der heterozyklischen Verbindungen, 2; Kolloquium über neuere Arbeiten auf dem Gebiete der organischen Chemie, 1 *g*. — **Strecker**: Qualitative Analyse, 2; Spezielle anorganische Chemie I: Metalloide, 2; Chemisches Kolloquium für Mediziner, 2. — **Eisenlohr**: Teerfarbstoffe, Spektrochemie, 1. —

Engel: Theorie der Transformationsgruppen (Fortsetzung), 4, Übungen, 1½ *g*; Differential- und Integralrechnung I, 4; Analytische Geometrie des Raumes, 2 *g*. — **Vahlen**: Funktionentheorie, 4, Übungen, 2 *g*; Kinematik und Mechanismen, 1 *g*. — **Blaschke**: Analytische Mechanik II, 4, Übungen, 1½ *g*; Darstellende Geometrie mit Übungen, 4. —

Universität Halle.

Dorn: Experimentalphysik I: Mechanik, Akustik, Wärmelehre, 4; Physikalisches Laboratorium: a) Übungspraktikum, 6, b) Halbpraktikum, 3, c) Arbeiten von Geübten, tägl.; Linsentheorie, Interferenz- und Beugungserscheinungen, 2 *g*. — **Schmidt**: Einleitung in die theoretische Physik, 4; Anleitung zum selbständigen Arbeiten, tägl.; Physikalisches Kolloquium, 14 tägig, 2 *g*. — **Thiem**: Kursus der praktischen Photographie, 2. —

Vorländer: Allgemeine Experimentalchemie I: Anorganische Chemie, 5; Praktische Übungen im chemischen Laboratorium, tägl. außer Sonnabend; Chemisches Praktikum für Mediziner (mit Schulze), 4; Spezielle Kapitel der anorganischen Chemie, 1 *g*. — **Schneidewind**: Agrikulturchemie I: Die Ernährung der landwirtschaftlichen Kulturpflanzen, Bodenkunde und Düngerlehre, 4; Technologie der Kohlehydrate: Spiritusfabrikation, 1, Zuckerfabrikation, 1 *g*; Demonstrationen und Exkursionen, *g*. — **Schulze**: Darstellung und Prüfung der Arzneimittel II, 2; Chemisches Praktikum für Pharmazeuten, tägl. außer Sonnabend; Übungen im Sterilisieren für Pharmazeuten, *g*; Die wichtigsten Alkaloide, 1 *g*. — **Baumert**: Gerichtliche Chemie, 2; Praktische Übungen im Laboratorium für Nahrungsmittelchemie, tägl. außer Sonnabend; Ausgewählte Kapitel aus der Nahrungsmittelchemie: Milch- und Molkereiprodukte, Speisefette und Öle, sowie Kunstspeisefette, 1 *g*. — **Erdmann**: Chemische Technologie I: Wärmeerzeugung, Kälteerzeugung, chemische Großindustrie, 2; Praktische Übungen im Laboratorium für angewandte Chemie, tägl. außer Sonnabend; Praktischer Kursus in Gasanalyse, Heizwertbestimmungen und technischer Analyse, 4. — **Tubandt**: Physikalische Chemie I, 2; Physikalisch-chemisches und elektrochemisches Praktikum, tägl. außer Sonnabend; Kleines Praktikum, 6. —

Cantor: Differential- und Integralrechnung I, 5; Übungen des mathematischen Seminars, 14tägig, 2 *g*. — **Wangerin**: Integralrechnung, mit Übungen, 4; Anwendung der elliptischen Funktionen, 2; Sphärische Trigonometrie und mathematische Geographie, 2; Übungen des mathematischen Seminars, 14tägig, 2 *g*. — **Gutzmer**: Gewöhnliche Differentialgleichungen, 4; Analytische Mechanik, 4; Übungen des mathematischen Seminars, 14tägig, 2 *g*. — **Eberhard**: Analytische Geometrie des Raumes, 4; Mathematisches Kolloquium, 1 *g*. — **Buchholz**: Theorie der speziellen Störungen, 2; Wahrscheinlichkeitsrechnung und Theorie der Ausgleichung der Beobachtungsfehler: Methode der kleinsten Quadrate, 1. —

Technische Hochschule Hannover.

Precht: Experimentalphysik, 4; Arbeiten im Laboratorium der Physik, 4. — **Leithäuser**: Grundzüge der Physik, 3; Praktische Physik, 2. — **Kohlrausch**: Grundzüge der Elektrotechnik, 3; Theoretische Elektrotechnik, 4; Elektrotechnisches Laboratorium I, 8, II, nach Verabredung, III, für Maschineningenieure, 8; Elektrotechnisches Kolloquium, 14tägig, 2 *g*. — **Heim**: Elektrische Anlagen I, 3, Übungen, 2; Entwerfen von elektrischen Maschinen und Transformatoren, 2, Übungen, 2; Telegraphie und Telephonie, 2; Elektrische Bahnen II, 1; Elektrische Kraftübertragung, 2. — **Beckmann**: Praktische Elektrotechnik für Anfänger, 1; Elektrotechnische Meßkunde I, 2; Die Wickelungen der elektrischen Maschinen, 1 *g*. — **Brückmann**: Turbogeneratoren, 1; Elektrotechnisches Seminar, 1. —

Seubert: Anorganische Chemie, 4; Arbeiten im Laboratorium der anorganischen Chemie, tägl. außer Sonnabend. — **Eschweiler**: Analytische Chemie, 3. — **Behrend**: Organische Chemie, 4; Arbeiten im Laboratorium der organischen Chemie, tägl. außer Sonnabend. — **Decker**: Einführung in die Geschichte der Chemie, 1; Organisch-chemische Arbeitsmethoden, 1. — **Jänecke**: Über Dreistoffsysteme mit besonderer Berücksichtigung der Legierungen, 1. — **Ost**: Grundzüge der chemischen Technologie, 2; Allgemeine chemische Technologie, 4, Übungen, 2; Arbeiten im Laboratorium der technischen Chemie, tägl. außer Sonnabend. — **Bodenstein**: Physikalische Chemie, 3; Elektrochemische Übungen, 4; Arbeiten im elektrochemischen Institut, tägl. außer Sonnabend; Übungen in der Elektroanalyse, 7. — **Laves**: Grundzüge der Nahrungsmittelchemie, 2. —

Kiepert: Höhere Mathematik I, 6, Übungen, 2, III, 2; Ausgewählte Kapitel der Mathematik: Variationsrechnung, 2. — **Müller**: Höhere Mathematik II A, 6, Übungen, 2; Anwendung der höheren Mathematik a) Vektoranalysis, 1, b) Mathematische Behandlung ausgewählter Probleme der Technik, 1. — **Wieghardt**: Grundzüge der höheren Mathematik, 3, Übungen, 1; Ausgewählte Kapitel der Elastizitätslehre, 1; Die Differentialgleichungen der technischen Mechanik, 1. — **Rodenberg**: Darstellende Geometrie, 3, Übungen, 6; Darstellende Geometrie II, 3, Übungen, 6. — **Petzold**: Algebraische Analysis und Trigonometrie, 3. — **Oertel**: Geodäsie I, 4, Übungen, 2, II, 2, Übungen, 2; Höhere Geodäsie, 2. —

Universität Heidelberg.

Lenard: Experimentalphysik: Mechanik, Akustik, Wärmelehre, 4; Physikalisches Praktikum (mit Becker), 6; Wissenschaftliche Arbeiten Fortgeschrittener im physikalischen und radiologischen Institut, tägl. außer Sonnabend; Physikalisches Seminar und Kolloquium, 1 *g*. — **Pockels**: Wärmetheorie, 3, Übungen, 1 *g*; Geophysik, 1; Mathematisch-physikalisches Kolloquium (mit Hertz), 1 *g*. — **Becker**: Radiologie: Kathodenstrahlen mit Demonstrationen, 2. — **Müller**: Die atmosphärische Luft und ihre Bestandteile, 1. — **Hertz**: Kinetische Gastheorie, 2. — **Driesch**: Philosophie der organischen Natur, 2; Naturphilosophisches Kolloquium, 14tägig, 2 *g*. — **Ramsauer**: Dispersion und Metalloptik, 1. — **F. Schmidt**: Photographisches Praktikum für Anfänger und Vorgeschrittene, 2. —

Curtius: Experimentalchemie II: Metalle und organische Verbindungen, 6; Praktische Übungen und Anleitung zu selbständigen wissenschaftlichen Untersuchungen, tägl. außer Sonnabend; Chemisches Praktikum für Mediziner, 20. — **Jannasch**: Gewichtsanalyse, 2; Chemische Untersuchung der Nahrungs- und Genußmittel, 1; Gasanalytisches Praktikum (mit Franzen), 4; Analytisches Praktikum zur Untersuchung der Nahrungs- und Genußmittel, 5. — **Knoevenagel**: Chemie der Benzolderivate, 3; Chemie und Technologie der Teerfarbstoffe, 2; Praktische Anwendung organischer Farbstoffe in der Färberei und Druckerei der Textilfasern, nach Verabredung. — **Trautz**: Physikalische Chemie I, 3, Theoretische Übungen, 1; Praktische Einführung in die physikalische Chemie und Elektrochemie, 4—6 Wochen. — **Krafft**: Anorganische Chemie, 4; Praktisch-chemische Übungen und Arbeiten im Laboratorium, tägl. außer Sonnabend; Chemisches Praktikum für Anfänger, 5 Tage; Chemische Ferienkurse, 4 Wochen. — **Dittrich**: Chemie der seltenen Elemente, 1; Chemische Experimentierübungen für künftige Lehrer, 2; Chemisches Praktikum für Anfänger und Nichtchemiker, sowie für Vorgeschrittenere, tägl. außer Sonnabend; Chemisches Praktikum in analytischer und organischer Chemie, 4 Wochen. — **Stollé**: Pharmazeutische Chemie II (organisch), 3; Qualitative Analyse, 2; Synthetische Methoden der organischen Chemie, 2. — **Mohr**: Tautomerie und Desmotropie, 1. — **Darapsky**: Geschichte der Chemie, 2. — **Franzen**: Gasanalyse und Gasvolumetrie, 1; Biochemie der Mikroorganismen: Gärungschemie, 1; Die Haupttatsachen der Biochemie, für künftige Lehrer, 1; Praktische Einführung in die Bakteriologie und Gärungschemie, nach Verabredung. — **Ebler**: Spektralanalyse, 1. — **Muckermann**: Analytische Methoden offizineller Arzneimittel, 2; Wasser- und Harnanalyse, 1. —

Koenigsberger: Analytische Mechanik, 4; Theorie der Differentialgleichungen, 2; Übungen im mathematischen Unter- und Oberseminar, 2. — **Wolf**: Elemente der Astronomie (und astronomischen Geographie), 3 *g*. — **Cantor**: Differential- und Integralrechnung, 4, Übungen, 1 *g*; Elementare Arithmetik, Zahlentheorie und Algebra, 2. — **Koehler**: Analytische Geometrie des Raumes, 4. — **Boehm**: Einleitung in die höhere Mathematik: Infinitesimalrechnung und mathematische Behandlung der Naturwissenschaft, 4; Elliptische Funktionen und verwandte Gebiete der Funktionentheorie, 3. — **Bopp**: Nichteuklidische Geometrie, 2. — **Kopff**: Sphärische Astronomie II, 1. —

Universität Innsbruck.

v. Schweidler: Experimentalphysik I, 5; Physikalisches Praktikum, 6; Praktische Übungen für Mediziner, 2 *g*; Wissenschaftliche Arbeiten Vorgeschrittener, tägl., *g*; Besprechung neuerer Arbeiten aus dem Gebiete der Radioaktivität und der Ionentheorie (mit v. Lerch), 1 *g*. — **Tumlirz**: Theorie der Elektrizität und des Magnetismus, 5; Übungen im mathematisch-physikalischen Seminar, 2 *g*. — **v. Lerch**: Ionen und Elektronen, 2; Radioaktivität, 1. — **Hammerl**: Elektrotechnik II: Über Eigenschaften der Wechselströme und den Bau von Wechselstrommaschinen, 2 *g*. — **Exner**: Einführung in die Geophysik, 3; Atmosphärische Optik, 1; Konversatorium über neuere Arbeiten aus der Meteorologie, 1. —

Brunner: Allgemeine Chemie I: Anorganische Chemie, 5; Praktische Übungen für Chemiker und Pharmazeuten, tägl. außer Sonnabend, für Lehramtskandidaten, halbtägig. — **Hopfgartner**: Elektroanalyse, 1; Grundzüge der Thermochemie, 1; Elemente der Kolloidchemie, 2. — **Zehenter**: Chemische Technologie der Metalle, 2 *g*. —

Gmeiner: Algebra, 3; Zahlentheorie, 2; Übungen im mathematischen Seminar, 2 *g*. — **Zindler**: Differential- und Integralrechnung, mit Übungen, 6; Mathematisches Seminar für Vorgebildete, 1 *g*. — **Menger**: Linearperspektive, 2 *g*. — **Prey**: Die Grundlagen der Astronomie, 4. —

Universität Jena.

M. Wien: Experimentalphysik II: Elektrizität und Magnetismus, Optik, 5; Physikalisches Praktikum (mit Baedeker): a) für Physiker, 6, b) für Chemiker und Pharmazeuten, 4; Leitung physikalischer Spezialuntersuchungen (mit Auerbach, Straubel und Baedeker), tägl. — **Auerbach**: Mechanik der festen, flüssigen und gasigen Körper, 4; Das absolute Maßsystem, 1. — **Straubel**: Geometrische Optik, 1. — **Ambronn**: Einleitung in die Theorie des Mikroskops, 2; Übungen in der Handhabung des Mikroskops und seiner Nebenapparate, 2; Mikrophotographie und Projektion, 1. — **Baedeker**: Die absoluten Meßmethoden der Physik, 1. — **Vollmer**: Gleich- und Wechselstromtechnik, 2; Einführung in die landwirtschaftliche Maschinenkunde, 1; Elektrotechnisches Praktikum: a) für Anfänger, 3, b) für Fortgeschrittene, tägl. — **Pauli**: Radiologie II: Radioaktivität und Strahlung des Radiums, Phosphoreszenz, Fluoreszenz, 1. —

Knorr: Allgemeine Experimentalchemie II: Organische Chemie, 5; Analytisch-chemisches Praktikum (mit Wolff): Voll- und Halbpraktikum, tägl., Medizinerpraktikum, 6 und 3; Praktikum in der organischen Abteilung und Anleitung zu wissenschaftlichen Arbeiten (mit Rabe und Schneider), 40. — **Wolff**: Analytische Chemie, 3; Elektrolyse und elektrolytisches Praktikum, 2. — **Immendorff**: Agrikulturchemie I: Pflanzenernährungslehre, 3, II: Tierernährungslehre, 2; Technische Chemie für Landwirte: Stärke-, Zucker-, Spiritusfabrikation usw., 1; Großes und kleines chemisches Praktikum für Landwirte; Agrikulturchemisches Seminar für Fortgeschrittene, 14tägig, 1 *g*. — **Vongerichten**: Chemische Technologie, organischer Teil inklusive Teerfarbstoffe, 2; Technisch-chemischer Kursus für Nationalökonomen, 4; Technisch-chemische Analyse, Färberei und Zeugdruck, 4; Technisch-chemisches Praktikum, ganz- und halbtägig. — **Matthes**: Pharmazeutische Chemie I: Anorganische Chemie, 3; Pharmazeutisch-chemisches Halbpraktikum: Untersuchung und Darstellung pharmazeutischer Präparate, Ausmittelung der Gifte, tägl.; Praktische und theoretische Übungen aus dem Gebiete der Nahrungsmittelchemie, tägl. — **Rabe**: Chemie der Fette, Kohlenhydrate, Eiweißstoffe, 1. — **Marc**: Einführung in die physikalische Chemie I, mit Übungen, 2; Grundlagen der chemischen Thermodynamik, 1; Anleitung zum selbständigen Arbeiten auf physikalisch-chemischem Gebiete, ganz- bezw. halbtägig. — **Schneider**: Methoden der organischen Chemie, 1. —

Thomae: Anwendung der Infinitesimalrechnung auf Geometrie, 5. — **Haußner**: Zahlentheorie, 4; Differential- und Integralrechnung II, mit Übungen, 5; Analytische Geometrie des Raumes, 4, Proseminar, 2 *g*; Mathematisches Seminar, 1 *g*. — **Frege**: Riemannsche Funktionentheorie, 4; Begriffsschrift, 1 *g*. — **Knopf**: Bestimmung der Bahnen der Himmelskörper, 3; Numerische Berechnung des scheinbaren Laufes der Planeten und Kometen, 1; Populäre Astronomie, 1 *g*. — **Winkelmann**: Technische Mechanik, 4, Übungen, 1; Vektoranalysis: Rechnen mit gerichteten Strecken, 1. — **Thaer**: Darstellende Geometrie II, mit Übungen, 6. —

Technische Hochschule Karlsruhe.

Lehmann: Physik, 4, Ergänzende Demonstrationen, 2; Physikalisches Laboratorium, 6; Seminar für Experimentalphysik, 2 *g*; Anleitung zu selbständigen Arbeiten im physikalischen Laboratorium, nach Verabredung. — **Sieveking**: Einführung in die mathematische Physik, 3; Repetitorium der Physik, 2; Elektronentheorie, 1. — **Schmidt**: Photographisches Praktikum, mit Vorträgen über die Theorie der Photographie, ferner Darstellung lichtempfindlicher Präparate, 4. — **Arnold**: Dynamobau I: Allgemeiner Teil und Gleichstrommaschinen, 2, II: Synchronmaschinen und Umformer, 2; Wechselstrom-Kommutatormotoren, 1; Übungen im Konstruieren elektrischer Maschinen und Apparate, 4; Elektrotechnisches Laboratorium I (mit Schleiermacher), 6, II, 6; Exkursionen zur Besichtigung elektrischer Anlagen, nach Verabredung. — **Schleiermacher**: Grundlagen der Elektrotechnik und Meßkunde, 3; Theoretische Elektrizitätslehre, 3. — **Teichmüller**: Allgemeine Elektrotechnik, 2; Elektrotechnisches Seminar, 2; Elektrische Leitungen und Verteilung elektrischer Energie, 2, Übungen, 2; Schwachstromtechnik, 2. — **Hallo**: Theorie der Wechselströme II, einschließlich Transformatoren und Induktionsmotoren, 3, Übungen, 2. — **Hausrath**: Drahtlose Telegraphie, 2; Ausgewählte Kapitel der angewandten Elektrizitätslehre, 1. — **Schwaiger**: Elektromotorische Betriebe I: Elektrische Bahnen, 2; Elektrische Kraftwerke und Schaltanlagen, 2, Übungen, 2. — **Schultheiß**: Meteorologie: Klimatologie, 1. —

Engler: Anorganische Experimentalchemie, 4; Organisch-chemisches Kolloquium (mit Staudinger), 1; Ausgewählte Kapitel der theoretischen Chemie, 1; Chemisches Laboratorium, 5 Tage. — **Bredig**: Physikalische Chemie I, 2; Überblick über die theoretische und technische Elektrochemie, 2; Physikalisch-chemisches und elektrochemisches Kolloquium für Vorgeschrittene, 2; Physikalisch-chemisches und elektrochemisches Laboratorium, 5 Tage; Physikalisch-chemischer und elektrochemischer Einführungskurs. — **Bunte**: Chemische Technologie I, 2, II, 2; Metallurgie, 1; Brennstoffe und industrielle Feuerungen, 1; Übungen in der technischen Analyse (mit Eitner), für Chemiker, 4, für Maschineningenieure, 3, für Vorgerücktere, tägl.; Gaschemische Übungen, 2; Arbeiten im chemisch-technischen Laboratorium, 5 Tage; Technologische Exkursionen. — **Askenasy**: Prozesse der elektrochemischen Großindustrie II, 2. — **Dieckhoff**: Organisch-pharmazeutische Chemie, 2; Gerichtliche Chemie, 2. — **Eitner**: Methoden der technischen Analyse, 2; Ausgewählte Kapitel der technischen Analyse, 1; Spezielle Technologie der Gasbeleuchtung I und II, 1, Übungen, 4. — **Just**: Photochemie, 2. — **Leiser**: Die Phasenlehre und ihre metallurgischen Anwendungen mit Demonstrationen: Metallographie, 2; Einleitende Vorträge in physikalischer Chemie und Elektrochemie: Physikalisch-chemische Meßmethoden, 1. — **Rupp**: Chemische und mikroskopische Untersuchung von Nahrungs- und Genußmitteln, sowie Gebrauchsgegenständen, 2. — **Skita**: Chemie der Faserstoffe und Farbstoffe I, 2, Übungen, 2. — **Staudinger**: Organische Chemie II, 2. — **Steinkopf**: Methoden der organischen Chemie, 1; Chemie der heterozyklischen Verbindungen I und II, 1. — **Ubbelohde**: Industrie des Petroleums, der Fette und Harze, 2; Chemie der Gase, 2. — **N.N.**: Analytische Chemie II, 2. —

Disteli: Darstellende Geometrie I und II, 4, Übungen, 4; Graphische Statik, 2, Übungen, 2. — **Heun**: Mechanik I und II, 4, Übungen, 2; Mechanisches Seminar, 3 *g*; — **Krazer**: Höhere Mathematik I, 6, Übungen, 2. — **Stäckel**: Höhere Mathematik II, 3; Partielle Differentialgleichungen, 2. — **Mohrmann**: Übungen in den Grundlehren der höheren Mathematik, 2; Arithmetik und Algebra, 2, Übungen, 1; Ebene und sphärische Trigonometrie, 2, Übungen, 1. — **Vogt**: Elementare und analytische Geometrie der Ebene und des Raumes I und II, 2, Übungen, 1; Projektive Geometrie, 2. — **N.N.**: Elemente der Mechanik, 3, Übungen, 1. — **Haid**: Praktische Geometrie, 3; Höhere Geodäsie, 3; Geodätisches Praktikum I, 2, III, 3; Methoden der kleinsten Quadrate, 2. — **Bürgin**: Katastervermessung II: Feldreinigung, 2, Übungen, 2; Repetitorium der praktischen Geometrie, 2; Plan- und Terrainzeichnen, 2 und 4; Ausarbeitung der großen geodätischen Exkursion, 2. — **Stutz**: Organisation der Katastervermessung, 2, Übungen, 1. —

Universität Kiel.

Dieterici: Experimentalphysik I: Mechanik, Akustik, Wärme, 5; Physikalisches Praktikum, für Mediziner und Pharmazeuten, 4, für Naturwissenschaftler und Mathematiker, 8, für Fortgeschrittene, tägl.; Seminarübungen in thermodynamischen Berechnungen, 1 *g*. — **Weber**: Elektrodynamik, 4; Absolutes Maßsystem, 1 *g*; Theorie physikalischer

Meßapparate, mit Übungen, 1; Ausgewählte physikalische Messungen und Untersuchungen, tägl. außer Sonnabend. — **Zahn**: Wellenlehre des Lichts, experimentell mit theoretischen Zusätzen, 1. —

Harries: Organische Experimentalchemie, 4; Chemisches Praktikum I: Anorganische Abteilung, tägl. außer Sonnabend, II: Organische Abteilung, tägl.; Chemische Gesellschaft (Vorträge über neue Arbeiten auf allen Gebieten der Chemie) (mit Rügheimer, Feist, Preuner, Mumm und Stark), 2 *g*. — **Rügheimer**: Pharmazeutische Chemie, anorganischer Teil, 3; Pharmazeutisch-chemisches Praktikum, tägl. außer Sonnabend. — **Stoehr**: Ausgewählte Kapitel der organischen Chemie, 1. — **Feist**: Kohlen- und Koksindustrie, Teerdestillation, Farbstoffe, Sprengstoffe (organisch-chemische Großindustrie), 1 *g*; Ausgewählte Kapitel der chemischen Technologie I: Anorganische Betriebe, 2. — **Preuner**: Einführung in die physikalische Chemie, 2; Elektroanalytische Übungen, 2—3 Wochen. — **Mumm**: Konstitutionsfragen in der organischen Chemie, 1; Die Anwendung organischer Farbstoffe, mit praktischen Übungen, 2. — **Stark**: Einführung in die Terpenchemie, 1. —

Pochhammer: Partielle Differentialgleichungen, 4; Differentialgeometrie, 4; Übungen im mathematischen Seminar, 1 *g*. — **Harzer**: Höhere Geodäsie, 3; Übungen im numerischen Rechnen, 1 *g*. — **Landsberg**: Integralrechnung, 4; Höhere Algebra, 4; Übungen im mathematischen Seminar, 1 *g*. — **Kobold**: Methode der kleinsten Quadrate, 2, Übungen, 14tägig, 2 *g*. — **Dehn**: Analytische Geometrie des Raumes, 4; Einführung in die höhere Analysis, 3; Übungen und Vorträge aus der angewandten Mathematik (mit Neuendorff), 2 *g*. — **Wilkens**: Sphärische Astronomie, ausgewählte Kapitel, 1. — **Neuendorff**: Ausgewählte Kapitel der technischen Mechanik II, mit Übungen, 3; Vektoranalysis, 1. —.

Universität Königsberg.

Kaufmann: Experimentalphysik II: Optik, Magnetismus, Elektrizität, 5, Ergänzungen, 1 *g*; Praktische Übungen für Anfänger, für Mathematiker und Physiker, sowie für Mediziner, Chemiker, Pharmazeuten und Naturwissenschaftler, 3, für Vorgeschrittene, tägl. außer Sonnabend; Physikalisches Kolloquium, 2 *g*. — **Volkmann**: Theorie der Wärme, 4, Übungen und Ergänzungen, 1 *g*; Mathematisch-physikalisches Laboratorium: a) Physikalisch-praktische Übungen und Arbeiten für Anfänger und Vorgerückte, 6, b) Leitung großer spezieller Arbeiten, ganztägig. — **Hoffmann**: Einführung in die Elektrotechnik, 1 *g*. —

Klinger: Allgemeine und anorganische Chemie, 4; Praktikum für Mediziner, 3 Nachmittage; Übungen im Laboratorium (mit Benrath und Blochmann), 4 Tage; Besprechung neuerer Arbeiten, 1; Metallorganische Verbindungen, 1 *g*. — **Stutzer**: Agrikulturchemie: Fütterungslehre, 2; Technologie der Kohlenhydrate: Gewinnung von Spiritus, Zucker, Stärke, Bier, 2; Praktische Übungen im Laboratorium, tägl. außer Sonnabend; Die Chemie der wichtigsten Nahrungs- und Genußmittel, 1 *g*. — **Blochmann**: Analytische Chemie I: Qualitative Analyse, 2; Technische Gasanalyse, nach Verabredung; Über die für analytische Untersuchungen sowie für technische Betriebe wichtigsten gesetzlichen Bestimmungen, 1 *g*. — **Rupp**: Pharmazeutische Chemie I, anorganischer Teil, 2; Ausmittelung von Giften, 1; Übungen im pharmazeutisch-chemischen Laboratorium, tägl. außer Sonnabend; Arzneimittelprüfung, 1 *g*. — **Benrath**: Photochemie, 2; Spektralanalyse, 1 *g*. —

Meyer: Integralrechnung, 3, Übungen, 1 *g*; Einleitung in die höhere Geometrie, 4, Übungen, 1 *g*. — **N. N.**: Differentialgeometrie der Kurven und Oberflächen, 4; Übungen im mathematischen Seminar, für Fortgeschrittene, 1½ *g*. — **Battermann**: Einleitung in die Mechanik des Himmels, 2; Allgemeine Astronomie, 1 *g*. — **Kaluza**: Analytische Geometrie des Raumes, 4, Übungen, 1 *g*; Determinanten, 1 *g*. — **Bieberbach**: Partielle Differentialgleichungen, 2, Kolloquium und Ergänzungen, 1. —

Universität Leipzig.

Wiener: Experimentalphysik II: Magnetismus, Elektrizität, Licht, 5, Mathematische Ergänzungen, 1; Selbständige physikalische Arbeiten für Vorgeschrittene, tägl.; Physikalisches Praktikum (mit Füchtbauer), 3, 6 oder 9, für Mediziner, 3, für Pharmazeuten (mit Scholl und Füchtbauer), 3; Physikalisches Kolloquium (mit Des Coudres), 2 *g*. — **Des Coudres**: Einleitung in die theoretische Physik, 4, Übungen, 1 *g*; Selbständige physikalische Arbeiten für Vorgeschrittene, tägl. — **v. Oettingen**: Praktische Meteorologie, mit Übungen, 1. — **Marx**: Vektoranalysis und ihre Anwendung in der Physik, 1; Experimentalvorlesung über elektrische Wellen, 1. — **Scholl**: Spezielle Elektrotechnik: Theoretische Behandlung der Generatoren und Motoren für Gleich- und Wechselstrom, sowie der Transformatoren, 2; Elektrotechnisches Praktikum, 2. — **Fredenhagen**: Thermodynamik, 2. — **Lilienfeld**: Die Zustandsgleichung und ihre Anwendung auf die experimentelle Untersuchung von Gasen, 1 *g*. — **Füchtbauer**: Elektronentheorie, 1. —

Hantzsch: Organische Chemie, 5; Chemisches Praktikum für Analytiker (mit Schaefer), tägl.; Chemisches Vollpraktikum für Fortgeschrittene (mit Stobbe, Rassow und Schaefer), tägl.; Pharmazeutisch-chemisch-toxikologisches Praktikum mit Sterilisierkurs (mit Schaefer), tägl. — **Beckmann**: Anorganische Chemie mit besonderer Berücksichtigung ihrer Anwendung, 5; Chemisches Praktikum, tägl.; Arbeiten auf dem Gebiete der Nahrungsmittelchemie, tägl.; Pharmazeutisch-chemisch-toxikologisches Praktikum, tägl.; Chemisches Praktikum für Ärzte und Zahnärzte, 6; Chemisches Vollpraktikum für Vorgerücktere (mit Heller, Deussen, Scheiber, Sieverts und Waentig), tägl.; Chemisch-technisches Praktikum (mit Heller), tägl.; Übungen im Sterilisieren für Studierende der Pharmazie (mit Deussen), *g*. — **Le Blanc**: Physikalische Chemie, 4; Physikalisch-chemisches Praktikum (mit Drucker) tägl.; Photochemisch-photographisches Praktikum (mit Schaum), tägl.; Chemisches Praktikum (mit Böttger), tägl.; Physikalisch-chemischer Einführungskurs, auch für Mediziner; Darstellung elektrochemischer Präparate (mit Schall und Drucker), 4 oder 8; Photochemische Übungen: Spektralanalyse, Photographie, Photometrie, Mikroskopie (mit Schaum), 4; Übungen in Elektroanalyse (mit Böttger), halbtägig; Physikalisch-chemisches Kolloquium (mit Schaum, Böttger, Drucker), 1½. — **Stobbe**: Die heterozyklischen Verbindungen, mit besonderer Berücksichtigung der Alkaloide, 1; Mehrkernige aromatische Verbindungen: Gruppe des Diphenyls, der Polyphenylmethane, des Naphthalins, Anthrazens usw., 1. — **Wagner**: Experimentelle Einführung in die Chemie auf physikalischer Grundlage, 1 *g*; Chemisches Praktikum für Lehrer: Schulversuche, Analyse und Präparate, tägl., Didaktische Besprechungen für Lehrer: Elektrochemie, 1 *g*. — **Rassow**: Chemische Technologie, organische Betriebe: Stärke, Zucker, Gärungsgewerbe, Fette und Öle, mit Exkursionen, 2; Chemisch-technologisches Praktikum, tägl.; Ausgewählte Kapitel der chemischen Großindustrie mit Exkursionen, 2. — **Schaum**: Photochemie, mit Demonstrationen, 1 *g*. — **Schall**: Ausgewählte Kapitel der elektrochemischen Technik, 1. — **Böttger**: Übersicht über neuere Forschungen auf dem Gebiete der anorganischen Chemie, 1. — **Heller**: Praxis des Farbenchemikers, 1; Chemisches Kolloquium für Mediziner und Pharmazeuten u. a., 1. — **Deussen**: Riechstoffe, ihre Gewinnung, Zusammensetzung und Anwendung, 1. — **Drucker**: Molargewichtsbestimmung von reinen und gelösten Stoffen, 1. — **N. N.**: Neuere Forschungen über das periodische System, 1. — **Scheiber**: Analytische Chemie, für Anfänger, mit Demonstrationen, 2. — **Sieverts**: Metallurgie, 1. — **Ostwald**: Experimentelle Kolloidchemie, 2. — **Waentig**: Anwendung optischer Methoden in der Analyse, 1. — **Schaefer**: Ausgewählte Kapitel aus der theoretischen organischen Chemie, mit Demonstrationen, 1; Bestimmung der chemischen Konsti-

tution mittels physikalischer Methoden, mit Demonstrationen, 1. —

Hölder: Elliptische Funktionen, 4; Höhere Algebra, insbesondere Galoissche Theorie der Gleichungen, 2; Seminar: Übungen in Funktionentheorie für Vorgeschrittene, 2 *g*. — **Bruns**: Instrumentenkunde, 3; Fehlertheorie und Ausgleichungsrechnung, 2; Praktische Analysis, 2 *g*; Praktische Übungen in der Sternwarte, *g*. — **Rohn**: Analytische Geometrie des Raumes, 4, Übungen (mit König), 1 *g*; Anwendung der Differentialrechnung auf Raumkurven und Flächen, 4, Übungen, 1 *g*. — **Herglotz**: Mechanik, 5, Übungen, 14tägig, 2 *g*; Fouriersche Reihen und bestimmte Integrale, 2. — **Koebe**: Differential- und Integralrechnung, 5, Übungen, 14tägig, 2 *g*; Potential- und partielle Differentialgleichungen, 2. — **König**: Lineare Differentialgleichungen im komplexen Gebiet, 2. —

Universität Marburg.

Richarz: Experimentalphysik: Wärme, Magnetismus und Elektrizität, 5; Physikalisches Kolloquium, 2 *g*; Physikalisches Praktikum (mit Feußner und Schulze), 6; Leitung eigener Untersuchungen, tägl. — **Feußner**: Theoretische Physik: Licht, 4; Theoretisch-physikalisches Seminar, 2 *g*. — **Schulze**: Elastizitätstheorie, 2; Interferenz und Polarisation, 1. — **Take**: Vorbereitung zu den Übungen im Physikalischen Praktikum, 1; Repetitorium der Experimentalphysik mit elementar-mathematischen Übungen, 1 *g*. —

Zincke: Experimentalchemie II: Organische Chemie, 5; Praktische Übungen in anorganischer, organischer und analytischer Chemie, sowie selbständige chemische Arbeiten (mit Fries), tägl., für Mediziner, halbtägig; Praktisch-chemischer Kursus für Mediziner (mit Fries), 3. — **Schmidt**: Organische Chemie mit besonderer Berücksichtigung der Pharmazie und Medizin, 6; Praktische Übungen in der analytischen und forensischen Chemie, sowie in der Untersuchung der Nahrungs- und Genußmittel und selbständige chemische Arbeiten (mit Keller), im Anschluß: Qualitative Analyse, *g*. — **Fittica**: Chemische Analyse, 3; Ältere Geschichte der Chemie, 1 *g*. — **Thiel**: Physikalische Chemie II, 3; Theoretisch-chemische Übungen, 1 *g*; Anleitung zu selbständigen physikochemischen und chemischen Untersuchungen, tägl.; Photochemisches und photographisches Praktikum, für Anfänger und Fortgeschrittene (mit Stuchtey), 2; Anleitung zu Demonstrationsversuchen für künftige Oberlehrer (mit Flade), 2. — **Reißert**: Chemie der Benzolverbindungen, 2. — **Fritsch**: Pyridinderivate. — **Fries**: Technologie der wichtigeren organischen Verbindungen, 2; Chemie der Terpene, 1; Chemische Technologie für künftige Verwaltungsbeamte, 2; Chemisches Repetitorium für Mediziner: Anorganische Chemie, 1; Chemisches Kolloquium, 2 *g*. — **Keller**: Zusammensetzung und Untersuchung von Nahrungs- und Genußmitteln, 2; Untersuchung galenischer Präparate, 1; Prüfung von Arzneimitteln II: Organische Präparate, 1 *g*; Übungen im Sterilisieren, 2. — **Flade**: Grundlagen der analytischen Chemie, 1; Kolloidchemie, 1. —

Hensel: Integralrechnung, 4; Algebra, 4; Mathematisches Seminar, 2 *g*. — **Neumann**: Analytische Theorie der Differentialgleichungen, 4; Proseminar: Anwendungen der gewöhnlichen Differentialgleichungen, 2; Seminar, 2 *g*. — **v. Dalwigk**: Analytische Mechanik II, 2; Höhere Kapitel aus der Theorie der analytischen Funktionen, 2 *g*; Perspektive und Photogrammetrie, 2, Übungen, 3. — **Hellinger**: Analytische Geometrie des Raumes, insbesondere Theorie der Oberflächen zweiten Grades, 4; Mathematische Übungen für niedere Semester: Analytische Geometrie, Integralrechnung, 2; Ausgewählte Abschnitte aus der Theorie der Funktionen reeller Veränderlicher, 1. — **Wegener**: Allgemeine Astronomie, mit Lichtbildern und Demonstrationen, 1. —

Universität München.

Röntgen: Experimentalphysik I: Mechanik, Akustik, Licht, 5; Anleitung zu selbständigen Arbeiten, tägl.; Praktische Übungen im physikalischen Laboratorium (mit Koch und Wagner), 12; Handfertigkeitskurs, 6. — **Sommerfeld**: Maxwellsche Theorie, Grundlagen und einfachere Teile derselben, 4, Seminar: Übungsaufgaben, 2 *g*; Theorie der Röntgenstrahlen und Verwandtes, für Vorgeschrittene, 2; Anleitung zu selbständigen Arbeiten im Institut für theoretische Physik, tägl. — **Graetz**: Experimentalphysik I: Einleitung, Wärme, Elektrizität, 5; Einleitung in die theoretische Physik II, 2; Praktikum für physikalische Demonstrationen, 4; Anleitung zu selbständigen Arbeiten aus der Physik, tägl. *g*. — **Donle**: Physikalische Maße und Meßmethoden, 2. — **Laue**: Theoretische Optik, 3, Übungen, 1 *g*. — **Koch**: Interferenzspektroskopie, mit Demonstrationen ihrer Anwendungen auf Probleme der neueren Optik, 1. — **Schmauß**: Allgemeine Meteorologie und Klimatologie, 4. — **Wagner**: Die Entladung der Elektrizität durch Gase II: Kathodenstrahlen, Röntgenstrahlen, Kanalstrahlen, mit Experimenten, 1; Mathematische Ergänzungen zur Experimentalphysik I, 1. —

v. Baeyer: Unorganische Experimentalchemie, 5; Praktische Arbeiten im chemischen Laboratorium (mit Piloty, Vanino und Prandtl in der unorganischen, mit Dimroth, Dieckmann und Wieland in der organischen Abteilung), tägl. außer Sonnabend; Praktische Arbeiten im chemischen Laboratorium für fortgeschrittenere Mediziner (mit Piloty), ganz- oder halbtägig; Chemisches Praktikum für Mediziner (mit Piloty und Vanino), 4. — **Paul**: Organische Chemie mit besonderer Berücksichtigung ihrer Anwendung, 5; Pharmazeutisch-chemische Präparatenkunde: Anorganische Präparate, 3; Nahrungsmittelchemie I, 2; Chemisches Praktikum: Praktische Übungen, einschließlich physikalisch-chemischer, elektrochemischer und nahrungsmittelchemischer Arbeiten im Laboratorium für angewandte Chemie, tägl. außer Sonnabend; Pharmazeutisch-chemisches Praktikum: Praktische Übungen, einschließlich der Übungen in den für den Apotheker wichtigen Sterilisationsverfahren (pharmazeutisch-chemische Übungen) (mit Heiduschka), tägl. außer Sonnabend. — **Piloty**: Analytische Chemie I, 3; Elektrolytisches Praktikum, ganztägig; Organische Chemie des Organismus, 3. — **Dimroth**: Spezielle organische Chemie I: Aliphatische Verbindungen, 3. — **Prandtl**: Spezielle unorganische Experimentalchemie II: Metalloide und Schwermetalle, 4; Praktikum für Gasanalyse, 4. — **Dieckmann**: Chemie der Kohlehydrate, 1 *g*. — **Wieland**: Heterozyklische Verbindungen, 1; Über Alkaloide, 1. — **Heiduschka**: Harnanalyse, 1; Ausmittelung von Giften, Gerichtliche Chemie, 2; Chemische Wertbestimmung von Drogen und galenischen Arzneimitteln, 1. — **Schlenk**: Elemente der physikalischen Chemie I, 2. — **Pummerer**: Geschichte der Chemie, 1. — **Meyer**: Photochemische Reaktionen, 1. —

Lindemann: Differentialrechnung, 5; Theorie der Abelschen Funktionen, 4; Mathematische Grundlagen des Versicherungswesens, 2; Mathematisches Seminar: Anwendungen der elliptischen Funktionen, 1½ *g*. — **v. Seeliger**: Grundfragen der Astronomie, 4; Astronomisches Kolloquium, *g*. — **Voß**: Analytische Geometrie der Ebene, 4; Mechanik I, 4; Mathematisches Seminar, 2 *g*. — **Pringsheim**: Elemente der Zahlentheorie, 4; Über einige neuere Methoden und Ergebnisse der Funktionenlehre, 4. — **Brunn**: Elemente der höheren Mathematik und Grundzüge der darstellenden Geometrie einschließlich Übungen, 4. — **Doehlemann**: Darstellende Geometrie I, 5, Übungen, 3; Synthetische (neuere) Geometrie, 5; Übungen, 1 *g*. — **Großmann**: Mathematische Geographie, 2. — **Hartogs**: Elementare Geometrie der Ebene und des Raumes, einschließlich Trigonometrie, 4; Ergänzungen zur algebraischen Analysis: Unendliche Produkte und Kettenbrüche 1 *g*. —

Technische Hochschule München.

Ebert: Experimentalphysik I: Mechanik, Wärmelehre, Elektrophysik I, 6; Physikalisches Praktikum, 4 oder 8; Anleitung zu wissenschaftlichen Arbeiten auf dem Gebiete

der Physik, nach Verabredung. — **K. Fischer**: Grundzüge der Physik I: Mechanik, Akustik, Wärme, Magnetismus, 3; Apparate und Methoden des physikalischen Unterrichts an Mittelschulen I: Mechanik, Elastizität, Wärme, 3; Einführung in die theoretische Physik I: Mechanik, Hydrodynamik, Elastizität und Wärme, 4. — **Knoblauch**: Ausgewählte Kapitel der technischen Thermodynamik, 2; Technisch-physikalisches Praktikum, 4; Anleitung zur Ausführung wissenschaftlicher Arbeiten auf dem Gebiete der technischen Physik, nach Verabredung. — **Edelmann**: Neuere akustische Versuche, Apparate und Messungen, 1. — **Emden**: Aerodynamik und ihre Anwendung auf flugtechnische Probleme, 2; Meteorologie und Klimatologie, 2. — **Ewers**: Gasentladungen, 2. — **von und zu Aufseß**: Grundlagen der Astrophysik, 2. — **Schröter**: Mechanische Wärmetheorie: Technische Thermodynamik, 2, Übungen, 1; Theoretische Maschinenlehre, 3, Übungen: Graphische Lösung von Aufgaben, 2. — **Voit**: Angewandte Physik: Heizung, Lüftung, Akustik der Gebäude, Blitzableiter, 3; Schwachstromtechnik: Telegraphie, Telephonie und drahtlose Telegraphie, 2. — **Heinke**: Einführung in die Elektrotechnik, 4; Elektrische Meßtechnik, 3; Elektrotechnisches Praktikum I: Meßtechnik und Photometrie, 8; Elektrotechnisches Praktikum für Vorgeschrittene, 20—32. — **Ossanna**: Theorie und Konstruktion der elektrischen Maschinen I: Gleichstrommaschinen und Umformer, 3, II: Synchrongeneratoren und Synchronmotoren, 3; Wechselstrom-Kommutatormotoren, 2; Elektrotechnisches Praktikum II: Messungen an Maschinen, Umformern und Transformatoren, 8 und 2; Entwerfen von elektrischen Maschinen, 4. — **Kadrnozka**: Bau und Betrieb elektrischer Anlagen I: a) Elektrische Kraftbetriebe, 2, b) Elektrische Bahnen, 3, II: Erzeugung und Verteilung elektrischer Arbeit, 2. — **Urban**: Unterrichtskurse in praktischer Photographie, 1, Praktische Übung, 3. —

Muthmann: Unorganische Experimentalchemie einschließlich der Grundzüge der physikalischen Chemie, 6; Chemisches Praktikum im analytischen und elektrochemischen Laboratorium, 10, 20 oder 30; Spezielle Arbeiten auf dem Gebiete der unorganischen Chemie und der Elektrochemie, 30. — **Lipp**: Chemie der aromatischen Verbindungen, 2; Chemisches Praktikum im organischen Laboratorium, 20—30; Spezielle Arbeiten auf dem Gebiete der organischen Chemie, 30. — **Eibner**: Geschichte der aromatischen Diazoverbindungen, 1. — **Rohde**: Heterozyklische Verbindungen I, 1, II. — **Hofer**: Analytische Chemie der Metalle und Metalloide nebst Gewichts- und Maßanalyse II, 2; Theoretische Elektrochemie, 2. — **Schultz**: Chemische Technologie mit Brennmaterialienlehre und Feuerungskunde I, 3; Praktikum im chemisch-technischen Laboratorium, 20—30; Spezielle Arbeiten auf dem Gebiete der technischen Chemie, 30; Chemisch-technische Übungen: Chemisch-technische Analyse, Färberei, 4. — **Lintner**: Chemische Technologie des Wassers und der Kohlehydrate, 3; Gärungschemisches Praktikum nebst Übungen in der Untersuchung von Nahrungs- und Genußmitteln, 30. —

v. Dyck: Grundzüge der höheren Mathematik, 4, Übungen, 2; Einleitung in die Theorie der Differentialgleichungen, 4, Übungen, 2; Mathematisches Seminar (Kolloquium) (mit Finsterwalder, Burkhardt und Liebmann), 2. — **Finsterwalder**: Höhere Mathematik I, 6, Übungen, 3; Ausgewählte Kapitel aus der Mechanik, 2. — **Burkhardt**: Höhere Mathematik III, 5, Übungen, 2; Elliptische Funktionen, 4. — **Liebmann**: Elementare Mathematik, 4, Übungen, 1; Trigonometrie, 3, Übungen, 1; Vektoranalysis, 2. — **Burmester**: Darstellende Geometrie I, 4, Übungen, 4. — **Schmidt**: Vermessungskunde I, 4, Praktikum, 2 und 4; Landesvermessung, 4; Katastertechnik I, 3, Praktikum III, 4; Kartierungsübungen, 4. — **Bischoff**: Rechnungsmethoden der Bayer. Katasterverwaltung, 1; Graphisches und mechanisches Rechnen: Rechenschieber, Rechenmaschinen, Planimeter etc., 1. — **Großmann**: Elemente der Astronomie, 2. — **N. N.**: Anleitung zur rechnerischen Ausarbeitung geodätischer Aufnahmen, Übungen, 2. — **Föppl**: Technische Mechanik II: Graphische Statik, 3, Übungen, 2, III: Festigkeitslehre, 4. — **Helmerichs**: Zeichnen geodätischer Instrumente, 2. —

Universität Münster.

Schmidt: Experimentalphysik: Elektrizität und Optik, 5; Physikalisches Praktikum (mit Matthies), 3 oder 6, für Fortgeschrittene (mit Konen), tägl.; Physikalisches Seminar (mit Konen und Matthies), 14tägig, 2 *g*. — **Konen**: Theoretische Physik I: Theorie der Wärme und der Strahlung, 4, Übungen, 1 *g*; Übungen in Demonstrationsversuchen und in der Anfertigung einfacher Apparate (mit Ley), 3; Ausgewählte Kapitel der neueren Physik, mit Experimenten, 1 *g*. — **Matthies**: Einführung in die Vektoranalysis, 1. —

Salkowski: Anorganische Chemie, 5; Die zyklischen Verbindungen, 2 *g*; Chemisches Praktikum, tägl. außer Sonnabend, für Mediziner (mit Kaßner und Ley), 6; Anleitung zu wissenschaftlichen Arbeiten (mit Ley), tägl. außer Sonnabend. — **König**: Übungen im Laboratorium der agrikulturchemischen Versuchsstation, tägl. *g*. — **Kaßner**: Maßanalyse, 1 *g*; Organische Chemie mit besonderer Berücksichtigung der Medizin und Pharmazie, 4; Kolloquium über pharmazeutische Präparate und die Gegenstände des Deutschen Arzneibuchs, 1; Ausgewählte Kapitel der chemischen Technologie, mit besonderer Berücksichtigung der Analyse der Gase, 1; Pharmazeutisch-chemische und toxikologische Übungen im Laboratorium, Darstellung chemischer Präparate, für Vorgerücktere Bearbeitung wissenschaftlicher oder technischer Aufgaben, 25. — **Ley**: Physikalische Chemie I, 2; Anwendung spektroskopischer Methoden auf chemische Probleme, 1 *g*. — **Bömer**: Chemie der Nahrungs- und Genußmittel, 2 *g*; Repetitorium der Nahrungsmittelchemie, 1 *g*. —

Killing: Differential- und Integralrechnung II, 4, Übungen, 1 *g*; Übungen des mathematischen Unterseminars, 2 *g*; Determinanten und niedere Algebra, 2; Wiederholungen und Übungen für die zweite Lehrstufe in der Mathematik, 2. — **v. Lilienthal**: Analytische Geometrie II, 4; Analytische Mechanik II, 4; Übungen des mathematischen Oberseminars, 2 *g*. — **N. N.**: Darstellende Geometrie mit Übungen, 4; Über Flugtechnik, 1. — **Plaßmann**: Mathematische Geographie und elementare Astronomie, 2 *g*; Anfangsgründe der Bahnbestimmung, 2; Zeitrechnung und Kalenderkunde für Historiker, 2; Übungen im Beobachten und Rechnen, nach Verabredung, *g*. —

Akademie Posen.

Spies: Die Lehre vom Licht, 2; Elektrische Schwingungen und drahtlose Telegraphie, 1; Physikalisches Kolloquium, 1; Physikalische Übungen, 3; Übungen für Vorgeschrittene, nach Verabredung. —

Wörner: Anorganische Chemie II: Chemie der Metalle, 2; Chemische Übungen für Anfänger, 2, für Geübtere, nach Verabredung; Praktische Kurse zur Einführung in die Untersuchungsmethoden des Arzneibuchs, 2. —

Kummerow: Analytische Geometrie des Raumes, 2; Unendliche Reihen, 1. —

Universität Prag.

Lampa: Experimentalphysik I, 5; Physikalisches Praktikum I, a) für Physiker und Mathematiker, 6, b) für Chemiker und Naturhistoriker, 3; Anleitung zu wissenschaftlichen Arbeiten für Vorgeschrittene, tägl. *g*. — **Einstein**: Mechanik, 3; Wärmelehre, 2; Übungen im Seminar, 2 *g*. — **Spitaler**: Meteorologie I: Allgemeine Eigenschaften der Atmosphäre und ihre Temperatur, 2; Astrophysik, 2. —

Meyer: Anorganische Chemie für Philosophen, Mediziner und Pharmazeuten, 5; Chemische Experimentierübungen, 2; Chemische Übungen, tägl. außer Sonnabend, für Mediziner, halbtägig; Anleitung zu wissenschaftlichen Untersuchungen für Vorgeschrittene, tägl. *g*; Anleitung zur Ausführung von Vorlesungsexperimenten, für Vorgeschrittene, 5. — **Rothmund**: Physikalische Chemie I, 4; Radioaktivität, 1; Anleitung zu wissenschaftlichen Untersuchungen, tägl. — **Kirpal**: Pharmazeutische Chemie, 4. — **Hönigschmid**: Qualitative und quantitative Analyse, 3.

— **Fortner**: Chemie der Nahrungsmittel mit Demonstrationen, 3. —

Pick: Infinitesimalgeometrie, 5; Übungen im Seminar, 2 *g*. — **Weinek**: Sphärische Astronomie II: Refraktion, Aberration, Präzession, Nutation, 3. — **Scheller**: Physik der Sonne, 2. —

Technische Hochschule Prag.

Tuma: Physik, 5, für Kulturingenieure und Geodäten, 3; Physikalisches Praktikum, insbesondere für Chemiker, 3, für Lehramtskandidaten, 6. — **Puluj**: Allgemeine Elektrotechnik, 4; Praktische Übungen, 3; Ausgewählte Kapitel der Wechselstrom-Elektrotechnik, 1. — **Pichl**: Meteorologie und Klimatologie, 3. —

Meyer: Allgemeine Experimentalchemie: Mineralstoffe, 6; Analytische Chemie (qualitative), 2; Praktische Übungen in der qualitativen Analyse, 21, in der quantitativen Analyse, 25; Anleitung zu wissenschaftlichen chemischen Untersuchungen für Geübtere, 30; Einführung in die Kolloidchemie, für Geübtere, 1. — **Storch**: Chemie der Metalle und technische Metallgewinnung, 2; Maßanalyse und chemische Arithmetik, 1; Physikalisch-chemisches Laboratorium; Physikalische Chemie I: Chemische Statik und Dynamik, 2, III: Elektrochemie, 3; Anleitung zu wissenschaftlichen chemischen Untersuchungen, 15; Physikalische Methoden der Untersuchung von Nahrungsmitteln, 1, Übungen, 3. — **Außerwinkler**: Praktische Photographie, 1, Übungen, 4. — **v. Gintl**: Chemie der Nahrungs- und Genußmittel und über die Methode der chemischen Untersuchung derselben, 2, Übungen, 6; Praktische Unterweisung in der chemischen Untersuchung von Rohstoffen und Gebrauchsartikeln, 1, Übungen, 4; Elementaranalyse organischer Verbindungen, 2, Übungen, 2; Methoden der quantitativen Mineralanalyse, 2; Enzyklopädie der technischen Chemie, 2. — **Ditz**: Chemische Technologie anorganischer Stoffe: Chemische Großindustrie, 6; Übungen im anorganisch-technologischen Laboratorium, 23. — **v. Georgievics**: Chemische Technologie organischer Stoffe I: Erzeugung von Zucker, Stärke, Bier, Spiritus, Wein, Essig, Natürliche und künstliche Farbstoffe, Technologie der Fette, Öle und Erdöle, $6^1/_2$; Übungen im organisch-technologischen Laboratorium, $23^1/_2$. —

Carda: Mathematik I, 6; Elemente der höheren Mathematik, 6, Übungen, 1; Mathematik für Kandidaten des Lehramtes an höheren Handelsschulen, 3; Ausgewählte Kapitel der Differential- und Integralrechnung: Binare Formen, 2; Wahrscheinlichkeitsrechnung, 2. — **Kowalewski**: Mathematik II, 5, Übungen, 2; Ausgewählte Kapitel der höheren Mathematik, 2. — **Rosmanith**: Versicherungsmathematik I, 4, II, 4; Politische Arithmetik, 2, Übungen, 2. — **Janisch**: Darstellende Geometrie, 5, Konstruktive Übungen, 8 und 6; Geometrie der Lage, 3, Übungen, 4; Übungen in der darstellenden Geometrie für Vorgeschrittene, 6. — **Stark**: Enzyklopädie der Mechanik II, 2; Mechanik I, 6, Repetitorium, 1; Graphische Statik, 2, Konstruktive Übungen, 2. — **Haerpfer**: Elemente der niederen Geodäsie, 3, Übungen, 2; Kartenprojektion, 1. — **Adamczik**: Praktische Geometrie I: Niedere Geodäsie, $4^1/_2$, Übungen, 2, III: Höhere Geodäsie, 3, Übungen, 2; Geodätische Schlußübungen, 15 Tage; Geodätisches Praktikum, Geodätisches Rechnen, 2; Technisches Zeichnen A: Plan- und Terrainzeichnen, 4, für Geodäten, 3. — **Grünwald**: Geometrie der Bewegung starrer Systeme, 2. —

Universität Rostock.

Heydweiller: Experimentalphysik II: Optik, Magnetismus, Elektrizität, 5; Physikalische Übungen, mit Handfertigkeitsunterricht, für Mathematiker und Naturwissenschaftler (mit Weber), 8, für Mediziner und Pharmazeuten, 4; Wissenschaftliche physikalische Arbeiten, tägl.; Physikalisches Seminar (mit Weber), 1 *g*. — **Weber**: Einführung in die theoretische Physik, 3; Elektrizität und Magnetismus, 2; Vektoranalysis, 1; Übungen zur theoretischen Physik, 1. —

Michaelis: Organische Chemie, 5; Übungen im chemischen Laboratorium: a) Großes Praktikum, tägl., b) Kleines Praktikum, 9, c) Toxikologisches Praktikum (mit Stoermer), 4, d) Übungen für Mediziner, 4, e) Übungen für Nahrungsmittelchemiker (mit Kunckell), 4; Pharmazeutische Präparatenkunde, 2 *g*. — **Stoermer**: Analytische Chemie, 4; Gerichtlich-toxikologische Chemie, 2. — **Honcamp**: Agrikulturchemie I: Pflanzenernährung, 2; Agrikulturchemisches Praktikum, tägl. — **Kümmell**: Chemische Verwandtschaftslehre: Statik, Kinetik, Thermochemie, Photochemie, 4; Kleines physikochemisches Praktikum, 4; Physikochemisches Vollpraktikum (Leitung selbständiger Arbeiten), tägl. — **Kunckell**: Repetitorium der pharmazeutischen Chemie mit Untersuchung der Arzneimittel und Gesetzeskunde, 3; Examinatorium der Chemie für Pharmazeuten, 2; Ausgewählte Kapitel der technischen Chemie: Salzsäure, Schwefelsäure, Soda, 1; Einführung in die Nahrungsmittel- und Harnanalyse, 1. —

Staude: Differential- und Integralrechnung, 4; Anwendung der Differentialrechnung auf Geometrie: Theorie der Kurven und Flächen, 4; Mathematisches Seminar, 2 *g*. —

Universität Straßburg.

Braun: Experimentalphysik II: Wärme, Akustik, Elektrizität, 5; Physikalische Übungen, 13; Übersichtskursus für Mediziner, 3; Wissenschaftliche physikalische Arbeiten, tägl. außer Sonnabend; Physikalisches Kolloquium (mit Cohn), 2 *g*. — **Cohn**: Theorie des Lichtes, 3, Ergänzung: Grundlagen der Elastizitätslehre, 1. — **Hergesell**: Grundzüge der Meteorologie und Wetterprognose, 2; Meteorologisches und geophysikalisches Kolloquium, 14tägig, 2; Meteorologische Übungen, für Geübtere, nach Verabredung, *g*. — **Mandelstam**: Die physikalischen Grundlagen der Telegraphen- und Fernsprechtechnik, mit seminaristischen Übungen, 3. — **Gans**: Theorie des Magnetismus, 2. —

Thiele: Allgemeine Experimentalchemie, anorganischer Teil, 5; Chemisches Praktikum für Anfänger und Vorgeschrittene (mit Wedekind und Straus), tägl. außer Sonnabend; Kolloquium über neuere chemische Literatur (mit Wedekind und Straus), 14tägig, 2 *g*. — **Schär**: Pharmakognosie, 4; Pharmakognostische Demonstrationen, 1 *g*; Grundzüge der physiologischen Chemie, für Pharmazeuten, 2; Übungen und Untersuchungen im pharmazeutischen Institut, tägl. außer Sonnabend; Pharmakognostisch-mikroskopisches Praktikum (mit Rosenthaler) I, 3, II, 2—3; Chemisches Praktikum für Nahrungsmittelchemiker (mit Rosenthaler), tägl. außer Sonnabend. — **Rose**: Chemische Technologie der Metalloide, 3; Die Untersuchung und Reinigung des Wassers, 1 *g*. — **Wedekind**: Analytische Chemie, einschließlich Maßanalyse, 3; Radioaktivität und Kolloidchemie, 1; Physikalisch-chemisches Praktikum, 4. — **Kreutz**: Zuckerfabrikation und Bierbrauerei, mit Exkursionen, 1. — **Rosenthaler**: Die Anatomie der wichtigsten Drogen, 1. — **Straus**: Die Teerfarbstoffe und ihre Anwendung in der Färberei II, $1^3/_4$; Praktikum über die Anwendung der Teerfarbstoffe, nach Verabredung; Organische Reaktionen in ihrem Zusammenhang, 2. —

Weber: Differential- und Integralrechnung, 4; Die partiellen Differentialgleichungen der mathematischen Physik, 2; Übungen des mathematischen Oberseminars (mit Wellstein, v. Mises und Epstein), $1^1/_2$ *g*. — **Schur**: Analytische Geometrie der Ebene und des Raumes, 4; Ausgewählte Kapitel aus der Flächentheorie, 2; Übungen des mathematischen Seminars, für Vorgerückte, $1^1/_2$ *g*. — **Bauschinger**: Bahnbestimmung der Planeten und Kometen, 4, Übungen, 1; Astronomische Beobachtungen für Geübtere, nach Verabredung. — **Simon**: Ebene und sphärische Trigonometrie, 3, Übungen, 1; Nichteuklidische Geometrie in elementarer Behandlung, 2. — **Wellstein**: Anwendungen der Infinitesimalrechnung, 3; Determinanten, 2; Übungen im mathematischen Unterseminar, 1. — **v. Mises**: Technische Mechanik I: Festigkeitslehre und graphische Statik, mit Übungen, 4; Graphische und numerische Methoden in der Analysis, mit Übungen, 2; Seminarübungen

in angewandter Mathematik, $1^1/_2$ *g*; Übungen zur darstellenden Geometrie, *g*. — **Epstein**: Fouriersche Reihen und verwandte Entwicklungen, 2. — **Wirtz**: Kometen und Meteore, 1. —

Technische Hochschule Stuttgart.

Koch: Experimentalphysik, 4, Mathematische Ergänzung, 2; Physikalisches Praktikum (mit Szivessy), tägl. außer Sonnabend; Anleitung zu physikalisch-wissenschaftlichen Arbeiten (mit Szivessy), tägl.; Handfertigkeitspraktikum in Physik, 2—3; Physikalisches Kolloquium, 2; Meteorologie, 1. — **Wallot**: Theorie der Elektrizität, 2. — **Veesenmeyer**: Grundlagen der Elektrotechnik: a) Grunderscheinungen und Grundgesetze, 1, b) Technische Anwendungen, 5; Elektrische Maschinen und Apparate I, 3; Elektrotechnische Maschinenkonstruktionen, 8; Einrichtung und Betrieb elektrotechnischer Fabriken, 1; Projektieren elektrischer Anlagen, 4. — **v. Dietrich**: Elektrische Beleuchtung, 2; Elektrotechnische Meßkunde II, 2; Übungen im Elektrotechnischen Laboratorium (mit Herrmann): Praktikum II u. III. — **Herrmann**: Elektrische Zentralanlagen und Leitungen, 2; Schwachstromtechnik, 2; Theorie der Wechselströme, 2. —

v. Hell: Unorganische Chemie, 4; Organische Chemie, 5; Übungen im Laboratorium für reine und pharmazeutische Chemie (mit Kauffmann, Schmidt u. Bauer), tägl. außer Sonnabend. — **Müller**: Elektrochemie, 2; Technische Chemie, 2; Übungen im Laboratorium für Elektrochemie und technische Chemie (mit Wegelin), tägl. außer Sonnabend; Analytische Chemie auf physikochemischer Grundlage. — **Häußermann**: Chemische Technologie der Brenn- und Leuchtstoffe, 2. — **Küster**: Pharmazeutische Chemie, 2; Chemie der Nahrungsmittel, Genußmittel und Gebrauchsgegenstände, 2. — **Kauffmann**: Radioakivität und Elektronik, 1 Vormittag; Farbenchemie, 2. — **Schmidt**: Analytische Chemie, 2; Einführung in die Stöchiometrie, 1; Organische Chemie für Vorgeschrittene, 2. — **Obermiller**: Repetitorium über organische Chemie, 1. — **Bauer**: Arbeitsmethoden des Deutschen Arzneibuchs II, 1; Die chemische Untersuchung des Harns, 1. — **Philip**: Maßanalyse, 1. — **Rohland**: Technologie der Mörtelmaterialien, 1 *g*; Unorganische Chemie, 1 *g*. — **Brunner**: Photochemie, mit besonderer Berücksichtigung der Photographie, 1. —

Haller: Ebene und sphärische Trigonometrie, 2, Übungen, 2. — **Stübler**: Niedere Analysis, 4; Elemente der Differential- und Integralrechnung, 3, Übungen, 1. — **Faber**: Höhere Mathematik II, 6, Übungen, 2; Mathematisches Seminar, 2. — **Wölffing**: Funktionentheorie I, 3. — **Mehmke**: Darstellende Geometrie, 3, Übungen (mit Stübler), 4; Vektorenrechnung, 3, Übungen, 1; Graphisches Rechnen, 1, Übungen (mit Stübler), 2; Mathematisches Seminar, 1. — **Kommerell**: Grundlagen der Geometrie, 2. — **Roth**: Schattenkonstruktionen und Beleuchtungskunde, 4. — **Kriemler**: Technische Mechanik, 6, Übungen, 2. — **Heer**: Plan- und Geländezeichnen, 4; Geodätische Übungen, 4. — **v. Hammer**: Ausarbeitung geodätischer Aufnahmen, 2; Praktische Geometrie I: Vermessungskunde, 3, Übungen, 6; Kartenprojektionen für kartographische und geodätische Zwecke, 1, Übungen, 1; Grundzüge der höheren Geodäsie, 2; Barometrische Höhenmessung, 1. — **A. Baumann**: Freiballon und Luftschiffbau, 3; Kraftfahrzeuge, 2; Der heutige Stand der Luftschiffahrt und Flugtechnik, 1. —

Universität Tübingen.

Paschen: Experimentalphysik: Schall, Wärme, Magnetismus, Elektrizität, 5; Physikalische Übungen für Anfänger, 4, für Fortgeschrittene, halbtägig; Selbständige wissenschaftliche Untersuchungen, ganztägig. — **N. N.**: Theoretische Physik I: Einleitung und Theorie der Wärme, 3, Übungen, 2; Meteorologie und Klimatologie, 1. —

Wislicenus: Allgemeine Chemie I: Anorganische Chemie, 5; Praktische Übungen im chemischen Laboratorium, für Anfänger und Fortgeschrittene, tägl.: a) Analytisch-chemisches Praktikum (mit Bülow), b) Chemisch-pharmazeutisches Praktikum (mit Weinland), c) Präparative Arbeiten (mit Kliegl), d) Physikalisch-chemische Übungen (mit Magnus), e) Anleitung zu selbständigen Untersuchungen (mit Bülow und Weinland), f) Abgekürztes chemisches Praktikum (mit Bülow), 2 Halbtage. — **Thierfelder**: Organische Chemie für Mediziner, 4; Praktisch-chemische Übungen für Anfänger I: Qualitative Analyse, 6, II: Quantitative Analyse und physiologisch-chemische Übungen, 6; Physiologisch-chemische Arbeiten für Geübtere, tägl. — **Bülow**: Analytische Chemie I, 2; Theoretische Erörterungen zu den praktischen Übungen II, 2; Repetitorium der anorganischen und organischen Chemie, 3; Kolloquium über neueste Patentliteratur. — **Weinland**: Chemie der Arzneistoffe I: Anorganischer Teil, 2; Quantitative Untersuchung der Arzneimittel I: Anorganischer Teil, 1; Chemie der Nahrungsmittel, 1. — **Kliegl**: Moderne chemische Probleme, 1. — **Magnus**: Allgemeine physikalische Chemie, 2; Physikalisch-chemische Übungen, 4. —

v. Brill: Einführung in die höhere Mathematik, 4; Theorie der algebraischen Kurven, 3; Übungen im mathematischen Seminar, 2. — **Maurer**: Höhere Analysis II, 4; Höhere Algebra, 3; Übungen im mathematischen Seminar, 2. — **Perron**: Niedere Analysis, 4, Übungen, 1; Darstellende Geometrie, 3, Übungen, 3. — **Happel**: Graphische Statik, 1, Übungen, nach Verabredung, *g*; Wahrscheinlichkeitsrechnung mit Anwendungen auf die mathematische Statistik, 2; Physikalisches Kolloquium (mit Magnus und Rosenberg), 1. — **Rosenberg**: Bahnbestimmung von Planeten und Kometen: Erste Approximation, 2; Ausgewählte Kapitel aus der Astrophysik, 1; Übungen in astronomischen Beobachtungen für Anfänger, 2; Leitung selbständiger astronomischer und astrophysikalischer Arbeiten für Fortgeschrittene, tägl. —

Universität Wien.

Lecher: Experimentalphysik für Lehramtskandidaten und Mediziner, 5. — **Exner**: Physikalisches Praktikum für Lehramtskandidaten I, 6, für Chemiker und Naturhistoriker, 6; Physikalische Übungen für Vorgeschrittene, tägl. — **Hasenöhrl**: Potentialtheorie, 5; Proseminar für theoretische Physik, 1 *g*; Seminar für theoretische Physik, 1 *g*; Besprechung neuer Arbeiten über theoretische Physik (mit Ehrenhaft, Nabl und Frank), 1. — **Meyer**: Radioaktivität, 3. — **Haschek**: Physikalisches Praktikum für Vorgeschrittene, 8; Experimentalphysik mit besonderer Berücksichtigung der Pharmazeuten, 5; Physikalisches Praktikum für Anfänger, 6. — **Kohl**: Grundzüge der Theorie der elektrolytischen Dissoziation, 2. — **Przibram**: Ausgewählte Kapitel aus der Molekularphysik, 1. — **Nabl**: Ausgewählte Kapitel aus der Dynamik, 1. — **Frank**: Die Anwendung der Integralgleichungen in der mathematischen Physik, mit einer Einführung in die Theorie der Integralgleichungen, 3. — **Heß**: Ionen und Elektronen, 1. — **Trabert**: Einleitung in die Physik der Erde, 2, Konversatorium, 1. — **Defant**: Das solare Klima und seine Modifikationen, 1; Einführung in die theoretische Meteorologie, 1. — **Schmidt**: Meteorologie der freien Atmosphäre, 1. —

Wegscheider: Theoretische und physikalische Chemie II: Verwandtschaftslehre einschließlich Elektrochemie, 5; Chemische Übungen für Anfänger, 5 Tage; Arbeiten im I. chemischen Laboratorium für Vorgeschrittene (mit Wenzel und Pollak), tägl. — **Goldschmiedt**: Experimentalchemie I: Anorganische Chemie, 5; Chemische Übungen für Anfänger u. für Vorgeschrittene, 5 Tage, für Mediziner, 4; Anleitung zu wissenschaftlichen chemischen Untersuchungen, 5 Tage. — **Herzig**: Chemie der Benzolderivate, 5; Übungen aus pharmazeutischer Chemie für Pharmazeuten, 5 Tage. — **Lippmann**: Chemie des Chinolins, Pyridins und der Alkaloide, 2. — **Schacherl**: Ausgewählte Kapitel der Chemie und Technologie der Nahrungsmittel, 2. — **Franke**: Anleitung zur Ausführung chemisch-wissenschaftlicher Arbeiten, 5 Tage. — **Pollak**: Chemische Technologie: Organi-

sche Farbstoffe und ihre Anwendungen I, mit Exkursionen, 2; Elemente der analytischen Chemie, insbesondere für Pharmazeuten, 2; Färberei-chemische Übungen, 5. — **Wenzel**: Chemische Technologie: Brennstoffe, 1. — **Billiter**: Kolloidchemie, 1 *g*. — **M. Kohn**: Besprechung neuerer Arbeiten auf dem Gebiete der organischen Chemie, 1. — **Abel**: Chemische Kinetik, 2. — **Moßler**: Terpene und Kampfer, 1; Glykoside, 1. — **Kailan**: Einführung in die Chemie und Technologie der Fette und Öle, 1. —

v. Escherich: Differential- und Integralrechnung, 5, Übungen, 1; Proseminar für Mathematik, 1 *g*; Seminar für Mathematik, 2 *g*. — **Wirtinger**: Theorie der Funktionen einer kompletten Veränderlichen, 5, Übungen, 1 *g*; Mathematisches Seminar, 1 *g*; Mathematisches Proseminar: Übungen in der graphischen Behandlung elementarer Funktionen, 1 *g*. — **G. Kohn**: Analytische Geometrie, 4, Übungen, 1 *g*; Differentialgeometrie II, 2. — **Tauber**: Versicherungsmathematik, 4; Mathematische Statistik, 2. — **Blaschke**: Einführung in die mathematische Statistik I, 3. — **Hanni**: Das Dualitätsgesetz der Geometrie und seine Bedeutung in der Physik, 2. — **Schrutka**: Differenzen- und Interpolationsrechnung, 2. — **Hepperger**: Bahnbestimmung der Planeten und Kometen, 4. — **Oppenheim**: Mechanik des Himmels I, 5. — **Schram**: Astronomische Chronologie, 1. — **Ebert**: Populäre Astronomie, mit Lichtbildern, 1; Astronomische Rechenübungen, 1; Theoretische Astronomie, 2. —

Technische Hochschule Wien.

Jäger: Physik, 5; Optik für Geodäten, 2. — **Mache**: Physik, 5. — **Liznar**: Meteorologie und die wichtigsten Lehren der Klimatologie, 2. — **Sahulka**: Elektrotechnik, $4^1/_2$, Praktische Übungen I (mit Reithoffer), 4; Elektrotechnische Meßkunde, 2. — **Reithoffer**: Allgemeine Elektrotechnik, 2; Elektrische Schwingungen und Wellen, 2. — **Pichelmayer**: Dynamobau, 5; Dynamobau B, Konstruktionsübungen II, 8; Elektrotechnik, Praktische Übungen II, 4. — **Hochenegg**: Elektrische Arbeitsübertragung, 3; Bau und Betrieb elektrischer Anlagen, 2, Übungen, 4. — **Jüllig**: Elektrische Telegraphie und Eisenbahn-Signalwesen, 2. —

Bamberger: Allgemeine Experimental-Chemie I: Anorganische Chemie, 6; Übungen im Laboratorium der allgemeinen Experimentalchemie, 20. — **Suida**: Allgemeine Experimental-Chemie II: Organische Chemie II (Die wichtigsten Kapitel aus der Chemie der aromatischen Verbindungen), 4; Chemische Technologie organischer Stoffe, 5, Übungen, 20. — **Vortmann**: Analytische Chemie, 4, Übungen, 20. — **v. Jüptner**: Theoretische und physikalische Chemie II, 2; Chemische Technologie anorganischer Stoffe, 5, Übungen, 20; Technische Feuerungen, 5 bezw. 1. — **Praetorius**: Physikalisch-chemisches Messen und Rechnen, 1. — **Skrabal**: Qualitative chemische Analyse, 2. — **Böck**: Chemie der Alkaloide, 2. — **Paweck**: Theoretische Elektrochemie, 2; Das Rosten des Eisens und die Rostschutzmittel, insbesondere die elektrochemische Verzinkung, 1. — **Abel**: Angewandte physikalische Chemie, 2. — **Klimont**: Chemie der Fette, 1; Chemie der hydroaromatischen Verbindungen und Terpene, 2. — **Lippmann**: Synthese der Benzolderivate, 3. — **Ulzer**: Technische Analyse organischer Stoffe, 2. — **Eder**: Photochemie und angewandte Photographie, 1; Photographisches Praktikum, 4. — **Strache**: Beleuchtungswesen und Gasindustrie II, $1^1/_2$. — **Erban**: Chemische Textilindustrie I und II, 2. —

Zsigmondy: Mathematik I, 5, Korrepetitionen, 2. — **Rothe**: Mathematik I, 5; Elemente der Theorie der Differentialgleichungen und Einführung in die Theorie der kontinuierlichen Gruppen, 2. — **Czuber**: Mathematik II, 5; Wahrscheinlichkeitsrechnung, 3. — **v. Schrutka**: Grundlehren der höheren Mathematik, 4, Korrepetitionen, 1; Ausgewählte Kapitel der höheren Mathematik, 2. — **Reich**: Ausgewählte Kapitel aus der höheren Algebra, 2. — **Tauber**: Versicherungsmathematik I, 4, II, 2. — **Förster**: Politische Arithmetik, 2. — **Blaschke**: Einführung in die mathematische Statistik, 3. — **Müller**: Darstellende Geometrie und konstruktives Zeichnen, 5, Konstruktionsübungen 6; Die Abbildungsmethoden der darstellenden Geometrie, 2 Konstruktionsübungen, 2; Seminar für darstellende Geometrie, 2. — **Schmid**: Darstellende Geometrie und konstruktives Zeichnen, 4, Konstruktionsübungen, 6; Projektive Geometrie I, 3. — **N. N.**: Mechanik I: Mechanik der starren und flüssigen Körper, 5. — **Jung**: Mechanik I: Mechanik der starren und flüssigen Körper, 5, Übungen, 2; Äußere Ballistik, 2. — **Kirsch**: Mechanik II: Elastizitäts- und Festigkeitslehre, 6. — **Girtler**: Enzyklopädie der Mechanik, 5; Theorie und Anwendung des Kreisels, 2. — **Leon**: Analytische Mechanik des elastischen festen Körpers (Theorie der Elastizität und Festigkeit), 2. — **Pollack**: Elemente der niederen Geodäsie, $4^1/_2$. — **Dolezal**: Praktische Geometrie, $4^1/_2$, Übungen, 5; Situationszeichnen (Geodätisches Zeichnen), 4; Geodätisches Seminar, 2; Photographische Meßkunst (Photogrammetrie), $1^1/_2$, Übungen, 2. — **Dokulil**: Technik des Katasterwesens, 3. — **Schumann**: Höhere Geodäsie, 3; Ausgewählte Kapitel aus höherer Geodäsie, 1; Übungen im Beobachten und Rechnen, 3. — **N. N.**: Geodätische Rechenübungen, $2^1/_2$. —

Universität Würzburg.

Wien: Experimentalphysik I: Mechanik, Akustik, Wärme, Magnetismus, 5; Praktische Übungen, 4 bzw. 10; Anleitung zu selbständigen Arbeiten, tägl. — **Cantor**: Elektrizität und Magnetismus, 4. — **Harms**: Resonanztheorie, mit Anwendungen auf elektrische und optische Erscheinungen, 2. —

Medicus: Chemische Technologie, 4; Pharmazeutische Chemie, organischer Teil, 5; Praktikum für Pharmazeuten, halb- und ganztägig; Kursus technisch-chemischer Analysen, 2 halbe Tage; Praktikum der angewandten Chemie und Nahrungsmittelanalyse, halb- oder ganztägig. — **Buchner**: Experimentalchemie I: Unorganische Chemie, 5; Analytisch-chemisches Praktikum (mit Manchot), ganz- und halbtägig, tägl. außer Sonnabend; Chemisches Praktikum für Mediziner (mit Emmert), 6; Vollpraktikum für präparative Arbeiten, tägl.; Anleitung zu selbständigen Untersuchungen (mit Manchot), tägl.; Physikalisch-chemischer Einführungskurs (mit v. Halban), 8; Kolloquium (mit Manchot, Pauly, Emmert, v. Halban und Langheld), 14tägig, $1^1/_2$ *g*. — **Manchot**: Analytische Chemie (Experimentalvorlesung zur Ergänzung des analytisch-chemischen Praktikums), 3. — **Pauly**: Zykloparaffingruppe, mit besonderer Berücksichtigung der natürlich vorkommenden Derivate: Terpene etc., 1. — **Schlotterbeck**: Technische Untersuchungsmethoden, 1. — **Emmert**: Stereochemie, 1; Übungen zur allgemeinen Chemie (mit v. Halban), 1 *g*. — **v. Halban**: Reaktionsgeschwindigkeit und Katalyse, 1. — **Langheld**: Benzolchemie mit Experimenten, 2. —

Rost: Analytische Geometrie des Raumes, 4; Analytische Geometrie der Ebene, 4; Sphärische Astronomie II, 2; Politische Arithmetik, 2; Kombinatorik und Determinantentheorie, 2 *g*; Axonometrie und Perspektive, 2 *g*; Anleitung zu wissenschaftlichen Arbeiten, tägl. *g*; Astronomisches Praktikum, 4 *g*; Einführung in die höhere Mathematik für Studierende des Versicherungsfaches, 3 *g*. — **v. Weber**: Differentialrechnung, 4, Übungen, 2 *g*; Einführung in die Vektoranalysis, 2; Technische Anwendungen der Mechanik (mit Hilb), $1^1/_2$ *g*. — **Hilb**: Algebraische Kurven, 4; Bestimmte Integrale, 4. —

Universität Zürich.

Kleiner: Experimentalphysik, 5; Physikalisches Praktikum für Anfänger, $^1/_2$ Tag, für Vorgerücktere (mit Debye), tägl. — **Debye**: Thermodynamik mit besonderer Berücksichtigung ihrer statistischen Grundlagen, 4, Übungen, 1; Relativitätstheorie nebst Anwendungen, 2. — **Greinacher**: Radioaktivität (mit Experimenten), 1. — **Rusch**: Theorie der Wechselströme, 2; Theorie der elektrischen Schwingungen (gekoppelte Systeme), 1. — **de Quervain**: Ausgewählte Kapitel der Geophysik: Erdbebenkunde, Gletscherkunde, 1. —

Werner: Anorganische Experimentalchemie, 6; Organische Chemie II, 2; Chemisch-analytisches Praktikum, tägl.; Chemisches Praktikum für Vorgerücktere: Präparative Arbeiten, Ausführung selbständiger Arbeiten, tägl.; Chemisches Halbpraktikum für Studierende der Naturwissenschaften, halbtägig. — **Abeljanz**: Qualitative chemische Analyse, 2; Anleitung zu chemischen Arbeiten im Laboratorium, 1; Chemisches Kolloquium, 1; Chemisches Praktikum für Mediziner und Veterinäre, 3 Tage, für Studierende der Naturwissenschaften, 3 Tage, für Lehramtskandidaten, 6; Übungen im Untersuchen von Lebensmitteln, 4 oder 8. — **Pfeiffer**: Stereochemie, 2; Chemie der Eiweißkörper, 1; Chemische Statik und Dynamik, 2. — **Jantsch**: Seltene Elemente II, 1; Nitride, Karbide und analoge Verbindungen, 1. — **Reichinstein**: Elektrochemie mit Experimenten, 2. —

Zermelo: Differential- und Integralrechnung I, 4; Elemente der Differentialgleichungen, 2; Einführung in die Mengenlehre, 2; Mathematische Übungen für Vorgeschrittene, 2. — **Weiler**: Darstellende Geometrie mit Übungen I, 4; Analytische Geometrie mit Übungen I, 4; Mathematische Geographie, 2. — **Gubler**: Algebraische Analysis, 2; Sphärische Trigonometrie mit Anwendungen, 1; Mathematische Theorie der Pensionsversicherungen, 1. — **Wolfer**: Einleitung in die Astronomie, 3, Übungen, 2; Theorie der Finsternisse, 2. —

Technische Hochschule Zürich.

H. F. Weber: Physik: Wärmelehre, 4, Repetitorium, 1; Theoretische Elektrotechnik II, 4; Wechselstromsysteme und Wechselstrommotoren, 2; Theorie der absoluten magnetischen und elektrischen Messungen, 2; Wissenschaftliche Arbeiten in Physik, 8, 12, 24; Elektrotechnisches Laboratorium, 8; Arbeiten über Wechselstromsysteme und Wechselstrommotoren, 4. — **Weiß**: Physik, 4, Repetitorium, 1; Physikalisches Praktikum für Anfänger, 4 und 8; Wissenschaftliche Arbeiten in den physikalischen Laboratorien, 8, 12 und 24. — **Schweitzer**: Physik I, 3, Repetitorium, 1; Optik, 2; Wechselstromtechnik in graphischer Behandlung, 3. — **Cherbuliez**: Geschichte der Physik von Newton bis an das Ende des 18. Jahrhunderts III, 2; Geschichte der theoretischen Maschinenlehre, 1. — **Perrier**: Elemente der Physik des Äthers, 2. — **Wyßling**: Elektrische Zentralanlagen II, 2, Übungen und Konstruktionen, 3; Elektrische Anlagen I, 3. — **Tobler**: Elektrische Signalapparate für Eisenbahnen, 2; Schwachstromtechnik, 1. — **Farny**: Bau von Dynamomaschinen II, 2; Maschinenkonstruieren, 6; Demonstrationen in der elektrischen Abteilung des Maschinenlaboratoriums, 3; Wechselstrom-Kommutator-Motoren, 1; Elektrische Maschinen I, 3. — **Guggenheim**: Symbolische und graphische Berechnung elektrischer Leitungen, 2; Elektrotechnik, 2. — **Barbieri**: Photographie I, 2; Photographisches Praktikum, 2. — **Früh**: Meteorologie und Klimatologie: Physikalische Geographie, mit Repetitorium, 2. — **de Quervain**: Ausgewählte Kapitel der Geophysik: Erdbebenkunde, Gletscherkunde, 1. —

Treadwell: Analytische Chemie I, 2, Repetitorium, 1; Gasanalyse, mit Übungen, 1; Chemie, 2, Repetitorium, 1; Analytisches Praktikum, 16 bezw. 10; Analytisch-chemisches Praktikum, 24. für Vorgerücktere, tägl. — **Baur**: Physikalische Chemie II, 2, Repetitorium, 1; Allgemeine Elektrochemie, 2, Repetitorium, 1; Physikalisch-chemisches und elektrochemisches Praktikum für Anfänger, 8; Elektrochemisches Praktikum für Elektrochemiker, 4; Physikalisch-chemisches und elektrochemisches Laboratorium für Vorgerücktere, tägl. — **Boßhard**: Anorganische chemische Technologie: Wasser, Salze, Säuren, 4, Repetitorium, 1; Chemische Technologie der Wärme und der Brennmaterialien, 2, Repetitorium, 1; Metallurgie, 2, Repetitorium, 1; Technisch-chemisches Praktikum, 16 und 24, für Vorgerücktere, tägl. — **Céresole**: Organische Technologie: Bleicherei, Färberei, Farbstoffe, 4, Repetitorium, 1; Technisch-chemisches Praktikum, 16 und 24, für Vorgerücktere, tägl. — **Constam**: Thermochemie, 1; Brennstoffe, 1. — **Escher**: Mechanische Technologie II: Materialverarbeitung, 3, Repetitorium, 1; Mechanische Technologie IV: Spinnerei (Fortsetzung), Weberei, 2; Papierfabrikation, 2; Technologisches Praktikum, 4. — **Hartwich**: Pharmakognosie, 5; Lebensmittelanalyse, mit Übungen, 2; Technische Mikroskopierübungen I: Fasern und Stärke, 4; Pharmazeutisch-chemisches Praktikum, 12; Mikroskopische Untersuchung pharmazeutischer Drogen, 4; Pharmakognostische Übungen für Vorgerücktere, tägl.; Gerichtlich-chemisches Praktikum, 16. — **Ott**: Theorie und Praxis der Leuchtgasindustrie, 1. — **Schmidlin**: Geschichte der Chemie, 1; Chemie der Alkaloide, 1. — **Schulze**: Agrikulturchemie I: Pflanzenernährungslehre, 2; Landwirtschaftlich-chemische Technologie: Zucker- und Spiritusfabrikation, 2; Übungen im agrikultur-chemischen Laboratorium, 8 und 16; Agrikultur-chemisches Praktikum für Vorgerücktere, tägl. — **Willstätter**: Anorganische Chemie, 6, Repetitorium, 1; Organische Chemie II: Benzolderivate, 2, Repetitorium, 1; Analytisches Praktikum, 16 bezw. 10 und 24; Chemisches Praktikum für Vorgerücktere, tägl. — **Winterstein**: Anorganische Chemie, 4, Repetitorium, 1; Chemie der Milch und Milchprodukte, 1; Untersuchung landwirtschaftlich wichtiger Produkte, 1. —

Franel: Höhere Mathematik I, 5, Repetitorium, 1, Übungen, 2, III, 3, Übungen, 1. — **Baeschlin**: Vermessungskunde II, 4, Repetitorium, 1; Ausgewählte Kapitel aus der Vermessungskunde, 3, Übungen, 2, Repetitorium, 1; Erdmessung, 2; Geodätisches Praktikum, 2. — **Beyel**: Rechenschieber mit Übungen, 1; Darstellende Geometrie, 2; Projektivische Geometrie, 1; Perspektive und Axonometrie, 2. — **Burger**: Graphische Vervielfältigung, 2. — **Dumas**: Integralgleichungen, 1. — **Geiser**: Analytische Geometrie, 4, Repetitorium, 1, Übungen, 14tägig, 2; Elemente der Ballistik, 1. — **Großmann**: Darstellende Geometrie, 4, Repetitorium, 1, Übungen, 4; Geometrie der Lage, 4; Mathematische Übungen, 2. — **Hirsch**: Höhere Mathematik I, 5, Repetitorium, 1, Übungen, 2, III, 3, Übungen, 1. — **Hurwitz**: Zahlentheorie, 4; Mathematisches Seminar, 2. — **Keller**: Mathematik, 4; Zentralprojektion und zentrische Kollineation, 2. — **Kienast**: Die Sätze von Castigliano und Betti, 1 *g*; Attraktionstheorie, 2. — **Kollros**: Darstellende Geometrie, 4, Repetitorium, 1, Übungen, 4; Anwendungen der darstellenden Geometrie, 2, Übungen, 4; Geometrie der Lage, 3. — **Kraft**: Analytische Mechanik, 4; Vektoranalysis, 3; Geometrischer Kalkül III, 3. — **Meißner**: Mechanik II, 4, Repetitorium, 1, Übungen, 2. — **Rudio**: Höhere Mathematik, 5, Übungen, 2. — **Wolfer**: Einleitung in die Astronomie, 3, Übungen, 2; Theorie der Finsternisse, 2. —

Für die Redaktion verantwortlich Professor Dr. Friedrich Krüger in Danzig-Langfuhr. — Verlag von S. Hirzel in Leipzig.
Druck von August Pries in Leipzig.

PHYSIKALISCHE ZEITSCHRIFT

No. 21. | 1. November 1911. Redaktionsschluß für No. 22 am 28. Oktober 1911. | 12. Jahrgang.

INHALT:

ORIGINALMITTEILUNGEN.

Über die Zerlegung der Spektrallinien von Lanthan und Kobalt im magnetischen Felde[1]).

Von Stephan Rybár.

Von der Erfahrungstatsache geleitet, daß die Spaltungen der Spektrallinien chemisch verwandter Elemente im magnetischen Felde auch ähnlichen Charakter zeigen, habe ich auf Anregung des Herrn Prof. W. Voigt eine Untersuchung des Lanthans vorgenommen.

Dieses Element gehört zu den seltenen Erden der dritten Klasse des periodischen Systems, und so war es sehr wahrscheinlich, daß diejenigen Zerlegungstypen, die für Yttrium als charakteristisch gefunden wurden, auch bei Zerlegung der Lanthanlinien festgestellt, und so die chemische Verwandtschaft der zwei Elemente auch auf Grund der ähnlichen Spaltungen nachgewiesen werden konnte.

Es ist mir gelungen, einige — wenn auch nicht zahlreiche — diese Voraussetzung bestätigende Tatsachen festzustellen, die nicht bloß bezüglich des Zerlegungstypus, sondern auch hinsichtlich der Intensitätsverteilung und der Frequenzen mit einigen Yttriumlinien identisch sind.

Außer der vollständigen Untersuchung der Lanthanlinien habe ich auch eine Untersuchung des Kobalts vorgenommen. Bei diesem Elemente beschränkte ich mich aber auf die Untersuchung der Hauptlinien.

Hier erlaube ich mir gleichzeitig, dem Herrn Geheimrat Prof. Dr. W. Voigt für die Anregung zu dieser Arbeit, sowie für die liebenswürdige Unterstützung und die vielen wertvollen Ratschläge, mit welchen er die Fortschritte meiner Untersuchung gefördert hat, meinen Dank auszusprechen.

Versuchsmethoden und Erklärung der Tabellen.

Für meine Untersuchung benutzte ich die große Aufstellung eines Rowlandschen Konkavgitters im Göttinger Physikalischen Institute[1]).

Bei den Beobachtungen über Lanthan sprang der Funke zwischen zwei Gaskohlenstäbchen über. Die Kohlenplatten von 4 mm Breite und 1 mm Dicke waren an der Stelle des Funkenüberganges ungefähr auf 20 mm Länge ganz dünn abgeschliffen, so daß dort die Dicke der Stäbchen nur einige Zehntel Millimeter ausmachte. Die Stäbchen wurden, nachdem sie längere Zeit in eine Salzlösung des betreffenden Elementes eingetaucht waren, quer zueinander dicht vor den Polschuhen eines großen Elektromagneten angebracht. So war es möglich, die Entfernung der Polschuhe bis auf 2 mm zu verkleinern und dadurch die Feldstärke zu vergrößern. Das war notwendig, um die in den komplizierten Zerlegungen befindlichen Komponenten trennen zu können. Beim Kobalt habe ich zur Herstellung des Funkens Metallstäbchen benutzt.

Die Feldbestimmung geschah vermittels der *Zn*-Linie $\lambda = 4680{,}43$ A.-E. Die Zerspaltungen sind bei verschiedenen Feldstärken (25000 bis 28800 Gauß) aufgenommen. Die Resultate sind aber alle auf die von Runge benutzte Feldstärke, also nach der Messung Gmelins[2]), auf 23010 Gauß reduziert.

1) Auszug aus der Budapester Inaugural-Dissertation.

1) Diese Zeitschr. **6**, 891, 1905.
2) P. Gmelin, Ann. d. Phys. (4) **28**, 1079, 1909.

Die Expositionsdauer variierte von 20 Minuten bis zu 6 Stunden (beim Kobalt).

Die elektrischen parallelen (*p*-) und die senkrechten (*s*-) Schwingungen wurden, wie gebräuchlich, mit einem Kalkspatrhomboeder, welches zwischen Funke und Linse eingeschaltet war, getrennt. Die Ausmessung der Zerlegungen geschah mit einem Zeißschen Komparator, mit welchem die schärfsten Linien bis auf $\pm 0{,}001$ mm meßbar waren. Auch bei den schlechteren Linien wichen die verschiedenen Messungen nur selten um mehr als $\pm 0{,}005$ mm vom Mittelwerte ab.

Für die Identifizierung der Linien benutzte ich die Wellenlängentabellen von Exner und Haschek für Funkenspektra, und beim Lanthan außerdem die Tabelle der Lanthanlinien von E. Wolff[1]). Die der letzten Tabelle entnommenen Werte sind im folgenden dadurch zu erkennen, daß sie bis auf drei Dezimalen bestimmt sind.

Die für die Lichtstärke der Komponenten gegebenen Zahlen haben fast nur für das relative Intensitätsverhältnis der zu einer Linie gehörenden parallelen Komponenten Bedeutung.

Die Abstände der Komponenten wurden bei komplizierten Linien von dem Schwerpunkt des Systems gerechnet. Die in [ ] gesetzten Werte bedeuten nicht zuverlässige Daten.

Ich habe in den Tabellen folgende Abkürzungen benutzt: λ Wellenlänge in Å.-E.; $-\frac{\Delta\lambda}{\lambda^2}$ die Änderung der Schwingungszahl pro cm; *s* die auf den Kraftlinien senkrechte, *p* die mit den Kraftlinien parallele elektrische Schwingung; *i* die Intensität; *br* breit; *d* diffus; *u* unscharf. Die zu *d* und *u* hinzugefügten Indizes *a*, *i*, *v*, *r* bedeuten, daß die Linie diffus bezw. unscharf ist auf der äußeren, inneren, violetten oder roten Seite.

Die Kolumne *A* enthält den zu der betreffenden Linie gehörenden aliquoten Teil des normalen Abstandes *a*, außerdem auch die Faktoren, mit welchen man den aliquoten Teil multiplizieren muß, um die Abstände der Komponenten zu bekommen.

Für den normalen Abstand wurde

$$a = 1{,}081$$

gewählt, der zu dem nach Gmelin[2]) gegebenen Wert

$$\frac{e}{m} = 1{,}771 \times 10^7 \, \mathrm{cm}^{\frac{1}{2}} \, g^{-\frac{1}{2}}$$

gehört.

Bei den Quadrupletts sind die Abstände der Komponenten, um Raum zu sparen, nur mit zwei Werten gegeben. Wo die Komponenten verschiedene Intensitäten haben, bezieht sich der in Kolonne *i* gegebene erste Wert auf die rote Komponente.

Lanthan.

Ich habe den größten Teil meiner Untersuchungen der Aufklärung der magnetooptischen Eigenschaften des Lanthans gewidmet.

Diese Untersuchungen wurden dadurch besonders interessant, daß im Lanthanspektrum eine ziemlich große Zahl komplizierter Zerlegungen auftrat. Eine Schwierigkeit entstand aus der oft sehr engen Aneinanderlagerung der Komponenten, so daß mitunter die auflösende Kraft des großen Rowlandgitters nicht hinreichte, deutliche Trennungen hervorzurufen — selbst bei Feldstärken von fast 30000 Gauß und bei Auslöschung einer Anzahl Komponenten mittels eines Kalkspats.

Da es aber meine Absicht war, eine möglichst vollständige Untersuchung des Zeemaneffektes der Lanthanlinien zu geben, habe ich auch solche schwierigen Linien der Messung unterzogen, ohne freilich Zahl und Abstand der Komponenten als sichergestellt bezeichnen zu können.

Die folgenden Linien werden durch das magnetische Feld wahrscheinlich in 12 bezw. 10 Komponenten zerlegt:

Tabelle I.

4196,74			4575,08		
i	$-\frac{\Delta\lambda}{\lambda^2}$	A	i	$-\frac{\Delta\lambda}{\lambda^2}$	A
4	−1,53 *s*	$14 \times 0{,}110 \left(\frac{a}{10}\right)$	2	−2,08 *s*	$4 \times 0{,}52 \left(\frac{a}{2}\right)$
8	−1,22 *s*	11	4	−1,57 *s*	3
8	−0,88 *s*	8	6 *br.*	−1,04 *p*	2
15 *br.*	−0,65 *p*	6	4	−1,02 *s*	2
4	−0,55 *s*	5	2	−0,57 *s*	1
1	[−0,43] *p*	4	1	−0,52 *p*	1
1	[+0,43] *p*		1	+0,52 *p*	
4	+0,56 *s*		2	+0,53 *s*	
15 *br.*	+0,65 *p*		4	+1,03 *s*	
8	+0,88 *s*		6 *br.*	+1,06 *p*	
8	+1,24 *s*		4	+1,58 *s*	
4	+1,53 *s*		2	+2,07 *s*	

Tabelle II.

3650,31			3715,67		
i	$-\frac{\Delta\lambda}{\lambda^2}$	A	i	$-\frac{\Delta\lambda}{\lambda^2}$	A
3	−1,72 *s*	$11 \times 0{,}157 \left(\frac{a}{7}\right)$	2	[−1,90] *s*	$20 \times 0{,}096 \left(\frac{a}{11}\right)$
6	−1,28 *s*	8	3	−1,64 *s*	17
10 *br.*	−0,94 *p*	6	3	−1,24 *s*	13
6	−0,78 *s*	5	2	−0,88 *s*	9
3	−0,33 *s*	2	6 *br.*	−0,70 *p*	7
3	+0,31 *s*		6 *br.*	+0,70 *p*	
6	+0,79 *s*		2	+0,88 *s*	
10 *br.*	+0,94 *p*		3	+1,24 *s*	
6	+1,26 *s*		3	+1,62 *s*	
2	+1,74 *s*		2	[+1,93] *s*	

1) Das Lanthanspektrum. Inaug.-Diss., Bonn 1905.
2) P. Gmelin, Ann. d. Phys. (4) **28**, 1079, 1909.

Die *s*-Komponenten sind bei Anwendung großer Feldstärken vorzüglich getrennt. Die Abstände je zweier benachbarter Linien sind äquidistant. Hiervon scheinen nur die äußersten *s*-Komponenten $\lambda = 3715{,}67$ eine Ausnahme zu bilden. Alle *s*-Komponenten sind fein und scharf, nicht aber die *p*-Komponenten, und ihre Breite läßt die Vermutung zu, daß in Wirklichkeit jede von ihnen eine doppelte Linie ist. Aber trotz nachhaltiger Bemühungen konnte ich diese Vermutung nicht mit Sicherheit bestätigen.

Außer den vorstehend erwähnten Linien wurden noch andere gefunden, die ähnliche Zerspaltungen zeigen. Aber ihre große Unschärfe verhinderte eine genaue Messung. Nachfolgend stelle ich die beobachteten Werte zusammen:

Tabelle III.

3265,79			4152,97			4231,10		
i	$-\frac{\Delta\lambda}{\lambda^2}$	A	i	$-\frac{\Delta\lambda}{\lambda^2}$	A	i	$-\frac{\Delta\lambda}{\lambda^2}$	A
2	$-2{,}13$ *s*	$24\times 0{,}09\left(\frac{a}{12}\right)$	1	$-1{,}54$ *s*	$13\times 0{,}117\left(\frac{a}{9}\right)$	1	— *s*	$(10)\times 0{,}177\left(\frac{a}{6}\right)$
4	$-1{,}72$ *s*	19	2	$-1{,}12$ *s*	10	4	$-1{,}39$ *s*	8
4	$-1{,}25$ *s*	14	4	$-0{,}82$ *p*	7	4	$-1{,}01$ *s*	6
2	$-0{,}82$ *s*	9	2	$-0{,}72$ *s*	6	8	$-0{,}72$ *p*	4
8	$-0{,}73$ *p*	8	1	$-0{,}34$ *s*	3	1	— *s*	
8	$+0{,}73$ *p*		1	$+0{,}36$ *s*		1	— *s*	
2	$+0{,}82$ *s*		2	$+0{,}68$ *s*		8	$+0{,}72$ *p*	
4	$+1{,}25$ *s*		4	$+0{,}82$ *p*		4	$+0{,}96$ *s*	
4	$+1{,}72$ *s*		2	$+1{,}14$ *s*		4	$+1{,}44$ *s*	
2	$+2{,}13$ *s*		1	$+1{,}54$ *s*		1	$+1{,}77$ *s*	

4238,57			4250,17		
i	$-\frac{\Delta\lambda}{\lambda^2}$	A	i	$-\frac{\Delta\lambda}{\lambda^2}$	A
8	$-1{,}76$ *s*	$10\times 0{,}177\left(\frac{a}{6}\right)$	2	$-1{,}75$ *s*	$10\times 0{,}175\left(\frac{a}{6}\right)$
10	$-1{,}43$ *s*	8	4	$-1{,}40$ *s*	8
10	$-1{,}09$ *s*	6	4	$-1{,}05$ *s*	6
8	$-0{,}75$ *s*	4	2	$-0{,}71$ *s*	4
20 *br.*	$-0{,}70$ *p*	4	8	$-0{,}71$ *p*	4
20 *br.*	$+0{,}70$ *p*		8	$+0{,}71$ *p*	
8	$+0{,}80$ *s*		2	$+0{,}72$ *s*	
10	$+1{,}09$ *s*		4	$+1{,}07$ *s*	
10	$+1{,}41$ *s*		4	$+1{,}41$ *s*	
8	$+1{,}71$ *s*		2	$+1{,}73$ *s*	

Innerhalb der großen Fehlergrenze zeigen die Linien $\lambda = 4231{,}10$, $\lambda = 4238{,}57$ und $\lambda = 4250{,}17$ gleiche Zerspaltungen. Leider konnte ich die Linien nicht so exakt messen, wie es notwendig gewesen wäre, um ein ähnliches Verhalten derselben ohne Zweifel aussagen zu können. Das Intensitätsverhältnis der *s*-Komponenten von $\lambda = 4238{,}57$ stimmt nicht ganz genau mit dem von $\lambda = 4231{,}10$ und $\lambda = 4250{,}17$ überein. Die drei Linien gehören aber sicher nicht zu einer Serie, weil einerseits die Intensität der Linien mit abnehmender Wellenlänge nicht abnimmt, und weil es andererseits nicht wahrscheinlich ist, daß die Glieder einer Serie bei $\lambda = 4200$ so dicht nebeneinander liegen. Die Linie $\lambda = 3265{,}79$, die sehr schlecht meßbar war, zeigt auch mit $\lambda = 3715{,}67$ (Tabelle II) einige Ähnlichkeit.

Ähnliche Aufspaltungen zeigen auch die Linien: $\lambda = 3142{,}99$[1]), $3453{,}32$[1]), $3662{,}24$[2]), $4525{,}45$[2]), $4699{,}0$[1]), $4743{,}255$[2]), die aber einer ausreichenden Trennung widerstanden.

Dieser Typus, der bei den Lanthanlinien in großer Anzahl vorkommt, scheint für dies Element charakteristisch zu sein.

Die folgende Linie wird schon bei Anwendung kleiner Feldstärke deutlich in elf Komponenten zerlegt:

Tabelle IV.

4300,59		
i	$-\frac{\Delta\lambda}{\lambda^2}$	A
1	$-2{,}38$ *s*	$3\times 0{,}79\left(\frac{8a}{11}\right)$
10	$-1{,}62$ *p*	2
2	$-1{,}57$ *s*	2
1	$-0{,}79$ *p*	1
1	$-0{,}78$ *s*	1
2	$+0{,}01$ *s*	0
1	$+0{,}79$ *s*	
1	$+0{,}79$ *p*	
2	$+1{,}59$ *s*	
10	$+1{,}63$ *p*	
1	$+2{,}35$ *s*	

Sie ist eine der am besten meßbaren Linien. Ihre Komponenten gruppieren sich symmetrisch

1) u. 2) Die mit dem Index 1) bezeichneten Linien zeigen einen Effekt, bei dem eine *s*-Komponente der ursprünglichen Linie am nächsten liegt; wie z. B. $\lambda = 3650{,}31$ (Tabelle II). Die mit dem Index 2) bezeichneten Linien zeigen aber eine Zerspaltung, bei der, ähnlich der Linie $\lambda = 3715{,}67$ (Tabelle II), die *p*-Komponenten innen liegen oder höchstens mit den *s*-Schwingungen gleiche Frequenz haben.

um eine *s*-Komponente, und zwar fällt auf jeder Seite eine der *p*-Schwingungen mit einer der s-Schwingungen zusammen. Die einzelnen Komponenten letzterer Art sind wieder äquidistant, bis auf die äußere rote Komponente, die ein wenig nach rot verschoben erscheint. Benachbarte *p*-Schwingungen haben den gleichen Frequenzunterschied wie benachbarte *s*-Schwingungen. Auffallend ist die große Intensität der äußeren *p*-Komponenten.

Die Spektrallinie ist ein schönes Beispiel dafür, daß die Abstände der Komponenten von der Mitte kleinzahlige Vielfache eines aliquoten Teiles des normalen Abstandes sind. Das Intervall $0{,}79 \left(\frac{8a}{11}\right)$ tritt zehnmal auf.

Bei den komplizierten Zerlegungen der Lanthanlinien ist das häufige Vorkommen von Nonetten auffallend. Man kann sie in zwei Gruppen teilen, deren Linien zwar nicht ein völlig gleiches, aber doch ähnliches Verhalten zeigen. So werden die folgenden Linien in drei *p*- und sechs *s*-Komponenten zerlegt:

Tabelle V.

3381,10			3921,71			4077,51		
i	$-\frac{\Delta\lambda}{\lambda^2}$	A	i	$-\frac{\Delta\lambda}{\lambda^2}$	A	i	$-\frac{\Delta\lambda}{\lambda^2}$	A
2 *u a*	— 1,71 *s*	$4 \times 0{,}43 \left(\frac{2a}{5}\right)$	10	— 1,98 *s*	?	10	— 1,29 *s*	$10 \times 0{,}13 \left(\frac{a}{8}\right)$
5	— 1,27 *s*	3	5	— 1,29 *s*		6	— 0,90 *s*	7
8	— 0,89 *s*	2	8	— 0,70 *p*		2	— 0,54 *s*	4
6	— 0,43 *p*	1	3	— 0,62 *s*		8	— 0,40 *p*	3
8	0 *p*	0	12	0 *p*		10	0 *p*	0
6	+ 0,43 *p*		3	+ 0,62 *s*		8	+ 0,40 *p*	
8	+ 0,89 *s*		8	+ 0,70 *p*		2	+ 0,54 *s*	
5	+ 1,27 *s*		5	+ 1,29 *s*		6	+ 0,91 *s*	
2 *u a*	+ 1,72 *s*		10	+ 1,97 *s*		10	+ 1,28 *s*	

4430,11			4716,594		
i	$-\frac{\Delta\lambda}{\lambda^2}$	A	i	$-\frac{\Delta\lambda}{\lambda^2}$	A
10	—1,46 *s*	$12 \times 0{,}121 \left(\frac{a}{9}\right)$	5	—2,29 *s*	$13 \times 0{,}178 \left(\frac{a}{6}\right)$
3	[—0,99] *s*	8	2	—1,58 *s*	9
1	— *s*		1	[—0,92] *s*	5
8	—0,47 *p*	4	4	—0,70 *p*	4
10	0 *p*	0	6	0 *p*	0
8	+0,47 *p*		4	+0,70 *p*	
1	— *s*		1	[+0,93] *s*	
3	[+0,98] *s*		2	+1,57 *s*	
10	+1,45 *s*		5	+2,30 *s*	

Die letzten drei Nonetts dieser Gruppe erschienen erst nur als Septetts, und erst die Trennung der *s*- und *p*-Komponenten und fünfstündige Exposition war imstande, die beiden noch fehlenden schwachen Komponenten hervorzubringen. Die Aufspaltungen waren symmetrisch. Der kleine Unterschied bei der Linie $\lambda = 3921{,}71$, den die Tabelle für die inneren *s*- und die äußeren *p*-Komponenten zeigt, ist wirklich vorhanden und beruht nicht etwa auf einem Beobachtungsfehler. Das beweisen die Messungen auf verschiedenen Platten, die von dem mitgeteilten Mittelwert eine maximale Abweichung von $+0{,}015$ zeigen. Aus diesem Grunde sind die Abstände der Komponenten von der ursprünglichen Linie auch nicht durch einen aliquoten Teil des normalen Abstandes ausdrückbar. Die Zerspaltung dieser Linie stimmt mit der Ritzschen Theorie, nicht wohl aber mit der Rungeschen Regel.

Zwischen den letzten drei Linien in Tabelle V gibt es zwar keine Duplikate, doch sind sie bezüglich der Intensitätsverteilung und der Zerspaltung einander ähnlich.

Die innere *s*-Komponente von $\lambda = 4430{,}11$ ist so schwach, daß es auch bei sehr langer Exposition nicht gelang, sie für eine zuverlässige Messung passend zu bekommen.

Die folgenden Linien haben fünf *p*- und vier *s*-Komponenten (s. Tabelle VI).

Die Linien sind beinahe alle sehr schwach, und die Komponenten liegen so dicht nebeneinander, daß für die deutliche Zerspaltung die Anwendung großer Feldstärken notwendig war. Besonders mühevoll war es, die inneren *s*-Komponenten von den äußeren zu trennen, und infolge dieses Umstandes war eine zuverlässige Messung unmöglich. Die Linie $\lambda = 4436{,}02$ wurde in der ersten Ordnung bei fünfstündiger Exposition aufgenommen. Diese Linie zeigt nur bezüglich der Lage der *p*- und *s*-Komponenten mit den anderen Linien Ähnlichkeit, sonst ist sie von ganz anderem Charakter. Bei $\lambda = 4436{,}02$ haben alle Komponenten die gleiche Intensität, und sie sind scharf voneinander getrennt. Die Zerspaltung ist auch mit dem Auge beobachtet merklich dissymmetrisch. Wenn wir diese Dis-

Tabelle VI.

4436,02			3725,24			4076,89		
i	$-\frac{\Delta\lambda}{\lambda^2}$	A	i	$-\frac{\Delta\lambda}{\lambda^2}$	A	i	$-\frac{\Delta\lambda}{\lambda^2}$	A
1	− 2,65 *s*	$4 \times 0{,}649 \left(\frac{3a}{5}\right)$	4	− 1,98 *s*	$5 \times 0{,}40 \left(\frac{4a}{11}\right)$	4	— *s*	$5 \times 0{,}359 \left(\frac{a}{3}\right)$
1	− 1,93 *s*	3	2	− 1,59 *s*	4	2	— *s*	4
1	− 1,31 *p*	2	4	− 0,80 *p*	2	4	− 0,66 *p*	2
1	− 0,64 *p*	1	4	− 0,42 *p*	1	4	− 0,37 *p*	1
1	− 0,01 *p*	0	4	0 *p*	0	4	− 0,02 *p*	0
1	+ 0,63 *p*		4	+ 0,42 *p*		4	+ 0,38 *p*	
1	+ 1,28 *p*		4	+ 0,80 *p*		4	+ 0,67 *p*	
1	+ 1,98 *s*		2	+ 1,59 *s*		2	+ 1,44 *s*	
1	+ 2,62 *s*		4	+ 1,98 *s*		4	+ 1,81 *s*	

4316,04			4383,62			4713,081		
i	$-\frac{\Delta\lambda}{\lambda^2}$	A	i	$-\frac{\Delta\lambda}{\lambda^2}$	A	i	$-\frac{\Delta\lambda}{\lambda^2}$	A
2	− 2,55 *s*	$13 \times 0{,}196 \left(\frac{2a}{11}\right)$	4 *ui*	− 2,05 *s*	$9 \times 0{,}23 \left(\frac{3a}{14}\right)$	2	− 2,46 *s*	$5 \times 0{,}494 \left(\frac{5a}{11}\right)$
1	− 2,13 *s*	11	3	− 1,63 *s*	7	1	− 1,96 *s*	4
2	− 1,17 *p*	6	2	− 0,93 *p*	4	2	− 0,99 *p*	2
2	− 0,61 *p*	3	4	− 0,40 *p*	2	2	− 0,49 *p*	1
2	+ 0,01 *p*	0	4	0 *p*	0	2	0 *p*	0
2	+ 0,59 *p*		4	+ 0,46 *p*		2	+ 0,52 *p*	
2	+ 1,20 *p*		2	+ 0,93 *p*		2	+ 0,99 *p*	
1	+ 2,15 *s*		3	+ 1,63 *s*		1	+ 1,99 *s*	
2	+ 2,54 *s*		4 *ui*	+ 2 05 *s*		2	+ 2,42 *s*	

symmetrie bei der Bestimmung des aliquoten Teiles des normalen Abstandes nicht in Betracht ziehen, so kann man die Abstände der Komponenten am besten durch $\frac{3a}{5}$ ausdrücken. In diesem Falle weichen die Frequenzen der einzelnen Komponenten von der benachbarten um den gleichen Wert ab.

Die rote *s*-Komponente von $\lambda = 4076{,}89$ ist nicht meßbar. Bei kleiner Feldstärke sind nämlich die Komponenten nicht getrennt, bei großen aber findet Überlagerung durch die Lanthanlinie $\lambda = 4067{,}52$ statt. Die Verschiebung der mittleren *p*-Komponente liegt innerhalb der Fehlergrenzen, weil die Linie nicht zu den am besten meßbaren gehört. Zwischen den Linien sind keine Duplikate; die Zeeman-Effekte von $\lambda = 3725{,}24$, $4076{,}89$ und $4713{,}081$ sind aber einander ähnlich. Unter den Grundintervallen kommt $\frac{a}{11}$ häufig vor, was für Lanthan charakterisch zu sein scheint. Bei den meisten Linien dieser Tabelle tritt das betreffende Intervall sechsmal auf.

Die folgenden Linien werden durch das Feld vielleicht ähnlich den eben erwähnten zerspalten:

Tabelle VII.

3713,71			4647,64			4669,10		
i	$-\frac{\Delta\lambda}{\lambda^2}$	A	i	$-\frac{\Delta\lambda}{\lambda^2}$	A	i	$-\frac{\Delta\lambda}{\lambda^2}$	A
3*d*	− 2,22 *s*	$13 \times 0{,}171 \left(\frac{a}{6}\right)$	1	− 2,35 *s*	$5 \times 0{,}47 \left(\frac{6a}{14}\right)$	3	− 1,99 *s*	$5 \times 0{,}41 \left(\frac{3a}{8}\right)$
2	− 1,86 *s*	11	1	− 1,89 *s*	4	2	− 1,63 *s*	4
2	− 0,71 *p*	4	2	− 0,93 *p*	2	2	− 0,78 *p*	2
3	− 0,35 *p*	2	2	− 0,48 *p*	1	3	− 0,43 *p*	1
3	0 *p*	0	2	0 *p*	0	3	0 *p*	0
3	+ 0,35 *p*		2	+ 0,48 *p*		3	+ 0,43 *p*	
2	+ 0,71 *p*		2	+ 0,93 *p*		2	+ 0,78 *p*	
2	+ 1,86 *s*		1	+ 1,89 *s*		2	+ 1,63 *s*	
3*d*	+ 2,22 *s*		1	+ 2,35 *s*		3	+ 2,04 *s*	

Die Unsicherheit ist sehr groß, so daß man den mitgeteilten Zahlen keinen großen Wert beimessen kann. Die Daten wurden mitgeteilt, um den Zerlegungscharakter dieser Linien, soweit es nur möglich war, klarzulegen. Mit diesen Linien haben die Lanthanlinien $\lambda = 3665{,}5$, $4079{,}37$ und $4335{,}15$ einige Ähnlichkeit, doch konnte ich sie nicht zerspalten.

Die folgenden Linien, die vielleicht in acht Komponenten zerlegt werden, sind ebenso schlecht meßbar:

Tabelle VIII.

3936,40			4433,15		
i	$-\frac{\Delta\lambda}{\lambda^2}$	A	i	$-\frac{\Delta\lambda}{\lambda^2}$	A
3*d*	−1,66 *s*	$5\times0{,}33\left(\frac{3a}{10}\right)$	1	— *s*	
	?		2	— *s*	
2	— *p*	(2) ?	2	−0,56 *p*	$3\times0{,}19\left(\frac{a}{6}\right)$
2	— *p*	(1) ?	2	−0,19 *p*	1
2	— *p*		2	+0,19 *p*	
2	— *p*		2	+0,56 *p*	
1	+1,31 *s*	4	1	— *s*	
3*d*	+1,66 *s*		1	— *s*	

Die innere rote *s*-Komponente konnte man bei $\lambda = 3936{,}40$ nicht finden; die Intensität der Linie $\lambda = 4433{,}15$ ist dissymmetrisch.

Die folgenden Linien haben je sieben Komponenten:

Tabelle IX.

3104,76			3193,09		
i	$-\frac{\Delta\lambda}{\lambda^2}$	A	i	$-\frac{\Delta\lambda}{\lambda^2}$	A
2	−1,61 *s*	$3\times0{,}54\left(\frac{a}{2}\right)$	3 *br.*	−2,72 *s*	$5\times0{,}54\left(\frac{a}{2}\right)$
1	— *s*	(2) ?	2	[−1,54] ?	3
3	−0,54 *p*	1	2	−1,13 *p*	2
3	0 *p*	0	3	0 *p*	0
3	+0,54 *p*		2	+1,13 *p*	
1	— *s*		2	[+1,54] ?	
2	+1,61 *s*		3 *br.*	+2,70 *s*	

3249,49			4275,80		
i	$-\frac{\Delta\lambda}{\lambda^2}$	A	i	$-\frac{\Delta\lambda}{\lambda^2}$	A
1	−1,10 *s*	$2\times0{,}54\left(\frac{a}{2}\right)$	3	−1,63 *s*	$4\times0{,}404\left(\frac{3a}{8}\right)$
3	−0,53 *p*	1	2	−1,22 *s*	3
10*da*	−0,51 *s*	1	3	−0,39 *p*	1
3	0 *p*	0	3	0 *p*	0
10*da*	+0,51 *s*		3	+0,39 *p*	
3	+0,53 *p*		2	+1,22 *s*	
1	+1,10 *s*		3	+1,63 *s*	

4474,716			4727,5		
i	$-\frac{\Delta\lambda}{\lambda^2}$	A	i	$-\frac{\Delta\lambda}{\lambda^2}$	A
1*d*	[−2,02] *s*	$5\times0{,}402\left(\frac{3a}{8}\right)$	4	−2,04 *s*	$5\times0{,}41\left(\frac{3a}{8}\right)$
1	[−1,20] *s*	3	2	[−1,75] *s*	4
1	−0,86 *p*	2	4	−0,41 *p*	1
1	+0,02 *p*	0	4	−0,01 *p*	0
1	+0,81 *p*		4	+0,42 *p*	
1	[+1,22] *s*		2	[+1,70] *s*	
1*d*	[+1,98] *s*		4	+2,06 *s*	

4946,60			4986,989		
i	$-\frac{\Delta\lambda}{\lambda^2}$	A	i	$-\frac{\Delta\lambda}{\lambda^2}$	A
2	−1,96 *s*	$3\times0{,}65\left(\frac{3a}{5}\right)$	2*di*	−1,52 *s*	$3\times0{,}508\left(\frac{6a}{13}\right)$
1	−1,27 *s*	2	1	−1,04 *s*	2
2	−0,68 *p*	1	2*d*	−0,51 *p*	1
2	0 *p*	0	2*d*	0 *p*	0
2	+0,68 *p*		2*d*	+0,49 *p*	
1	+1,27 *s*		1	+1,03 *s*	
2	+1,96 *s*		2*di*	+1,52 *s*	

Die Linien $\lambda = 4275{,}8$, $4946{,}6$, $4986{,}989$ sind schöne Septetts, welche nicht bloß bezüglich der Intensitätsverteilung, sondern auch hinsichtlich des ganzen Aussehens und Charakters mit den Zeeman-Effekten der in der Tabelle V befindlichen Linien identisch zu sein scheinen. Wie oben erwähnt, wurde bei den letzteren Linien durch Auslöschung einzelner Schwingungen mittels Kalzits die dritte Komponente aus einer *p*- und einer *s*-Schwingung zusammengesetzt gefunden. Meine Versuche, die Erscheinung auch hier festzustellen, waren freilich ergebnislos; indessen — wegen der großen Schwäche der fraglichen Komponenten bei den Nonetts — halte ich es nicht für ausgeschlossen, daß sie auch bei diesen Septetts vorhanden sind, und daß sie nur erst bei sehr langer Exposition sichtbar werden. Diese Vermutung wird dadurch gestützt, daß die Septetts durchweg nicht im empfindlichsten Bereiche der photographischen Platten liegen. Die Linien $\lambda = 4946{,}60$ und $\lambda = 3921{,}71$ (Tabelle V) würden dann Duplikate sein. Doch gehören sie kaum zu einer Serie, weil die Linie kleinerer Wellenlänge die größere Intensität hat. Die Abweichung der Frequenzen ist bei den Linien $\lambda = 4986{,}989$ und $\lambda = 4430{,}11$ (Tabelle V) ein wenig größer, doch besteht zwischen ihnen eine große Ähnlichkeit. Zu $\lambda = 4275{,}80$ aber konnte ich zwischen den Nonetts kein Gegenstück auffinden.

Durch das Feld werden die folgenden Linien je in sechs Komponenten zerlegt:

Tabelle X.

3303,26			3513,06		
i	$-\frac{\Delta\lambda}{\lambda^2}$	A	i	$-\frac{\Delta\lambda}{\lambda^2}$	A
3	−1,66 s	$3\times 0{,}55\left(\frac{a}{2}\right)$	1	−1,16 s	$2\times 0{,}59\left(\frac{6a}{11}\right)$
4	−1,08 p	2	4	−0,61 p	1
3	−0,56 s	1	1	−0,58 s	1
3	+0,56 s		1	+0,58 s	
4	+1,08 p		4	+0,61 p	
3	+1,66 s		1	+1,16 s	

3916,21			4152,17		
i	$-\frac{\Delta\lambda}{\lambda^2}$	A	i	$-\frac{\Delta\lambda}{\lambda^2}$	A
5	−0,97 s	$9\times 0{,}105\left(\frac{a}{10}\right)$	4	−0,83 s	$8\times 0{,}105\left(\frac{a}{10}\right)$
5	−0,52 s	5	4	−0,53 s	5
10	−0,41 p	4	8	−0,31 p	3
10	+0,41 p		8	+0,31 p	
6	+0,52 s		4	+0,52 s	
5	+0,96 s		4	+0,84 s	

4605,99			4804,218		
i	$-\frac{\Delta\lambda}{\lambda^2}$	A	i	$-\frac{\Delta\lambda}{\lambda^2}$	A
2	−1,62 s	$12\times 0{,}134\left(\frac{a}{8}\right)$	3	−1,58 s	$8\times 0{,}196\left(\frac{2a}{11}\right)$
2	−0,93 s	7	4	−1,01 p	5
4	−0,67 p	5	2	−0,57 s	3
4	+0,67 p		3	+0,60 s	
2	+0,91 s		4	+1,01 p	
2	+1,63 s		3	+1,52 s	

Bei diesen Linien wurden keine Duplikate gefunden, trotzdem einige Ähnlichkeit zwischen $\lambda = 3303{,}26$ und $\lambda = 4804{,}218$ zu bestehen scheint. Beide Linien sind gut meßbar, und darum ist ihre Verschiedenheit außer Zweifel gestellt. $\lambda = 3303{,}26$ ist ganz symmetrisch, während $\lambda = 4804{,}218$ eine auch schon dem bloßen Auge deutlich wahrnehmbare Dissymmetrie der Lage und Intensität besitzt.

Die p- und s-Komponenten liegen bei diesen Linien sehr dicht nebeneinander. Die Linien $\lambda = 3303{,}26$, $\lambda = 3916{,}21$, $\lambda = 4152{,}17$ und $\lambda = 4605{,}99$ bestätigen die Rungesche Regel. Die Lanthanlinien $\lambda = 3701{,}9$ und $\lambda = 4717{,}743$ werden wahrscheinlich in sechs Komponenten von ähnlichem Charakter zerlegt. Die Zerspaltungen sind nicht geeignet zur genaueren Messung, und deshalb will ich hier nur ihre Ähnlichkeit erwähnen und daß zahlreiche, aber nicht zuverlässige Messungen für $\lambda = 4717{,}743$ folgende Komponenten ergeben: $+0{,}50\,p$, $+0{,}83\,s$, $+1{,}37\,s$.

Die folgenden Linien haben je fünf Komponenten:

Tabelle XI.

3621,96			4691,344		
i	$-\frac{\Delta\lambda}{\lambda^2}$	A	i	$-\frac{\Delta\lambda}{\lambda^2}$	A
1 br.	−2,73 s	$5\times 0{,}55\left(\frac{a}{2}\right)$	2 da	[−0,66] s	$1\times 0{,}55\left(\frac{a}{2}\right)$
1 br.	−1,14 p	2	1	−0,49 p	1
1	0 p	0	1	0 p	0
1 br.	+1,14 p		1	+0,49 p	
1 br.	+2,73 s		2 da	[+0,66] s	

Beide Linien sind schwer meßbar. Die äußeren Komponenten von $\lambda = 3621{,}96$ sind schwach und breit. Es kann sein, daß innerhalb dieser Komponenten noch ein Komponentenpaar liegt, das aber so schwach ist, daß eine sichere Beobachtung unmöglich ist. Die s-Komponenten der Linie $\lambda = 4691{,}344$ sind nach außen abschattiert, welcher Umstand die genaue Ausmessung der Abstände verhindert. Die Zerspaltung der Linie $\lambda = 3621{,}96$ zeigt in jeder Hinsicht eine sehr große Ähnlichkeit mit dem Zeeman-Effekt der Linie $\lambda = 3193{,}09$ (Tabelle IX), der aber aus sieben Komponenten besteht. Die Linien sind deshalb wahrscheinlich Duplikate. $\lambda = 4691{,}344$ kann mit der ebenfalls in Tabelle IX befindlichen Linie $\lambda = 3249{,}49$ verglichen werden. Die Ähnlichkeit ist wiederum sehr auffallend. Wegen dieser großen Ähnlichkeit der beiden Linien habe ich für das Intervall auch bei $\lambda = 4691{,}344$ den Wert $\frac{a}{2}$ gewählt, obgleich die Abstände der Komponenten durch das 0-, 5-, 7fache des Intervalls $0{,}095\left(\frac{a}{11}\right)$ viel besser ausdrückbar sind.

Die folgenden Linien sind Quadrupletts (siehe Tabelle XII).

Die in der Tabelle so oft auftretenden 1,4 oder 1,5 oder zu diesen in ähnlichem Verhältnis stehenden Faktoren zeigen die charakteristische Eigenschaft der Lanthanquadrupletts, daß die p-Komponenten sehr dicht nebeneinander und hauptsächlich innerhalb der Hälfte des Abstandes der s-Komponenten liegen. Die Zerlegung der p-Komponenten gelang deshalb meistens nur unter Anwendung großer Feldstärken. Es ist unmöglich, das Grundintervall bei den in wenig Komponenten zerfallenden Linien, wie z. B. bei den Quadrupletts, mit großer Sicherheit zu bestimmen, und oft kann man ganz verschiedene Intervalle heranziehen, ohne mit den Werten die Fehlergrenze der Messung zu überschreiten. Die Intervalle der Quadrupletts sind ziemlich verschieden, doch ist das häufige Vorkommen von $\frac{a}{11}$ und $\frac{a}{5}$ auffallend. Dem ersteren der beiden

Tabelle XII.

λ	i	$-\frac{\Delta\lambda}{\lambda^2}$	A	Bemerk.
3736,6	2,1	+ [1,30] *s*	7 × 0,188 $\left(\frac{a}{6}\right)$	*d*
	3	0,41 *p*	2	
3784,96	1	0,85	5 × 0,168 $\left(\frac{2a}{13}\right)$	
	1	0,18	1	
3846,16	2	1,22	4 × 0,305 $\left(\frac{2a}{7}\right)$	*d, u*
	2	0,31	1	
3981,55	2	1,03	5 × 0,203 $\left(\frac{2a}{11}\right)$	*d* [1])
	2	0,40	2	
3994,67	2	1,31	7 × 0,187 $\left(\frac{a}{6}\right)$	*d*
	2	0,57	3	
3995,91	5	0,97	7 × 0,138 $\left(\frac{a}{8}\right)$	*d*
	4	0,30	2	
4086,90	10	0,87	3 × 0,295 $\left(\frac{3a}{11}\right)$	
	20	0,30	1	
4311,902	1	1,04	5 × 212 $\left(\frac{a}{5}\right)$	
	1	0,64	3	
4333,97	10	1,03	5 × 0,21 $\left(\frac{a}{5}\right)$	
	10	0,21	1	
4378,24	3	1,05	5 × 0,21 $\left(\frac{a}{5}\right)$	*d*
	2	—		
4419,30	2	1,11	4 × 0,28 $\left(\frac{a}{4}\right)$	
	2	0,29	1	
4423,37	2	1,08	11 × 0,099 $\left(\frac{a}{11}\right)$	*d*
	2	0,91	9	
4455,99	2	1,52	7 × 0,217 $\left(\frac{a}{5}\right)$	
	2	0,22	1	
4494,869	1	0,73	3 × 0,243 $\left(\frac{2a}{9}\right)$	*d*
	1	0,51	2	
4550,948	1	0,84 *p*	2 × 0,415 $\left(\frac{3a}{8}\right)$	
	1	0,41 *s*	1	
4571,144	1	1,08 *s*	5 × 0,22 $\left(\frac{a}{5}\right)$	*d*
	1	0,46 *p*	2	
4615,240	1	1,48	21 u. 20 } × 0,07 $\left(\frac{a}{14}\right)$	
	1	1,41	od. 1 × 1,445 $\left(\frac{4a}{3}\right)$	
4636,60	2	1,04	5 × 0,21 $\left(\frac{a}{5}\right)$	
	2	0,21	1	
4645,46	2	[1,26]	2 × 0,60 $\left(\frac{6a}{11}\right)$	*d* [1])
	4	0,59	1	
4648,844	1	0,60	5 × 0,12 $\left(\frac{a}{9}\right)$	*d* [1])
	1	0,48	4	
4650,528	1	1,22	4 × 0,305 $\left(\frac{2a}{7}\right)$	
	1	0,32	1	
4655,71	5	1,28	7 × 0,183 $\left(\frac{a}{6}\right)$	
	5	0,39	2	*u*
4663,97	4	1,10	5 × 0,22 $\left(\frac{a}{5}\right)$	
	4	0,20	1	
4827,031	1	1,17	3 × 0,39 $\left(\frac{4a}{11}\right)$	*d*
	1	0,36	1	

Werte sind wir schon früher oft begegnet. Bei der Linie $\lambda = 4550,948$ ist die Polarisation der Komponenten dem gewöhnlichen Falle entgegengesetzt, indem die weitest getrennten Komponenten elektrisch parallel der Kraftlinien schwingen, die engeren aber senkrecht dazu.

1 Die Breite und die Diffusität der Komponenten läßt mehrere Komponenten vermuten.

Ich habe außerdem 160 Tripletts ausgemessen. Die Tripletts waren alle innerhalb der Fehlergrenzen symmetrisch. Die Linien haben sehr verschiedene Zerspaltungen; es kommen bei den nebeneinanderstehenden Linien große Unterschiede vor. Nur ganz im Ultraviolett scheinen die Zerspaltungen die gleichen zu sein.

Kobalt.

Zur Untersuchung des Zeeman-Effektes beim Kobalt beschränkte ich mich auf die Hauptlinien. Es waren nämlich die verschiedenen Präparate, die ich von den chemischen Fabriken als die reinsten bekommen hatte, wegen der vielen Verunreinigungen nicht für diese feine spektroskopische Untersuchung geeignet. Die bei langen Expositionen in sehr großer Zahl auftretenden Linien fremder Elemente verhinderten mich, die schwachen *Co*-Linien für meine Untersuchung heranzuziehen[1]).

Die folgenden Linien werden je in zehn Komponenten zerlegt (siehe Tabelle XIII).

Diese waren aber nur bei $\lambda = 3385,39$ alle getrennt sichtbar, während sonst erst ein Teil der Komponenten durch einen Kalzit ausgelöscht werden mußte. Auch war eine sehr lange Exposition erforderlich. $\lambda = 3385,39$ hat sechs *p*- und vier *s*-Komponenten. Alle *p*-Komponenten sind voneinander um 0,58 $\left(\frac{4a}{8}\right)$ entfernt, das Intervall der *s*-Komponenten beträgt aber 0,44 $\left(\frac{3a}{8}\right)$. Die Intervalle der *p*- und *s*-Komponenten sind deshalb verschieden. Bei den anderen beiden Linien kommen sechs *s*- und vier *p*-Komponenten vor. Die Linien sind bezüglich der Intensität

1) Zu den Kobaltuntersuchungen muß ich folgende Bemerkung hinzufügen: Sobald man Elektroden aus metallischem Kobalt zwischen die Pole des Elektromagneten bringt, wird das magnetische Feld wegen der ferromagnetischen Eigenschaft des Kobalts beeinflußt. Ersetzt man zum Schluß der Aufnahme, wie dies zur Bestimmung des magnetischen Feldes geschah, die beiden Kobaltelektroden durch Zinkstäbchen, so herrscht zwischen den Polen ein anderes Feld. Die Änderung der Feldintensität wird, wie es Herr K. Körner beobachtet und mir mitgeteilt hat, auch bei der Zerspaltung der Linien bemerkbar sein. Herr K. Körner hat auch die Güte gehabt, nach meinem Wunsch einwandfreie Aufnahmen zu machen und die Resultate seiner Messungen bei neun Kobaltlinien ($\lambda = 3489,01$, 3510,03, 3513,65, 3527,02, 3529,19, 3595,02, 3845,05, 3894,26, 3995,53) mir mitzuteilen. Bei allen neun Linien waren die mitgeteilten Zerspaltungen bis zu einigen Zehntelprozent im Mittelwert mit 6,1 Proz. kleiner als meine Zahlenwerte. Ich habe diese Resultate benutzt, um meine Messungen auf die Rungesche Feldstärke zu reduzieren.

Tabelle XIII.

3385,39			3388,32			3463,01		
i	$-\frac{\Delta\lambda}{\lambda^2}$	A	i	$-\frac{\Delta\lambda}{\lambda^2}$	A	i	$-\frac{\Delta\lambda}{\lambda^2}$	A
2	−2,70 s	$18 \times 0{,}145 \binom{a}{8}$	3	−2,09 s	$24 \times 0{,}088 \binom{a}{12}$	5	−1,76 s	$7 \times 0{,}25 \binom{3a}{13}$
1	−2,16 s	15	2	−1,44 s	17	3	−1,25 s	5
3	−1,46 p	10	3	−0,90 p	10	5	−0,79 p	3
3	−0,88 p	6	1	−0,80 s	10	1	−0,74 s	3
3	−0,28 p	2	4	−0,34 p	4	5	−0,26 p	1
3	+0,28 p		4	+0,34 p		5	+0,26 p	
3	+0,88 p		1	+0,83 s		1	+0,71 s	
3	+1,48 p		3	+0,89 p		5	+0,78 p	
1	+2,16 s		2	+1,45 s		3	+1,24 s	
2	+2,70 s		3	+2,07 s		5	+1,75 s	

der Komponenten ähnlich; alle p-Komponenten haben die gleiche Stärke, die Intensitäten der s-Komponenten nehmen aber nach innen ab. Die Entfernungen der s-Schwingungen voneinander sind gleich groß, was bei den p-Komponenten nicht der Fall ist.

Die folgenden Linien haben je acht Komponenten:

Tabelle XIV.

3495,89			3550,75			3704,24		
i	$-\frac{\Delta\lambda}{\lambda^2}$	A	i	$-\frac{\Delta\lambda}{\lambda^2}$	A	i	$-\frac{\Delta\lambda}{\lambda^2}$	A
2 d	−1,26 s	$15 \times 0{,}086 \binom{a}{12}$	3	−2,05 s	$6 \times 0{,}328 \binom{3a}{10}$	2 d	−1,85 s	$17 \times 0{,}111 \binom{a}{10}$
1	−0,98 s	11	1	[−1,38] s	4	1	[−1,54] s	14
3	−0,52 p	6	2	−0,98 p	3	3	−0,00 p	5
3	−0,18 p	2	3	−0,32 p	1	3	−0,21 p	2
3	+0,18 p		3	+0,32 p		3	+0,23 p	
3	+0,51 p		2	+0,98 p		3	+0,53 p	
1	+0,97 s		1	[+1,38] s		1	[+1,56] s	
2 d	+1,27 s		3	+2,03 s		2 d	+1,90 s	

Hierbei sind keine Duplikate. Einige Ähnlichkeit ist zwischen den Zerlegungen der Linien $\lambda = 3495{,}89$ und $\lambda = 3550{,}75$. Die Linie $\lambda = 3704{,}24$ unterscheidet sich aber von diesen wesentlich. Die Trennung der Komponenten gelang nur bei großen Feldstärken. Besonders schwer war es, von den inneren s-Komponenten eine gut meßbare Aufnahme zu erhalten. Die Komponenten der Linie $\lambda = 3704{,}24$ sind diffus und liegen sehr nahe beieinander. Bei den ersten beiden Linien sind die Abstände der nebeneinanderstehenden p- bzw. s-Komponenten gleich groß. Bei $\lambda = 3704{,}24$ ist zwar die Frequenzdifferenz der äußeren und der inneren p-Schwingungen gleich dem Unterschiede der beiden s-Schwingungen, aber der gegenseitige Abstand der beiden inneren p-Schwingungen ist größer.

Die folgenden Linien werden durch das Feld je in sieben Komponenten zerspalten:

Tabelle XV.

3491,51			3561,06			3941,05		
i	$-\frac{\Delta\lambda}{\lambda^2}$	A	i	$-\frac{\Delta\lambda}{\lambda^2}$	A	i	$-\frac{\Delta\lambda}{\lambda^2}$	A
1	−1,71 s	$4 \times 0{,}432 \binom{2a}{5}$	2	−1,73 s	$4 \times 0{,}432 \binom{2a}{5}$	2	−1,69 s	$4 \times 0{,}432 \binom{2a}{5}$
3	−1,27 p	3	5	−1,31 p	3	5	−1,26 p	3
1	−0,85 s	2	2	−0,87 s	2	2	−0,85 s	2
2	−0,02 s	0	3	0	0	3	0 s	0
1	+0,86 s		2	+0,89 s		2	+0,86 s	
3	+1,27 p		5	+1,31 p		5	+1,26 p	
1	+1,72 s		2	+1,71 s		2	+1,72 s	

Die Zeeman-Effekte der drei Linien sind vollkommen die gleichen. Das gilt nicht nur von der Aufspaltung und der Intensitätsverteilung, sondern auch von der Schärfe der ein-

zelnen Komponenten. Das Intensitätsverhältnis ist in allen drei Fällen ganz symmetrisch. Die Lichtstärke der mittleren *s*-Komponenten ist um einen Grad größer als die jeder äußeren *s*-Schwingung, aber um einen Grad geringer als die der *p*-Komponenten.

Die Intensität der drei Linien nimmt, dem Seriengesetz entsprechend, mit abnehmender Wellenlänge ab, oder genauer: die Linien $\lambda = 3941{,}05$ und $3561{,}06$ haben die gleiche,

Tabelle XVI.

λ	i	$-\frac{\Delta\lambda}{\lambda^2}$	A	Bemerkungen
3409,35	8	$\mp 1{,}25\ s$	$13 \times 0{,}093 \left(\frac{a}{11}\right)$	d. br.
	10	$0{,}27\ p$	3	scharf
3417,30	3	1,02	$7 \times 0{,}151 \left(\frac{a}{7}\right)$	d. br.
	5	0,31	2	scharf
3446,52	2	1,15	$6 \times 0{,}192 \left(\frac{2a}{11}\right)$	
	2	0,19	1	
3455,40	2	0,64	$3 \times 0{,}216 \left(\frac{a}{5}\right)$	br.
	3	0,22	1	
3523,62	3	0,64	$3 \times 0{,}216 \left(\frac{a}{5}\right)$	br.
	4	0,22	1	
3585,31	2	1,47	$8 \times 0{,}183 \left(\frac{a}{6}\right)$	*d*
	4	0,55	3	
3605,51	2	1,24	$8 \times 0{,}157 \left(\frac{a}{7}\right)$	
	2	0,16	1	
3750,10	2	1,29	$7 \times 0{,}182 \left(\frac{a}{6}\right)$	
	4	0,18	1	
3877,01	2	1,26	$9 \times 0{,}14 \left(\frac{a}{8}\right)$	
	4	0,56	4	
3895,12	3	0,65	$3 \times 0{,}216 \left(\frac{a}{5}\right)$	br.
	4	0,22	1	
3917,26	2	1,27	$11 \times 0{,}115 \left(\frac{a}{9}\right)$	
	3	0,23	2	
3973,32	3	[1,53]	$5 \times 0{,}313 \left(\frac{2a}{7}\right)$	
	3	[0,32]	1	
3990,50	1	1,15	$4 \times 0{,}27 \left(\frac{a}{4}\right)$	
	1	0,27	1	
4517,26	1	1,98	$9 \times 0{,}22 \left(\frac{a}{5}\right)$	
	1	0,88	4	
4629,54	3	1,60	$14 \times 0{,}113 \left(\frac{a}{10}\right)$	
	4	0,34	3	
4663,62	2	1,60	$13 \times 0{,}124 \left(\frac{a}{9}\right)$	*d*
	3	0,51	4	

die Linie $\lambda = 3491{,}51$ hat aber eine um einen Grad kleinere Intensität. Außerdem drängen sich die Linien nach Violett zusammen. Die drei Linien gehören deshalb sicher zu einer Serie. Zu der Bestimmung einer solchen sind aber vier Linien notwendig. Allein mein Suchen nach einer vierten Linie war erfolglos. Es kann sein, daß die anderen Glieder der Serie tiefer im Ultravioletten liegen und nur ihre kleine Intensität, verbunden mit der störenden Wirkung der Verunreinigungen, ihre Entdeckung unmöglich macht.

Die folgenden Linien sind Quadrupletts (siehe Tabelle XVI).

Zwischen den Quadrupletts sind wieder drei Linien, die vollkommen gleich zerspalten werden. Alles, was ich bei den Linien der Tabelle XV gesagt habe, ist mutatis mutandis auch in diesem Falle gültig. Kann man darum schließen, daß die Linien einer Serie angehören, so besteht auch ebenso sicher eine Verwandtschaft mit den Septetts. Diese Vermutung wird durch die Tabelle XVII auch unterstützt, wo in den ersten Kolumnen Wellenlängen, Intensitäten, Frequenzen und die Frequenzunterschiede der zweiten und dritten Linie von der ersten stehen.

Tabelle XVII.

λ	i	n	D_1	λ	i	n	D_2
3455,40	3	28940,2	—	3491,51	3	28640,9	—
3523,62	5	28379,9	560,3	3561,06	4	28081,5	559,4
3895,12	5	25673,1	3267,1	3941,05	4	25373,9	3267,0

Die Kolumnen D_1 und D_2 zeigen die gute Übereinstimmung der Frequenzdifferenzen.

106 Tripletts wurden noch ausgemessen.

Vergleichung der untersuchten Elemente.

In diesem Paragraphen stelle ich zunächst diejenigen Typen zusammen, welche den Zeeman-Effekten des Lanthans und der ihm chemisch verwandten Elemente Yttrium und Barium gemeinsam sind. Weiter werde ich die komplizierten Zerlegungen betrachten, die in Übereinstimmung mit der Ritzschen Theorie des Zeeman-Effektes zu bringen nur schwer möglich ist.

Nachdem die magnetooptischen Eigenschaften bei einer großen Anzahl der Lanthanlinien bekannt sind, kann man dies Element mit anderen chemisch verwandten Elementen hinsichtlich des Verhaltens im Magnetfelde vergleichen. Unter den chemisch verwandten Elementen, die entweder derselben dritten Gruppe des periodischen Systemes angehören, oder mit Lanthan in einer Reihe liegen, ist der Zeeman-Effekt nur bei be-

stimmten Linien Yttrium, Barium[1]) und Thallium[2]) bekannt.

Die Lanthanlinie $\lambda = 4575{,}08$ (Tabelle I), welche in zwölf Komponenten zerlegt wird, zeigt mit der Yttriumlinie $\lambda = 3818{,}49$ eine große Ähnlichkeit. Von den zwölf Komponenten sind auch bei dem Yttrium acht, die senkrecht zu den Kraftlinien schwingen. Die Komponenten liegen auch hier zur ursprünglichen Linie symmetrisch und voneinander in gleicher Entfernung: 0,433. Die vier p-Schwingungen haben ebenso wie bei der Lanthanlinie mit vier s-Komponenten gleiche Frequenzen. Die Grundintervalle (bei Yttrium 0,433, bei Lanthan 0,52) sind verschieden, aber die Faktoren der Grundintervalle sind vollkommen gleich, (1, 1, 2, 2, 3, 4). Die Abstände der entsprechenden Komponenten der beiden Linien sind deshalb proportional. Eine gute Übereinstimmung zeigen die Zeeman-Effekte der Lanthanlinie 3921,71 (Tabelle V) und Yttriumlinie $\lambda = 3628{,}89$. Innerhalb der Fehlergrenzen werden die beiden Linien in jeder Hinsicht gleich zerlegt. Ferner scheint die Lanthanlinie $\lambda = 4946{,}60$ (Tabelle IX) mit der Yttriumlinie $\lambda = 3628{,}89$ identisch zu sein. Bei der ersteren, die viel schwächer als die Yttriumlinie ist, fehlen die schwachen innersten s-Komponenten. Es ist wahrscheinlich, wie das auch schon früher bei dieser Linie behauptet war, daß diese Komponenten nur wegen ihrer kleinen Intensitäten nicht beobachtbar waren. Die Lanthanlinie $\lambda = 3381{,}10$ (Tabelle V) entspricht vielleicht der Yttriumlinie $\lambda = 4398{,}21$. Alle beiden Linien gehören zu den stärksten. Die Lagen und die Intensitäten der Komponenten sind ganz gleich. Die äußersten s-Komponenten sind auch bei der Yttriumlinie als unscharf bezeichnet. Zwischen den Frequenzdifferenzen sind kleine Abweichungen. Die Abweichungen, die den Maximalwert 0,06 haben, sind bei verschiedenen Komponenten im entgegengesetzten Sinne, und so kann ich nicht mit Sicherheit aussagen, ob die beiden Linien wirklich Duplikate sind. Die Lanthanlinie $\lambda = 3193{,}09$ (Tabelle IX) und die Yttriumlinie $\lambda = 4199{,}46$ entsprechen einander ebenfalls. Das Grundintervall der beiden Linien ist $\frac{a}{2}$. Hier fehlt bei der Lanthanlinie das eine sehr schwache s-Komponentenpaar; diese Komponenten sind auch bei der Yttriumlinie als schwach (Intensität 1) und unscharf bezeichnet. Dasselbe gilt von der Lanthanlinie $\lambda = 4986{,}989$ (Tabelle IX), welche mit der Yttriumlinie $\lambda = 3950{,}51$ gleiche Zerlegung hat. Eine auffallende Gleichheit kann man zwischen den Zerlegungen der Lanthanlinie $\lambda = 3303{,}26$ (Tabelle X), den Yttriumlinien $\lambda = 4358{,}91$ und 3195,80 und der Bariumlinie $\lambda = 5997{,}4$ finden. Die vier Linien zeigen in jeder Hinsicht vollkommen gleiche Aufspaltungen. Das Grundintervall ist $\frac{a}{2}$, die Faktoren sind 1, 2, 3. Die Lage und die Intensitäten der Komponenten der Lanthanlinie $\lambda = 3916{,}21$ (Tabelle X) und der Yttriumlinie $\lambda = 3747{,}70$ sind identisch. Bei diesen beiden Linien stimmen die Abstände der entsprechenden p- und inneren s-Schwingungen ziemlich gut überein, nur die äußeren s-Komponenten zeigen eine größere Abweichung im Betrage von 0,08. Auch unter den Quadrupletts kann man bei den verschiedenen Elementen gleichartige finden.

Auf Grund des Vorgesagten kann man daher behaupten, daß die chemische Verwandtschaft von Lanthan, Yttrium und Barium auch in ihren Spektren zutage tritt. —

Es ist ferner von Interesse, daß unter den Lanthan- und Kobaltlinien solche vorkommen, die nur schwer oder gar nicht in Übereinstimmung mit der Ritzschen Theorie des komplizierten Zeeman-Effektes zu bringen sind.

Die Theorie von Ritz[1]) führt nämlich zu dem Schluß, daß die Spektrallinien durch das Feld in unendlich viele Komponenten zerlegt werden. Die Frequenzen der p-Schwingungen sind

$$\nu = \nu_0 + m\omega \quad m, n = 0, 1, 2, \cdots,$$

die der s-Schwingungen

$$\nu = \nu_0 + \omega' + n\omega,$$

wobei ν_0 die Schwingungszahl der ursprünglichen Linie, ω und ω' zwei geeignete Konstanten, m und n beliebige ganze, nicht negative (0, 1, 2, ...) Zahlen bedeuten. Die Intensitäten der unendlich vielen Komponenten nehmen mit wachsendem m und n rasch ab, so daß in den meisten Fällen nur die Werte 0, 1, 2 in Betracht kommen. Einige von den Komponenten können auch fehlen.

Dieses ziemlich unmotivierte Fehlen einer großen Zahl von Komponenten müßte man nun bei vielen Lanthanlinien annehmen, um sie mit der Ritzschen Theorie in Einklang zu bringen. Das ist aber sehr unwahrscheinlich.

Die Zerlegungen in den Tabellen I und II würden z. B. mit dieser Theorie nur so vereinbar sein, daß alle p-Komponenten mit Ausnahme eines einzigen Paares fehlen. Die vorhandene p-Komponente hat eine große Intensität und gehört zu einem höheren Werte von m. Die zu einem geringeren Werte gehörenden müßten

1) B. E. Moore, Inaug.-Diss., Göttingen 1907; Ann. d. Phys. (4) **25**, 309, 1908.

2) C. Runge und F. Paschen, Abh. d. Berl. Akad., S. 720, 1902.

1) W. Ritz, Ann. d. Phys. (4) **25**, 683, 1908.

folglich um so eher vorhanden sein[1]). Außerdem sind der Abstand der p-Komponenten von der ursprünglichen Linie bei $\lambda = 3715{,}67$ (Tabelle II) und die gegenseitige Entfernung der p-Komponenten bei $\lambda = 4196{,}74$ (Tabelle I) keine Vielfache des Intervalles der s-Komponenten, wie das nach der Theorie sein müßte. Die Entfernung der p-Komponenten voneinander ist bei der Linie $\lambda = 3385{,}39$ (Tabelle XIII) $\frac{4a}{8}$, das Intervall der s-Komponenten ist aber $\frac{3a}{8}$. Die Abweichung ist deutlich mit bloßem Auge bemerkbar und rührt nicht etwa von einem Messungsfehler her. Bei $\lambda = 3388{,}32$ (Tabelle XIII) besteht eine Verschiedenheit der Intervalle zwischen den p- bzw. s-Komponenten. Die gegenseitigen Abstände der p-Schwingungen sind $\frac{4a}{12}$ und $\frac{6a}{12}$, bei s-Komponenten findet man $\frac{7a}{12}$. Die Abweichung von der Ritzschen Theorie ist auch auffallend bei der Linie $\lambda = 3491{,}51$, $3561{,}06$ und $\lambda = 3941{,}05$ (Tabelle XV).

Unter den untersuchten Linien kommen aber auch in großer Anzahl Typen vor, die mit der Ritzschen Theorie sehr gut übereinstimmen. Bei $\lambda = 3921{,}71$, $4077{,}51$, $4716{,}594$, $3381{,}10$ (Tabelle V) usw. kann man die Zerlegungen so auffassen, als ob die s-Schwingungen durch parallele Verschiebung der p-Komponenten nach rechts und links entstanden wären.

1) In den vorhergehenden Betrachtungen habe ich erwähnt, daß wegen der Breite und Stärke der p-Komponenten die Vermutung nahe liegt, die p-Komponenten als doppelte Linien aufzufassen. In diesem Fall könnte man glauben, daß die beiden vermuteten Komponenten voneinander um die gegenseitige Entfernung der s-Schwingungen entfernt sind. Ich habe deshalb die Breite der Komponenten ausgemessen, aber die Resultate waren bei allen Linien kleiner als das Intervall der s-Schwingungen der betreffenden Linie.

(Eingegangen 4. September 1911.)

Über die Natur und die Geschwindigkeit eines Ions in einem Gase. (On the Nature and Velocity of an Ion in a Gas.)

(Mitteilung an die Philosophical Society zu Cambridge.)

Von R. D. Kleeman.

Bei Untersuchungen über die Natur und die Bewegung eines Ions in einem Gase hat man für gewöhnlich vorausgesetzt, daß die Natur des Ions sich mit der Temperatur ändert, bei konstanter Temperatur aber konstant ist. Auf Grund dieser und ergänzender Voraussetzungen hat man dann Formeln für die Geschwindigkeiten der Ionen erhalten. Aus thermodynamischen und anderen Betrachtungen folgt aber, daß die Natur des Ions sich bei konstanter Temperatur fortgesetzt ändern muß. Die Bildung und der Zerfall eines Ionenhaufens werden von denselben Gesetzen beherrscht, die auch die Bildung und die Dissoziation eines Moleküls in einem Gase beherrschen. Der einzige Unterschied besteht darin, daß der Atomhaufen im einen Falle durch chemische Anziehung zusammengehalten wird, während er im andern Falle durch chemische und elektrische Anziehung zusammengehalten wird; die Natur der Anziehungskräfte berührt aber nicht die allgemeine Natur des Verlaufes der Änderungen, welche der Haufen erfährt. Wir wissen, daß es kein vollkommen beständiges chemisches System gibt: jedwedes Molekül muß irgend einmal dissoziiert werden und hat daher eine endliche Lebensdauer. Der Prozeß wird bis zu einem gewissen Grade durch die Größe der Bildungswärme des Moleküls, durch das Gesetz der Massenanziehung und durch die Gesetze der Thermodynamik bestimmt. Die Produkte der Assoziation oder Dissoziation in einer Masse Materie können natürlich in manchen Fällen verhältnismäßig gering sein, aber nichtsdestoweniger ist der Dissoziations- und Assoziationsprozeß fortgesetzt im Gange. So wird beispielsweise in einer Wasserdampfmasse in jeder Sekunde eine Anzahl von Molekülen zu Wasserstoff- und Sauerstoffmolekülen dissoziiert, und diese vereinigen sich wiederum und bilden Wassermoleküle. Aber die Menge des in einem beliebigen Augenblick vorhandenen Wasserstoffs und Sauerstoffs ist bei gewöhnlichen Temperaturen ein sehr kleiner Bruchteil der gesamten Menge Wasserdampf. Wenn dagegen die Temperatur gesteigert wird, so nehmen die Mengen der Dissoziationsprodukte stark zu. Dieselben Betrachtungen gelten für ein Ion in einem Gase. Daraus folgt, daß sich die Stärke der Haufenbildung eines Ions bei konstanter Temperatur beständig ändert, und daß für diesen Vorgang dieselben Gesetze gelten wie für die chemische Assoziation und Dissoziation in einem Gase.

Es folgt daraus, daß die Formeln, die man für die Geschwindigkeit eines Ions in einem Gase unter der Voraussetzung abgeleitet hat, daß es beständig ist, daß diese Formeln die Tatsachen nicht darstellen, und es ist daher wünschenswert, die mittlere Geschwindigkeit und andere Eigenschaften eines Ions zu untersuchen, dessen Natur sich fortgesetzt ändert.

Wenn wir auf Grund des analogen Falles

einer chemischen Änderung unsere Betrachtungen anstellen, so können die Veränderungen bei der Haufenbildung eines Ions auf folgende Weise vor sich gehen: Wenn ein freies Ion[1]) in einem Gase mit einem Molekül zusammenstößt, so kann es an ihm haften bleiben und dabei das bilden, was wir als einen Haufen erster Ordnung bezeichnen wollen. Wenn ein Haufen erster Ordnung mit einem Molekül zusammenstößt, so kann er in seine Bestandteile, das einfache Ion und das neutrale Molekül, zerfallen, oder das Molekül kann an dem Haufen haften bleiben und einen Haufen zweiter Ordnung bilden. In ähnlicher Weise kann ein Haufen zweiter Ordnung beim Zusammenstoße mit einem Molekül einen Haufen dritter Ordnung bilden, oder in einen Haufen erster Ordnung und ein neutrales Molekül zerfallen, oder in das freie Ion und zwei neutrale Moleküle, usf. Wenn also ein Haufen $n$ter Ordnung mit einem Molekül zusammenstößt, so können $(n+1)$ verschiedene Fälle eintreten.

In einem ionisierten Gase unter hohem Druck — etwa unter Atmosphärendruck — ist die Anzahl der Ionen für gewöhnlich außerordentlich klein gegenüber der Anzahl neutraler Moleküle, und infolgedessen ist die Anzahl der Zusammenstöße der Ionenhaufen miteinander sehr klein im Vergleich zu der Anzahl der Zusammenstöße mit neutralen Molekülen, so daß sie folglich nicht berücksichtigt zu werden braucht. Wenn sich dagegen das Gas unter sehr niedrigem Druck befindet, wie in einer Entladungsröhre, so gewinnen die Zusammenstöße zwischen den Haufen an Bedeutung. In diesem Falle könnten wir Haufen erhalten, die sich infolge solcher Zusammenstöße bilden, bei denen zwei oder mehrere freie Ionen als Kerne auftreten.

Wir müssen daher, wenn wir einen Ausdruck für die Geschwindigkeit eines Ions in einem Gase in einem elektrischen Felde formulieren wollen, darauf Rücksicht nehmen, daß sich seine Natur fortgesetzt verändert. Wir wollen nunmehr versuchen, einen solchen Ausdruck zu erhalten. Wir wollen mit t_0 die durchschnittliche Lebensdauer eines Ions in dem betrachteten Gase bezeichnen, mit t_1 die eines Haufens erster Ordnung, mit t_2 die eines Haufens zweiter Ordnung, usf. Wir bezeichnen weiter mit v_0 die Geschwindigkeit des freien Ions, mit v_1 die eines Haufens erster Ordnung, usf. Die mittlere Geschwindigkeit V des Ions — die gewöhnlich gemessene Größe — wird dann durch die Gleichung

$$V = v_0 t_0 u_0 + v_1 t_1 u_1 + v_2 t_2 u_2 + \cdots$$

oder

$$V = \sum_0^n v_n t_n u_n$$

gegeben. In dieser Gleichung gibt u_0 an, wie oft in der Sekunde das Ion sich im freien Zustande befindet, u_1, wie oft es einen Haufen erster Ordnung bildet, usf., und es ist

$$1 = t_0 u_0 + t_1 u_1 + \cdots.$$

Die Lebensdauer eines Haufens ändert sich umgekehrt proportional dem Drucke. Wenn beispielsweise der Druck verdoppelt wird, so verdoppelt sich die Anzahl der Zusammenstöße der einzelnen Haufen mit den neutralen Molekülen, und folglich verdoppelt sich die Chance dafür, daß er zerfällt, und somit halbiert sich die Lebensdauer des einzelnen Haufens. Man wird bemerken, daß demzufolge die relativen Werte von t, also die relativen Lebensdauern der Haufen, von dem Gasdrucke unabhängig sind.

Die Lebensdauer eines Haufens ist offenbar seiner Geschwindigkeit umgekehrt proportional und demnach umgekehrt proportional der Quadratwurzel aus der Temperatur. Aber seine Lebensdauer muß außerdem noch von der Temperatur beeinflußt werden. Die Zusammenstöße der Haufen mit den Molekülen werden mit gesteigerter Temperatur heftiger, und mithin wird die Gefahr vermehrt, daß ein Haufen während eines Zusammenstoßes zerfällt. Außerdem beeinflußt eine Temperaturerhöhung vermutlich die Chancen für eine Änderung der Natur der Haufenbildung für die verschiedenen Haufen in verschiedenem Maße.

Die Werte von u_n sind dem Druck proportional, denn wenn der Druck auf das $n$fache erhöht wird, so beträgt die Zeit für einen Kreislauf der Haufenbildung, den das Ion durchläuft, $1/n$ ihres früheren Wertes, und das Ion macht diesen Kreislauf daher in einer gegebenen Zeit $n$mal so oft durch wie zuvor. Es folgt daraus, daß bei konstanter Temperatur $t_n u_n$ vom Druck unabhängig ist. Mittels einer gleichen Überlegung läßt sich nachweisen, daß u_n der Geschwindigkeit des Haufens proportional und mithin der Quadratwurzel aus seiner Temperatur proportional ist. Aber u_n wird noch außerdem von der Temperatur in ähnlicher Weise wie die Lebensdauer eines Ions beeinflußt.

Die Geschwindigkeit v eines beständigen Ions hängt vom Druck ab; nach der kinetischen Gastheorie sollte man erwarten, daß sie sich umgekehrt mit dem Drucke ändert. Weiter sollte man erwarten, daß sie von der Temperatur unabhängig ist, vorausgesetzt, daß die Dichte konstant gehalten wird. Die mittlere Geschwindigkeit V würde sich somit nach der obigen Glei-

1) Ein freies Ion ist ein elektrisch geladenes Teilchen, an dem keinerlei Moleküle haften; beim negativen Ion ist es das Elektron.

chung umgekehrt wie der Druck ändern. Dies wird aber nur unter gewissen Bedingungen gelten, die wir weiterhin erörtern werden.

Wir wollen nunmehr den Spezialfall betrachten, daß nur Haufen erster Ordnung in merklichem Maße in dem Gase gebildet werden. Angenommen, es werden in der Sekunde n_0 freie Ionen in Haufen erster Ordnung übergeführt; dann werden in der Sekunde n_0 Haufen erster Ordnung in freie Ionen übergeführt werden. Die Konzentrationen c_0 und c_1 der freien Ionen bezw. der Haufen werden demnach durch die Gleichungen

$$t_0 n_0 = c_0\,,$$
$$t_1 n_0 = c_1$$

gegeben sein. Die Richtigkeit dieser Gleichungen wird ohne weiteres aus folgenden Betrachtungen hervorgehen: Angenommen, es seien zu Beginn der Umwandlung freier Ionen in Haufen erster Ordnung keine Haufen erster Ordnung vorhanden. Nach einer Zeit t_1 werden die Haufen erster Ordnung anfangen, in demselben Maße in freie Ionen umgewandelt zu werden; dann ist das Konzentrationsgleichgewicht erreicht, und zwar wird es durch die Gleichung

$$t_1 n_1 = c_1$$

gegeben. In ähnlicher Weise läßt sich die andere Gleichung aufstellen. Wir wollen ein Ion betrachten, das einen Kreislauf der Haufenbildung durchmacht. Es wird einleuchten, daß u_n, die Zahl, die angibt, wie oft ein Ion in der Sekunde zu einem Haufen $n$ter Ordnung wird, daß diese Zahl der Anzahl n_n jener Haufen proportional ist, die in einer Sekunde gebildet werden oder zerfallen, oder daß

$$u_n = n_n a$$

ist. Da

$$1 = t_0 u_0 + t_1 u_1$$

ist, so erhalten wir:

$$1 = a(t_0 n_0 + t_1 n_1) = a(c_0 + c_1)$$

oder

$$a = \frac{1}{c_0 + c_1}.$$

Die Gleichung für die mittlere Geschwindigkeit des Ions kann dann in der Form

$$V = (c_0 v_0 + c_1 v_1)\frac{1}{c_0 + c_1} = \left(v_0 + \frac{c_1 v_1}{c_0}\right)\frac{1}{1 + \frac{c_1}{c_0}}$$

geschrieben werden. Diese Gleichung läßt sich in eine solche umformen, in welcher das Verhältnis $\frac{c_1}{c_0}$ nicht vorkommt. van't Hoff hat die Gleichung

$$\frac{d}{dT}\left(\log\frac{c_1}{c_0}\right) = \frac{H_1}{T^2}$$

abgeleitet, in welcher c_0 und c_1 die Konzentrationen bei der Temperatur T für zwei verschiedene Systeme sind, die dem Massenwirkungsgesetz gehorchen, und wo H_1 die Umwandlungswärme oder die Änderung der potentiellen Energie in Kalorien per Grammolekül jedes der beiden Komponentensysteme bei der Umwandlung des Systems 2 in das System 1 ist.

Durch diese Gleichung geht die vorige Gleichung in die Form

$$V = \left(v_0 + v_1 A_1 e^{-\int\frac{H_1}{T^2}dT}\right)\frac{1}{1 + A_1 e^{-\int\frac{H_1}{T^2}dT}}$$

über, wo A_1 eine Konstante ist, die nur von der Natur des Haufens abhängt. Diese Gleichung zeigt, in welcher Weise die Geschwindigkeit des Ions in einem Gase, dessen Dichte konstant gehalten wird, von der Temperatur abhängt.

Die Größe H_1 — das ist die Energie, die erforderlich ist, um das einfache Ion oder Elektron von dem Haufen in die Unendlichkeit zu bewegen — kann eine Funktion der Temperatur T sein. Sie wird sich aber vermutlich mit der Temperatur wenig ändern. Angenommen, daß sie keine Funktion von T ist, so geht die vorstehende Gleichung in

$$V = \left(v_0 e^{\frac{H_1}{T}} + v_1 A_1\right)\frac{1}{A_1 + e^{\frac{H_1}{T}}}$$

über.

Man kann eine obere Grenze für den Wert von H_1 erhalten. Wir können als sicher annehmen, daß die Energie, die erforderlich ist, um ein Ion von einem Haufen fort in die Unendlichkeit zu bewegen, nicht größer sein kann, als die Energie, die erforderlich ist, um ein Paar Ionen zu bilden, also als etwa 3×10^{-11} Erg. Da in einem Grammolekül Wasserstoff ungefähr

$$\frac{1}{2 \times 1{,}61 \times 10^{-24}} = 3{,}12 \times 10^{23} \text{ Moleküle}$$

Wasserstoff enthalten sind, so muß H_1 kleiner sein als

$$\frac{3{,}12 \times 10^{23} \times 3 \times 10^{-11}}{4{,}2 \times 10^{7}} = 2{,}4 \times 10^{5} \text{ Kalorien.}$$

Es hat jedoch vermutlich dieselbe Größenordnung. Man muß beachten, daß der Wert von H_1 mit der Größe des Atoms oder des Moleküls, an dem das Elektron haftet, zunimmt.

Wir wollen nunmehr die Geschwindigkeit eines Ions in einem Gase für den Fall betrachten, daß sich jede beliebige Anzahl verschiedener Haufenarten bilden kann. Es läßt sich unschwer beweisen, daß im allgemeinen

$$t_n n_n = c_n$$

ist, wo t_n die Lebensdauer eines Haufens $n$ter Ordnung, c_n die Konzentration der Haufen im

Kubikzentimeter und n_n die Anzahl der Haufen bezeichnet, die in der Sekunde eine Änderung erfahren. Da sich n_n Haufen in der Sekunde verändern, so wird sich ein Haufen während der Zeit $\frac{1}{n_n}$ verändern. Da jeder der sich verändernden Haufen eine Zeit t_n lang als Haufen $n$ter Ordnung bestanden hat, so müssen im Kubikzentimeter $t_n / \frac{1}{n_n}$ Haufen vorhanden sein, um die Veränderung eines Haufens während der Zeit $\frac{1}{n_n}$ zu gewährleisten, und das ist die Konzentration c_n, mit anderen Worten:

$$c_n = t_n n_n .$$

Wir haben sonach:

$$V = v_0 t_0 u_0 + v_1 t_1 u_1 + v_2 t_2 u_2 + \cdots,$$

wo

$$t_0 n_0 = c_0 ,$$
$$t_1 n_1 = c_1 ,$$
$$t_2 n_2 = c_2$$
$$— — — —$$

ist, und wo n_0 die Anzahl der freien Ionen ist, die sich sekundlich in Haufen verwandelt, wo n_1 die Anzahl der Haufen erster Ordnung ist, die sich sekundlich in andere Haufen und in freie Ionen verwandelt, wo n_2 die Anzahl der Haufen zweiter Ordnung ist, die sich sekundlich in andere Haufen und in freie Ionen verwandelt, usf. Ferner haben wir:

$$u_0 = a n_0 ,$$
$$u_1 = a n_1 ,$$
$$— — —$$

und:

$$1 = t_0 u_0 + t_1 u_1 + \cdots = a (t_0 n_0 + t_1 n_1 + \cdots) = = a (c_0 + c_1 + \cdots).$$

Die obenstehende allgemeine Gleichung für die Geschwindigkeit wird nunmehr:

$$V = \left(v_0 + v_1 \frac{c_1}{c_0} + v_2 \frac{c_2}{c_0} + \cdots\right) \frac{1}{1 + \frac{c_1}{c_0} + \frac{c_2}{c_0} + \cdots}.$$

Diese Gleichung läßt sich in ähnlicher Weise wie vorher umformen, und wir haben dann:

$$V = \left(v_0 + v_1 A_1 e^{\int \frac{H_1}{T^2} \cdot dT} + v_2 A_2 e^{\int \frac{H_2}{T^2} \cdot dT} + \cdots\right) \cdot \frac{1}{1 + A_1 e^{\int \frac{H_1}{T^2} \cdot dT} + A_2 e^{\int \frac{H_2}{T^2} \cdot dT} + \cdots};$$

hier bezeichnet H_1 die Energie für die Bildung eines Haufens erster Ordnung aus einem freien Ion und einem neutralen Molekül, H_2 die Energie für die Bildung eines Haufens zweiter Ordnung aus einem freien Ion und zwei neutralen Molekülen, usf., und A_1, A_2, ... sind Konstanten. Die Änderung der Geschwindigkeit mit der Temperatur hängt somit ab von der Änderung der Größen

$$\int \frac{H_1}{T^2}, \quad \int \frac{H_2}{T^2}, \quad \ldots.$$

mit der Temperatur.

Es ist nun zunächst von Interesse, einen etwa bestehenden Zusammenhang zwischen den Größen n_0, n_1 .... zu finden. Wir wollen zunächst den Spezialfall betrachten, in welchem wir voraussetzen, daß ein Haufen nur einen Haufen von nächsthöherer Ordnung bilden oder zu einem freien Ion werden kann. Das freie Ion kann sich nur in Haufen erster Ordnung verwandeln, und daher ist $n_0 = n_1$. Von der Anzahl der Haufen erster Ordnung, die sich sekundlich verwandeln, werde der Bruchteil α_1 in Haufen zweiter Ordnung verwandelt, der Rest in freie Ionen. Folglich ist $n_2 = \alpha_1 n_0$. Der Bruchteil α_1 hängt von der durchschnittlichen Natur der Zusammenstöße eines Haufens erster Ordnung ab und diese ihrerseits von der Natur des Haufens und der ihn umgebenden Moleküle und von deren Temperatur. Es erscheint nicht möglich, α_1 in einfacher Weise als Funktion dieser Größen auszudrücken. Von den Haufen zweiter Ordnung, die sich sekundlich verändern, mögen $\alpha_2 (\alpha_1 n_0)$ in Haufen dritter Ordnung verwandelt werden, wo α_2 ein Bruch ist, während der Rest in freie Ionen und Haufen zweiter Ordnung übergehe. Somit ist $n_3 = \alpha_2 \alpha_1 n_0$, und wir erhalten allgemein:

$$n_m = \alpha_{m-1} \alpha_{m-2} \ldots \alpha_1 n_0 ,$$

wo n_m die Anzahl der Haufen $m$ter Ordnung ist, die sich in der Sekunde in andere Haufen verwandelt. Da α_1, α_2, ... nur Brüche sein können, so nimmt der Wert von n_m mit zunehmendem Werte von m ab. Die Gleichungen für die Konzentrationen der Haufen werden nunmehr:

$$t_0 n_0 = c_0 ,$$
$$t_1 n_0 = c_1 ,$$
$$t_2 \alpha_1 n_0 = c_2 ,$$
$$t_3 \alpha_2 \alpha_1 n_0 = c_3 ,$$
$$— — — — —$$

Wir sehen also, daß wenn die Lebensdauer aller Haufenarten dieselbe wäre, die Konzentrationen der verschiedenen Haufenarten in dem Gase mit zunehmender Komplexität abnehmen würden. Je komplexer aber der Haufen ist, um so leichter zerfällt er bei einem Zusammenstoß, und um so kürzer ist folglich seine Lebensdauer. Im allgemeinen würden also die Konzentrationen c_0, c_1, c_2, ... in einem Gase sehr rasch an Größe abnehmen. Je heftiger ferner der Zusammenstoß eines Haufens mit einem Molekül ist, um so geringer wird die Wahrscheinlichkeit dafür, daß ein Haufen höherer Ordnung gebildet

wird. Je höher daher die Temperatur ist, um so schneller werden die Brüche α_1, α_2, ... im Verhältnis zueinander abnehmen. Es gibt daher eine Temperatur, bei welcher verhältnismäßig wenige Haufen bestehen, und wir haben es dann praktisch nur mit dem einfachen Ion zu tun. Ein solcher Zustand wird von den Ionen in einer Flamme erreicht; das zeigt sich dadurch, daß das negative Ion in einer Flamme eine ungeheuer viel größere Geschwindigkeit besitzt, als es bei gewöhnlichen Temperaturen in der Luft erreicht.

Nunmehr betrachten wir den allgemeinen Fall, daß sich der Haufen in einen solchen von nächsthöherer Ordnung oder in irgendeinen Haufen von niedrigerer Ordnung oder in freie Ionen verwandeln kann. Der Umwandlungsvorgang der verschiedenen Haufen ineinander wird für zwei Fälle durch die beiden Figuren 1 und 2 angegeben; in dem einen Falle ist der komplexeste Haufen ein solcher zweiter Ordnung, im anderen ein solcher dritter. Aus den Figuren geht ohne weiteres hervor, daß in allen Fällen n_0 freie Ionen sekundlich in Haufen erster

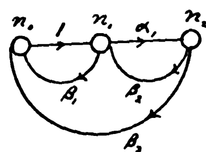


Fig. 1.

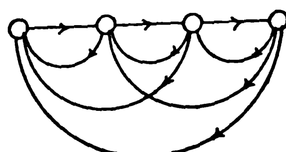


Fig. 2.

Ordnung verwandelt werden. Die Anzahl der Haufen erster Ordnung, die in der Sekunde verwandelt werden, muß gleich der Anzahl derer sein, die gebildet werden, und n_1 ist mithin gleich n_0 vermehrt um die Anzahl jener Haufen höherer Ordnung, die sekundlich in Haufen erster Ordnung umgewandelt werden. Wir sehen also, daß im allgemeinen $n_1 > n_0$ ist. Aus den Figuren wird ferner ersichtlich werden, daß die Größe n_n, die sekundliche Umwandlung der Haufen größter Komplexität per Kubikzentimeter, ein Bruchteil von n_{n-1} sein muß, oder daß allgemein

$$n_{n-1} > n_n$$

sein muß.

Wir wollen dieses Ergebnis auf den Spezialfall anwenden, daß wir annehmen, es werden nur Haufen erster und zweiter Ordnung gebildet. Dann haben wir:

$$n_0 < n_1 > n_2 .$$

Wenn daher die Lebensdauern eines freien Ions und eines Haufens erster und zweiter Ordnung einander gleich sind, so folgt aus den Gleichungen, welche t_m, n_m und c_m miteinander verbinden, daß die Konzentration der Haufen erster Ordnung größer ist als die der freien Ionen oder der Haufen zweiter Ordnung. Die Lebensdauer eines Haufens erster Ordnung ist aber wahrscheinlich größer als die eines freien Ions, denn wir dürfen erwarten, daß ein freies Ion sich beim Zusammenstoß mit einem Molekül leichter an dieses anheften wird, als ein Haufen erster Ordnung haften bleiben oder in das freie Ion und das neutrale Molekül zerfallen wird. Wahrscheinlich ist seine Lebensdauer auch größer als die eines Haufens zweiter Ordnung, weil, wie wir angenommen haben, ein Haufen zweiter Ordnung mit Molekülen gesättigt ist und infolgedessen bei einem Zusammenstoß leichter zerfällt als ein Haufen erster Ordnung. Die Konzentration der Haufen erster Ordnung kann daher viel größer sein als die der Haufen zweiter Ordnung und als die der freien Ionen. Die mittlere Geschwindigkeit des Ions kann daher in diesem Falle annähernd die des Haufens erster Ordnung sein.

Es wird von Interesse sein, n_1 und n_2 als Funktionen von n_0 und der Brüche auszudrücken, die angeben, in welchem Verhältnis sich n_n Haufen $n$ter Ordnung sekundlich in die verschiedenartigen anderen Haufen verwandeln. Angenommen, von den sich sekundlich verwandelnden Haufen erster Ordnung werden $\alpha_1 n_1$ in Haufen zweiter Ordnung und $\beta_1 n_1$ in freie Ionen umgewandelt, und angenommen, von den sich verwandelnden Haufen zweiter Ordnung werden $n_2 \beta_2$ in Haufen erster Ordnung und $n_2 \beta_3$ in freie Ionen verwandelt; dann werden stets n_0 freie Ionen in der Sekunde in Haufen erster Ordnung verwandelt werden. Die Anzahl der Haufen, die sich in der Sekunde verwandeln, ist gleich der Anzahl derer, die gebildet werden; das ergibt in bezug auf die freien Ionen eine Gleichung und für jede Haufenart zwei Gleichungen. In dem Falle, den wir hier betrachten, sind die Gleichungen:

$$n_0 = n_1 \beta_1 + n_2 \beta_2 ,$$
$$n_1 = n_0 + n_2 \beta_2 ,$$
$$n_1 = n_1 \alpha_1 + n_1 \beta_1 ,$$
$$n_2 = n_1 \alpha_1 ,$$
$$n_2 = n_2 \beta_2 + n_2 \beta_3 ,$$

und aus diesen erhalten wir:

$$n_1 = \frac{n_0}{1 - \beta_2 \alpha_1}$$

und

$$n_2 = \frac{n_0 \alpha_1}{1 - \beta_2 \alpha_1} .$$

Da α_1 ein Bruch ist, so erhalten wir:

$$n_0 < n_1 > n_2 ,$$

ein Ergebnis, das wir allgemein bereits früher erhalten haben. Die Gleichungen für den Fall, daß der Haufen größter Komplexität von höherer

Ordnung als der dritten ist, lassen sich leicht auf demselben Wege erhalten, bieten aber kein besonderes Interesse.

Da die Translationsgeschwindigkeit eines Moleküls mit der Temperatur zunimmt, so wächst mit steigender Temperatur die Wahrscheinlichkeit dafür, daß ein Haufen beim Zusammenstoß zerfällt. Daher nehmen mit zunehmender Temperatur die Werte der Größen α ab und die der Größen β zu. Das Studium der Figuren lehrt weiter, daß der Wert von n_m für einen Haufen $m$ter Ordnung im allgemeinen mit steigender Temperatur abnehmen muß. Da nun der Wert von t_m unter diesen Umständen ebenfalls abnimmt, so nimmt der Wert von c_m mit steigender Temperatur sehr rasch ab. Die mittlere Geschwindigkeit würde also mit steigender Temperatur im allgemeinen zunehmen.

Je größer ein Haufen rings um ein Ion ist, um so weniger wird seine Masse von jener seiner Kerne abhängig sein. Die Haufenbildung wird also die Wirkung haben, daß die mittleren Geschwindigkeiten von Ionen mit verschiedenen Kernen ihrem Werte nach näher aneinanderrücken als die Geschwindigkeiten der einfachen Ionen.

Wenn

$$v_0 = v_1 = v_2 = \dots$$

ist, wenn also die Geschwindigkeit eines stabilen Systems in einem Gase von der Masse des Systems unabhängig ist, so folgt aus der vorstehenden Gleichung, daß die mittlere Geschwindigkeit von der Temperatur unabhängig ist. Da man aber gefunden hat, daß die Geschwindigkeit beträchtlich von der Temperatur abhängig ist, so muß die Geschwindigkeit eines stabilen Systems außer von der Masse eines Moleküls des umgebenden Gases auch von seiner eigenen Masse abhängig sein. Diese Folgerung würde sich auch aus Betrachtungen ergeben, die sich auf die kinetische Gastheorie gründen.

Eine plötzliche Geschwindigkeitsänderung eines Ions mit steigender Temperatur würde zu einer plötzlichen Änderung der Werte

$$H_1, H_2, \dots,$$

oder

$$\alpha_1, \alpha_2, \dots$$

führen. Die Größen H_m, α_m werden sich gleichzeitig ändern, und zwar werden sie zugleich miteinander zunehmen oder abnehmen, denn H_m bezeichnet die Energie, die erforderlich ist, um den Haufen $m$ter Ordnung zu zertrümmern, und α_m bezeichnet die Wahrscheinlichkeit dafür, daß der Haufen $m$ter Ordnung bei einem Zusammenstoße nicht zertrümmert wird, sondern einen Haufen höherer Ordnung bildet. Nun hat H. A. Wilson[1]) gefunden, daß die Geschwindigkeit der Ionen in einer Flamme sich bei einer gewissen Temperatur ganz plötzlich ändert, wenn die Temperatur der Flamme gesteigert wird. Es folgt also, daß die Kräfte, welche einen Haufen zusammenhalten, ganz plötzliche Änderungen mit der Temperatur erleiden können. Diese Kräfte bestehen wahrscheinlich in der Anziehung infolge elektrischer Induktion und in der chemischen Anziehung zwischen den Molekülen. Dieser Punkt ist besonders interessant im Zusammenhange mit der Wirkung der Temperatur auf die chemische Anziehung. Ich habe diesen Gegenstand untersucht[2]) und einige Beweise dafür gefunden, daß die chemische Anziehung eines Moleküls von seiner Temperatur abhängig ist.

Wenn die Geschwindigkeit v eines stabilen Ions sich umgekehrt wie der Druck ändert, so wird sich auch die mittlere Geschwindigkeit, die durch die obenstehende Gleichung gegeben ist, umgekehrt wie der Druck ändern. Dies wird aber nur dann gelten, wenn die Strecke, längs welcher die Geschwindigkeit gemessen wird, größer ist als $(t_0 v_0 + t_1 v_1 + \cdots)$ oder $\Sigma_0^m t_m v_m$, vorausgesetzt, daß die Ionen ihre Reise als einfache Ionen antreten. Wenn die Strecke kleiner ist, so werden die Haufen höherer Ordnung weniger Gelegenheit zu ihrer Bildung haben als die niederer Ordnung, denn ein Haufen erster Ordnung kann erst nach einer Zeit t_0 gebildet werden, während welcher das Ion sich längs einer Strecke $t_0 v_0$ bewegt hat, und ein Haufen zweiter Ordnung kann erst nach einer Zeit $(t_0 + t_1)$ gebildet werden, während welcher das Ion sich längs einer Strecke $(t_0 v_0 + t_1 v_1)$ bewegt hat, usf. Die mittlere Geschwindigkeit wird also größer sein als unter normalen Verhältnissen, weil die Geschwindigkeit eines Haufens mit abnehmender Komplexität zunimmt. Versuche haben dargetan, daß die Geschwindigkeit des negativen und des positiven Ions sich umgekehrt wie der Druck des Gases ändert, und zwar bis herab zu einem Drucke von einigen Millimetern Quecksilber; unterhalb dieses Druckes nimmt die Geschwindigkeit schneller zu, als dieses Gesetz es angibt. Da die einfachen Haufen des negativen Ions höchstwahrscheinlich eine größere Geschwindigkeit haben als die des positiven Ions, so wird die Abweichung der mittleren Geschwindigkeit von dem Gesetze der Änderung umgekehrt proportional dem Drucke beim negativen Ion größer sein als beim positiven, und, wie sich herausgestellt hat, ist dies auch der Fall. Der Druck, bei dem das Gesetz der Änderung der Ge-

1) Trans. Roy. Soc. (A) **197**, 1901, 1909.
2) Phil. Mag., Januar 1911, S. 93 u. 94.

schwindigkeit umgekehrt proportional dem Drucke zu versagen beginnt, ist interessant und wichtig; dann haben wir nämlich die Beziehung

$$d = \sum_{0}^{m} t_m v_m ,$$

wo d die Strecke ist, längs welcher die Geschwindigkeit gemessen wird. Die Lebensdauer t eines Ions ist umgekehrt proportional dem Gasdruck, und dasselbe gilt höchstwahrscheinlich für die Geschwindigkeit v eines stabilen Ions; daher ist die Größe d in der vorstehenden Gleichung umgekehrt proportional dem Quadrate des Druckes. Sie nimmt daher mit zunehmendem Drucke sehr rasch ab. Es ließe sich eine sehr interessante Versuchsreihe über den Wert von d für verschiedene Gase anstellen.

Die Änderung in der Haufenbildung, welcher die Ionen in einem Gase unterliegen, bringt unter gewissen Bedingungen eine verzögernde Wirkung auf die Bewegung einiger unter den Ionen hervor. Wenn beispielsweise eine Anzahl Ionen in demselben Augenblicke an einem Punkte in einem Gase unter dem Einflusse eines elektrischen Feldes gebildet werden, so werden sie an einem anderen auf ihrer Bahn belegenen Punkte nicht gleichzeitig anlangen. Die Ionen beginnen ihren Lebenslauf als freie Ionen, sie langen aber an dem zweiten Punkte als freie Ionen und als Haufen verschiedener Ordnung an und werden daher zum Durchlaufen der zwischen den beiden Punkten liegenden Strecke verschiedene Zeiten gebraucht haben. Wenn eine Anzahl Ionen in einem Gase ihr Leben als freie Ionen beginnen, so ist die Zeit, welche gebraucht wird, damit die Konzentrationen der verschiedenen Haufenarten konstant wird, theoretisch unendlich; praktisch hingegen wird eine sehr angenäherte Konstanz der Konzentrationen vermutlich in sehr kurzer Zeit erreicht. Wenn die Ionen bei ihrer Erzeugung unter der Wirkung eines elektrischen Feldes stehen, so sind die Konzentrationen der Haufen in einer Entfernung ud von dem Punkte, an dem sie ihre Bewegung beginnen, von dem Drucke des Gases unabhängig; hier ist u irgendeine gegebene Konstante. Es wird erinnerlich sein, daß die Größe d die kleinste Strecke in einem Gase ist, auf welcher die einzelne Haufenart Chancen hat, gebildet zu werden, und daß diese Strecke vom Drucke abhängt. Es folgt daher, daß die Entfernung vom Ausgangspunkte der Ionen, innerhalb welcher die Konzentrationen der verschiedenen Haufen praktisch konstant werden, mit abnehmendem d gleichfalls abnimmt. Wenn diese Entfernung klein ist im Vergleich zu der Strecke, längs welcher die Geschwindigkeit gemessen wird, so ist die Verzögerung der Ionen gering. Nur bei niedrigen Drucken, wo d verhältnismäßig nicht sehr klein ist, wird daher diese Wirkung merklich. Dieses Ergebnis ist interessant im Zusammenhange mit Messungen der Geschwindigkeit von Ionen, bei denen ein elektrisches Wechselfeld zur Anwendung gelangt. Wenn die Ionen stabil sind, so ist das Gebiet, das sie unter dem Einflusse des Feldes durchlaufen, scharf definiert und ändert sich nicht mit der Zeit. Wenn sich dagegen die Größe der Haufen fortgesetzt verändert, so ist das durchlaufene Gebiet nicht scharf definiert. Jedes einzelne Ion macht nicht notwendig denselben Kreislauf der Haufenbildung durch; beispielsweise kann ein Haufen zweiter Ordnung beim Zusammenstoße mit einem Molekül zu einem Haufen dritter Ordnung werden, oder zu einem einfachen Ion, oder zu einem Haufen erster Ordnung, und mithin ist die mittlere Geschwindigkeit des einzelnen Ions nicht dieselbe. Aber die größte Verschiedenheit in der Geschwindigkeit, die zwischen zwei Ionen vorkommen kann, wird nur bei niedrigen Drucken ihrer Größe nach merklich werden. Die Wirkung hiervon wird darin bestehen, daß mit abnehmendem Drucke die Geschwindigkeit scheinbar zunehmen wird, weil die Geschwindigkeit des sich am schnellsten bewegenden Ions tatsächlich gemessen wird, und das ist denn auch beobachtet worden. Dieses Versuchsergebnis ist mithin ein Beweis für die unbeständige Natur der Ionen in einem Gase.

Wenn der Druck eines Gases niedrig ist und die Ionen unter dem Einflusse eines elektrischen Feldes stehen, so können die Bildung und der Zerfall der Haufen möglicherweise durch das Feld beeinflußt werden. Dies wird sicherlich dann der Fall sein, wenn die Geschwindigkeit, die das Feld einem Haufen erteilt, der Translationsgeschwindigkeit eines Moleküls vergleichbar ist, denn das wird zur Folge haben, daß die Heftigkeit eines Zusammenstoßes stark erhöht wird, und daß sich daher weniger Haufen von hoher Komplexität bilden. Das Feld kann auch die Wirkung haben, die teilweise Abtrennung eines einfachen Ions in einem Haufen von den mit ihm vereinigten Molekülen während eines Zusammenstoßes des Haufens zu vollenden. Wenn eine solche Wirkung vorhanden ist, so muß die mittlere Geschwindigkeit eines Ions per Einheit der elektrischen Feldstärke von der angewandten Feldstärke abhängig sein. Die Versuche, die über die Geschwindigkeit der Ionen ausgeführt worden sind, zeigen gelegentlich, daß sie innerhalb des Bereiches der angewandten Feldstärken von der Stärke des elektrischen Feldes unabhängig ist. Es ist aber sehr wahrscheinlich, daß dies für hohe Feldstärken, mit

denen bislang noch keine Versuche angestellt worden sind, nicht gilt.

Wir wollen uns nunmehr bemühen, einen Ausdruck für die Geschwindigkeit v eines stabilen Systems in einem Gase zu finden. Man hat eine Anzahl von Formeln auf Grund der Annahme entwickelt, daß ein Zusammenstoß die Vorgeschichte eines Ions auslöscht. Diese Annahme ist aber weit davon entfernt, den tatsächlichen Sachverhalt darzustellen. Das wird ohne weiteres aus der Betrachtung der Bewegung eines schweren Moleküls in einem leichten Gase erhellen. In diesem Falle wird das bewegte Molekül niemals durch einen Zusammenstoß zur Ruhe gebracht werden, denn die Wirkung der umgebenden Moleküle besteht darin, seine Geschwindigkeit intermittierend herabzumindern. Es ist aber schwierig, einen Ausdruck für die Geschwindigkeit zu formulieren, weil wir über die tatsächliche Natur eines Zusammenstoßes so wenig wissen. Den zuverlässigsten Ausdruck erhält man vielleicht, wenn man die Gleichung von Townsend für die Ionendiffusion mit der Gleichung von Maxwell für die Diffusion eines Gases in ein anderes vereinigt, wie dies von Sir J. J. Thomson geschehen ist[1]). Die Gleichung von Townsend lautet:

$$V = \frac{DNe}{p},$$

wo V die Geschwindigkeit eines Ions, D seinen Diffusionskoeffizienten, N die Anzahl der Moleküle im cm^3, p ihren Druck und e die Ladung eines Ions bezeichnet. Maxwell betrachtete die Moleküle einfach als Kraftzentren und nahm an, daß die zwischen zwei Molekülen wirkende Kraft durch $\frac{B}{z^5}$ gegeben werde, wo B eine von der Natur der Moleküle abhängende Konstante und z der gegenseitige Abstand der Moleküle ist. Dieses Gesetz führte zu der Gleichung

$$D = \frac{p_1 p_2}{\varrho_1 \varrho_2 A \left\{ \frac{B}{m_1 m_2 (m_1 + m_2)} \right\}^{1/2} p};$$

in dieser Gleichung bezeichnet D den Diffusionskoeffizienten eines Gases 1 gegen ein Gas 2, wenn die Partialdrucke der beiden Gase p_1 bzw. p_2 und ihre Dichten ϱ_1 bzw. ϱ_2 sind und m_1 bzw. m_2 ihre Molekulargewichte bezeichnen, und A ist eine Konstante. Wenn die Anzahl der Moleküle des Gases 1 klein ist im Vergleich zu jener der Moleküle des Gases 2, so haben wir

$$p = p_2.$$

Schreiben wir

$$\frac{p_1}{\varrho_1} = \frac{RT}{m_1}$$

und

$$\varrho_2 = \frac{p_2 m_2}{RT},$$

und kombinieren wir die Gleichungen miteinander, so erhalten wir:

$$V = \frac{e}{A} \frac{RT}{p_2 m_1 m_2} \frac{1}{\left\{ \frac{B}{m_1 m_2 (m_1 + m_2)} \right\}^{1/2}},$$

wo wir $\frac{e}{A}$ gleich einer Konstanten K setzen können.

Wir wollen annehmen, daß die Bewegung eines Ions durch ein Gas durch die Anziehungskräfte zwischen dem Ion und den neutralen Molekülen geregelt wird. Dann können wir einen Ausdruck für B auf Grund der folgenden Betrachtungen erhalten: Die Anziehung, die eine Ladung e seitens eines kugelförmigen Elektrizitätsleiters erfährt, wird durch

$$\frac{e^2 a^2 (2 f^2 - a^2)}{f^3 (f^2 - a^2)^2}$$

gegeben, wo f der Abstand der Ladung vom Mittelpunkte des Leiters und a der Halbmesser dieses Leiters ist. Ich habe einige Beweise dafür zutage gefördert, daß das Atom von kugelförmiger Gestalt ist, und wenn wir annehmen, daß es ein vollkommener Elektrizitätsleiter ist, so gibt dieser Ausdruck die Anziehung zwischen einer Ladung e und einem Atom. Wenn f groß ist gegenüber a, so wird der Ausdruck:

$$\frac{2 e^2 a^3}{f^5},$$

und die Anziehung ändert sich dann umgekehrt wie die fünfte Potenz der Trennungsstrecke zwischen Atom und Ladung, und die Maxwellsche Gleichung ist daher anwendbar. Wenn wir die Anziehung zwischen einem Ion und einem neutralen Molekül betrachten, so können wir die chemische Anziehung vernachlässigen, und die Anziehung wird dann durch

$$\frac{2 e^2 a^3}{f^5}$$

gegeben. Das Volumen eines Atoms, das proportional a^3 ist, ist nach Traube[1]) proportional $\sqrt{m}$, wo m das Atomgewicht ist, und daher ist B proportional $\sqrt{m}$ oder für den Fall eines Moleküls proportional $\Sigma \sqrt{m}$. Die Gleichung für die Geschwindigkeit wird nunmehr:

$$V = K_2 \frac{TR}{m_2 p_2} \left\{ \frac{m_2 (m_1 + m_2)}{m_1 \Sigma \sqrt{m}} \right\}^{1/2},$$

wo K_2 eine Konstante ist.

Wenn das Ion und das neutrale Molekül in

1) Proc. Cambridge Phil. Soc. 15 (4), 375.

1) Diese Zeitschr. 10, 667, 1909.

einem Gase dieselbe Masse haben, so wird die Geschwindigkeit:

$$\frac{K_2 R T}{p_2 m_2^{1/2}} \, \frac{1{,}45}{(\Sigma \sqrt{m})^{1/2}}.$$

Wenn die Masse des Ions gegenüber jener des neutralen Moleküls groß ist, so wird die Geschwindigkeit:

$$\frac{K_2 R T}{p_2 m_2^{1/2}} \, \frac{1}{(\Sigma \sqrt{m})^{1/2}}.$$

Die Geschwindigkeit des stabilen Ions hängt mithin sehr wenig von seiner Masse ab, wenn diese größer ist als die eines Moleküls des Gases, durch das sich das Ion bewegt. Wir haben gesehen, daß die Wirkung der Veränderung in der Haufenbildung des Ions darin besteht, die mittleren Geschwindigkeiten zweier verschiedener Ionengattungen der Größe nach einander näher zu bringen als die der einfachen Ionen. Die mittleren Geschwindigkeiten zweier Ionen, bei denen die Massen ihrer Kernionen nicht kleiner sind als die eines neutralen Moleküls, können daher praktisch dieselben sein.

Dieses Ergebnis ist interessant im Zusammenhange mit einigen Versuchen von A. Blanc[1]) und von Wellish[2]) über die Geschwindigkeit von Ionen in verschiedenen Gasen. Beide Forscher haben gefunden, daß das aus einem Molekül gebildete positive Ion durch ein Gas mit Molekülen von geringerer Masse mit derselben Geschwindigkeit hindurchgeht wie ein Ion, das aus einem der Moleküle des Gases gebildet ist. Wellish erklärt diese Ergebnisse durch die Annahme, daß während des Zusammenstoßes eine Übertragung der elektrischen Ladung von einem Molekül auf ein anderes stattfindet, so daß wir es im Durchschnitt mit derselben Art von Kernen zu tun haben. Es scheint indessen, daß dieses Ergebnis auch auf dem dargelegten Wege herbeigeführt werden kann. Alles zusammengenommen, folgt, daß die Ergebnisse über die Geschwindigkeiten von Ionen nicht mit Sicherheit zu deuten sind, da wir es mit einer statistischen Wirkung zu tun haben.

Wenn das freie Ion kleiner ist als das neutrale Molekül des Gases, wie es beim negativen Ion der Fall ist, so wird die Geschwindigkeit durch die Gleichung

$$V = \frac{K_2 R T}{p_2 m_1^{1/2}} \, \frac{1}{(\Sigma \sqrt{m})^{1/2}}$$

gegeben, wo m_1 die Masse des Ions ist. Die Geschwindigkeit des Ions ändert sich in diesem Falle viel stärker mit seiner Masse, als wenn seine Masse größer ist als die eines Moleküls des umgebenden Gases. Aber die mittlere Geschwindigkeit eines Ionenhaufens hängt wahrscheinlich nicht sehr von der Masse des freien Ions oder des einfachen Haufens ab, wie es der Fall ist, wenn die freien Ionen eine größere Masse haben als ein neutrales Molekül. Die Änderung der potentiellen Energie bei der Bildung eines Haufens ist nämlich wahrscheinlich im ersteren Falle größer als im letzteren, und die Lebensdauer eines freien Ions nimmt mithin mit seiner Masse zu, oder je größer die Geschwindigkeit eines Ions ist, um so kürzer ist seine Lebensdauer. Im großen ganzen mögen daher die mittleren Geschwindigkeiten zweier verschiedener Ionen, deren Kerne an Masse kleiner sind als ein Molekül des Gases, durch das sie hindurchgehen, sich nicht mehr voneinander unterscheiden als die Geschwindigkeiten zweier Ionen, deren Kerne eine größere Masse haben als ein Molekül des Gases. Indessen würde sich ein Geschwindigkeitsunterschied, sofern ein solcher vorhanden ist, im ersteren Falle leichter bemerkbar machen als im letzteren. Anscheinend hat man bislang noch keine Versuche ausgeführt, um festzustellen, ob die Geschwindigkeit eines Ions von der Masse seiner Kerne abhängig ist, wenn diese eine viel kleinere Masse haben als ein Molekül des umgebenden Gases.

Die Gleichung für die Geschwindigkeit eines stabilen Ions lehrt, daß sich bei konstant gehaltener Temperatur die Geschwindigkeit umgekehrt wie der Druck ändert, ein Ergebnis, das wir an einer früheren Stelle dieser Arbeit angenommen hatten.

Die Gleichung läßt sich auch in der Form

$$V = \frac{K}{\varrho_2} \left\{ \frac{m_2 (m_1 + m_2)}{m_1 B} \right\}^{1/2}$$

schreiben. Wir sehen also, daß bei konstant gehaltener Dichte des Gases die Geschwindigkeit von der Temperatur unabhängig ist. Die Änderung der mittleren Geschwindigkeit eines Ions mit der Temperatur, die Philips beobachtet hat, als er fand, daß die Geschwindigkeit angenähert proportional der Temperatur ist, muß auf der Änderung der in der Gleichung für die mittlere Geschwindigkeit eines Ions auftretenden Größen H_1, H_2, ... mit der Temperatur beruhen.

(Nach den Korrekturbogen für Proc. Cambridge Phil. Soc. aus dem Englischen übersetzt von Max Iklé.)

(Eingegangen 14. August 1911.)

1) C. R. **147**, 39—42, 1908.
2) Proc. Roy. Soc. (A) **82**, 500—517, 1909.

Über die Beeinflussung der Absorption des Natriumdampfes durch neutrale Gase.

Von Karl Fredenhagen.

In früheren Arbeiten[1]) über die Emissionsursachen der Alkalihauptserien habe ich festgestellt, daß die Emission keine eindeutige Funktion der Flammentemperatur noch auch der Konzentration des freien Alkalidampfes in den Flammen ist. Ich zeigte, daß die Temperatur einer reinen Chlorwasserstoffflamme höher ist als die einer gewöhnlichen Bunsenflamme, und daß die Konzentration der durch Temperaturdissoziation aus ihren Verbindungen frei gewordenen Alkalidämpfe in der Chlorwasserstoffflamme nicht kleiner, sondern eher größer ist, als in einer in gleicher Weise mit Alkalisalzen beschickten Bunsenflamme. Da die Alkalimetalle aber trotzdem nur in den Sauerstoffflammen, nicht aber in der Chlorwasserstoffflamme die Emission ihrer Hauptserielinien bewirken, so folgt hieraus, daß die Emissionsursache dieser Linien weder eine eindeutige Funktion der Temperatur noch der Konzentration der freien Alkalidämpfe sein kann.

Es war nun weiter die Ansicht vertreten worden, daß zwischen der Lichtemission und der Ionisation ein direkter Zusammenhang bestünde. Um die Berechtigung dieser Ansicht zu prüfen, untersuchte ich die Leitfähigkeit und zugleich das Leuchtvermögen, welche der Chlorwasserstoffflamme und der gewöhnlichen Wasserstoffflamme durch Einführen von Alkalisalzen erteilt wird. Ich fand das Leitvermögen beider von gleicher Größenordnung, woraus man auf eine nahezu gleiche Konzentration der Ionen in beiden Flammen schließen kann. Da die Alkalimetalle aber nur in der Sauerstoffflamme zur Emission ihrer Hauptserielinien erregt werden, so folgt hieraus, daß auch zwischen Ionisation und Emission kein eindeutiger Zusammenhang bestehen kann.

Diese Versuche ergaben somit, daß sowohl die Temperatur, wie die Konzentration der freien Alkalidämpfe, als auch die der Alkaliionen in beiden Flammenarten praktisch identisch waren. Aus dem trotzdem verschiedenen Verhalten beider Flammen bezüglich der Emission folgt somit weiter, daß es sich bei der Emission der Alkalihauptserielinien nicht um eine Substanzstrahlung handeln kann, sondern daß der Emissionsvorgang ein solcher sein muß, bei dem Sauerstoff und Chlor in verschiedener Weise beteiligt sind.

Ich habe seinerzeit aus diesen und einer Reihe von anderen Versuchen, auf die ich hier nicht eingehen möchte, den Schluß gezogen, daß der Emissionsvorgang an eine direkte Wechselwirkung zwischen Natrium und Sauerstoff gebunden sei, und daß die Alkalihauptserien bei der Vereinigung der Alkalimetalle mit Sauerstoff emittiert würden. In neuester Zeit haben nun Franck und Pringsheim[1]) eine andere und wohl zutreffendere Erklärung des verschiedenen Verhaltens der beiden Flammenarten gegeben. Diese durch Versuche von Gehlhoff[2]) schon vorbereitete Erklärung geht dahin, daß die Emission der Alkalihauptserielinien bei einer Wechselwirkung von Atomen oder Molekülen der Alkalidämpfe mit negativen Elektronen erfolgt, und daß die Konzentration der freien Elektronen in der Chlorflamme sehr klein, in der Sauerstoffflamme dagegen groß sei.

Ich möchte nun in folgendem einige Versuche mitteilen, deren Resultate ich schon an anderer Stelle[3]) publizierte und welche schon im April dieses Jahres abgeschlossen wurden. Bei quantitativer Durchführung, die mir bisher noch nicht möglich war, dürften die Versuche geeignet sein, auf den Strahlungsmechanismus der Alkalihauptserielinien weiteres Licht zu werfen. Die Versuche wurden angestellt, um zu prüfen, ob die Absorption des Natriumdampfes vergrößert wird, wenn die Konzentration des Sauerstoffs eine Vergrößerung erfährt, wie ich es auf Grund der früher von mir vertretenen Ansicht erwarten mußte. Die Versuche führten zu dem Ergebnis, daß das Absorptionsvermögen des Natriumdampfes, durch alle bezüglich dieser Wirkung untersuchten Gase, nämlich H_2, N_2, CO_2 und He sehr stark, und zwar nach meinen vorläufigen Versuchen in einem der Größenordnung nach gleichem Maße erhöht wird. Diese Wirkung von zum Teil chemisch völlig neutralen Gasen ist durch die von mir früher vertretene Auffassung nicht erklärbar. Genaue quantitative Messungen, welche ich durchzuführen beabsichtige, werden wahrscheinlich geeignet sein, auf den Absorptionsmechanismus weiteres Licht zu werfen. Bei den Versuchen habe ich einmal die Veränderung der Intensität der Absorptionslinien und dann die Änderung des Brechungskoeffizienten in der Nähe der D-Linien untersucht, welche durch die genannten Gase hervorgerufen wird.

Die Absorptionsversuche wurden in der in Fig. 1 skizzierten Anordnung ausgeführt. Ein unten abgeschmolzenes, ca. 2 cm weites Glasrohr

1) Ann. d. Phys. **20**, 133, 1906; Verh. d. D. physik. Ges. **9**, 394, 1907; diese Zeitschr. **8**, 404, 1907.

1) Verh. d. D. physik. Ges. **13**, 328, 1911.
2) Verh. d. D. physik. Ges. **12**, 492, 1910; **13**, 183 u. 266, 1911.
3) Anmerkung während der Korrektur: siehe auch Füchtbauer, diese Zeitschr. **12**, 722, 1911.

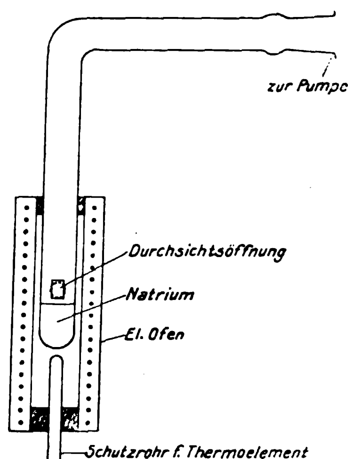


Fig. 1.

war etwa 2 cm hoch mit metallischem Natrium gefüllt und durch einen Schliff mit einer Pumpe, einem Mac Leod und verschiedenen Gasreservoiren verbunden. Das Natriumrohr konnte, wie in der Figur dargestellt, durch einen elektrischen Ofen erhitzt werden. Etwa $^1/_2$ cm über dem Niveau des geschmolzenen Natriums hatte der Ofen eine kleine viereckige Öffnung, durch welche die Absorption des Natriumdampfes beobachtet werden konnte. Es zeigte sich, daß bei gutem Vakuum von unter 0,001 mm die D-Linien nur als ganz feine schmale Linien erkennbar waren, auch wenn die Temperatur bis auf über 400° gesteigert wurde. Bei schlechterem Vakuum von etwa 0,01 bis 0,1 mm waren die D-Linien dagegen schon bei viel tieferen Temperaturen als breite, dunkle Streifen erkennbar. Das Gas wurde durch ganz feine Kapillaren sehr langsam zugelassen, und es war deutlich erkennbar, daß mit der Erhöhung der Konzentration der zugesetzten Gase die Intensität und auch die Breite der Absorptionslinien zunahm. Wurde die Konzentration der Gase nicht geändert, so trat auch keine Änderung in dem Aussehen der Absorptionslinien ein, was zugleich bewies, daß die Konzentration des Natriumdampfes selbst durch das Hinzuströmen des Gases nicht geändert wurde. Es war dies ja auch bei der gewählten Versuchsanordnung zu erwarten; denn die Beobachtungszone befand sich sehr nahe an dem Niveau des geschmolzenen Natriums. Wurde zum Schluß wieder abgepumpt, so zeigten die Absorptionslinien immer wieder das Aussehen, das sie vorher gehabt hatten.

Eine Erscheinung möchte ich noch erwähnen, welche bei diesen Versuchen beobachtet wurde. Es zeigte sich nämlich, daß bei höherem Gasdruck sich an den Stellen, an denen der Lichtstrahl das Glas durchsetzte, das Natriummetall in sehr kleinen Tröpfchen auf den Glaswandungen absetzte und das Gesichtsfeld verdunkelte. Wurde abgepumpt, so verschwand dieser Beschlag, ohne daß die Temperatur geändert wurde. Diese Erscheinung soll weiter untersucht werden.

Ein Spektrograph stand mir leider nicht zur Verfügung, so daß ich die Versuche nicht quantitativ gestalten konnte. Ich ging deshalb zu Versuchen anderer Art über, indem ich festzustellen suchte, wie der Brechungskoeffizient in der Nähe der D-Linien durch neutrale Gase beeinflußt wird. Ich benutzte hierzu ein Zeißsches Interferometer, wie es kürzlich in dieser Zeitschrift beschrieben wurde, und welches Herr Geheimrat Wiener mir freundlichst zur Verfügung stellte. Fig. 2 stellt einen Schnitt durch

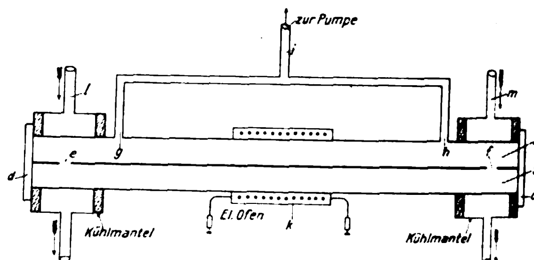


Fig. 2.

die Anordnung der Absorptionsrohre dar. a und b sind zwei viereckige, gleichlange Messingrohre, welche an den Enden gemeinsam durch planparallele Glasplatten — c und d — verschlossen sind. Beide Rohre kommunizieren miteinander durch die Öffnungen e und f. Von dem Rohr a führt durch die Öffnungen g und h das Rohr i zur Pumpe, zum Mac Leod und zu den Gasreservoiren, welche durch feine Kapillaren angeschlossen waren. Die Mitte der Rohre konnte durch einen elektrischen Ofen geheizt werden. An den Enden befanden sich die Kühlgefäße l und m, durch welche dauernd Wasser strömte. Vor Beginn des Versuchs wurde in die Mitte des Rohres b ein Stückchen Natrium gebracht. Nach dem Anheizen destillierte das Natrium von der heißeren Rohrmitte zu den kälteren Partien der Rohrenden und kondensierte sich hier. Bei konstant gewordenen Temperaturverhältnissen stellte sich hierbei ein während langer Zeit konstantes Diffusionsgefälle des Natriumdampfes her, es trat also ein stationärer Zustand ein, während dessen keine Verrückung der Streifen erfolgte.

Es mußte nun zunächst untersucht werden, ob durch das Zulassen der Gase etwa dadurch eine Verrückung der Streifen bewirkt wurde, daß während des Einströmens der Gase ihre Dichte in den beiden Vergleichsrohren trotz der vorhandenen Verbindungen merklich verschieden war.

Dies geschah, indem die Versuchsanordnung zunächst geprüft wurde, ohne daß sich in dem einen Seitenrohr zunächst Natrium befand. Die Gase strömten durch sehr enge Kapillaren außerordentlich langsam zu, und es zeigte sich, daß auch während des Zuströmens der Gase keine Verrückung der Streifen eintrat. Bei den Versuchen, in denen sich das Natrium im Rohr befand, lag nun die Sache noch insofern anders, als es möglich war, daß durch die hinzuströmenden Gase der Natriumdampf von den Enden zur Mitte zusammengedrückt wurde, und daß hierdurch während der Dauer des Hinzuströmens eine Änderung in der Dichte des Natriumdampfes selbst bewirkt wurde. Da die Gase außerordentlich langsam hinzuströmten, war ein solcher Fehler zwar wenig wahrscheinlich, aber es wurde doch noch durch einen besonderen Versuch festgestellt, daß diese Fehlerquelle überhaupt nicht vorhanden war. Es wurden nämlich Beobachtungen mit der grünen Quecksilberlinie gemacht, für welche sich der Natriumdampf normal verhält, und es zeigte sich, daß die grünen Interferenzstreifen beim Einströmen der Gase auch dann keine Verschiebung zeigten, wenn Natriumdampf in dem einen Rohr vorhanden war.

Die eigentlichen Versuche wurden nun mit der gelben Heliumlinie bei einer Temperatur von etwa 400^0 angestellt, welche in der Rohrmitte durch ein Thermoelement bestimmt wurde. Wurde nun der Druck der fremden Gase in dem Versuchsrohr langsam erhöht, so begannen die Streifen langsam durch das Gesichtsfeld zu wandern, und zwar in der Richtung, welche einer geringeren Dichte des Mediums in dem Rohr entsprach, in dem sich das Natrium befand. Dies ist wohl so zu deuten, daß bei dem Zutritt der Gase in dem Natriumdampf die Zahl der absorbierenden Teilchen erhöht wird. Bei einer Erhöhung des Vakuums von etwa 0,005 mm auf etwa 0,05 mm wanderten rund 60 Streifen durch das Gesichtsfeld. Bei Verwendung des gelben Quecksilberlichtes als Lichtquelle trat bei gleicher Temperatur und gleicher Änderung des Druckes eine Wanderung um etwa 15 Streifen ein. Im grünen Quecksilberlicht wanderten die Streifen, wie schon erwähnt, überhaupt nicht. Ein genaues Zählen der Streifen war nicht möglich, weil der Apparat in der benutzten Anordnung keine Nullmarke zu verwenden gestattete. Für die normale Anwendung des Apparates verwendet man außer den die beiden auch bei dieser Anordnung vorhandenen Absorptionsrohre durchsetzenden Strahlen noch zwei durch die Luft oder ein anderes sich nicht änderndes Medium hindurchgehenden Strahlen, welche oberhalb der beiden Absorptionsrohre hinweggehen, und im Gesichtsfeld eine unverrückbare Streifeneinstellung geben. Bei meiner Versuchsanordnung mußte um die beiden Absorptionsrohre ein Ofen herumgewickelt werden, und dann war es notwendig, an den Enden die Kühlgefäße anzubringen. Hierdurch wurde der Weg für die sonst zur Markierung des Nullpunktes dienenden Strahlen versperrt.

Diese Versuche zeigen somit, daß durch Hinzufügen von neutralen Gasen die Zahl der absorbierenden Teilchen im Natriumdampf wesentlich vergrößert wird, und es sei hier daran erinnert, daß ich an anderer Stelle[1]) gezeigt habe, daß die Tendenz zur Ionenbildung in Natriumdampf durch neutrale Gase ebenfalls stark vergrößert wird. Es ist also anzunehmen, daß zwischen den Vorgängen, welche die Ionisation und die Absorption bewirken, Zusammenhänge bestehen.

Ich beabsichtige die Versuche mit einer anderen Versuchsanordnung zu wiederholen, und alsdann quantitativ festzustellen, nach welchen Gesetzen die Veränderung des Brechungskoeffizienten für die verschiedenen Wellenbereiche durch Hinzufügen der verschiedenen Gase erfolgt, und wie die Abhängigkeit von den wechselnden Konzentrationen des Natriumdampfes und der hinzugefügten Gase darzustellen ist. Es scheint mir, daß die quantitative Durchführung dieser Messungen weitere Aufklärung über den Absorptionsmechanismus der Hauptserielinien ergeben wird.

1) Diese Zeitschr. **12**, 398, 1911.

Breslau, August 1911.

(Eingegangen 16. August 1911.)

Das magnetische Verhalten im Magnetfeld hergestellter elektrolytischer Eisenschichten.

Von R. Gans.

Maurain[1]) hat die Magnetisierungskurve von Eisenschichten aufgenommen, die in einem Magnetfeld elektrolytisch niedergeschlagen waren, und hat gefunden, daß die Form der Kurve wesentlich anders war, als wenn das Magnetfeld bei der Elektrolyse nicht wirkte, und zwar war der Unterschied der, daß jene Schichten eine Magnetisierungskurve gaben, die durch den fast senkrechten Abfall an der Stelle des Koerzitivfeldes gekennzeichnet waren (vgl. Fig. 1), während diese der gewöhnlichen Magnetisierungskurve des Eisens glichen.

Da nun Weiß[2]) festgestellt hat, daß der

1) Maurain, C. R. **131**, 410, 880, 1900; Journ. d. phys. (3) **10**, 123, 1901; Eclair. électrique **26**, 212, 1901.
2) P. Weiß, Bull. des séances de la Soc. Franç. de Phys. 1907, S. 9.

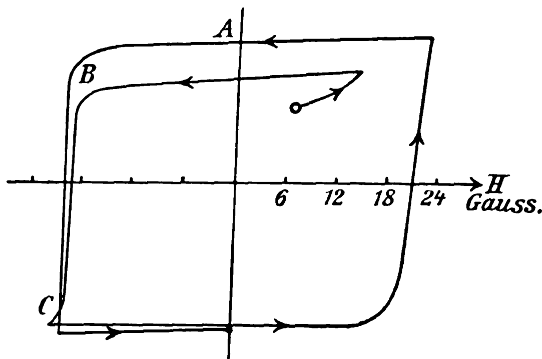


Fig. 1.

Pyrrhotin für Felder, die in einer bestimmten Richtung wirken — in der sogenannten Richtung der leichten Magnetisierbarkeit —, Hysteresiskurven gibt, die der in Fig. 1 dargestellten sehr ähnlich sind, so lag die Vermutung nahe, daß durch ein Magnetfeld die Elementarkomplexe des Eisens in statu nascendi sich richten, und daß so ein magnetischer Kristall entsteht.

Um diese Vermutung zu prüfen, beschloß ich, die Maurainschen Versuche zunächst zu wiederholen. Da ich aber vor Beginn der Experimente auf dem Königsberger Naturforschertag hörte, daß Professor Kaufmann dabei war, die Maurainschen Versuche nachzumachen, so stand ich davon ab und ging zu einer Anordnung über, die mir eine unmittelbare Antwort auf die Frage geben mußte, ob im Magnetfelde hergestelltes Eisen magnetisch anisotrop ist oder nicht.

Inzwischen haben die Herren Kaufmann und Meier[1]) ihre Experimente abgeschlossen, aus denen es sich ergab, daß nicht das Magnetfeld, wie Maurain meinte, sondern der okkludierte Wasserstoff und das Innehalten gewisser Bedingungen bei der Herstellung der Lösungen und bei der Elektrolyse die Ursache der merkwürdigen Magnetisierungskurven waren.

Wenn ich trotzdem meine Resultate der Öffentlichkeit übergebe, so geschieht das einmal deshalb, weil bei meiner Versuchsanordnung wesentlich stärkere Felder anwendbar waren, als die, auf welche sowohl Maurain als auch Kaufmann und Meier sich beschränken mußten, zweitens weil ich direkt die Anisotropie der hergestellten Schichten untersuchte, und drittens, weil ich durch eine ganz andere Methode zu demselben Resultat geführt wurde, wie die Herren Kaufmann und Meier, nämlich daß ein starkes Magnetfeld bei der Elektrolyse zwar einen Einfluß auf den momentanen magnetischen Zustand des Eisens, aber nicht auf seine magnetischen Eigenschaften hat.

1) W. Kaufmann u. Meier, diese Zeitschr. 12, 513, 1911.

Die Herstellung der Eisenschichten. Die Lösungen wurden genau nach dem Rezept von Kaufmann und Meier hergestellt und auch während der Elektrolyse behandelt (NH_3-Zusatz). Durch eine briefliche Mitteilung des Herrn Kaufmann und durch die Zusendung der Fahnenabzüge war ich schon vor der Publikation der Arbeit zur Kenntnis dieser wichtigen Angaben gelangt.

Die Lösung befand sich in einem Glastrog von 55 mm Höhe, 35 mm lichter Länge, 10 mm lichter Breite (Leyboldsches Absorptionsgefäß). Die Anode bildete ein Platinblech von 10 mm Breite, die also genau in den Trog paßte, Kathode war eine Kreisscheibe aus Messing von 9 mm Durchmesser. Damit aber die Stromdichte gleichförmig war, war die Kreisplatte in ein rechteckiges Messingblech von 10 mm Breite (vgl. Fig. 2) eingepaßt, so daß dieses Blech auf die

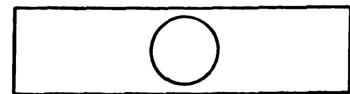


Fig. 2.

Stromlinien ganz analog wirken mußte wie ein Schutzring auf die elektrischen Kraftlinien eines geladenen Kondensators.

Es wurde mit großer Sorgfalt darauf geachtet, daß das mit Schmirgel polierte und mit konzentrierter Sodalösung und destilliertem Wasser gereinigte Messingblech überall vollkommen benetzt wurde, denn nur bei absoluter Sauberkeit war eine Garantie dafür vorhanden, daß die Eisenschicht überall gleich dick war.

Die Stromstärke war stets 0,020 Amp., und ich ließ den Strom 2 Stunden lang durch den Elektrolyten gehen. Die hierbei abgeschiedene Menge Eisen wurde durch Wägung in vier Fällen bestimmt, und es ergab sich 17,8, 17,9, 20,0, 17,0, also im Mittel 18,2 mg. Da die Fläche der Schicht $10 \times 50\ mm^2$ war und wir das spezifische Gewicht des Eisens zu 7,8 annehmen können, so folgt, daß die Dicke der Schicht $4{,}67 \cdot 10^{-3}$ mm war.

Daß nur 18,2 mg Eisen abgeschieden waren anstatt 28 mg, wie das Faradaysche Gesetz es verlangen würde, lag daran, daß sich etwas Wasserstoff an der Kathode mit entwickelte, und daß außerdem das Eisen von der Lösung angegriffen wurde.

Die Elektrolyse konnte außerhalb eines Magnetfeldes oder zwischen den Polen eines Ruhmkorffschen Elektromagneten vor sich gehen, dessen Polschuhe kreisförmige Stirn-

flächen von 30 mm Durchmesser und einen Abstand von 17 mm hatten. Das nach der ballistischen Methode gemessene Feld betrug stets ca. 2000 Gauß. Der Trog war so zwischen die Pole gestellt, daß die vertikale Kreisplatte in der Mitte des horizontal gerichteten Feldes sich befand und parallel den Kraftlinien des Feldes orientiert war. Die horizontale Richtung, also die Richtung des Magnetfeldes, war auf der Rückseite der Kreisplatte markiert, so daß sie später stets identifiziert werden konnte.

Die magnetische Untersuchung.

Bringt man eine Kreisplatte aus ferromagnetischem Material, von dem wir annehmen wollen, es sei in magnetischer Beziehung anisotrop nach der Art des Pyrrhotin in seiner magnetischen Ebene, in ein Magnetfeld $\mathfrak{H}$, das den Winkel α mit der ausgezeichneten Richtung x der Platte (in unserem Falle mit der Richtung, in der das Feld bei der Elektrolyse gewirkt hat) bildet, so entsteht eine Magnetisierung $\mathfrak{M}$, die nicht in die Richtung von $\mathfrak{H}$ fällt, sondern den Winkel φ

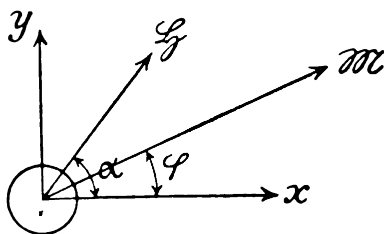


Fig. 3.

mit der x-Richtung einschließt, und es wird die erregende Kraft $\mathfrak{K}$ im Innern der Schicht sich aus dem Felde $\mathfrak{H}$ und dem molekularen Felde, das von der Struktur abhängig ist, zusammensetzen[1]).

Das molekulare Feld hat nun die Komponenten $N_1 \mathfrak{M}_x$ resp. $N_2 \mathfrak{M}_y$, wo N_1 und N_2 Materialkonstanten sind, also hat $\mathfrak{K}$ die Komponenten

$$\mathfrak{K}_x = \mathfrak{H}_x + N_1 \mathfrak{M}_x \qquad \mathfrak{K}_y = \mathfrak{H}_y + N_2 \mathfrak{M}_y , \qquad (1)$$

und die Magnetisierung $\mathfrak{M}$ hat immer denselben Wert M, nämlich den Sättigungswert und die Richtung von $\mathfrak{K}$, wenn der absolute Betrag H des Feldes $\mathfrak{H}$ groß genug ist, also ist

$$\frac{\mathfrak{H}_x + N_1 \mathfrak{M}_x}{\mathfrak{M}_x} = \frac{\mathfrak{H}_y + N_2 \mathfrak{M}_y}{\mathfrak{M}_y} \qquad (2)$$

Hieraus folgt

$$HM \sin(\alpha - \varphi) = (N_1 - N_2)\frac{M^2}{2} \sin 2\varphi . \qquad (3)$$

Das Drehmoment $\mathfrak{N}$ ist aber $HM \sin(\alpha - \varphi) \cdot V$, wenn V das Volumen der Schicht bedeutet, und hat die Tendenz, den Winkel zwischen $\mathfrak{M}$ und $\mathfrak{H}$ zu verkleinern, d. h. nach Formel (3) beträgt dasselbe

$$\mathfrak{N} = (N_1 - N_2)\frac{M^2}{2} V \sin 2\varphi \qquad (4)$$

Es ist also Null, wenn $N_1 = N_2$, d. h. wenn der Körper isotrop ist. $N_1 - N_2$ können wir also direkt als Maß der Anisotropie ansehen.

Zur Bestimmung des Drehmoments wurde eine Versuchsanordnung gewählt, die der von Weiß[1]) bei der Untersuchung des Pyrrhotin angewandten nachgebildet ist.

Zwischen den Polen eines Ruhmkorffschen Elektromagneten NS (Fig. 4) befand sich die

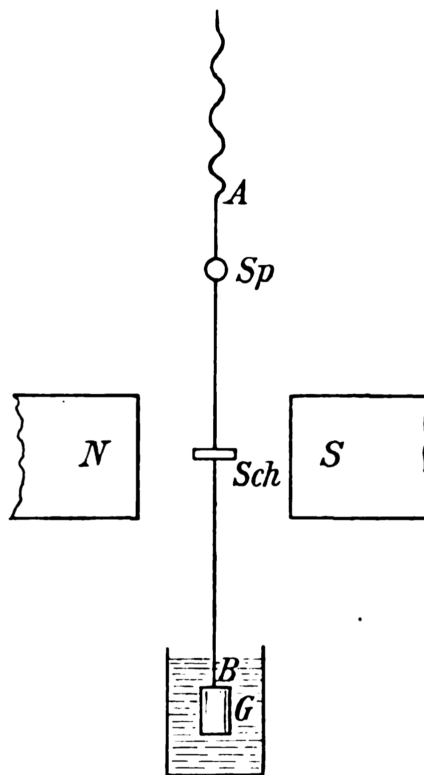


Fig. 4.

Kreisscheibe Sch mit horizontaler Ebene. Sie war konzentrisch an einer Aufhängung befestigt, die aus einem vertikalen Kupferdraht AB bestand. Oben an demselben war eine Bronzefeder, unten ein Gewicht G, das in ein Glas mit Glyzerin tauchte, um das System zu stabilisieren und zu dämpfen. An dem Kupferdraht war ferner ein Spiegel Sp befestigt, mit dessen Hilfe Drehungen des Systems mittels Fernrohrs und Skala beobachtet werden konnten.

Da es darauf ankam, ein möglichst gleichförmiges Feld zu erzeugen, so waren zu der Beobachtung der Drehmomente andere Polschuhe

1) Vgl. P. Weiß, Bull. des séances de la Soc. franç. de Phys. 1907.

1) P. Weiß, Journ. de phys. (4) 4. 479, 1905.

gewählt als die, welche bei der Erzeugung der Eisenschichten zur Verwendung kamen. Sie hatten kreisförmige Stirnflächen von 85 mm Durchmesser und einen Abstand von ca. 26 mm. Das Feld war 1250 Gauß stark und erwies sich als ausreichend für die Gültigkeit der oben angestellten Überlegungen, d. h. es war hinreichend Sättigung eingetreten.

Der Elektromagnet stand auf einem Drehtisch mit vertikaler Drehachse, und ihm konnte jedes Azimut gegeben werden, das an einem Teilkreise ablesbar war. Die Aufhängung mit der Kreisscheibe dagegen war mit Hilfe eines Stativs an einer Wandkonsole befestigt.

Im folgenden sei zunächst ein Meßergebnis mitgeteilt. Für die in der Tabelle angegebenen Azimute A sind die Skalenablesungen e im Fernrohr tabelliert, und zwar beziehen sich die Angaben auf eine ohne Wirkung des Magnetfeldes hergestellte Eisenschicht.

A	e	A	e	A	e
0	495,2	120	449,5	240	490,0
20	497,1	140	451,0	260	477,8
40	501,0	160	464,5	280	462,0
60	490,6	180	491,0	300	454,0
80	475,5	200	493,7	320	455,2
100	459,8	220	498,5	340	468,6

Diese Beobachtungen sind graphisch in Fig. 5 dargestellt.

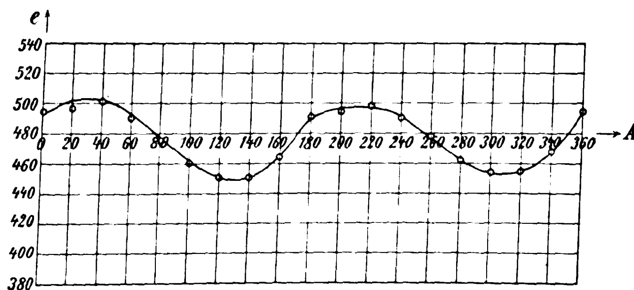


Fig. 5.

Wie man deutlich erkennt, ist schon bei der außerhalb des Magnetfeldes hergestellten Eisenschicht ein Drehmoment vorhanden, und zwar sucht dasselbe die bei der Elektrolyse horizontale Richtung senkrecht zum Feld zu stellen.

Nun wäre es falsch, aus jedem Drehmoment auf eine Anisotropie zu schließen, denn jede Inkonstanz der Schichtdicke, hervorgerufen etwa durch eine kleine Ungleichförmigkeit der Stromdichte oder die kleinste Verunreinigung der Kathode, würde ebenso wirken.

Deshalb schien es erwünscht, näheren Aufschluß über die Stärke der scheinbaren Anisotropie zu erhalten, und diesen habe ich mir folgendermaßen verschafft.

Ich stellte mir aus Messingblech eine Ellipse her, die ich zuerst roh feilte und schließlich genau auf die richtige Form brachte, indem ich eine ähnliche Ellipse in stark vergrößertem Maßstabe auf Koordinatenpapier zeichnete und die Messingellipse mit Hilfe der Projektionslampe auf diese projizierte. So wurden die Fehler festgestellt und mit einer feinen Feile korrigiert, und ich erhielt eine recht genaue Ellipse mit den Achsen $2a = 10{,}27$ mm, $2b = 7{,}93$ mm.

Diese Ellipse wurde in ein als Schutzblech fungierendes Messingblech eingepaßt (Fig. 6),

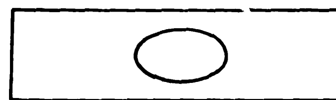


Fig. 6.

genau wie die Kreisplatte, und als Kathode in einen Trog gebracht, der dem oben erwähnten elektrolytischen Gefäß genau gleich war. Dieser Trog wurde stets mit in den Stromkreis eingeschaltet, und man erhielt so eine Eisenschicht, die außerhalb eines Magnetfeldes hergestellt war.

Ordnet man eine solche Ellipse mit den Achsen $2a$ und $2b$ und der Dicke $2c$ in einem Magnetfelde H_0 drehbar um die durch den Ellipsenmittelpunkt gehende, auf der Ellipsenfläche senkrechte Achse an, so wirkt ein Drehmoment, das sich so berechnen läßt, als wenn der elliptische Zylinder ein Ellipsoid mit den Halbachsen a, b, c wäre.

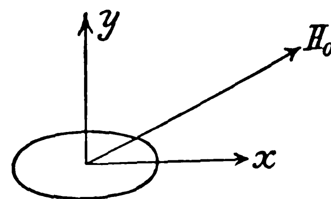


Fig. 6 a.

Seien die Entmagnetisierungskoeffizienten des Ellipsoids für Felder, die parallel der größten bezw. mittleren Achse verlaufen, N_1' bezw. N_2', so ist, wenn wir die größte Achse zur x-Achse, die mittlere zur y-Achse wählen,

$$\mathfrak{H}_x = \mathfrak{H}_{0x} - N_1'\mathfrak{M}_x, \qquad \mathfrak{H}_y = \mathfrak{H}_{0y} - N_2'\mathfrak{M}_y, \tag{5}$$

und da, wenn $\mathfrak{H}_0$ groß genug ist, $\mathfrak{M}$ in die Richtung von $\mathfrak{H}$ fällt, so gelten dieselben Gleichungen (1) bis (4) für die Ellipse, nur daß $\mathfrak{N}$

durch $\mathfrak{H}$, $\mathfrak{H}$ durch $\mathfrak{H}_0$, N_1 und N_2 durch N_1' und N_2' ersetzt werden müssen.

So wird das Drehmoment (vergl. (4))

$$\mathfrak{N}' = (N_1' - N_2') \frac{M^2}{2} V' \sin 2\varphi. \tag{6}$$

Eine isotrope elliptische Platte verhält sich also, was die ponderomotorischen Kräfte im Magnetfelde anbetrifft, wie eine kreisförmige Platte aus anisotropem Material, und der Vergleich von (4) und (6) ergibt

$$N_1 - N_2 = (N_1' - N_2') \frac{V'}{V} \frac{\mathfrak{N}}{\mathfrak{N}'}. \tag{7}$$

$N_1 - N_2$, das Maß für die Größe der Anisotropie ist also angebbar durch Beobachtung der Drehmomente $\mathfrak{N}$ und $\mathfrak{N}'$, da die Entmagnetisierungskoeffizienten N_1' und N_2' des Ellipsoids aus seinen Dimensionen berechenbar sind.

Es ist nämlich[1])

$$N_1' = 2\pi \int_0^\infty \frac{dt}{(1+t)\sqrt{(1+t)\left(1+\frac{a^2}{b^2}t\right)\left(1+\frac{a^2}{c^2}t\right)}},$$

$$N_2' = 2\pi \int_0^\infty \frac{dt}{(1+t)\sqrt{(1+t)\left(1+\frac{b^2}{c^2}t\right)\left(1+\frac{b^2}{a^2}t\right)}}. \tag{8}$$

Ist $\frac{a-b}{a}$ so klein, daß wir die höheren Potenzen dieser Größe vernachlässigen können, und c unendlich klein gegen a und b, so wird genähert

$$N_2' - N_1' = \frac{3}{2} \pi^2 \frac{c}{a} \frac{a-b}{a}, \tag{9}$$

und zwar genügt uns die hiermit erreichte Approximation, da es uns viel mehr auf die Größenordnung als auf den genauen Wert der Anisotropie ankommt.

Da $2a = 10{,}27$; $2b = 7{,}93$, $2c = 0{,}00467$ ist, so folgt aus (9)

$$N_2' - N_1' = 0{,}00153. \tag{10}$$

In den folgenden Tabellen und Diagrammen sind einige Beobachtungsresultate niedergelegt. Diese Beobachtungen sind in den Figuren 7 bis 10 graphisch dargestellt. Wir sehen, daß schon die Vergleichsversuche, die mit den Ellipsen angestellt sind, keine konstanten Resultate ergeben haben. Daran mögen Inhomogenitäten der Schicht, die Veränderlichkeit der Eisen-

1) E. Cohn, Das elektromagn. Feld, Leipzig 1900, S. 53. (Der von Cohn A genannte Ausdruck ist mit 4π zu multiplizieren.)

7. Juli 1911. Ohne Feld.

Kreisplatte.

A	e	A	e
0	495,2	180	491,0
20	497,1	200	493,7
40	501,0	220	498,5
60	490,6	240	490,0
80	475,5	260	477,8
100	459,8	280	462,0
120	449,5	300	454,0
140	451,0	320	455,2
160	464,5	340	468,6

Ellipse.

A	e	A	e
0	478,0	180	474,8
20	432,0	200	430,5
40	392,8	220	393,5
60	374,0	240	378,8
80	444,0	260	447,0
100	509,6	280	507,2
120	535,1	300	534,5
140	534,5	320	534,0
160	517,0	340	515,9

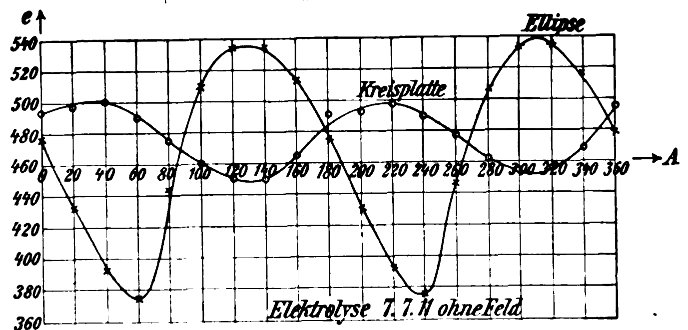


Fig. 7.

8. Juli 1911. Mit Feld.

Kreisplatte.

A	e	A	e
0	335,5	180	335,5
20	313,2	200	313,2
40	316,1	220	317,5
60	308,0	240	312,0
80	309,6	260	313,0
100	314,5	280	315,4
120	326,5	300	327,5
140	336,0	320	337,0
160	342,0	340	342,5

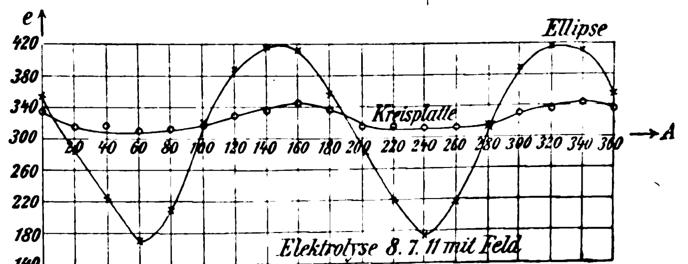


Fig. 8.

Ellipse.

A	e	A	e
0	354,0	180	353,7
20	285,3	200	281,8
40	223,2	220	220,0
60	171,0	240	174,4
80	210,5	260	217,0
100	319,9	280	316,2
120	388,7	300	389,0
140	417,5	320	417,0
160	411,5	340	411,5

11. Juli. Ohne Feld.
Kreisplatte.

A	e	A	e
0	282,2	180	282,5
20	279,4	200	279,7
40	277,5	220	277,8
60	273,7	240	274,1
80	283,5	260	283,5
100	288,0	280	288,0
120	282,3	300	282,2
140	280,0	320	279,5
160	278,3	340	278,1

Ellipse.

A	e	A	e
0	300,5	180	301,5
20	263,0	200	266,7
40	230,9	220	228,5
60	201,0	240	201,1
80	209,8	260	212,5
100	238,3	280	241,2
120	265,8	300	269,5
140	292,5	320	294,2
160	306,2	340	308,0

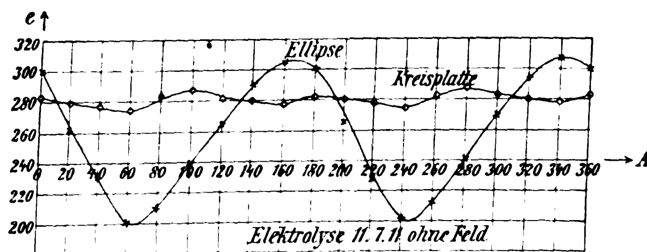


Fig. 9.

13. Juli. Mit Feld.
Kreisplatte.

A	e	A	e
0	397,5	180	398,9
20	386,0	200	388,0
40	386,8	220	388,3
60	413,7	240	414,0
80	426,0	260	427,9
100	428,8	280	429,8
120	436,5	300	437,0
140	433,3	320	433,5
160	421,9	340	419,6

Ellipse.

A	e	A	e
0	422,8	180	422,0
20	374,7	200	374,5
40	333,1	220	333,8
60	326,6	240	328,5
80	368,9	260	371,5
100	419,0	300	420,0
120	436,0	320	435,9
140	439,5	340	438,0
160	445,7	360	445,3

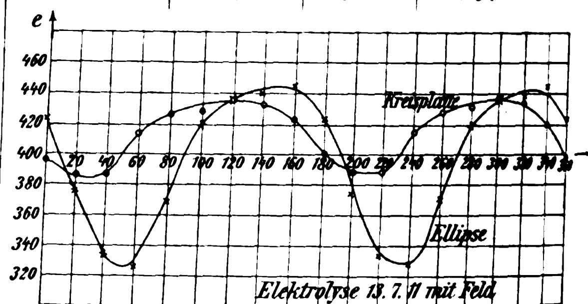


Fig. 10.

lösungen und zum Teil auch die Ungleichförmigkeit des Magnetfeldes bei der Messung der Drehmomente schuldig sein, aber wir können doch durch Vergleich der Ordinaten, die ein Maß für die Drehmomente sind (die Volumina V und V' sind merklich gleich), schließen, daß die Anisotropie mehr als doppelt so klein ist, als die Differenz der Entmagnetisierungskoeffizienten bei der Ellipse, d. h. es ist nach (10)

$$|N_1 - N_2| < 0,00076.$$

Da Kaufmann und Meier als Sättigungsmagnetisierung rund $\mathfrak{M}_\infty = 1100$ gefunden haben, so ist

$$|N_1 - N_2| \mathfrak{M}_\infty < 0,84.$$

Vergleicht man diese Zahlen mit den entsprechenden von Weiß[1]) am Pyrrhotin in der sogenannten magnetischen Ebene gefundenen,

$$(N_1 - N_2)\mathfrak{M}_\infty = 7300, \qquad \mathfrak{M}_\infty = 65,$$

also

$$N_1 - N_2 = 112,$$

so zeigt sich, daß, wenn überhaupt eine Anisotropie durch das Magnetfeld hervorgerufen wird, diese von ganz anderer Größenordnung ist als beim Pyrrhotin, und daß die von Maurain beobachteten magnetischen Eigenschaften des elektrolytischen Eisens, wie Kaufmann und Meier direkt gefunden haben, ihr vom gewöhnlichen Eisen stark abweichendes Verhalten wohl ganz anderen Umständen zu verdanken haben als einer Ordnung der Elementarkomplexe durch die Kraftwirkung des Magnetfeldes in statu nascendi, welche zu einer Anisotropie Anlaß geben müßte.

1) P. Weiß, Journ. de phys. (4) 4, 496 und 508, 1905.

Die Versuche sollen noch in anderer Richtung später fortgesetzt werden. Wegen meines Umzugs nach Straßburg bin ich nur gezwungen, dieselben einstweilen aufzugeben.

Tübingen, Physikal. Institut, 22. Juli 1911.

(Eingegangen 25. Juli 1911.)

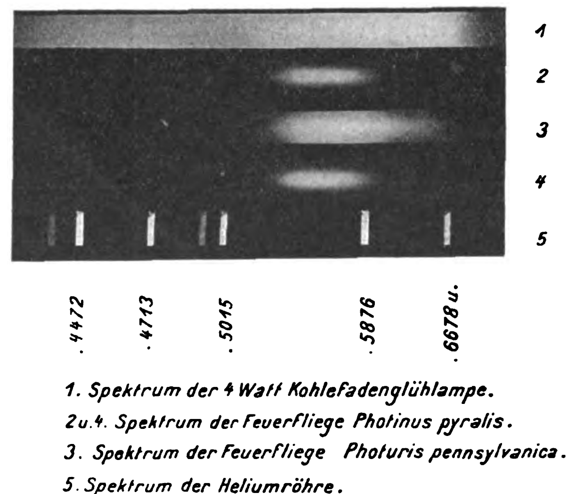
Die Farbe des von Feuerfliegen und Leuchtkäfern (Lampyridae) ausgesandten Lichtes. (The color of the light emitted by fire-flies (Lampyridae)).

Von W. W. Coblentz.

Das von verschiedenen Tieren ausgesandte Licht ist als „blau", „bläulich", „grün", gelblich", „orangefarben", „rot" u. a. m. bezeichnet worden. Angesichts der Zweifel darüber[1]), ob diese Farbe ein subjektives Phänomen ist, das eine Folge der Änderung der Farbenempfindlichkeit des Auges mit der Änderung der Intensität wäre, oder ob sie eine objektive Realität besitzt, erschien der Versuch von Interesse, die Frage dadurch zu entscheiden, daß man das Licht mit Hilfe von Instrumenten, die in der Sache unparteiisch sind, einer physikalischen Analyse unterwirft. Man kann natürlich das Licht visuell mittels eines Spektroskops untersuchen und verzeichnen, daß es in einigen Fällen „blauer" ist und in anderen Fällen „sich weiter nach dem Rot hin erstreckt" usw.; für den aber, der die Unzuverlässigkeit des menschlichen Auges kennt, haben derartige Aufzeichnungen keinen Wert. Das richtige Instrument, das hier zur Anwendung kommen müßte, wäre das Bolometer, doch verbietet sich die Spektralanalyse des Lichtes auf diese Weise wegen der mangelnden Empfindlichkeit dieses Instrumentes, und weil das Licht intermittiert. Spektrophotometrische Vergleichung ist ebenfalls ausgeschlossen. Das einzige befriedigende Hilfsmittel, das uns zu Gebote steht, ist die photographische Platte, denn sie integriert die Wirkung und eignet sich daher gut für die Untersuchung schwacher Strahlungsquellen. Die photographische Platte muß besonders geartet sein; sie muß nämlich für alle Teile des sichtbaren Spektrums empfindlich sein. Am nächsten kommt dieser Bedingung die „Panchromatic"-Platte der Firma Wratten and Wainwright, denn sie ist in verschieden hohem Grade für alle Wellenlängen vom Ultraviolett bis weit ins Rot hinein empfindlich. Das Verfahren ist eigentlich eine Art spektrophotographischer Photometrie; dabei werden das Licht der Feuerfliege und das einer Normalstrahlung photographiert, und dann werden die „Dichten" der Negative in sogleich zu beschreibender Weise miteinander verglichen.

1) Knab, Canadian Entomologist **37**, 238, 1905; Molisch, Leuchtende Pflanzen, Jena 1904.

Die benutzte Apparatur bestand aus einem großen Prismenspektrographen von 1 m Brennweite, der ein langes Spektrum lieferte, und einem kleinen Spektrographen mit drei achromatischen Linsen von 6 cm Durchmesser und 18 cm Brennweite, der eine viel größere Lichtsammelkraft besaß und daher für die Photographie der schwachen Strahlungen im Rot nützlich war. Das Verfahren bestand darin, daß man ein bis zwei Insekten zur Zeit in den Fingern über den Spektrometerspalt hielt. Dabei waren zur Erlangung befriedigender Negative von den verschiedenen Glühwurmarten Expositionsdauern erforderlich, die sich bei



1. Spektrum der 4 Watt Kohlefadenglühlampe.
2 u. 4. Spektrum der Feuerfliege Photinus pyralis.
3. Spektrum der Feuerfliege Photuris pennsylvanica.
5. Spektrum der Heliumröhre.

Fig. 1.

dem großen Spektrographen zwischen 1 Stunde und 5 Stunden und bei dem kleinen Spektrographen zwischen 1 Minute und 60 Minuten bewegten. Die photographischen Aufnahmen erfolgten in einer Dunkelkammer. Es wurden 150 Negative aufgenommen, und mehr als 56 Stunden wurden damit zugebracht, die Insekten in ihrer Stellung zu halten. Da die Platten gegen rotes Licht empfindlich waren, so wurden sie in einem vollkommen dunklen Raum entwickelt und fixiert. Die zahlreichen Einzelheiten der Ausführung sollen in der vollständigen Arbeit veröffentlicht werden.

In Fig. 1 sind Abdrucke nach Negativen des Lichtes von Photuris pennsylvanica und von Photinus pyralis wiedergegeben. Man ersieht aus ihnen, daß sich das Licht von Photinus pyralis nicht so weit ins Blau hinein, bis $\lambda = 0{,}5015\,\mu$, und weiter nach Rot hin, bis

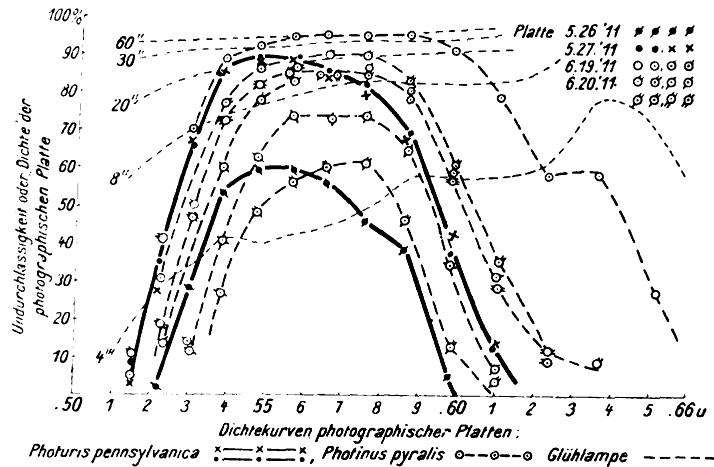


Fig. 2.

$\lambda = 0{,}6678\,\mu$, erstreckt als das Licht von Photuris pennsylvanica.

Neben den Negativen des Glühwurmlichtes habe ich in Fig. 1 eine Reihe von Photogrammen des Spektrums einer Normal-Vergleichslampe (einer mit 4 Watt per Kerze betriebenen Kohlefadenglühlampe) mit Expositionsdauern von 2, 4, 6, 8, 12, 20, 30, 60, 120 und 240 Sekunden aufgenommen.

Darauf wurde die „Dichte" oder die „Schwärzung" der photographischen Platten mit Hilfe eines Martensschen Polarisationsphotometers gemessen. Letzteres war auf einem kleinen Komparator so montiert, daß Streifen von 1,5 mm Höhe und 1 mm Länge gegen die klare unexponierte Platte verglichen wurden. Dann wurden die „Dichten", d. h. die absorbierten Lichtmengen, als Ordinaten aufgetragen, wie es Fig. 2 zeigt, in welcher die Abszissen die Wellenlängen darstellen. In dieser Figur geben die dicken schwarzen Linien die Wirkung des Lichtes von Photuris pennsylvanica (x—x—x, ·—·—·, ♦—♦—♦), von Photinus pyralis (⊙———⊙———⊙) und von der Kohlefadenglühlampe (------, 4″, 8″----) an. Diese Figur ist an und für sich ein umfangreicher Beweis dafür, daß das Licht von Photinus pyralis viel reicher an roten und gelben Strahlen ist als das von Photuris, denn die Kurven schneiden sich, und sämtliche Kurven für Photinus, einerlei für welche Dichte, liegen rechts von den für die gleiche Dichte geltenden Kurven für Photuris. Aber wir können noch einen Schritt weiter gehen, wenn wir die Dichten der Negative vergleichen. Man nimmt an, daß die Dichte, oder die Wirkung des Lichtes auf die photographische Platte, der Expositionszeit proportional ist. Das gilt natürlich nicht für sehr lange Expositionen, und ich habe deshalb für diese Untersuchung die höchsten Teile der Kurven nicht benutzt. Aus Zweckmäßigkeitsgründen habe ich die Dichtekurve für die vier Sekunden dauernde Exposition der Glühlampe zur Einheit genommen. Demnach stellt die Dichtekurve für 8 Sekunden 2 Einheiten, die Dichtekurve für 12 Sekunden 3 Einheiten dar usf. Wenden wir uns nunmehr den Kurven für die Feuerfliegen zu, so sehen wir, daß die obere dicke Dichtigkeitskurve für Photuris pennsylvanica die Dichtigkeitskurve für die Glühlampe bei 4 Sekunden Expositionsdauer bei $0{,}52\,\mu$ und bei $0{,}592\,\mu$ schneidet, das heißt, daß die beiden Kurven in diesen beiden Punkten dieselbe Dichte haben, deren Größe in unserm willkürlichen Maße eine Einheit beträgt. Bei $0{,}532\,\mu$ und bei $0{,}572\,\mu$ schneidet dieselbe Photuris-Kurve die Dichtekurve für die Glühlampe bei 8 Sekunden Expositionsdauer, und somit ist ihr photometrischer Wert in diesen beiden Kurven 2 Einheiten. An den Schnittpunkten mit der Dichtekurve für die Glühlampe bei 20 Sekunden Expositionsdauer ist der photometrische Wert 5 Einheiten usf. Die photometrischen Werte 1, 2, 5 usf. oder die Dichteverhältnisse sind in Fig. 3 als Ordinaten aufgetragen. In dieser Figur ist die gestrichelte Kurve nach den photometrischen Werten für Pyrophorus noctilucus eingetragen, die Langley ermittelt hat. Die Kurven für die Feuerfliegen sind nunmehr mit einer Normalstrahlenquelle verglichen worden, und ihre Maxima sind gänzlich verschieden. Es ist interessant, zu bemerken, daß der Glühwurm (die Larve von Photuris pennsylvanica) das Maximum praktisch an derselben Stelle hat wie das ausgewachsene Insekt. In diesen Kurven deuten die verschiedenen Kreise (⊙, $\overset{I}{⊙}$, $\overset{II}{⊙}$ usf.) an, daß die resultierende

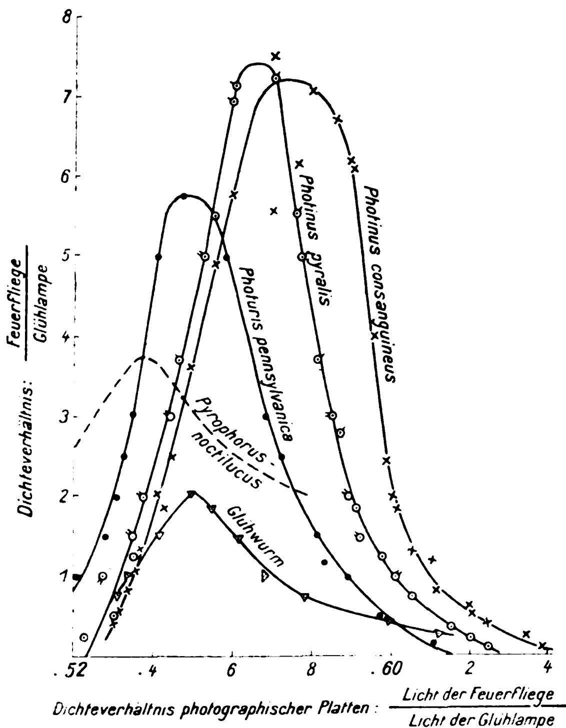


Fig. 3.

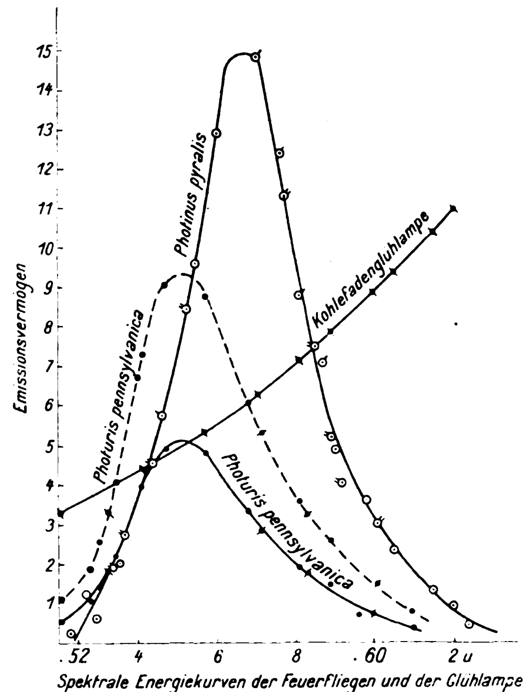


Fig. 4.

Kurve das Ergebnis von zahlreichen Dichtekurven gemäß Fig. 1 ist. Die photographische Platte ist in der Gegend von 0,59 μ sehr empfindlich, und es ist schwer, diese Wirkung bei den Kurven für die Feuerfliegen auszumerzen. Ich nehme deshalb auch nicht an, daß dem Buckel in der Kurve für das Licht des Glühwurms und von Photinus consanguineus bei 0,59 μ eine reale Bedeutung zukommt. Die Kurven für diese beiden Fälle erhielt ich auf Grund von Photogrammen, die mit dem kleinen Spektrographen aufgenommen worden waren.

Dank der Kenntnis der Energieverteilung im Spektrum der Glühlampe, die in Fig. 4 wiedergegeben ist, kann man die spektrale Energieverteilung der Feuerfliege dadurch erhalten, daß man für jede Wellenlänge die Energiewerte der Glühlampe mit dem Dichteverhältnis $\frac{\text{Licht der Feuerfliege}}{\text{Licht der Glühlampe}}$ multipliziert. Die resultierenden Kurven sind in den Fig. 4 und 5 wiedergegeben. In Fig. 4 sind die spektralen Energiekurven für Photuris pennsylvanica und Photinus pyralis im Blaugrün in demselben Maßstabe gezeichnet. Eine Integration dieser beider Kurven lehrt, daß bei demselben Emissionsvermögen im Blau die Energiekurve für Photinus pyralis 2,83 mal so groß ist wie die für Photuris pennsylvanica. Das Auge sieht sofort, daß die Leucht-

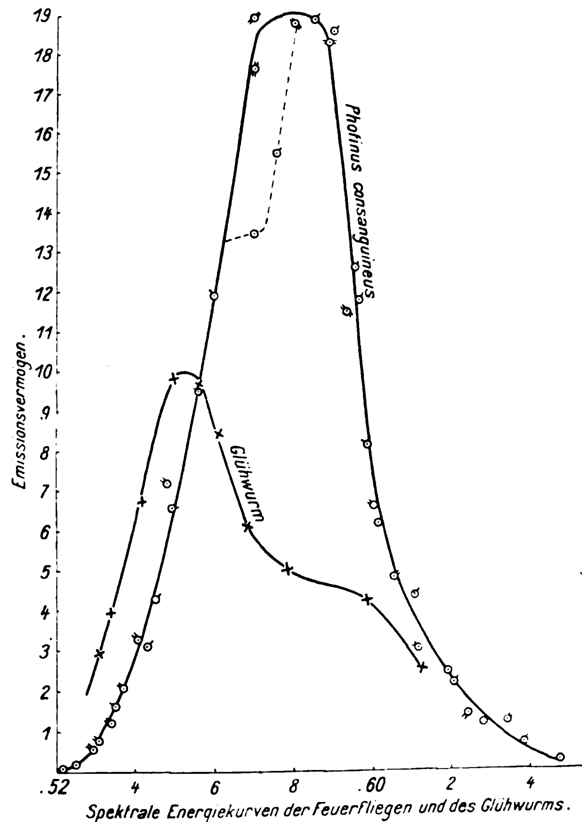


Fig. 5.

kraft von Photinus weit größer ist als die von Photuris.

Die Ergebnisse der Untersuchung über Kerzenstärke, Strahlung und Temperaturmessung sollen bei späterer Gelegenheit beschrieben werden, und es mag hier die Bemerkung genügen, daß bei einer gesunden Feuerfliege die Unterleibsringe, welche die lichterzeugenden Organe enthalten, sich auf höherer Temperatur befinden als die dunklen, einerlei, ob das Blitzen im Gange ist oder nicht.

Zum Schlusse sei noch erwähnt, daß wir hier zum ersten Male einen greifbaren Beweis dafür haben, daß die Farbe des Lichtes verschiedener Feuerfliegen verschieden ist, und zwar liegt das Emissionsmaximum

für Pyrophorus noctilucus	bei	0,538 μ
„ Photuris pennsylvanica	„	0,552 μ
„ Photinus pyralis	„	0,567 μ
„ Photinus consanguineus	„	0,578 μ.

Washington, 11. Juli 1911.

(Nach dem Manuskript aus dem Englischen übersetzt von Max Iklé.)

(Eingegangen 26. Juli 1911.)

Elektrothermische Kälteerzeugung und reversible elektrische Heizung.

Von Edmund Altenkirch.

Trotz des großen Interesses, das die reversiblen Wärmewirkungen des elektrischen Stromes beanspruchen dürfen, sind doch bisher die Beziehungen zwischen dem Energieaufwand und der aus der Umgebung absorbierten, bezw. an diese abgegebenen Wärme noch nicht dargestellt worden. Nachdem nun durch neuere Untersuchungen[1]) die Gültigkeit der Formeln von Thomson und Clausius hinreichend erwiesen ist, dürfte es daher angebracht sein, darüber Aufschluß zu geben, welche Möglichkeiten physikalisch für die elektrothermische Kälteerzeugung bestehen, und welche Energieersparnis die Verwendung der Peltierwärme zur Heizung gegenüber der Jouleschen im Gefolge haben kann.

Die Voraussetzungen sind hierbei dieselben, wie in der früheren Arbeit über die Thermosäule[2]). Die physikalischen Konstanten, die Thermokraft η (gemessen in Volt), das Wärmeleitvermögen λ, das elektrische Leitvermögen σ, das Leitverhältnis im Vergleich zum normalen ϱ dürfen als konstant angesehen werden, da es sich stets nur um kleine Temperaturdifferenzen handelt. Ferner wird angenommen, daß Wärmeaufnahme und -abgabe nur an den Lötstellen erfolgt. Das Temperaturgefälle ist dann im Innern der wirksamen Stoffe linear, wie es der Forderung möglichst geringen Wärmeverlustes entspricht. Die Dimensionen der wirksamen Körper sind zunächst beliebig.

Sendet man durch ein solches Element, oder durch eine Säule aus solchen Elementen, einen elektrischen Strom von der Stärke J Ampere, so entsteht eine Temperaturdifferenz $T - T_0$, wobei T die Temperatur der warmen, T_0 die der kalten Lötstelle nach dem Erreichen des stationären Zustandes bezeichnen soll. Die im Innern eines Elements von der warmen zur kalten Lötstelle durch Leitung übergehende Wärmemenge ist dann

$$Q_1 = L_a(T - T_0) + L_b(T - T_0),$$

wobei L_a den Wärmeleitwert des einen, L_b den des andern Elemententeils bedeutet, und zwar bezogen auf Joule. Ferner entsteht durch die Joulesche Wärme die Wärmemenge

$$Q_2 = J^2(W_a + W_b) = J^2\left(\frac{1}{S_a} + \frac{1}{S_b}\right)$$

Joule, unter W und S den Widerstand, bezw. den elektrischen Leitwert der Teilkörper verstanden. Der Einfluß dieser Jouleschen Wärme erstreckt sich unter den angenommenen Voraussetzungen zur Hälfte auf die kalte, zur andern Hälfte auf die warme Lötstelle.

Ferner wird an der kalten Lötstelle durch den Peltiereffekt die Wärmemenge

$$Q_3 = -\eta T_0 J$$

Joule absorbiert. Bezeichnet noch Q die von außen aufgenommene Wärmemenge, die nutzbare Kälteleistung, so gilt für den stationären Zustand an der kalten Lötstelle

$$Q + Q_1 + \frac{1}{2} Q_2 + Q_3 = 0$$

und folglich

$$Q = \eta T_0 J - \frac{J^2}{2}(W_a + W_b) - (L_a + L_b)(T - T_0). \quad (1)$$

Nun ist

$$J(W_a + W_b) = P_0$$

die Spannung zwischen den Enden des Elements bei der Temperaturdifferenz 0 zwischen den Lötstellen, also die Betriebsspannung, vermindert um die elektromotorische Gegenkraft des Thermoelements. Führt man dies ein, so wird nach Multiplikation mit

$$W = W_a + W_b = \frac{1}{S_a} + \frac{1}{S_b}$$

aus (1)

1) Vergl. z. B. Emil Beck, Absolute Messungen über den Peltiereffekt, Diss. Zürich 1910, Vierteljahresschr. d. Naturf. Ges. Zürich 55, 103—155, 470—482, 1910; und die Diskussion dieser Frage bei J. Koenigsberger und J. Weiß, Ann. d. Phys. 35, 30—34, 1911.

2) E. Altenkirch, diese Zeitschr. 10, 560—568, 1909.

$$\left.\begin{aligned} QW &= \eta T_0 P_0 - \frac{P_0^2}{2} - \\ &- (T - T_0)\left(\frac{1}{S_a} + \frac{1}{S_b}\right)(L_a + L_b). \end{aligned}\right\} \quad (2)$$

Setzt man noch

$$\left.\begin{aligned} S_a &= a\sigma\varrho_a \\ L_a &= a\lambda \end{aligned}\right\} \varrho_a = \frac{S_a/L_a}{\sigma/\lambda}$$

$$\left.\begin{aligned} S_b &= b\sigma\varrho_b \\ L_b &= b\lambda \end{aligned}\right\} \varrho_b = \frac{S_b/L_b}{\sigma/\lambda},$$

wo a und b Konstanten sind, die von den Dimensionen und dem Leitvermögen der Elemententeile abhängen, während die σ und λ die Leitvermögen eines beliebigen, dem Wiedemann-Franzschen Gesetze gehorchenden Metalls und ϱ zwei durch obige Gleichungen definierte Zahlen sind (die Abweichungen vom W.-F. Gesetze für die betreffenden Körper[1])), so wird aus (2)

$$\left.\begin{aligned} QW &= \eta T_0 P_0 - \frac{P_0^2}{2} - \\ &- (T - T_0)\left(\frac{1}{\varrho_a} + \frac{b}{a\varrho_a} + \frac{a}{b\varrho_b} + \frac{1}{\varrho_b}\right)\frac{\lambda}{\sigma}. \end{aligned}\right\} \quad (3)$$

Dieser Wert erreicht ein relatives Maximum für

$$\frac{a}{b} = \sqrt{\frac{\varrho_b}{\varrho_a}}, \qquad (4)$$

und Gleichung (3) geht für diesen Wert über in

$$\left.\begin{aligned} QW &= \eta T_0 P_0 - \frac{P_0^2}{2} - \\ &- (T - T_0)\left(\frac{1}{\sqrt{\varrho_a}} + \frac{1}{\sqrt{\varrho_b}}\right)^2 \frac{\lambda}{\sigma}. \end{aligned}\right\} \quad (5)$$

Die Dimensionen sollen also günstigstenfalls so gewählt sein, daß sich die elektrischen Leitwerte zueinander verhalten, wie die Wurzeln aus den Abweichungen vom W.-F. Gesetze:

$$S_a/S_b = \sqrt{\frac{\varrho_a}{\varrho_b}} = L_b/L_a, \qquad (6)$$

wie dies ja auch für die Thermosäule gilt.

Der Arbeitsaufwand beim Stromdurchgang ist das Produkt aus Stromstärke und Spannung. Letztere ist

$$P = \eta(T - T_0) + P_0. \qquad (7)$$

Es ist sonach

$$A = \eta(T - T_0)J + P_0 J$$

und

$$A \cdot W = \eta(T - T_0)P_0 + P_0^2. \qquad (8)$$

Der Arbeitsaufwand für die Kälteleistung ist nun der Quotient aus (2) oder (3), bezw. da die Bedingung (4) auch für den Quotienten gilt, aus (5) in (8)

$$\zeta = \frac{A}{Q} = \frac{\eta(T - T_0)P_0 + P_0^2}{\eta T_0 P_0 - \frac{P_0^2}{2} - (T - T_0)\left(\frac{1}{\sqrt{\varrho_a}} + \frac{1}{\sqrt{\varrho_b}}\right)^2 \cdot \frac{\lambda}{\sigma}} \qquad (9)$$

ζ wird ein Minimum für

$$P_0 = \frac{\eta(T - T_0)}{\sqrt{1 + \frac{\eta^2 \cdot \sigma/\lambda}{\left(\frac{1}{\sqrt{\varrho_a}} + \frac{1}{\sqrt{\varrho_b}}\right)^2} \cdot \frac{T + T_0}{2}} - 1}.$$

Setzt man nun als Zahlenwert für λ/σ mit der Erweiterung von Lorenz wie früher

$$\lambda/\sigma = \frac{7{,}277 \cdot 10^{-6}}{291} \cdot T = \frac{1}{4} \cdot 10^{-7} T,$$

oder statt T hier besser $\frac{T + T_0}{2}$, und bezieht auf diesen Idealwert die Abweichungen ϱ, und führt man wieder die effektive Thermokraft

$$\eta' = \frac{2\eta}{\frac{1}{\sqrt{\varrho_a}} + \frac{1}{\sqrt{\varrho_b}}}$$

ein, so ist

$$P_{0(\zeta\,\min)} = \frac{\eta(T - T_0)}{\sqrt{1 + 10^7 \eta'^2} - 1}, \qquad (10)$$

und nach Gleichung (7)

$$\left.\begin{aligned} P_{(\zeta\,\min)} &= \frac{\eta(T - T_0)\sqrt{1 + 10^7 \eta'^2}}{\sqrt{1 + 10^7 \eta'^2} - 1} = \\ &= P_{0(\zeta\min)} \cdot \sqrt{1 + 10^7 \eta'^2} \end{aligned}\right\} \quad (11)$$

die günstigste Spannung für ein einzelnes Element. Durch (10) ist nach Gleichung (5) auch $Q \cdot W$ vollständig bestimmt, woraus sich die Dimensionen für eine vorgeschriebene Kälteleistung pro Element leicht berechnen lassen. Auch die günstigste Stromstärke ist nunmehr eindeutig festgelegt.

Setzt man (10) in (9) ein, so ergibt sich als Minimum des Arbeitsaufwandes für eine Kälteleistung

$$\left.\begin{aligned} \zeta_{\min} &= \frac{T - T_0}{T_0} \cdot \frac{\sqrt{1 + 10^7 \eta'^2} + 1}{\sqrt{1 + 10^7 \eta'^2} - \frac{T}{T_0}} = \\ &= \frac{T - T_0}{T_0} \cdot \frac{1}{\nu}. \end{aligned}\right\} \quad (12)$$

Hierin ist

$$\nu = \frac{\sqrt{1 + 10^7 \eta'^2} - \frac{T}{T_0}}{\sqrt{1 + 10^7 \eta'^2} + 1} \qquad (13)$$

der Verlustfaktor für die elektrothermische Kälteerzeugung, d. h. das Verhältnis des Arbeits-

1) Vergl. die Tabelle diese Zeitschr. **10**, 563, 1909. Über diese Abweichungen ϱ werden für eine der wichtigsten thermoelektrischen Legierungsreihen (Sb, Cd) gegenwärtig im Berliner Phys. Inst. von Gehlhoff und Eucken systematische Untersuchungen angestellt.

aufwandes für eine Kälteleistung bei einer vollkommenen thermodynamischen Maschine zu dem Arbeitsaufwand in einem Thermoelement für dieselbe Kälteleistung. Oder auch das Verhältnis der Kälteleistung eines Thermoelements zu der einer vollkommenen thermodynamischen Maschine bei demselben Arbeitsaufwand.

Für kleine Temperaturdifferenzen geht ν über in

$$\nu_0 = \frac{\sqrt{1 + 10^7 \eta'^2} - 1}{\sqrt{1 + 10^7 \eta'^2} + 1}.$$

Dies ist der, den theoretisch maximalen Nutzeffekt der Thermosäule bestimmende Faktor[1]). ν ist also noch kleiner als ν_0, der Verlust noch größer für die Kälteerzeugung, als für die Erzeugung von Thermoelektrizität.

Die Werte für $\nu = f\left(\eta', \frac{T}{T_0}\right)$ sind durch die ausgezogenen Kurven in Fig. 1 dargestellt,

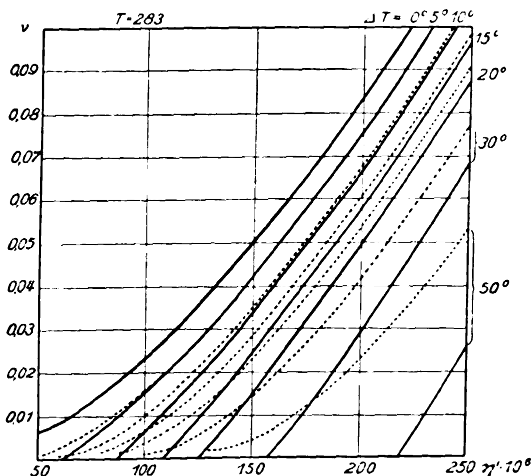


Fig. 1.

und zwar sind als Parameter direkt die $T = 283^0$ entsprechenden Temperaturdifferenzen $T - T_0$ angegeben.

Für dieselben Temperaturquotienten ist ζ_{min}, der Arbeitsaufwand pro Kälteleistung nach Gleichung (12), durch die ausgezogenen Kurven in Fig. 2, und der reziproke Wert davon durch die ausgezogenen Kurven in Fig. 3 dargestellt. Die Ordinaten sind in der Einheit der Kälteleistung gemessen. Für hohe Thermokräfte und geringe Temperaturdifferenzen ist also die Kälteleistung erheblich größer, als der Arbeitsaufwand.

Bemerkenswert ist, daß der Arbeitsaufwand nicht für dieselbe Temperaturdifferenz, sondern

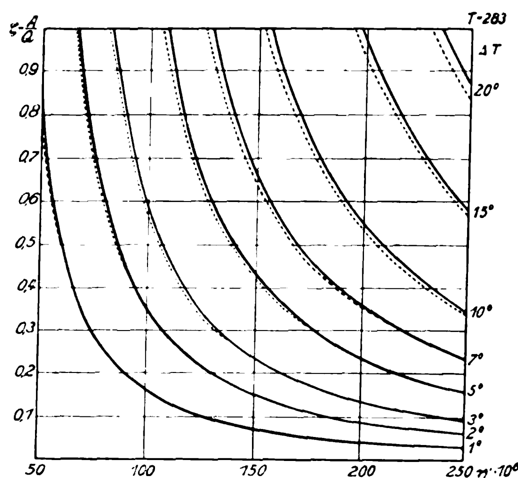


Fig 2.

für dasselbe Temperaturverhältnis T/T_0 stets dasselbe ist. Die Erzeugung von Kälte wird also um so schwieriger, je tiefer die absoluten Temperaturen sind. Andererseits zeigt nach Lees[1]) z. B. das Aluminium bei tiefen Temperaturen sehr bedeutende Abweichungen vom W.-F. Gesetze, und zwar in einem für die effektive Thermokraft günstigen Sinne, so daß ein definitives Urteil verfrüht sein würde.

Die Möglichkeit der Kälteerzeugung hört auf, wenn $\nu = 0$. Man erhält also folgende einfache Beziehung zwischen der effektiven Thermokraft und der mittels eines Thermoelements maximal

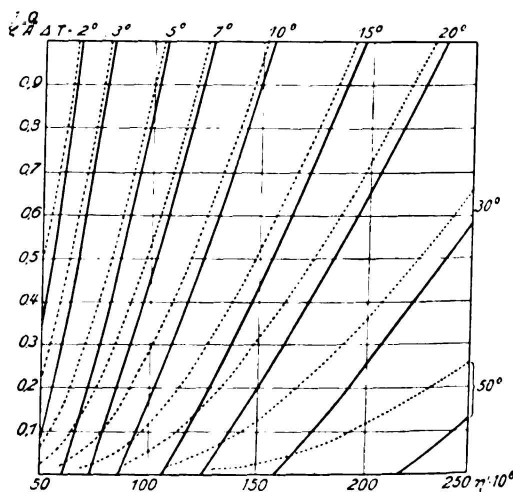


Fig. 3.

erreichbaren Temperaturerniedrigung, ausgehend von einer Temperatur der warmen Lötstelle T

1) E. Altenkirch, l. c., Gl. (5) und die Kurven II der Fig. 1 und 2.

1) C. H. Lees, Phil. Trans. (A) **208**, 441, 1908.

$$\frac{T}{\Theta_0} = \sqrt{1 + 10^7 \eta'^2}, \qquad (14)$$

Θ_0 ist also die tiefste Temperatur, die sich bei einer Temperatur der warmen Lötstelle von T^0 gerade noch erreichen läßt.

Θ_0 ist proportional der absoluten Temperatur der warmen Lötstelle. Es ist also um so schwieriger, eine bestimmte Temperaturerniedrigung zu erzielen, je niedriger die absoluten Temperaturen sind. Dagegen sind die erreichbaren Temperaturerniedrigungen für die höheren Thermokräfte im Gebiet der Temperaturen unserer Umgebung nicht so unbeträchtlich. Für eine Temperatur der warmen Lötstelle von $+10^0$ sind die kritischen Temperaturdifferenzen $T - \Theta_0$ durch die Kurve Fig. 4 als Funktion der effektiven Thermokraft dargestellt.

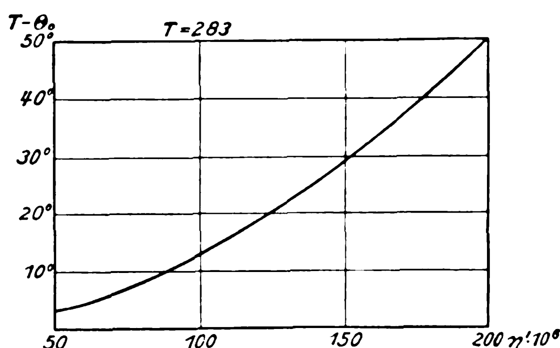


Fig. 4.

Für die kritische Temperaturdifferenz wird der Arbeitsaufwand unendlich groß. Indessen ist Gleichung (12) und (14) noch nicht die äußerste Grenze des physikalisch Möglichen. Man kann vielmehr, wie gleich gezeigt werden soll, durch Kaskadenschaltung noch erheblich weiter kommen.

Die Wärmeproduktion an der warmen Lötstelle ist nach dem ersten Hauptsatz gleich dem gesamten Arbeitsaufwand, vermehrt um die Kälteleistung.

$$Q' = A + Q.$$

Somit ist

$$\frac{Q'}{A} = 1 + \frac{1}{\zeta}.$$

Die Bedingungen für den geringsten Arbeitsaufwand für eine Wärmeproduktion sind genau dieselben, wie bei der Kälteerzeugung. Die Formeln und Kurven gelten daher sofort auch für die reversible Heizung. Die Energieersparnis bei der Heizung ist

$$\frac{Q}{Q'} = \frac{1}{1 + \zeta_{\min}},$$

kann also für kleine Temperaturdifferenzen ganz beträchtlich werden.

Fig. 4 gibt die Temperaturdifferenzen an, bis zu denen eine Energieersparnis bei der Heizung ohne weiteres noch möglich ist. Diese Grenze läßt sich nun, wie erwähnt, durch Kaskadenschaltung beliebig weit hinausrücken, und der Arbeitsaufwand für die Kälte- und Wärmeproduktion noch erheblich verringern.

Erzeugt man in einem Element nur eine geringe Temperaturdifferenz und schafft die an der warmen Lötstelle entstehende Wärme durch die Kälteleistung eines zweiten Elements fort usw., so beträgt bei n Elementen der Arbeitsaufwand für die Kälteleistung

$$\frac{A}{Q} = (1 + \zeta)^n - 1, \qquad (15)$$

wenn ζ der Arbeitsaufwand in einem einzelnen Element ist. Und die Ersparnis bei einer Heizung gegenüber der Jouleschen Wärme ist

$$\frac{Q}{Q'} = \frac{1}{(1 + \zeta)^n}.$$

Für ζ ist im günstigsten Fall überall wieder $\zeta_{\min}$ einzusetzen. Bezeichnen jetzt T und T_0 die äußersten Temperaturen der in Kaskade geschalteten Elemente, so ist für die Einzelelemente $\frac{T - T_0}{n}$ einzusetzen. Gleichung (15) geht sonach über in

$$\zeta_n = \left(1 + \frac{1}{\frac{n T_0 r_0}{T - T_0} - \frac{1}{\sqrt{1 + 10^7 \eta'^2} + 1}}\right)^n - 1$$

$$= \left(\frac{1 + \frac{T - T_0}{n T_0} \cdot \frac{\sqrt{1 + 10^7 \eta'^2}}{\sqrt{1 + 10^7 \eta'^2} - 1}}{1 - \frac{T - T_0}{n T_0} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 + 10^7 \eta'^2} - 1}}\right)^n - 1.$$

Dieser Ausdruck bleibt nunmehr zum Unterschied von (12) endlich für alle Temperaturdifferenzen, wenn man nur hinreichend große Werte für n annimmt. Es ist auf diese Weise theoretisch möglich, jede beliebige Temperaturerniedrigung zu erzwingen, auch mit geringen Thermokräften, wenn auch in letzterem Falle mit enormem Energieaufwande.

Berücksichtigt man noch, daß man für die Temperatur der kalten Lötstellen nicht überall gleichmäßig T_0 setzen darf, da diese für große n alle Werte zwischen T_0 und T durchläuft, setzt man also richtiger für $\frac{T - T_0}{T_0}$

$$\int_{T_0}^{T} \frac{dT}{T} = \ln \frac{T}{T_0}$$

ein, so wird

$$\zeta_n = \left(\frac{1 + \frac{1}{n} \frac{\sqrt{1 + 10^7 \eta'^2}}{\sqrt{1 + 10^7 \eta'^2} - 1} \ln \frac{T}{T_0}}{1 - \frac{1}{n} \frac{1}{\sqrt{1 + 10^7 \eta'^2} - 1} \ln \frac{T}{T_0}} \right)^n - 1 .$$

Dies ist aber für große n

$$\zeta_n = e^{\frac{\sqrt{1 + 10^7 \eta'^2} + 1}{\sqrt{1 + 10^7 \eta'^2} - 1} \ln \frac{T}{T_0}} - 1 ,$$

also schließlich

$$\zeta_n = \left(\frac{T}{T_0}\right)^{\frac{\sqrt{1 + 10^7 \eta'^2} + 1}{\sqrt{1 + 10^7 \eta'^2} - 1}} - 1 = \left(\frac{T}{T_0}\right)^{\frac{1}{\nu_0}} - 1 . \quad (16)$$

Diese Formel stellt den kleinsten theoretisch möglichen Wert des Arbeitsaufwandes für eine elektrothermische Kälteleistung dar. Für große Thermokräfte nähert er sich der thermodynamischen Grenze, für kleine Temperaturdifferenzen geht er in $\frac{T - T_0}{T_0 \nu_0}$ über. Er bleibt endlich für alle Thermokräfte und Temperaturen und hängt außer von dem Temperaturverhältnis nur noch von dem Verlustfaktor ν_0 der Thermosäule ab.

Dieses Minimum des Energieverbrauchs, bezw. das Reziproke davon, die theoretisch maximale Kälteleistung für einen Arbeitsaufwand, ist in den Fig. 2 und 3 und verglichen mit einer vollkommenen thermodynamischen Maschine

$$\frac{\frac{T}{T_0} - 1}{\left(\frac{T}{T_0}\right)^{\frac{1}{\nu_0}} - 1} = \nu_n$$

in Fig. 1 durch die punktierten Kurven dargestellt. Dieser letztere Vergleich ist für die theoretische Beurteilung am instruktivsten.

Die Konsequenz der Formel (16) für die Heizung besagt, daß es mittels der elektrothermischen Wirkungen für jede Temperaturdifferenz möglich ist, den Energieverbrauch für denselben Heizeffekt gegenüber der Heizung durch die Joulesche Wärme zu verringern, und zwar beträgt die Ersparnis im günstigsten Fall

$$\frac{Q}{Q'} = \left(\frac{T_0}{T}\right)^{\frac{1}{\nu_0}}.$$

Fredersdorf-Berlin, den 11. Juli 1911.

(Eingegangen 15. August 1911.)

Vorläufige Mitteilung über den Widerstand von Antennen für drahtlose Telegraphie. (A Preliminary Note on the Resistance of Radio-Telegraphic Antennas.)

Von L. W. Austin.

Im zweiten Aprilheft des laufenden Jahrganges dieser Zeitschrift hat Herr C. Fischer[1]) eine Arbeit über die Bestimmung des Widerstandes von Antennen veröffentlicht. Seine Methode bestand in kurzen Zügen darin, daß er an Stelle der Antenne einen Luftkondensator substituierte, die beiden Stromkreisen gemeinsame Induktanz geerdet hielt und in den Kondensatorkreis so viel Widerstand einschaltete, bis die Stromstärke dieselbe wurde wie in dem Falle, daß die Antenne und Erde benutzt wurden. Zwar ist mir nicht bekannt, daß diese Methode irgendwo bereits veröffentlicht worden wäre, doch ist sie in Amerika seit 1905 oder 1906 zur Messung von Antennenwiderständen in Gebrauch und, wie ich glaube, zuerst von R. A. Fessenden angegeben worden.

Viele Forscher wußten im allgemeinen, daß der Antennenwiderstand bei größeren Wellenlängen größer war, als er nach der Hertzschen Theorie der Strahlung sein sollte.

Herr Fischer hat in seiner Arbeit sehr interessante experimentelle Beobachtungen und Kurven mitgeteilt, aus denen hervorgeht, daß diese Zunahme des Antennenwiderstandes unter gewissen Umständen der Wellenlänge proportional ist, und er scheint zu glauben, daß dieser erhöhte Widerstand auf Strahlung beruht.

Gleich bei Erscheinen der Fischerschen Arbeit wurden systematische Messungen über den Widerstand der Antenne des Bureau of Standards begonnen. Auch an der Antenne des amerikanischen Schiffes „Dolphin", das auf der staatlichen Werft zu Washington (U. S. Navy Yard) lag, und an der Antenne der Werftstation sind Beobachtungen gemacht worden.

Fig. 1 zeigt die Anordnung der Apparatur. A ist die Antenne, E die Erde, L_1 die Abstimmungsspule, C_1 ein Luftkondensator zur Abstimmung auf sehr kurze Wellenlängen, Th ein Thermoelement[2]), G ein Galvanometer und C_2 ein variabler Luftkondensator, der auf die Kapazität der zu messenden Antenne eingestellt ist. Eine kleine Selbstinduktion L_2 wurde zuweilen mit dem Kondensator C_2 in den Kreis eingeschaltet, um die Selbstinduktion der Antenne zu vertreten. Das hat wenig Einfluß auf die Ergebnisse und kann, wenigstens bei den

1) C. Fischer, diese Zeitschr. 12, 295, 1911.

2) An Stelle des Thermoelementes kann man einen Zinkit-Gleichrichter mit Galvanometer in sehr loser Kuppelung mit dem Kreise verwenden.

größeren Wellenlängen, ganz gut unterbleiben. S_1 und S_2 sind Schalter, durch die entweder die Antenne und die Erde oder C_2 mit dem übrigen Teile des Kreises verbunden werden kann. R ist ein Widerstand, der in den Kreis von C_2 eingeschaltet ist, um den Ausschlag des Thermoelementes auf denselben Wert herabzudrücken, den man beobachtet, wenn Antenne und Erde im Kreise liegen. Der Hochfrequenzwiderstand besteht aus getrennten Einheiten von feinem Konstantandraht, die in Quecksilbernäpfe eintauchen. Der Meßkreis wird von einem Wellenmesser W der üblichen Type erregt, der von einem Summer angetrieben wird.

Fig. 2 zeigt die Kurven, die auf dem „Dolphin", auf der Werft zu Washington und im Bureau of Standards gewonnen worden sind.

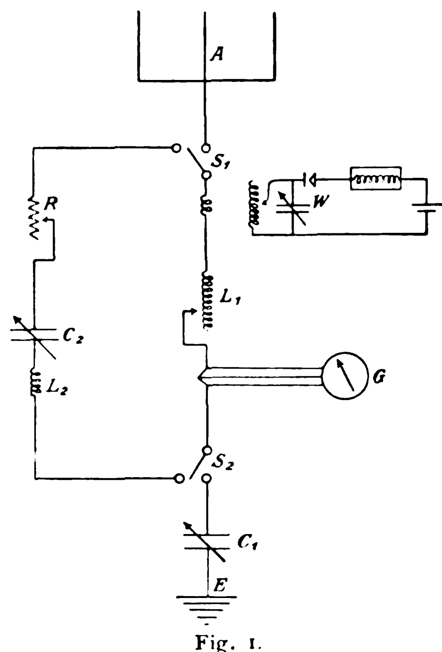


Fig. 1.

Man sieht, daß der Widerstand von den kurzen Wellenlängen an im Einklang mit der Hertzschen Strahlungstheorie schnell abfällt, bis er einen Punkt erreicht, der nicht weit von dem doppelten Werte der Grundwellenlänge der Antennen entfernt liegt.

Die Kurve A bezieht sich auf das Bureau of Standards, B auf das Schiff „Dolphin" und C auf die Werft zu Washington. In den Kurven B und C steigt der Widerstand allmählich an, wie Fischer beobachtet hat, aber der Anstieg erfolgt viel langsamer als in seinen Kurven. Die Höhe der Antenne des „Dolphin" mit flachem Oberteil beträgt angenähert 90 Fuß über Wasser, während die der Werft in Washington 150 Fuß hoch ist. Die Werft hat praktisch Wasser als Grund, denn die Station liegt nur einige wenige Fuß vom Strome entfernt, der an dieser Stelle mäßig salzig ist. Die Grundschwingung der Antenne des „Dolphin" ist 315 m lang, und ihre Kapazität beträgt 0,00073 Mikrofarad. Die Grundwelle der Werftantenne ist ungefähr 1000 m lang, und ihre Kapazität beträgt 0,0036 Mikrofarad. Der Strahlungswiderstand dieser beiden Antennen, wie er sich nach der Gleichung

$$R_r = 1600 \frac{h^2}{\lambda^2} \text{ [1])}$$

berechnet, wird durch die gestrichelten Kurven B', C' dargestellt. Wie man sieht, folgen die beobachteten Kurven mit beträchtlicher Annäherung der Krümmung der berechneten Strahlungswiderstände, obwohl die beobachteten Kurven etwas höher liegen, während die beiden Kurven jenseits des Minimums weit auseinander liegen. Wir finden hier im Widerstand zwei Faktoren

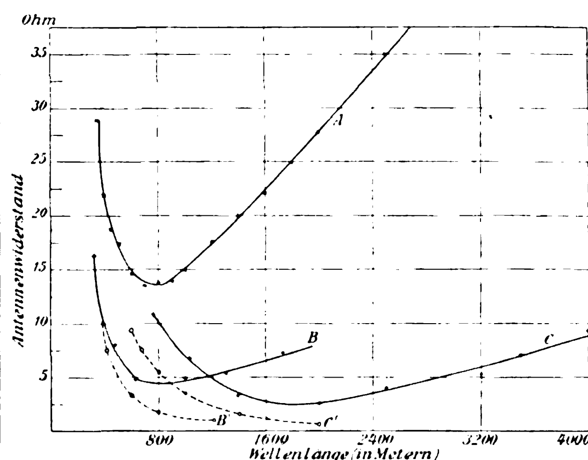


Fig. 2.

angedeutet, von denen der eine wie das Quadrat der Wellenlänge abnimmt, während der andere nahezu direkt wie die Wellenlänge zunimmt. Es scheint mir wahrscheinlich, daß der Teil des Widerstandes, der wie die Wellenlänge wächst, der Widerstand der Erde, oder richtiger der Widerstand des Erdstromes ist.

Der Widerstand der Antenne des Bureau of Standards ist in Kurve A dargestellt. Diese Antenne ist eine achtdrähtige Harfe und oben 180 Fuß, unten 60 Fuß hoch. Infolgedessen liegt die Mitte der Kapazität 120 Fuß vom Erdboden entfernt. Die natürliche Periode ist 425 m und die Kapazität 0,0012 Mikrofarad. Die Erddrähte sind an die Wasserleitung des Laboratoriums angeschlossen. Wie man sieht, ist das Maximum des Erdwiderstandes viel höher als beim „Dolphin" und bei der Werft, und der geradlinige Teil der Kurve ist viel steiler auf-

1) R. Rüdenberg, Ann. d. Phys. (4) **25**, 446, 1908.

wärts geneigt, als es bei den beiden andern gemessenen Antennen der Fall gewesen ist. Die Beobachtung hat ergeben, daß die Steilheit dieses Kurventeiles sowie der Widerstand im Minimum sich von einem Tage zum andern, je nach der Trockenheit des Bodens, um einen sehr merklichen Betrag ändert. Am Tage nach einem heftigen Regen sinkt das Minimum um zwei bis drei Ohm; gleichzeitig sinkt der Widerstand bei einer Wellenlänge von 3000 m zuweilen um ganze 10 Ohm. Die Widerstände sind gewöhnlich am Nachmittage ein wenig höher als am Morgen.

Es ist recht interessant, zu wissen, auf welchen Punkt zu der geradlinige Teil der Kurve absteigt. Nach Fischer würde er die Nullachse nahe bei der Grundschwingung schneiden, und in der Kurve für die Werft zu Washington scheint das auch der Fall zu sein. Im Bureau of Standards, wo die Kurve viel genauer aufgenommen worden ist als bei irgendeiner anderen unserer Beobachtungen, scheint er auf den Koordinatennullpunkt hinzuweisen. Dies kann indessen auf der Gegenwart eines anfänglichen Ohmschen Widerstandes von etwa 5,5 Ohm in den Röhren der Erdleitung beruhen.

λ Meter	G Ohm	R_r Ohm	$R_r + G$ Ohm	Beobachtet Ohm
400	5,5	13,4	18,9	22,5
600	8,0	5,9	13,9	15,0
800	11,0	3,4	14,4	13,6
1000	13,5	2,1	15,6	15,2
1200	16,5	1,5	18,0	17,3
1500	21,0	0,95	22,0	21,0
2000	28,0	0,54	28,5	27,7
2500	34,5	0,34	34,8	34,5

In der Tabelle ist unter G der Erdwiderstand angegeben, der aus einer Verlängerung des geradlinigen Teiles der Kurve A entnommen ist. Unter R_r ist der nach der Rüdenbergschen Formel berechnete Strahlungswiderstand verzeichnet, während in den beiden letzten Spalten die Summe dieser Widerstände und die beobachteten Werte der Kurve enthalten sind.

Die Mehrzahl der in Fig. 2 aufgenommenen Beobachtungen verdanke ich meinen Assistenten, den Herren Marineoberelektrikern Meneratti und Scanlin.

U. S. Naval Wireless Telegraphic Laboratory, im Juni 1911.

(Nach dem Manuskript aus dem Englischen übersetzt von Max Iklé.)

(Eingegangen 11. Juli 1911.)

Zur säkularen Variation des Erdmagnetismus.

Herrn L. A. Bauer zur Entgegnung.

Von Fr. Bidlingmaier.

Den Fehler meiner etwas übereilten ersten Mitteilung über diesen Gegenstand[1]) habe ich durch eine zweite Mitteilung[2]) wieder gut zu machen versucht; gleichzeitig hat Herr L. A. Bauer einen Angriff gegen jene veröffentlicht[3]). Herrn Bauer ist der eigentliche Fehler meiner 1. Mitteilung, der Ansatz der 3. Potenz auf S. 1222 oben, entgangen; seine Einwände sind zum Teil unberechtigt und fehlerhaft, seine Definition der säkularen Variation ist aus inneren Gründen mindestens unzweckmäßig. Was die Bauerschen Einwände betrifft, so möchte ich hier kurz dazu Stellung nehmen. Was die Definition der säkularen Variation betrifft, so möchte ich auf meine demnächst in der Met. Zeitschrift erscheinende Arbeit über die „erdmagnetische Aktivität“ und säkulare Variation verweisen, deren Umfang die Aufnahme in diese rein physikalische Zeitschrift verbietet. In derselben wird der Begriff der „erdmagnetischen Aktivität“ begründet, und gezeigt, in welch hervorragender Weise dieselbe den mittleren Stand und Gang der erdmagnetischen Elemente reguliert, so z. B. auch den Gang der Jahresmittel. Für den Gang der Jahresmittel werden zwei physikalisch ganz verschiedene Ursachen nachgewiesen, nämlich 1. Variationen, die von der erdmagnetischen Aktivität herrühren, dementsprechend in der Atmosphäre entstehen, überall auf der Erde ziemlich gleichzeitig und gleichartig auftreten, und die in sehr ausgesprochener Weise der 11jährigen Periode der Sonnenflecken folgen; 2. viel langsamere und regelmäßigere Variationen, welche im Gegensatz zur 1. Art durchaus regionalen Charakter haben und so gut wie sicher im Erdinnern entstehen. Diese letzteren Variationen werden als säkulare Variationen definiert, die ersteren als „Aktivitätsvariationen“ grundsätzlich davon getrennt.

Ich gehe zu einzelnen Punkten des Bauerschen Angriffs über.

1. Die nach magnetisch Ost-West gerichtete Komponente der Säkularkraft. Wenn die Deklination D eines Ortes in irgendeiner Zeiteinheit um den Winkel $+v$ sich ändert, so kann man diese Änderung einem in der Zeiteinheit daselbst entstehenden Feld zuschreiben, welches senkrecht auf der Deklinationsrichtung steht und die Größe $+vH$ besitzt; H ist die Horizontalintensität des Ortes. Dieses Feld nannte

1) Diese Zeitschr. 11, 1216, 1910.
2) Diese Zeitschr. 12, 449, 1911.
3) Diese Zeitschr. 12, 445, 1911.

ich S. 1217 unten „die nach magnetisch Ost-West gerichtete Komponente der Säkularkraft" (der Ausdruck „Säkularkraft" war natürlich auf die dort erwähnte „ganze Kraft", nicht, wie Herr Bauer es tut, auf die Komponente zu beziehen).

Diese Komponente $+vH$ erklärt Herr Bauer für theoretisch falsch gebildet, weil die säkulare Veränderung von H nicht berücksichtigt sei, und zeigt, wie man diese Komponente richtig bilden müsse: er konstruiert nämlich seltsamerweise eine zur Richtung von H senkrechte Komponente E von H (1911, S. 447 unten):

$$E = H \operatorname{tg} D.$$

Bei uns in Deutschland bildet man die Komponenten einer Kraft stets mit dem Kosinus des Winkels zwischen Kraft und Komponente, und alle Komponenten senkrecht zur Kraft sind = 0. Nach der Bauerschen Formel gäbe es z. B. in Amerika stellenweise unendlich große Komponenten einer kleinen endlichen Kraft. Damit entfallen auch Herrn Bauers Folgerungen aus seiner Tangentenkomponente E, insbesondere sein Vorwurf, die säkulare Variation von H sei nicht genügend berücksichtigt. Man sieht ohne weiteres, daß dieser Einfluß auf die durch die Größe v bereits sehr kleine Größe $+vH$ von zweiter Ordnung ist.

2. Die säkulare Beweglichkeit der Magnetnadel. Wenn man die Veränderlichkeit der Deklination eines Ortes innerhalb eines langen Zeitraums kennzeichnen und diese Veränderlichkeit von verschiedenen Orten vergleichen will, so kann man dies unter anderem dadurch tun, daß man den ganzen Zeitraum in lauter gleiche Zeiteinheiten einteilt, für jede Zeiteinheit den absoluten Betrag der in dieser Zeiteinheit erfolgenden Veränderung der Deklination feststellt und dann für den ganzen Zeitraum den Mittelwert aller dieser Beträge nimmt. Es ist nur der absolute Betrag berücksichtigt, wo es sich nur um den Grad, nicht um die Richtung der Veränderlichkeit handelt.

So wählte ich für den betrachteten 300jährigen Zeitraum ein Jahrzehnt als Zeiteinheit und nannte jenen Mittelwert der absoluten Deklinationsänderung in der Zeiteinheit die säkulare Beweglichkeit der Magnetnadel. Für diesen einfachen Begriff kann Herr Bauer keinen einwandfreien physikalischen Sinn finden.

3. Orientierung über die Verläßlichkeit. Herr Bauer bemängelt es, daß ich über die Verläßlichkeit des benutzten Beobachtungsmaterials nicht orientiert hätte. Ich habe allerdings in meiner zu Beginn als „Auszug" gekennzeichneten Mitteilung eine genauere Orientierung hierüber unterlassen; war doch dieselbe bereits von meinem Gewährsmann W. van Bemmelen, dessen Werk ich die Werte der säkularen Variation von 1600—1850 entnommen hatte, in so ausführlicher Weise dadurch gegeben, daß er sämtliche 5276 Originalbeobachtungen und alle die einzelnen Schritte bis zur Ableitung des Resultats, sowie seine Erfahrungen über die Genauigkeit des Materials darlegt. Herr Bauer würde der Wissenschaft einen großen Dienst erweisen, wenn er seinerseits den Wunsch nach besserer Orientierung über die Verläßlichkeit seiner Resultate voll befriedigen würde. Dies trifft besonders auch auf sein großartiges Unternehmen, die magnetische Vermessung des Weltmeers zu, wo Herr Bauer für zwei Elemente einseitig belastete Nadeln benutzt, deren Mittellage an Bord keineswegs identisch ist mit der Ruhelage bei fester Aufstellung[1]): die Mittellage wird beobachtet, aber allem Anschein nach wird sie als Ruhelage in Rechnung gestellt, ohne daß über die hierbei entstehenden Fehler Angaben gemacht würden. Zu einer näheren Begründung ist hier nicht der Ort.

4. Was meine „ganz willkürliche Definition der säkularen Variation" betrifft, so darf ich auf die erwähnte Arbeit in der Met. Zeitschrift verweisen. Herr Bauer wird danach vielleicht verstehen, warum ich „die Resultate anderer veröffentlichter, umfassenderer Arbeiten (worunter seine eigenen gemeint sind) nicht genügend berücksichtigt habe". Die anderen wesentlichen Punkte darf ich durch meine zweite verbessernde Mitteilung als erledigt ansehen.

1) Siehe die Entwicklung des Begriffs der „dynamischen Deviation" in Bd. V, Heft 2 der Dtsch. Südp.-Exp.: „Erdmagnetische Seebeobachtungen und anschließende Untersuchungen" vom Verfasser.

Wilhelmshaven, 1. August 1911.

(Eingegangen 14. August 1911.)

BESPRECHUNGEN.

Müller-Pouillet, Lehrbuch der Physik und Meteorologie. 10. umgearbeitete und vermehrte Auflage herausgegeben von L. Pfaundler. 4. Bd. 1. Abteil. Magnetismus und Elektrizität von W. Kaufmann und A. Coehn. gr. 8. XII u. 622 S. Braunschweig, Fr. Vieweg & Sohn. 1909. M. 13.—

Da die 9. Auflage des Bandes über Magnetismus und Elektrizität des Müller-Pouilletschen Lehrbuches im Jahre 1888 erschien, so erforderte die Neuherausgabe eine völlige Umarbeitung wegen der rapiden Ent-

wickelung dieses Gebietes in den letzten 20 Jahren, die sowohl die Maxwellsche Theorie wie die atomistische Theorie der Elektrizität umfaßt. Der vorliegende Halbband enthält die folgenden 7 Kapitel:

1. Grundtatsachen des Magnetismus, das Coulombsche Gesetz und seine Folgerungen.
2. Theorie des magnetischen Kraftflusses.
3. Grundtatsachen der Elektrostatik.
4. Theorie des elektrischen Feldes.
5. Der elektrische Strom.
6. Elektromagnetische Maßeinheiten. Gesetze von Ohm, Kirchhoff, Joule.
7. Elektrizitätsleitung und Elektrizitätserregung in Leitern zweiter Klasse (Elektrochemie).

Die Neubearbeitung ist mit außerordentlicher Sorgfalt und Exaktheit durchgeführt, die Darstellung ist klar und einfach, die entwickelten Gesetze werden durch anschauliche, größtenteils zu Demonstrationen geeigneten Versuche illustriert. Diese Versuche sind ausnahmslos vom Verfasser selbst durchgeführt, so daß die Anweisung zu denselben als ein sicherer Führer zu betrachten ist. Der Tradition des Werkes entsprechend ist die Anwendung der höheren Mathematik bei den theoretischen Ausführungen vermieden. Bei dem gegenwärtigen Stande des Schulunterrichts, in dem bereits teilweise die Grundlagen der Infinitesimalrechnung aufgenommen sind, ist dieser offenbar veraltete Standpunkt wohl kaum zu billigen. Die Leser, welche sich so eingehende Kenntnisse der Physik aneignen wollen, wie sie in diesem Werke tatsächlich geboten werden, werden schließlich doch nicht umhin können, sich etwas mit der Differential- und Integralrechnung zu beschäftigen; ebenso würde die Kürze und Durchsichtigkeit der Darstellung durch die Verwendung der höheren Analyse gewinnen. Doch ist zuzugeben, daß Herr W. Kaufmann, der hier selbst an die Tradition gebunden war und für eine spätere Auflage Befreiung davon erhofft, sich mit den so erforderlichen Kompromissen geschickt abgefunden hat. Sehr dankenswert ist die übersichtliche Beschreibung auch der modernsten experimentellen Hilfsmittel. Die Geschichte des Galvanismus ist etwas ausführlicher wiedergegeben; so interessant dies in mancher Hinsicht zweifellos ist, und so richtig der moderne Standpunkt auch wiedergegeben ist, so scheint doch dem Ref. den Voltaschen Fundamentalversuchen, wie dies allerdings in den meisten Lehrbüchern der Physik immer noch geschieht, ein etwas allzu breiter Raum eingeräumt zu sein.

Das 7. Kapitel (Elektrochemie), das in den Lehrbüchern der Physik leicht etwas stiefmütterlich behandelt wird, ist hier von einem speziellen Fachmanne, Herrn Professor Coehn, bearbeitet, der durch seine Arbeiten auf diesem Gebiete wohl bekannt ist. Der Autor gibt hier auf nicht ganz 100 Seiten eine vorzügliche, dem modernen Stande dieser Wissenschaft gerecht werdende Übersicht über das weite Gebiet der Elektrochemie, die in knapper Fassung einen reichen Inhalt bietet. Dies Kapitel ist ebenso wie die vorhergehenden von Professor Kaufmann durch zahlreiche, anschauliche Demonstrationsversuche und Apparatbeschreibungen erläutert.

Das vorliegende Buch gibt alles Wesentliche der hier behandelten Gebiete in großer Vollständigkeit wieder; bei der Willkür jeder Einteilung kann ein endgültiges Urteil in dieser Hinsicht natürlich erst nach Erscheinen des zweiten Halbbandes gefällt werden. Aber schon jetzt läßt sich sagen, daß die vorliegende Bearbeitung mit zu den besten Lehrbüchern der experimentellen Elektrizität und des Magnetismus gehören wird. Hoffentlich wird auch der zweite Halbband baldigst erscheinen.

F. Krüger.

Personalien.

(Die Herausgeber bitten die Herren Fachgenossen, der Redaktion von eintretenden Änderungen möglichst bald Mitteilung zu machen.)

Habilitiert: An der Böhmischen Technischen Hochschule Prag Dr. Cyrill Krauz für organische Chemie, der Privatdozent für organische Chemie an der Universität Bern Dr. Viktor Lampe in gleicher Eigenschaft an der Universität Krakau.

Ernannt: Der Lecturer of Physical Chemistry an der Universität Birmingham Dr. Alexander Findlay zum Professor für Chemie am University College of Wales in Aberystwyth, der Astronome adjoint am Observatorium von Paris Gaston Fajet zum Astronome an der Sternwarte von Nizza, der Privatdozent an der Universität Agram Dr. Stanko Hondl zum etatmäßigen a. o. Professor der Physik ebenda, der Professor für physikalische Chemie an der Universität Berkeley Dr. Frederick Gardner Cottrell zum Chefphysikochemiker für die westlichen Staaten beim Bureau of Mines in Washington, der Professor der Chemie an der Stanford University Dr. Edward Curtis Franklin zum Professor der Chemie am U. S. Public Health and Marine Hospital Service in Washington, die a. o. Professoren an der Technischen Hochschule Stockholm Pontus Hermann Henriques (darstellende Geometrie), Dr. Edvard Jäderin (Geodäsie), Dr. Per Konstantin af Bjerkén (allgemeine Physik), Carl Johan Fredrik Malcolm Lilliehöök (Schiffsbaukunst) und Dr. Jakob Georg Petrén (Metallurgie und Hüttenkunde) zu ord. Professoren.

Verliehen: Dem Privatdozent für physikalische Chemie an der Universität Wien und für physikalische Chemie und Elektrochemie an der Technischen Hochschule ebenda Dr. Emil Abel der Titel Professor.

In den Ruhestand: Der ord. Professor der Physik an der Universität Agram Dr. Vinko Dvořák (wird aber noch Vorlesungen halten).

Gestorben: Der ord. Professor der Agrikulturphysik und Bodenkunde an der Universität von Wisconsin in Madison Dr. Franklin H. King, der Professor der theoretischen Physik an der Universität Utrecht Dr. C. H. Wind, der Schriftsteller für mathematische Geographie und Astronomie Professor i. R. Dr. August Weiler in Mannheim, der ord. Professor der Chemie an der Sorbonne in Paris Dr. Louis Joseph Troost, der frühere Professor der Chemie an der Missouri University in Columbia Dr. Joh. P. Schweitzer.

Gesuche.

Für die Redaktion verantwortlich Professor Dr. Friedrich Krüger in Danzig-Langfuhr. — Verlag von S. Hirzel in Leipzig.
Druck von August Pries in Leipzig.

PHYSIKALISCHE ZEITSCHRIFT

No. 22/23. 15. November 1911. Redaktionsschluß für No. 24 am 11. November 1911. 12. Jahrgang.

INHALT:

83. Versammlung deutscher Naturforscher und Ärzte in Karlsruhe vom 24. bis 30. September 1911.

In den allgemeinen Versammlungen wurden folgende Themen behandelt: E. Fraas-Stuttgart, Über die ostafrikanischen Dinosaurier, C. Engler-Karlsruhe, Über Zerfallsprozesse in der Natur[1]), H. Winkler-Tübingen, Über Pfropfbastarde, W. Einthoven-Leiden, Über neuere Ergebnisse auf dem Gebiete der tierischen Elektrizität, H. Braus-Heidelberg, Über die Entstehung der Nervenbahnen; in der Gesamtsitzung beider Hauptgruppen: S. Garten-Gießen, Über Bau und Leistungen der elektrischen Organe, W. Sievers-Gießen, Über die heutige und die frühere Vergletscherung der südamerikanischen Kordilleren, E. Arnold-Karlsruhe, Über das magnetische Drehfeld und seine neuesten Anwendungen. In der Gesamtsitzung der naturwissenschaftlichen Hauptgruppe sprachen: F. Haber-Karlsruhe über „Elektronenemission bei chemischen Reaktionen", G. Steinmann-Bonn über „Die Abstammungslehre; was sie bieten kann und was sie bietet", B. Schmidt-Zwickau über „Kinematographische Vorführung biologischer Schülerübungen"; in der Gesamtsitzung der medizinischen Hauptgruppe brachten A. Biedl-Wien und P. Morawitz-Freiburg ein „Referat über innere Sekretion".

Die physikalische Sektion war sehr stark besucht; eine der Sitzungen fand gemeinsam mit der chemischen Sektion statt. Das große Programm wurde bei dem flotteren Tempo der letzten Sektionssitzungstage glatt erledigt.

Die Sitzungen fanden statt im physikalischen Institut

1) Im Buchhandel bei S. Hirzel in Leipzig erschienen.

der Technischen Hochschule, dessen Hilfsmittel in bereitwilligster Weise zur Verfügung gestellt waren, wofür, wie überhaupt für die Organisation der physikalischen Sitzungen dem Direktor des Instituts und Einführenden der physikalischen Sektion, Herrn Geh. Hofrat Professor Dr. O. Lehmann besonderer Dank gebührt. In den Sammlungs- und Experimentierräumen des Instituts waren die Originalapparate von Heinrich Hertz, sowie eine große Anzahl mikroskopischer Demonstrationen aller möglichen Präparate flüssiger Kristalle, ferner Apparate für elektrische Entladung und große Unterrichtsapparate ausgestellt.

Ein Ausflug am Donnerstag Nachmittag führte die Teilnehmer nach Baden-Baden, ein weiterer am Freitag nach Heidelberg, wo im Lenardschen Institut sehr interessante Demonstrationen stattfanden.

Das Programm der Sitzungen war folgendes:

1. Sitzung, Montag den 25. September, nachmittags 3 Uhr.

Vorsitzender: O. Lehmann (Karlsruhe).

1. O. Lehmann (Karlsruhe): Einleitende Bemerkungen.
2. A. Sommerfeld (München): Das Plancksche Wirkungsquantum und seine allgemeine Bedeutung für die Molekularphysik.
3. F. Hasenöhrl (Wien): Die Wahrscheinlichkeit in der Physik.
4. P. Weiss (Zürich): Die rationalen Verhältnisse der magnetischen Momente der Moleküle und das Magneton.
5. H. Boas: Eine Methode zur Erzeugung gleichgerichteter Hochspannungsstöße mittels einer neuen Maschine mit besonderer Berücksichtigung der Verwendung zur Erzeugung von Röntgenstrahlen; mit Vorführungen.

2. Sitzung, gemeinsam mit den Abteilungen für Chemie und angewandte Chemie der Nahrungsmittelchemie, Dienstag, den 26. September, vormittags 9 Uhr.

Vorsitzende: Weiss (Zürich), Beckmann (Leipzig).

6. J. Perrin (Paris): Brownsche Molekularbewegung.
7. A. Cotton (Paris): Sur la biréfringence magnétique des liquides (Nouvelles recherches en collaboration avec M. Henri Mouton).
8. R. Leiser, Elektrische Doppelbrechung der Gase.
9. J. v. Kowalski (Freiburg i. Schweiz): Über die Phosphoreszenz organischer Verbindungen bei tiefen Temperaturen.
10. H. Lehmann (Jena): Lumineszenzanalyse mittels der *U*-*V*-Filterlampe, mit Demonstrationen.
11. A. Remelé (Eberswalde): Neue Beobachtungen über dunkle Strahlungen.
12. J. Zenneck (Danzig): Demonstration eines Versuchs über die chemische Wirkung der elektrischen Entladung.

3. Sitzung, Dienstag, d. 26. September, nachmittags 3 Uhr.

Vorsitzende: Hoppe (Hamburg) und Weiss (Zürich).

13. Br. Glatzel (Charlottenburg): Das elektrische Verhalten des Selens bei intermittierender Belichtung, sowie Mitteilungen über trägheitslose Selenanordnungen.
14. A. Bestelmeyer (Göttingen): Über die spezifische Ladung langsamer Kathodenstrahlen.
15. W. Gaede (Freiburg): Über die äußere Reibung der Gase; mit Vorführungen.

4. Sitzung, Mittwoch, d. 27. September, vormittags 9 Uhr.

Vorsitzender: Himstedt (Freiburg).

16. J. Koenigsberger (Freiburg i. B.): Physikalische Messung der chemischen Affinität.
17. G. Meyer (Freiburg i. B.): Über die Kapillaritätskonstanten von Amalgamen, z. T. nach Versuchen von Dr. F. Schmidt.
18. W. Nernst (Berlin): Über ein allgemeines Gesetz, das Verhalten fester Stoffe bei sehr tiefen Temperaturen betreffend.
19. H. Rubens (Berlin): Absorption langwelliger Wärmestrahlen in einigen Gasen.
20. E. Budde (Charlottenburg): Zur Theorie des Michelsonschen Versuches.
21. F. Streintz (Graz): Der Widerstand zwischen Metall und Kristall.
22. W. König (Gießen): Neuere Untersuchungen zur Theorie der Kundtschen Staubfiguren.
23. J. Wallot (Stuttgart): Elektrische Drahtwellen.
24. C. Ramsauer (Heidelberg): Über die Wirkung sehr kurzwelligen ultravioletten Lichtes auf Gase.
25. V. F. Hess (Wien): Die Absorption der γ-Strahlen in der Atmosphäre.
26. C. Beckenhaupt (Altenstadt-Weißenburg): Über die physikalischen Verhältnisse, welche bei dem Relativitätsprinzip und der Vierdimensionalität in Betracht kommen.

5. Sitzung, Mittwoch, d. 27. September, nachmittags 5 Uhr.

Vorsitzender: A. Gockel (Freiburg i. Ü.).

27. Br. Glatzel (Charlottenburg): Eine Maschine zur Demonstration von Wechselstromvorgängen.
28. H. Löwy (Göttingen): Die Fizeausche Methode zur Erforschung des Erdinnern.
29. R. Müller-Uri (Braunschweig): Neue physikalische Apparate.
30. A. Eucken (Berlin): Die Wärmeleitfähigkeit einiger Kristalle bei tiefen Temperaturen.
31. L. Geiger (Göttingen): Konstitution des Erdinnern, erschlossen aus den Bodenverrückungen der longitudinalen Erdbebenwellen.
32. M. Laue (München): Bemerkungen zum Hebelgesetz in der Relativitätstheorie.
33. K. Reichert (Wien): Das Fluoreszenzmikroskop.
34. A. L. Bernoulli (Bonn): Die thermoelektrischen Erscheinungen an Einsteinschen Körpern.
35. L. Hopf (München): Über die Frage nach der Stabilität von Flüssigkeitsströmungen.

6. Sitzung, Donnerstag, d. 28. September, nachmittags 3 Uhr.

Vorsitzender: W. Nernst (Berlin).

36. Ch. Mauguin (Paris), Über die optischen Eigenschaften homogener flüssiger Kristalle.
37. E. F. Huth (Berlin): Direkt zeigender Wellenmesser. — Ein neues Saitengalvanometer. — Glimmerdrehkondensator. — Einfacher Empfangsapparat, speziell für Aufnahme des Zeitsignals.
38. H. Boas (Berlin): Eine neue Stoßfunkenstrecke, die Erzeugung hochfrequenter Ströme damit, mit Demonstrationen.
39. A. Hagenbach (Basel): Die verschiedenen Formen des Kupfer- und Eisenbogens.
40. K. Scheel (Charlottenburg): Über die spezifische Wärme der Luft bei -180^0, -80^0 und $+20^0$ (nach gemeinsamen Versuchen mit Herrn W. Hause).
41. F. Neesen (Berlin): Über das Ätherkalorimeter.
42. A. Becker (Heidelberg): Über die Absorption der Kathodenstrahlen.
43. W. Hammer (Freiburg i. B.): Über eine Messung der Geschwindigkeit von Kanalstrahlen nach einer direkten Methode.
44. E. Grüneisen (Charlottenburg): Zur Theorie einatomiger fester Körper.
45. M. Reinganum (Freiburg i. B.): Streuung und photographische Wirkung der α-Strahlen (nach gemeinsam mit F. Mayer angestellten Versuchen).
46. F. A. Schulze (Marburg): Die Wärmeleitfähigkeit einiger Reihen von Edelmetallegierungen.
47. J. F. H. Schulz (Hamburg): Einige Bemerkungen zur Sonnenphysik.
48. O. Lehmann (Karlsruhe): Kristallinische und amorphe Flüssigkeiten.

F. K.

VORTRÄGE UND DISKUSSIONEN VON DER 83. NATURFORSCHERVERSAMMLUNG ZU KARLSRUHE.

Aus der Sektion für Physik:

F. Hasenöhrl (Wien), Über die Grundlagen der mechanischen Theorie der Wärme.

Die erste und auch heute noch als die allgemeinste anzusehende Definition der Entropie hat Boltzmann gegeben: Die Entropie ist proportional dem log der Wahrscheinlichkeit. Wahrscheinlichkeit ist die Anzahl der (molekular verschiedenen) Zustände, welche demselben molaren Zustande zugrunde liegen können. Diese Definition gibt die Entropie auch für Zustände an, welche nicht als thermodynamisches Gleichgewicht gelten können. Planck bezeichnet sie daher mit Recht als die am meisten sachgemäße.

Die Verwertung der obigen Definition fordert aber tiefgehende Voraussetzungen über den molekularen Bau des zu betrachtenden Körpers. Wenn man da auf Schwierigkeiten stößt, muß man sich mit Entropiedefinitionen begnügen, welche sich von vornherein auf thermodynamische Gleichgewichtszustände beschränken, dafür aber in anderer Beziehung äußerst allgemein gehalten werden können. Solcher Entropiedefinitionen gibt es viele; die wichtigsten rühren von Boltzmann, Clausius, Helmholtz und Gibbs her.

Wir wollen unseren Betrachtungen die Entropiedefinition zugrunde legen, welche auf dem Begriff der sogenannten kanonischen Gesamtheit beruht. Sie ist vielleicht am besten geeignet, die Schwierigkeiten, welche dem mechanischen Weltbilde gegenüberstehen, sowie die Versuche, diese Schwierigkeiten zu lösen, einfach darzustellen.

Wir betrachten also eine Gesamtheit von N Systemen. Der Zustand jedes Systems sei durch n generalisierte Koordinaten q und ebenso viele generalisierte Impulse p gegeben. Die Zahl der Systeme, deren Phase innerhalb des Elementes

$$dq_1 \ldots dq_n \, dp_1 \ldots dp_n$$

liegt, sei:

$$N e^{\frac{\psi - E}{\Theta}} \, dq_1 \ldots dp_n .$$

Eine solche Gesamtheit hat im wesentlichen zuerst Boltzmann[1]) studiert; er nennt sie eine Holode. Später hat Gibbs ihre Eigenschaften ausführlich untersucht; von ihm rührt die jetzt allgemein übliche Bezeichnungsweise „kanonische Gesamtheit“ her.

Sehr wesentlich ist, daß diese kanonische Gesamtheit auch als „Zeitgesamtheit“ aufgefaßt werden kann, wobei das betrachtete System mit einem andern von sehr großer Energie in Verbindung stehend anzusehen ist. Es entspräche das einem Körper, der sich in einem Bad von gegebener Temperatur befindet. Dadurch wird aus dem ideellen Begriff der Gesamtheit vieler Systeme eine tatsächlich eintretende Reihe von Zuständen eines einzigen Systems.

Wenn das Bad ein ideales Gas ist, läßt sich die obige Behauptung leicht beweisen[1]). Sie wurde für diesen Fall zuerst von Boltzmann aufgestellt[2]). Der allgemeine Beweis, wie er von Gibbs geführt wurde, scheint mir allerdings nicht genügend präzisiert.

Die Größe ψ ist durch die Gleichung:

$$e^{-\frac{\psi}{\Theta}} = \underset{\text{über alle Phasen}}{\int \cdot \cdot \int} e^{-\frac{E}{\Theta}} \, dq_1 \ldots dp_n \qquad (1)$$

gegeben. Bezeichnet man die mittlere Energie mit $\bar{E}$, also

$$\bar{E} = \int \cdot \cdot \int E e^{-\frac{E}{\Theta}} \, dq_1 \ldots dp_n ,$$

so sind $\bar{E}$, Θ, $\frac{\psi - \bar{E}}{\Theta}$ die Analoga von Energie, Temperatur und Entropie. Formal genügt die eine Gleichung (1), wenn man ψ als freie Energie interpretiert, das ist also

$$\bar{E} = -\Theta^2 \frac{d}{d\Theta}\left(\frac{\psi}{\Theta}\right); \quad S = \frac{\psi - \bar{E}}{\Theta}, \qquad (2)$$

setzt.

Definiert man das Phasenvolum V durch die Beziehung

$$V = V(E) = \int \cdot \cdot^{E} \int dq_1 \ldots dp_n ,$$

wo das Integral über alle Phasen zu erstrecken ist, deren Energie $\leq E$ ist, so kann (1) in der Form

$$e^{-\frac{\psi}{\Theta}} = \int_0^\infty dV e^{-\frac{E}{\Theta}} \qquad (3)$$

1) „Über die Eigenschaften monozyklischer und anderer damit verwandter Systeme“, Wien. Ber. **90**, 1884; Wissenschaftl. Abhandl. III, N. 73, S. 132. — Es ist allgemein bekannt, daß Boltzmann auch die mikrokanonische Gesamtheit, die er Ergode nennt, untersucht hat. Weniger bekannt scheint es aber zu sein, daß er auch (bereits in der erwähnten Abhandlung) gezeigt hat, daß der log des Phasenvolums als Analogon der Entropie dienen kann. Zwei von den sogenannten Gibbsschen Entropiedefinitionen rühren schon von Boltzmann her.

1) Am einfachsten mit Hilfe eines Gedankenganges, der dem ähnlich ist, den kürzlich Herr Lenz in seinem Beweise des Maxwellschen Verteilungsgesetzes benutzt hat. (Diese Zeitschr. **11**, 1175, 1910.)

2) L. Boltzmann, Analytischer Beweis des II. Hauptsatzes aus den Sätzen über das Gleichgewicht der lebendigen Kraft. (Wien. Ber. **63**, 712, 1871; Wiss. Abh. I, Nr. 20, S. 288.)

geschrieben werden. Man hat dann bei Ausführung der Integration E als Funktion $E(V)$ von V aufzufassen.

Setzt man an Stelle des Integrals eine Summe, also

$$e^{-\frac{\psi}{\Theta}} = \sum_m h e^{-\frac{E_m}{\Theta}}, \tag{4}$$

wobei $E_m = E(mh)$ ist, so leistet dieser Ausdruck formal dasselbe wie (3). [Die Beziehungen (2) gelten, wie man sich leicht überzeugt, in ganz gleicher Weise.]

Wenn man aber weitergeht und die so modifizierte kanonische Gesamtheit als Zeitgesamtheit auffaßt, so muß man annehmen, daß das betrachtete System nicht eine kontinuierliche Reihe von Energiewerten haben kann, sondern daß seine Energie nur der diskreten Reihe von Werten

$$0,\ E_1,\ E_2, \ldots E_m \ldots$$

fähig ist[1]).

Diese Annahme wurde von Planck gemacht, und mit ihrer Hilfe die Entropie eines Systems von einem Freiheitsgrade, das eine periodische Bewegung vollführt, eines Oszillators berechnet. Für ein solches System gilt, wie man sich leicht überzeugt, allgemein die Relation

$$dV = \tau dE,$$

oder

$$dE = \nu dV,$$

wo τ die Schwingungsdauer, ν die Schwingungszahl ist. Planck setzt letztere als konstant voraus und erhält so für die Differenz zweier aufeinanderfolgender möglicher Energiewerte den Ausdruck $h\nu$, das „Energieatom". Dasselbe ist der Frequenz proportional, während das „Phasenelement" oder „Wirkungselement" h für alle Oszillatoren denselben Wert $6{,}5 \cdot 10^{-27}$ ergsec hat.

1) Man könnte allerdings versuchen, den Ansatz (4) formal anders zu deuten. Man könnte annehmen, daß die Energie zwar aller Werte zwischen 0 und ∞ fähig ist, daß aber die Anzahl der Systeme, deren Energie zwischen E und $E + \Delta E$ liegt, durch $e^{-\frac{E_m}{\Theta}}$ gegeben ist, wobei aber ΔE endlich und E_m ein Mittelwert zwischen E und $E + \Delta E$ ist. Im Intervall ΔE wäre dann die Verteilung der Systeme etwa gleichförmig.

Analog hätte man in der ersten Boltzmannschen Entropiedefinition diese letztere als den log der Wahrscheinlichkeit für eine bestimmte Größe des Elementargebietes zu definieren. Diese Auffassung hätte das für sich, daß die Wahrscheinlichkeit einer Verteilung strenge genommen nur einen Sinn hat, wenn man sich auf eine bestimmte Größe des Elementargebietes bezieht. Man wird aber durch diese Auffassung nicht auf ein Elementargebiet von bestimmter Größe geführt, wenn man nicht eine neue Hypothese einführt, etwa die, daß in der Natur nur der wahrscheinlichste Zustand für eine bestimmte Größe des Elementargebietes angestrebt wird. Eine solche Hypothese würde wohl auch sehr schwer auf gewohnte Vorstellungen zurückführbar sein und wäre in der Durchführung gewiß viel weniger einfach als die Quantenhypothese.

Es wird dann Gl. (4)

$$e^{-\frac{\psi}{\Theta}} = \sum_{m=0}^{\infty} h e^{-\frac{mh\nu}{\Theta}}, \tag{5}$$

woraus sich sofort die bekannten Planckschen Ausdrücke für Energie und Entropie des Oszillators ergeben, die so glänzend mit der Erfahrung übereinstimmen.

Das Motiv, welches Planck bewog, den klassischen Ansatz (3) zu verlassen und die auf den ersten Blick so befremdende Quantenhypothese einzuführen, war das Bestreben, der sogen. Äquipartition der Energie zu entrinnen.

Aus (1) folgt nämlich, daß die mittlere lebendige Kraft, die einem Momentoid entspricht, für alle Momentoide gleich ist. Läßt sich die Energie in der Form

$$(a_1 q_1^2 + b_1 \dot{q}_1^2) + (a_2 q_2^2 + b_2 \dot{q}_2^2) + \cdots \tag{6}$$

darstellen (Normalkoordinaten), so hat auch jeder der Ausdrücke in den runden Klammern denselben Mittelwert.

Nun läßt sich die Energie eines Systems beliebiger Oszillatoren und auch die Energie eines von Strahlung erfüllten Hohlraumes in der obigen Form darstellen; es gilt also für ein derartiges System das Gesetz von der Äquipartition der Energie, welches in zwingender Weise zum Jeansschen Strahlungsgesetz führt, das mit der Erfahrung unvereinbar ist.

Der Ausdruck (5) enthält jedoch eine für jeden Resonator charakteristische Konstante ν; es besteht zwischen E und Θ keine allen Resonatoren gemeinsame Relation und die Äquipartition tritt nicht ein.

Es muß ferner die Energie eines jeden Körpers bei tiefer Temperatur die Form (6) haben. (Bei tiefer Temperatur können im Ausdrucke für die potentielle Energie die höheren Potenzen der Koordinaten vernachlässigt werden.) Formal läßt sich also jeder Körper bei tiefer Temperatur als ein System von Resonatoren auffassen. Man versteht demnach, wie die Plancksche Quantentheorie auch hier angewendet werden kann. Das hat A. Einstein getan, und es ist bekannt, daß seine Resultate durch nachträglich gemachte Experimente bestätigt wurden, deren Ergebnisse der klassischen Theorie die größte Schwierigkeit bereiten.

Es muß noch erwähnt werden, daß die schon längst bekannten Werte des Verhältnisses der spezifischen Wärmen in mehratomigen Gasen auch nur schwer mit dem Äquipartitionstheorem vereinbar sind. Auch hier erleichtert die Quantenhypothese das Verständnis der Tatsachen. Eine fertige Theorie liegt aber da noch nicht vor.

Es ist bisher nicht gelungen, das Wirkungselement h gewohnten Vorstellungen anzupassen. Zweifellos ist aber die Plancksche Annahme

eine höchst brauchbare Arbeitshypothese. Es wäre daher vielleicht jetzt am besten, die Frage, ob die Plancksche Annahme zu gewagt ist oder nicht, beiseite zu lassen und sich zu bemühen, dieselbe dadurch zu prüfen, daß man ihre Konsequenzen womöglich auch auf einem andern Gebiete verfolgt.

Leider stellen sich sofort große Schwierigkeiten ein, wenn man zu Systemen von mehreren Freiheitsgraden überzugehen trachtet. Es liegt dies u. a. daran, daß es wenigstens nicht ohne weiteres gelingt, eine Beziehung aufzustellen, welche der Gleichung:

$$\int dV_1 e^{-\frac{E_1}{\Theta}} \int dV_2 e^{-\frac{E_2}{\Theta}} = \int dV e^{-\frac{E}{\Theta}},$$

$$E = E_1 + E_2; \quad V(E) = \int_0^{V_1(E)} dV_1 \cdot V_2(E - E_1),$$

der Deutung des Additionstheorems der Entropie in der klassischen Theorie analog wäre.

Eine andere, ganz naheliegende Verallgemeinerung der Planckschen Theorie wäre folgendes: Der Plancksche Resonator führt rein harmonische Schwingungen aus; seine Schwingungszahl ist von der Energie unabhängig. Das ist in der Natur sicher nur sehr angenähert der Fall. Bei beträchtlichen Werten der Energie kann die Kraft, welche das schwingende Teilchen in die Ruhelage zurückzuziehen trachtet, unmöglich der Elongation proportional sein; die Erscheinungen der Ionisation, Dissoziation u. dergl. lassen es vielmehr als sicher erscheinen, daß bei großer Elongation diese Kraft gleich Null wird, und das Teilchen gar nicht mehr zur Ruhelage zurückkehrt.

Wir wollen demnach einen Resonator studieren, bei dem die Schwingungsdauer τ eine beliebige Funktion der Energie $\tau(E)$ ist. Man kann wohl nicht annehmen, daß sich ein solcher Oszillator prinzipiell anders verhält als der Plancksche. Es wäre aber nicht konsequent, auch hier gleich große Energieelemente anzunehmen; es entspricht vielmehr der Planckschen Auffassung, wieder den Phasenraum (die Phasenebene) in gleich große Elementargebiete h einzuteilen, die von Kurven konstanter Energie begrenzt sind.

Wir benutzen wieder die Relation

$$dV = \tau dE,$$

teilen also die Phasenebene durch die Kurven

$$E = E_1, \quad E = E_2, \quad \ldots \quad E = E_m \ldots \quad (7)$$

so ein, daß

$$\int_0^{E_1} \tau dE = \int_{E_1}^{E_2} \tau dE = \cdots = \int_{E_m}^{E_{m+1}} \tau dE = \cdots = h \quad (8)$$

ist, und nehmen weiter an, daß die Energie des Resonators nur die Werte o, E_1, E_2... annehmen kann, welche Werte aber jetzt nicht ganzzahlige Vielfache eines „Energieatoms" sind. Die Folge davon ist, daß auch die Schwingungsdauer τ nicht eine kontinuierliche Reihe von Werten, sondern nur die diskrete Reihe von Werten

$$\tau_1 = \tau(E_1); \quad \tau_2 = \tau(E_2); \; \ldots$$

annehmen kann, und dasselbe gilt natürlich auch von der Schwingungszahl.

Diese Werte sind durch die Größe des Phasenelementes h und durch die Art der Funktion $\tau(E)$ eindeutig gegeben.

Der einfachste Fall wäre, daß etwa $\frac{d\nu}{dE}$ konstant $= c$ ist. Man wird das immer annehmen können, wenn die Änderungen von E relativ klein sind. Ist die Konstante c auch genügend klein, so ändern sich τ und ν im Gebiete h so wenig, daß

$$\int \tau dE = \tau \Delta E = \frac{1}{\nu} \Delta E = h$$

gesetzt werden kann. Wir haben dann wieder:

$$\Delta E = h\nu, \quad (9)$$

also scheinbar denselben Ausdruck für das Energieelement wie früher; es ist aber hier ν nicht konstant, sondern eine lineare Funktion der Energie.

Die Differenz zwischen zwei aufeinanderfolgenden Werten der Schwingungszahl ist:

$$\Delta\nu = \frac{d\nu}{dE} \Delta E = ch\nu,$$

woraus

$$\left.\begin{aligned} \nu_m &= \nu_{m-1}(1 + ch) \\ &= \nu_1 (1 + ch)^m \end{aligned}\right\} \quad (10)$$

folgt. Da ch klein gegen 1 ist, kann für mäßige Werte von m

$$\nu_m = \nu_1 \left(1 + mch + \frac{m \cdot m - 1}{2} c^2 h^2\right)$$

gesetzt werden[1]). Es bilden dann die Differenzen aufeinanderfolgender Schwingungszahlen eine arithmetische Reihe. Das stimmt mit dem sogenannten ersten Deslandresschen Gesetze der Bandenspektren überein. Allerdings ist keine so einfache (einkonstantige) Gesetzmäßigkeit wie (10) beobachtet worden. Wir haben aber auch bloß die denkbar einfachste Abhängigkeit zwischen τ und E supponiert. Eine gewisse Ähnlichkeit mit den Gesetzen der Bandenspektren zeigt (10); und mehr ist da kaum zu erwarten.

Man könnte sich weiter fragen, wie der Zusammenhang zwischen Energie und Schwin-

1) $\frac{d\nu}{dE}$ und damit c kann sowohl positiv als auch negativ sein. Ist beispielsweise das Potential der Kraft, welche das Teilchen in seine Ruhelage zurückzieht, $a^2q^2 + bq^4$, so ist $\frac{d\tau}{dE} \gtrless 0$, je nachdem $b \lessgtr 0$ ist.

gungsdauer sein muß, damit die Reihe der möglichen Schwingungszahlen einer Serie von Spektrallinien entspricht, etwa der Wasserstoffserie, wie sie durch die Balmersche Formel so trefflich wiedergegeben wird.

Hier ist die Näherung (9) gewiß nicht mehr statthaft, da sich die Wasserstoffserie über einen großen Teil des Spektrums erstreckt. Man macht sich leicht klar, daß der Zusammenhang zwischen τ und E durch eine Kurve gegeben sein muß, wie sie in Fig. 1 dargestellt ist. Bei relativ kleinen Werten der Energie ist τ nahe gleich A;

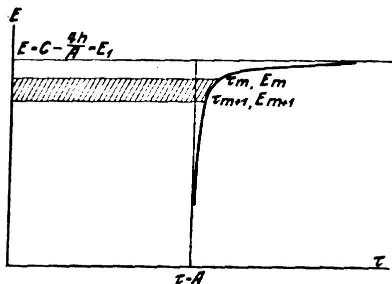


Fig. 1.

wächst die Energie, so nimmt τ anfangs sehr langsam zu; erst wenn sich die Energie dem Werte E_1 nähert, wird τ merklich größer, für $E = E_1$ wird es unendlich. (Ein Punkt, der sich unter dem Einfluß der Schwere auf einer Kurve bewegt, wie sie in Fig. 2 dargestellt ist,

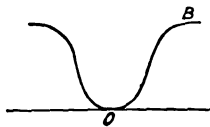


Fig. 2.

zeigt einen ähnlichen Zusammenhang zwischen Energie und Schwingungsdauer: ist die Energie so gering, daß der Punkt sich nicht weit vom tiefsten Niveau (o) entfernen kann, so ist die Periode nur wenig von der Energie abhängig; ist die Energie so groß, daß das Niveau in der Nähe von B erreicht wird, so nimmt τ mit der Energie rasch zu und wird schließlich unendlich).

Es ist ziemlich plausibel, sich die Beschaffenheit eines Oszillators, der Licht emittiert, ähnlich vorzustellen. Die Größe E_1 würde dann der Energiemenge entsprechen, welche gerade ausreicht, das schwingende Teilchen bleibend vom Anziehungszentrum zu trennen. Ehe diese Energie erreicht ist, muß die Schwingungsdauer sehr große Werte annehmen.

Zwei aufeinanderfolgende mögliche Schwingungsdauern τ_m und τ_{m+1} und die zugehörigen Energien E_m und E_{m+1} müssen der Bedingung

$$\int_{E_m}^{E_{m+1}} \tau \, dE = h$$

genügen, d. h. das schraffierte Flächenstück in Fig. 1 muß für je zwei beliebige aufeinanderfolgende Schwingungen dieselbe Größe haben.

Die Fig. 1 ist unter Annahme

$$\tau = \frac{A}{2}\left\{1 - \frac{E-C}{\sqrt{(E-C)^2 - \left(\frac{4h}{A}\right)^2}}\right\};$$

$$E = C - \frac{4h}{A}\sqrt{1 + \frac{A^2}{4\tau(\tau - A)}}$$

gezeichnet. (Die Konstante C hängt mit der früher definierten Größe E_1 durch die Gleichung

$$E_1 = C + \frac{4h}{A}$$

zusammen.)

Eine einfache Rechnung ergibt das unbestimmte Integral:

$$\int \tau \, dE = \frac{A}{2}\left\{(E-C) - \sqrt{(E-C)^2 - \left(\frac{4h}{A}\right)^2}\right\}$$

$$= -2h\left\{\sqrt{\frac{A^2}{4\tau(\tau-A)}} + \sqrt{1 + \frac{A^2}{4\tau(\tau-A)}}\right\}.$$

Dieser Ausdruck muß, zwischen den Grenzen τ_m und τ_{m+1} genommen, den konstanten (von m unabhängigen) Wert $-h$ annehmen. (Wir zählen m in dem Sinne, daß $\tau_{m+1} < \tau_m$ ist.) Es muß danach:

$$2h\left\{\sqrt{\frac{A^2}{4\tau_m(\tau_m - A)}} + \sqrt{1 + \frac{A^2}{4\tau_m(\tau_m - A)}}\right\} = hm$$

sein, und eine ganz elementare Rechnung ergibt:

$$\tau_m = A\frac{m^2}{m^2 - 4},$$

die Balmersche Formel.

Wir bemerken noch, daß die aufeinanderfolgenden Werte der Energie durch die Formel:

$$E_m = C - \frac{4h}{A}\frac{m^2 + 4}{4m}$$

gegeben sind. In diesen beiden Formeln kann m von 3 bis zu einer beliebig großen, aber endlichen Zahl gehen. Die größte Zahl entspricht der kleinsten Energie und der kleinsten Schwingungsdauer, deren der Oszillator fähig ist.

Es ist natürlich durchaus nicht zu verwundern, daß es gelingt, die Funktion $\tau(E)$ so zu bestimmen, daß die Schwingungszahlen genau der Balmerschen Formel entsprechen. Man könnte durch passende Wahl der genannten Funktion jedes beliebige derartige Gesetz er-

halten, so auch die Gesetze von Kayser und Runge, oder das von Rydberg u. a. Die hier vorgebrachte Theorie, wenn ich das Wort gebrauchen darf, ist eben sehr dehnsam, und das ist wohl in Anbetracht der großen Kompliziertheit der Spektren auch nötig. Sie macht diese Kompliziertheit verständlich, ohne daß es nötig ist, einen allzu verwickelten Bau des leuchtenden Partikels anzunehmen.

Die Hypothese, daß ein Oszillator nur bestimmte, diskrete Energiewerte annehmen kann, rührt, wie schon oft erwähnt, von Planck her. Kürzlich hat er allerdings gezeigt, daß die Annahme genügt, bloß die Emission gehe nach Quanten vor sich. Ich habe mich hier der ursprünglichen Planckschen Annahme angeschlossen.

Das, was hier zum Schlusse vorgebracht wurde, soll nicht eine Theorie der Gesetzmäßigkeiten der Spektren darstellen; das wäre viel zu anspruchsvoll. Es hat sich bloß um ein Beispiel gehandelt, in dem die Planckschen Annahmen verallgemeinert sind.

Diskussion.

Sommerfeld: Die Kurve (τ, ε), die der Herr Vortragende für die Balmersche Formel benötigt, ist wohl ziemlich genau die, die die Schwingungsdauer des Pendels für endliche Amplituden darstellt. Man könnte vielleicht auch von dieser letzteren ausgehen, und die Balmersche Formel bekommen.

Hasenöhrl: Ja. Die funktionelle Abhängigkeit zwischen Energie und Schwingungsdauer ist beim Pendel sehr ähnlich der von mir angenommenen; sie würde auch eine „Serie" liefern, aber nicht genau die Balmersche.

Pierre Weiss (Zürich), Über die rationalen Verhältnisse der magnetischen Momente der Moleküle und das Magneton[1]).

Ich beabsichtige zu zeigen, wie man die absoluten Werte der magnetischen Momente einer großen Zahl von Molekülen bestimmen kann, und daß alle diese Momente ein von mir Magneton genanntes gemeinsames Maß besitzen.

Einleitung.

Zusammenfassung der kinetischen Theorie des Magnetismus.

§ 1. Langevinsche Theorie des Dia- und Paramagnetismus.

Die Langevinsche kinetische Theorie deckt sich in bemerkenswerter Weise mit den Tatsachen. Ich stütze mich im folgenden auf diese Theorie. Sie ist namentlich der Ausgangspunkt derjenigen des molekularen Feldes, mit Hilfe welcher ich die Erscheinungen des Ferromagnetismus der Rechnung unterworfen habe.

Langevin schreibt den Dia- und den Paramagnetismus verschiedenen Ursachen zu. Der Diamagnetismus, der ebenso allgemein ist wie das mit ihm eng verwandte Zeemanphänomen, gehört allen Atomen ohne Unterschied an. Er besteht in der Änderung der Bewegung der Elektronen durch das magnetische Feld. Da diese Erscheinung sich im Inneren der Atome abspielt, ist sie durch deren Translations- oder Rotationsbewegungen, oder durch diejenigen der Moleküle, nicht beeinflußt. Sie ist daher unabhängig von der Temperatur, was in der Tat in vielen Fällen genau zutrifft.

Dann gelangt Langevin zur Erklärung des Paramagnetismus durch Einführung eines auf dem Symmetriebegriff beruhenden Unterschiedes zwischen den Molekülen. Er nimmt an, daß jedes Molekül eine große Anzahl von Elektronen enthält, welche geschlossene Bahnen beschreiben, von denen jede ein gewisses magnetisches Moment liefert. Das resultierende Moment kann dann wegen der Symmetrie, mit welcher die Bahnen in dem Molekül angeordnet sind, gleich Null sein, und, da das magnetische Feld auf das Molekül als Ganzes keine Wirkung ausübt, beschränkt sich sein Einfluß auf die diamagnetische Polarisation. Im entgegengesetzten Falle, wo das magnetische Moment von Null verschieden ist, hängt die Orientierung der Moleküle gleichzeitig ab vom Felde und von der thermischen Agitation. Ihre Bestimmung ist ein Problem der statistischen Dynamik, dessen Lösung auf dem Maxwell-Boltzmannschen Gesetz über die Verteilung der Moleküle unter die Lagen, welche verschiedenen Werten der potentiellen Energie entsprechen, beruht.

Es seien: σ_m die molekulare Magnetisierung, d. i. das magnetische Moment des Grammmoleküls[1]),

σ_{m0} ihr Maximalwert beim allgemeinen Nullpunkt, wo keine thermische Agitation die orientierende Wirkung des Feldes bekämpft,

H das magnetische Feld,

1) Der Ausdruck Magneton ist schon mehrmals gebraucht worden. Die hier bewiesene Existenz eines Momentes von ähnlich elementarem Charakter wie das Elektron gestattet kaum die Benutzung des Wortes in einem anderen Sinne, wie der von mir vorgeschlagene.

1) Es ist bequem, gleich die molekularen Größen einzuführen. Die Beziehung (1) besteht offenbar auch zwischen den spezifischen Magnetisierungen, welche sich auf die Masseneinheit beziehen. Sie ist noch richtig für die Magnetisierungsintensitäten (d. h. die magnetischen Momente pro Volumeneinheit) mit der Annäherung, welche der Vernachlässigung der thermischen Ausdehnung entspricht.

T die absolute Temperatur.

RT zweimal die kinetische Energie für einen Freiheitsgrad des Moleküls,

R ist auch die Konstante der Gasgleichung $p \cdot v = R \cdot T$, auf die molekulare Masse bezogen. ($R = 83{,}155 \times 10^6$ Erg pro Grad), dann ist:

$$\frac{\sigma_m}{\sigma_{m0}} = \coth a - \frac{1}{a}, \qquad (1)$$

wo a eine Abkürzung ist für:

$$a = \frac{\sigma_{m0} \cdot H}{R \cdot T}. \qquad (2)$$

Die Beziehung (1) ist durch die Kurve der Fig. 1 dargestellt, deren Abszissen a für eine gegebene Temperatur T mit den Feldern H proportional sind. Diese Figur zeigt, daß die

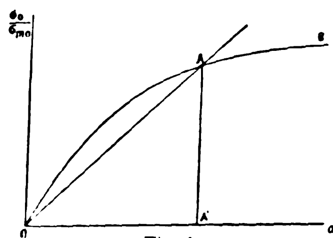


Fig. 1.

Magnetisierung zuerst mit dem Felde proportional, dann aber langsamer wächst, und daß sie für sehr intensive Felder der Grenze σ_{m0} zustrebt, einem Werte, den sie beim absoluten Nullpunkt für jedes beliebige Feld annehmen würde. Langevin hat gezeigt, daß für den Sauerstoff, das paramagnetische Gas, auf welches seine Theorie zunächst Anwendung findet, bei gewöhnlicher Temperatur die Abweichung von der Proportionalität erst in einem Felde von 100000 g beobachtbar wäre. Um so mehr sind die Magnetisierungen in der Nähe der Sättigung nicht erreichbar.

Entwickelt man den Ausdruck $\coth a - \frac{1}{a}$ in eine Reihe und behält nur das erste Glied bei, so wird die Gleichung (1),

$$\frac{\sigma_m}{\sigma_{m0}} = \frac{a}{3} = \frac{\sigma_{m0} \cdot H}{3RT} \qquad (3)$$

oder, da $\sigma_m : H$ den molekularen Magnetisierungskoeffizienten χ_m bedeutet:

$$\chi_m = \frac{\sigma_{m0}^2}{3RT}. \qquad (4)$$

Dieser Koeffizient ist also der absoluten Temperatur proportional: Es ist dies das Curiesche Gesetz. Die molekulare Curiesche Konstante ist:

$$C_m = \chi_m \cdot T = \frac{\sigma_{m0}^2}{3R}. \qquad (5)$$

Das Curiesche Gesetz bestätigt sich in vielen Fällen. Diejenigen, in welchen es nicht zutrifft, verlangen eine besondere Behandlung. Dazu gehören, wie du Bois und Honda[1]) vor kurzem gezeigt haben, die meisten Elemente.

§ 2. Das molekulare Feld. Die Langevinsche kinetische Theorie ist für den Paramagnetismus, was die Theorie von Daniel Bernoulli für die Kompressibilität der idealen Gase. Van der Waals hat diese letztere auf die Fluida im allgemeinen ausgedehnt durch eine Hypothese über die Wechselwirkungen der bis dahin unabhängigen Moleküle. Diese Hypothese wird eingeführt durch den inneren Druck, welcher, dem äußeren Drucke hinzugefügt, die große Dichte der Flüssigkeiten mit Hilfe der Eigenschaften der Gase erklärt. In ähnlicher Weise habe ich ein molekulares Feld eingeführt, welches, dem äußeren Felde hinzugefügt, mit Hilfe der Gesetze des Paramagnetismus die starke Magnetisierung der ferromagnetischen Körper erklärt:

Ich nehme an, daß die Wirkung der Gesamtheit der Moleküle auf eins unter ihnen äquivalent ist mit einem homogenen magnetischen[2]) Felde, welches der Intensität der Magnetisierung proportional und ihr parallel gerichtet ist. Dieses molekulare Feld ist also definiert durch:

$$H_m = N \cdot I, \qquad (6)$$

wo N eine Konstante und I die Intensität der Magnetisierung ist. Da diese letztere Größe das magnetische Moment pro Volumeinheit ist, kann man auch schreiben, indem man mit m das Molekulargewicht und mit D die Dichte bezeichnet:

$$H_m = N \frac{D}{m} \sigma_m. \qquad (7)$$

Die Moleküle, welche in wirksamer Weise zu diesem Felde beitragen, sind im Inneren einer Wirkungssphäre enthalten.

Ich habe außerdem angenommen, daß allein diese durch die Gleichung (6) ausgedrückten Wechselwirkungen bei der Rotation der Moleküle eine Rolle spielen, oder, mit anderen Worten, daß diese Moleküle, abgesehen vom molekularen Felde, in einem magnetischen Metalle ebenso frei drehbar sind wie in

1) du Bois und Honda, Proc. Acad. Amsterdam **12**, S. 596, 1910; Honda, Ann. d. Phys. **32**, 1027, 1910.

2) Es ist vorderhand bequem, sich die Wechselwirkungen der Moleküle als magnetische Kräfte vorzustellen. Aber dies ist durchaus nicht notwendig. Die Natur der Kräfte ist ganz unbestimmt. Es muß nur die potentielle Energie der Rotation dieselbe sein wie die, welche durch die Gleichung (6) ausgedrückt ist. Ich werde in einer nächsten Arbeit zeigen, warum diese Kräfte keine magnetischen sein können, und was man bis jetzt über ihre Natur aussagen kann.

einem idealen Gase. Dieser negative Teil scheint besonders gewagt, er kann nur durch den Erfolg gerechtfertigt werden. Die potentielle Energie der Translation der Moleküle ist nicht Gegenstand einer besonderen Hypothese.

§ 3. Spontane Magnetisierung. Nehmen wir zuerst an, daß das molekulare Feld allein vorhanden ist, und zeigen wir, daß die ferromagnetischen Substanzen in Abwesenheit eines äußeren Feldes eine endliche Magnetisierung annehmen können. Wenn das äußere Feld H_a gleich Null ist, und daher das Gesamtfeld sich auf das durch Gleichung (7) gegebene, molekulare Feld H_m reduziert, wird die Gleichung (2)

$$a = \frac{\sigma_{m0} N D}{m R T} \sigma_m \qquad (8)$$

eine Beziehung, welche, für einen bestimmten Wert der Temperatur, durch die Gerade OA in der Fig. 1 dargestellt ist. In Verbindung mit

$$\frac{\sigma_m}{\sigma_{m0}} = \coth a - \frac{1}{a} \qquad (1)$$

gibt sie mit Hilfe der Variabeln a die Wertesysteme von σ_m und T, welche den Bedingungen entsprechen.

Diese Lösung ist graphisch gegeben durch die Schnittpunkte der Geraden und der Kurve in Fig. 1. Das System $\frac{\sigma_m}{\sigma_{m0}} = 0$, $a = 0$ und daher $H = 0$ entspricht nicht einem stabilen Zustand. Dies ist dagegen der Fall für den durch den Punkt A dargestellten Zustand. In der Tat nehmen wir an, daß man durch ein direktes Eingreifen die Orientierung der Moleküle etwas ändere, so daß $\frac{\sigma_m}{\sigma_{m0}}$ einen Wert etwas kleiner als AA' annehme. Der durch die Gerade gegebene Wert von a wird dann etwas größer sein als derjenige, den die Kurve verlangt. Diese Werte von a sind aber dem molekularen Felde und demjenigen, welches der Langevinschen Formel entspricht, proportional. Das erstere überwiegt über das letztere, und die Magnetisierung wird wachsen, bis sie AA' wieder erreicht. Ebenso wird eine Magnetisierung etwas größer als AA' bestrebt sein, zu diesem Werte zurückzukehren.

Wir werden also veranlaßt, uns mit einer spontanen Magnetisierung vertraut zu machen, während das Experiment uns die Magnetisierung nur als Folge eines gegenwärtigen oder früheren magnetischen Feldes kennen lehrt. Dieser neue Gesichtspunkt hat aber nichts Befremdendes: kann doch eine Flüssigkeit mit ihrer großen Dichte unter dem äußeren Druck Null, d. h. unter dem alleinigen inneren Drucke, bestehen. Es bleibt noch einzusehen, warum in einem Stück Stahl oder Eisen im neutralen Zustand diese Magnetisierung unseren Sinnen entgeht. In dem, was wir bis jetzt gesagt haben, bestimmt nichts die Richtung, in welcher sich die spontane Magnetisierung ausbilden wird. Dem Zufall überlassen, wird sie in jedem einigermaßen ausgedehnten Teile der Materie alle möglichen Richtungen annehmen und die Substanz durch Kompensation neutral erscheinen lassen.

Der Zufall greift hier ein durch den Mechanismus der konfusen Kristallisation der festen Körper. Sagen wir nur, um abzukürzen, daß die Theorie ohne Schwierigkeit in einer Weise sich verallgemeinern läßt, welche den Eigenschaften eines einzelnen ferromagnetischen Kristalls gerecht wird, und die Synthese derjenigen der kristallinischen, scheinbar isotropen Substanzen gestattet[1]).

Die Rolle des äußeren Feldes ist also nicht, die Magnetisierung hervorzurufen, sondern sie der Beobachtung zugänglich zu machen. Man wird die spontane Magnetisierung in ihrer wahren Größe nur beobachten können, nachdem man sie in allen Teilen der Substanz parallel gerichtet haben wird, und dazu ist ein sehr starkes Feld notwendig. Die spontane Magnetisierung ist die Sättigungsintensität bei der betrachteten Temperatur.

Die relativen Sättigungsintensitäten, von denen wir hier reden, sind nicht zu verwechseln mit der absoluten Langevinschen Sättigung. Diese Bezeichnungen bedeuten dasselbe nur beim absoluten Nullpunkt.

Es ist also kein wesentlicher Unterschied zwischen einem magnetisierten und einem stark magnetisierbaren Körper. Beide sind bis zur Sättigung magnetisiert, nur ist in dem ersteren die Magnetisierung überall parallel gerichtet, in dem letzteren ungeordnet.

Prinzipiell ist allerdings zu bemerken, daß das sich zum molekularen Felde addierende äußere Feld nicht nur die Richtung, sondern auch die Größe der Magnetisierung ändern muß. Nur sind die Felder, die notwendig sind, um den Punkt, der den magnetischen Zustand auf der Langevinschen Kurve charakterisiert, in bemerkbarer Weise zu verschieben, so außerordentlich groß, das in der Regel von dieser Wirkung abgesehen werden kann. Dies wird nur aufhören, der Fall zu sein, wenn man sich der Temperatur des Verlustes der spontanen Magnetisierung nähert, von der weiter unten die Rede sein soll.

§ 4. Die spontane Magnetisierung in

1) Siehe auch P. Weiss, Journ. d. Phys. (4) 6, 667, 1907; diese Zeitschr. 9, 362, 1908.

Abhängigkeit von der Temperatur. Wenn die Temperatur steigt, wird die Gerade OA steiler, und infolgedessen nimmt die Magnetisierung ab. Sie wird gleich Null bei der Temperatur Θ, bei welcher die Gerade die Kurve im Punkte berührt. Θ ist die absolute Temperatur des Verlustes der spontanen Magnetisierung, für welche die Bezeichnung Curiescher Punkt schon eingeführt worden ist[1]). Diese Temperatur ist nicht ohne eine entfernte Analogie mit der kritischen Temperatur der Kompressibilität der Fluida.

Um Θ aus den Bestimmungsstücken des Problems zu berechnen, bemerken wir, daß, wenn T sich Θ nähert, $\frac{\sigma_m}{\sigma_{m0}}$ und a sich gleichzeitig Null nähern in dem Verhältnis, gegeben durch:

$$\frac{\sigma_m}{\sigma_{m0}} = \frac{a}{3}, \tag{3}$$

was in die Gleichung (8) eingeführt gibt:

$$1 = \frac{\sigma_{m0}^2 \cdot N \cdot D}{3m \cdot R \cdot \Theta}, \tag{9}$$

woraus:

$$\Theta = \frac{\sigma_{m0}^2 \cdot N \cdot D}{3m \cdot R}. \tag{10}$$

Mittels der Gleichung (5) kann man in (10) die Curiesche Konstante einführen, die die Substanz haben würde, wenn sie durch Aufhebung des molekularen Feldes paramagnetisch geworden wäre:

$$\Theta = \frac{C_m}{m} N \cdot D, \tag{11}$$

welche Gleichung wird, mit der auf die Masseneinheit bezogenen Curieschen Konstante C an Stelle der molekularen Konstante:

$$\Theta = C \cdot N \cdot D. \tag{12}$$

Die Bedeutung dieser Gleichung liegt darin, daß sie die Konstante N des molekularen Feldes durch direkt beobachtbare Größen ausdrückt. Wir werden in der Tat bald sehen, wie man C für eine ferromagnetische Substanz bestimmt.

§ 5. Magnetische korrespondierende Zustände. Wenn man (8) durch (9) dividiert und damit (1) verbindet, erhält man die zwei Gleichungen, welche das Gesetz der Variation der spontanen Magnetisierung in Funktion der Temperatur vermittels der Hilfsvariabeln a ausdrücken, in folgender Form:

$$\frac{\sigma_m}{\sigma_{m0}} = \coth a - \frac{1}{a}, \tag{1}$$

$$\frac{T}{\Theta} = \frac{3}{a} \frac{\sigma_m}{\sigma_{m0}}. \tag{13}$$

Dieses Gesetz ist also dasselbe für alle Körper, wenn man sie in korrespondierenden, durch die Werte von $\frac{\sigma_m}{\sigma_{m0}}$ und $\frac{T}{\Theta}$ charakterisierten Zuständen vergleicht.

§ 6. Experimentelle Prüfungen. In der Fig. 2 sind außer der voll ausgezogenen theoretischen Kurve die für Magnetit gemessenen Punkte dargestellt[1]). In dem größten Teile des Intervalls zwischen dem absoluten Nullpunkt und dem Curieschen Punkt deckt sich das Experiment vollständig mit der Theorie. Eine größere Abweichung ist bemerkbar bei den zwei tiefsten Temperaturen, denjenigen des Kohlen-

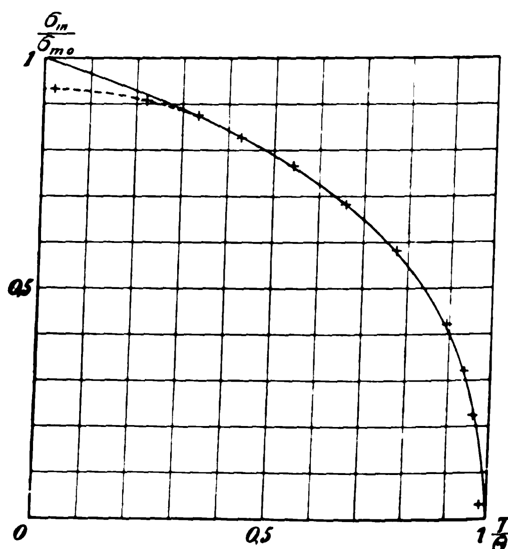


Fig. 2.

säureschnees und des flüssigen Wasserstoffs. Für das Pyrrhotin hat man ebenso, nach noch nicht veröffentlichten Versuchen, eine sehr befriedigende Übereinstimmung in dem Teile des Intervalls, in welchem die Erforschung, ohne von Zustandsänderungen herrührenden Komplikationen, die hier leicht zu erkennen sind, hat durchgeführt werden können. Die Legierung Fe_2Ni befolgt genau die Theorie von 0 bis Θ. Dagegen hat die theoretische Kurve mit den für Eisen, Nickel, Kobalt gefundenen nur eine grobe allgemeine Ähnlichkeit. Die Magnetisierung wächst bei abnehmenden Temperaturen weniger rasch wie nach der Theorie in einem viel ausgedehnteren Intervall wie beim Magnetit.

1) P. Weiss und H. Kamerlingh Onnes, Comm. phys. Labor. Leiden 114, 3, 1910.

1) Nach vorläufigen Messungen. Eine genauere Untersuchung, welche eine Erforschung der Nachbarschaft des Curieschen Punktes mit umfassen wird, ist in Gang für diese Substanz und für die ferromagnetischen Metalle.

§ 7. Die Magnetisierung der ferromagnetischen Substanzen in Abhängigkeit von der Temperatur und dem Felde. Nehmen wir an, das äußere Feld H_a sei von Null verschieden. Das auf die Substanz wirkende Gesamtfeld ist dann:

$$H = H_a + NI. \qquad (14)$$

Es sei der Wert von $\frac{\sigma_m}{\sigma_{m0}}$ gegeben und damit durch Gleichung (1) derjenige von a. Es sei T die dieser Magnetisierung in Abwesenheit eines äußeren Feldes entsprechende Temperatur, T' diejenige, die ihr entspricht, wenn das äußere Feld gleich H_a ist. Die Gleichung (8) kann geschrieben werden:

$$a R T = \sigma_{m0} \cdot \sigma_m \cdot N \cdot \frac{D}{m}, \qquad (8)$$

und in analoger Weise gibt (14) mit (2):

$$a R T' = \sigma_{m0} \cdot H_a + \sigma_{m0} \sigma_m \cdot N \cdot \frac{D}{m}, \qquad (15)$$

und daher:

$$a R (T' - T) = \sigma_{m0} H_a. \qquad (16)$$

Durch diese Gleichung ist die Aufgabe gelöst. Es ist die Temperatur, die man beobachtet hätte, wenn die Magnetisierung spontan wäre, um einen Betrag $T' - T$ zu korrigieren, der mit H_a direkt und mit a umgekehrt proportional ist.

Wenn die Magnetisierung sehr schwach ist, nähert sich T dem Werte von Θ und:

$$a = 3 \frac{\sigma_m}{\sigma_{m0}}, \qquad (3)$$

woraus:

$$\frac{\sigma_m}{H_a} (T' - \Theta) = \frac{\sigma_{m0}^2}{3R} = C_m$$

wegen (5), oder, wenn man den molekularen Magnetisierungskoeffizienten bei der Temperatur T mit $\chi_m = \frac{\sigma_m}{H_a}$ bezeichnet:

$$\chi_m (T' - \Theta) = C_m. \qquad (17)$$

Also, während man für einen rein paramagnetischen Körper die Curiesche Konstante bildet, indem man den Magnetisierungskoeffizienten mit der absoluten Temperatur multipliziert, erhält man diese Konstante für einen ferromagnetischen Körper, indem man einen oberhalb des Curieschen Punktes gemessenen Magnetisierungskoeffizienten multipliziert mit dem Überschuß der Temperatur der Beobachtung über diejenige des Curieschen Punktes.

Diese Beziehung ist noch von Interesse, weil die lineare Variation von $1/\chi_m$ in Funktion der Temperatur eine sehr einfache und präzise Methode liefert, die Theorie der Prüfung durch das Experiment zu unterwerfen. Ich habe früher schon die sehr befriedigenden Bestätigungen angegeben, die enthalten sind in den Beobachtungen von Curie, welcher in Ermangelung einer Theorie dieses Gesetz nicht erblickt hatte. Zahlreichere und präzisere Bestätigungen sind in einer neueren Arbeit[1]) enthalten. Es findet sich unter den untersuchten ferromagnetischen Substanzen keine Ausnahme zu dem Gesetz. Beim Nickel ist die lineare Variation von $1/\chi_m$ in einem Intervall von mehreren hundert Graden beobachtet worden. Für andere Körper hat man mehrere Geraden, von denen jede einem besonderen Zustand der Substanz entspricht. Ausnahmsweise stoßen diese vermittelst einer Übergangsregion von einiger Ausdehnung aneinander. Häufiger beobachtet man einen Knick (Diskontinuität der ersten Ableitung), einige Male auch eine Diskontinuität der Größe χ_m selbst.

§ 8. Nomenklatur. Osmond hat das stark magnetische Eisen als α-Eisen bezeichnet. Er unterscheidet hiervon das β-Eisen, dessen Bereich an der oberen Grenze desjenigen des α-Eisens anfängt, und bis zur ersten Diskontinuität des Magnetisierungskoeffizienten bei 920^0 sich ausdehnt, wo das Eisen in den γ-Zustand übergeht. Bei 1395^0 trifft man eine zweite Diskontinuität des Magnetisierungskoeffizienten an. Es scheint angezeigt, die Osmondsche Nomenklatur fortzusetzen, indem man das Eisen oberhalb dieser Temperatur als δ-Eisen bezeichnet.

Man hat vielfach die Bezeichnung α auf andere Metalle ausgedehnt, indem man ihr dieselbe Bedeutung beilegte. Ich hatte gedacht, daß man zweckmäßig mit β den Zustand der verschiedenen Metalle bezeichnen könnte, in welchem das äußere Feld durch das molekulare Feld unterstützt wird, in dem Sinne der Formel (17), und mit γ den rein paramagnetischen Zustand, wenn er existiert, und habe mich in früheren Arbeiten so ausgedrückt.

Aber das geht nicht ohne einige Unzuträglichkeiten: die neueren Versuche haben gezeigt, daß das γ-Eisen nicht rein paramagnetisch ist. Man hat auch die Buchstaben α, β, γ schon gebraucht, um die aufeinanderfolgenden Zustände eines Körpers in der Reihenfolge der wachsenden Temperaturen und ohne Beziehung zu seinen magnetischen Eigenschaften zu bezeichnen.

Es scheint daher besser, die Osmondsche Bezeichnung für das Eisen und seine Legierungen, wo die Kontinuität jede Zweideutigkeit ausschließt, aufzubewahren, und für die ferromagnetischen Metalle zu unterscheiden:

1. den spontanen Ferromagnetismus,

---

1) P. Weiss und G. Foëx, Archives des Sc. phys. et nat. (4) **31**, 4 u. 89, 1911.

vom absoluten Nullpunkt bis zum Curieschen Punkt,

2. den durch das äußere Feld hervorgerufenen Ferromagnetismus, oder einfacher den bedingten Ferromagnetismus, im Sinne der Formel (17),

3. den reinen Paramagnetismus, oder einfacher den Paramagnetismus, bei welchem der Magnetisierungskoeffizient der absoluten Temperatur umgekehrt proportional ist.

Es bleiben außerhalb dieses Rahmens die von du Bois und Honda beobachteten Fälle des schwachen Magnetismus, wo der Magnetisierungskoeffizient konstant ist oder mit der Temperatur wächst. Für diese wird sich eine geeignete Bezeichnung finden, wenn ihre Natur bekannt sein wird.

§ 9. Spezifische Wärme und molekulares Feld. Die Hypothese des molekularen Feldes hat gestattet, die wahre Natur der thermischen Anomalie beim Curieschen Punkt zu erkennen und ihre Größe zu berechnen. Die bei dieser Temperatur sichtbare Unregelmäßigkeit in den Abkühlungskurven ist nicht hervorgerufen, wie man es gedacht hatte, durch die Entwickelung einer Umwandlungswärme bei dieser Temperatur, sondern durch eine Diskontinuität (eine plötzliche Zunahme) der wahren spezifischen Wärme.

Um die spezifische Wärme eines magnetischen Körpers zu erhalten, muß man nämlich zu dem, was die spezifische Wärme wäre, wenn der Körper unmagnetisch wäre, ein Glied hinzufügen:

$$C' = \frac{1}{J}\frac{dE}{dT}, \qquad (18)$$

wo J das Äquivalent und E die auf die Masseneinheit bezogene Magnetisierungsenergie,

$$E = -\frac{1}{2} H_m \sigma, \qquad (19)$$

H_m das molekulare Feld und σ die spezifische Magnetisierung bedeuten.

Dieses Glied kann also durch rein magnetische Versuche bestimmt werden. Es ist bei den tiefen Temperaturen sehr klein, wächst rasch in der Nachbarschaft von Θ und fällt plötzlich auf Null, wenn man diese Temperatur überschreitet. Die thermische Erscheinung besteht also in einer Entmagnetisierungswärme, welche in dem ganzen Intervall vom absoluten Nullpunkt bis Θ verbraucht wird und deren plötzliches Verschwinden die Diskontinuität hervorbringt.

Ohne in das Detail einzutreten[1]), gebe ich hier eine Tabelle der magnetisch und kalorimetrisch bestimmten Diskontinuitäten der spezifischen Wärmen und Curieschen Punkte.

Magnetisch:	Kalorimetrisch:
Eisen	
$C_\Theta' = 0{,}136$	$C_\Theta' = 0{,}112$
$\Theta = 753^0 + 273^0$	$\Theta = 758^0 + 273^0$
Nickel	
$C_\Theta' = 0{,}025$	$C_\Theta' = 0{,}027$
$\Theta = 376^0 + 273^0$	$\Theta = 376^0 + 273^0$
Magnetit	
$C_\Theta' = 0{,}048$	$C_\Theta' = 0{,}050$
$\Theta = 588^0 + 273^0$	$\Theta = 580^0 + 273^0$

Das Magneton.

§ 10. Über die Unzulänglichkeit der Theorie und die Notwendigkeit, sie zu verallgemeinern. Es ist sehr bemerkenswert, daß neben den frappanten Bestätigungen, die ich angegeben habe, es Eigenschaften gibt, die es unmöglich ist, mit der Theorie in ihrer gegenwärtigen Form in Einklang zu bringen. Die ausgesprochenste dieser Divergenzen findet sich bei der Temperaturabhängigkeit der Sättigungsintensität von Eisen, Nickel und Kobalt, welche, weit entfernt, dem Gesetze der korrespondierenden Zustände zu gehorchen, für jede dieser Substanzen einen individuellen Verlauf hat[1]).

Da aber die Theorie gewiß einen großen Bruchteil von Wahrheit enthält, scheint es angezeigt, sie zu verbessern suchen, indem man in dem einen oder anderen Punkte auf die extreme Einfachheit der Grundlagen verzichtet. Diese sind an drei Konstanten geknüpft, von denen zwei, das magnetische Moment des Moleküls und der Molekularmasse der Langevinschen Theorie des Paramagnetismus angehören und das Molekül selbst beschreiben. Die dritte ist die Konstante N des molekularen Feldes, welche die Wechselwirkungen zwischen den Molekülen ausdrückt. Ich habe zuerst N durch eine Funktion der Temperatur und der Magnetisierung ersetzen wollen, das Resultat war aber wenig befriedigend. Es wäre übrigens sonderbar, wenn diese Größe für einige Körper in bemerkenswerter Weise konstant, für andere sehr veränderlich wäre, und z. B. sich mit der Potenz 2,5 der absoluten Temperatur änderte, wie es für Nickel der Fall zu sein schien. Auch zeigen die Eigenschaften oberhalb des Curieschen Punktes, daß, wenn das molekulare Feld durch eine Kurve und nicht durch eine Gerade in Funktion der Intensität der Magnetisierung dargestellt ist, mindestens die Neigung der Tangente

1) Siehe P. Weiss und P. N. Beck, Journ. d. Phys. (4) 7, 249, 1908.

1) P. Weiss und Kamerlingh Onnes, loc. cit., S. 3 u. 4 und Fig. 1.

an diese Kurve am Koordinatenursprung von der Temperatur unabhängig ist.

Es war also auf einer anderen Seite zu suchen. Die plötzlichen Richtungsänderungen der Geraden, welche oberhalb des Curieschen Punktes $1/\chi$ in Funktion der Temperatur darstellen, namentlich in den Versuchen über Magnetit[1]), legen die Idee von Zustandsänderungen nahe. Diese Zustandsänderungen werden das Molekül selbst affizieren. Wenn sie in Polymerisationen bestehen, wird sich die Masse des Moleküls ändern. Man kann aber auch annehmen, daß das magnetische Moment sich ändert. Werden doch durch die chemische Verbindung paramagnetische Substanzen diamagnetisch und hat das Eisen, z. B. im Magnetit, nicht dasselbe Moment wie im reinen Metall. Nichtsdestoweniger schien mir zuerst die Änderung der Masse die plausiblere; und als Kamerlingh Onnes und ich[2]) es unternahmen, die magnetischen Momente der Moleküle durch die Sättigungsintensität im flüssigen Wasserstoff sehr genau zu bestimmen, war es in der Absicht, eine wegen ihrer wenigstens relativen Unveränderlichkeit besonders fundamentale Größe zu erreichen. Auch dachten wir, daß, wenn das Experiment ergeben würde, daß die molekularen Sättigungsintensitäten der drei Metalle in einfachen rationalen Verhältnissen untereinander sind, dieser fundamentale Charakter und gleichzeitig die Existenz eines und desselben, eine ganze Zahl mal in jedem Atom vorhandenen Mechanismus des magnetischen Momentes bewiesen sein würde.

§ 11. Die Messungen bei sehr tiefen Temperaturen. Die magnetischen Momente des Grammatoms, bezw. $^1/_3$ des Grammoleküls, die Kamerlingh Onnes und ich als Resultate unserer Messungen angegeben haben, sind:

Nickel	3,381
Kobalt	9,650
Eisen	12,410
Magnetit	7,417

aus welchen wir die Abwesenheit von einfachen rationalen Verhältnissen folgern zu können glaubten. Wir hatten allerdings bemerkt, daß die Zahlen für Nickel und Eisen sich verhalten wie 3:11. Wenn wir, anstatt den Vergleich auf den rohen Messungen anzustellen, die endgültigen Werte nach allen Korrektionen benutzt hätten, wäre uns vielleicht die außerordentliche Genauigkeit aufgefallen, mit welcher dieses Verhältnis auftritt.

Für das Kobalt ist schon die Messung der Sättigungsintensität bei gewöhnlicher Temperatur sehr schwierig wegen der außerordentlichen magnetischen Härte dieser Substanz. Die Messung bei tiefer Temperatur konnte überhaupt nicht ausgeführt werden, und die oben mitgeteilte Zahl beruht auf einer bloßen Schätzung, nach Analogie mit den anderen Metallen, der relativen Vergrößerung der Magnetisierung zwischen der gewöhnlichen Temperatur und derjenigen des flüssigen Wasserstoffs.

Beim Magnetit sind auch besondere Schwierigkeiten wahrscheinlich magnetokristallinischen Ursprungs aufgetreten, welche in unserer Arbeit verzeichnet sind und die Genauigkeit obiger Zahl fraglich erscheinen lassen.

Diese Lücke ist, was Kobalt betrifft, ausgefüllt worden durch eine noch unveröffentlichte Arbeit von O. Bloch, den ich gebeten habe, die Nickel-Kobaltlegierungen von 10 zu 10 Proz. einer systematischen Erforschung zu unterwerfen. Es ist leicht, die absolute Sättigungsintensität der nickelreicheren Legierungen bis 70 Proz. Kobalt zu bestimmen, ohne daß es nötig wäre, zu tieferen Temperaturen zu greifen, als die der flüssigen Luft. Über 70 Proz. zeigt sich die magnetische Härte, infolge welcher die Sättigung nicht mehr erreichbar ist. Für diese Legierungen von Null bis 70 Proz. Kobalt ist der Verlauf der absoluten Sättigungsintensität in Funktion des Gehaltes linear, dem Mischungsgesetz entsprechend. Durch Verlängerung der Geraden bis 100 Proz. erhält man die absolute Sättigungsintensität des reinen Metalls mit einer bedeutend größeren Sicherheit wie durch die früheren Versuche. O. Bloch findet für das Moment des Grammatoms Kobalt 10,042.

§ 12. Größe des Magnetons. Dem Beweise, der aus den folgenden Paragraphen hervorgehen wird, vorausgreifend, werde ich jetzt aus den Versuchen bei tiefen Temperaturen den numerischen Wert des gemeinsamen Maßes der Atommomente bestimmen. Kamerlingh Onnes und ich haben in der oben angeführten Arbeit erkannt, daß an den mitgeteilten Zahlen eine Korrektur wegen der thermischen Ausdehnung anzubringen ist, aber da die Ausdehnungskoeffizienten bei tiefen Temperaturen nicht bekannt sind, hatten wir sie unterlassen. Man kann sie roh schätzen auf — 4 Promille. Mit dieser Korrektur, die das Verhältnis nicht ändert, findet man:

für Eisen . .	12,360 : 11 = 1123,6
für Nickel . .	3,370 : 3 = 1123,3
Mittel	1123,5

Ich nenne dieses gemeinsame Maß der Atommomente das Grammagneton. Ich schätze, daß es bis auf 2 oder 3 Promille bekannt ist.

Dieser Wert ist in dem von O. Bloch bestimmten Moment des Grammatoms Kobalt

1) Siehe weiter unten Fig. 3.
2) P. Weiss und Kamerlingh Onnes, loc. cit.

8,94 mal enthalten. Es ergibt sich also mit einer befriedigenden Genauigkeit für Kobalt die ganze Zahl 9.

Dividiert man das Grammagneton durch die Anzahl Atome in dem Grammatom, d. i. die Avogadrosche Zahl, welche nach Perrin $68,5 \times 10^{22}$ ist, so erhält man:

$$16,40 \times 10^{-22}$$

für das Moment des Elementarmagnetes, des Magneton selbst.

§ 13. Die Versuche über Magnetit oberhalb des Curieschen Punktes. In Fig. 3 hat man als Abszissen die Temperaturen

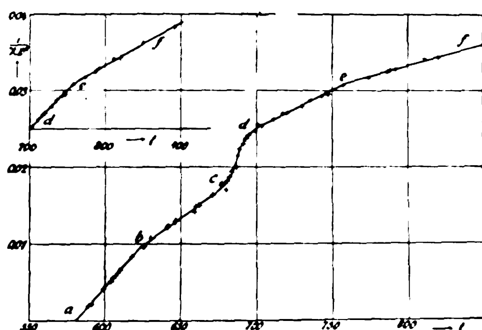


Fig. 3.

und als Ordinaten die reziproken Werte der Magnetisierungskoeffizienten aufgetragen[1]). Die beobachteten Punkte liegen sichtbar auf den vier Geraden *ab*, *be*, *de*, *ef*, von denen die zwei letzten jede in zwei verschiedenen Maßstäben dargestellt worden sind. Man kann den Versuchen von Curie zwischen 900⁰ und 1350⁰ eine fünfte entnehmen, welche durch den absoluten Nullpunkt hindurchgeht und in die Figur nicht eingetragen worden ist.

Diese fünf Geraden stellen fünf verschiedene Zustände der Substanz dar, für deren jeden die Kotangente des Neigungswinkels gegen die Abszissenachse die Curiesche Konstante gibt (Gleichung (17)). Diese graphische Bestimmung ist mit denselben Beobachtungen von beiden Beobachtern auf verschiedenen Zeichnungen durchgeführt worden. Ich gebe in den folgenden Tabellen die Zahlen beider Beobachter, um ein Urteil über den immerhin nicht sehr hohen Grad der Annäherung dieser Operation zu gestatten.

Bei der Hypothese der Polymerisation, die zunächst plausibler schien, ändert sich das Molekulargewicht, während das magnetische Moment der Atome, und mit ihm die Sättigungsintensität pro Masseneinheit, unverändert bleibt. Die Formel:

1) P. Weiss und G. Foëx, loc. cit.

$$C_m = \frac{\sigma_{m0}^2}{3R}, \qquad (5)$$

die man auch mit den auf die Masseneinheit bezogenen Größen schreiben kann:

$$C = m\frac{\sigma_0^2}{3R}, \qquad (5 \text{ bis})$$

wo m die Molekularmasse bedeutet, zeigt, daß diese letztere Größe mit der Curieschen Konstante proportional ist. In der folgenden Tabelle habe ich unter m die relativen Werte dieser Molekularmassen eingetragen, indem die erste willkürlich gleich 1 gesetzt wurde.

Intervall	F.		W.	
	C	m	C	m
591⁰—622⁰	0,00444	1	0,00445	1
622⁰—680⁰	0,00682	1,532	0,00663	1,49
710⁰—770⁰	0,0105	2,36	0,01025	2,30
770⁰—900⁰	0,0180	4,05	0,01776	4,00
>900⁰(Curie)	0,028	6,32	0,028	6,32

Man müßte also im Widerspruch mit dem aus der Chemie wohlbekannten Tatbestand annehmen, daß die Polymerisation mit steigender Temperatur zunimmt. Außerdem ist es unmöglich, diese Molekularmassen durch die ganzen Vielfachen einer und derselben Größe darzustellen, ohne zu großen Zahlen zu greifen, welche an sich ziemlich unwahrscheinlich sind, und deren Übereinstimmung mit den Versuchsdaten jeder Beweiskraft entbehren würde. Diese Schwierigkeiten könnten nur größer werden, wenn man, vom beobachteten Werte von σ_{m0} ausgehend, mit Gleichung (5) nicht die Verhältnisse, sondern die Molekularmassen selbst bestimmen wollte. Aber diese letzte Rechnung kann beim gegenwärtigen Stand der Kenntnisse über Magnetit, wo die absoluten Werte zu unsicher sind, nicht mit Nutzen gemacht werden.

Nimmt man dagegen, der zweiten der obigen Hypothesen entsprechend, an, daß die Molekularmasse unveränderlich bleibt, so zeigen die Gleichungen (5) und (5 bis), daß die absoluten Sättigungsintensitäten den Quadratwurzeln der Curieschen Konstanten proportional sind, und man erhält die in folgender Tabelle eingetragenen Werte:

Intervall	F.		W.		Einfache Verhältnisse
	C	σ_0	C	σ_0	
581⁰—622⁰	0,00444	1	0,00445	1	1
622⁰—680⁰	0,0682	1,238	0,00663	1,22	1,25
710⁰—770⁰	0,0105	1,535	0,01025	1,513	1,5
770⁰—900⁰	0,0180	2,013	0,01776	1,995	2
>900⁰(Curie)	0,028	2,515	0,028	2,515	2,5

Man erkennt ohne Mühe, daß die Werte von σ_0 sich mit dem Genauigkeitsgrad der Ver-

suche untereinander verhalten wie die Zahlen der letzten Kolonne oder wie 4 : 5 : 6 : 8 : 10. Die Abweichungen von diesen einfachen Verhältnissen sind kaum größer als diejenigen, die zwischen den durch die zwei unabhängigen graphischen Behandlungen gewonnenen Werten bestehen. Die in Fig. 3 eingezeichneten Geraden entsprechen den einfachen Verhältnissen und lassen keine systematische Abweichung von den beobachteten Punkten erkennen.

Man ist also dazu geführt, anzunehmen, daß bei gewissen Temperaturen das magnetische Moment des Magnetitmoleküls sich um einen Betrag ändert, welcher gleich ist einmal, oder zweimal, dem vierten Teil des kleinsten Wertes, den es in dieser Versuchsreihe hat. Dieses Moment nimmt bei wachsender Temperatur zu. Zwischen dem ersten und dem zweiten, dem dritten und dem vierten Zustand findet die Änderung mit einer Plötzlichkeit statt, welche an das Schmelzen eines reinen Körpers erinnert, zwischen dem zweiten und dem dritten Zustand dagegen findet sich eine Übergangsregion *cd*.

Es ist schwierig, den Genauigkeitsgrad dieser Versuche über Magnetit zu schätzen. Wie er auch sei, so bleibt, daß bei dieser Gelegenheit zum ersten Male erkannt worden ist, daß das Molekül einer bestimmten Substanz verschiedene magnetische Momente annehmen kann, welche untereinander in rationalen Verhältnissen sind.

§ 14. Über die Bestimmung der molekularen Sättigungsintensität der gelösten paramagnetischen Substanzen. Eine sehr einfache Bemerkung gestattet, das erforschte Gebiet bedeutend zu erweitern und eine große Zahl von sonst unzugänglichen Molekularmomenten zu bestimmen. Die beiden Eigenschaften, auf welchen die Lösung des Problems der statistischen Dynamik beruht, sind das magnetische Moment des Moleküls und seine mittlere thermische Agitation. Wenn der Körper im thermischen Gleichgewicht sich befindet, gehören sie beide gleichsam jedem Molekül an. Jedes wird individuell mit seinem magnetischen Momente vom Felde beeinflußt, und widersteht mit seiner mittleren lebendigen Kraft der Orientierung, und dies in der gleichen Weise, ob die Nachbarmoleküle von der gleichen Art oder die Moleküle eines magnetisch indifferenten Lösungsmittels seien. Die Langevinsche Formel (1) und alle ihre Konsequenzen können also von einem paramagnetischen Gas auf eine paramagnetische Lösung übertragen werden. Namentlich bleibt die Gleichung

$$\sigma_{m0}^2 = 3 R C_m \quad (5)$$

gültig, welche die absolute molekulare Sättigungsintensität aus der Curieschen Konstante bestimmt. Es wird also genügen, den Magnetisierungskoeffizienten einer solchen Lösung bei einer beliebigen Temperatur zu messen. Durch Multiplikation mit der absoluten Temperatur erhält man die Curiesche Konstante und infolgedessen σ_{m0}.

Es ist hier notwendig, näher zu präzisieren, was man unter dem Molekül versteht. In dem von Langevin behandelten Falle des Sauerstoffs ist der Sinn dieses Ausdrucks nicht zweifelhaft. Es ist ein System von zwei Atomen, welche, der Größe der spezifischen Wärme entsprechend, an der thermischen Agitation mit fünf unabhängigen Veränderlichen, mit fünf Freiheitsgraden teilnimmt. Diese Veränderlichen sind die drei Translationskoordinaten des Schwerpunktes der zwei Atome und die zwei Rotationskoordinaten der Verbindungslinie der beiden Atome, welche auch aus Symmetriegründen die magnetische Achse des Systems ist.

Die Verbindung zwischen den beiden Atomen verhält sich wie ideal starr, sie absorbiert keine lebendige Kraft. Man könnte eine dritte Rotationskoordinate um die magnetische Achse hinzufügen. Tatsache ist, daß sie für das Sauerstoffmolekül, welches sich wie ein Stäbchen ohne Transversaldimensionen oder wie ein ideal glatter Rotationskörper verhält, keine Rolle spielt.

Nehmen wir aus dieser Beschreibung heraus, was effektiv in der Theorie des Paramagnetismus vorkommt, so gelangen wir zu folgender Definition: Das magnetische Molekül ist diejenige Menge der Substanz, deren magnetische Achse durch zwei Richtungskoordinaten festgelegt ist. Es kommt nicht darauf an, ob das Molekül einen dritten Freiheitsgrad der Rotation um diese Achse besitzt oder nicht. Es kann aus einem magnetischen Atom oder aus mehreren miteinander starr verbundenen magnetischen Atomen, und aus nichtmagnetischen Atomen bestehen. Ob diese letzteren starr oder durch Gelenke mit den magnetischen Atomen verbunden sind, ist gleichgültig. Aber wenn mehrere magnetische Atome durch Universalgelenke miteinander verbunden sind, so ist jedes als ein gesondertes Molekül zu betrachten. Wir nehmen im folgenden an, daß jedes Molekül nur ein magnetisches Atom enthält, d. h., daß, wo die chemische Formel mehrere angibt, sie untereinander artikuliert sind. Dies scheint in der Tat der gewöhnlichste Fall zu sein. In vereinzelten Fällen, wo wir eine von dieser verschiedene Annahme machen, wird es ausdrücklich gesagt werden.

§ 15. Die Pascalschen Versuche über die verdünnten Lösungen der paramagne-

tischen Salze. P. Pascal[1]) hat in einer bemerkenswerten Arbeit die schon von G. Wiedemann ausgesprochenen Ideen präzisiert und gezeigt, daß in den Salzen der magnetischen Metalle, und namentlich in den komplexen Salzen, die magnetischen und die durch die Reaktive gekennzeichneten chemischen Eigenschaften gleichzeitig sich abschwächen und verschwinden. Bei der Betrachtung der Pascalschen Resultate hat man den Eindruck, daß es sich nicht um eine kontinuierliche, sondern um eine stufenweise verlaufende Erscheinung handelt. Ebenso verteilen sich in den Messungen von Liebknecht und Wills[2]) die Magnetisierungskoeffizienten der Eisensalze im großen und ganzen in zwei Hauptgruppen. Die Pascalschen Versuche zeichnen sich aus durch den Reichtum an verschiedenen chemischen Typen. Sie bieten den Vorteil, an sehr verdünnten Lösungen ausgeführt worden zu sein. Dies zeigt sich daran, daß der Diamagnetismus des Wassers den Paramagnetismus der am stärksten magnetischen Eisensalze überwiegt. Außerdem sind die Substanzen sehr sorgfältig gereinigt worden.

Nebenbei habe ich andere von Pascal[3]) in einer zweiten Arbeit, Über den Diamagnetismus in den chemischen Verbindungen, erhaltene Resultate benutzt. Pascal hat gezeigt, daß in den meisten Fällen der molekulare Diamagnetismus einer Verbindung gleich ist der Summe der Diamagnetismen ihrer Atome. In gewissen Fällen ist dieses Additionsgesetz zu vervollständigen durch ein positives oder negatives Glied, welches den Diamagnetismus einer bestimmten Bindung der Atome darstellt. Dieses additive Glied bleibt konstant für alle Bindungen gleicher Art.

Es ist wahrscheinlich, daß die diamagnetischen Atome auch in den Verbindungen mit den magnetischen Atomen ihren Diamagnetismus beibehalten, und es ist angezeigt, durch eine entsprechende Korrektion die magnetische Erscheinung in ihrer Reinheit zu isolieren. Ich habe zu diesem Zwecke die folgenden atomischen und molekularen Koeffizienten benutzt, von denen diejenigen ohne ? Pascal entnommen sind.

$-10^6 \cdot \chi_a$		$-10^6 \cdot \chi_a$		$-10^6 \cdot \chi_m$	
H	3,05	*Fl*	12(?)	SO_4	38,5
C	6,25	*Cl*	21	NO_3	19,0
O	4,8	*Br*	32	NH_3	15,0
S	15,6	*I*	46,5	*CN*	11,25
Se	24	*Na*	4(?)	H_2O	13,5
Te	39	*K*	11(?)		
P	27,4	*Hg*	35		

1) Pascal, Ann. d. Chim. et Phys. (8) **16** 531, 1909.
2) Liebknecht u. Wills, Ann. d. Phys. **1**, 178, 1900.
3) Pascal, Ann. d. Chim. et Phys. (8) **19**, 5, 1910.

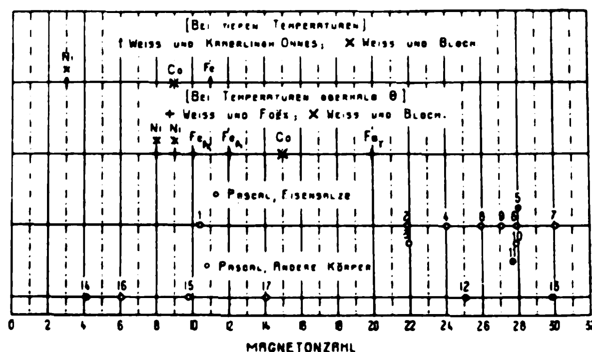
Es bleibt in dieser Korrektion die Unsicherheit, welche von der Unkenntnis der von der Natur der Bindungen abhängigen möglichen Glieder herrührt.

Es scheint, daß durch diese Korrektion die Resultate regelmäßiger werden, namentlich in den Fällen von schwachem Paramagnetismus, wo sie einen relativ größeren Wert annimmt. Ich habe es unterlassen, eine exaktere Rechtfertigung dieser Behandlungsweise zu suchen. Durch vollständiges Weglassen der Korrektion hätte sich am Endresultat nichts Wesentliches geändert.

Man kann sich fragen, ob nicht für die magnetischen Atome selbst die Korrektion für einen darunterliegenden Diamagnetismus vorzunehmen wäre, und, wenn man die Langevinschen Anschauungen über den Ursprung des Para- und Diamagnetismus teilt, ist dies selbstverständlich. Aber hier fehlen die nötigen Daten vollständig. Man wird sie sich durch neue, feinere Messungen verschaffen können, sei es, daß man sich auf die durch die ganzzahligen Verhältnisse ausgedrückten Eigenschaften stützt, die wir gerade daran sind, zu beweisen, sei es, daß man durch Untersuchung der thermischen Änderung die superponierten Para- und Diamagnetismen trennt[1]).

Der Diskussion vorgreifend, gebe ich hier die Fig. 4, welche sie zusammenfaßt. Sie enthält eine Skala, aus vertikalen Linien in gleichen Abständen bestehend, welche von 0 bis 32 numeriert sind und die ganzen Zahlen der Magnetonen darstellen. Die voll ausgezogenen Linien entsprechen den geraden, die strichpunktierten Linien den ungeraden Zahlen. Diese Skala ist mit Hilfe des obigen, aus dem Vergleich der absoluten Sättigungsintensität von Eisen und Nickel abgeleiteten Wertes des Magnetons gezeichnet worden. Die durch vertikale Pfeile bezeichneten Werte auf der ersten horizontalen Linie liegen daher nach Definition auf den Strichen. Die zwei von O. Bloch bei tiefen Temperaturen auf den Metallen selbst beobachteten Werte sind auf derselben Horizontalen durch schiefe Kreuze eingetragen worden. Auf der zweiten Horizontalen sind eine Reihe von absoluten Sättigungsintensitäten der Substanzen in den Zuständen des bedingten Ferromagnetismus oberhalb der Curieschen Punkte verzeichnet, die im § 19 besprochen werden sollen. Auf der dritten und vierten Horizontalen befinden sich die durch Kreise bezeichneten Resultate aus den Pascalschen Messungen, auf die sich auch die Legende unter der Figur bezieht.

1) Diese letztere Methode ist durch Frl. E. Feytis, welche sie anzuwenden beabsichtigt, ersonnen worden.



1. *K*- u. *Am*-Ferricyanid,
2. *Fe*- u. *Am*-Pyrophosphat,
3. *Fe*- u. *Am*-Citrat,
4. *Na*-Ferripyrophosphat,
5. *Na*-Ferrimetaphosphat,
6. Ferrichlorid,
7. Ferrisulfat,
8. *K*-Ferrometaphosphat,
9. *Na*-Ferrooxalat,
10. *Na*-Ferropyrophosphat,
11. Ferrosulfat,
12. Kobaltchlorid,
13. Manganosulfat,
14. *K*-Permanganat,
15. *Cu*-Sulfat,
16. *Cu*- u. *Am*-Sulfat,
17. Uranosulfat.

(für die nähere Beschreibung der Substanzen siehe Pascal, loc. cit.)

Fig. 4.

Die meisten dieser Punkte liegen auf den vertikalen Strichen oder in ihrer nächsten Nähe, so daß aus dieser Figur ebenso klar wie aus der folgenden Diskussion die Gesetzmäßigkeit der Molekularmomente hervorgeht.

Ich werde jetzt alle 27 paramagnetischen Salze besprechen, welche nach Streichung der vier Substanzen, welche keiner bestimmten chemischen Formel entsprechen, nämlich der Fehlingschen Flüssigkeit und dreier kolloidalen Eisenlösungen, die von Pascal untersuchte Serie ausmachen. In den folgenden Tabellen gebe ich den Pascal entlehnten molekularen Magnetisierungskoeffizienten χ_m, die absolute molekulare Sättigungsintensität σ_{m0}, welche aus diesem Koeffizienten nach Korrektion des Einflusses der diamagnetischen Atome im Molekül berechnet ist. Ich stelle dann einander gegenüber die für diese verschiedenen Substanzen durch Division von σ_{m0} durch 1123,5 berechnete Magnetonzahl n und die nächste ganze Zahl n'. Die Kolonne $n' - n$ zeigt, in welchem Maße die für n gefundenen Werte ganzzahlig sind, und die letzte Kolonne, welcher prozentuelle Versuchsfehler die Abweichungen erklären würde.

Ich fange mit den 11 Eisensalzen an (siehe untenstehende Tabelle).

Ausgenommen für die erste Substanz, wo sie 6 Proz. erreicht, ist die Korrektion des Diamagnetismus schwach, und meistens unter 1 Proz. geblieben. In allen Bestimmungen des Molekularmomentes aus der Curieschen Konstante wird wegen der Ausziehung der Quadratwurzel der relative Wert aller Versuchsfehler und damit auch die Unsicherheit dieser Korrektion auf die Hälfte reduziert.

Die Molekularmomente sind mit Ausnahme des ersten und des letzten in frappanter Weise ganze Vielfache des Magnetons. Es ist möglich, daß das erste wegen der größeren Korrektion des Diamagnetismus ungenauer ist. Das Ferrosulfat zeigt aus einem unbekannten Grunde eine ausnahmsweise große Abweichung von dem Werte von Liebknecht und Wills, deren Messungen mit derselben Einheit ausgeführt worden sind, wie diejenigen von Pascal (Wasser $\chi = -0{,}75 \cdot 10^{-6}$). Nach diesen Beobachtern gäbe das Ferrosulfat 27,05 Magnetonen.

Von allen früheren Kenntnissen abstrahierend werde ich von diesen Versuchen allein einen Wert des Magnetons ableiten. Die Werte von 2 und 3 einesteils, diejenigen von 5, 6, 10, 11 andernteils sind äußerst benachbart: ich bilde die Mittel. Es springt auf der Fig. 4 in die Augen, daß die fünf Werte (2, 3), 4, 8, (5, 6, 10, 11), 7 eine arithmetische Progression bilden. Ich berechne mit den kleinsten Quadraten die Differenz dieser Progression und finde 2256,5. Das mittlere Glied 29,200 durch diese Differenz dividiert gibt 12,95. Sie ist also mit dem Genauigkeitsgrad der Versuche 13mal in diesem Gliede enthalten, und die Null ist infolgedessen ein Glied der Progression. Ich benutze jetzt diese letztere Eigenschaft, um die Differenz genauer zu berechnen. Ich gebe allen Gliedern ein gleiches Gewicht und finde mit den kleinsten Quadraten 2244,2. Die Substanz 9 zeigt,

Nummer in Fig. 4	Substanzen	$\chi_m \cdot 10^6$	σ_{m0}	$n = \frac{\sigma_{m0}}{1123{,}5}$	n' ganze Zahl	$n' - n$	$100\frac{n^1 - n}{n'}$
1	*K*- u. *Am*-Ferricyanid . . .	1730	11700	10,41	10	— 0,41	— 4,05
2	*Fe*- u. *Am*-Pyrophosphat .	7990	24600	21,89	22	+ 0,11	+ 0,5
3	*Fe*- u. *Am*-Citrat	8040	24680	21,96	22	+ 0,04	+ 0,16
4	*Na*-Ferripyrophosphat . .	9660	27100	24,04	24	— 0,04	— 0,15
5	*Na*-Ferrimetaphosphat . .	13000	31500	28,03	28	— 0,03	— 0,1
6	Ferrichlorid	13100	31390	27,93	28	+ 0,07	+ 0,25
7	Ferrisulfat	15200	33800	30,09	30	— 0,09	— 0,3
8	*K*-Ferrometaphosphat . .	11300	29200	25,99	26	+ 0,01	+ 0,05
9	*Na*-Ferrooxalat	12300	30480	27,11	27	— 0,11	— 0,47
10	*Na*-Ferropyrophosphat . .	13000	31370	27,91	28	+ 0,09	+ 0,32
11	Ferrosulfat	12900	31120	27,69	28	+ 0,31	+ 0,1

daß das gemeinsame Maß nur die Hälfte sein kann:

1122,1,

eine Zahl, welche nur um 1,3 Promille differiert von dem Werte:

1123,5,

der von den in Leiden an den Metallen selbst im flüssigen Wasserstoff ausgeführten Versuchen abgeleitet worden ist.

Diese Übereinstimmung ist bedeutend besser, als man nach der Präzision der Versuche erwarten konnte. Ich habe schon die Genauigkeit der Versuche an den Metallen auf 2 bis 3 Promille geschätzt. Es ist schwierig, gegenwärtig eine Fehlergrenze für den von Pascal zu $-0,75 \cdot 10^{-6}$ angenommenen Koeffizienten des Wassers anzugeben. Es ist noch nicht lange her, daß Curie für diesen Koeffizienten den 5 Proz. höheren Wert $-0,79 \cdot 10^{-6}$ angab. Will man aber nicht annehmen, daß aus den Metallen sich ein gewisses Elementarmoment ergibt, und aus den Lösungen ein anderes, welches von diesem um einen kleinen Betrag abweicht, so muß man annehmen, daß $-0,75 \cdot 10^{-6}$ nicht viel vom richtigen Werte entfernt ist.

Die Pascalschen Messungen über Salze anderer Elemente:

Nummer in Fig. 4	Substanzen	$\chi_m \cdot 10^6$	σ_{m_0}	$n = \frac{\sigma_{m_0}}{1123,5}$	n'	$n' - n$	$100 \frac{n'-n}{n'}$
	Kobalt.						
12	Kobaltchlorid	10560	28180	25,08	25	−0,08	−0,32
—	*Co-* u. *Am*-Chlorid	10590	28330	25,22	25	−0,22	−0,88
—	Pyrophosph. (Doppels.)	10260	27910	24,85	25	+0,15	+0,60
	Mangan.						
13	Manganosulfat	15000	33560	29,87	30	+0,13	+0,43
—	Pyrophosph. (Doppels.)	13380	31830	28,33	28	−0,33	−1,2
14	*K*-Permanganat	225	4620	4,11	4	−0,11	−2,7

Für vier der sechs in dieser Tabelle figurierenden Substanzen ist die Übereinstimmung befriedigend. Für die beiden anderen, das *Co*- und *Am*-Phosphat und das Manganpyrophosphat ist die Abweichung von der ganzen Zahl ziemlich stark, ohne daß der Versuchsfehler, welcher sie erklären würde, sehr groß wäre. Der sehr große Unterschied in den Magnetonzahlen des Manganosulfats und des Permanganats, zweier Substanzen von möglichst verschiedener chemischer Funktion, ist bemerkenswert. Für diese letzte Substanz ist die Bestätigung befriedigend trotz der ziemlich großen relativen Abweichung (letzte Kolonne). Dies rührt von der Kleinheit der Magnetonzahl her.

Nummer in Fig. 4	Substanzen	$\chi_m \cdot 10^6$	σ_{m_0}	$n = \frac{\sigma_{m_0}}{1123,5}$	n'	$n' - n$	$100 \frac{n'-n}{n'}$
	Chrom.						
—	Violetter Alaun	6290	21850	19,45	19	−0,45	−2,4
—	Grüner Alaun	6160	21630	19,25	19	−0,25	−1,3
	Kupfer.						
15	Kupfersulfat	1570	10970	9,78	10	+0,22	+2,2
16	*Cu-* u. *Am*-Sulfat	504	6780	6,03	6	−0,03	−0,5
—	Sulfate glycériné	504	—	—	—	—	—

Die für die zwei Chromsalze gefundenen Werte sind keine ganzzahligen Vielfachen des Magnetons. Dagegen geben vier von Liebknecht und Wills gemessene Chromsalze, von denen die zwei ersten Alaune, 18,66, 19,16, 18,80, 19,08 Magnetonen, deren Mittel 18,92 ist. Es scheint daher, daß 19 in der Tat die richtige Zahl ist, und daß bei Pascal ein zufälliger Fehler die Genauigkeit etwas beeinträchtigt hat.

Für das Kupfersulfat ist die Übereinstimmung sehr mäßig. Liebknecht und Wills geben für vier Cuprisalze Magnetisierungskoeffizienten, aus welchen sich berechnet: 11,08, 10,98, 11,04, 10,98, d. h. 11 mit aller wünschbaren Genauigkeit. Für das sulfate glycériné von Pascal ist die Korrektion des Diamagnetismus in Ermangelung der Kenntnis der genauen Zusammensetzung der Lösung nicht gemacht worden. Aber da die rohe Zahl mit derjenigen des *Cu*- und *Am*-Sulfats übereinstimmt, kann man schätzen, daß sie beide mit der Theorie in Einklang sind.

Man trifft jetzt unter den von Pascal unter-

suchten Substanzen einen höchst bemerkenswerten Körper, das Kaliumquecksilberjodid K_2HgJ_4 an, der aus diamagnetischen Elementen bestehend selbst paramagnetisch ist. Hier kann man für alle Atome die Korrektion des Diamagnetismus ausführen. Man erhält, indem man wie oben rechnet:

$\chi_m \cdot 10^6$	Korrektion des Diamagnetismus	$\chi_m \cdot 10^6$ korrigiert	σ_{m0}	n	n'	$n'-n$	$100\frac{n'-n}{n'}$
1084	K_2 $22 \cdot 10^{-6}$ . . . . Hg 35 . . . . J_4 186	1327	9970	8,88	9	+ 0,12	+ 1,3

also eine ganze Zahl.

Nummer in Fig. 4	Substanzen	$\chi_m \cdot 10^6$	σ_{m0}	$n=\frac{\sigma_{m0}}{1123,5}$	n'	$n'-n$	$100\frac{n'-n}{n'}$
	Uran.						
17	$(SO_4)_2U$	3240	15,760	14,03	14	— 0,03	— 0,21
	Vanadium.						
—	VCl_2	1390	10350	9,21	9	— 0,21	— 0,23
—	$(SO_4)_2V_2O_3$. , ...	1150	9445	8,41	?		
—	VCl_4	622	7440	6,65	?		

Die Übereinstimmung ist für Uran ausgezeichnet, für die erste Vanadiumverbindung ist sie sehr mäßig. Sie ist besser mit der von du Bois nach Stephan Meyer gegebenen Zahl (Rapp. Congr. int. 1900), welche gibt $n = 9,08$. Die zwei letzten Vanadiumverbindungen sind in direktem Widerspruch mit der Theorie.

Von den 27 von Pascal gemessenen Substanzen sind drei, nämlich das K- und Am-Ferrocyanid und die zwei letzten Vanadiumverbindungen im Widerspruch mit der Theorie. Die Übereinstimmung ist sehr mäßig, ohne daß, um die Abweichungen zu erklären, es nötig wäre, wesentlich über die von Pascal angegebene Grenze (2 Proz. auf χ_m, also 1 Proz. auf σ_m) hinausgehende Fehler vorauszusetzen, für das Ferrosulfat, das Co- und Am-Chlorid, das Manganpyrophosphat, die beiden Chromalaune, das Kupfersulfat und VCl_2. Es bleiben also 17 Substanzen, für welche die Übereinstimmung gut ist.

Man kann also die Existenz des Magnetons in *Fe, Co, Mn, Cu, Hg, U* als aus dieser Versuchsreihe bewiesen betrachten.

§ 16. Die Versuche von Liebknecht und Wills. Wir haben im Laufe der vorhergehenden Diskussion mehrmals Bezug genommen auf die von Liebknecht und Wills nach der sehr genauen von du Bois ersonnenen Methode der magnetisch indifferenten Lösungen gewonnenen Resultate. Der teilweise Gebrauch einer solchen Versuchsreihe kann natürlich keineswegs als ein Beweis der Existenz des Magnetons gelten, der nur aus der Prüfung von vollständigen Versuchsreihen hervorgehen kann. Aber er kann zur Interpretation von Detailpunkten helfen, und z. B. gestatten, das Chrom und das Vanadium zu den Elementen hinzuzuzählen, in welchen die Existenz des Magnetons sehr wahrscheinlich ist. In demselben Sinne entnehmen wir diesen Beobachtern noch ihre Resultate über die Nickelsalze: NiF_2, $NiCl_2$, $NiBr_2$, NiJ_2, $NiSO_4$, $Ni(NO_3)_2$, welche eine sehr kompakte Gruppe bilden mit 16,06; 16,11; 16,06; 16,01; 15,95; 16,02 Magnetonen, d. h. mit einer großen Genauigkeit 16. Das Nickel gehört also auch unter die Substanzen, bei welchen der Beweis aus den Eigenschaften der Lösungen erbracht ist.

Für einen ansehnlichen Teil der übrigen Messungen von Liebknecht und Wills ist gleichzeitig die Übereinstimmung mit Pascal und mit der Ganzzahligkeit weniger gut. Das kann zum Teil daran liegen, daß die von diesen Beobachtern benutzten Lösungen konzentrierter sind, und man weiß durch die Versuche von Koenigsberger und Meslin, daß der Paramagnetismus der gelösten Körper sich mit der Konzentration ändert, um bei hohen Verdünnungen einer Grenze zuzustreben. Es sind dies noch wenig bekannte Erscheinungen, in welchen die Ionisation nicht der alleinige Faktor, und nicht einmal der Hauptfaktor zu sein scheint. Es ist nicht unmöglich, daß die an chemischen Funktionen reichen Elemente auf die Verdünnung besonders empfindlich sind.

§ 17. Das Magneton in den festen chemischen Verbindungen. Während der Ausdehnung der Theorie der paramagnetischen Gase auf die Lösungen nichts im Wege stand, ist es auf den ersten Blick mit den festen paramagnetischen Körpern ganz anders. Wenn man sie auf diese Körper ausdehnt, so kommt es darauf

hinaus, über die Beweglichkeit der Moleküle, wie schon bei den ferromagnetischen Metallen, eine ergänzende Hypothese zu machen.

Betrachtet man zunächst die amorphen Substanzen, so wird man geneigt sein, anzunehmen, daß sie sich von den Gasen unterscheiden, nicht so sehr durch die Unmöglichkeit der Drehung der Moleküle, wie durch die größere Seltenheit der Augenblicke, wo die thermische Bewegung einem Molekül den zu seiner Drehung nötigen Raum liefert. Der Endzustand des statistischen Gleichgewichtes wird dann durch dasselbe Gesetz gegeben sein, wie bei den Gasen, die Relaxationszeit dagegen, die nötig ist, um ihn zu erreichen, wird länger sein, wenngleich vielleicht noch sehr kurz gegenüber den meßbaren Zeiten.

Für die kristallisierten Körper kann diese unbeschränkte Rotationsbeweglichkeit unmöglich bestehen. Sie ist, abgesehen vom molekularen Felde, auch bei den magnetischen Metallen nicht in aller Strenge vorhanden. Es gibt potentielle Energien von untergeordneter Bedeutung, welche von der Kristallstruktur abhängen und die ziemlich komplizierte Gruppen von Erscheinungen zur Folge haben, welche in den schwachen Feldern beobachtbar sind, und zu welchen die anfängliche Suszeptibilität und die Hysteresiskurven gehören. Ich habe früher einen Versuch von Theorie dieser Erscheinungen skizziert[1]). Von dem hier eingenommenen Standpunkte kann man sie in den Metallen bei den tiefen Temperaturen vernachlässigen, denn die Messung der Sättigungsintensität, die allein in Betracht kommt, erfordert Felder, in welchen sie vollständig unterdrückt sind. Oberhalb des Curieschen Punktes ist die vereinfachte Theorie, welche sie ignoriert, durch den Erfolg gerechtfertigt.

Es ist fraglich, wie weit der Einfluß der Kristallstruktur auf das magnetische Verhalten der paramagnetischen Substanzen wird vernachlässigt werden dürfen. Die weiter unten mitgeteilten Resultate scheinen zu zeigen, daß dies in viel höherem Maße der Fall ist, als man erwartet hätte.

§ 18. **Die Versuche von Frl. E. Feytis über die magnetischen Salze in festem Zustande**[2]). Frl. E. Feytis[3]) hat die Magnetisierungskoeffizienten einer Reihe von Salzen der magnetischen Metalle im festen Zustande bestimmt. Diese Messungen sind bezogen auf eine in absolutem Werte von Weiss und Foëx bestimmte Lösung von Nickelnitrat. Da diese Bestimmung bei 13° gemacht worden war, beziehen sich die Messungen von Frl. Feytis auf die gleiche Temperatur, denn das Verhältnis der Koeffizienten zweier paramagnetischer Substanzen ist von der Temperatur unabhängig. Von dieser Versuchsreihe habe ich Fe_2O_3 weggelassen, von dem man weiß, daß es ferromagnetische Eigenschaften besitzt, für deren Beschreibung eine einzige Messung bei gewöhnlicher Temperatur nicht ausreicht, und einige Substanzen, wie $Cr(NH_3)_6\,Co(C_2O_4)_3, 3H_2O$, die zwei verschiedene magnetische Atome enthalten. Berechnet man diese letzteren nach demselben Schema wie die anderen, so erhält man die Quadratwurzel der Summe der Quadrate der Magnetonzahlen in den beiden Atomen:

$$n = \sqrt{n_1^2 + n_2^2},$$

welche, von dem bekannten Falle abgesehen, keine ganze Zahl sein kann. Und die Präzision der Versuche ist im allgemeinen gegenwärtig nicht ausreichend dafür, daß es nur ein Wertesystem n_1 und n_2 gäbe, welches der obigen Gleichung mit dem nötigen Grade der Annäherung genügte. Aber eine fünfmal höhere Genauigkeit würde wahrscheinlich gestatten, dieses Problem mit zwei Unbekannten mit Hilfe des Kriteriums der Ganzzahligkeit durch eine einzige Messung zu lösen.

Substanzen	$\chi_m \cdot 10^6$	σ_{m0}	$n = \frac{\sigma_{m0}}{1123,5}$	n'	$n' - n$	$100\,\frac{n'-n}{n'}$
$FeCl_3$ sublimiert	14650	32400	28,83	29	+ 0,17	+ 0,58
$FeCl_3, 2NH_4Cl, H_2O$	12830	30330	26,99	27	− 0,01	+ 0,03
$FeF_3, 3NH_4F$	14820	32660	28,94	29	+ 0,06	+ 0,46
$FeF_3, 2NH_4F, H_2O$	14965	32800	29,19	29	− 0,19	− 0,64
$FeF_3, 3H_2O$	7899	23860	21,23	21	− 0,23	− 1,10
Ferriazetylazetonat	10922	28150	25,05	25	− 0,05	− 0,21
$^1/_3\,(Mn_3O_4)$	5730	20190	17,97	18	+ 0,03	+ 0,16
$CrCl_3$	7027	22510	20,04	20	− 0,04	− 0,18
Kobaltoazetylazetonat	7767	23730	21,12	21	− 0,12	− 0,55
$^1/_2\,Cr(NH_3)_6Cr(C_2O_4), 3H_2O$	7080	22650	20,16	20	− 0,16	− 0,80
$^1/_2\,Cr(NH_3)_4\text{-}C_2O_4(CrNH_3)_2(C_2O_4)_2, 3H_2O$	7080	22650	20,16	20	− 0,16	− 0,80

1) Journ. d. Phys. (4) **8**, 661 ff., 1907; diese Zeitschr. **9**, 362, 1908.

2) In den ersten Publikationen über den Gegenstand habe ich hier die Behandlung der von Urbain gemessenen Koeffizienten der seltenen Erden eingeschoben. Es hat sich aber eine Unsicherheit in der bei diesen Versuchen benutzten Einheit gezeigt. Bis sie gehoben ist, soll daher von ihrer Verwertung abgesehen werden.

3) E. Feytis, Comptes Rendus **152**, 708, 1911.

Wenn die Molekularmomente durch den Zufall beherrscht wären, würden die absoluten Werte in der vorletzten Kolonne zwischen o und 0,5 variieren, und ihr Mittelwert wäre 0,25. Statt dessen ist der größte 0,23 und die Hälfte der anderen ist auffallend klein. Diese Versuchsreihe ist also der Magnetontheorie unstreitig günstig.

§ 19. Die ferromagnetischen Metalle oberhalb des Curieschen Punktes. Neuere Messungen von Weiss und Foëx[1]) haben eine Reihe von Curieschen Konstanten ergeben, welche ebenso viele Bestimmungen des Molekularmomentes liefern. In Fig. 4 sind sie mit + bezeichnet, die späteren Messungen von O. Bloch mit ×.

a) Nickel. Eine Curiesche Konstante ist direkt in einem Temperaturintervall von mehreren hundert Graden beobachtet worden, die andere als Grenze der mit dem Gehalt linear variierenden Curieschen Konstanten der Nickeleisen.

	C	C_m	σ_{m_0}	$n = \frac{\sigma_{m_0}}{1123,5}$	n'	$n' - n$	$100 \frac{n'-n}{n'}$
Reines *Ni* direkt	0,00555	0,3258	9018	8,03	8	— 0,03	— 0,28
Grenze der Nickeleisen . .	0,00700	0,4109	10140	9,03	9	— 0,03	— 0,33

Die Untersuchung desselben reinen Nickels ist von O. Bloch mit verbesserter Versuchstechnik wiederholt worden. Es hat sich dabei die erste obige Curiesche Konstante bestätigt. Ferner hat sich ergeben, daß eine von Weiss und Foëx als wahrscheinliche Störung in der Temperaturmessung notierte Unregelmäßigkeit in Wirklichkeit eine Zustandsänderung in der Nähe der Temperatur 1200° (a. T.) war, die mit dem Auftreten gerade der Curieschen Konstante verbunden ist, welche als Grenze derjenigen der Nickeleisen gefunden worden war. O. Bloch findet:

$$C = 0,00551, \qquad n = 7,99,$$
$$C = 0,00687, \qquad n = 8,96.$$

Die nickelreicheren reversibeln Nickeleisen bestehen aus den festen Lösungen von Ni und Fe_2Ni, welche eine unbegrenzte gegenseitige Löslichkeit besitzen. Es ist bemerkenswert, daß die Legierung beim Nickel einen Zustand hervorruft, den das reine Metall erst bei einer um mehrere hundert Grade höheren Temperatur annimmt. Es ist dies, scheint es, eine Andeutung eines Einflusses der Umgebung auf die innere magnetische Struktur des Atoms.

Die Zahlen 8 und 9 der Magnetonen im reinen Nickel bei hohen Temperaturen sind sehr verschieden von ihrer Zahl, 3, bei sehr tiefer Temperatur und, 16, in den Lösungen der Nickelsalze.

b) Kobalt. Die Curiesche Konstante des Kobalts hat sich aus der Arbeit von O. Bloch über die Nickel-Kobaltlegierungen zweimal mit dem gleichen Werte ergeben, zuerst durch direkte Beobachtung auf dem reinen Kobalt, und dann als mit den kleinsten Quadraten berechnete Grenze der mit dem Gehalt linear variierenden Curieschen Konstanten der Legierungen. Die Zahlenwerte sind:

$$C = 0,01930, \qquad n = 15,008,$$
$$C = 0,01908, \qquad n = 14,925.$$

c) Eisen. Wie Curie schon bemerkt hatte, besitzt der Magnetisierungskoeffizient des Eisens zwei Diskontinuitäten beim Übergang vom β-Eisen zum γ-Eisen und vom γ-Eisen zum δ-Eisen. Wir haben gefunden, daß die β-Region ihrerseits wieder in zwei, β_1 und β_2, zerfällt, von denen jede ihre besondere Curiesche Konstante besitzt. In der γ-Region findet man eine weitere Konstante, und endlich in der δ-Region eine vierte. Aber diese letzte, deren Bestimmung Messungen oberhalb 1400° fordert, ist nur ihrer Größenordnung nach bekannt. Wenn man die bis dahin gemachte Hypothese: zwei Freiheitsgrade der Rotation für jedes Atom, beibehält, so findet man:

	Temperaturintervall	C	C_m	σ_{m_0}	$n = \frac{\sigma_{m_0}}{1123,5}$
β_1-Eisen	774°— 828°	0,0395	2,231	23,500	20,92
β_2-Eisen	828°— 920°	0,0273	1,529	19,530	17,38
γ-Eisen	920°—1395°	0,072	4,03	31,730	28,23

Wenn die Zahlen der letzten Kolonne ganz sein sollten, wäre es nötig, größere, und infolgedessen wenig wahrscheinliche Versuchsfehler anzunehmen, wie bei dem mit demselben Apparate gemessenen Nickel. Nimmt man dagegen an, daß mehrere Eisenatome miteinander starr verbunden sein können, so gelangt man zu verschiedenen Resultaten. Unter den möglichen Voraussetzungen dieser Art genügt folgende in bemerkenswerter Weise der Bedingung der Ganzzahligkeit. Die β-Eisen beständen aus einem starren Molekül Fe_3, das γ-Eisen aus einem starren Molekül Fe_2 und das δ-Eisen aus einem Molekül Fe. Diese Hypothese hat vieles für sich. Sie kommt darauf hinaus, Polymerisationen anzunehmen bei dem einzigen Metall, welches Diskontinuitäten des Magnetisierungskoeffizienten aufweist, und diese finden sich gerade bei den

1) Weiss und Foëx, Archives des Sciences phys. et nat. (4) **31**, 4 u. 89, 1911.

Temperaturen, bei welchen man dazu geführt wird, die Polymerisationen anzunehmen. Es ist bekannt, daß die $\beta\gamma$-Umwandlung eine bedeutende Wärmemenge kostet, die thermischen Eigenschaften der nicht mehr vom Schmelzpunkt sehr entfernten Umwandlung $\gamma\delta$ sind dagegen noch unerforscht. Ferner vereinfacht sich das Molekül bei steigenden Temperaturen. In dieser Voraussetzung findet man:

	Temperatur-intervall	C	C_m	σ_0 per Atom	$n = \frac{\sigma_0}{1123,5}$
β_1-Eisen	774°— 828°	0,0395	32,213	13.567	12,08
β_2-Eisen	828°— 920°	0,0273	31,529	11,227	10,04
γ-Eisen	920°—1395°	0,072	24,03	22,420	19,95

Diese Konstitution des Eisens in den verschiedenen Zuständen wird als sichergestellt betrachtet werden können, wenn neue Bestimmungen den noch etwas unsicheren Wert für das γ-Eisen bestätigen und durch Ermittelung der Konstante für das δ-Eisen den Beweis vervollständigen. Aber man sieht, wie das Magneton seinerseits als Hilfsmittel zur Erforschung der Molekularstruktur wird dienen können.

Es ist interessant, für Nickel und für Eisen die Bestimmungen bei hohen Temperaturen mit denjenigen in der Nähe des absoluten Nullpunktes in Beziehung zu setzen. Die Differenz der bei den hohen Temperaturen für das Nickel gefundenen Molekularmomente, welche auch ihr gemeinsames Maß ist, kann nur das allen Molekularmomenten des Nickels gemeinsame gemeinsames Maß, oder ein Vielfaches desselben, sein, wenn ein solches existiert. Aber diese Differenz ist 1123. Sie ist genau dreimal in der molekularen Sättigungsintensität bei tiefer Temperatur enthalten.

Ähnlich für Eisen. Die Molekularmomente der β_1- und β_2-Eisen sind in dem Verhältnis 5,95 : 5, d. h. mit dem Genauigkeitsgrade der Versuche: 6 : 5. Man leitet daraus für das gemeinsame Maß der Molekularmomente der β_1- und β_2-Eisen ab:

$$\frac{13427 + 11297}{6 + 5} = 2247,6.$$

Die Hälfte, 1123,8, ist genau elfmal in dem Molekularmoment des Eisens bei tiefer Temperatur enthalten. So ist der Wahl der ganzen Zahlen 3 und 11, welche direkt beim Vergleich der Molekularmomente gefunden worden waren, jede Willkür genommen, und die sehr große Genauigkeit, mit welcher das Verhältnis 3 : 11 realisiert ist, erhält seine volle Beweiskraft. Es war also möglich, mit diesen zwei Gruppen von Versuchen allein die Existenz des Magnetons zu ermitteln.

§ 20. Zusammenfassung und Schluß.

Ich habe durch Anwendung der kinetischen Theorie des Magnetismus auf die gelösten paramagnetischen Substanzen, auf die para- und ferromagnetischen festen Körper eine größere Anzahl von auf den ersten Blick scheinbar nicht leicht erreichbaren Molekularmomenten bestimmt.

Es ist so die sehr merkwürdige Eigenschaft zutage getreten, daß ein und dasselbe Atom je nach der Temperatur, der chemischen Bindung verschiedene magnetische Momente annehmen kann. Alle diese Momente stehen untereinander in rationalen Verhältnissen. Man kann daher unter den verschiedenen Momenten desselben Atoms zunächst einen gemeinsamen aliquoten Teil, ein gemeinsames Maß finden. Dann kann man sich vergewissern, daß dieselbe Untersuchung für ein anderes Atom dasselbe gemeinsame Maß liefert. Dieses gemeinsame Maß aller Atommomente hat den Namen Magneton erhalten.

Wenn man annimmt, was sehr wahrscheinlich scheint, daß dieses Elementarmoment in einem materiellen Substratum, welches wohl eine schwere Masse besitzen wird, seinen Sitz hat, so wird man sagen können: das Magneton ist ein gemeinsamer Baustein einer großen Zahl von magnetischen Atomen, und wahrscheinlich aller. Bis jetzt ist der Beweis geführt für: *Fe, Ni, Co, Cr, Mn, V, Cu, U.*

Beschränkt sich diese Eigenschaft auf die magnetischen Elemente? Der Fall des Kupfers und des Sauerstoffs, die, je nachdem sie in Verbindung oder frei sind, magnetisch oder diamagnetisch sein können, derjenige des Jodquecksilberkaliums, in welchem durch die Verbindung von drei diamagnetischen Elementen mindestens eins magnetisch wird, zeigen, daß keine unüberschreitbare Grenze gezogen werden kann.

Aber die Verwandtschaft mit einem scheinbar sehr entlegenen Gebiete der Wissenschaft, mit den Gesetzen der Serienspektren, spricht sehr zugunsten des Magnetons, als universellen Bestandteil der Materie. Man weiß, daß W. Ritz[1]) einen elektromagnetischen Mechanismus ersonnen hat, welcher Rechenschaft gibt von der Verteilung der Linien in den Serien, welche das Balmersche Gesetz und verwandte Gesetze befolgen. Der Ritzsche Mechanismus ist an und für sich sehr bestechend und wird durch den hoffnungslosen Mißerfolg der anderweitigen Versuche, namentlich derjenigen mit elastischen Schwingungen, wahrscheinlicher gemacht. Er besteht, was den Teil betrifft, der hier in Betracht kommt, aus magnetischen Stab-

1) W. Ritz, Ann. d. Phys. **25**, 660, 1908. — Gesammelte Werke 98.

chen von gegebenem Moment, die gleich gerichtet und zu mehreren festen, geradlinigen Magneten miteinander verbunden sind.

Dieses Organ reproduziert gerade den Magneten mit konstantem aliquotem Teil, zu welchem wir gelangt sind. Die Serienspektren aber sind in vielen Atomen beobachtet worden, von welchen die Mehrzahl diamagnetisch ist. Allerdings ist die Identität des Ritzschen Elementes und des Magnetons nicht bewiesen, aber sie scheint wahrscheinlich, und mit ihr die Existenz des Magnetons in allen Atomen.

Welches werden jetzt die Folgen der Aneignung dieses neuen Begriffes sein? Vom Standpunkt der Geschichte der magnetischen Eigenschaften der Körper ist wohl der Ausdruck „Substanz, welche die Theorie nicht befolgt", zu ersetzen durch „Substanz mit einer veränderlichen Zahl von Magnetonen in dem betrachteten Temperaturintervall". Magnetit und Pyrrhotin besitzen dieselbe Anzahl Magnetonen in größeren Intervallen wie die Metalle. Die Substanz, welche dieselbe Magnetonzahl in dem ausgedehntesten Intervall von der Temperatur der flüssigen Luft bis 1000° abs. mit einem Curieschen Punkt bei 600° abs. besitzt, ist Fe_2Ni, die Grenzlegierung zwischen den beiden Gruppen der Nickeleisen. Es ist noch eine bedeutende experimentelle Arbeit notwendig, bis die Eigenschaften der ferromagnetischen Körper mit veränderlicher Magnetonzahl beschrieben werden können. Aber mit der neuen leitenden Idee hat diese Aufgabe nichts Entmutigendes mehr. Es scheint im Gegenteil, daß dieses Studium besonders ausgiebig zu sein verspricht in der Entdeckung der Gesetze der Wechselwirkungen zwischen den Molekülen, so sehr springt es in die Augen, daß die vektoriellen Erscheinungen des Magnetismus zugleich reichhaltiger und handlicher sind, wie die skalaren Erscheinungen der Kompressibilität, der inneren Reibung usw., welche bis jetzt weit mehr Anstrengungen in Anspruch genommen haben.

Ferner wird es geboten sein, die Beziehungen des Magnetons mit den chemischen Erscheinungen zu verfolgen. Welche Rolle spielen die magnetischen Erscheinungen in der chemischen Verbindung? Sind die chemischen Kräfte Anziehungen von Elementarmagneten? Können die Valenzen in dem einen oder anderen Fall den Magnetonen gleichgesetzt werden?

Die Art der Umwandlung, die ein Körper erleidet, dessen Magnetonzahl sich ändert, ist noch sehr dunkel, und verlangt für sich untersucht zu werden. Sie ist nicht eine allotrope Umwandlung im gewöhnlichen Sinne des Wortes, denn der Fall des Magnetits zeigt, daß das Molekül durch diese Umwandlungen hindurch seine Masse und seinen Bau mit derselben Zahl von Freiheitsgraden beibehält. Kostet diese Umwandlung Energie? Gibt es andere äußere Kennzeichen, die sie begleiten? Es ist bis jetzt auf diese letztere Frage nur in einem Punkte möglich zu antworten: die Konstante des molekularen Feldes, welche die orientierenden Wechselwirkungen in den ferromagnetischen Körpern ausdrückt, erleidet gleichzeitig mit der Magnetonzahl eine Änderung.

Denkt man sich für einen Moment die Existenz dieser kleinen Elementarmagnete, die alle einander gleich sind, und in den Atomen in großer und, je nach den Versuchsbedingungen, verschiedener Zahl vorkommen, als von vornherein gegeben, so wird ihre experimentelle Demonstration als von den größeren Schwierigkeiten umgeben erscheinen. Die magnetischen Momente sollten Resultanten bilden, welche zu ihrer Größe keine einfache Beziehung mehr haben. Es scheint, daß man, um sie zu fassen, irgendeine Ausnahmeerscheinung abwarten müsse, ähnlich derjenigen, die das Elektron aus dem Atom schleudert. Die Leichtigkeit, mit welcher sie sich kundgeben, der Ausnahmecharakter der Fälle, wo sie der Beobachtung entgehen, sind der Ausdruck einer wichtigen Eigenschaft. Es ist in der Tat wunderbar, daß diese Elementarmagnete, wenn sie überhaupt eine materiell getrennte Existenz haben, immer so gelagert sind, daß ihre Momente sich algebraisch addieren, d. h. parallel, wenn nicht sogar in derselben Geraden. Es ist vielleicht ebenso eigentümlich, daß unter den vorhandenen Messungen so wenige die Idee von Gemischen von Molekülen mit verschiedenen Magnetonzahlen erwecken. Es ist wahrscheinlich, daß derartige Gemenge in den konzentrierten Lösungen der magnetischen Salze existieren, von denen Koenigsberger und Meslin gezeigt haben, daß sie mit der Konzentration veränderliche Magnetisierungskoeffizienten besitzen. Man kann sich aber fragen, ob die Ausgleichung der Magnetonzahlen nicht eine der Gleichgewichtsbedingungen der gleichartigen Moleküle untereinander wäre.

Endlich kann man noch sagen, daß nach dem Elektron, welches die neueren Ideen über die diskontinuierliche Struktur der Elektrizität zum Ausdruck bringt, das Magneton eine ähnliche Evolution in der Darstellung der magnetischen Erscheinungen bezeichnet.

Wenn ich zum Schluß noch Kleines mit Großem vergleichen darf, so will ich meine besondere Freude und meinen Dank dafür aussprechen, daß ich meine Ausführungen hier habe vortragen dürfen, in dem Lande, wo Helmholtz die Grundlage zur Anschauung von

der atomistischen Struktur der Elektrizität gelegt hat.

Diskussion.

Abraham: Es liegt der Gedanke nahe, die verschiedenen Elementargrößen, die man jetzt in der Physik einführt, miteinander in Verbindung zu bringen. Wenn man überlegt, welche Dimension das magnetische Moment hat, um es mit dem famosen Wirkungsquantum in Verbindung zu bringen, so kommt heraus, daß die Dimension des magnetischen Moments gleich ist der des Wirkungsquantums mal der Dimension der spezifischen Ladung. Ich habe so das Moment des Magnetons zu berechnen gesucht, als Produkt aus Wirkungsquantum und spezifischer Ladung des Elektrons, man findet da aber leider einen verschiedenen Wert. Was die Beziehung zu der Ritzschen Theorie anlangt, so müßte man die dort auftretende Konstante berechnen können aus dem magnetischen Moment des Magnetons und der spezifischen Ladung. Aber man findet eine ganz andere Größenordnung; die Ritzsche Theorie scheint, was den numerischen Wert des Moments der von ihr postulierten Elementarmagnete anlangt, sich nur schwer mit dem Moment des Magnetons in Übereinstimmung bringen zu lassen. Es scheint demnach, daß in der Atomistik der physikalischen Größen noch nicht die Ordnung herrscht, die man zu wünschen hätte.

Gans: Ich möchte auf eine Überlegung hinweisen, die der des Herrn Abraham ganz ähnlich ist. Kann man die Tatsache, daß ein Magneton existiert, nicht vielleicht auf eine andere Elementareigenschaft zurückführen? Kann man sich nicht vorstellen, daß ein solches Magneton ein rotierender starrer Umdrehungskörper ist, der um seine Figurenachse rotiert, und in welchem Elektronen vorhanden sind? Die kinetische Energie eines solchen Systems ist $\sum \frac{m r^2}{2} \cdot \omega^2$, wenn ω die Winkelgeschwindigkeit, r den Abstand eines Elektrons von der Rotationsachse bedeutet.

Wenn nun diese kinetische Energie nach dem Planckschen Gesetz ein ganzzahliges Multiplum p von $h\nu$ sein muß, wo h das Wirkungsquantum ist, und wir ν mit der Umlaufsgeschwindigkeit $\frac{\omega}{2\pi}$ identifizieren, so bekommen wir den Ausdruck

$$\sum \frac{m r^2}{2} \omega = p \cdot \frac{h}{2\pi}.$$

Andererseits ist das magnetische Moment gegeben durch

$$\mu = \sum \frac{e r^2}{2} \omega,$$

denn dieses ist nichts anderes als die Summe der Elektrizitätsmengen, jede multipliziert mit der Fläche, die in der Zeiteinheit umkreist wird. Verbinden wir die beiden Gleichungen, so bekommen wir, ähnlich wie Herr Abraham soeben gesagt hat, $\mu = p \cdot \frac{h \frac{e}{m}}{2\pi}$.

Es wäre damit $\frac{1}{2\pi} \cdot h \cdot \frac{e}{m}$ als eine universelle Konstante gefunden, und es wäre die atomistische Struktur des Magnetismus (μ) zurückgeführt auf die atomistische Struktur der Elektrizität $\left(\frac{e}{m}\right)$ und die der Energie (h). Ohne die Einführung der Planckschen Energiequanten wäre es nicht recht verständlich, wieso unter der Annahme Amperescher Molekularströme (rotierender oder zirkulierender elektrischer Systeme) nur ganzzahlige Vielfache eines bestimmten Momentes auftreten können. In den Zahlenwerten ist allerdings eine Übereinstimmung nicht vorhanden. Denn nimmt man für $\frac{e}{m}$ den Wert der Kathodenstrahlen, so ergibt sich für μ ein etwa 10 mal so großer Wert, als er den Beobachtungen von Weiss entspricht. Trotzdem habe ich diese Überlegung angeführt, weil vielleicht einer von Ihnen einen Gedanken hat, wie durch Annahme eines etwas modifizierten Mechanismus auch eine numerische Übereinstimmung erzielt wird.

Weiss: Auch ich bin überzeugt, daß es erwünscht ist, die Zahl der Naturkonstanten zu reduzieren und das Magneton entweder durch Dimensionalbetrachtungen, wie Herr Abraham sie mitteilt, oder durch Hinzuziehung der Planckschen Quanten mit dem Elektron in Beziehung zu setzen. Was die hierüber eben gegebene Ableitung von Herrn Gans betrifft, so hat mir Herr Einstein die gleiche Betrachtung schon früher mitgeteilt; aber man findet da einen 10 mal zu hohen Wert, was sehr störend ist.

Die Gleichsetzung des Ritzschen Elementes mit dem Magneton gibt nicht das Moment des Magnetons, sondern seine Länge, und es kommt da etwas ganz Annehmbares heraus. Man erhält für das Ritzsche Element 10^{-10} cm Länge, was ja mit den Molekulardimensionen 10^{-8} cm und der Größe des Elektrons 10^{-13} cm ganz gut verträglich ist.

Aus der gemeinsamen Sitzung für Physik und Chemie:

A. Cotton (Paris), Magnetische Doppelbrechung reiner Flüssigkeiten. (Neue Untersuchungen gemeinsam mit H. Mouton.)

In einer früheren Arbeit[1]) haben wir, H. Mouton und ich, die magnetische Doppelbrechung untersucht, welche sich bei zahlreichen reinen organischen Flüssigkeiten zeigt und welche wir zuerst in Nitrobenzol gefunden haben: mit der betreffenden Substanz füllt man ein geeignetes Polarimeterrohr, welches man im engen Interferrikum eines großen Elektromagneten anbringt. Durch dieses Rohr geht senkrecht zu den Kraftlinien ein Lichtstrahl, welcher in einem Winkel von 45° zu diesen Linien polarisiert ist. Einen Nicolanalysator stellt man auf Dunkelheit ein: wird nun der Magnet erregt, so erscheint das Licht wieder. Auf verschiedene Arten kann man zeigen, daß der Lichtstrahl, beim Verlassen der sich im Felde befindenden Flüssigkeit, elliptisch polarisiert ist und daß die magnetisierte Flüssigkeit sich genau ebenso verhält wie eine sehr dünne Scheibe eines einachsigen positiv doppelt brechenden Kristalles, wenn die Scheibe parallel zur Kristallachse geschliffen wurde. Die Richtung der Kristallachse würde dann zusammenfallen mit der Richtung der Kraftlinien.

Die so beobachtete positive magnetische Doppelbrechung kann auf verschiedene Weisen mit aller Genauigkeit gemessen werden. Wir haben am häufigsten die folgende Meßmethode angewandt: Man verschafft sich eine intensive monochromatische Lichtquelle (eine Spektrallinie einer Quecksilberbogenlampe), bringt eine richtig orientierte Platte von einer Viertelwelle Gangunterschied an auf dem Wege der Lichtstrahlen bei ihrem Austritt aus dem Rohr und bestimmt mit einem Halbschattenanalysator für geradlinig polarisiertes Licht den Azimut der wiederhergestellten geradlinigen Schwingung (Methode von Chauvin), die Messung wird dann im Grunde zurückgeführt auf die Bestimmung eines Rotationsvermögens. Im Falle des Nitrobenzols beträgt die zu messende Drehung mehr als 6°, wenn ein großer Weißscher Elektromagnet mit langen schneidenförmigen Polschuhen verwendet wird.

Diese magnetische Doppelbrechung ist proportional dem Quadrate der Feldstärke und proportional der Schichtdicke. Wir haben den absoluten Betrag der Doppelbrechung im Falle des Nitrobenzols sorgfältig gemessen. Der erhaltene Wert[2]) stimmt überein mit dem Resultat einer Messung, welche ich in Lincoln (Nebraska) gemeinsam mit Professor Skinner ausgeführt habe, wobei die optische Messung nach einer ganz anderen Methode erfolgte. Anderseits hatten wir, Mouton und ich, die Änderung der magnetischen Doppelbrechung dieser Flüssigkeit bestimmt, als Funktion der Wellenlänge des verwandten Lichtes und der Temperatur. Die magnetische Doppelbrechung von Nitrobenzol ändert sich im Bereiche des sichtbaren Spektrums gerade wie die elektrische Doppelbrechung (Kerreffekt). Die Arbeiten von Mc Comb[1]) und von Skinner[2]) haben dieses Resultat bestätigt und auf andere Flüssigkeiten ausgedehnt.

Unsere neuen Untersuchungen auf diesem Gebiet beziehen sich hauptsächlich auf das systematische Studium einer ziemlich großen Anzahl gut gereinigter organischer Verbindungen, welche uns verschiedene Chemiker freundlichst zur Verfügung gestellt haben. Ganz besonders haben wir Substanzen untersuchen können, welche Pascal zur Messung ihrer magnetischen Eigenschaften eigens hergestellt hatte. Wir haben bei allen den Flüssigkeiten, die sich „aktiv“ erwiesen, die magnetische Doppelbrechung im Vergleich mit Nitrobenzol unter gleichen Versuchsbedingungen gemessen. Die Ergebnisse sind dargestellt in Form von Tabellen, wo an erster Stelle die so erhaltenen Verhältnisse β angeführt sind. Aus diesen kann man, wenn man will, die absoluten Größen ableiten: Diese Werte β erlauben einen Vergleich verschiedener Flüssigkeiten bei gleicher Schichtdicke: ferner erhalten die Tafeln auch die Werte der Quotienten $\frac{\beta}{d}$, wo d die Dichte der Flüssigkeit ist. Den Wert dieses Quotienten nennen wir spezifische magnetische Doppelbrechung. Diese spezifischen magnetischen Doppelbrechungen kommen in Betracht, wenn man gleiche Massen der verschiedenen untersuchten Flüssigkeiten vergleichen will. Aus ihnen kann man die molekularen magnetischen Doppelbrechungen berechnen.

Die Gesamtheit dieser Messungen hat unsere früheren Resultate bestätigt und erweitert, wonach die chemische Struktur der untersuchten Substanzen in dieser magneto-optischen Erscheinung die Hauptrolle spielt. In der aliphatischen Reihe erwiesen sich die neu untersuchten Flüssigkeiten inaktiv[3]) wie die früheren. Im

1) Cotton et Mouton, Annales de Ch. et Ph. **19**, 153; **20**, 194, 1910; Journ. de Ph. janvier 1911.

2) Cotton et Mouton, Compt. rend. **151**, 862, 1910.

1) Mc Comb, Phys. Rev. **29**, 525, 1909.

2) Skinner, Phys. Rev. **29**, 541, 1909.

3) Ich erinnere daran, daß Schwefelkohlenstoff uns eine meßbare magnetische Doppelbrechung ergeben hat, diese ist negativ. Eine sehr schwache, die Versuchsfehler kaum übersteigende Doppelbrechung haben wir bei

Gegensatz hierzu haben wir bei allen Flüssigkeiten der aromatischen Reihe, welche wir untersuchen konnten, eine positive magnetische Doppelbrechung gefunden. Die Mannigfaltigkeit der untersuchten chemischen Typen erlaubt uns, zu behaupten, daß es sich hier tatsächlich um eine allgemeine Eigenschaft dieser zahlreichen Verbindungen handelt, welche den Benzolkern oder andere analoge Kerne enthalten (z. B. den Pyridin- oder den Naphthalinkern), rein chemische Untersuchungen lassen diese Kerne in den Molekeln erkennen. Die Probe der magnetischen Doppelbrechung bildet ein physikalisches Hilfsmittel, welches zum gleichen Resultat führt[1]) und eine neue nützliche Kontrollmethode darstellt. Beide Untersuchungsmethoden stimmen übrigens miteinander überein in bezug auf das Bild, das man sich machen kann von der Struktur dieser Kerne. Man weiß z. B., daß das Schema von Kékulé (Sechseck mit drei Doppelbindungen) nicht alle chemischen Eigenschaften des Benzols vollständig zum Ausdruck bringt: die Doppelbindungen sind nicht gewöhnliche Äthylenbindungen, ihr gleichzeitiges Vorhandensein spielt eine Hauptrolle. Nun führt die magnetooptische Untersuchung zum gleichen Resultat. Nicht nur bringt die vollständige Lösung aller dieser einzelnen Doppelbindungen, durch Reduktion mit Wasserstoff z. B., die Doppelbrechung zum Verschwinden, sondern dieselbe wird unmerklich, wenn man nur eine Doppelbindung bestehen läßt. Diese nimmt dann den Charakter einer Äthylenbindung an. Diese Schlüsse wurden gezogen aus dem Studium des Zyklohexenes, der Pinene usw. . . . Diese Substanzen zeigen keine meßbare magnetische Doppelbrechung, ebensowenig wie diejenigen (Zyklohexan, Pinenhydryre), in welchen man die Doppelbindungen vollständig beseitigt hat. Ebenso ließ sich bestätigen, daß Piperidin inaktiv ist (zu vergleichen mit Pyridin), daß Eukalyptol inaktiv ist (z. B. mit Thymol zu vergleichen), ferner daß Tetrahydrochinolein, wo die Reduktion mit Wasserstoff sich auf einen der beiden verbundenen Kerne beschränkt, aktiv bleibt, aber viel weniger als Chinolein usw.

Vergleicht man die spezifischen Doppelbrechungen der verschiedenen Benzolderivate, zunächst der einfach substituierten, so findet man, daß jedes eingeführte Atom bzw. Atomgruppe seine eigene Individualität zur Geltung bringt, welche ohne Zweifel im Zusammenhang steht mit seinen magnetischen oder optischen Eigenschaften. Unter den Substitutionen, welche die spezifische magnetische Doppelbrechung deutlich vergrößern, lassen sich diejenigen anführen, welche an den Benzolkern mit einer Valenz entweder die Gruppe NO_2 anfügen oder ein Kohlenstoffatom, welches selber versehen ist mit einer Äthylenbindung.

Untersucht man die mehrfach substituierten Derivate, so findet man, daß die Wirkungen der einzelnen Substitutionen nicht additiv sind und daß außerdem noch die Stelle der substituierten Gruppen von Einfluß ist. Wenn man also zwei gleiche Substitutionen ausführt und dadurch die drei Isomeren Ortho, Meta und Para erhält, so findet man ähnliche, aber nicht gleiche Doppelbrechungen. Dies folgt aus der Untersuchung der drei Xylene: das Metaxylen unterscheidet sich am meisten von den beiden anderen Isomeren, was wieder den chemischen Eigenschaften entspricht.

Diese und andere Erscheinungen (besonders die Versuchsergebnisse mit denjenigen Verbindungen, welche mehrere gleiche Kerne enthalten, die alle entweder mit dem gleichen Atom oder nicht mit dem gleichen Atom verbunden sind[1])) erklären sich einfach durch die Annahme der molekularen Orientation[2]), wie wir sie schon gemacht hatten zur Darstellung der physikalischen Gesetze der Erscheinung. Von diesem Gesichtspunkt aus betrachtet scheint die magnetische Doppelbrechung berufen zu sein, an der Klärung unserer Anschauungen über die Struktur der Molekeln selber und über ihre mehr oder weniger bedeutende Dissymmetrie ihren Beitrag zu liefern.

Diskussion.

Kauffmann-Stuttgart: Die hochinteressanten Untersuchungen scheinen mir sehr wichtig und stehen in gewissem Zusammenhange mit solchen, welche ich über die magnetische Drehung des polarisierten Lichtes ausgeführt habe. Ich benützte die Perkinsche Anordnung und prüfte ebenfalls Benzolderivate. Vom rein chemischen Standpunkt aus ist zu vergleichen, wie sich die verschiedenen Substanzen bei den beiden Versuchsreihen verhalten. In vielen Fällen herrscht Analogie, nur ist der Effekt häufig ein umgekehrter, wie z. B. der Vergleich des Nitro-

anderen Körpern gefunden: Chloroform (sorgfältig gereinigt) und Dibromäthan sind beide sehr schwach „negativ".

1) Die Anwendung dieses Verfahrens ist besonders vorteilhaft bei den flüssigen oder leicht schmelzbaren Körpern. Die Untersuchung von Lösungen, obgleich noch durchführbar, ist schwieriger, weil die Konzentration oft zu gering ist. Auch ist die Auslegung der Resultate nicht so einfach, was sich gezeigt hat beim Studium verschiedener Mischungen.

1) Wenn man z. B. Toluen, Diphenylmethan und Triphenylmethan vergleicht.

2) A. Cotton et H. Mouton, loc. cit. Vgl. auch Langevin, Le Radium, Sept. 1910.

benzols und Anilins mit dem Benzol zeigt. Nitrobenzol ergibt bei der Perkinschen Anordnung kleinere, Anilin dagegen größere Abweichungen als Benzol. Bei der magnetischen Doppelbrechung scheint, wie die Zahlen des Vorredners beweisen, gerade eine Umkehrung stattzufinden. Gewisse Unterschiede bestehen vielleicht bei den Doppelbindungen, denn letztere ergeben bei der Perkinschen Anordnung dieselbe Wirkung wie positive Gruppen, während bei der magnetischen Doppelbrechung auch das Gegenteil der Fall sein kann.

Aus dem vorliegenden Material lassen sich noch keine Schlüsse ziehen, wie weit die Analogie beider Versuchsreihen geht. Doch glaube ich aussprechen zu dürfen, daß sie sich gegenseitig ergänzen, und die Folgerungen für die Valenzlehre, welche der Vorredner angeregt hat, scheinen mir wichtig. Sie decken sich zum Teil mit Vermutungen, die auch ich schon ausgesprochen habe. Auf jeden Fall bin auch ich der Meinung, daß es sich hier um außerordentlich wichtige Erscheinungen handelt, nur sollte man beide Versuchsreihen miteinander vergleichen.

Weiss: Der Vortragende läßt fragen, welches die von Ihnen gemessene Größe ist.

Kauffmann: Die magnetische Drehung des polarisierten Lichtes und zwar mit Hilfe der Perkinschen Anordnung. Sowohl hier wie bei der magnetischen Doppelbrechung werden optische Effekte gemessen, die durch das magnetische Feld zustande kommen und die chemisch miteinander zusammenhängen werden.

R. Leiser (Karlsruhe), Über elektrische Doppelbrechung der Gase.

Meine Herren! Ich möchte ganz kurz davon Mitteilung machen, daß es mir und meinem Mitarbeiter, Herrn Hansen, gelungen ist, die meines Wissens bisher nur an festen und flüssigen Körpern bekannte Erscheinung der elektrischen Doppelbrechung auch an Gasen zu beobachten. Durch Vervollkommnung der optischen Hilfsmittel war es möglich, diese außerordentlich kleinen Doppelbrechungen, die etwa 200 bis 10000 mal so klein sind, als die im gleichen elektrischen Felde in Schwefelkohlenstoff auftretende, ziemlich genau zu messen. Die Versuchsanordnung war im wesentlichen dieselbe, die ich früher zu einer Untersuchung über die elektrische Doppelbrechung flüssiger organischer Verbindungen benützt und in Heft 4 der Abhandlungen der Deutschen Bunsen-Gesellschaft beschrieben habe. Der Messung lag das von Des Coudres für Flüssigkeiten angegebene Prinzip zugrunde, wonach zwei Substanzen dadurch miteinander verglichen werden, daß man sie hintereinander in denselben Strahlengang bringt und die in ihnen erzeugten elektrischen Felder hinsichtlich ihrer Lage und Stärke so einstellt, daß die in den beiden Substanzen hervorgerufenen Gangunterschiede sich aufheben. Die Anordnung erlaubte es, einen Gangunterschied von $2 \times 10^{-5} \lambda$ noch deutlich zu sehen. Durch Erreichung der Sichtbarkeitsgrenze von beiden Seiten und Mittelnahme konnte ich Gangunterschiede bis auf etwa $\pm 3 \times 10^{-6} \lambda$ genau vergleichen. Dies entspricht einem Unterschied der beiden Hauptbrechungsindizes von sieben Einheiten der 12. Dezimale. Um eine so hohe Empfindlichkeit zu erreichen, mußte dem Aufbau der optischen Anordnung besondere Sorgfalt zugewendet werden. Erwähnt sei nur, daß das hierzu konstruierte Halbschattensystem aus zwei gekreuzten, schwach gedehnten Glasstreifen bestand und so eingerichtet war, daß in beiden Hälften des Gesichtsfeldes gleich große und entgegengesetzte Gangunterschiede von etwa $10^{-3} \lambda$ herrschen. Eine genaue Beschreibung findet sich in der oben genannten Publikation. Als Lichtquelle diente eine Bogenlampe, als Elektrizitätsquelle eine Influenzmaschine.

Wir haben das Phänomen zuerst an Dämpfen solcher organischer Substanzen gesucht, von denen man nach unseren bisherigen Kenntnissen über die Beziehungen zwischen Konstitution und elektrischer Doppelbrechung einen besonders hohen Effekt erwarten konnte. Später haben wir es auch an zahlreichen anderen Gasen gefunden. Wir bedienten uns dabei zum Teil des Kunstgriffes, höhere Drucke anzuwenden, wodurch wegen der größeren Dichte und der Möglichkeit, höhere Spannungen anzulegen, die Effekte sehr gesteigert werden konnten. Im Ganzen wurden 21 Gase untersucht. Von diesen gaben Stickstoff, Sauerstoff, Stickoxyd und Kohlenoxyd bei 2 Atmosphären Gesamtdruck keine nachweisbare Doppelbrechung.

Die Messungen haben ergeben, daß die Kerrschen Konstanten der Gase dem Druck proportional sind. Die Genauigkeit, mit der sich dieses Gesetz nachweisen ließ, ist in Anbetracht der Schwierigkeit der Messung eine sehr hohe. Die Abweichungen der gefundenen Kerrschen Konstanten vom geradlinigen Verlauf betragen etwa 2 Proz. des Wertes bei Atmosphärendruck. Die spezifische und somit die molekulare elektrische Doppelbrechung eines Stoffes im Gaszustand ist also eine konstante Größe. Interessant ist ferner, daß diese Größe auch nicht wesentlich verschieden ist von der spezifischen elektrischen Doppelbrechung desselben Stoffes im flüssigen und gelösten Zu-

stande. Für gasförmigen Azetaldehyd ist diese z. B. 169, für flüssigen 250. Ich gebe im folgenden einige Zahlenwerte wieder:

Substanz	Druck mm *Hg*	Kerrsche Konstante ($CS_2 = 100$)
C_2H_5Cl	710	0,257
"	847	0,297
"	639	0,226
"	440	0,155
"	441	0,156
"	213	0,078
CH_3Cl	767	0,164
CH_3Br	963	0,276
CH_3CHO	716	0,292
NH_3	1059	0,026
CO_2	1766	0,015
HCN	666	0,49

Zum Schluß sei noch bemerkt, daß auch Messungen an einigen dieser Stoffe in verdünnter Lösung vorgenommen wurden und daß hier die Kerrschen Konstanten zwar auch der Konzentration proportional sind, jedoch etwas andere Werte als im Gaszustand bei gleicher Konzentration besitzen, die vom Lösungsmittel abhängig sind. Das vollständige Zahlenmaterial, das vielleicht bei der Prüfung verschiedener Theorien von Nutzen sein kann, wird demnächst veröffentlicht werden.

Die Tatsache, daß elektrische Doppelbrechung in Gasen überhaupt in der gefundenen Größenordnung auftritt, scheint mir gewisse Vorstellungen vom Mechanismus der elektrischen Doppelbrechung, wie die, welche Gruppierung der Moleküle annimmt, auszuschließen, dagegen besonders mit der auf der Vorstellung der Orientierung sich aufbauenden Theorie verträglich zu sein.

Joseph von Kowalski (Freiburg i. Ü.), Untersuchungen über Phosphoreszenz organischer Verbindungen bei tiefen Temperaturen.

Im folgenden habe ich versucht, ausführlicher als bis jetzt geschehen, einen Bericht zu erstatten über die Untersuchungen, welche die Phosphoreszenz organischer Verbindungen zum Gegenstand haben und von mir und meinen Schülern im Laufe der letzten Jahre im Physikalischen Institut der Universität Freiburg i./S. ausgeführt worden sind[1]).

1) J. v. Kowalski, C. R. **145**, 1270, 1907; **148**, 280, 1909; **151**, 810, 1910; Krakauer Anz. 1908 u. 1910 J. v. Kowalski u. J. Dzierzbicki, Krakauer Anz. 1909; Arch. de Genève **27**, 227, 1909; C. R. **151**, 943, 1910; **152**, 83, 1911.

Alle diese Arbeiten wurden z. T. aus den Mitteln des „Elisabeth Thompson Fund" in Boston ausgeführt, und ich erlaube mir, dem Kuratorium desselben meinen besten Dank auszusprechen.

Daß gewisse organische Körper bei tiefen Temperaturen, z. B. bei der Temperatur von — 190°, phosphoreszenzfähig werden, ist seit den Versuchen von Dewar[1]) bekannt. Forscher wie C. C. Trowbridge[2]), A. und L. Lumière[3]), F. J. Micheli[4]) u. a. haben sich mit dieser Erscheinung beschäftigt, und ihre Resultate sind in einer größeren Arbeit von Nichols und Merritt[5]) zusammengestellt. Die beiden auf dem Gebiete der Lumineszenz so verdienten amerikanischen Forscher liefern auch selbst einen wichtigen Beitrag zur Kenntnis dieser Erscheinungen. Die bis zum Jahre 1905 veröffentlichten Arbeiten findet man sehr gut referiert in einem Bericht von E. L. Nichols[6]), und ich will es daher unterlassen, an dieser Stelle weiter auf dieselben einzugehen. Kurz nach den Untersuchungen von Nichols und Merritt erschien eine umfangreiche Arbeit von P. Borissow[7]). Die Resultate derselben faßt der Verfasser in folgenden Sätzen zusammen: 1. Das Leuchten von organischen Verbindungen bei der Siedetemperatur der flüssigen Luft ist eine außerordentlich verbreitete Erscheinung; nur wenige organische Verbindungen zeigen keine Lumineszenz. 2. Die gefärbten organischen Verbindungen lumineszieren gar nicht oder sehr schwach. Es gehören hierher alle Nitroverbindungen und organische Farbstoffe; die Lösungen einiger gefärbter Körper aber (Fluoreszine, Rosaline) lumineszieren bisweilen sehr intensiv, während die Stoffe selbst nicht oder sehr schwach leuchten. Das Selbstleuchten ist noch bei viel höheren Temperaturen bemerkbar, als gewöhnlich angenommen wird. An vielen Körpern nimmt man es bereits bei — 20°, bei einigen sogar bei + 100° wahr. Bei den meisten Körpern beginnt das Leuchten 50° bis 150° unterhalb des Schmelzpunktes. 4. Von allen untersuchten festen Körpern zeigen die organischen Säuren, das Albumin und einige Alkaloide das stärkste Leuchten. 5. Die am häufigsten auftretende Farbe der Phosphoreszenz ist grün. 6. Die Phosphoreszenzdauer ist bei der Temperatur des Siedens der flüssigen Luft von der Dauer der vorangegangenen Belichtung unabhängig, falls sie mehr als eine Sekunde betragen hatte. 7. Die Abhängigkeit der Leuchtdauer von der Temperatur war in 15 Fällen (von 26) bei bedeutenden Temperaturveränderungen durch eine

1) Dewar, Proc. Roy. Soc. **5**, 340 und **14**, 665, 1895.
2) C. C. Trowbridge, Science **10**, 245, 1899.
3) A. u. L. Lumière, C. R. **128**, 549, 1899.
4) F. J. Micheli, Arch. de Genève **12**, 3, 1901.
5) Nichols und Merritt, Phys. Rev. **18**, 355, 1904.
6) E. L. Nichols, Jahrb. d. Rad. u. Elektr. **2**, 149, 1905.
7) Borissow, Journ. d. russ. phys.-chem. Ges. **37**, 249, 1905.

lineare Funktion der Temperatur darstellbar. 8. Bei Erhöhung der Temperatur nähert sich die Phosphoreszenzfarbe dem Weiß und nimmt einen bläulichen Ton an. 9. Die Intensität und Dauer der Phosphoreszenz nehmen bei Zunahme der Temperatur ab. 10. Alkoholische und wässerige Lösungen phosphoreszieren bei der Siedetemperatur der flüssigen Luft intensiver als die gelösten Substanzen. 11. Bei der Änderung der Konzentration der Lösung ändert sich die Helligkeit der Phosphoreszenz nur wenig. Die Leuchtdauer und Farbe ändern sich nicht merklich. 12. Die Leuchtdauer der Chloroform- und Benzollösungen ist entsprechend gleich der Leuchtdauer des reinen Benzols und Chloroforms; bei alkoholischen, wässerigen und Ätherlösungen ändert sich die Leuchtdauer in weiten Grenzen. —

Die Untersuchung von Borissow ist sehr umfangreich und liefert manche neue Beobachtung. Leider habe ich aber die zusammengestellten Sätze nicht in ihrer Allgemeinheit bestätigen können. Der Grund davon wird wohl in den Bedingungen, unter welchen die Untersuchung von Borissow stattgefunden hat, zu suchen sein. Borissow hat zunächst zur Erregung der Phosphoreszenz eine Lichtquelle benutzt, welche nicht allzu reich an kurzwelligen Strahlen ist (gewöhnliches Kohlebogenlicht). Sodann hat dieser Verfasser keine besondere Aufmerksamkeit auf eine möglichst vollkommene Reinheit der benutzten organischen Substanzen gerichtet. Die meisten Substanzen waren einfach der vorhandenen Sammlung des Chemischen Instituts der Moskauer Landwirtschaftlichen Hochschule entnommen. Nun ist aber nach den Untersuchungen von Goldstein[1]), die ich auch im vollen Maße bestätigt gefunden habe, kaum eine Eigenschaft eines Stoffes so von seiner Reinheit abhängig, als der Charakter der Lumineszenz einer organischen Verbindung. Nichtsdestoweniger sind die Versuche von Borissow sehr wertvoll zur Orientierung auf dem Gebiete dieser Erscheinungen, deshalb wollte ich auf dieselben an dieser Stelle hinweisen.

Einen neuen Impuls zu Forschungen über Phosphoreszenz der organischen Verbindungen gaben seither zwei wichtige Entdeckungen, und zwar zunächst die Entdeckung der Kathodolumineszenz organischer Körper bei tiefen Temperaturen durch Goldstein. Dieser Forscher hat gezeigt, daß man unter gewissen Bedingungen bei diesen Substanzen sehr charakteristische Spektra der Kathodolumineszenz beobachtet; sodann die Entdeckung der Fluoreszenz des Benzols und seiner Derivate durch Stark[2]). Diese

1) Goldstein, Ber. d. Phys. Ges. 6, 156 u. 185, 1904.
2) Stark, diese Zeitschr. 8, 81, 1907.

Fluoreszenz, welche schon bei gewöhnlicher Temperatur zum Vorschein kommt, erlaubt eine tiefere Einsicht in die Beziehungen, welche zwischen chemischer Struktur und Lumineszenz zu bestehen scheinen. Es versprach also auch ein eingehendes Studium der Photolumineszenz dieser Körper bei tiefen Temperaturen interessante Resultate, und ich will hoffen, daß die Tatsachen, welche ich jetzt schon an dieser Stelle mitteilen kann, erweisen, wie aussichtsreich sich die Forschung auf diesem Gebiete gestaltet.

I. Allgemeine Bedingungen der Untersuchungen und Wahl des Materials.

Wie ich schon erwähnt habe, ist der Einfluß der Verunreinigungen auf den Charakter der Lumineszenz einer Substanz sehr bedeutend. Die Untersuchungen von Ph. Lenard und V. Klatt, de Visser u. a. zeigen, daß es sich bei den Phosphoreszenzerscheinungen um die Phosphoreszenz fester Lösungen handelt. Sogenannte ganz reine Körper phosphoreszieren nur ganz schwach, und auch dort ließ sich öfters nachweisen, daß es sich um die Phosphoreszenz einer minimalen Verunreinigung handelte, die durch andere Methoden nicht mehr nachweisbar war (vergl. Waentig[1])). Für die Kathodolumineszenz organischer Substanzen findet auch Goldstein einen sehr großen Einfluß der Verunreinigungen. Er schlägt sogar vor, die Reinheit eines organischen Stoffes vermittels der Kathodolumineszenz zu prüfen. Eine Voruntersuchung zeigte, daß auch die Phosphoreszenzerscheinungen, die bei tieferen Temperaturen an organischen Körpern beobachtet werden, in den allermeisten Fällen einer Verunreinigung zuzuschreiben sind. Sehr charakteristisch ist in dieser Hinsicht der folgende Versuch. Herr Prof. Dr. J. Gyr hat mir eine gewisse Menge von Methylalkohol zur Verfügung gestellt, welcher für andere Zwecke nach ganz speziellen Methoden von ihm gereinigt war[2]). Trotzdem dies Präparat der Einwirkung einer sehr intensiven Quecksilberbogen-Quarzlampe ausgesetzt wurde, konnte man bei der Temperatur von -190^0 keine Spur von Phosphoreszenz wahrnehmen. Es genügte aber, den Methylalkohol offen eine Stunde der Zimmerluft auszusetzen, um bei denselben Bedingungen zwar eine sehr schwache, aber doch

1) Waentig, Zeitschr. f. phys. Chem. 51, 435, 1905.
2) J. Gyr, Über Veresterung, Esterverseifung und Salzbildung bei arylierten Essigsäuren, Habilitationsschrift, Freiburg (Schweiz), 1908.

Ich erlaube mir, an dieser Stelle meinen Kollegen A. Bistrzycki, T. v. Estreicher und J. Gyr meinen wärmsten Dank auszusprechen für die Bereitwilligkeit, mit welcher sie durch Überlassung mancher wertvollen Präparate diese Untersuchung gefördert haben. —

mit ausgeruhtem Auge ganz merkbare Phosphoreszenz zu beobachten. Es wurden daher alle zur Untersuchung gelangenden Substanzen in möglichst gereinigtem Zustande benutzt und jedesmal auf ihre Reinheit durch sorgfältige Bestimmung des Siedepunktes bezw. des Schmelzpunktes geprüft. Es ist aber sehr wahrscheinlich, daß die meisten organischen Substanzen, obwohl sie einen richtigen Siedepunkt bezw. Schmelzpunkt aufweisen, nicht absolut rein sind. Sie enthalten fast immer Spuren von anderen Substanzen, die mit Hilfe gewöhnlicher Methoden nicht entdeckt werden können. Um uns daher vor Trugschlüssen zu bewahren, habe ich zunächst die Untersuchung auf das Studium von verhältnismäßig verdünnten alkoholischen Lösungen beschränkt. Es zeigte sich nämlich ganz allgemein, daß eine alkoholische Lösung einer organischen Substanz, welche bei der Temperatur von -190^{0} phosphoreszierend ist, für eine bestimmte Konzentration ein gewisses Maximum der Intensität aufweist. Dieses Optimum der Phosphoreszenz liegt für die meisten Substanzen bei einer Konzentration von ca. **0,05** n. Von diesem Optimum an nimmt die Intensität der Phosphoreszenz im allgemeinen sehr schnell mit der Verdünnung ab. Wenn man also eine Lösung bei der Verdünnung von 0,05 n untersucht, so ist zu erwarten, daß die eventuelle Verunreinigung, welche in dem gereinigten Körper sich nur in sehr kleiner Quantität befinden kann, in dieser Lösung so verdünnt vorkommt, daß ihre eigene Phosphoreszenz kaum die Haupterscheinung beeinflussen kann.

Es ist aber notwendig, noch eines zu beachten. Bekanntlich kann das Licht zahlreiche und mannigfaltige chemische Wirkungen auf organische Substanzen ausüben. Da bei unseren Untersuchungen die Körper kräftigen ultravioletten Strahlungen ausgesetzt wurden, so mußte eine Voruntersuchung durchgeführt werden in bezug auf eventuelle Veränderungen, welche unter dem Einfluß des Lichtes die untersuchten Substanzen erleiden. Bei einigen Substanzen wurden Veränderungen infolge der Belichtung direkt beobachtet. So färben sich z. B. die farblosen alkoholischen festen Lösungen von Oxyphenolen, Amidophenolen, Diphenylamin u. a. bei der Siedetemperatur der Luft ganz merklich unter Einwirkung der ultravioletten Strahlen des Quecksilberlichtbogens. Bei einigen von diesen Substanzen ist diese Färbung bleibend, bei anderen liegt hier eine besondere Art der Stobbeschen Phototropie vor. Erwärmt man nämlich diese letzteren Lösungen bis zum Flüssigwerden, so verschwindet die Färbung. Diese an und für sich interessante Erscheinung wurde vorläufig nicht näher untersucht, wenn auch prinzipiell eine enge Verwandtschaft zwischen den Phosphoreszenzerscheinungen und den Erscheinungen der Phototropie zu vermuten wäre. Alle Substanzen, welche unter Wirkung des Lichtes sich färben, wurden vorläufig von der Untersuchung ausgeschlossen.

II. Qualitative Untersuchungen. Abhängigkeit der Intensität der Phosphoreszenz von der chemischen Konstitution.

Die Versuchsanordnung war die folgende: in einen flachen, gegen Erwärmung geschützten Behälter für flüssige Luft konnten drei bis sechs kleine Porzellannäpfe gestellt werden. Dieselben waren ganz von flüssiger Luft umgeben und enthielten die zu untersuchenden alkoholischen Lösungen. Nachdem diese längere Zeit in flüssige Luft eingetaucht waren, so daß man sicher annehmen konnte, daß sie bereits die Temperatur der flüssigen Luft angenommen hatten, wurden sie von oben mit einer Quarzquecksilber-Bogenlampe von Heraeus belichtet. Die Belichtung dauerte immer je 15 Sekunden. Sodann wurde der die Lampe speisende Strom unterbrochen und eine Vergleichsuntersuchung über die Intensität und Dauer der Phosphoreszenz ausgeführt. Diese Untersuchung wurde stets mit ausgeruhten Augen durchgeführt, indem einer von uns alle Manipulationen ausführte, und der andere nur im Augenblick der Beobachtung die Augen öffnete. Diese in voller Dunkelheit abwechselnd von einigen Beobachtern ausgeführten Untersuchungen wurden vielmals wiederholt und nur übereinstimmende Daten notiert.

Auf diese Weise wurden folgende Beobachtungen gemacht:

I. 0,1 n-Lösung von Ortho-, Meta- und Paraxylol:

Farbe der Phosphoreszenz: violett. Größte Intensität[1]) der Phosphoreszenz zeigt die Paraverbindung, sodann die Meta- und die schwächste die Orthoverbindung. Dieselbe Reihenfolge gilt auch für die Dauer der Phosphoreszenz.

II. 0,1 n-Lösungen von den drei Kresolen: Farbe der Phosphoreszenz violett. Reihenfolge der Intensität und der Dauer der Phosphoreszenz: 1. Para-, 2. Meta-, 3. Orthoverbindung.

III. 0,1 n-Lösungen der drei Kresolmethyläther:

Violette Phosphoreszenz und dieselbe Reihenfolge wie vorher in bezug auf Intensität und Dauer der Lichterscheinung. Die Differenz

1) Jedesmal, wo ich schlechtweg von der Intensität der Phosphoreszenz spreche, verstehe ich die unmittelbar nach der Belichtung beobachtete Intensität.

zwischen der Meta- und Orthoverbindung ist aber weniger ausgeprägt.

IV. 0,005 *n*-Lösungen von Ortho-, Meta- und Paranitranilin:

Sehr kurze, aber sehr intensive goldgelbe Phosphoreszenz. Sowohl die Intensität wie die Dauer der Erscheinung ist bei dem Paranitranilin am größten. Ein Unterschied zwischen der Meta- und Orthoverbindung ist kaum nachweisbar.

V. Ortho-, Meta- und Paranitrophenol; Ortho-, Meta- und Paranitrobenzoesäure:

Ortho-, Meta- und Paranitrotoluol geben erst in äußerster Verdünnung eine schwache, gelbliche Phosphoreszenz, welche sehr kurz andauert. Man kann trotzdem beobachten, daß die Paraverbindung immer die intensivste und am längsten dauernde Lichterscheinung gibt.

VI. Ortho-, Meta- und Paratoluidin in 0,1 *n*-Lösung ergeben eine sehr schöne blauviolette, andauernde Phosphoreszenz. Diese Substanzen eignen sich sehr zur Demonstration der Lichterscheinung. Dieselbe Reihenfolge in bezug auf Intensität und Dauer.

VII. 0,1 *n*-Lösungen von:

a) Orthoamidobenzoesäure ergeben eine hellblaue Phosphoreszenz;

b) Metaamidobenzoesäure eine gelbgrüne und

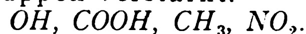
c) von Paraamidobenzoesäure eine violettblaue Erscheinung.

VIII. Brenzkatechin phosphoresziert dunkelviolett, Resorzin grünlich, Hydrochinon hellblau.

In allen diesen Fällen ergeben die Paraverbindungen die intensivste und am längsten andauernde Lichterscheinung.

IX. Es wurden weiter untersucht 0,1 *n*-Lösungen von: Benzol, Toluol, Benzoesäure, Anilin, Anilinchlorhydrat, Phenol, Nitrobenzol, Chlorbenzol, Ortho-, Meta- und Parachlortoluol. Der Vergleich der Phosphoreszenz dieser Körper untereinander wie auch mit der der vorher untersuchten ergibt folgende Regeln:

a) Bei Einführung einer einzigen Gruppe in den Benzolkern wird die Intensität der Phosphoreszenz, die man sofort nach der Unterbrechung der erregenden Lichtquelle beobachtet, durch folgende Gruppen verstärkt:



OH, $COOH$, CH_3, NO_2.

b) Die Einführung des Chlors schwächt die Phosphoreszenz.

c) Bei Einführung mehrerer Gruppen kann eine verstärkende Wirkung nur dann mit Sicherheit konstatiert werden, wenn die Gruppen in Parastellung zueinander stehen.

d) Die abschwächende Wirkung des Chlors ist auch am größten, wenn derselbe sich in Parastellung zu einer schon eingeführten Gruppe befindet.

III. Der allgemeine Charakter der beobachteten Emission. Momentane und progressive Phosphoreszenz.

Schon im Jahre 1907 ist es mir gelungen, zu zeigen, daß die meisten Spektra der Phosphoreszenz der alkoholischen Lösungen organischer Substanzen bei niedrigen Temperaturen einen diskontinuierlichen Charakter besitzen, die Erscheinung zeigt also in dieser Hinsicht eine gewisse Analogie mit den im Jahre 1904 von Goldstein entdeckten diskontinuierlichen Spektra der Kathodolumineszenz fester organischer Körper bei tiefen Temperaturen. Eine nähere Untersuchung zeigte, daß auch noch in einer anderen Richtung eine Ähnlichkeit zwischen beiden Erscheinungen zu finden ist: Der Bau des Spektrums der Phosphoreszenz hängt von der Dauer der Belichtung ab.

Eine Untersuchung konnte in folgender Anordnung ausgeführt werden (Fig. 1): In einem vollständig geschlossenen Kasten befindet sich

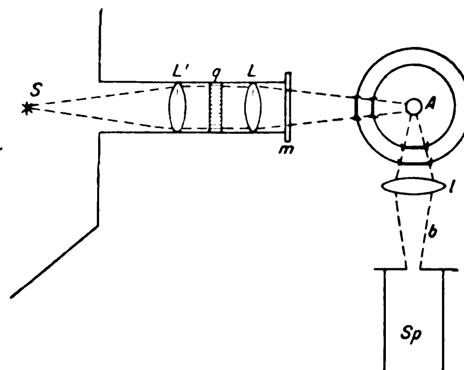


Fig. 1.

die Lichtquelle *S*. Als solche wurde entweder eine Heraeussche Quecksilberbogenlampe oder eine kondensierte Funkenentladung zwischen Zink- und Aluminiumelektroden benutzt. Diese Lichtquelle wird vermittels eines Linsensystems *L* auf die zu untersuchende Substanz *A* projiziert. Das Linsensystem *L* besteht aus zwei Quarzlinsen von 8,2 cm Durchmesser und 16,9 cm Brennweite. Zwischen die beiden Linsen kann ein doppelwandiges Quarzgefäß eingeschoben werden, um eventuell Lichtfilter in den Gang der Strahlen einschalten zu können. Die zu untersuchende Substanz befindet sich in einem aus Quarz für diese Zwecke von Heraeus angefertigten Dewarschen Gefäße. In einigen Fällen wurde ein Dewarsches Gefäß besonderer Form gebraucht, welches meines Wissens zum

erstenmal von J. Becquerel angegeben worden ist. Wir bezeichnen diese Gefäße mit I und II und ihre Konstruktion ist aus der Fig. 2 ersichtlich.

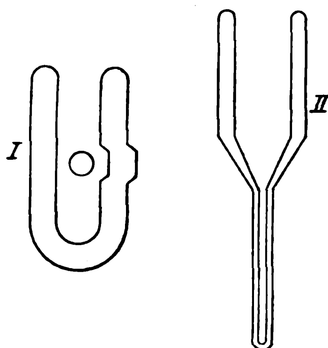


Fig. 2.

Zwischen die Substanz und die Lichtquelle konnte ein Momentverschluß eingeschaltet werden, so daß man die Zeit der Belichtung beliebig wählen konnte, selbstverständlich mit der kürzesten Schließungszeit des Momentverschlusses beginnend, welche für den benutzten Verschluß ca. $^1/_{100}$ Sekunden beträgt. Das Bild der Substanz wird mit einer Linse von kurzer Brennweite auf den Spalt *b* eines lichtstarken Spektrophotometers projiziert; der zweite Spalt (in der Figur nicht gezeichnet) wird durch eine Hilfslichtquelle beleuchtet. Diese besteht aus einem Metallfadenglühlämpchen, welches ganz in einem Gehäuse eingeschlossen ist. Zwischen dem Lämpchen und dem Spalt befinden sich zwei kleine Nicolsche Prismen, die in bekannter meßbarer Weise das Vergleichslicht abzuschwächen erlauben.

Mit dieser Vorrichtung konnte nun eine Anzahl von verdünnten alkoholischen Lösungen aromatischer Substanzen näher untersucht werden und ergaben die Beobachtungen folgende Resultate:

1. Wird im Dewarschen Gefäß die Lösung durch Eintauchen in flüssige Luft genügend abgekühlt, so genügt schon eine ganz kurze Belichtung, um ein Phosphoreszieren der festen Lösung hervorzurufen. Dauert aber die Belichtung nicht länger als einen Bruchteil der Sekunde ($^1/_{10}$ bis $^1/_4$ je nach der Substanz), so erscheint das Spektrum kontinuierlich. Bei einigen Substanzen sind zwar gewisse Intensitätsunterschiede in den verschiedenen Teilen des Spektrums bemerkbar, so z. B. bei den Lösungen der aromatischen Phenole und Oxyphenole, aber die Emission ist verteilt auf einen großen Teil des sichtbaren Spektrums, und zwar vom violetten Ende an bis weit nach dem roten Ende zu. So kann man z. B. bei der Benzollösung einer Substanz, welche im Vergleich zu anderen Substanzen ein Spektrum dieser Phosphoreszenz besitzt, welches nicht weit nach dem roten Ende hinreicht, mit ausgeruhtem Auge eine Emission noch bei ca. 600 $\mu\mu$ beobachten. Bei anderen Substanzen, welche in dem violetten Teil des sichtbaren Spektrums absorbieren, wie z. B. die Nitrokörper, fängt die Phosphoreszenzemission unmittelbar dort an, wo die Absorption aufhört. Es liegt wohl die Ursache davon in der schon von Stark bei seinen Fluoreszenzversuchen beobachteten Autoabsorption. Wenn man nämlich die Lösung immer verdünnter nimmt, so rückt die Phosphoreszenzemission dieser Körper gegen das violette Ende zu[1]). Die Grenzen dieses Spektrums für verschiedene Substanzen sind mit Genauigkeit schon deswegen schwer zu bestimmen, weil sie von der augenblicklichen Empfindlichkeit des Auges abhängig sind. Da ich in der Zukunft hoffe, in der Lage zu sein, auf photographischem Wege diese Grenzen zu bestimmen, so habe ich die Bestimmung vorläufig unterlassen.

Diese Emission, welche sozusagen momentan entsteht, entspricht den von Lenard bei seinen Untersuchungen über Phosphoreszenz der Erdalkalisulfide gefundenen Momentanbanden. Auch hier finden wir, daß diese Art Phosphoreszenz nur sehr kurz andauert. Wir werden sie daher künftig als momentane Phosphoreszenz bezeichnen.

Schon beim bloßen Anblick dieser Art der Phosphoreszenz bemerkt man, daß die Dauer der Emission in verschiedenen Spektralregionen verschieden sein muß, denn die Farbe der Phosphoreszenz ändert sich mit der Zeit. Eine Untersuchung im Spektralapparat ergab, daß bei allen untersuchten Substanzen (40 Substituenten des Benzols) die langwellige Emission schneller verschwindet, als die den kürzeren Wellen entsprechende. Diese überraschende Tatsache kann einem größeren Auditorium sehr leicht demonstriert werden. Es eignet sich dazu am besten eine verdünnte Lösung von Anilin. Erregt man die momentane Phosphoreszenz auf einer größeren Fläche der kalten festen Lösung und bedeckt sodann rasch die eine Hälfte der Fläche mit einem Gelbfilter, die andere Hälfte mit einem Blaufilter, so ist diese letztere viel länger sichtbar als die erstere. Bei Anilin wurde auch ein quantitativer Versuch gemacht. Die Lösung von 0,05 *n* in Alkohol wurde bei der Siedetemperatur der Luft $^1/_4$ Sekunde der Einwirkung der Heraeus-

1) Auf diese Autoabsorption lassen sich gewisse in der letzten Zeit von Bruninghaus (Le Radium 8, 147, 1911) an der Kathodolumineszenz beobachteten Tatsachen zum größten Teil auch zurückführen.

lampe ausgesetzt. Durch das Gelbfilter sah man den Körper nur 2 Sekunden leuchten, durch das Blaufilter 9 Sekunden. Diese Zahlen beanspruchen keine absolute Genauigkeit, weil sie ja auch von der Empfindlichkeit des Auges abhängen, ich führe dieselben nur an, um die Größenordnung der Dauer der Erscheinung, die hier in Betracht kommt, anzugeben.

2. Lassen wir nun die Einwirkung der ultravioletten Strahlen länger andauern (über eine Sekunde), so bemerken wir, daß auf dem beinahe kontinuierlichen Grunde des Spektrums der momentanen Phosphoreszenz schmale Emissionsbanden zum Vorschein kommen. Die Intensität dieser neuen Phosphoreszenzbanden nimmt mit der Dauer der erregenden Belichtung zunächst progressiv zu, um sich schließlich asymptotisch einem Maximalwert der Intensität zu nähern. Wir wollen im folgenden diese Art von Phosphoreszenz als progressive Phosphoreszenz bezeichnen.

Die Emission der progressiven Phosphoreszenz dauert länger an, als die der momentanen. In dieser Hinsicht scheint das hier beobachtete Phänomen ganz analog zu sein den bei den Erdalkaliphosphoren von Lenard und Klatt[1]) beobachteten Dauerbanden. Ähnlich wie dort scheinen die Banden, welche eine längere Zeit zur Erregung beanspruchen, diejenigen zu sein, welche auch länger leuchten. Alle weiteren Beobachtungen ergeben aber, daß man die progressive Phosphoreszenz, als eine von der momentanen verschiedene Erscheinung ansehen muß: Die Banden der progressiven Phosphoreszenz können je nach der Temperatur kürzer oder länger nachleuchten, immer sehen wir aber bei der Belichtung das aus feinen Banden bestehende Spektrum der progressiven Phosphoreszenz sich mit der Zeit über das schon vorhandene, beinahe kontinuierliche Spektrum der momentanen ausbreiten. Auch wenn das Spektrum der momentanen Emission schon längst verschwunden ist, beobachtet man noch deutlich im Spektroskop die feinen Banden der progressiven Phosphoreszenz. Daß vermutlich ähnliche Verhältnisse in gewissen Fällen auch bei Erdalkaliphosphoren vorliegen, scheinen gewisse Beobachtungen von A. Werner über den Abfall der Phosphoreszenz bei diesen Körpern zu beweisen.

Der Unterschied zwischen der momentanen und progressiven Phosphoreszenz tritt deutlich hervor, wenn wir die Leuchterscheinungen bei verschiedenen Temperaturen beobachten. Oberhalb einer gewissen Temperatur (— 140° bis — 150° je nach der Substanz) kann überhaupt keine Phosphoreszenz beobachtet werden. Diese Grenztemperatur liegt im allgemeinen viel niedriger als die Schmelzpunkte der untersuchten alkoholischen Lösungen[1]). Die alkoholischen Lösungen werden schon bei ca. — 125° zähflüssig und erstarren bei ca. — 130° zu einer harten glasigen Masse. Werden diese Lösungen weiter abgekühlt, so beobachtet man öfters schon bei einer Temperatur von — 135° ein Zerspringen der glasigen Masse unter Bildung fester Kristalle. Es gelingt aber auch öfters, dieselben Lösungen bis zur Temperatur von — 190° vorsichtig abzukühlen, ohne daß die glasige Masse springt. Diese an und für sich interessanten Zustandsänderungen haben aber augenscheinlich nichts Gemeinsames mit dem Auftreten der Phosphoreszenz. Dieselbe tritt ein unterhalb einer bestimmten Temperatur, welche für verschiedene in Alkohol gelöste Substanzen nur wenig variiert. Ob die momentane Phosphoreszenz bei höherer Temperatur als die progressive eintritt, konnte man bis jetzt mit den zur Verfügung stehenden Mitteln nicht mit Sicherheit feststellen. Eine Reihe von Beobachtungen scheint aber darauf hinzudeuten. In keinem Falle aber habe ich mit noch so ausgeruhten Augen eine Phosphoreszenz bei den untersuchten alkoholischen Phosphoren oberhalb von — 145° beobachtet. Wenn man jetzt die Emissionseigenschaften dieser Phosphore im Intervall von ca. — 145° und — 190° näher untersucht, so merkt man einen deutlichen Unterschied zwischen der momentanen und der progressiven Phosphoreszenz. Die Dauer der ersteren ändert sich nur unmerkbar bei der Abkühlung des alkoholischen Phosphors. Die Dauer der progressiven Phosphoreszenz ändert sich dagegen sehr stark, und zwar in dem erwähnten Intervall der Temperatur nimmt mit der Abnahme der Temperatur die Dauer durchweg zu. Es zeigt sich dabei, daß diese Zunahme der Phosphoreszenzdauer verschieden ist, je nach der im Alkohol gelösten Substanz, und daß sie bei derselben Substanz mit der Lage der Phosphoreszenzbande im Spektrum variiert.

Alle diese Verhältnisse können bequem in folgender Anordnung studiert werden: Ein Dewarsches Gefäß aus Uviolglas, welches die in der Fig. 2 angegebene Form besaß, wurde bis zum Striche A mit der zu untersuchenden alkoholischen Lösung gefüllt. Sodann wurde

1) Lenard und Klatt, Ann. d. Phys. 15, 222 u. f., 1904.

1) Wir wollen in Zukunft entsprechend der von Lenard und Klatt eingeführten Nomenklatur diejenigen alkoholischen Lösungen, welche fluoreszieren, alkoholische Fluore, diejenigen, welche phosphoreszierend sind, alkoholische Phosphore nennen.

auf diese letztere vorsichtig flüssige Luft aufgegossen. Es wird der oberste Teil der Lösung fest, und, wie man sich vermöge verschieden tief eingetauchter Thermoelemente überzeugen kann, stellt sich nach einer gewissen Zeit ein stationärer Zustand ein, bei welchem die Temperatur von A nach B allmählich abnimmt. Das Röhrchen AB des Dewarschen Gefäßes konnte in vertikaler Richtung vor dem Spalt des Photometers verschoben werden und so konnten Teile desselben alkoholischen Phosphors von verschiedener Temperatur nacheinander untersucht werden. Nebenbei sei bemerkt, daß nur solche Substanzen bei dieser Anordnung benutzt werden können, bei welchen das Gebiet der diskontinuierlichen Absorption in das Gebiet der von Uviolglas durchgelassenen Strahlen fällt. Nur solche Substanzen geben bei dieser Belichtungsart eine deutliche progressive Phosphoreszenz. Andere, wie z. B. Benzol, geben zwar eine schwache momentane Emission, aber im Spektroskop sind keine Banden der progressiven wahrzunehmen. Um das Anklingen einer Bande der progressiven Phosphoreszenz zu untersuchen, wurde dieselbe aus dem Gesamtspektrum durch die Schieberobjektive des Spektrophotometers abgesondert. Die Vergleichslichtquelle wurde zunächst so eingestellt, daß sofort nach der Unterbrechung einer längeren Belichtung das Phosphoreszenzfeld und das Vergleichsfeld im Photometer gleich hell erscheinen. Sodann wurde die Vergleichslichtquelle auf die Hälfte der Lichtintensität gebracht und die Belichtungszeit gemessen, welche notwendig war, um die Bande auf diese neue Intensität zu bringen. Es zeigte sich, daß in dem untersuchten Temperaturgebiet (bis -190^0) die Anklingungsdauer bei der Abnahme der Temperatur zunimmt, es nimmt aber auch die maximale Intensität der einzelnen Banden zu. In ganz analoger Weise konnte auch das Abklingen beobachtet und die schon vorher erwähnten Resultate gefunden werden.

IV. Die Spektra der progressiven Phosphoreszenz.

Die Untersuchung der Spektra der progressiven Phosphoreszenz wurde auf photographischem Wege ausgeführt. Ihre direkte spektroskopische Beobachtung — soweit sie überhaupt möglich wäre — hätte sich nur auf den sichtbaren Teil erstrecken können, während das Studium des im Ultraviolett liegenden Anteiles sehr erwünscht war. Nach der Prüfung verschiedener Arbeitsweisen hat sich die folgende als die bequemste erwiesen:

Die zur Abkühlung der Lösungen benutzte flüssige Luft befand sich in einem kelchförmigen Dewarschen Gefäße, das in eine hölzerne, mit Watte gefüllte Schachtel gestellt und so thermisch isoliert wurde. Auf dieses Gefäß wurde ein Deckel aus Pappe mit einer Öffnung von ungefähr 10 cm Durchmesser gelegt, in welche eine Porzellanschale von beinahe demselben Durchmesser mit der zu untersuchenden Lösung gebracht wurde. Bei solcher Anordnung war die Porzellanschale ganz von flüssiger Luft umgeben. Nach einiger Zeit, nachdem die Temperatur der Lösung konstant geworden ist, wobei die letztere fest wurde, wurde das Gefäß unter die Quarzquecksilberbogenlampe von Heraeus (Gleichstrom von 110 V. 6 Amp.) gestellt. Die Lampe selbst befand sich in einer großen Schachtel, deren Boden mit einer Öffnung versehen war; in diese Öffnung wurde ein photographischer Momentverschluß eingepaßt. Dies erlaubte die Zeit der Belichtung der Substanz zu regeln, ohne die Lampe zu löschen. Die Fixierung des Spektrums auf der Platte wäre bei nur einmaliger Exposition derselben nicht hinreichend gewesen; sie ließ sich jedoch dadurch ermöglichen, daß die Phosphoreszenz oftmals aufs neue erregt und ihr Spektrum unter stets gleichen Bedingungen immer wieder auf derselben Platte fixiert wurde. Für die Aufnahmen wurde ein nach O. Reichenheim[1]) von der Firma R. Fueß in Steglitz konstruierter Quarzspektrograph verwendet. Die Dispersion des Apparates ist allerdings ziemlich gering (es entsprechen je nach dem Ende des untersuchten Bezirkes etwa 18 $\mu\mu$ bis 10 $\mu\mu$ einem Millimeter der Platte), dagegen ist er sehr lichtstark. Der Apparat wurde schräg gestellt, ungefähr unter einem Winkel von 60^0—70^0, um die Aufnahmen der leuchtenden Substanz in der horizontal gestellten Schale zu ermöglichen. Vor dem Spalt des Spektrographen wurde ebenfalls ein photographischer Momentverschluß angebracht, der während der Belichtung der Substanz geschlossen blieb. Es wurde auf Platten von der Firma Wratten & Wainwright in Croydon photographiert.

Behufs Ausmessung der Spektren wurde die von Exner und Haschek[2]) angegebene Projektionsmethode benutzt. Dieselbe hat sich bei der Ausmessung der unscharf begrenzten Banden ausgezeichnet bewährt. Die mittlere Genauigkeit betrug für den ultravioletten Teil der Spektren $+ 2\,\mu\mu$; für die weniger brauchbaren, wo die Dispersion kleiner ist, beträgt sie $+ 3\,\mu\mu$. Die Resultate der Ausmessung sind in Tabelle I zusammengestellt, in welcher auch zum Vergleich einige Daten über die Absorptionsspektra und

1) O. Reichenheim, Zeitschr. f. Instrumentenkunde **28**, 340, 1908.
2) F. Exner und E. Haschek: Wellenlängen-Tabellen. Leipzig u. Wien 1902.

Tabelle I.

Substanz	Progressive Phosphoreszenz: Wellenlängen λ in $\mu\mu$	Progressive Phosphoreszenz: Schwingungszahlen in $1/\lambda$	Anzahl der Banden	Fluoreszenz bei gewöhnlicher Temperatur: Schwingungszahlen in $1/\lambda$	Selektive Absorption: Schwingungszahlen in $1/\lambda$	Anzahl der bekannt. Absorptionsbanden	Allgemeine Bemerkungen
Benzol	435, 429, 419, 413, 402, 397, 385, 380, 371, 365, 357, 352, 346, 339.	230, 233, 239, 242, 249, 252, 260, 263, 270, 274, 280, 284, 289, 295.	14	332,5—373,6 [1]	371, 383, 391, 401, 411, 421, 428.	7 [2])	Die Phosphoreszenzbanden 346 $\mu\mu$ und 339 $\mu\mu$ sind sehr schwach.
Toluol	412, 406, 389, 380, 365, 358, 346.	242, 246, 257, 263, 275, 280, 289.	7	305,0—372 [1])	366—383	3 [3])	Die Banden der progressiven Phosphoreszenz sind viel weniger scharf, als die Banden bei dem Benzol.
Äthylbenzol	412, 405, 387, 378, 364, 358, 345.	242, 246, 258, 265, 274, 280, 290.	7	300,0—374 [1])	367—384	3 [3])	
n-Propylbenzol	413, 405, 389, 379, 365, 385, 344.	242, 247, 257, 264, 274, 280, 290.	7	308,0—370,0	368—425	? [1])	
o-Xylol	413, 407, 400, 390, 383, 378, 367, 361, 356, 348.	242, 246, 250, 257, 261, 265, 272, 277, 281, 287.	10	298,0—370 [4])	365—403	? [1])	Ziemlich diffuse Phosphoreszenzbanden. Bei der Ortho- und Paraverbindung weniger diffus, als bei der *m*-Verbindung.
m-Xylol	423, 416, 409, 397, 388, 382, 373, 367, 361, 354.	236, 240, 245, 252, 257, 262, 268, 272, 277, 283.	10	296,7—366,3 [4])	370—412	? [1])	
p-Xylol	427, 419, 412, 401, 395, 389, 377, 370, 365, 355.	234, 238, 242, 249, 253, 257, 265, 270, 274, 282.	10	294,1—363,6 [4])	366, 373, 377, 381, 385, 393, 397, 400, 404, 408.	10 [2])	
Mesitylen	(?) 400, 392, 385, 376, 369, 362, 357.	(?), 250, 255, 260, 266, 271, 276, 281.	?	—	—	—	Diffuse Phosphoreszenzbanden. Die Fragezeichen entsprechen Banden, welche nicht meßbar waren.
Pseudokumol	427, (?), 412, 400, (?), 388, 377, (?), 365, 356.	234, (?), 243, 250, (?), 258, 265, (?), 274, 281.	10	—	—	—	
Phenol	408, 396, 383, (?), 371, 361, 351.	245, 253, 261, 270, 277, 285.	6 + (?)	275—350 [1])	347—420	(?)	6 scharfe Phosphoreszenzbanden und einige nicht meßbare diffuse Banden.
Cymol	(?), 397, 385, 373, (??), 364, 353.	(?), 252, 260, 268, (??), 275, 284.	?	—	—	—	
o-Kresol	397, 385, 374, 365, 353, (?).	252, 260, 267, 275, 283.	5 + (?)	260—348,5 [1])	—	—	
m-Kresol	408, 397, 385, ? 373, 362, 354.	245, 252, 260, ? 268, 276, 283.	6 + (?)	260—350	—	—	
p-Kresol	411, 398, 385, ? 373, 363.	243, 251, 260, ? 268, 278.	5 + (?)	—	342—414	(?) [1])	
Xylenol (1:4:5)	401, 389, 378, 366, 357.	249, 257, 265, 273, 280.	5	—	—	—	Ziemlich scharfe Phosphoreszenzbanden.
o-Kresolmethyläther	385, 376, 362, 355, (?).	260, 266, 276, 281, (?).	4 + (?)	—	348—417	(?) [1])	
m-Kresolmethyläther	400, 390, 377, 366, 357, (?).	250, 257, 265, 273, 280, (?).	5 + (?)	—	348—418	(?) [1])	
p-Kresolmethyläther	412, 400, 390, 377, 366, (?).	242, 250, 257, 265, 273, (?).	5 + (?)	—	—	—	
Anilin	424, 411, 396, 383, 372.	236, 263, 272, 278, 288.	5	246—320	328—385	? [3])	Sehr breite Phosphoreszenzbanden.
Benzylamin	391, 380, 367, 360, 347.	256, 363, 372, 378, 288.	5	323—368	—	—	Toluolähnliches Phosphoreszenzspektrum.

(Fortsetzung von Tabelle I.)

Substanz	Progressive Phosphoreszenz: Wellenlängen λ in $\mu\mu$	Progressive Phosphoreszenz: Schwingungszahlen in $1/\lambda$	Anzahl der Banden	Fluoreszenz bei gewöhnlicher Temperatur Schwingungszahlen in $1/\lambda$	Selektive Absorption Schwingungszahlen in $1/\lambda$	Anzahl der bekannt. Absorptionsbanden	Allgemeine Bemerkungen
Benzoesäure	416, 405, 391, 379, 366.	240, 247, 256, 264, 273.	5	255—320	354—385	? 1)	Ziemlich scharfe Banden.
o-Toluylsäure	417, 404, 392, 379, 367.	239, 247, 255, 264, 272.	4	—	—	—	Derselbe Charakter des Phosphoreszenzspektrums wie bei Benzoesäure.
m-Toluylsäure	425, 412, 400, 386, 374.	235, 243, 250, 259, 267.	5	—	—	—	
p-Toluylsäure	424, 410, 398, 384, 373.	235, 244, 251, 261, 268.	5	—	—	—	
o-Oxybenzoesäure	—	—	—	208—266	304—383	? 1)	Breite, diffuse, schwer meßbare Banden.
m-Oxybenzoesäure	—	—	—	225—305	311—372	(?) 1)	
p-Oxybenzoesäure	433, 421, 405, 392, 379.	231, 238, 247, 255, 264.	?	245—310	366—426	? 1)	
Phenylessigsäure	386, 379, 364, 357, 344.	259, 264, 275, 280, 291.	5	314—370	—	—	Toluylähnliches Spektrum.
Benzonitril	451, 441, 431, 421, 412, 405, 395, 387, 381, 371.	222, 227, 232, 238, 243, 247, 253, 258, 263, 270.	10	280—359	358—408	? 1)	Sehr deutlich gesonderte Banden, gegen Rot ein wenig diffus.
o-Tolunitril	(?), (?), (?), 426, 418, 411, 400, 393, 380, 375.	(?), (?), (?), 235, 239, 243, 250, 255, 259, 267.	10	266—348	346—406	? 1)	
m-Tolunitril	465, 455, 444, 433, 423, 416, 405, 396, 391, 379.	215, 220, 225, 231, 236, 240, 247, 252, 256, 264.	10	—	—	—	
p-Tolunitril	460, 452, 445, 429, 422, 415, 402, 395, 389, 387.	217, 221, 225, 233, 237, 241, 249, 253, 257, 265.	10	285—357	354—382	? 1)	

Die Schwingungszahlen der Fluoreszenzbanden bei gewöhnlicher Temperatur, wie auch die Schwingungszahlen der Absorption sind folgenden Autoren entnommen:

1) H. Ley und K. v. Engelhardt, Zeitschr. f. phys. Chem. **74**, 1, 1910.
2) W. Mies, Zeitschr. f. wiss. Phot. **7**, 357, 1909.
3) Hartley, Kaysers Handbuch der Spectroscopie, Bd. 3, 1905.
4) Stark, diese Zeitschr. **8**, 81, 1907.

Fluoreszenzspektra bei gewöhnlicher Temperatur eingetragen sind: Die Zahlen für die Wellenlängen der Phosphoreszenzbanden entsprechen dem Maximum der Schwärzung auf der photographischen Platte mit Rücksicht darauf, daß sich diese Stelle der Bande besser ausmessen ließ als der verschwommene Rand, es ist dies zirka die Mitte der Phosphoreszenzbande.

Außer den in der Tabelle angeführten Körpern wurden noch folgende Substanzen untersucht: das Xylenol 1 : 2 : 4; die drei isomeren Toluidine, das Methylanilin, das Äthylanilin, das Dimethylanilin und die drei isomeren Aminobenzoesäuren. Alle diese Körper geben sehr verschwommene, breite Banden der progressiven Phosphoreszenz, welche die momentane verdecken. Es ist unmöglich, dieselben auszumessen. —

Aus der vergleichenden Betrachtung der Spektrophotogramme, sowie aus der Tabelle I, ersehen wir, das die Spektra der progressiven Phosphoreszenz der verschiedenen Substituenten des Benzols regelmäßig und ähnlich aufgebaut sind. Alle erscheinen als eine Art von Transformation des Spektrums des Benzols, welches, wie Tabelle 2 zeigt, sehr regelmäßig aus Doppelbanden aufgebaut erscheint.

Tabelle II.

Schwingungszahlen und Schwingungszahl-Differenzen der Emissionsbanden der progressiven Phosphoreszenz bei Benzol.

230		3		233
	9		9	
239		3		242
	10		10	
249		3		252
	11		11	
260		3		263
	10		11	
270		4		274
	10		10	
280		4		284
	9		11	
289		6		295

Dabei entsprechen bei bestimmten Substitutionen den Doppelbanden des Benzols auch Doppelbanden; bei anderen, wie z. B. bei Xylolen und Nitrilen, entsprechen den Doppelbanden Tripelbanden. Ganz allgemein kann man im Vergleich zu Benzol von folgenden Regeln sprechen.

Die Einführung einer oder mehrerer Gruppen in den Benzolkern bewirkt:

a) Eine Verminderung der Anzahl der Doppel- oder Tripelbanden.

b) Die einzelnen Banden werden weniger scharf, als die Phosphoreszenzbanden des Benzols.

c) Die äußersten Banden im Ultraviolett erscheinen nach Rot verschoben.

d) Durch Einführung irgendeiner Gruppe in den Benzolkern wird das Gebiet des progressiven Phosphoreszenzspektrums schmäler.

V. Progressive Phosphoreszenz und chemische Konstitution.

Die Veränderungen, welche im Spektrum der progressiven Phosphoreszenz des Benzols und seiner Derivate durch Eintritt verschiedener substituierender Gruppen hervorgebracht werden, scheinen einen ausgeprägt konstitutiven Charakter zu tragen. Im folgenden will ich auf einige bezügliche Gesetzmäßigkeiten aufmerksam machen.

In ähnlicher Weise, wie es schon H. Ley und K. v. Engelhardt bei der Beobachtung der ultravioletten Fluoreszenz gefunden haben, ist auch im Falle der progressiven Phosphoreszenz die Wirkung eines Substituenten in einer Seitenkette eine beinah verschwindende, im Vergleich zur Wirkung desselben Substituenten im Benzolkern selbst. So z. B. zeigen die aromatischen Amine, wie Anilin und die drei isomeren Toluidine, im Gegensatz zum Benzol ein Phosphoreszenzspektrum, welches durch sehr breite diffuse Banden charakterisiert ist. Dagegen ist das Spektrum des Benzolamins, einer Verbindung, die aus Toluol durch Ersatz eines Wasserstoffatoms in der Seitenkette durch die Aminogruppe entsteht, ganz ähnlich dem Phosphoreszenzspektrum des Toluols; die starke bandenverbreitende Wirkung der Aminogruppe kommt hier nicht zum Ausdruck. Auch ist das Spektrum der drei isomeren Kresole von demselben Typus wie dasjenige des Phenols, dagegen zeigt Benzylalkohol ein toluolähnliches Spektrum.

Betrachten wir nun die Wirkung einer Substitution im Benzolkern, so dürfen wir analog den von H. Ley eingeführten Ausdrücken bathoflor und hypsoflor die Ausdrücke bathophosphorisch und hypsophosphorisch gebrauchen. Entsprechend dem verschiedenen Charakter der progressiven Phosphoreszenz und der ultravioletten Fluoreszenz würde jedoch hier die vorgeschlagene Bezeichnung in einem besonderen Sinne gebraucht, den wir nachstehend präzisieren wollen.

Wie schon oben bemerkt, verschiebt bei Monosubstitutionsprodukten des Benzols jede bis jetzt untersuchte Substitutionsgruppe das ultraviolette Ende des Benzolphosphoreszenzspektrums gegen Rot. Das langwellige Ende wird dagegen entweder nach Rot oder nach Ultraviolett hin verschoben. Im folgenden wollen wir nur auf dieses langwellige Ende unsere Aufmerksamkeit lenken und bezeichnen als hypsophosphorisch eine Substitutionsgruppe, welche dasselbe nach den kürzeren Wellen hin verschiebt, als bathophosphorisch aber eine Gruppe, welche eine Verschiebung nach den längeren Wellen hin bewirkt.

Aus unseren Beobachtungen ergaben sich nun folgende Regeln:

1. Bei Monosubstitutionsprodukten tritt die *CN*-Gruppe als deutliche bathophosphorische Gruppe auf. Zugleich erscheinen an Stelle von Doppelbanden des Benzols Tripelbanden. Die Anzahl der Bandengruppen bei dem Nitril ist aber kleiner als beim Benzol. Auch scheinen die Aminogruppe und die Karboxylgruppe bei Monosubstitution eine bathophosphorische Wirkung auszuüben.

Die langwelligen Banden der entsprechenden Phosphoreszenzspektren sind aber so verschwommen und ihre Dauer ist im untersuchten Temperaturintervall so kurz, daß nicht mit Sicherheit zu entscheiden ist, ob diese Banden den Charakter der progressiven Phosphoreszenz tragen. Diejenigen Banden, welchen man bestimmt diesen Charakter zuschreiben kann, entsprechen kürzeren Wellen als die langwelligen Banden des Benzols.

2. Alle anderen untersuchten Monosubstitutionsprodukte zeigen eine hypsophosphorische Wirkung der Substitution.

3. Bei Bisubstitutionsprodukten macht

sich der Einfluß der gegenseitigen Stellung der substituierten Gruppen geltend. So gilt ganz allgemein der Satz: Die langwelligen Grenzbanden des Phosphoreszenzspektrums einer Orthoverbindung entsprechen stets kürzeren Wellenlängen als die Grenzbanden einer gleichen Paraverbindung. In Tabelle 3 sind die entsprechenden Zahlen zusammengestellt.

Tabelle 3.

Substanz	Langwelliges Ende des Spektrums in 1/2	Differenz Δ
o-Xylol	242	+ 8
p-Xylol	234	
o-Kresol	252	+ 9
p-Kresol	243	
o-Kresolmethyläther	260	+ 18
p-Kresolmethyläther	242	
o-Toluylsäure	247	+ 12
p-Toluylsäure	235	
o-Oxybenzoesäure	210	+ 10
p-Oxybenzoesäure	ca. 200	
o-Tolunitril	ca. 224	+ 7
p-Tolunitril	217	

Eine nähere Betrachtung der Spektrogramme macht es wahrscheinlich, daß es sich hier um folgendes Verhältnis handelt: Bei den Orthoverbindungen kommt eine langwellige Grenzbande nicht zur völligen Entwicklung, während sie bei der Paraverbindung deutlich erscheint. Das Umgekehrte findet an dem kurzwelligen Ende des Spektrums statt.

4. Im Vergleich mit dem entsprechenden Monosubstitutionsprodukt wirkt die Einführung der zweiten Gruppe verschieden je nach der Natur derselben. So wirkt die CN-Gruppe stark bathophosphorisch, und dies unabhängig von der Stellung zur ersten Gruppe. Ebenso, wenn auch ein wenig schwächer, wirkt die Karboxylgruppe. Die Methylgruppe wirkt immer bathophosphorisch in der Parastellung, in der Orthostellung verhält sie sich bei einigen Körpern bathophosphorisch, bei anderen hypsophosphorisch. So liegt z. B. die langwellige Grenze des Spektrums des *o*-Xylols und der *o*-Toluolsäure weiter nach Rot zu, als dieselbe Grenze bei den entsprechenden Monosubstitutionsprodukten (Toluol resp. Benzoesäure). Dagegen entspricht die langwellige Grenzbande des *o*-Kresols einer kleineren Wellenlänge als die Grenzbande des Phenols. Die Metoxygruppe scheint als zweiter Substituent schwach hypsophosphorisch zu wirken und dies stärker in der *o*-Stellung als in der *p*-Stellung. Noch stärker hypsophosphorisch wirkt die Hydroxylgruppe. Je negativer aber eine Gruppe ist, um so ausgeprägter kommt ihre bathophosphorische Wirkung zur Geltung.

5. Die bandenverbreiternde Wirkung der verschiedenen Substituenten hängt auch wesentlich von deren Natur und der Stellung im Benzolkern ab. Ohne hier auf Einzelheiten einzugehen, sei nur erwähnt, daß die stärkste verbreiternde Wirkung bei der Aminogruppe gefunden wurde, die schwächste dagegen bei der Nitrilgruppe.

6. Die Substituenten CN, $(CN)_2$ und $(CH_3)_2$ beeinflussen im Gegensatz zu anderen auch den Bau des Phosphoreszenzspektrums: Es erscheinen Tripelbanden an Stelle von Doppelbanden.

VI. Progressive Phosphoreszenz und Lichtabsorption.

Die Untersuchungen von Stark, Ley und anderen haben erwiesen, daß die Fluoreszenz und selektive Absorption des Lichtes bei organischen Verbindungen genetisch miteinander verknüpft sind. Wir wollen nun den Zusammenhang zwischen der Lichtabsorption und der progressiven Phosphoreszenz näher untersuchen.

Schon ein einfacher Versuch zeigt, daß dieser Zusammenhang sehr eng ist. Wird eine alkoholische Lösung von Benzol bei -190^0 der Strahlung einer Kohlebogenlampe bei Zwischenschaltung des Lehmannschen Ultraviolettfilters ausgesetzt, so erscheint zwar deutlich momentane Phosphoreszenz, bei aber noch so andauernder Wirkung der Strahlung nimmt man keine Spur des Spektrums der progressiven Phosphoreszenz wahr. Nehmen wir statt Benzol eine Lösung von Anthrazen oder Phenanthren, so können wir unter diesen selben Bestrahlungsbedingungen das der progressiven Phosphoreszenz entsprechende Leuchten hervorbringen. Dieses Verhalten steht im Zusammenhang mit der Tatsache, daß im Fall der Benzollösung die durch das Ultraviolettfilter hindurchgehende Strahlung nicht in das Gebiet der selektiven Absorption des Benzols fällt; im zweiten Fall dagegen entspricht sie den selektiven Absorptionsbanden von Anthrazen und Phenanthren. Die hier in Betracht kommenden Verhältnisse sollen nach der quantitativen Richtung hin vermöge eines Quarzmonochromators untersucht werden; es kann aber schon jetzt die Behauptung ausgesprochen werden, daß eine der Bedingungen der Entstehung der progressiven Phosphoreszenz die Absorption des Lichtes im selektiven Absorptionsgebiete ist. Auch die von E. Goldstein[1]) in der neuesten Zeit gefundenen Tatsachen scheinen diese Ansicht zu bestätigen.

Ein quantitativer Vergleich zwischen dem

1) E. Goldstein, Verhandl. d. deutsch. phys. Ges. S. 378, 1911; diese Zeitschr. 12, 614, 1911.

Absorptions- und Phosphoreszenzspektrum der verschiedenen Substanzen ist bei den heutigen Kenntnissen auf diesem Gebiete unmöglich allgemein durchzuführen. Die Absorptionsspektra der meisten organischen Verbindungen sind nur sehr unvollkommen durchforscht. Zwar liegen die Untersuchungen von Hartley, Baly u. a. vor, aber nicht einmal eine genaue Kenntnis der Anzahl der Absorptionsbanden kann denselben entnommen werden. Alle diese Forscher benutzten nämlich eine Funkenentladung als Lichtquelle für das Ultraviolett. Dieselbe gibt kein kontinuierliches Spektrum und daher konnten, wie es neuere Untersuchungen zeigen, leicht Absorptionsbanden übersehen werden. Erst die Einführung einer für das Ultraviolett kontinuierlichen Lichtquelle, wie dies nach dem Vorschlage von Konen einige Forscher (Grebe, Mies u. a.) getan haben, gab in dieser Richtung einen Fortschritt, und es zeigte sich, daß in Lösungen von Benzol und seinen Derivaten mehr Banden vorhanden sind, als man bis jetzt mit den diskontinuierlichen Lichtquellen gefunden hat. — Auch waren bis jetzt die Absorptionsspektren der organischen Körper nur bei gewöhnlicher Temperatur untersucht, dagegen beobachten wir die progressive Phosphoreszenz erst bei sehr niedrigen Temperaturen[1]). Infolgedessen will ich mich bei dieser Betrachtung nur auf einige Körper mit genauer studierten Absorptionsspektren beschränken.

Schon ein Blick auf das Phosphoreszenzspektrum des Benzols zeigt, daß die sieben Bandengruppen der Phosphoreszenz sieben Banden der Absorption entsprechen. Berechnen wir jetzt die Schwingungszahlen, welche der Mitte eines Absorptionsstreifens der Lösung entsprechen, und reihen wir diesen Zahlen die Schwingungszahlen an, welche den Mittelpartien der Phosphoreszenzgruppen entsprechen, so erhalten wir beinahe konstante Differenzen, wie man aus folgender Zusammenstellung sieht:

Absorption . . .	428	421	411	401	391	383	371
Phosphoreszenz .	291	282	272	261	250	241	231
Differenz	137	139	139	140	141	142	140

Da, wie ich schon gesagt habe, die Messungen der Spektrophotogramme nur eine Genauigkeit von 2—3 $\mu\mu$ zulassen, so können wir die Abweichungen ohne weiteres als innerhalb der Versuchsfehlergrenze liegend ansehen. Wie ich schon bemerkt habe, tritt in einigen Spektrophotogrammen außer den sieben Bandengruppen, welche ihre korrespondierenden im Absorptionsspektrum finden, noch eine Bande von der Wellenlänge 339 auf. Da dieselbe nicht immer auftritt, so würde man auf den ersten Blick geneigt sein, dieselbe als eine einer Verunreinigung zukommende Bande anzusehen. Dies scheint mir aber nicht der Fall zu sein. Friedrichs[1]) findet nämlich in dem äußersten ultravioletten Ende des Absorptionsspektrums des Benzoldampfes die Bande = 226 $\mu\mu$. Andererseits entsprechen den Absorptionsbanden der Lösungen die Absorptionsbanden des Benzoldampfes, nur weisen die ersteren eine Verschiebung von ca. 2 $\mu\mu$ nach dem roten Ende des Spektrums auf. Die mittlere konstante Differenz der Schwingungen (Phosphoreszenzabsorption) ist gleich 140 Einheiten. Nehmen wir nun an, daß die von Friedrichs im Dampfe gefundene Bande einer sehr schwachen und infolgedessen nicht aufgedeckten Bande im Absorptionsspektrum entspricht, dann finden wir als entsprechende Schwingungszahl in unseren Einheiten 437, und die entsprechende Phosphoreszenzbande berechnet sich zu 337 $\mu\mu$ statt 339 $\mu\mu$, was auch ganz innerhalb der Fehlergrenzen liegt.

Auch bei Toluol und Äthylbenzol zeigt sich die große Ähnlichkeit im Charakter des Absorptionsspektrums mit dem Phosphoreszenzspektrum. Grebe findet nämlich, daß die Absorptionsspektra der Dämpfe von Toluol und Äthylbenzol nur durch eine kleine Verschiebung der Banden im letzteren nach dem Ultravioletten sich unterscheiden. Dasselbe finden wir für die Phosphoreszenzspektra.

Die Absorption des Paraxylols in alkoholischen Lösungen ist sehr genau bekannt, dank der schönen Untersuchung von W. Mies, welche im Kayserschen Institut ausgeführt worden ist. Im Absorptionsspektrum findet Mies auch 10 Banden. Reihen wir, wie bei Benzol, die Absorptionsbanden den Phosphoreszenzbanden an, so erhalten wir wieder beinahe dieselbe Differenz, welche im Mittel 132 unserer Einheiten beträgt. Es scheint also annähernd folgende Beziehung zwischen dem Absorptionsspektrum und dem Spektrum der progressiven Phosphoreszenz zu bestehen.

Jeder Absorptionsbande des Körpers entspricht eine Bandengruppe im Phosphoreszenzspektrum, welche um eine beinahe konstante Schwingungszahl von der ersteren differiert. Inwieweit dieses Verschiebungsgesetz allgemein ist, können nur genauere Untersuchungen der beiden Spektra organischer Verbindungen zeigen.

1) Eine Untersuchung von Absorptionsspektren bei sehr niedriger Temperatur wird augenblicklich im phys. Institut der Universität Freiburg i. Schw. ausgeführt. Es stellen sich dabei manche interessante Verhältnisse heraus, über welche ich in der nächsten Zeit zu berichten hoffe.

1) Friedrichs, Ztschr. f. wiss. Phot. **3**, 154, 1905.

Einige allgemeine Betrachtungen.

In der Tabelle Nr. 1 habe ich neben den Zahlen, welche den Absorptionsspektren und den Spektren der progressiven Phosphoreszenz entsprechen, Zahlen angeführt, welche von Stark und Ley für die ultraviolette Fluoreszenz gefunden worden sind. Eine nähere Betrachtung zeigt, daß nähere quantitative Beziehungen zwischen der progressiven Phosphoreszenz und der ultravioletten Fluoreszenz kaum allgemein aufzustellen sind. Interessant ist die Tatsache, daß die Fluoreszenzspektra bei gewöhnlicher Temperatur sich sofort dem Absorptionsgebiete anreihen, dagegen die progressive Phosphoreszenz weit gegen Rot im Vergleich mit dem Absorptionsspektrum verschoben ist. Wenn also eine Erscheinung der Fluoreszenz entspricht, so ist es eher die momentane breitbandige Phosphoreszenz, aber auch diese scheint bei der sehr niedrigen Temperatur sich viel weiter nach Rot auszustrecken, als die Fluoreszenz bei der gewöhnlichen Temperatur. Die Ausbreitung des Emissionsgebiets gegen Rot zu, bei der Erniedrigung der Temperatur, scheint mir eine recht eigentümliche Erscheinung zu sein. Diese Ausbreitung scheint aber auch von der Erregungsart der Phosphoreszenz abhängig zu sein, wie man es aus den Versuchen von Goldstein[1]) über Kathodolumineszenz folgern muß. Dieser Forscher hat nämlich gefunden, daß organische Substanzen, der Wirkung der Kathodenstrahlen ausgesetzt, Licht emittieren, welches ein diskontinuierliches Spektrum besitzt. Vergleichen wir die Spektra dieser Emission mit den von uns gefundenen Spektren, so finden wir, daß allgemein die ersteren mehr nach Rot hin verschoben sind als die letzteren. So besteht nach Goldstein das Spektrum des Paraxylols aus folgenden Banden: 567; 555; 543; 532; 520; 510; 500; 489; 481; 471. Berechnen wir die entsprechenden Schwingungszahlen, und vergleichen wir sie mit den Schwingungszahlen der Phosphoreszenz, so erhalten wir ein Resultat, welches in folgender Tabelle enthalten ist:

Progressive Phosphoreszenz .	234	239	243	249	253
Kathodolumineszenz	176	180	184	188	192
Differenz	58	59	59	61	61
Progressive Phosphoreszenz .	258	265	270	273	282
Kathodolumineszenz	196	200	205	208	212
Differenz	62	65	65	65	70

Ähnlich für Orthoxylol finden wir die folgende Reihe:

Progressive Phosphoreszenz .	242	246	250	257	261
Kathodolumineszenz	185	188	190	192	195
Differenz	57	58	60	65	66
Progressive Phosphoreszenz .	265	272	277	281	287
Kathodolumineszenz	198	200	202	205	[illegible]
Differenz	67	72	75	76	

Wir sehen, daß die Schwingungsdifferenzen zwischen entsprechenden Banden, obwohl sie naheliegende Zahlen geben, dennoch etwas größer werden, wenn die Schwingungszahl größer wird. In beiden Fällen ist aber das Spektrum ähnlich gebaut, so daß wir es jedenfalls mit einem sehr nahe verwandten inneren Vorgang zu tun haben. Welcher Art die Veränderungen sind, die hier die Materie erleidet, ist vorläufig schwer zu sagen, es scheinen mir aber schon die erhaltenen Resultate darauf hinzuweisen, daß hier Verhältnisse vorliegen, welche nicht nur tiefer in den Mechanismus der Lumineszenz einsehen lassen, sondern eine Mannigfaltigkeit von Erscheinungen bieten, die auch näheres über die Struktur der chemischen Molekel aromatischer Substanzen auszusagen erlauben werden.

1) Goldstein unterscheidet drei Arten von Spektren der Kathodolumineszenz: das Vorspektrum, das Hauptspektrum und das Lösungsspektrum. Der Goldsteinschen Definition entsprechend haben wir in unseren Untersuchungen nur mit Lösungsspektren zu tun. Bei diesen letzteren müssen wir aber, wie wir es gesehen haben, zwischen momentanem und progressivem Phosphoreszenzspektrum unterscheiden.

Diskussion.

Becker-Heidelberg: Ich möchte den Vortragenden fragen, ob auch bei seinen Phosphoren sich die Lage der Phosphoreszenzbanden durch die Dielektrizitätskonstante bestimmt zeigt, wie das bei denen von Herrn Lenard der Fall ist.

Vortragender: Ich konnte das wegen der Kürze der Zeit nicht erwähnen, aber es ist selbstverständlich. Alle diese Alkohole sind bei der niedrigen Temperatur außerordentlich gute Nichtleiter; der Widerstand ist von der Ordnung 10^{-15}. Es sind außerordentlich gut isolierende Körper mit großer Dielektrizitätskonstante. Wenn wir in Pentan lösen, bekommt man keine so gute Wirkung; Pentan besitzt eine kleine Dielektrizitätskonstante.

Becker: Man würde also erwarten können, daß dieser Zusammenhang hier sehr leicht nachweisbar wäre, da, wie Sie angeben, Ihre Substanzen bei tiefen Temperaturen sehr gut isolieren, also exakte Messungen der Dielektrizitätskonstante ermöglichen.

Vortragender: Gewiß.

v. Klemperer-Jena: Ich möchte fragen, ob bei chemisch entsprechend konstituierten Körpern sich eine Gesetzmäßigkeit in der Lage von Banden im Lumineszenzspektrum zeigt.

Vortragender: Ich habe keine Zeit gehabt, das alles vorzulesen. Ich habe ungefähr 9 Seiten, wo ich diese Sachen studiere, und es stellen sich ganz bestimmte Verhältnisse je nach

der Stellung der Gruppen heraus. So ist z. B. in der Seitenkette der Einfluß der Gruppe Null, wie schon für ultraviolette Fluoreszenz Ley und Engelhardt gefunden haben. Sehr interessant ist die Wirkung auf die Verdoppelung und Verdreifachung der Bandenspektren. Die Doppelbanden des Benzols werden in einigen Fällen sozusagen zu Triplebanden und werden dann wegverschoben nach Rot. Aber wie gesagt, die Zeit hat mir gefehlt, das alles hier zu erwähnen. Doch will ich gern, wenn es gestattet wird, eine Photographie vom Spektrum projizieren lassen.

(Die Projektion erfolgt.)

A. Remelé (Eberswalde), Neue Beobachtungen über dunkle Strahlungen.

1. Vor 3 Jahren habe ich auf der 80. Versammlung Deutscher Naturforscher und Ärzte in Köln über eine eigentümliche durchdringende Strahlung berichtet, welche vom Borstickstoff (*BN*) ausgeht, und dabei auch Beobachtungen berührt, die ich an einigen anderen Nitriden sowie an glühenden festen Körpern (besonders Metallen) gemacht habe. Der von mir benutzte Borstickstoff war stets nach der alten Wöhlerschen Methode aus wasserfreiem Borax und trockenem Salmiak in starker Glühhitze als weiße, amorphe, gegen Glut und chemische Agenzien widerstandsfähige Substanz gewonnen worden, und ein solches Präparat gab nun bei Lufttemperatur durch schwarzes Papier hindurch auf einer photographischen Platte ein die Form der Auflage wiedergebendes Strahlungsnegativ von der Art der Röntgen- sowie der Radiumbilder, allerdings nach der sehr langen Exposition von über 2 Jahren und 2 Monaten[1]). Dieses auffallende Ergebnis regte nach verschiedenen Richtungen zu weiteren Versuchen an, die mich auch fernerhin seit der Kölner Versammlung beschäftigt haben und jetzt zu einem gewissen Abschluß gelangt sind, so daß ich das früher Mitgeteilte in wichtigen Punkten ergänzen kann. Zunächst kam es darauf an, den angegebenen Versuch durch andere von gleicher Art zu bestätigen, und wiederum wurde hierbei ein solcher radiographischer Effekt erzielt, verschieden stark nur je nach der Zeitdauer; unter diesen späteren Versuchen greife ich einen heraus, bei welchem eine Borstickstoff-Aufschichtung von länglich-ringförmiger Gestalt 1 Jahr und 6⅔ Monat auf dem die Trockenplatte umhüllenden schwarzen Papier gelegen hatte und darunter bei der Entwicklung eine kräftige Schwärzung erhalten wurde.

1) Verh. d. D. Phys. Ges. **10**, 804, 1908.

So geht also vom Borstickstoff, schon wenn er einfach bei gewöhnlicher Temperatur sich selbst überlassen bleibt, ein Agens aus, welches einen undurchsichtigen Schirm durchdringt und photographisch wirkt.

2. Über die außerordentliche Verstärkung jener Strahlung, welche eintritt, wenn man den Borstickstoff in einer nicht leuchtenden Bunsenflamme zur Lumineszenz bringt, habe ich früher schon einiges zur Kenntnis gebracht. Diese Erscheinung ist keineswegs von einem Erglühen der Verbindung abhängig, wie allgemein angenommen wurde, sondern tritt mindestens schon bei etwa 110° C hervor und hört im Gegenteil auf beim Glühzustande, sowie auch, wenn sich Kohleteilchen an der leuchtenden Substanz absetzen; es ist deshalb darauf zu achten, daß die benutzte Gasflamme reichlich Luftzufuhr erhält; am besten eignet sich ein Teclubrenner mit Schlitzaufsatz. Für meine sehr zahlreichen hiernach eingerichteten Strahlungsversuche habe ich in den weitaus meisten Fällen einen Tiegel von Bergkristallglas benutzt, auf dessen äußerer Bodenfläche das Borstickstoffpulver mit Hilfe von etwas Wasser ausgebreitet worden war, und gegenüber dieser, aufrechtstehend der Flamme ausgesetzten Schicht befand sich in senkrechter Aufstellung die in das schwarze Schleierpapier gelegte Trockenplatte. Schon nach wenigen Stunden liefert dann die Hervorrufung kräftige Strahlungsnegative. Um letztere charakteristischer zu gestalten und augenfällige Vergleichspunkte zu erhalten, brachte ich auf die Papierbekleidung der Platte gewöhnlich noch absorbierende Auflagen, namentlich quer darüber einen Streifen von Metallfolie.

Erhitzt man in der nämlichen Flamme die unbedeckte Bodenfläche des Quarzglastiegels für sich, so bleibt die eingewickelte photographische Platte ganz unverändert, und ebenso auch, wenn an gleicher Stelle eine nicht leuchtende oder auch eine leuchtende Gasflamme exponiert wird.

Irgendeine direkt wahrnehmbare Substanzveränderung tritt bei dem besprochenen Verhalten des Borstickstoffs nicht hervor. Man kann ohne merkliches Nachlassen die Erregung desselben in der Flamme fast beliebig oft wiederholen, und die nach seiner Darstellung verflossene Zeit spielt scheinbar hier keine Rolle.

3. Auf eine Besonderheit der aktiven Strahlung des Borstickstoffs, nämlich ihren geradlinigen Verlauf, möchte ich hier schon aufmerksam machen. Diese Tatsache ist mir immer wieder in unverkennbarer Weise entgegengetreten; sie äußert sich darin, daß jenes

Agens bei der beschriebenen Versuchsanordnung die mit der Strahlungsquelle parallel aufgestellte Trockenplatte nur in einem der ersteren diametral gegenüberliegenden Umkreis, nach außen hin ziemlich rasch abklingend, angreift, sodann auch in der scharfen Ausformung der erzeugten Schattenbilder. Man wird hiernach sogleich auf eine Analogie mit den Kathoden- und den Radiumstrahlen (und andererseits auch den Röntgenstrahlen) hingewiesen. Was dabei die gleichzeitige Lichtemission des in der Flamme befindlichen Borstickstoffs betrifft, so wirkt sie aus sich heraus naturgemäß photographisch, allein sie breitet sich selbstverständlich nach allen Richtungen aus und bringt die Schwärzung, wo sie auftreffen kann, auch auf einer größeren photographischen Platte gleichmäßig und bis zu deren Ecken und Kanten hervor.

4. Über das Durchdringungsvermögen jener nämlichen Borstickstoffstrahlung ist zu bemerken, daß sie u. a., außer durch Papier, auch durch Leder (selbst Chagrinleder von reichlich 1 mm Dicke), starke Kautschukplatten, sowie — was sehr beachtenswert ist — durch Glas[1]) hindurchgeht.

5. Die räumliche und zeitliche Wirksamkeit der unsichtbaren Strahlen des in der Flamme leuchtenden Borstickstoffs habe ich durch zahlreiche Versuche verfolgt. Bei 10 und auch 12 cm Entfernung von der Trockenplatte und $17^1/_2$ bis $18^1/_2$ Stunden Expositionsdauer findet noch eine beträchtliche Einwirkung durch das schwarze Papier hindurch statt; eine obere Grenze für die Fortpflanzung durch die Luft wird sich schwer feststellen lassen, jedoch ist es sicher nicht zu hoch gegriffen, wenn man die Reichweite auf mindestens etwa 15 cm veranschlagt.

Zur Ermittlung der für ein deutliches Resultat erforderlichen Expositionszeit wurden sechs vollkommen gleich eingerichtete Spezialversuche mit 8 cm Plattenabstand ausgeführt. Hierbei ergaben 4 Stunden ein sehr kräftiges rundliches Strahlungsbild durch das Schleierpapier, 2 und 1 Stunde ein verhältnismäßig schwächeres und $^1/_2$ Stunde ein immer noch gut wahrnehmbares, während $^1/_4$ Stunde hierzu nicht mehr ausreichte; eine ganz geringe Schwärzung der Platte ergab sich aber noch nach einer Exposition von $22^1/_2$ Minuten.

6. Bemerkenswert ist ferner die ausgeprägte Absorption meiner Borstickstoffstrahlen durch Metalle. Nicht nur durch Eisen, durch Aluminiumblech von $^1/_2$ mm, durch eine stärkere zinnplattierte Bleifolie, sondern auch durch dünnstes Aluminiumblatt und Goldblatt werden sie anscheinend vollständig zurückgehalten.

7. Nach dem dargelegten Verhalten des durch die Flamme aktivierten Borstickstoffs lag es nahe, daß ich an der Hand dieses Strahlungsvorgangs gewisse, durch Röntgenstrahlen erzeugte Schattenbilder nachzuahmen suchte, wie sie Röntgen selbst schon zur Zeit seiner Entdeckung erhalten hat. Die mit vollem Erfolg auf solche Art gewonnenen Radiographien stellen sich in der Tat an die Seite der Röntgenphotographien, zeigen aber noch mehr Ähnlichkeit mit denen, welche man mit Radiumstrahlen bekommt. So erhielt ich deutliche Schattenbilder eines flachen eisernen

---

1) Dieser letztere Umstand fällt sehr ins Gewicht. Gleich bei meinen ersten Kundmachungen über die Versuchsergebnisse mit dem Borstickstoff ist mir vor allem eingewendet worden, daß dabei eine chemische Zersetzung unterlaufen und infolgedessen Diffusionserscheinungen eintreten könnten. Nun ist der nach dem eingangs angeführten Verfahren dargestellte Borstickstoff ausnehmend beständig nicht nur in der Glühhitze, sondern auch gegen chemische Angriffe (selbst konzentrierte Säuren und Alkalien) und geht mit Wasser erst bei 200° in Ammoniak und Borsäure über (s. Wöhler in Liebigs Ann. **74**, 72—73, 1850). Zu wiederholten Malen habe ich mich auch davon überzeugt, daß meine Borstickstoffproben selbst bei vollem Kochen mit Wasser keine irgend bemerkbare Ammoniakentwickelung zeigten. Tritt aber wirklich Ammoniakgas auf — und daß dies bei Anwendung einer Bunsenflamme durch den Wasserdampf darin spurenweise geschehen kann, soll nicht bestritten werden —, so muß es sofort aufwärts steigen und rasch verfliegen, und konnte bei keinem einzigen meiner Strahlungsversuche auf die bedeckte photographische Platte, die sich doch über dem verwendeten Präparat hätte befinden müssen, aufstoßen. Überdies ist es den Photographen von Fach bekannt, daß Ammoniak die Bromsilbergelatine, anstatt zu schaden, sogar günstig beeinflußt und zumal empfindlicher macht. Zum Überfluß habe ich dann noch unter Abschluß Ammoniak in konzentriertem Zustande, einmal feucht, sodann trocken, im Dunkelzimmer mit der Bildschicht einer „Agfa"-Platte 15 bezw. 20 Minuten lang in direkter Berührung gelassen, jedesmal ohne daß die geringste Veränderung beim Entwickeln und Fixieren zum Vorschein kam.

Irgendwelcher anderer, mit einer Gasentbindung verbundener Vorgang bei meinen Borstickstoffexperimenten, als die angegebene Ammoniakbildung, läßt sich nicht ausdenken. Sollte es aber überhaupt möglich sein, daß eine wirksame flüchtige Substanz die von mir gebrauchten undurchsichtigen Medien durchdrungen hätte, so mußte sie auf der ganzen darunter befindlichen Trockenplatte sich ausbreiten und konnte keinesfalls bloß eine abgegrenzte Stelle der letzteren gegenüber der Strahlungsquelle angreifen und deren Umgebung ganz unverändert lassen.

Obwohl nun nach vorstehendem bereits der von einer vermuteten Diffusionswirkung hergenommene Einwurf absolut hinfällig ist, kommt obendrein noch die allein schon ausschlaggebende Tatsache hinzu, daß die neuen Strahlen Glas durchdringen. Ich habe dies mit dem in der Gasflamme aktivierten Borstickstoff auf die Art festgestellt, daß die in schwarzes Papier gelegten photographischen Platten mit der Glasseite der Strahlungsfläche zugewendet waren und im übrigen wie sonst operiert wurde; in derselben Zeit und in der nämlichen umschriebenen Form, wie bei den gewöhnlichen Versuchen mit nach außen gekehrter Emulsionsschicht, ergaben sich so Negativschwärzungen, nur ein wenig abgeschwächt infolge des Durchgangs durch das Glas. Daß aber durch Glas Gase diffundieren sollen, ist ausgeschlossen.

Schlüssels über gleichmäßig dichtem, ganz undurchsichtigem Kalbsleder von 0,4 mm Dicke, sowie über einer Patent-Kautschukplatte, und selbst auch von einem, ein goldenes 10-Mark-Stück einschließenden Täschchen aus Handschuhleder mit vernickeltem Messingbügel; im letzteren Falle mußte die Strahlung also durch zwei nicht einmal glatt anliegende Lederschichten und dann noch durch das die Trockenplatte bedeckende Papier hindurchgehen.

8. Von besonderer Wichtigkeit ist sodann das elektroskopische Verhalten. Auf Einzelheiten über meine ungezählten Versuche in dieser Richtung kann ich hier nicht eingehen, und hebe nur die schon in Köln gezeigte Erscheinung der wachsenden negativen Ladung eines Elektroskops hervor, wenn auf eine in dessen Verlängerung angebrachte Metalltrommel das Borstickstoffpulver geschüttet wird. Ist das Instrument mittels einer Zambonischen Säule oder auf andere Weise vorher negativ geladen worden, so nimmt diese Ladung bei jener Aufschüttung zu, dagegen wird es hierdurch bei positiver Ladung entladen[1]). Es muß also schon bei gewöhnlicher Temperatur der Borstickstoff negativ-elektrische Teilchen aussenden, sein eigentümlich aktives Verhalten auf einer Projektion von Elektronen beruhen. Zu erwähnen ist übrigens noch, daß auch gewisse andere Körper, namentlich solche, die durch Reibung leicht elektrisch werden, im gepulverten Zustande ähnlich auf das Elektroskop reagieren.

Leicht läßt sich auch die Ionisation der Luft durch die vom leuchtenden Borstickstoff ausgehenden elektrischen Strahlen zeigen. So fand ich, daß hierdurch bei genügender Annäherung die Schlagweite eines Rühmkorffschen Induktionsapparates von $10^1/_2$ auf $16^1/_2$ cm vergrößert wurde.

9. Die beobachteten Erscheinungen weisen bestimmt auf eine Verwandtschaft dieser Borstickstoffstrahlen mit den Kathodenstrahlen sowie den β-Strahlen des Radiums hin. Außer der Ionisierung der Luft und der photographischen Wirkung muß ich noch besonders hervorheben, daß sie durch den Magneten stark abgelenkt werden und weiterhin auf einem Schirm von Bariumplatincyanür Fluoreszenz hervorrufen. Zugleich liegt es nahe, in dem Phosphoreszenzlicht, welches ihr Auftreten in der Flamme begleitet, ein Analogon des Kathodenglimmlichtes in der Entladungsröhre zu erblicken und dasselbe auf Zusammenstöße der ausgeschleuderten Elektronen, eine teilweise Umwandlung der elektrischen Energie in Lichtemission, zurückzuführen. Diese Lumineszenz, ein charakteristisches Beispiel des allaktinen Leuchtens, vollzieht sich mit einem fortwährenden beträchtlichen Wärmeverbrauch, wodurch das Erglühen des Borstickstoffs augenscheinlich hintangehalten wird. Für das Auge läßt sich dies sehr schön im Dunkeln sichtbar machen, indem man auf einem Reagierglas neben einer Schicht einer indifferenten weißen Substanz wie Kaolin eine Lage von Borstickstoff anbringt und dann die Flamme wirken läßt.

Man könnte die elektrischen Strahlen des Borstickstoffs schlechtweg als eine Art Kathodenstrahlen von sehr großer Geschwindigkeit auffassen; eine bedeutende Verschiedenheit der gewöhnlichen Kathodenstrahlen liegt allerdings in ihrer sehr starken Absorbierbarkeit durch feste Körper sowie durch Luft. In dieser Hinsicht stehen die Elektronenstrahlen des Borstickstoffs den β-Strahlen des Radiums näher, unterscheiden sich aber wieder von diesen durch ihre leichte Absorption durch feinstes Aluminiumblatt.

10. Auf der Kölner Versammlung habe ich als „Elektroaktivität" das eigenartige photographische und elektrische Verhalten, wie es am Borstickstoff sich zeigt, bezeichnet. Inwieweit hier noch sonstige Körper in Betracht kommen, möchte ich hier nicht weiter erörtern, erinnere aber daran, daß auch von verschiedenen glühenden festen Körpern, insbesondere von Metallen, Elektronen sich ablösen. Das ist nichts Neues, ich habe aber diese Strahlungen, was noch nicht geschehen war, photographisch verfolgt und dabei gleichfalls charakteristische Strahlungsbilder erhalten.

11. Für die Aktivierung des Borstickstoffs ist an erster Stelle die Erregung durch die Elektrizität der Flamme angezeigt, wofür auch andere Flammen, als die des Bunsenbrenners, benutzt werden können, z. B. eine Weingeistflamme, ferner die Wasserstoff-, sowie die Kohlenoxydflamme. Außerdem aber wirken in gleichem Sinne erregend: 2. heißes strömendes Leuchtgas; 3. der Funkenstrom; 4. Radiumbestrahlung (nicht auch Röntgenstrahlen). Endlich werden auch durch Reibung aus dem Borstickstoff Elektronen freigemacht.

12. Die merkwürdigen Erscheinungen, welche am Borstickstoff hervortreten, sind mir bei keiner anderen Borverbindung, auch nicht beim freien Bor und ebensowenig bei borhaltigen Mineralien begegnet. Dies veranlaßte

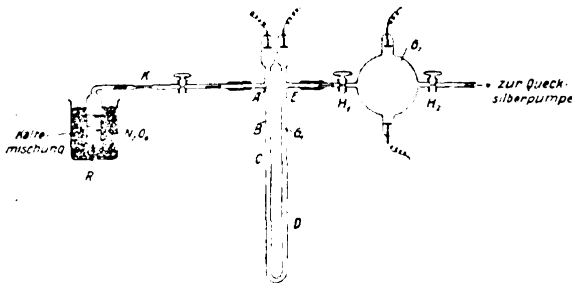
1) Zur Erlangung der angegebenen Ausschläge ist es wesentlich, daß der Borstickstoff ganz trocken ist oder nötigenfalls vorher ausgeglüht wurde. Der Erfolg tritt dann sicher und rasch ein.

mich, die Untersuchung auf andere Nitride auszudehnen, und in der Tat zeigten sich hier Besonderheiten in ähnlichem Sinne, am auffälligsten beim Urannitrid. Man kommt so auf den Gedanken, daß dem Stickstoff (vielleicht gar einem Begleiter desselben in der Natur?) eine versteckte Rolle zukommt, und wird an die in mehrfacher Hinsicht wahrgenommenen, noch rätselhaften Beziehungen des Stickstoffs zu den radioaktiven Erscheinungen erinnert.

J. Zenneck (Danzig-Langfuhr), Die Zersetzung von NO_2 im Glimmstrom.

M. H.! Ich möchte Ihnen nur einen einfachen Demonstrationsversuch zeigen.

In dem Gefäß R (Figur), das in einer Kältemischung (Eis und Kochsalz) steht, befindet sich flüssiges N_2O_4. Mit Hilfe einer Gaedeschen Quecksilberpumpe wird ein kontinuierlicher Strom von N_2O_4- bzw. NO_2-Dampf durch die Kapillare K und die beiden Entladungsgefäße G_1 und G_2 hindurchgesaugt.



Schicke ich den Sekundärstrom eines mit Wechselstrom betriebenen Funkeninduktors durch das Entladungsgefäß G_1 hindurch, so sehen Sie bei entsprechender Stromstärke folgendes: von A bis B sieht die Entladung gelb mit einem Stich in Orange aus (I), von B bis C blauviolett (II), von C nach D grüngelb (III) und von D nach E hellrot (IV).

Daß es sich bei dieser Erscheinung um eine Zersetzung von NO_2 durch den Strom handelt, ist von vornherein zu vermuten. Man kann es unmittelbar zeigen, indem man durch das kugelförmige Entladungsgefäß G_2 das Gas zuerst hindurchströmen läßt und dann die Hähne H_1 und H_2 abschließt. Schickt man nun Strom durch das Entladungsgefäß G_2 hindurch, so sieht die Entladung zuerst rötlichgelb aus, dann geht sie allmählich in blauviolett über, springt dann plötzlich in grüngelb um, um schließlich sich langsam in hellrot zu verwandeln. Die einzelnen Stufen, die bei dem Versuch mit dem U-förmigen Entladungsgefäß örtlich nebeneinander lagen, folgen also hier tatsächlich zeitlich hintereinander.

NO_2 ist für derartige Versuche besonders günstig, weil sein Zerfall in mehreren Stufen vor sich geht und weil die Glimmlichtfarben dieser Stufen sich so stark voneinander unterscheiden. Die spektroskopische Untersuchung[1]) der einzelnen Stufen hat gezeigt, daß die Stufe IV im wesentlichen aus N_2 und O_2, die Stufe III wesentlich aus NO und O_2 besteht. Die Stufe II muß wohl eine labile Zwischenform zwischen NO_2 (I) und NO (III), vielleicht N_2O_3, darstellen.

1) Vgl. eine in dieser Zeitschrift erscheinende Abhandlung von J. Zenneck u. B. Strasser.

A. Bestelmeyer (Göttingen), Über die spezifische Ladung langsamer Kathodenstrahlen.

M. H.! Die spezifische Ladung des Elektrons hat nicht nur das allgemeine Interesse, das jede fundamentale physikalische Größe besitzt, sondern es interessiert uns heute besonders die Veränderlichkeit dieser spezifischen Ladung mit der Geschwindigkeit, wegen des bekannten Zusammenhangs mit der Theorie.

Um aber das Gesetz der Abhängigkeit von der Geschwindigkeit mit möglichster Sicherheit und Genauigkeit feststellen zu können, ist es nötig, zunächst den Grenzwert der spezifischen Ladung für kleine Geschwindigkeiten zu kennen. Und dies ist leider auch heute noch nicht mit der wünschenswerten Genauigkeit der Fall.

Ich habe hier die wichtigsten Resultate bis zum Jahre 1907 aufgetragen (Fig. 1, obere Hälfte); d. h. im wesentlichen diejenigen, welche nach Methode und aufgewendeter Sorgfalt als die zuverlässigsten galten. Sie sehen hier den ersten Wert von Kaufmann ($1,78 \cdot 10^7$), der von ihm im folgenden Jahre auf $1,87 \cdot 10^7$ verbessert wurde. Dann folgt der S. Simonsche Wert, der lange Zeit als Standardwert galt; der Wert von Seitz, der allerdings mehr nebenbei bestimmt wurde; und endlich der Wert von Becker. Sie sehen, alle diese Resultate — sie sind durch kleine Korrektionen auf die Geschwindigkeit Null reduziert — zeigen eine weitgehende Übereinstimmung.

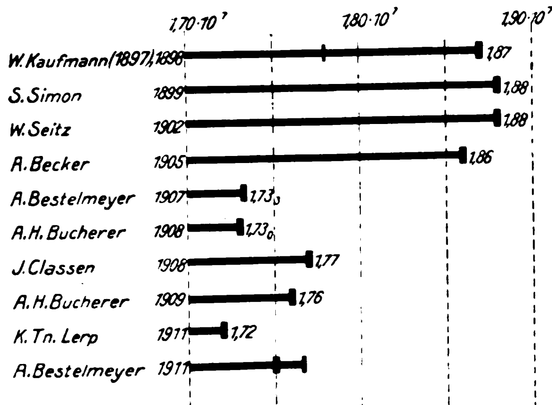


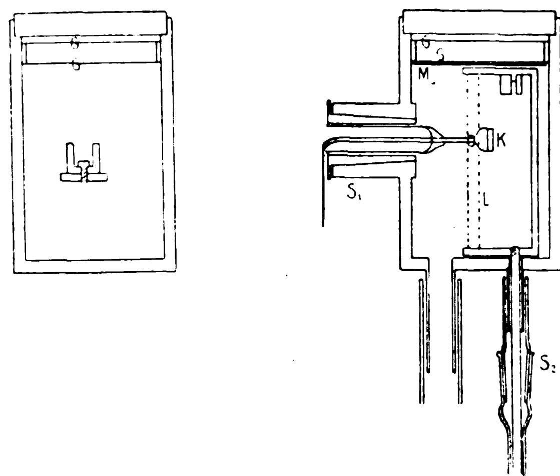
Fig. 1.

Ich war deshalb überrascht, als ich 1907 unter Verwendung einer präziseren Methode einen erheblich kleineren Wert fand. Zugunsten des größeren Wertes sprach die Übereinstimmung dieser vier Arbeiten, zugunsten des kleineren außer der Vorliebe jedes Forschers für seine eigenen Resultate die größere Präzision der Methode. Nun konnte aber der Unterschied unter Umständen auch in der Methode begründet sein. Die früheren der angeführten Werte waren alle aus der Kombination eines transversalen magnetischen mit einem longitudinalen elektrischen Feld abgeleitet, während ich ein transversales elektrisches Feld verwendete. Ich fühlte deshalb das Bedürfnis, den Zwiespalt aufzuklären.

Zu diesem Zwecke schlug ich einerseits vor, an der S. Simonschen Anordnung die event. Fehlerquellen zu untersuchen; diese Aufgabe wurde dann durch Herrn Geheimrat Riecke Herrn Lerp gestellt, der sie im Göttinger Physikalischen Institut mit Erfolg durchführte. Andererseits nahm ich selbst eine Bestimmung von ε/μ_0 aus Entladungspotential und magnetischer Ablenkung für möglichst langsame Strahlen, nämlich für Wehnelt-Kathodenstrahlen, in Angriff.

Es kam mir dabei weniger auf äußerste Genauigkeit an — denn es galt eine Differenz von 8 Proz. aufzuklären — als vielmehr auf möglichste Übersichtlichkeit und Sicherheit der Bestimmung.

Die Anordnung, die ich benutzte, sehen Sie hier abgebildet (Fig. 2): der ganze Apparat stand konzentrisch in einer langen Magnetspule. Von der Wehnelt-Kathode geht ein Strahl durch diese Blende (A) und durchläuft dann unter der Wirkung des homogenen Magnetfeldes diese Kreisbahn. Hier an 6 je 60° auseinanderliegenden Stellen wurde der leuchtende Kathodenstrahl gemessen.



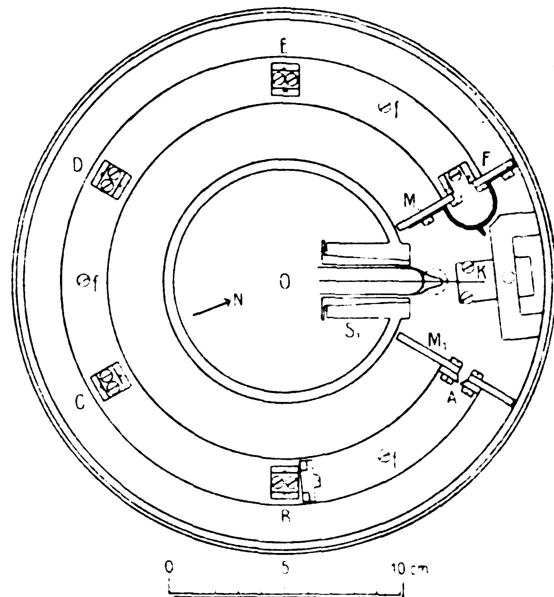


Fig. 2.

Nun zu den Resultaten: Sie sehen hier die gemessenen Durchmesser mit drei verschiedenen Zeichen eingetragen. Die Punkte bezeichnen die zuerst erreichten Durchmesser, die stehenden Kreuze die an zweiter Stelle, die liegenden die zuletzt erreichten Durchmesser. Die Kreise hier im ersten Teil der Figur bitte ich außer acht zu lassen; es zeigte sich leider nach dieser Serie, daß die den Spalt tragende Platte sich gelockert hatte, so daß diese Durchmesser fehlerhaft sind. Betrachten Sie nun die Fig. 3, so sind jedenfalls die zuletzt erreichten Werte des Durchmessers die kleinsten; bei den an erster und zweiter Stelle erreichten Durchmessern ist der Unterschied gering, daraus läßt sich kein Schluß ziehen. Im ganzen aber läßt

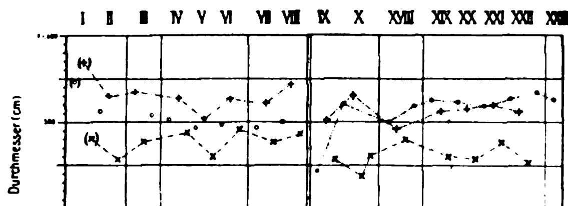


Fig. 3.

sich doch sagen, daß die Durchmesser allmählich kleiner werden, d. h. daß die Kathodenstrahlen im Verlaufe ihrer Bahn etwas an Geschwindigkeit einbüßen.

Diese Geschwindigkeitsabnahme läßt sich noch in anderer Weise kontrollieren. Sie kann nur eine Folge des Durchdringens der im Entladungsgefäß vorhandenen Gasreste sein. Dann aber muß sie in den früheren Stadien des Auspumpens stärker sein als bei höherem Vakuum, d. h. es müssen im Verlaufe des Auspumpens die Durchmesser wachsen.

Da kommt nun eine Komplikation. In den früheren Stadien des Auspumpens war der Strahl nämlich nicht schmal, sondern er hatte diese Form (Fig. 4), d. h. er bestand aus Elek-

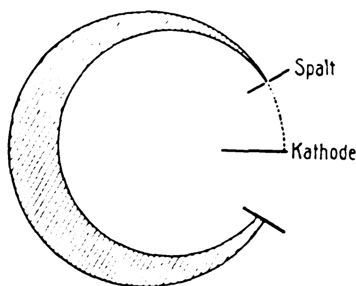


Fig. 4.

tronen verschiedener Geschwindigkeit. Die Zeichnung ist zwar übertrieben, immerhin betrug die Inhomogenität einige Prozente. Ob dabei Strahlen verschiedener Geschwindigkeit gleichzeitig oder in rascher Zeitfolge nacheinander in Form von Schwingungen auftraten, mag jetzt dahingestellt bleiben.

Eine Messung der Mitte des Strahls hatte hier natürlich keinen Sinn; ich maß die beiden Ränder. Es gelang mir einmal eine solche Messungsreihe während mehrerer Stunden durchzuführen. Die Fig. 5 zeigt Ihnen nun, daß nicht nur die inneren Durchmesser im Laufe des Auspumpens zunahmen, und zwar sehr stark, sondern auch die äußeren Durchmesser zeigen ein langsames aber deutliches Wachsen. An der Verlangsamung der Strahlen durch die Gasreste ist also kaum zu zweifeln.

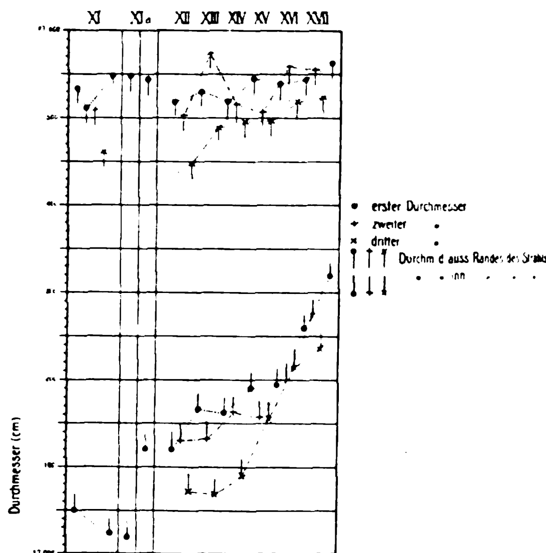


Fig. 5.

Berechnet man mit dem Mittelwert der tatsächlich gemessenen Durchmesser (17,5 cm) den Wert von ε/μ_0, so erhält man

$$\varepsilon/\mu_0 = 1{,}766 \cdot 10^7.$$

Korrigiert man dagegen den Durchmesser für die eingetretene Verlangsamung, so bekommt man etwa

$$\varepsilon/\mu_0 = 1{,}75 \cdot 10^7.$$

Es ergibt also auch die Verwendung eines longitudinalen elektrischen Feldes den kleineren Wert von ε/μ_0, ein Resultat, das mit anderen neueren Bestimmungen in bestem Einklang ist.

Kehren wir nun nochmals zu der Zusammenstellung der ε/μ_0-Bestimmungen zurück:

Auf meine Bestimmung von 1907 (1,733) folgte 1908 die nach der gleichen Methode für Radiumstrahlen ausgeführte von Bucherer: nach Anbringung einer Randkorrektion für den Kondensator: $1{,}73 \cdot 10^7$; dann der Classensche Wert $1{,}773 \cdot 10^7$; 1909 vergrößerte Bucherer seine Randkorrektur und brachte dadurch seinen Wert auf $1{,}76 \cdot 10^7$.

Dann kommt die erwähnte Untersuchung von Lerp mit $1{,}72 \cdot 10^7$, die aber auch noch um einige Prozente unsicher ist. Es hatte ja bei dieser Arbeit auch nicht die Absicht bestanden, einen neuen, möglichst guten Wert von ε/μ_0 zu bestimmen. Vielmehr sollten die Fehlerquellen der Methode untersucht werden. Es ergab sich nun, daß von allen vermuteten Fehlerquellen nur eine nachweisbar war, nämlich die Divergenz der Strahlen, auf deren Folgen ich auf einer früheren Versammlung (1908) hingewiesen hatte. Aber auch diese Fehlerquelle ($^1/_2$ bis 1 Proz.) reichte quantitativ

nicht hin, die Unterschiede zu erklären. So blieb nichts anderes übrig, als die S. Simonsche Bestimmung selbst möglichst exakt und sorgfältig zu wiederholen, und hierbei ergab sich wieder der kleinere Wert ($1,72 \cdot 10^7$). Der Fehler der älteren Bestimmungen ist der Hauptsache nach wahrscheinlich in der Messung des magnetischen Wegintegrals gelegen.

Gegen alle ε/μ_0-Bestimmungen aus der Elektrodenspannung läßt sich aber bekanntlich noch ein prinzipieller Einwand erheben. Man geht immer von der Energiegleichung aus, daß die kinetische Energie des Elektrons $\frac{\mu u^2}{2}$ gleich ist der elektrischen Arbeit $\varepsilon \cdot P$, die an dem Elektron geleistet wird, wenn es die Elektrodenspannung durchfällt. Man hat aber keinen sicheren Anhalt dafür, daß das Elektron ohne nennenswerte Anfangsgeschwindigkeit startet, und noch weniger dafür, daß es wirklich die ganze Elektrodenpotentialdifferenz durchläuft. Wir können vielmehr nur aus dem Zusammenfallen des so bestimmten Wertes der spezifischen Ladung mit anderen Bestimmungen schließen, daß auch die letztere Voraussetzung mit einer gewissen Annäherung erfüllt ist, aber auch eben nur mit so viel Annäherung, als durch die Genauigkeit des Zusammenfallens sich ergibt.

Man wird infolgedessen auf diese einfache Methode künftig bei ε/μ_0-Bestimmungen verzichten müssen. Vielleicht kann man sie einmal umgekehrt dazu benutzen, unseren Einblick in den Entladungsvorgang zu erweitern. Dazu muß aber erst der Wert von ε/μ_0 mit erheblich größerer Sicherheit feststehen, als dies z. Z. der Fall ist.

Diskussion.

Weiss: Ich möchte zu den Ausführungen des Vortragenden noch hinzufügen, daß Cotton und ich eine Bestimmung dieser Größe $\frac{e}{m}$ aus dem Zeemaneffekt ausgeführt haben und daß wir gefunden haben 1,77, was in bester Übereinstimmung ist mit den neueren Werten von Bestelmeyer.

Aus der Sektion für Physik:

G. Meyer (Freiburg i. B.), Über die Kapillaritätskonstanten von Amalgamen.

Die Untersuchung der Oberflächenspannung verdünnter wässeriger Salzlösungen hat gezeigt, daß der Zusatz des Salzes die Oberflächenspannung des reinen Wassers entweder vermehrt oder vermindert, und daß in allen Fällen die Änderung der Oberflächenspannung der Menge des zugeführten Salzes nahe proportional ist. Anders liegen diese Verhältnisse bei verdünnten Lösungen von Metallen in Quecksilber. Die Oberflächenspannung des *Hg* ist eine konstante, d. h. von der Dauer des Bestehens der Oberfläche unabhängige, im Vakuum, wenn dieselbe mit *Hg*-Dampf allein in Berührung ist. Eine von Herrn Dr. Schmidt[1]) angestellte Untersuchung bezieht sich auf die Veränderungen, welche dieser konstante Wert durch Auflösen von Metallen in *Hg* erfährt.

Die Messung der Oberflächenspannung geschah in einem mittels der *Hg*-Luftpumpe evakuierten Apparate aus Glas, in dessen Innerem man durch Umkippen des ganzen Apparates eine Menge *Hg* aus einer elliptischen Öffnung in einem zusammenhängenden Strahle ausfließen ließ, dessen Oberfläche Schwingungen ausführt. Der Apparat wurde nacheinander mit hineindestilliertem *Hg* und verdünntem Amalgam gefüllt, mit beiden Füllungen bei gleicher Druckhöhe des ausfließenden *Hg* bzw. Amalgams die Wellenlänge auf dem Strahl und die Entleerungszeiten gleicher Volumina gemessen. Die Wellenlänge wurde auf einer stark vergrößerten Momentphotographie des Strahles ermittelt. Aus diesen Daten läßt sich das Verhältnis der Oberflächenspannungen $\frac{Hg}{\text{Amalgam}}$ bestimmen, und wenn man für die Oberflächenspannung des *Hg* den von Stöckle gefundenen Wert 44,4 zugrunde legt, auch der absolute Wert der Oberflächenspannung des Amalgams. Untersucht sind in dieser Weise Amalgame von I. *Zn, Cd, Tl, Sn, Pb, Au*; II. *Li, Ca, Sr, Ba*; III. *Na, K, Rb, Cs*. Die Metalle der Gruppen I und II wirken auf die Oberflächenspannung des *Hg* ähnlich wie die Auflösung von Salzen auf die Oberflächenspannung des Wassers, indem sie teils eine Erniedrigung, teils eine Erhöhung dieser Größe verursachen und in der äußersten Verdünnung die Veränderung der Oberflächenspannung mit der Menge des eingeführten Metalles wächst. Unter diesen Metallen befindet sich auch das *Li*. Abweichend verhalten sich die in Gruppe III zusammengefaßten Alkalimetalle. Von diesen kann man dem *Hg* eine mit dem Atomgewicht des zugesetzten Metalles steigende Menge zufügen, ohne die Oberflächenspannung zu beeinflussen; überschreitet man diese Menge, so findet innerhalb eines engen Konzentrationsintervalles eine nahezu sprungweise Abnahme der Oberflächenspannung statt, welche bei weiterem Metallzusatz in eine sehr langsame Abnahme übergeht. Das von dem beschriebenen abweichende Verhalten des *Cs* ist wahrscheinlich

1) F. Schmidt, Freiburger Dissert. 1911.

durch den nachweisbaren *K*-Gehalt desselben bedingt.

Diese Eigenschaft der Alkalimetalle tritt nicht allein hervor, wenn man die Oberflächenspannung der Amalgame gegen den Dampf im Vakuum mißt, sondern auch dann, wenn die Oberflächenspannung gegen Lösungen des in dem *Hg* gelösten Metalles untersucht wird, wie dies geschehen kann, wenn man unter gleichen Bedingungen schwingende *Hg*- und Amalgamstrahlen in die Salzlösung eintreten läßt. Es stellt sich heraus, daß das *Li* schon in den geringsten Spuren eine Abnahme der Oberflächenspannung des *Hg* bewirkt, während bei *Na, K, Rb* die ersten Zusätze nicht wirken und eine sprungweise Abnahme erfolgt in demselben Konzentrationsintervall, für welches ein solcher Sprung bei den Messungen im Vakuum auftrat. Eine weitere Vermehrung des Gehaltes an Alkalimetall ruft nur geringe Verminderungen der Oberflächenspannung hervor. Es findet sich für das kapillare Verhalten der Lösungen dieser Metalle in *Hg* keine Analogie bei den wässerigen Salzlösungen. Ein besonderes Interesse gewinnt das kapillare Verhalten der Alkaliamalgame gegen Salzlösungen, wenn man es vergleicht mit dem elektromotorischen Verhalten gegen dieselben Salzlösungen, welche Herr Göbel auf meine Veranlassung untersucht hat.

Er maß die Potentialdifferenz zwischen Strahlen von *Hg* und Amalgam, welche in die Salzlösung eintraten. Es zeigte sich, daß schon die geringsten Spuren *Li* das elektromotorische Verhalten von *Hg* beeinflussen, während man von *Na, K, Rb* wachsende Mengen dem *Hg* zusetzen muß, um eine elektromotorische Wirksamkeit des Metalles zu erkennen, daß innerhalb eines engen Konzentrationsintervalles eine sprungweise Änderung des elektromotorischen Verhaltens der Amalgame der drei letztgenannten Metalle erfolgt, daß weiterer Zusatz von Alkalimetall nur geringe Änderungen in der elektromotorischen Stellung des Amalgams hervorruft. Das Konzentrationsintervall, in dem die sprungweise Änderung des elektromotorischen Verhaltens geschieht, ist das nämliche, in dem die sprungweise Änderung der Oberflächenspannung erfolgt. Amalgame von solcher Verdünnung, daß deren Oberflächenspannung der des reinen *Hg* gleich ist, sind auch elektromotorisch dem reinen *Hg* gleichwertig. Zwischen dem kapillaren und dem elektromotorischen Verhalten dieser Amalgame besteht somit ein weitgehender Parallelismus.

Diskussion.

Becker-Heidelberg: Es ist mir nicht klar geworden, ob Sie Strahlen oder einzelne Tropfen benutzt haben.

Meyer: Strahlen; es ist gemessen an zusammenhängenden Strahlen, deren Oberfläche Schwingungen ausführt, unter Berücksichtigung der Amplitude der Schwingungen.

Becker: Man würde ja auch die von Herrn Lenard ausgearbeitete Methode schwingender Tropfen benutzen können. Wir haben vor einiger Zeit in Heidelberg derartige Versuche angestellt und allerdings gefunden, daß hier bei Quecksilber die Amplitude der Schwingungen sehr rasch so klein wird, daß große Genauigkeit dieser Messungen nur schwer zu erreichen ist. Ist das bei Ihnen nicht der Fall?

Meyer: Es handelt sich um Messungen an schwingenden Strahlen, deren Amplitude langsam abnimmt. Zugrunde gelegt ist die von Bahr gegebene Theorie dieser Schwingungen.

Becker: Dann möchte ich noch fragen, ob Sie nicht versucht haben, diese Messungen mit Strahlen in verschiedenen Gasen auszuführen. Wenn hier ein Spannungsunterschied zwischen Quecksilber und Gas besteht, so könnte man diesen durch Messung der geänderten Oberflächenspannung auffinden.

Meyer: Das ist bereits geschehen, es sind bereits Messungen an Quecksilberstrahlen in Gasen ausgeführt, und es hat sich herausgestellt, daß in verschiedenen Gasen die Oberflächenspannung des Quecksilbers verschieden stark beobachtet wird. Stöckle hat gefunden, daß an frischen Oberflächen die Oberflächenspannung des Quecksilbers einen hohen Wert hat, und daß die durch die Kondensation des Gases an der Oberfläche bedingte Änderung der Oberflächenspannung bei Stickstoff z. B. innerhalb $^3/_4$ Stunden verläuft.

Krüger: Ist da nicht ein enger Zusammenhang mit dem Zustandsdiagramm der Legierung zu erwarten?

Meyer: Die Konzentration der untersuchten Amalgame ist eine so geringe, daß man die gelösten Metalle wohl als einatomig betrachten kann.

Krüger: Kann man diese Amalgame noch als verdünnte Lösung betrachten?

Meyer: Ja.

W. Nernst (Berlin), Über ein allgemeines Gesetz, das Verhalten fester Stoffe bei sehr tiefen Temperaturen betreffend.

Neuere Messungen der spezifischen Wärme haben es in Übereinstimmung mit den Forderungen der Quantentheorie außer Zweifel gesetzt, daß für jeden festen Körper vom absoluten Nullpunkt aufwärts sich ein gewisses Temperatur-

gebiet erstreckt, in welchem der Temperaturbegriff praktisch seine Bedeutung verliert. Es muß also in diesem Gebiete jede beliebige Eigenschaft, die durch das mittlere Verhalten der Atome bestimmt ist, wie, um nur ein Beispiel zu nennen, etwa das Volumen V, von der Temperatur unabhängig werden. Es wird also z. B.

$$\lim \frac{dV}{dT} = 0 \text{ (für } T = 0).$$

Die Quantentheorie verlangt sogar streng genommen

$$\lim \frac{d^n V}{dT^n} = 0 \text{ (für } T = 0),$$

worin n eine beliebig große Zahl bedeuten kann. In Wirklichkeit wird diese letztere Forderung allerdings wohl kaum streng erfüllt sein.

Wir können noch einen Schritt weitergehen und auf jeden festen Körper die analogen Betrachtungen anwenden, die sich bei verdünnten Lösungen überall bewährt haben. Die Änderung, welche irgendeine Eigenschaft einer verdünnten Lösung durch Zusatz des gelösten Stoffes in sehr großer Verdünnung erfährt, kann der Konzentration der letzteren proportional gesetzt werden. Nun existiert ein bestimmtes Temperaturgebiet, in welchem die Atome des festen Körpers fast sämtlich ruhen; nur eine sehr kleine Anzahl von Atomen hat ein einziges Energiequantum bekommen, während die Zahl derjenigen Atome, die mehrere Energiequanten aufgenommen haben, gänzlich zu vernachlässigen ist. Dann können wir den festen Körper also auffassen als eine sehr verdünnte feste Lösung der erwähnten mit einem Energiequantum behafteten Atome in den sehr viel zahlreicheren ruhenden Atomen, und zwar ist die Konzentration des letzteren dem Energieinhalt proportional. Dabei ist es offenbar irrelevant, daß die Energiequanten fortwährend von Atom zu Atom wechseln. In diesem Temperaturgebiet befindet man sich bereits in meistens genügender Annäherung, wenn der Körper etwa bis zur Temperatur $\frac{\beta\nu}{6}$ abgekühlt ist. Da die $\beta\nu$-Werte zum Beispiel für Aluminium 405, für Kupfer 321, für Silber 221, für Blei 95, für Diamant 1940, für Jod 98, für Chlorkalium 218⁰ betragen, so handelt es sich also um meistens experimentell sehr bequem erreichbare Temperaturgebiete.

Wir wollen den obigen Satz nunmehr an einer Anzahl Eigenschaften prüfen.

Spezifische Wärme. Hierfür gilt der Satz

$$C_p = C_v = 0 \text{ (für } T = 0),$$

dessen Gültigkeit in einzelnen Fällen so gut wie direkt bewiesen, in anderen aus dem Verlauf der Kurven mit großer Wahrscheinlichkeit erschlossen werden konnte.

Wärmeausdehnung. Aus den obigen Betrachtungen ist sofort zu schließen, daß wir das Volumen bei tiefen Temperaturen

$$V = V_0 + \alpha E$$

(E Energieinhalt, α eine individuelle Konstante) setzen können; der thermische Ausdehnungskoeffizient wird daher

$$\frac{dV}{dT} = \alpha C_v,$$

d. h. er ergibt sich bei tiefen Temperaturen der spezifischen Wärme proportional und verschwindet bei sehr tiefen Temperaturen. Dies Resultat gilt übrigens, wie Grüneisen[1]) gezeigt hat, bis zu recht hohen Temperaturen, und zwar findet er hier

$$\frac{dV}{dT} = \alpha C_p$$

(bei tiefen Temperaturen sind C_v und C_p einander praktisch völlig gleich).

Die vorstehende Formel, die übrigens bei ihrer theoretischen Ableitung einen Körper voraussetzt, dessen Frequenzen sämtlich gleich sind, wird von der Erfahrung vortrefflich bestätigt. Insbesondere haben ganz kürzlich von Herrn Chas. L. Lindemann bis zur Temperatur des flüssigen Wasserstoffs fortgesetzte, noch nicht veröffentlichte Messungen der thermischen Ausdehnung gezeigt, daß sie nicht nur bei tiefen Temperaturen sehr klein wird, sondern auch recht genau der Atomwärme proportional mit der Temperatur sich ändert.

Kompressibilität. Auch die Kompressibilität muß nach dem oben erwähnten Satze bei tiefen Temperaturen von der Temperatur unabhängig werden; dies ist eingehend kürzlich von Herrn Grüneisen[2]) nachgewiesen worden.

Die thermodynamischen Funktionen. Schreiben wir den zweiten Wärmesatz in der bekannten Fassung

$$A - U = T \cdot \frac{dA}{dT},$$

so ist von der Funktion U ohne weiteres klar, daß sie bei tiefen Temperaturen von der Temperatur unabhängig werden muß. Aber auch für A muß offenbar das gleiche gelten, weil erfahrungsgemäß auch der Inhalt an freier Energie durch unendlich kleine Beimengungen nur unendlich wenig geändert werden kann. Es folgt somit

$$\lim \frac{dU}{dT} = \lim \frac{dA}{dT} = 0 \text{ (für } T = 0),$$

dies ist aber nichts anderes, als das vom Verfasser bereits vor sechs Jahren aufgestellte

1) Verhandl. d. Deutsch. Physik. Ges. **13**, 426, 1911.
2) l. c., S. 501.

Wärmetheorem, das sich hier also als ein Spezialfall eines allgemeineren aus der Quantentheorie abgeleiteten Satzes ergibt[1]).

Wir kommen nunmehr zu einer Reihe von Eigenschaften, bei denen wir nicht über so konkrete Vorstellungen verfügen, wie in den obigen Fällen, und bei denen wir, wenn auch mit großer Wahrscheinlichkeit, so doch immer nur mit einer gewissen Reserve, die entsprechenden Schlüsse ziehen können.

Wärmeleitung. Hier fehlt es zurzeit an jeder speziellen Theorie. Nach Euckens Versuchen wird, wie man wohl sagen muß, wider alles Erwarten die Wärmeleitung von Isolatoren bei sehr tiefen Temperaturen außerordentlich groß. Beim Diamant ließ sich im Sinne obigen Satzes ein Temperaturgebiet erreichen, in welchem die Wärmeleitung nahe konstant blieb.

Elektrizitätsleitung. Entgegen den Forderungen der Elektronentheorie, aber ganz im Sinne der Quantentheorie fand Kamerlingh Onnes bei sehr tiefen Temperaturen ein Gebiet, in welchem sich der Widerstand des Platins nicht weiter änderte. Wie ferner der erwähnte Forscher und der Verfasser gleichzeitig fanden, tritt das Umbiegen der Widerstandskurve, das schließlich zur Parallelität mit der Abszisse (Temperatur) führt, um so eher bei den verschiedenen Metallen auf, je höher die Frequenz ihrer Atome ist. Der Verfasser konnte daher beim Aluminium, welches Metall einen sehr viel höheren ν-Wert als Platin besitzt (vergl. oben), eine Konstanz des Widerstandes schon bei der Temperatur des siedenden Wasserstoffes beobachten:

T	w
273,1	1,000
79,0	0,256
66,0	0,222
21,5	0,166
20,5	0,165
17,4	0,165

Blei, das einen kleinen ν-Wert besitzt, hat daher noch bei der Temperatur des flüssigen Wasserstoffs einen stark mit der Temperatur veränderlichen Widerstand. Wir sind sogar in der Lage, aus dem Verlauf der Widerstandskurve bei tiefen Temperaturen die Schwingungszahl der Atome des betreffenden Metalls mit ziemlicher Sicherheit abzuleiten. Also auch hier ergibt sich eine sehr auffällige Beziehung zur Quantentheorie, die allerdings zurzeit einen mehr empirischen Charakter besitzt. Bis zum gewissen Grade ist es allerdings Herrn Lindemann[1]) gelungen, diese Beziehungen verständlich zu machen, indem er die Annahme einführte, daß der Widerstand durch die Zahl der Schwingungskreise bedingt sei.

Die auf diesem Gebiete gefundenen Regelmäßigkeiten möchte ich in folgender Weise zusammenfassen:

Der Temperaturkoeffizient des elektrischen Widerstandes der Metalle hat einen ähnlichen, aber nicht genau gleichen Verlauf wie die Atomwärme. In dem Temperaturgebiet, in welchem die Atomwärme konstant nahe gleich 6 ist, ist der Widerstand annähernd der absoluten Temperatur proportional.

Thermokraft und Peltiereffekt. Hier ist zu erwarten, daß die Potentialdifferenz längs des Wärmegefälles in einem gleichen Metall verschwindet und diejenige zwischen zwei verschiedenen Metallen von der Temperatur unabhängig wird, wenn man sich hinreichend dem absoluten Nullpunkte nähert. Dann muß der Peltiereffekt bekanntlich, ebenso wie die Thermokraft, verschwinden. Sichere Daten zur Prüfung dieser Frage liegen noch nicht vor, doch ist eine Tendenz der Thermokraft, bei tiefer Temperatur abzufallen, unverkennbar[2]).

Diskussion.

Einstein: Ich möchte fragen, ob der Vortragende es nicht für möglich hält, daß die Leitfähigkeit reiner Metalle bei Annäherung an den absoluten Nullpunkt unendlich wird. Kamerlingh Onnes hat ja gefunden, daß kleinste Beimengungen einen sehr großen Einfluß haben, und daß die reinsten Metalle einen außerordentlich kleinen Widerstand haben. Sind vielleicht verschiedene Proben von Aluminium vorhanden gewesen und daraufhin geprüft worden?

Nernst: Ich glaube auch, daß der hohe Wert beim Aluminium durch Verunreinigungen bedingt ist. Reines Aluminium ist ja zurzeit wohl sehr schwer herzustellen. Man könnte gewiß den Wert Null für den Widerstand ganz reiner Metalle annehmen, aber ich glaube, er wird doch für jedes Metall einen endlichen charakteristischen Wert haben.

Sommerfeld: Wie stellt sich die Quantentheorie den Einfluß kleiner Verunreinigungen vor?

Nernst: Lindemann hat angenommen, der Widerstand in der Nähe des absoluten Null-

---

1) Vergleiche hierzu auch die von F. Jüttner, Zeitschr. f. Elektrochem. **17**, 139, 1911 u. O. Sackur, Ann. d. Phys. (4) **34**, 455, 1911, angestellten Betrachtungen.

1) Sitzungsber. d. Preuß. Akad. d. Wiss. 1911, S. 329.

2) Eine spezielle Theorie der obigen Phänome vom Standpunkt der Quantentheorie hat A. Bernoulli, Zeitschr. f. Elektrochem. **17**, 689, 1911, zu geben versucht.

punkts wird bedingt durch die Bewegung der Atome. Dadurch wird der Widerstand viel größer. Nun befinden sich die Verunreinigungen in sog. fester Lösung. Es wäre möglich, daß die kleinen Verunreinigungen sich in einer Art Gaszustand befinden, d. h. daß sie bei tiefen Temperaturen schon in Bewegungen, in Schwingungen geraten, und dann wäre erklärt, daß sie einen großen Einfluß auf die Leitfähigkeit ausüben. Diese Vorstellung hat vielleicht vieles für sich, aber etwas Sicheres kann man wohl nicht sagen.

v. Kowalski: Könnte man sich da nicht denken, daß die Verunreinigungen den Rotationszustand begünstigen infolge gewisser Unhomogenitäten? Wenn wir nach Lindemann die Rotation als die Ursache des Widerstandes auffassen, und die Unhomogenitäten begünstigen dann, daß die Systeme eine gewisse Rotationsfähigkeit bekommen, so wäre ja das Anwachsen des Widerstandes zu erklären.

Nernst: Wenn wir ein fremdes Atom zwischen vielen anderen haben, so wäre es denkbar, daß die Kraft, die dieses festhält, sehr klein ist.

v. Kowalski: Ja, das habe ich mir so vorgestellt.

Bernoulli: Herr Geheimrat Nernst hat darauf hingewiesen, daß eine Bestätigung der Quantentheorie auch aus Bestimmungen der Thermokräfte bei tiefen Temperaturen zu erwarten ist, daß aber bis jetzt noch keine Messungen bei hinreichend tiefen Temperaturen vorliegen. Dazu möchte ich erwähnen, daß, wie ich früher gezeigt habe, bereits die schon jetzt vorliegenden Bestimmungen der Thermokräfte bei höheren Temperaturen eine direkte Bestätigung der Quantentheorie und des Nernstschen Wärmetheorems ergeben haben. Es ist nämlich möglich, Formeln abzuleiten — ich habe sie in den Verhandlungen der Deutschen Physikalischen Gesellschaft **13**, 573, 1911, mitgeteilt —, welche es ermöglichen, die ultraroten Eigenschwingungen der Metalle aus Thermokräften in absolutem Maß zu berechnen. Dabei ergeben sich dieselben für alle genauer untersuchten Metalle in guter Übereinstimmung mit den bisher aus der spezifischen Wärme oder dem Schmelzpunkt ermittelten Werten. Ebenso läßt sich mit bemerkenswerter Genauigkeit das Plancksche Wirkungsquantum aus den Thermokräften berechnen.

Reinganum: Die Elektronentheorie ist gewiß noch sehr der Ausarbeitung bedürftig, aber sie hat doch auch schon sehr schöne Resultate gezeitigt, und diese werden wohl auch wieder zum Vorschein kommen, wenn die Theorie modifiziert ist, und nun kann es Gründe geben, daß die spezifische Wärme der Elektronen sich nicht bemerkbar macht, wenn sie auch vorhanden ist. Wenn wir uns denken, daß zwischen Elektronen und Atomen in Metallen zentrale anziehende Kräfte vorhanden sind, und daß sie zufolge dessen nicht gerade Bahnen beschreiben, sondern gekrümmte Bahnen, so ist es sehr wohl möglich, daß diese bei hoher Temperatur kleiner werden, so daß kinetische Energie gewonnen wird; bei wachsender Temperatur nimmt also die potentielle Energie ab, so daß also die Zunahme der kinetischen Energie kompensiert wird. Mit dieser Hypothese bliebe doch ein großer Teil der jetzigen Elektronentheorie erhalten. Eine Andeutung dafür liegt ferner in dem Thomsoneffekt. Bei Metallen, deren Elektronenzahl unabhängig von der Temperatur ist, ist dieser Effekt theoretisch derartig, daß die potentielle Energie der Elektronen kleiner wird an Stellen höherer Temperatur. Quantitativ führen die Theorien von Lorentz und Thomson zu verschiedenen Resultaten. Nach der Lorentzschen Theorie folgt, daß die gesamte Atomwärme des Elektrons zwei Drittel ist von der des einatomigen Gases, es kommt also da die Zahl zwei statt drei heraus; nach der Thomsonschen Theorie kommt sogar nur der Wert Eins heraus[1]). Und es könnte ja eine noch bessere spätere Formel sogar die spezifische Wärme Null ergeben, so daß also diese Eigenschaft der Elektronen, spezifische Wärme zu haben, sich in den Experimenten nicht zeigen würde.

Nernst: Ich möchte diesen Ausführungen zustimmen, dann aber gehorchen solche Elektronen doch nicht mehr den Gasgesetzen. Definiert man ihre Zustandsgleichung so, daß keine Energie mehr für sie übrig bleibt, so bleibt auch von den Gasgesetzen nichts übrig.

Reinganum: Die mittlere kinetische Energie ist ja unabhängig von den Gasgesetzen, und die Ableitung der Wärme- und Elektrizitätsleitung könnte daher wohl ziemlich unverändert erhalten bleiben.

1) Ableitung siehe bei M. Reinganum, Studie zur Elektronentheorie der Metalle. Heidelb. Akad. d. Wiss. (Stiftung Lanz), 10. Abh., S. 20 ff., 1911. (Nachträgliche Anmerkung des Diskussionsredners.)

E. Budde (Berlin), *Zur Theorie des Michelsonschen Versuches.*

§ 1. Die theoretische Deutung des Michelsonschen Versuches[1]) ist, abgesehen von der be-

1) Michelson, Sill. Journ. **22**, 120, 1881; siehe auch Selbstreferat in Beiblättern **5**, 790, 1881, an welcher Stelle übrigens die Bandnummer des Sill. Journ. irrtümlich mit **21** angegeben ist. A. A. Michelson u. E. W. Morley, Phil. Mag. (5) **24**, 449, 1887.

kannten Aberrationskorrektur des Herrn H. A. Lorentz, im wesentlichen dieselbe geblieben, die sein Urheber gegeben hat; als Beispiel zitiere ich nur die neueste Darstellung von Herrn Laue[1]), in welcher die schematische Figur der Michelsonschen Originalarbeit im übrigen beibehalten, die Berechnung der Weglänge aber durch eine eingezeichnete Verschiebung des Interferenzbildes unterstützt wird. Ich habe gegen diese Deutung Einwürfe zu erheben, die meines Erachtens eine Revision derselben erforderlich machen, nämlich:

I. Herr Michelson setzt die Bewegung der Erde unter Vernachlässigung ihrer Rotation aus zwei Komponenten zusammen, Revolution um die Sonne und Bewegung des Sonnensystems im Weltenraum. Die Vernachlässigung der Rotation ist natürlich berechtigt, aber die sogenannte Bewegung des Sonnensystems im Weltenraum ist ermittelt durch Positionsbeobachtungen gegen benachbarte Fixsterne; sie ist also Relativbewegung gegen die mittleren Zustände dieser Fixsterne, das heißt, wenn man die wirkliche Bewegung der Erde im Äther haben will, muß man noch eine dritte Komponente hinzufügen, das ist die mittlere Bewegung derjenigen Gestirne, welche für die Positionsbeobachtungen benutzt worden sind, gegen den Äther. Diese dritte Komponente ist vollständig unbekannt, und damit ist auch die Geschwindigkeit der Erde relativ zum Äther ein Vektor, über dessen Größe und Richtung wir zu einer gegebenen Zeit nichts aussagen können. Hieraus folgt ohne weiteres, daß einmalige Beobachtungen der Michelsonschen Art, auch wenn die Jahreszeit mit Rücksicht auf die „Bewegung des Sonnensystems im Weltenraum" passend ausgewählt ist, keine Beweiskraft haben, daß wirkliche Resultate vielmehr nur durch Beobachtungsserien zu erlangen sind, die systematisch zu verschiedenen Jahreszeiten vorgenommen werden, und zwar unter ausreichender Beachtung der Lage, in welcher sich die Ebene der Beobachtung jeweilig zu einem in der Ekliptik festgelegten Koordinatensystem befindet[2]).

II. Die übliche Deutung des Versuches enthält Fehler, von denen jeder einzelne eine Wirkung auf das Resultat haben kann, die von gleicher Ordnung ist, wie das bisher errechnete Resultat selbst.

a) Der erste von diesen Fehlern besteht darin, daß Herr Michelson und seine Nachfolger einfach mit den absoluten Längen der in Betracht kommenden Lichtwege rechneten. Es handelt sich aber bei dem Versuch um eine Interferenzerscheinung; diese hängt ab von Phasenunterschieden, und die Phasenunterschiede hängen ihrerseits ab von der Zahl der Wellenlängen, die auf den vom Licht durchlaufenen Strecken liegen. Diese Zahl ist nur dann, wenn es sich um ein ruhendes System handelt, den Weglängen einfach proportional. Ist aber das Koordinatensystem, in welchem der Beobachtungsapparat ruht, gegen den Äther in Bewegung, so findet das Dopplersche Prinzip Anwendung auf die Vorgänge der Spiegelung und Brechung, und dann (siehe die reproduzierte schematische Figur aus den zitierten Abhandlungen, Fig. 1) ist die Wellenlänge eines Strahles auf dem Wege OB im allgemeinen eine andere als auf dem Wege BO usw. Diese Abweichungen sind von erster Ordnung in bezug auf den Quotienten aus der Geschwindigkeit des Systems und der

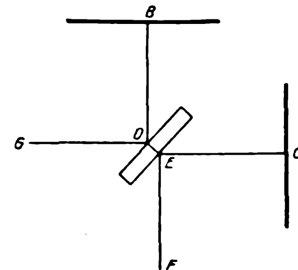


Fig. 1.

Geschwindigkeit des Lichts, können also nicht von vornherein vernachlässigt werden.

b) Ferner wird in der bisherigen Theorie die Dicke des durchsichtigen Glasspiegels einfach gleich Null genommen. Das Verhältnis: Dicke des Glasspiegels dividiert durch Armlänge des Metallspiegels, ist aber vermutlich eine Größe von gleicher Ordnung wie das Verhältnis: Revolutionsgeschwindigkeit der Erde dividiert durch Geschwindigkeit des Lichts; es scheint also nicht gerechtfertigt, dasselbe ohne weiteres gleich Null zu nehmen[1]).

Im folgenden versuche ich, eine Theorie des Michelsonschen Versuches unter Berücksichtigung dieser Umstände zu geben. Dabei sei von vornherein folgendes bemerkt:

1. Das Michelsonsche Kompensationsglas wird außer acht gelassen, weil es bezüglich der

1) M. Laue, Das Relativitätsprinzip, S. 14. Braunschweig 1911.

2) Diese Bemerkung trifft auch alle Versuche von ähnlicher Tendenz, wie diejenigen von Rayleigh und Brace, Mascart, Trouton und Nobel usw., auf die hier nicht eingegangen wird.

1) Herr H. Th. Simon hat Herrn Michelson, als dieser im Frühsommer d. Js. in Göttingen anwesend war, auf meine Bitte gefragt, wie dick der durchsichtige Spiegel bei seinen Versuchen gewesen sei, und die Antwort erhalten: 8 bis 10 mm.

Fresnel-Fizeauschen Mitschleppung des Äthers zwei entgegengesetzte Wirkungen hat, die sich aufheben, und weil es im übrigen jederzeit durch eine entsprechende Abänderung des Armes OC (Fig. 1) ersetzt werden kann.

2. Die ganze Rechnung wird in der Einfallsebene, die zugleich Ebene der Zeichnung ist, geführt; es wird also angenommen, das ganze System der Spiegel, einschließlich des Beleuchtungsapparates und des Beobachters, habe im Äther zwei Seitengeschwindigkeiten u und v, die in der jeweilig horizontalen Ebene der Beobachtung liegen. Die Resultante von u und v heiße ω. Es wird im allgemeinen eine dritte Geschwindigkeitskomponente vorhanden sein, die senkrecht auf der Ebene der Beobachtung steht; man überzeugt sich aber leicht, daß diese Komponente das Resultat, welches durch eine Drehung des Apparates in der Horizontalebene herbeigeführt wird, nicht ändern kann.

§ 2. Wellenlänge der Luftwege. Für die Rechnung wird angenommen, der durchsichtige Spiegel des Michelsonschen Versuches mache mit dem auffallenden Strahlenbündel einen Winkel von genau 45°. In einer früheren Abhandlung[1]) habe ich eine Formel angegeben, welche das Dopplersche Prinzip für bewegte Spiegel in erster Annäherung ausspricht. Verfolgt man die dortige Entwickelung bis zur zweiten Annäherung, so findet man durch eine leichte Rechnung

$$l_1 = l\left(1 - 2\frac{\omega}{c}\cos\varphi\cos\alpha + 2\frac{\omega^2}{c^2}\cos^2\varphi\right). \qquad (1)$$

Hierin ist l die Länge eines Wellenzuges vor der Reflexion, l_1 dieselbe nach der Reflexion, ω die Geschwindigkeit des Spiegels, c die Geschwindigkeit des Lichts, φ der Winkel, welchen die Bewegung des Spiegels mit seiner nach der Lichtseite hin gerichteten Normale macht, und α der Einfallswinkel.

Gl. (1) ist in der zitierten Abhandlung abgeleitet unter der Annahme, der Reflexionswinkel könne dem Einfallswinkel gleich gesetzt werden. Diese Annahme beeinträchtigt das Resultat nicht, solange es sich nur um Wirkungen erster Ordnung handelt, sie ist aber nicht mehr zulässig, wenn Genauigkeit zweiter Ordnung angestrebt wird. Indessen, wenn α und $\varphi = 0$ sind, ist sie richtig, und für den Spezialfall, wo $\alpha = 45°$ ist, ergibt die Durchrechnung, daß Gl. (1) erhalten bleibt. Diese kann demnach hier unbedenklich benutzt werden.

Fall A. Das System bewege sich in der Richtung GO der einfallenden Strahlen mit der Geschwindigkeit u. Als ersten Strahl bezeichnen wir denjenigen, der das Glas des Spiegels von O aus durchsetzt, und zählen den Weg GO als ersten, OE als zweiten, EC als dritten, CE als vierten, EF als neunten. Auf dem ersten Wege GO habe der Strahl die Wellenlänge λ_1'. Dieselbe Wellenlänge hat er auf dem dritten Wege EC, der Spiegel C aber hat die Geschwindigkeit u (in der Figur nach rechts), also ist für ihn $\cos\varphi = -1$, $\cos\alpha = 1$, also ist nach der Reflexion auf dem vierten Wege CE

$$\lambda_4' = \lambda_1'\left(1 + 2\frac{u}{c} + 2\frac{u^2}{c^2}\right).$$

Dieser Strahl wird im Punkte E nach F hin reflektiert. Für den Punkt E ist $\cos\varphi = \cos\alpha = \sqrt{\frac{1}{2}}$, also ist auf dem (neunten) Wege EF

$$\lambda_9' = \lambda_4'\left(1 - \frac{u}{c} + \frac{u^2}{c^2}\right) = \lambda_1'\left(1 + \frac{u}{c} + \frac{u^2}{c^2}\right).$$

Als zweiten Strahl bezeichnen wir denjenigen, der in O nach B reflektiert wird, und rechnen für ihn den Weg GO (aus später einleuchtendem Grunde) als fünften, OB als sechsten, BO als siebenten, OE (die Ungenauigkeit, welche hier durch die vereinfachte Zeichnung hervorgebracht ist, wird der Leser leicht ergänzen) als achten, EF wieder als neunten.

Für die Spiegelung in O ist $\cos\varphi = -\sqrt{\frac{1}{2}}$, $\cos\alpha = \sqrt{\frac{1}{2}}$, also ist seine Wellenlänge auf dem sechsten Weg OB

$$\lambda_6' = \lambda_1'\left(1 + \frac{u}{c} + \frac{u^2}{c^2}\right).$$

Für die Reflexion am Punkte B ist $\cos\varphi = 0$, also ist auf dem siebenten Wege BO

$$\lambda_7' = \lambda_6'.$$

Dieselbe Wellenlänge hat dieser Strahl, nachdem er den durchsichtigen Spiegel passiert hat. Der Vergleich von λ_7' mit λ_9' zeigt, daß $\lambda_7' = \lambda_9'$, d. h. die beiden Strahlen gehen vom Punkte E mit gleicher Wellenlänge nach F; ihr weiteres Verhalten ist ausschließlich durch den in E vorhandenen Gangunterschied bestimmt.

Die vorstehende Rechnung reicht demnach aus, um den Satz zu begründen, daß die zu beobachtende Interferenzerscheinung unabhängig ist von der Entfernung, die zwischen dem Beobachtungsfernrohr und dem Punkte E der Fig. 1 liegt; will man aber die wirkliche Wellenlänge haben, so muß man noch bedenken, daß auch die Lichtquelle an der Bewegung der Erde teilnimmt, und zwar mit der Geschwindigkeit u in der Richtung der von ihr nach O gehenden Strahlen. Ist also die natürliche, d. h. die im ruhenden Äther vorhandene Wellenlänge λ, so hat der Strahl auf dem ersten und fünften

1) E. Budde, diese Zeitschr. **12**, 725, 1911.

Wege die wirkliche Wellenlänge $\lambda\left(1-\frac{u}{c}\right)$, und diese ist noch in die vorstehenden Formeln für $\lambda_1{}'$ einzufügen. Man erhält dann die folgende Liste, bei welcher der bequemeren späteren Verwendung wegen die reziproken Werte der Wellenlängen aufgeführt sind,

$$\left.\begin{aligned} \frac{1}{\lambda_1}&=\frac{1}{\lambda_3}=\frac{1}{\lambda_5}=\frac{1}{\lambda}\left(1+\frac{u}{c}+\frac{u^2}{c^2}\right),\\ \frac{1}{\lambda_4}&=\frac{1}{\lambda}\left(1-\frac{u}{c}+\frac{u^2}{c^2}\right),\\ \frac{1}{\lambda_6}&=\frac{1}{\lambda_7}=\frac{1}{\lambda}. \end{aligned}\right\} \qquad (2)$$

Fall B. Das System bewegt sich in der Richtung OB der Fig. 1; seine Geschwindigkeit werde als v bezeichnet; die Strahlen und die Wege werden wie vorhin numeriert.

Strahl 1. Das Bündel der auf den Glasspiegel fallenden Strahlen wird als parallel vorausgesetzt und habe endliche Breite. Dann hat der Strahl, wenn er in O den Spiegel trifft, einfach die natürliche Wellenlänge λ; dieselbe hat er auf dem dritten Wege EC, und da für den Spiegel C $\cos\varphi=0$ ist, hat er auch die gleiche Wellenlänge auf dem vierten Wege CE. Für den neunten Weg ist $\cos\varphi=-\sqrt{\frac{1}{2}}$, $\cos\alpha=\sqrt{\frac{1}{2}}$, also wird

$$\lambda_9=\lambda\left(1+\frac{v}{c}+\frac{v^2}{c^2}\right).$$

Auf dem fünften Wege ist wieder $\lambda_5=\lambda$; auf dem sechsten ist $\cos\varphi=\cos\alpha=\sqrt{\frac{1}{2}}$, also

$$\lambda_6=\lambda\left(1-\frac{v}{c}+\frac{v^2}{c^2}\right).$$

Für die Reflexion am Spiegel B ist $\cos\varphi=-1$, $\cos\alpha=1$ also

$$\lambda_7=\lambda_6\left(1+2\frac{v}{c}+2\frac{v^2}{c^2}\right)=\lambda\left(1+\frac{v}{c}+\frac{v^2}{c^2}\right).$$

Dieselbe Wellenlänge hat der Strahl, nachdem er den Glasspiegel passiert hat, und es ist, wie die Gleichungen zeigen, wieder $\lambda_7=\lambda_9$, also die Interferenzerscheinung nur von dem Gangunterschied in E abhängig. Die Zusammenstellung der reziproken Werte ergibt hier folgende Liste:

$$\left.\begin{aligned} \frac{1}{\lambda_1}&=\frac{1}{\lambda_3}=\frac{1}{\lambda_4}=\frac{1}{\lambda_5}=\frac{1}{\lambda},\\ \frac{1}{\lambda_6}&=\frac{1}{\lambda}\left(1+\frac{v}{c}\right),\\ \frac{1}{\lambda_7}&=\frac{1}{\lambda}\left(1-\frac{v}{c}\right). \end{aligned}\right\} \qquad (3)$$

§ 3. Die Wege im Glas. In Fig. 2 stelle JK die vordere, $J'K'$ die hintere Fläche des

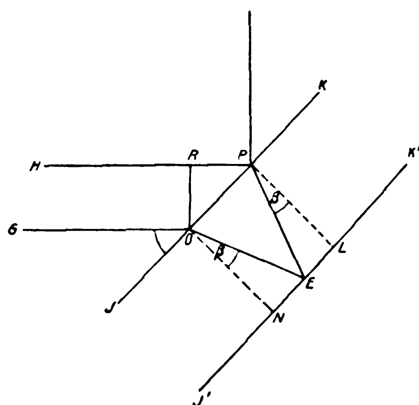


Fig. 2.

Glasspiegels dar. Sobald man diesem Spiegel eine endliche Dicke zuschreibt, werden zwei Strahlen, die seine Vorderwand im Punkte O treffen, im allgemeinen nach den verschiedenen Reflexionen die Hinterwand nicht in dem gleichen Punkt erreichen. Wir lassen also den ersten Strahl auf dem Wege GO (Fig. 2) in den Spiegel eintreten, den zweiten auf einem anderen Wege HP; die Distanz OR nennen wir b. Der erste Strahl geht dann von O nach einem Punkte E der Rückwand; der zweite Strahl geht vom Glasspiegel zum Metallspiegel B, wird reflektiert und tritt in dem Punkt P in den Glasspiegel ein. Die Größe b läßt sich dann so bestimmen, daß der Austrittspunkt des zweiten Strahles gleichfalls in E fällt.

Um bequeme Bezeichnungen zu haben, denken wir uns durch den Punkt O als Anfangspunkt zwei Koordinatensysteme gelegt: das erste heiße System der x, y, es soll im Äther ruhen; die positive x-Richtung ist die Richtung GO, die positive Richtung der y geht nach dem Metallspiegel B hin. Das zweite System der ξ, η bewege sich mit dem Glase. Seine Achsen haben dieselbe Richtung wie die des vorigen Systems, und zur Zeit Null sollen beide Systeme zusammenfallen.

Oben wurde schon gesagt, daß der Quotient aus Dicke des Glasspiegels und mittlerem Abstand der Metallspiegel eine Größe von annähernd gleicher Ordnung sein kann wie $\frac{u}{c}$ und $\frac{v}{c}$; sie soll hier durchweg als solche behandelt werden, d. h. wenn δ die Dicke des Glasspiegels ist, so soll für alle Größen, in welche δ als Faktor eingeht, in $\frac{u}{c}$ und $\frac{v}{c}$ nur Genauigkeit erster Ordnung erstrebt werden.

Man kann sich dann den Lorentzschen

Satz[1]) zunutze machen, nach welchem die geometrischen Gesetze der Brechung und Spiegelung für die Relativbeobachtung in erster Ordnung erhalten bleiben. Wir werden also die Werte, die für das Glas in Betracht kommen, im System der ξ, η berechnen. Wir werden ferner annehmen, der Brechungskoeffizient des Glases sei für die Relativbeobachtung genau $= 1{,}5$; ein kleiner Fehler dieser Annahme würde schließlich nur eine kleine numerische, keine prinzipielle Korrektur der Ergebnisse nötig machen. In der Annahme, daß der relative Brechungskoeffizient $= 1{,}5$ sei, ist dann bereits alles enthalten, was über den Einfluß der Bewegung auf die Brechung einschließlich der Fresnel-Fizeauschen Mitschleppung des Äthers zu sagen wäre, so daß auf die Einzelheiten der Brechungserscheinungen keine besondere Rücksicht mehr zu nehmen ist.

Es sind dann folgende Erwägungen anzustellen:

Die Einfallswinkel sind in allen Fällen 45^0; nennen wir die Brechungswinkel β, so ist

$$\sin\beta = \sqrt{\frac{2}{9}}, \quad \cos\beta = \sqrt{\frac{7}{9}}.$$

Man sieht aus der Figur ohne weiteres, daß $NE = EL = \delta \operatorname{tang}\beta = \delta\sqrt{\frac{2}{7}}$ ist. Ferner ist $OP = NL = 2NE$, also $OR = 2\sqrt{\frac{1}{2}}\cdot\delta\sqrt{\frac{2}{7}}$ oder

$$b = 2\delta\sqrt{\frac{1}{7}}. \tag{4}$$

Ferner ist die Bahnlänge beider Strahlen $OE = PE = \frac{\delta}{\cos\beta}$ oder

$$OE = PE = \delta\cdot 3\sqrt{\frac{1}{7}}.$$

Endlich finden sich für die Koordinaten des Punktes E leicht die Ausdrücke

$$\xi_e = \delta\left(\sqrt{\frac{1}{2}} + \sqrt{\frac{1}{7}}\right), \tag{5}$$

$$\eta_e = \delta\left(-\sqrt{\frac{1}{2}} + \sqrt{\frac{1}{7}}\right). \tag{6}$$

Für das weitere sind die beiden Hauptfälle zu unterscheiden:

Fall A. Das System bewegt sich im Sinne der positiven x-Richtung. Dann ist die relative Geschwindigkeit, mit welcher der erste Strahl in O anlangt, $c - u$. Die relative Geschwindigkeit im Glase ist also $\frac{2}{3}(c-u)$; also die Zeit τ_2, welche der erste Strahl für den Weg OE gebraucht, ist $\frac{3}{2}\frac{OE}{c-u}$.

Wir schreiben dies in der Form

$$c\tau_2 = \delta\frac{9}{2}\sqrt{\frac{1}{7}}\left(1+\frac{u}{c}\right). \tag{7}$$

Die relative Wellenlänge des Strahles GO ist λ, also ist die Zahl der Wellen, welche auf dem Wege OE liegen, $OE\cdot\frac{3}{2\lambda}$ oder, wenn die Wellenzahl ein für allemal ν heißt,

$$\lambda\nu_2 = \delta\frac{9}{2}\sqrt{\frac{1}{7}}. \tag{8}$$

Die relative Geschwindigkeit des Strahles BP ist bis auf Größen zweiter Ordnung c, also ist die relative Geschwindigkeit dieses Strahles im Glase $\frac{2}{3}c$; d. h. die Zeit, welche der Strahl für den Weg PE gebraucht, ist bestimmt durch die Gleichung

$$c\tau_8 = \delta\frac{9}{2}\sqrt{\frac{1}{7}}. \tag{9}$$

Für die Wellenlänge des Strahles auf dem siebenten Wege hatten wir oben die Gleichung $\lambda_7 = \lambda$ gefunden, also ist die Wellenzahl auf dem Wege PE bestimmt durch

$$\lambda\nu_8 = \delta\frac{9}{2}\sqrt{\frac{1}{7}}. \tag{10}$$

Fall B. Bewegung nach der Richtung der positiven y. Auf dem ersten Wege ist die relative Geschwindigkeit des Lichts bis auf Größen höherer Ordnung $= c$, also braucht der Strahl für den Weg OE eine Zeit, welche bestimmt ist durch die Gleichung

$$c\tau_2 = \delta\frac{9}{2}\sqrt{\frac{1}{7}}. \tag{11}$$

Die relative Wellenlänge ist λ, also

$$\lambda\nu_2 = \delta\frac{9}{2}\sqrt{\frac{1}{7}}. \tag{12}$$

Der zweite Strahl erreicht den Punkt P vom Metallspiegel B aus. Auf dem siebenten Wege hat also das Licht die relative Geschwindigkeit $c + v$ und demgemäß im Glase die relative Geschwindigkeit $\frac{2}{3}(c+v)$. Folglich gilt für die Zeit, welche der Strahl auf dem Wege PE gebraucht, die Gleichung

$$c\tau_8 = \delta\frac{9}{2}\sqrt{\frac{1}{7}}\left(1-\frac{v}{c}\right). \tag{13}$$

Für die Wellenlänge auf dem siebenten Wege fanden wir $\frac{1}{\lambda_7} = \frac{1}{\lambda}\left(1-\frac{v}{c}\right)$, im Glase ist also

[1]) H. A. Lorentz, Versuch einer Theorie der elektrischen und optischen Erscheinungen, S. 87. Leiden 1895.

$\frac{1}{\lambda_8} = \frac{1}{\lambda} \cdot \frac{3}{2}\left(1 - \frac{v}{c}\right)$, folglich gilt für die Zahl der Wellen auf dem Wege PE die Gleichung

$$\lambda \nu_8 = \delta \frac{9}{2} \sqrt{\frac{1}{7}} \left(1 - \frac{v}{c}\right). \qquad (14)$$

§ 4. Die vollständigen Wege im Fall A. Das System der Spiegel usw. bewegt sich in der Richtung der x. Es gelten die Gleichungen (2), (7), (8), (9) und (10).

Erster Weg. Wir lassen den Strahl I zur Zeit Null beginnen, und zwar, um das örtliche und zeitliche Zusammentreffen mit dem Strahl II zu erzielen, in einem Punkt der Achse der x, welcher die vorläufig unbestimmte Koordinate a hat[1]). Bis er den Glasspiegel erreicht, vergeht eine Zeit τ_1. Nach Verlauf derselben ist der Punkt der vorderen Spiegelwand, welcher zur Zeit Null in O lag, um $\tau_1 u$ fortgeschritten. Die Länge des Weges, welche der Strahl zurückzulegen hat, ist also $\tau_1 u - a$, und da diese Strecke in der Zeit τ_1 zurückgelegt wird, ist

$$c\tau_1 = -a + \tau_1 u$$

$$\tau_1 = -\frac{a}{c-u},$$

also

$$c\tau_1 = -a\left(1 + \frac{u}{c} + \frac{u^2}{c^2}\right). \qquad (15)$$

Nach Gleichung (2) ist die Zahl der Wellen, welche auf diesem Wege liegt, bestimmt durch

$$\lambda \nu_1 = -a\left(1 + 2\frac{u}{c} + 3\frac{u^2}{c^2}\right). \qquad (16)$$

Der Punkt, in welchem die vordere Spiegelwand vom Strahl geschnitten wird, hat die Koordinaten $x_1 = \tau_1 u$, $y = 0$ also, wenn die Schnittpunkte ein für allemal nach der Wegnummer markiert werden,

$$x_1 = a\left(-\frac{u}{c} - \frac{u^2}{c^2}\right), \qquad (17)$$

$$y_1 = 0. \qquad (18)$$

Zweiter Weg. Die Zahl der auf der zweiten Strecke liegenden Wellen ist im vorigen Paragraphen bereits bestimmt. Wenn der Strahl im Punkte E ankommt, ist die Zeit $\tau_1 + \tau_2$ vergangen. Der Punkt E hat also den Weg $(\tau_1 + \tau_2) u$ zurückgelegt. Seine Koordinaten sind also dann

$$x_2 = \xi_e + (\tau_1 + \tau_2) u, \qquad (19)$$

$$y_2 = \eta_e. \qquad (20)$$

Dritter Weg. Derselbe führt von diesem Ausgangspunkt zum Spiegel C. Nach Verlauf der Zeit τ_3 ist der Spiegel C um $(\tau_1 + \tau_2 + \tau_3) u$ fortgeschritten. Der Punkt, in dem er getroffen wird, hat also, wenn der Abstand des Spiegels C vom Koordinatenanfang zur Zeit Null mit D_1 bezeichnet wird, die x-Koordinate $D_1 + (\tau_1 + \tau_2 + \tau_3) u$. Die Länge des zurückzulegenden Weges ist $x_3 - x_2$ und dieser wird in der Zeit τ_3 zurückgelegt, also ist nach Gleichung (19)

$$c\tau_3 = D_1 - \xi_e + \tau_3 u.$$

Durch einfache Ausrechnung folgt

$$c\tau_3 = (D_1 - \xi_e)\left(1 + \frac{u}{c} + \frac{u^2}{c^2}\right), \qquad (21)$$

$$\left. \begin{aligned} x_3 = D_1\left(1 + \frac{u}{c} + \frac{u^2}{c^2}\right) + a\left(-\frac{u}{c} - \frac{u^2}{c^2}\right) + \\ + \xi\left(-\frac{u}{c} - \frac{u^2}{c^2}\right) + c\tau_2 \frac{u}{c}, \end{aligned} \right\} \qquad (22)$$

$$y_3 = \eta_e. \qquad (23)$$

Für die Zahl der Wellen ergibt sich aus Gleichung (2)

$$\lambda \nu_3 = (D_1 - \xi_e)\left(1 + 2\frac{u}{c} + 3\frac{u^2}{c^2}\right). \qquad (24)$$

Vierter Weg. Derselbe geht vom Spiegel C zur Hinterwand des Glasspiegels und erfordert die Zeit τ_4. Am Schluß derselben ist die x-Koordinate von E $\xi + (\tau_1 + \tau_2 + \tau_3 + \tau_4) u$. Die Länge des Weges ist $x_3 - x_4$, d. i. $D_1 - \xi_e - \tau_4 u$, also

$$c\tau_4 = (D_1 - \xi_e) - \tau_4 u.$$

Hieraus durch einfache Ausrechnung

$$c\tau_4 = (D_1 - \xi_e)\left(1 - \frac{u}{c} + \frac{u^2}{c^2}\right), \qquad (25)$$

$$\left. \begin{aligned} x_4 = a\left(-\frac{u}{c} - \frac{u^2}{c^2}\right) + D_1 \cdot 2\frac{u}{c} + \\ + \xi\left(1 - 2\frac{u}{c}\right) + c\tau_2 \frac{u}{c}, \end{aligned} \right\} \qquad (26)$$

$$y_4 = \eta_e. \qquad (27)$$

Aus Gleichung (25) und (2) ergibt sich dann

$$\lambda \nu_4 = (D_1 - \xi_e)\left(1 - 2\frac{u}{c} + 3\frac{u^2}{c^2}\right). \qquad (28)$$

Der Strahl II.

Fünfter Weg. Derselbe beginnt zur Zeit Null im Punkte $x = 0$, $y = b$. Aus Fig. 2 sieht man ohne weiteres, daß zur Zeit Null der Abstand dieses Punktes vom Spiegel b ist. Der Strahl braucht die Zeit τ_5. Er trifft also den Spiegel im Punkte $y = b$, $x = b + \tau_5 u$. Es wird also

$$c\tau_5 = b + \tau_5 u.$$

Hieraus durch einfache Ausrechnung, wobei, weil b eine Größe von der Ordnung δ, nur die erste Potenz von $\frac{u}{c}$ berücksichtigt wird

1) Sollte a positiv werden, so würde das nicht bedeuten, daß der Anfang des ersten Strahles in das Glas fällt, sondern nur, daß dem zweiten Strahl eine Anfangslänge $-a$ zuzusetzen wäre; a kann also unbedenklich als algebraische Weglänge benutzt werden.

$$c\tau_5 = b\left(1 + \frac{u}{c}\right), \qquad (29)$$

$$x_5 = b\left(1 + \frac{u}{c}\right), \qquad (30)$$

$$y_5 = b. \qquad (31)$$

Mit Gleichung (2) folgt ferner

$$\lambda\nu_5 = b\left(1 + 2\frac{u}{c}\right). \qquad (32)$$

Sechster Weg. Der Abstand des Spiegels B vom Koordinatenanfang zur Zeit Null sei D_2. Der Punkt, in welchem der Strahl den Spiegel C trifft, hat die y-Koordinate D_2. Seine x-Koordinate ist nicht x_5, sondern ist um $\tau_6 u$ in der x-Richtung fortgerückt. Der Weg setzt sich also zusammen aus den beiden Komponenten $D_2 - b$ und $\tau_6 u$, d. h. es ist

$$c^2\tau_6^2 = (D_2 - b)^2 + \tau_6^2 u^2.$$

Hieraus durch einfache Ausrechnung, wobei $\sqrt{c^2 - u^2} = c\left(1 - \frac{u^2}{2c^2}\right)$ gesetzt wird.

$$c\tau_6 = (D_2 - b)\left(1 + \frac{u^2}{2c^2}\right), \qquad (33)$$

$$x_6 = x_5 + \tau_6 u = D_2\frac{u}{c} + b, \qquad (34)$$

$$y_6 = D_2, \qquad (35)$$

$$\lambda\nu_6 = D_2\left(1 + \frac{u^2}{2c^2}\right) - b. \qquad (36)$$

Siebenter Weg. Die Weglänge ist offenbar dieselbe wie auf dem sechsten Wege. Die x-Koordinate des Punktes, in welchem der von B zurückkehrende Strahl die vordere Spiegelwand trifft, ist $x_5 + 2\tau_6 u$. Hieraus ergibt sich

$$c\tau_7 = (D_2 - b)\left(1 + \frac{u^2}{2c^2}\right), \qquad (37)$$

$$x_7 = D_2 \cdot 2\frac{u}{c} + b\left(1 - \frac{u}{c}\right), \qquad (38)$$

$$y_7 = b. \qquad (39)$$

$$\lambda\nu_7 = D_2\left(1 + \frac{u^2}{2c^2}\right) - b. \qquad (40)$$

Achter Weg. Weglänge und Wellenzahl sind aus § 3 bereits bekannt. Die x-Koordinate des Punktes, in welchem der Strahl den Spiegel verläßt, ist offenbar $\xi_e + b + (\tau_5 + \tau_6 + \tau_7 + \tau_8)u$. Sie ergibt ausgerechnet

$$x_8 = D_2 \cdot 2\frac{u}{c} + \xi_e + b\left(1 - \frac{u}{c}\right) + c\tau_8\frac{u}{c}, \qquad (41)$$

$$y_8 = \eta_e. \qquad (42)$$

Vergleich beider Strahlen. Die beiden Strahlen I und II müssen nun zunächst die Bedingungen erfüllen, daß sie gleichzeitig an derselben Stelle die Rückwand des Spiegels verlassen, d. h. sie müssen den Gleichungen genügen $x_4 = x_8$, $y_4 = y_8$, $\sum_1^4 \tau = \sum_5^8 \tau$. Von diesen ist die zweite durch die in Fig. 4 getroffene Wah von b bereits identisch erfüllt; die erste und die dritte aber sind einander äquivalent; denn wenn $x_4 = x_8$ und $y_4 = y_8$ sein soll, so ist damit auch gesagt, daß die Gleichung der Rückwand des Glasspiegels, wenn sie durch die beim ersten Strahl vorkommenden Größen ausgedrückt wird, im ruhenden Koordinatensystem dieselbe sein muß, wie wenn sie durch die Größen des zweiten Strahls dargestellt wird. Zur Zeit Null war die Gleichung dieser Rückwand $y = x - \delta\sqrt{2}$. Zur Schlußzeit der Untersuchung wird sie einerseits

$$y = x - \delta\sqrt{2} - (\tau_1 + \tau_2 + \tau_3 + \tau_4)u,$$

andererseits

$$y = x - \delta\sqrt{2} - (\tau_5 + \tau_6 + \tau_7 + \tau_8)u.$$

Die Identität dieser beiden Gleichungen ist aber gleichwertig mit der dritten der obigen Bedingungen. Es bleibt also als Bedingungsgleichung $x_4 = x_8$ oder

$$\left.\begin{aligned} 0 = a\left(-\frac{u}{c} - \frac{u^2}{c^2}\right) + (D_1 - D_2)\,2\frac{u}{c} + \\ + \xi_e\left(-2\frac{u}{c}\right) + b\left(-1 + \frac{u}{c}\right) + c(\tau_2 - \tau_8)\frac{u}{c}. \end{aligned}\right\} (43)$$

Wir vergleichen nun die Wellenwege, indem wir die Differenz $\Delta_u' = \lambda(\nu_1 + \nu_2 + \nu_3 + \nu_4) - \lambda(\nu_5 + \nu_6 + \nu_7 + \nu_8)$ herstellen. Hierzu ist aber folgendes zu bemerken. Die Größe Δ_u' gibt die Differenzen der Wellenwege an, nicht aber ohne weiteres die im Punkte E auftretende Phasendifferenz; denn es ist noch zu bedenken, daß der Strahl I zur Zeit Null im Punkte $x = a$ begann, während Strahl II in $x = 0$ anfing; der erstere hatte also zur Zeit Null bereits einen Phasenvorsprung, den wir, da es auf ganze Wellenlängen nicht ankommt, einfach mit $\frac{a}{\lambda_1}$ beziffern. Wir haben also, um die schließliche Phasendifferenz zu erhalten, zu der Summe $\lambda(\nu_1 + \nu_2 + \nu_3 + \nu_4)$ noch ein Ergänzungsglied hinzuzufügen, welches, da die Wellenlänge auf dem Wege a gleich $\lambda\left(1 - \frac{u}{c}\right)$ ist, den Betrag $a\left(1 + \frac{u}{c} + \frac{u^2}{c^2}\right)$ hat. Damit wird

$$\left.\begin{aligned} \Delta_u = a\left(-\frac{u}{c} - 2\frac{u^2}{c^2}\right) + D_1\left(2 + 6\frac{u^2}{c^2}\right) + \\ + D_2\left(-\frac{u}{c} - \frac{u^2}{c^2}\right) + \xi_e\left(-2 - 6\frac{u^2}{c^2}\right) + \\ + b\left(1 - 2\frac{u}{c}\right). \end{aligned}\right\} (44)$$

In Gleichung (43) kann der letzte Posten beiseite gelassen werden, weil $\tau_2 - \tau_8$ bereits

den Faktor $\frac{u}{c}$ enthält. Ebenso kann in Gleichung (44) der Posten $-6\,\xi\,\frac{u^2}{c^2}$ vernachlässigt werden. Danach ergibt die Elimination von a aus (43) und (44)

$$\left.\begin{aligned}\Delta_u = D_1\left(2-2\frac{u}{c}+4\frac{u^2}{c^2}\right)+\\ +D_2\left(-2+2\frac{u}{c}+\frac{u^2}{c^2}\right)+\\ +\xi_e\left(-2+2\frac{u}{c}\right)+b\cdot\left(-2\frac{u}{c}\right)\cdot\end{aligned}\right\} \quad (45)$$

Man kann schon hier einen beachtenswerten Schluß ziehen. Wir wollen annehmen, der Beobachter bringe seinen Apparat in solche Richtung, daß $u=\omega$ ist, und stelle ihn in dieser Lage ein. Er wird den einen der beiden Abstände, etwa D_1, willkürlich fixieren und den zweiten so adjustieren, daß die mittlere Interferenzlinie mitten im Gesichtsfelde seines Fernrohrs erscheint, d. h. er bestimmt D_2 so, daß Δ_u eine ganze Zahl von Wellenlängen umfaßt, also etwa gleich $m\lambda$ wird, wo m eine ganze Zahl ist. Wäre die Möglichkeit vorhanden, daß der Beobachter das Vorüberschlüpfen von einer oder mehreren ganzen Wellenlängen übersehen könnte, so müßte darauf Rücksicht genommen werden, daß der Buchstabe m bei verschiedenen Beobachtungen unter Umständen verschiedene Werte haben kann; bei der Michelson-Morleyschen Form des Versuches ist diese Möglichkeit aber ausgeschlossen, man kann also von vornherein $m=0$ nehmen. Dann ist also die Gleichung

$$\Delta_u = 0$$

die Bedingungsgleichung für D_2, welche der Einstellung des Apparates in der ersten Lage entspricht; und da bei späteren Beobachtungen nichts weiter vorgenommen wird, als eine Drehung des Apparates, so bleibt diese Bedingungsgleichung für sämtliche weiteren Beobachtungen bestehen. Sie liefert

$$D_2 = D_1\left(1+\frac{5}{2}\frac{\omega^2}{c^2}\right)-\xi_e-b\frac{\omega}{c}\cdot \quad (46)$$

Dreht man nun den ganzen Apparat um 180^0, so wird $u=-\omega$, und die Phasendifferenz, welche sich aus dieser Drehung ergibt, wird offenbar bestimmt durch den Ausdruck [vgl. Gleichung (45)]

$$\left.\begin{aligned}\Delta_{u=-\omega}-\Delta_{u=\omega} = (D_1-D_2)\cdot 4\frac{\omega}{c}+\\ +\xi_e\left(-4\frac{\omega}{c}\right)+b\cdot 4\frac{\omega}{c}\cdot\end{aligned}\right\} \quad (47)$$

Nach Gleichung (46) verschwinden die beiden D vollständig aus dem Resultat, und es bleibt innerhalb der vorgeschriebenen Genauigkeitsgrenzen nur übrig

$$\Delta_{u=-\omega}-\Delta_{u=\omega} = b\cdot 4\frac{\omega}{c} = \delta\cdot 8\sqrt{\frac{1}{7}}\,\frac{\omega}{c}\cdot \quad (48)$$

Die ganze Differenz, welche bei der Drehung des Apparates um 180^0 auftritt, beruht also einzig auf der Dicke des Glasspiegels.

§ 5. Die vollständigen Wege im Falle B. Das System bewegt sich in der Richtung der y. Es gelten die Gleichungen (3), (11), (12), (13) und (14). Die Bezeichnungen bleiben dieselben wie im vorigen Paragraphen, nur sieht man von vornherein, daß die Größe a sich von selbst nach der Bedingung des örtlichen und zeitlichen Zusammentreffens reguliert, daß sie also hier einen anderen Wert haben kann als in § 4.

Strahl I.

Erster Weg. Derselbe beansprucht die Zeit τ_1. Die Vorderfläche des Spiegels legt in dieser Zeit den Weg $\tau_1 v$ zurück, also trifft ihn in O ein zur Achse der x paralleler Strahl, der zur Zeit Null von einem Punkte mit den Koordinaten $x=a$, $y=\tau_1 v$ ausging. Er schneidet den Spiegel in dem Punkt $x=0$, $y=\tau_1 v$. Seine Weglänge ist also $-a$. Daraus folgt

$$c\tau_1 = -a, \quad (49)$$

$$x_1 = 0, \quad (50)$$

$$y_1 = -a\frac{v}{c}\cdot \quad (51)$$

Für $\lambda\nu_1$ würde die Gleichung (3) zur Anwendung kommen. Man sieht aber sofort, daß $\lambda\nu_1$ durch das Ergänzungsglied, welches in der Vorbemerkung zu Gleichung (44) begründet wurde, gerade aufgehoben wird. $\lambda\nu_1$ verschwindet also aus der Rechnung.

Zweiter Weg. Zeit τ_2. Zeit und Wellenweg sind schon in § 2 bestimmt. Die Koordinaten des Austrittspunktes aus der Rückwand des Spiegels sind

$$x_2 = \xi_e, \quad (52)$$

$$y_2 = \eta_e - a\frac{v}{c}+c\tau_2\frac{v}{c}\cdot \quad (53)$$

Dritter Weg. Zeit τ_3. Der Strahl endigt in $x_3=D_1$, $y_3=y_2+\tau_3 v$; der von ihm durchlaufene Weg hat danach die Komponenten $D_1-\xi_e$ und $\tau_3 v$. Somit

$$c\tau_3 = (D_1-\xi_e)\left(1+\frac{v^2}{2c^2}\right), \quad (54)$$

$$x_3 = D_1, \quad (55)$$

$$y_3 = y_2 - a\frac{v}{c}+D_1\frac{v}{c}-\xi_e\frac{v}{c}+c\tau_2\frac{v}{c}, \quad (56)$$

$$\lambda\nu_3 = (D_1-\xi)\left(1+\frac{v^2}{2c^2}\right)\cdot \quad (57)$$

Vierter Weg. Zeit τ_4. Er beginnt in x_3, y_3 und geht nach x_4, y_4. Es ist $x_4=\xi_e$, $y_4=y_3+\tau_4 v$ und $\tau_4=\tau_3$; also

$$c\tau_4 = (D_1 - \xi_e)\left(1 + \frac{v^2}{2c^2}\right), \tag{58}$$

$$x_4 = \xi_e, \tag{59}$$

$$y_4 = \eta_e - a\frac{v}{c} + 2D_1\frac{v}{c} - 2\xi_e\frac{v}{c} + c\tau_2\frac{v}{c}, \tag{60}$$

$$\lambda\nu_4 = (D_1 - \xi_e)\left(1 + \frac{v^2}{2c^2}\right). \tag{61}$$

Strahl II.

Fünfter Weg. Zeit τ_5. In dieser Zeit hat jeder Punkt der Vorderwand des Spiegels den Weg $\tau_5 v$ gemacht. Der Strahl ist so auszuwählen, daß er den Spiegel am Ende dieser Zeit im Punkte P trifft. Dieser Punkt hatte zur Zeit Null die Koordinaten $x = b$, $y = b$, hat also jetzt die Koordinaten $x = b$, $y = b + \tau_5 v$. Wir lassen also den zweiten Strahl nunmehr in $x = 0$, $y = b + \tau_5 v$ anfangen. Er hat demgemäß bis zum Spiegel die Länge b, also ist

$$c\tau_5 = b, \tag{62}$$

$$x_5 = b, \tag{63}$$

$$y_5 = b\left(1 + \frac{v}{c}\right), \tag{64}$$

$$\lambda\nu_5 = b. \tag{65}$$

Sechster Weg. Der Spiegel B hat zu Ende der Zeit τ_6 den Weg $(\tau_5 + \tau_6)v$ zurückgelegt, hat also die y-Koordinate $D_2 + (\tau_5 + \tau_6)v$.

Die Weglänge ist

$$y_6 - y_5 = D_2 + (\tau_5 + \tau_6)v - b\left(1 + \frac{v}{c}\right).$$

Hieraus

$$c\tau_6 = (D_2 - b)\left(1 + \frac{v}{c} + \frac{v^2}{c^2}\right), \tag{66}$$

$$x_6 = b, \tag{67}$$

$$y_6 = D_2\left(1 + \frac{v}{c} + \frac{v^2}{c^2}\right), \tag{68}$$

$$\lambda\nu_6 = D_2\left(1 + 2\frac{v}{c} + 2\frac{v^2}{c^2}\right). \tag{69}$$

Siebenter Weg. Der Punkt P hat zu Ende von τ_7 die Koordinaten $x = b$, $y = b + (\tau_5 + \tau_6 + \tau_7)v$; der Strahl geht aus von x_6, y_6, hat also die Länge $D_2 + (\tau_5 + \tau_6)v - b - (\tau_5 + \tau_6 + \tau_7)v$. Daraus

$$c\tau_7 = (D_2 - b)\left(1 - \frac{v}{c} + \frac{v^2}{c^2}\right), \tag{70}$$

$$x_7 = b, \tag{71}$$

$$y_7 = D_2 \cdot 2\frac{v}{c} + b\left(1 - \frac{v}{c}\right), \tag{72}$$

$$\lambda\nu_7 = (D_2 - b)\left(1 - 2\frac{v}{c} + 2\frac{v^2}{c^2}\right). \tag{73}$$

Achter Weg. Zeit und Wellenzahl sind in § 2 schon bestimmt. Es ist offenbar

$$x_8 = \xi_e, \tag{74}$$

$$\left.\begin{aligned} y_8 = y_7 + \eta_e + \tau_8 v = D_2 \cdot 2\frac{v}{c} + \\ + b\left(1 - \frac{v}{c}\right) + \eta_e + c\tau_8\frac{v}{c}. \end{aligned}\right\} \tag{75}$$

Der Vergleich beider Strahlen. Über die Bedingungen des Zusammentreffens ist dasselbe zu sagen wie in § 4. Die Bedingung $x_4 = x_8$ ist durch die Konstruktion der Fig. 2 identisch erfüllt; die Bedingung $y_4 = y'_8$ braucht nicht ausgerechnet zu werden, wie sich aus der Gleichung für die Differenz der Wellenwege ergibt. Diese Differenz, die wir hier mit Δ_v bezeichnen, hat den Wert

$$\left.\begin{aligned} \Delta_v = D_1\left(2 + \frac{v^2}{c^2}\right) + D_2\left(-2 - 4\frac{v^2}{c^2}\right) - 2\xi_e + \\ + b\left(-2\frac{v}{c}\right) + \delta\frac{9}{2}\sqrt{\frac{1}{7}}. \end{aligned}\right\} \tag{76}$$

Es ist bemerkenswert, daß a in dieser Gleichung nicht vorkommt. An die Stelle der Gleichzeitigkeitsbedingung tritt also im Falle B einfach die Tatsache, daß die Strahlen stationär sind.

§ 6. Schlußergebnisse. Wir stellen nun die Werte der Δ für die vier Fälle $u = \omega$, $v = 0$; $u = -\omega$, $v = 0$; $u = 0$, $v = \omega$ und $n = 0$, $v = -\omega$ zusammen und bezeichnen sie der Reihe nach als Δ_1, Δ_2 usw.

$$\left.\begin{aligned} \Delta_1 &= D_1\left(2 - 2\frac{\omega}{c} + 4\frac{\omega^3}{c^2}\right) + D_2\left(-2 + 2\frac{\omega}{c} + \frac{\omega^2}{c^2}\right) + \xi_e\left(-2 + 2\frac{\omega}{c}\right) + b\left(-2\frac{\omega}{c}\right), \\ \Delta_2 &= D_1\left(2 + 2\frac{\omega}{c} + 4\frac{\omega^2}{c^2}\right) + D_2\left(-2 - 2\frac{\omega}{c} + \frac{\omega^2}{c^2}\right) + \xi_e\left(-2 - 2\frac{\omega}{c}\right) + b \cdot 2\frac{\omega}{c}, \\ \Delta_3 &= D_1\left(2 + \frac{\omega^2}{c^2}\right) + D_2\left(-2 - 4\frac{\omega^2}{c^2}\right) - 2\xi_e + b\left(-2\frac{\omega}{c}\right) + \delta\frac{9}{2}\sqrt{\frac{1}{7}}\frac{\omega}{c}, \\ \Delta_4 &= D_1\left(2 + \frac{\omega^2}{c^2}\right) + D_2\left(-2 - 4\frac{\omega^2}{c^2}\right) - 2\xi_e + b \cdot 2\frac{\omega}{c} - \delta\frac{9}{2}\sqrt{\frac{1}{7}}\frac{\omega}{c}. \end{aligned}\right\} \tag{77}$$

Wie schon oben gesagt, ist die erste dieser Gleichungen die Bedingung, nach welcher D_2 adjustiert wird. Sie ergibt

$$D_2 = D_1\left(1 + \frac{5}{2}\frac{\omega^2}{c^2}\right) - \xi_e - b\frac{\omega}{c}. \tag{78}$$

Des weiteren folgt

$$\left.\begin{aligned}\Delta_1 - \Delta_2 = (D_2 - D_1) \cdot 4 \frac{\omega}{c} + \\ + \xi_e \cdot 4 \frac{\omega}{c} + b\left(-4 \frac{\omega}{c}\right),\end{aligned}\right\} \quad (79)$$

$$\left.\begin{aligned}\Delta_1 - \Delta_3 = D_1\left(-2 \frac{\omega}{c} + 3 \frac{\omega^2}{c^2}\right) + \\ + D_2\left(2 \frac{\omega}{c} + 5 \frac{\omega^2}{c^2}\right) + \\ + \xi_e \cdot 2 \frac{\omega}{c} - \delta \frac{9}{2} \sqrt{\frac{1}{7}} \frac{\omega}{c},\end{aligned}\right\} \quad (80)$$

$$\left.\begin{aligned}\Delta_1 - \Delta_4 = D_1\left(-2 \frac{\omega}{c} + 3 \frac{\omega^2}{c^2}\right) + \\ + D_2\left(2 \frac{\omega}{c} + 5 \frac{\omega^2}{c^2}\right) + \\ + \xi_e \cdot 2 \frac{\omega}{c} + \delta \frac{9}{2} \sqrt{\frac{1}{7}} \frac{\omega}{c} + b\left(-4 \frac{\omega}{c}\right).\end{aligned}\right\} \quad (81)$$

Über Gleichung (79) ist im § 4 bereits das Erforderliche bemerkt. Gleichung (80) und (81) liefern mit Gleichung (78)

$$\Delta_1 - \Delta_3 = D_1 \cdot 8 \frac{\omega^2}{c^2} - \delta \frac{9}{2} \sqrt{\frac{1}{7}} \frac{\omega}{c}, \quad (82)$$

$$\Delta_1 - \Delta_4 = D_1 \cdot 8 \frac{\omega^2}{c^2} - \delta \frac{7}{2} \sqrt{\frac{1}{7}} \frac{\omega}{c}. \quad (83)$$

Wenn man nun, wie dies vielfach geschehen ist, die Gleichungen, welche für einzelne Strahlen gelten, ohne weiteres auf das gesamte bei dem Versuch in Betracht kommende Strahlenbündel übertragen wollte, so liegt auf der Hand, welche Schlüsse hier zu ziehen wären: Die Dicke des durchsichtigen Spiegels spielt eine erhebliche Rolle. Unter Umständen könnte sie die rechte Seite von Gl. (82) und (83) annähernd zu Null machen, dann würde aber Gl. (48) in ihr Recht treten, und bei der Drehung des Apparates um 180° müßte eine Wirkung vom Betrage $-\delta\, 8 \sqrt{\frac{1}{7}} \frac{\omega}{c}$ (vgl. Gl. 48) zu beobachten sein, die annähernd doppelt so groß wäre wie die Wirkung, welche sich ergibt, wenn man in Gl. (82) und (83) $\delta = 0$ setzt. Der Versuch in der Form von Michelson und Morley müßte also ein deutliches Resultat liefern, und die Lorentz-Kontraktion würde nicht ausreichen, um es zu erklären.

Derartige Schlüsse würden aber für den Versuch in seiner bisherigen Form durchaus illusorisch sein; ich habe sie hier nur durchgeführt, um die bisherige Theorie nach allen Richtungen zu beleuchten. In Wirklichkeit hat man bei dem Versuch nicht mit distinkten Einzelstrahlen zu tun, sondern mit einem Bündel von recht erheblicher Breite, d. h. Ausdehnung in der Richtung der y.

Was daraus zu folgern ist, das soll hier an dem Falle B dargelegt werden. Wir wollen dabei annehmen, es sei möglich, den Michelsonschen Apparat zunächst im ruhenden Äther einzustellen und ihm dann nachträglich eine Geschwindigkeit v zu erteilen.

Wir denken uns also den Apparat im Äther in Ruhe. Wäre das verwendete Strahlenbündel unendlich schmal, so könnte überhaupt keine Interferenzerscheinung im Punkte E zustande kommen; denn da der Glasspiegel stets eine endliche, wenn auch vielleicht kleine Dicke hat, so würde der an ihm reflektierte Teil des Bündels, wie man leicht sieht, die Rückwand des Glasspiegels an einer anderen Stelle verlassen als der durchgegangene. Hat das Bündel eine erhebliche Breite, so kann man in demselben irgendwie zwei Einzelstrahlen auswählen, die voneinander um die Größe b abstehen. Diese beiden Strahlen werden die Rückwand des Glasspiegels im gleichen Punkt verlassen und werden dort interferieren. Der Apparat wird so adjustiert, daß beide mit dem Gangunterschied Null aus der Rückwand austreten. Stellt also in Fig. 3 MN den Querschnitt des Bündels

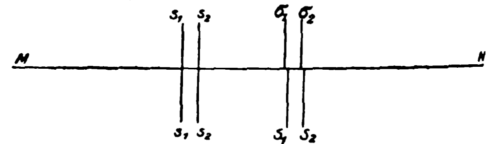


Fig. 3.

vor, so hat man sich den Hergang vorzustellen, wie er in der oberen Hälfte der Fig. 3 angedeutet ist: Ein erster Strahl s_1 ist mit einem zweiten σ_1 kombiniert, der von ihm um die Größe b absteht; ein unendlich benachbarter Strahl s_2 interferiert mit einem entsprechenden Strahl σ_2 usw. über den ganzen Querschnitt. Das Beobachtungsfernrohr wird so eingestellt, daß der mittlere Interferenzstreifen mitten im Gesichtsfeld liegt. Damit die Interferenzerscheinung durch diejenigen Strahlen, welche bei der obigen Einteilung des Querschnittes an den beiden Enden überschüssig bleiben, nicht merklich gestört werde, muß die Breite des Bündels gegen den Abstand b einigermaßen groß sein bezw. die überschießenden Strahlenanteile müssen symmetrisch wirken.

Nachdem nun der Apparat so eingestellt ist, denken wir uns denselben mit der Geschwindigkeit v in Bewegung gebracht. Dann wird allerdings der Strahl s_1, wenn er mit σ_1 zusammentrifft, nicht mehr den Gangunterschied Null gegen diesen haben, aber es wird jederzeit einen anderen Strahl geben, der an der Rückwand

des Spiegels gegen s_1 den Gangunterschied Null hat. Nur wird dieser Strahl im ursprünglichen Bündel vom ersten Strahl nicht den Abstand b, sondern einen abweichenden Abstand $b + \Delta b$ haben. Er wird also, wenn alle übrigen Verhältnisse ungeändert bleiben, im allgemeinen die Rückwand des Spiegels nicht im gleichen Punkt verlassen wie der erste Strahl. Dem kann man aber abhelfen, indem man den Anfangspunkt (unser $x = a$) des ersten Strahls um irgendeine passende Strecke Δa verlegt und dadurch den ersten Strahl nach Bedürfnis verlängert oder verkürzt. Dadurch ändert sich die Zeit τ_1, in welcher der erste Strahl die Vorderwand des Spiegels erreicht, und infolgedessen ändert sich auch die Strecke, um welche der Punkt E während dieser Zeit aufwärts rückt. Diese Änderung läßt sich offenbar durch passende Wahl von Δa so bestimmen, daß die beiden Strahlen wieder zusammentreffen. Nun hat Gl. (76), wie schon oben hervorgehoben, die Eigentümlichkeit, daß die Größe a von vornherein in ihr nicht auftritt. Diese Gleichung bleibt also erhalten, nur mit dem Unterschiede, daß $b + \Delta b$ in ihr an die Stelle von b tritt. Man hat also in ihr eine disponible Größe $-2\Delta b \frac{\omega}{c}$, die man so bestimmen kann, daß die beiden hier in Betracht kommenden Strahlen die Rückwand des Spiegels im gleichen Punkt mit dem Gangunterschied Null verlassen, d. h. der in Fig. 3 dargestellte Hergang ändert sich nur in der Weise, daß die untere Hälfte der Figur zur Geltung kommt: Der Strahl s_1 kombiniert sich nunmehr mit dem Strahl S_1, der von σ_1 um einen sehr kleinen Betrag absteht. Man kann sich danach den Querschnitt MN in Interferenzfelder abgeteilt denken, wie es in Fig. 4 schematisch angedeutet ist. Für den Zustand der Ruhe gilt die obere Hälfte, die Abstände PT, PQ usw. seien $= 2b$; dann interferieren beispielsweise in dem Felde PQ lauter Strahlen mit dem Gangunterschied Null, ebenso in QR, in PT usw. Der Punkt P liegt nahe der Mitte des Bündels und muß so gewählt sein, daß die an den Enden überschießenden Strecken SN und VM symmetrisch wirken. In der Bewegung gilt die untere Hälfte der Figur, nur daß die Abstände P_1Q_1 usw. jetzt $2(b + \Delta b)$ sind. Die Symmetrie der Figur bleibt erhalten, soweit die Feldeinteilung reicht. Sie bleibt auch für die nunmehr überschießenden Stücke V_1M und S_1N sehr nahe erhalten, ja, der untere Punkt P_1 braucht nicht notwendig mit dem oberen P zusammenzufallen; man kann ihn vielmehr willkürlich so legen, daß auch im Falle der Bewegung die überschießenden Enden symmetrisch wirken. Das Beobachtungsfernrohr ist also sozusagen in die Lage gesetzt, sich die Interferenzerscheinung auszuwählen. Also bei hinreichender Breite des Bündels wird der Zustand der Bewegung von dem der Ruhe nicht zu unterscheiden sein; der Michelsonsche Versuch kann bei hinreichender Breite des angewandten Strahlenbündels für die Translation senkrecht zur Strahlrichtung überhaupt kein Ergebnis liefern.

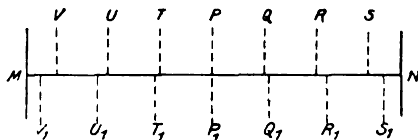


Fig. 4.

Über die Breite des verwendeten Strahlenbündels findet sich in den oben zitierten Abhandlungen keine Aussage. Nach der kurzen Beschreibung scheint es, als sei einfach das Licht einer Lampe durch eine Linse annähernd parallel gemacht und so auf den Spiegel geworfen worden.

Die vorstehenden Erwägungen geben übrigens das Mittel an, den Versuch konklusiv zu gestalten: Man schneide, nachdem auf das ganze Lichtbündel eingestellt ist, aus diesem Bündel durch zwei Spalte zwei feine Lichtlinien heraus, deren Abstand (statt des bisher willkürlich angenommenen Brechungskoeffizienten 1,5 führen wir den allgemeinen Buchstaben n ein) $2\delta\sqrt{\frac{1}{4n^2-2}}$ zu nehmen wäre. Damit würde man sich der Anwendung distinkter Einzelstrahlen soweit wie möglich nähern und die Gl. (82) und (83) würden praktische Anwendung finden können. Es dürfte sich empfehlen, dabei mit Glasspiegeln von verschiedener Dicke zu arbeiten.

Diskussion.

Laue: Ich kann natürlich nicht auf alle Punkte eingehen, zu denen die Ausführungen des verehrten Herrn Vortragenden Veranlassung geben würden. Ich will nur auf drei Punkte hinweisen. Der erste Einwand des Vorredners war der, daß die Geschwindigkeit der Erde gegen den Äther eine gänzlich unbekannte Komponente hat. Das ist zuzugeben, aber Michelson und seine Nachfolger haben das sehr wohl berücksichtigt; der Versuch ist nicht an einem Tage gemacht worden, sondern er ist öfter wiederholt worden, zu verschiedenen Zeiten des Jahres, in der meines Erachtens zutreffenden Erwägung, daß sich die Geschwindigkeit der Erde gegen den Äther in einem halben Jahre

um eine Komponente von 60 km per Sekunde ändert.

Zweitens: Mein Haupteinwand bezieht sich auf die Art, wie der Herr Vorredner die Phasendifferenzen berechnet hat. Aus den Abständen zwischen den Spiegeln und der Platte sowie der Plattendicke berechnet er die Phasendifferenzen, indem er jede dieser Strecken durch die auf ihr herrschende Wellenlänge dividiert und sie dann addiert. Auf den Phasenunterschied kommt es bei allen Interferenzeffekten an und das Maß der Phasendifferenz ist zunächst die Zeitdifferenz, mit der entsprechende Phasen ankommen, dividiert durch die am Schluß herrschende Periode. Es ist aber nicht sicher, ob diese mit der von Herrn Budde berechneten Größe außer im Fall der Ruhe identisch ist. Wenn diese Strecken bei bewegten Körpern berechnet werden, so ist das wohl nicht mehr richtig. Die Regel, daß man die Strecken durch die Wellenlänge zu dividieren und dann zu summieren hat, scheint mir bei bewegten Körpern zu versagen.

Drittens handelt es sich noch um etwas anderes. Herr Budde sprach von der Dicke der Platte, an der sich auch die Strahlen trennen und wieder vereinigen. Aber er sprach, soviel ich gesehen habe, nur von einer Platte. Bei den Versuchen hatten Michelson und seine Nachfolger immer noch eine zweite Platte. Die erste, die die Strahlen trennt, war versilbert. Der erste Strahl durchläuft dabei die Platte zweimal, der andere keinmal, und sie haben das durch eine Kompensationsplatte kompensiert, die in der Dicke mit der ersten übereinstimmt. Das müßte doch auch mit in Berechnung gezogen werden.

Anmerkung. (Der Redner hat seine Bemerkung auch schriftlich niedergelegt, und hierbei zu dem zweiten Punkt noch folgenden Zusatz gemacht):

Ich stand nach dem Vortrag unter dem Eindruck, daß die Strecken l_n die Abstände der Spiegel von der Platte sind. Unter dieser Annahme wird l_n mit der von c verschiedenen Relativgeschwindigkeit c_n zurückgelegt. Also ist die Durchlaufungszeit

$$t = \sum \cdot \frac{l_n}{c_n} \text{ und } \frac{t}{\tau} = \sum \cdot \frac{l_n}{c_n \tau},$$

wo τ die Periode ist, welche zum Schluß herrscht. Dies wäre nur dann gleich $\sum \cdot \frac{l_n}{\lambda_n}$, wenn $\lambda_n = c_n \tau$ wäre. Die behauptete Proportionalität von λ_n und c_n trifft aber nicht zu.

Später wurde ich von befreundeter Seite gefragt, ob unter den l_n nicht die Wege zu verstehen sind, welche das Licht zwischen den Reflexionen an der Platte und den Spiegeln zurücklegt. Wäre diese Deutung richtig, so wäre

$$t = \frac{1}{c} \sum l_n$$

und diese Gleichung läßt sich wiederum nicht auf

$$\frac{\lambda}{\tau} = \sum \frac{l_n}{\lambda_n}$$

zurückführen.

Budde: Nur der Drang nach Kürze ist schuld daran, daß ich das Michelsonsche Kompensationsglas nicht erwähnt habe. (Vergl. Text der Abhandlung.)

Was die Translation der Erde im Äther betrifft, so weiß ich unbestimmt, daß Michelson Versuche zu verschiedenen Zeiten vorgenommen hat. Es ist aber zu bedenken, daß man immer nur mit der Projektion der Erdbewegung auf die jeweilige Horizontalebene arbeitet. Die astronomische Stellung der Erde gegen ein in der Ekliptik festliegendes Koordinatensystem hätte also wohl berücksichtigt werden müssen.

Herr Laue bestreitet nun hauptsächlich, daß man bei bewegten Instrumenten die Quotienten aus Weglänge und Wellenlänge verwenden dürfe. Wenn aber zwei Strahlen von einer Stelle gleicher Phase ausgehen und an einer zweiten Stelle gleichzeitig anlangen, so ist der Gangunterschied an dieser zweiten Stelle immer bestimmt durch die Differenz zwischen den Quotienten der genannten Art, und ich sehe nicht ein, wie man sie anders finden soll als durch die Aufrechnung der sämtlichen auf beiden Wegen liegenden Wellen. Wenn z. B. von einem Punkt zwei Strahlen ausgehen, und wenn sie an einer Stelle zusammentreffen, an der der eine 166, der andere $166^1/_2$ Wellenlängen zurückgelegt hat, so entspricht ihre Phasendifferenz $^1/_2$ Periode, sie mögen durch bewegte oder unbewegte Medien gegangen sein.

Bemerkung bei der Korrektur: Es scheint mir, als ob auch der schriftliche Nachtrag des Herrn Laue seinen Grund in einer Undeutlichkeit hätte, welche durch die notgedrungene Kürze der mündlichen Darstellung herbeigeführt wurde. Wie der Text der Abhandlung zeigt, habe ich im Glase mit den relativen Größen, im ruhenden Äther dagegen mit der konstanten Lichtgeschwindigkeit c gerechnet. Und soweit ich die schriftliche Bemerkung des Herrn Laue verstehe, scheint sie mir hierdurch erledigt zu sein. Im ruhenden Äther ist der Quotient $\frac{\text{Lichtweg}}{\text{Wellenlänge}}$ jederzeit $= \frac{\text{Lichtzeit}}{\text{Schwingungszeit}}$.

Abraham: Es ist jedenfalls sehr dankenswert, daß der Vortragende den Michelsonschen Versuch wieder zur Diskussion gestellt hat; denn er bildet die einzige experimentelle Grundlage zur Relativtheorie. Früher galt er nicht für ganz sicher. Es wurde schon auf dem Naturforschertage in Düsseldorf im Jahre 1898 beschlossen, ihn in Deutschland zu wiederholen, aber meines Wissens ist das nicht geschehen.

Budde: Mein Vorschlag geht dahin, den Versuch in der Form zu wiederholen, daß auf den Weg des einfallenden Lichtbündels zwei feine Spalte gebracht werden, deren Abstand voneinander b ist; dann müssen die für meine Einzelstrahlen errechneten Ergebnisse mit großer Annäherung anwendbar werden.

Abraham: Was übrigens die Reflexion des Lichtes anlangt, so habe ich deren Theorie vor 7 Jahren in den Annalen der Physik entwickelt.

F. Streintz (Graz), Der Widerstand zwischen Metall und Kristall. (Vergl. hierzu den Aufsatz: Über den Widerstand zwischen Metall und Kristall an ebenen Grenzflächen von F. Streintz und A. Wellik, diese Zeitschrift **12**, 845, 1911.)

W. König (Gießen), Neuere Untersuchungen zur Theorie der Kundtschen Staubfiguren.

Die von mir vor 20 Jahren aufgestellte Theorie der Kundtschen Staubfiguren und des Rayleighschen Scheibchens[1]) ist mehrfach Gegenstand experimenteller Prüfung gewesen. Sie hat sich dabei durchaus bestätigt. Nur bei den Untersuchungen Cooks[2]) haben sich Erscheinungen gezeigt, die darauf hindeuteten, daß außer den hydrodynamischen Kräften einer idealen Flüssigkeit noch andere Kräfte, die mit der inneren Reibung zusammenhängen könnten, wirksam wären. Während sich nämlich in einer schwingenden Flüssigkeits- oder Luftmasse nach der rein hydrodynamischen Theorie zwei ruhende Kugeln anziehen oder abstoßen, je nachdem die Verbindungslinie ihrer Mittelpunkte senkrecht oder parallel zur Schwingungsrichtung der Luft steht, fand Cook, daß diese Kräfte ihr Vorzeichen wechselten, wenn die Oberflächen der Kügelchen einander sehr nahe kamen. Es war wünschenswert, diese hydrodynamischen Kräfte einmal quantitativ zu messen. Dies war kaum möglich, solange man die Luftschwingungen nur in der Kundtschen Röhre oder in Orgelpfeifen erzeugen konnte, da in diesen Fällen außer der schwingenden auch immer eine strömende Bewegung der Luft eintritt, welche die Erscheinungen vollständig verändern kann. Die Schwierigkeit ist vor einigen Jahren durch eine glückliche Idee Lebedews behoben worden, die Zernov[1]) zu einer Prüfung der Theorie der Rayleighschen Scheibe benutzt hat. Zernov hing die Rayleighsche Scheibe in ein Kästchen, das an der Zinke einer Stimmgabel befestigt war. Die Dimensionen des Kästchens waren klein gegen die Wellenlänge des Tones der Stimmgabel; daher schwang die Luftmasse als Ganzes. Mit dieser Versuchsanordnung hat Zernov die Richtigkeit der von mir aufgestellten Formel für die Rayleighsche Scheibe experimentell auf das genaueste bestätigen können. Mit einer gleichen Versuchsanordnung hat nun Herr Thomas in meinem Institute Messungen ausgeführt. Er hat dabei die Zernovschen Resultate an Rayleighschen Scheiben vollkommen bestätigt gefunden. Aber er hat die Methode in erster Linie benutzt, um die Kräfte zwischen zwei Kugeln zu messen. Die eine Kugel befand sich an dem passend angeordneten Arm einer Drehwage; die andere stand ihr in fester Lage in meßbarem Abstand gegenüber. Beide befanden sich in dem auf der Stimmgabelzinke schwingenden Kästchen entweder so, daß die Verbindungslinie der Kugelmittelpunkte senkrecht (äquatoriale Lage), oder so, daß sie parallel zur Schwingungsrichtung des Kästchens lag (axiale Lage). Die Messungen wurden für drei Kugelpaare von 5,6, 10,4 und 15,6 mm Durchmesser und für drei Amplituden (0,5, 0,75 und 1 mm) ausgeführt.

Die Versuche ergaben, daß die Kräfte den Quadraten der Amplituden proportional waren, wie es die Theorie verlangt. Die Ergebnisse in bezug auf die Abhängigkeit der Kräfte von dem Abstand der Kugelzentren sind durch die Zeichnungen Fig. 1—6 wiedergegeben. Die gestrichelte Kurve stellt die Beobachtungen dar, die ausgezogene die theoretischen Werte, die sich nach den von mir entwickelten Formeln aus Abstand und Radius der Kugeln, Luftdichte, Schwingungsamplitude und Schwingungszahl berechnen lassen. Bei der äquatorialen Lage stimmen die beobachteten Anziehungskräfte für kleine und mittlere Kugeln mit den berechneten — man kann fast sagen — verblüffend gut überein. Man muß nämlich bedenken, daß die Theorie unter der Voraus-

1) W. König, Wied. Ann. **42**, 540, 1891; **43**, 43, 1891.

2) S. H. Cook, Phil. Mag. (6) **3**, 471, 1902 und **6**, 424, 1903.

1) W. Zernov, Ann. d. Phys. **26**, 79, 1908.

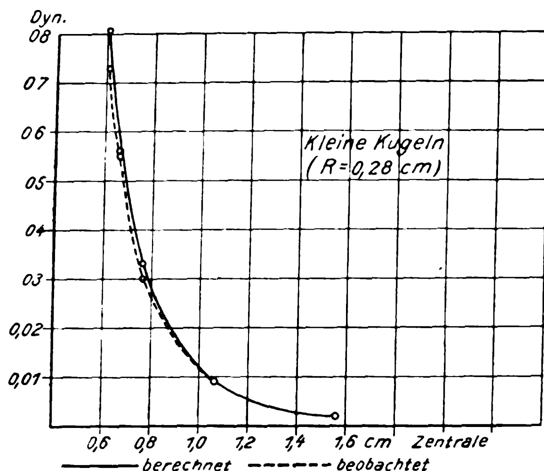


Fig. 1.

setzung abgeleitet ist, daß die Kugelradien klein gegen die Kugelabstände seien, während hier die Oberflächen der Kugeln bis auf 0,5 mm d. h. bis auf $^1/_7$—$^1/_{10}$ der Kugelradien genähert waren. Für die großen Kugeln übersteigen die beobachteten Werte die berechneten ein wenig, zeigen aber den gleichen Verlauf. Bei der axialen Lage sind die beobachteten Abstoßungskräfte kleiner als die berechneten, nähern sich ihnen aber asymptotisch mit wachsenden Abständen.

Wie weit diese Ergebnisse durch die Dimensionen des Kästchens (8 cm Durchmesser, 10 cm Höhe) beeinflußt sein mögen, darüber lassen sich noch keine Angaben machen, da die Versuche bisher nur mit einem Kästchen ausgeführt werden konnten. Auf alle Fälle aber machen es diese Versuche wahrscheinlich, daß sich die Kräfte zwischen zwei Kugeln ebenso wie das Drehungsmoment eines Ellipsoides mit großer Annäherung aus der Theorie der reinen Hydrodynamik richtig berechnen lassen. Und ferner ist hervorzuheben. daß auch bei größter Annäherung der beiden Kugeln eine Umkehrung des Vorzeichens der Kräfte, wie sie Herr Cook gefunden hatte, von uns niemals beobachtet worden ist.

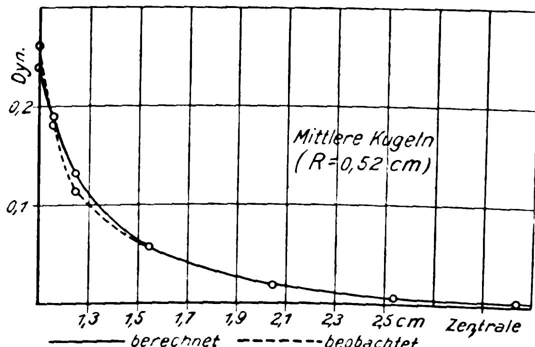


Fig. 2.

Von einer ganz anderen Seite her ist die Theorie der Kundtschen Staubfiguren durch Herrn Robinson einer experimentellen Prüfung unterzogen worden. Er hat zunächst mit Hilfe von Eisenpulver die hydrodynamischen Kräfte mit den ponderomotorischen eines Magnetfeldes verglichen[1]) und gezeigt, daß man die Wirkung der ersteren durch die magnetischen Kräfte, die den gleichen Gesetzmäßigkeiten folgen, aber entgegengesetztes Vorzeichen haben, beeinflussen

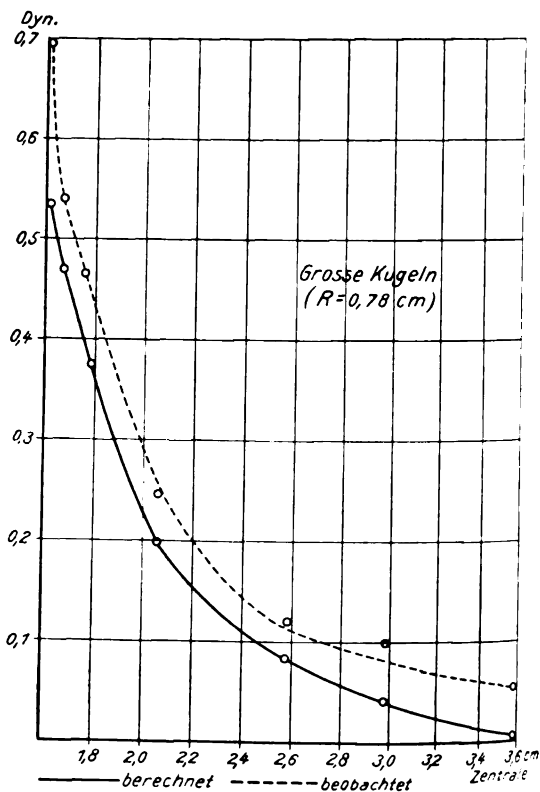


Fig. 3.

und geradezu kompensieren kann. Herr Robinson hat ferner aus meiner Theorie eine Formel für den Zusammenhang des Rippenabstandes mit der Schwingungsamplitude, bez. der Geschwindigkeit der Luftteilchen abgeleitet[2]). Darnach würden sich die Rippenabstände unter sonst gleichen Umständen an zwei Stellen von verschiedener Geschwindigkeit wie die dritten Wurzeln aus den Quadraten der Geschwindigkeiten verhalten:

$$a_1/a_2 = (w_1/w_2)^{2/3}.$$

1) J. Robinson, diese Zeitschr. **9**, 807, 1908.
2) J. Robinson, Phil. Mag. (6) **18**, 180, 1909 und **19**, 482, 1910.

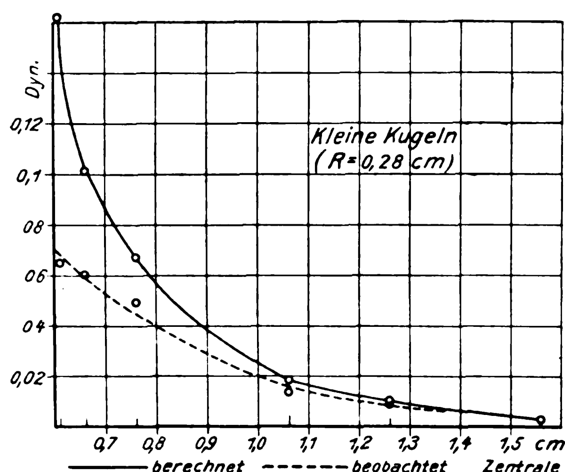


Fig. 4.

Diese Formel ist von Robinson an der Veränderlichkeit des Rippenabstandes in einer Kundtschen Röhre beim Übergang vom Bauch zum Knoten einer stehenden Welle geprüft und ziemlich gut bestätigt gefunden worden. Ferner haben sowohl Herr Robinson[1]) als auch die Herren Marsh und Nottage[2]) die Formel an den Rippen geprüft, die entstehen, wenn die Schallwelle eines elektrischen Funkens über eine bestäubte Glasplatte hinwegstreicht[3]). In einer freien Schallwelle nimmt die Energie mit dem Quadrat der Entfernung, die Geschwindigkeit

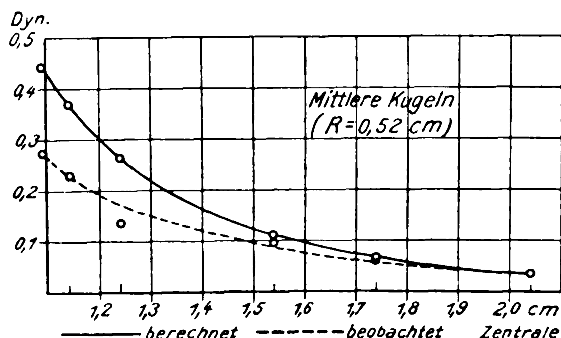


Fig. 5.

der Luftteilchen also mit der ersten Potenz der Entfernung von der Schallquelle ab. Daher müssen sich in den Entfernungen r_1 und r_2 die Rippenabstände a_2/a_1 wie $(r_1/r_2)^{2/3}$ verhalten. Dies hat sich bei den Untersuchungen der genannten Herren ganz gut bestätigt. Ich habe die Versuche zur Prüfung dieser Beziehung noch etwas weiter ausgedehnt. Ich habe den elektrischen Funken in der Mitte der Oberfläche einer durchbohrten Glasplatte springen lassen einerseits, wenn die Platte offen dalag, andererseits, wenn über ihr eine zweite Platte in geringem Abstand ($1^1/_2$ bis 2 mm) lag. In ersterem Falle gilt die obige Formel. Im zweiten Falle ist die Ausbreitung der Schallwelle gewissermaßen eine zweidimensionale; die Energie nimmt ab wie $1/r$, die Geschwindigkeit der Luftteilchen daher wie $1\sqrt{r}$, die Rippenabstände müssen sich daher verhalten wie $(r_1/r_2)^{1/3}$. Mißt man die Rippenabstände in Entfernungen, die sich wie 1:2 verhalten, so muß ihr Verhältnis im ersten Falle gleich 0,630, im zweiten Falle gleich 0,794 sein. Die einzelne Beobachtung ist wenig genau. Aber das Mittel vieler

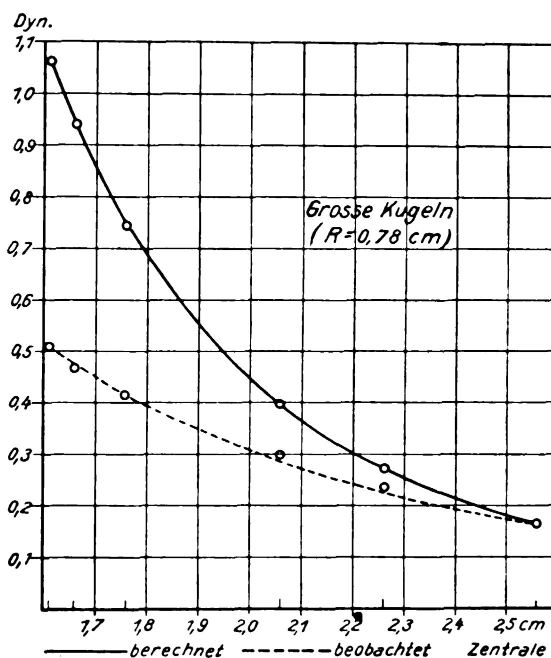


Fig. 6.

Beobachtungen gibt tatsächlich Werte, die mit der Theorie gut übereinstimmen. So wurde gefunden:

in freier Luft: 0,84—0,61—0,54—0,60—0,57—0,70—0,63—0,77—0,62—0,75—0,73—0,70—0,65—0,43—0,60—0,57— . . . im Mittel aus 16 Werten: **0,64**,

in der Luftplatte: 0,71—0,83—0,90—0,88—0,84—0,77—0,83—0,76—0,77— . . . im Mittel aus 9 Werten: **0,81**.

Andere Beobachtungsreihen, die von dem inzwischen leider verstorbenen stud. Kobligk ausgeführt wurden, ergaben:

in freier Luft im Mittel **0,60**, in der Luftplatte im Mittel **0,81**.

Voraussetzung bei diesen Berechnungen ist, daß die Schallwelle nur durch ihre Ausbreitung

1) J. Robinson, diese Zeitschr. **12**, 439, 1911.
2) S. Marsh and W. H. Nottage, Phys. Soc. 14. März, 1911.
3) Schellbach und Boehm, Wied. Ann. **7**, 1, 1879.

und nicht auch durch Absorption geschwächt werde. Versuche mit Funkenwellen, die in einem flachen ebenen Kanal weitergeleitet wurden, zeigten, daß hier die Rippenabstände bis auf Entfernungen, wie sie bei den obigen Versuchen benutzt waren (3 und 6, bez. 4 und 8 cm) als konstant anzusehen waren. Bei Verfolgung auf längere Strecken in einem solchen Kanal oder einer Röhre zeigten aber die Rippen abnehmenden Abstand, wie es schon von den Herren Marsh und Nottage beobachtet worden ist. Dies legte den Gedanken nahe, mit Hilfe der Robinsonschen Formel aus der Abnahme des Rippenabstands in einer Röhre den Absorptionskoeffizienten der Schallwellen zu berechnen. Diese Versuche haben aber vorläufig noch keine einfachen und brauchbaren Resultate ergeben. Die aus dem gemessenen Rippenabstand nach der Formel berechneten Relativwerte der Schallintensität nehmen nicht nach einem Exponentialgesetz mit konstantem Koeffizienten ab, sondern anfangs stärker und später schwächer. Außerdem aber wurde eine Eigentümlichkeit beobachtet, die es fraglich erscheinen läßt, ob die Geschwindigkeit allein ausreicht, um bei demselben Pulver und derselben Luftdichte den Rippenabstand zu bestimmen. Die Rippenabstände können nämlich, je nach der Art des erzeugenden Funkens, sehr verschieden sein. Beobachtet man aber den Verlauf einer Welle, die anfangs große Rippenabstände bildet, durch ein Rohr von solcher Länge hindurch, daß die Rippenbildung die hinteren Teile des Rohres gar nicht mehr erreicht, so findet man, daß das Erlöschen der Rippenbildung nicht mit einem immer engeren Zusammenrücken der Rippen verbunden ist; sondern die Rippen werden undeutlich schon bei Abständen, die viel größer sind, als die kleinen Abstände der feinen Rippen, die man mit anderen schwächeren Funken in großer Deutlichkeit erhalten kann. Daraus scheint mir der Schluß notwendig zu sein, daß für die Ausbildung der Rippen doch noch etwas anderes als die momentane oder die maximale Geschwindigkeit der Luftteilchen allein maßgebend ist. Darüber werden weitere Versuche vielleicht einmal Aufschluß geben.

J. Wallot (Stuttgart), Elektrische Drahtwellen.

Ich möchte berichten über Versuche, die ich angestellt habe über den Einfluß von Hüllen und Schirmen auf elektrische Drahtwellen. Ich wurde dazu veranlaßt durch gelegentliche frühere Messungen[1]), bei denen ich mit einem Dielektrikum arbeitete, das in Blech und Stanniol eingeschlossen war. Es hatte sich damals ein so auffallend großer Einfluß der metallischen Umkleidung auf die Schwingungsdauer des Drahtsystems ergeben, daß ich auf die Vermutung kam, es könne sich auch mit der metallischen Einkapselung, die vielfach für die Messung der Dielektrizitätskonstanten vorgeschlagen und angewendet worden ist, nicht ganz so einfach verhalten, wie man bis jetzt meist angenommen hat.

Ich habe daher die Hüllen und Schirme, aus denen die Einkapselungen bestehen, genauer untersucht[2]). Unter metallischen Hüllen verstehe ich solche die Drähte isoliert umgebende Leiter, deren Oberflächen im wesentlichen den Drähten parallel sind, unter Schirmen dagegen solche Leiter, deren Oberflächen im wesentlichen zu den Drähten senkrecht stehen.

Zunächst etwas über die Meßmethode. Sie sollte bei den metallischen Hüllen nicht nur die Schwingungsdauer τ und die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Wellen v liefern, sondern auch getrennt für sich die beiden maßgebenden Konstanten, Kapazität $\mathfrak{c}$ und Selbstinduktion $\mathfrak{s}$ der Längeneinheit der umhüllten Drähte. Eine solche Methode habe ich[3]) vor einiger Zeit angegeben: Paralleldrähte, die auf der einen Seite frei endigen, auf der anderen metallisch überbrückt sind, werden durch einen induktiv gekoppelten veränderlichen Erreger in Schwingungen versetzt. Man umhüllt die Drähte nun nicht in ihrer ganzen Ausdehnung, sondern nur auf einem Stück von der Länge l. Der Erreger gibt dann Resonanz bei einer bestimmten Einstellung. Darauf entfernt man die Hülle und sucht durch Verschiebung der Brücke bei ungeändertem Erreger wieder Resonanz. Nennt man diese „äquivalente" Brückenverschiebung $\mathfrak{v}_b$ oder $\mathfrak{v}_k$[4]), je nachdem das Drahtstück im Spannungsbauch oder im Spannungsknoten liegt, so kann man aus $\mathfrak{v}_b$ auf die Kapazität und aus $\mathfrak{v}_k$ auf die Selbstinduktion des umhüllten Stücks schließen.

Diese Methode hat nebenbei den Vorteil, daß das Rechteck ohne Schwierigkeit mit beliebigem Kopplungsgrad induktiv erregt werden kann; wäre es ganz eingehüllt, so wäre es ja gegen die Einwirkung des Erregers abgeschirmt.

Hat man $\mathfrak{c}$ und $\mathfrak{s}$ einzeln, so bekommt man die Schwingungsdauer und die Fortpflanzungsgeschwindigkeit in einfacher Weise. Es

1) J. Wallot, Ann. d. Phys. **30**, 575, 1909.
2) Eine ausführliche Veröffentlichung wird demnächst in den Annalen der Physik erscheinen.
3) J. Wallot, l. c. S. 507.
4) Positiv, wenn die Drähte durch die Verschiebung länger werden.

ist nämlich bei den auf der einen Seite überbrückten Paralleldrähten von der Länge L, wenn wir $\mathfrak{c}$ elektrostatisch, $\mathfrak{s}$ elektromagnetisch messen:

$$3 \cdot 10^{10} \tau = 4 L \sqrt{\mathfrak{c}\mathfrak{s}}$$
$$v = \frac{3 \cdot 10^{10}}{\sqrt{\mathfrak{c}\mathfrak{s}}}.$$

Wie man sieht, habe ich dabei die „Vormaxwellsche" Theorie vorausgesetzt. Die ganze Meßmethode beruht darauf. Natürlich ist das eine nicht ganz zuverlässige Grundlage, es war aber zu erwarten, daß die Versuche selbst darüber Aufschluß geben würden, inwieweit die Voraussetzungen unzulänglich sind.

Zunächst habe ich Metallröhren untersucht, welche die Drähte einzeln voneinander isoliert umgaben. Es dürfte ziemlich schwierig sein, für diesen Fall eine ganz strenge Theorie aufzustellen. Man bekommt aber eine einfache Formel, wenn man voraussetzt, daß $\mathfrak{c}$ wie in der Elektrostatik und $\mathfrak{s}$ wie in der Theorie der stationären nur in einer unendlich dünnen Oberflächenschicht fließenden Ströme berechnet werden dürfen und wenn man weiter eine ganz bestimmte Anordnung der Röhren voraussetzt. Die Metallröhren müssen nämlich etwas exzentrisch nach außen zu den Drähten angeordnet werden, und zwar so, daß ihre Oberflächen mit Niveauflächen des ursprünglichen Feldes der Drähte zusammenfallen. Diese Anordnung, die ich die „bipolare" nenne, unterscheidet sich, wenn der Drahtabstand groß ist gegen den Röhrendurchmesser, nur sehr wenig von der genau zentrischen. Die Formeln, die man unter diesen Voraussetzungen für $\mathfrak{c}$ und $\mathfrak{s}$ bekommt, sind für die Berechnung sehr bequem und enthalten von transzendenten Funktionen nur den unvermeidlichen Logarithmus.

Versuch und Theorie ergeben, daß derartige Röhren die Kapazität vergrößern, die Selbstinduktion sehr nahe im reziproken Verhältnis verkleinern, und zwar sind beide Wirkungen um so kräftiger, je dicker die Wandungen der Röhren sind und je enger sie die Drähte umschließen. Die Fortpflanzungsgeschwindigkeit muß nach den Grundlagen der einfachen Theorie die Lichtgeschwindigkeit sein, und sie ist es auch nach den Versuchen mit großer Näherung.

Besonders interessant sind Versuche mit Hüllen, die durch die Mittelebene der Drähte hindurchgehen. Man kann sie kurz als geerdete Hüllen bezeichnen; tatsächlich bleibt ihr Kapazitätseinfluß ungeändert, wenn man sie an die Erde anschließt. Ich benutzte zwei Formen: bipolar angeordnete Röhren, die untereinander leitend verbunden waren, und Blechhülsen (Kapseln) von rechteckigem Querschnitt, welche die beiden Drähte zugleich umschlossen.

Es ist nun sehr auffallend, daß meine Versuchsresultate, wie ich glaube, die Möglichkeit zulassen, daß sich die elektromagnetischen Wellen an derartig eingehüllten unendlich langen Leitungen mit einer Geschwindigkeit fortpflanzen, die unter Umständen nicht um einige Promille, sondern um viele Prozent kleiner ist als die des Lichtes.

Die betreffenden Versuchsresultate sind in den Fig. 1 und 2 graphisch dargestellt. Die äquivalenten Brückenverschiebungen $\mathfrak{v}_b$ und $\mathfrak{v}_k$ sind Ordinaten, die Länge l des umhüllten Drahtstücks ist Abszisse; beide Größen sind in Zentimetern gemessen.

Für die Beziehung zwischen $\mathfrak{v}$ und l gibt die einfache Theorie, die ich früher auf der

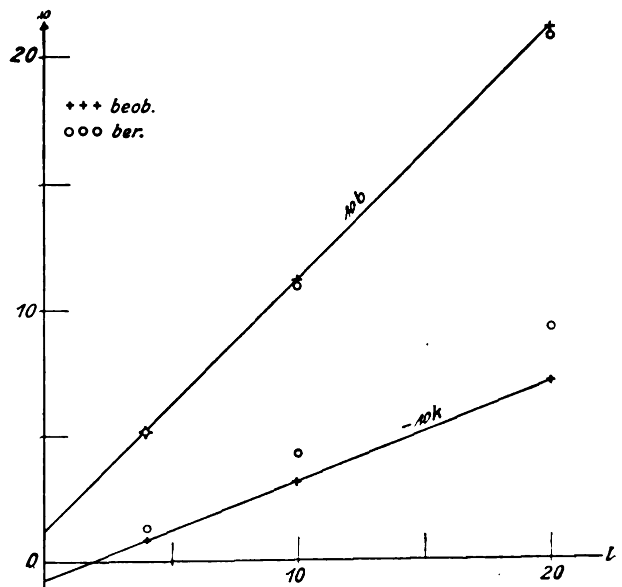


Fig. 1.

Grundlage der Kirchhoffschen Ansätze abgeleitet habe, das Resultat, daß die gleichwertige Brückenverschiebung der Länge l direkt proportional ist. D. h., wenn $\mathfrak{c}$ und $\mathfrak{s}$ Kapazität und Selbstinduktion mit Hülle, $\mathfrak{c}_0$ und $\mathfrak{s}_0$ ohne Hülle bedeuten, so ist:

$$\mathfrak{v}_b = \left(\frac{\mathfrak{c}}{\mathfrak{c}_0} - 1\right) l$$
$$-\mathfrak{v}_k = \left(1 - \frac{\mathfrak{s}}{\mathfrak{s}_0}\right) l.$$

Es ist dabei die Annahme gemacht, daß an den beiden Enden des umhüllten Stücks Strom und Spannung stetig sind, daß die Konstanten $\mathfrak{c}$ und $\mathfrak{s}$ dagegen unstetig springen. Ferner ist vorausgesetzt, daß l klein ist im Vergleich zur Gesamtlänge der Drähte L. Letztere Voraussetzung war nur unvollkommen erfüllt; ich habe aber sämtliche Zahlen auf kleine l umgerechnet.

Dabei wurde noch die 3. Potenz von l/L berücksichtigt. Die 5. Potenz ist vernachlässigt.

Fig. 1 gibt die Resultate (+ + +), die ich mit den Röhren erhalten habe, die bipolar angeordnet miteinander leitend verbunden waren. Sowohl durch die Werte $\mathfrak{v}_b$ wie durch die Werte $\mathfrak{v}_k$ läßt sich mit großer Genauigkeit eine gerade Linie legen. Die Abweichungen der beobachteten Werte von der Geraden konnten in der Zeichnung kaum angedeutet werden, die größte unter ihnen beträgt 0,08 cm bei einer Drahtlänge L von ungefähr 300 cm[1]). Nur gehen diese Geraden nicht durch den Nullpunkt, sondern für $l = 0$ bekommt man bei $\mathfrak{v}_b$ sowohl wie bei $\mathfrak{v}_k$ einen positiven Wert.

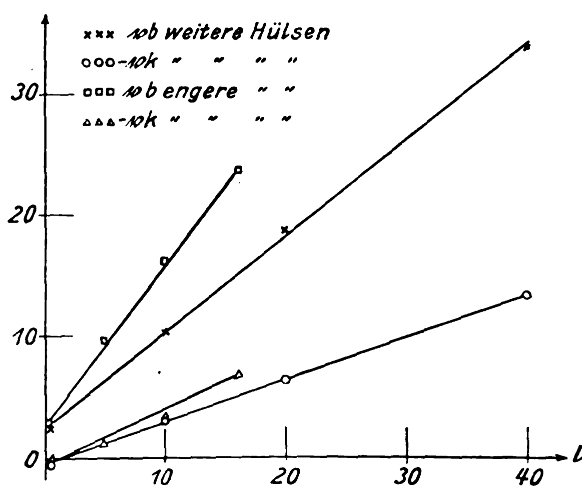


Fig. 2.

Die Versuche mit den Hülsen rechteckigen Querschnitts ergaben etwas ganz Ähnliches. Ich habe zwei verschiedene Hülsen untersucht von den Querschnitten $2{,}0 \times 12\ \mathrm{cm}^2$ und $1{,}1 \times 11\ \mathrm{cm}^2$ bei einem Drahtabstand von 10 cm. Die Resultate sind in Fig. 2 dargestellt. Auch hier habe ich gerade Linien durch die beobachteten Werte gelegt. Die Abweichungen sind aber größer als bei Fig. 1 und betragen z. B. bei $\mathfrak{v}_b$ der weiteren Hülsen (× × ×) bis zu 0,49 cm. Auch hier wieder verschwindet die äquivalente Brückenverschiebung für $l = 0$ nicht, sondern nimmt einen positiven Wert an.

Die Versuche zeigen also, daß die Verschiebung $\mathfrak{v}$ nicht proportional der Länge l ist, wie es die einfache Theorie fordert, sondern daß die Abhängigkeit von l empirisch nahezu eine lineare ist. Man kann also schreiben:

$$\mathfrak{v}_b = \mathfrak{e}_b + \left(\frac{\mathfrak{c}}{\mathfrak{c}_0} - 1\right) l$$

$$-\mathfrak{v}_k = -\mathfrak{e}_k + \left(1 - \frac{\mathfrak{s}}{\mathfrak{s}_0}\right) l.$$

Ich glaube nun, daß man auch in diesen empirischen Gleichungen die Faktoren von l in der angeschriebenen Weise deuten darf. Die Abweichungen von der linearen Abhängigkeit sind so klein, daß man nach meiner Ansicht die konstanten Glieder $\mathfrak{e}_b$ und $\mathfrak{e}_k$, und gerade nur diese, als die Einflüsse der beiden Hüllenenden auffassen darf; in ihnen spricht sich die Unzulänglichkeit der Vormaxwellschen Ansätze aus. Ich nehme also an, daß man die für die Fortpflanzung von Wellen an der unendlich langen Leitung maßgebenden Konstanten $\mathfrak{c}$ und $\mathfrak{s}$ wirklich, wie angeschrieben, aus den Faktoren von l berechnen kann. Gibt man diese Annahme als berechtigt zu, so folgt ohne weiteres aus den Neigungswinkeln der Geraden, daß die Geschwindigkeit

bei den leitend verbundenen Röhren um 9,3 Proz.
„ „ weiteren Hülsen . . . „ 8,0 „
„ „ engeren „ . . . „ 12,7 „
kleiner ist als die Lichtgeschwindigkeit.

Bei den leitend verbundenen Röhren kann man $\mathfrak{v}_b$ und $\mathfrak{v}_k$ auch nach den oben erwähnten einfachen Formeln theoretisch berechnen. Die kleinen Kreise in Fig. 1 deuten diese Werte an; die empirischen Endeinflüsse sind dabei hinzugefügt. Der kapazitive Einfluß stimmt also mit der Theorie überein, und zwar so gut man das überhaupt erwarten kann

$$\left(\frac{\mathfrak{c}}{\mathfrak{c}_0} \text{ ist theor. } 1{,}972, \text{ beob. } 1{,}993\right),$$

wogegen die Abnahme der Selbstinduktion durch die Hülle kleiner ist, als es die Theorie voraussagt. Nach den Rechnungen von G. Mie[1]) besteht tatsächlich eine Asymmetrie zwischen Kapazität und Selbstinduktion, indem die Kapazität bei rein metallischer Rückleitung immer die elektrostatische ist, während die Selbstinduktion nur in idealen Grenzfällen gleich dem reziproken Wert der Kapazität, sonst meist größer ist.

Es wäre wohl von Interesse, einmal die Fortpflanzungsgeschwindigkeit von Wellen an umhüllten Drähten nach einer direkteren Methode zu messen. Denn die von mir berechneten Unterschreitungen der Lichtgeschwindigkeit sind außerordentlich groß. Beim nicht umhüllten Einzeldraht muß man schon mit Sommerfeld[2]) äußerst geringen Drahtdurchmesser voraussetzen, um Geschwindigkeiten von annähernd derselben Größe zu bekommen.

Viel weniger der Theorie zugänglich als die Hüllen sind die Schirme. Ein von den Drähten isolierter Schirm, also ein Leiter, dessen Aus-

1) Der mittlere Fehler der zur Zeichnung der beiden Figuren benutzten Verschiebungen $\mathfrak{v}$ betrug, soweit er von der Resonanzeinstellung herrührte, $\pm 0{,}10$ cm.

1) G. Mie, Ann. d. Phys. **2**, 224, 1900.
2) A. Sommerfeld, Wied. Ann. **67**, 266, 1899.

dehnung in der Drahtrichtung sehr gering ist — ich benutzte meist Bleche von 1 mm Dicke —, wirkt im Knoten sehr wenig, im Bauch dagegen verhältnismäßig stark auf die Schwingungsdauer. Man kann seinen Einfluß also etwa als einen Kapazitätseinfluß bezeichnen, jedoch ist es nicht möglich, ihn auf die Längeneinheit zu beziehen. Man kann also nur $\mathfrak{v}_b$ bestimmen, aber daraus kein $\mathfrak{c}$ berechnen. Je kleiner die Schirmlöcher sind, um so größer ist der Einfluß; die Größe der Fläche wirkt dagegen nur wenig ein. Ich habe eine Versuchsreihe angestellt, bei der die Löcher gleich groß waren, die Fläche des Schirms dagegen verändert wurde von annähernd 2000 cm^2 bis auf $^1/_2$ cm^2. Dabei sank der Einfluß nur auf 32 Proz. des Anfangswerts.

Während also der Einfluß der Schirme auf die Schwingungsdauer unerwartet groß ist, ist ihr Einfluß auf das Leuchten der Heliumröhre unerwartet klein. Ich konnte ihn mit meiner allerdings ziemlich unempfindlichen Methode überhaupt nicht mit Sicherheit feststellen.

Zum Schluß möchte ich noch kurz auf die Folgerungen eingehen, die sich für die Messung der Dielektrizitätskonstanten ergeben. Man hat die metallischen Einkapselungen ja vor allem deshalb vorgeschlagen, weil man dadurch mit weniger Dielektrikum auszukommen hoffte. Nach meinen Versuchen ist es aber zweifelhaft, ob die Metallhüllen nicht selbst die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Wellen beeinflussen; denn die Hüllen müssen eng sein, wenn man wirklich an Dielektrikum sparen will. Mir scheint daher dieses Verfahren nicht einwandfrei.

Es ist außerdem zu bedenken, daß man es meist nicht mit einfachen Hüllen, sondern mit Kombinationen von Schirmen und Hüllen — jeder Metallkasten ist eine derartige Kombination — zu tun hat. Dadurch werden die Verhältnisse noch bei weitem komplizierter. Mindestens muß man sämtliche Schirme mit großer Sorgfalt in Spannungsknoten legen.

Will man die Dielektrizitätskonstante einer kostbaren Flüssigkeit messen, so kann man die zweite Drudesche Methode anwenden, die ausdrücklich für diesen Zweck ausgearbeitet worden ist. Ich glaube aber, daß man auch ohne Kondensator arbeiten kann, indem man jeden Draht mit einer ziemlich dünnen dielektrischen Hülle versieht, ähnlich wie das Weiß[1]) gemacht hat bei der Prüfung der Harmsschen[2]) Theorie des Einzeldrahts mit dielektrischer Hülle. So gut wie für metallische Hüllen kann man nämlich auch für dielektrische Hüllen eine einfache Formel ableiten, die mit den Weißschen Versuchen in guter Übereinstimmung steht und die ich auch durch eigene Versuche geprüft habe. Es wird sich wohl in dieser Weise ohne besondere Schwierigkeiten eine einfache Methode zur Untersuchung der Dielektrizitätskonstante von solchen Flüssigkeiten ausarbeiten lassen, von denen nur geringe Mengen zur Verfügung stehen.

1) H. Weiß, Ann. d. Phys. **28**, 651, 1909.
2) F. Harms, Ann. d. Phys. **23**, 44, 1907.

C. Ramsauer (Heidelberg), Über die Wirkungen sehr kurzwelligen, ultravioletten Lichtes auf Gase.

Das Referat soll einen Teil der Resultate zusammenfassen, welche Herr Lenard und der Vortragende durch eine Reihe gemeinsamer Arbeiten[1]) im radiologischen Institut zu Heidelberg erhalten haben. Diese Untersuchungen gründen sich in erster Linie auf zwei Arbeiten[2]) Herrn Lenards aus dem Jahre 1900; sie erweitern und vertiefen die damals erhaltenen Ergebnisse, bringen aber gleichzeitig ihre volle Bestätigung, was um so mehr hervorgehoben werden muß, als spätere Autoren Widersprüche zu finden glaubten und andererseits manches als neu hingestellt haben, das hier schon mit Sicherheit festgestellt war.

Wir verdanken unsere neuen Fortschritte einmal der Einführung einer an Ultraviolett sehr reichen neuen Lichtquelle, welche auch die Anwendung intensiven Schumannvioletts ermöglichte, und zweitens der Erkenntnis, daß nur durch alleräußerste Reinheit der Gase einwandfreie Ergebnisse erhalten werden können. Bei diesen Versuchen spielen bereits Verunreinigungen eine Rolle, die selbst spektralanalytisch nicht mehr in Betracht kommen würden; beispielsweise genügen bereits die Dampfspuren, welche sich spontan von den Wänden einer 20 cm langen, in gewöhnlichem Sinne reinen Glasröhre ablösen, um die Resultate um Hunderte von Prozenten zu fälschen, während kurze Kautschukverbindungen zu völlig unbrauchbaren Ergebnissen führen. Wir mußten daher die Anordnung so treffen, daß die Gase nach ihrer Reinigung nur mit solchen Flächen in Berührung kamen, die nach Belieben von allen Dampfspuren durch starkes Glühen befreit werden konnten. Letzteres gilt vor allem auch von dem gegen das Eindringen von Staub unentbehrlichen Filter, für welches wir statt der bisher benutzten Watte oder Glaswolle geglühtes Asbest in schwer schmelzbarem Glase einführten. Als Reinigungsmethode für die Gase zur Beseitigung von

1) Sitzungsber. der Heidelberger Akad. d. Wiss. vom 2. VIII. 1910, 5. XI. 1910, 20. XII. 1910, 9. VI. 1911, 4. VIII. 1911.
2) Ann. d. Phys. **1**, 1900; **3**, 1900.

Dämpfen benutzten wir in erster Linie Kälte, indem wir die Gase entweder durch feste CO_2 kühlten oder aus flüssiger Luft abdampften.

Erst nach Ausbildung dieser experimentellen Hilfsmittel war es uns möglich, volle Klarheit über den Einfluß ultravioletten Lichtes auf Gase zu gewinnen. Wir gelangten so dazu, die drei bereits 1900 unterschiedenen Wirkungen des Lichtes auf Gase scharf zu trennen und ihr ständiges kompliziertes Ineinandergreifen eingehend zu untersuchen, dessen Kenntnis zur richtigen Deutung aller Lichtwirkungen auf Gase unerläßlich ist.

1. Rein chemische Wirkung, z. B. Verwandlung von O_2 in O_3. Sie wird bereits durch schwach absorbiertes Licht hervorgerufen, welches bei unseren Versuchen schon eine Strecke von 4 cm Luft durchsetzt hatte, und erfolgt, ohne daß hierbei das Gas gleichzeitig dampfkondensierende Nebelkerne zu bilden brauchte, und ohne daß gleichzeitig die Bildung von Elektrizitätsträgern, d. h. ein Leitendwerden des Gases eintritt. Die chemische Wirkung ist also, obgleich diese Annahme sehr nahe läge, nicht an das Freiwerden von Elektronen gebunden.

2. Bildung von Nebelkernen. Auch dies ist eine rein chemische Wirkung. Ihre Besonderheit beruht darauf, daß die Endprodukte feste oder flüssige Partikelchen sind, welche starke Dampfkondensation hervorzurufen vermögen. Sie bilden sich z. B. als H_2O_2-Tröpfchen aus Wasserdampf oder als feste Teilchen aus CS_2 und treten in Luft besonders dann auf, wenn das gebildete O_3 auf Dämpfe, z. B. NH_3, einwirkt. Diese Wirkung ist ebenfalls unabhängig von dem Freiwerden von Elektronen.

3. Bildung von Elektrizitätsträgern. Dieselbe ist so zu denken, daß ein Quant als Kathodenstrahl aus dem Gasmolekül austritt; der Rest bleibt als positiver Träger zurück, während ein bisher neutrales Molekül durch Absorption des fortgeschleuderten Quants zum negativen Träger wird. Diese Wirkung ist bei Gasen an selektive Absorption des Lichtes gebunden. Sie wird z. B. bei Luft lediglich durch das enorm absorbierbare Schumannviolett hergerufen. Dieses Resultat ist für das Verständnis der lichtelektrischen Wirkung überhaupt von Wichtigkeit; es führt zu der Vorstellung, daß die Energie des ausgeschleuderten Quants nicht, wie Herr Lenard ursprünglich annahm, dem Atom entstammt, sondern dem absorbierten Lichte, eine Vorstellung, zu welcher bereits Herr Einstein durch die Lichtquantenhypothese gelangt war. An solche Elektrizitätsträger können sich jetzt noch einzelne neutrale Moleküle anlagern. Niemals aber kommt es durch die lichtelektrische Wirkung allein zur Erzeugung von Nebelkernen, welche durch den Aitken-Helmholtzschen Dampfstrahl sichtbar gemacht werden können. Beide Wirkungen des Lichtes sind eben auf das schärfste zu trennen. Sind gleichzeitig Nebelkerne, z. B. H_2O_2-Tröpfchen, vorhanden, so komplizieren sich die Verhältnisse sofort, indem sich die Träger an die Kerne anlagern. —

Diese strengen Unterscheidungen ermöglichen jetzt das Verständnis der Vorgänge, welche in der Luft durch ultraviolettes Licht hervorgerufen werden. Wir haben hierbei zu unterscheiden wenig absorbierbares Ultraviolett $> 180\ \mu\mu$ „Intraquarzviolett" und das stark absorbierbare „Schumannviolett" bis 120 $\mu\mu$. Außerdem ist der Begriff „Luft" scharf zu fassen, nämlich entweder als Inbegriff aller normalerweise vorhandenen Bestandteile inkl. Wasserdampf, NH_3 und der Spuren anorganischer Dämpfe, oder lediglich als Gemenge der Hauptgase.

Die Luft in weiterem Sinne unterliegt allen drei oben genannten Wirkungen. Intraquarzviolett und Schumannviolett unterscheiden sich lediglich insofern, als nur letzteres starke Trägerbildung in den Hauptgasen hervorruft, während die Wirkung bei ersterem weit schwächer ist, und sich auf CO_2, NH_3 und sonstige Nebenbestandteile beschränkt.

Bei Luft, wie sie durch Abdampfen aus dem flüssigen Zustande erhalten wird, tritt keine Nebelkernbildung ein, gleichgültig ob Intraquarzviolett oder Schumannviolett verwandt wird, da alle Nebenbestandteile entfernt sind, deren chemische Umsetzung zu festen oder flüssigen Endprodukten führen würde. Einfache chemische Wirkung ist dagegen — als O_3-Erzeugung — in beiden Fällen vorhanden. Die Bildung von Elektrizitätsträgern beschränkt sich hier auf das enorm absorbierbare Schumannviolett und fehlt völlig bei dem Intraquarzviolett, obgleich dieses genügende Absorption zur Ozonbildung besitzt. —

Hiermit ist zugleich auch die Grundlage geliefert für das Verständnis der meteorologischen Vorgänge, welche durch das Ultraviolett der Sonne in der Erdatmosphäre hervorgerufen werden, sowie auch für die einwandfreie Untersuchung der Wirkung ultravioletten Lichtes auf beliebige Gase. —

V. F. Hess (Wien), Über die Absorption der γ-Strahlen in der Atmosphäre.

Nach den Untersuchungen von Mc. Lennan, Wright, Gockel, Wulf u. a. erscheint es wohl sicherstehend, daß die am Erdboden überall beobachtete durchdringende Strahlung

größtenteils von den radioaktiven Substanzen in der Erde und an der Erdoberfläche herrührt. Nach den Berechnungen von A. S. Eve beträgt ihr Anteil an der Gesamtstrahlung mehr als 95 Proz., der Rest stammt von den in der Atmosphäre verteilten radioaktiven Stoffen. Mit zunehmender Erhebung über der Erdoberfläche muß daher die zu beobachtende durchdringende Strahlung von seiten der Erde abnehmen. Eve berechnet, daß in einer Höhe von 10 Metern über der Erde 83 Proz., in 100 m Höhe 36 Proz., in 1000 m Höhe nur mehr 0,1 Proz. der Strahlung vom Erdboden wirksam sind.

Beobachtungen der durchdringenden Strahlung von Th. Wulf am Eiffelturm und einige Versuche von Bergwitz und von Gockel im Freiballon haben aber keineswegs eine so rasche Abnahme der durchdringenden Strahlung mit der Höhe erkennen lassen.

Es kann dies zweierlei Ursachen haben: erstens kann außer den radioaktiven Substanzen der Erde ein anderer uns noch unbekannter Ionisator in der Atmosphäre wirksam sein und zweitens kann die Absorption der γ-Strahlen in Luft vielleicht viel langsamer erfolgen, als Eve bei seinen Berechnungen voraussetzte.

Es schien mir von Wichtigkeit, zunächst diesen zweiten Punkt experimentell zu prüfen. Denn direkte Messungen der Absorption der γ-Strahlen in Luft oder überhaupt in Gasen sind bis jetzt noch nicht gemacht worden. Der Absorptionskoeffizient λ der γ-Strahlen in Luft war bloß durch Extrapolation aus dem Dichtegesetz $\frac{\lambda}{D} = \text{const}$ gewonnen worden. Aus den Mc. Clellandschen Zahlen berechnet sich der Wert $\lambda = 0{,}000044$.

Die direkte Bestimmung des Absorptionskoeffizienten der γ-Strahlen in Luft wurde von mir in folgender Weise ausgeführt:

Auf einem Rasenplatze, etwa 100 m vom Wiener Radiuminstitut entfernt, wurde ein Wulfsches Elektrometer mit luftdicht aufgeschraubter Ionisierungskammer von 11,1 Liter Inhalt und axial angebrachtem Zerstreuungsstift aufgestellt. Die Kapazität betrug 7 cm, die Empfindlichkeit des Elektrometers 1,95 Volt pro Teilstrich der Okularskala. Vom Standplatze des Elektrometers aus erstreckte sich eine ebene Wiese 90 m weit, so daß die Strahlungsquelle, das Radiumpräparat in jeder gewünschten Distanz bis zu 90 m vom Apparat aufgestellt werden konnte.

Das Gelingen des Versuchs wird durch zweierlei Umstände erschwert: der beobachtete Effekt nimmt proportional mit dem Quadrate der Entfernung des Präparats vom Ionisationsraume ab, daher müssen Sättigungsströme von sehr verschiedener Größe miteinander verglichen werden, und zweitens hat jede geringe Schwankung der natürlichen Ionisation im Apparat eine Unsicherheit der Messung bei kleinen Effekten zur Folge.

Die Messung ist daher nur möglich, wenn größere Quantitäten Radium zur Verfügung stehen. Geht man mit dem Präparat bis zu 90 m Entfernung vom Versuchsgefäß und nimmt den bequem noch meßbaren Minimaleffekt bei der besprochenen Versuchsanordnung zu etwa 20 Volt pro Stunde an, so berechnet sich die erforderliche Minimalmenge zu etwa 700 Milligramm Radium (Element)[1]. Viel geringere Distanzen als 90 m zu nehmen, empfiehlt sich nicht, weil ja erst durch eine 50 m dicke Luftschicht eine Schwächung der Strahlung um 20 Proz. durch Absorption erreicht wird.

Es wurden 5 Versuchsreihen ausgeführt. Bei Nr. 1 standen 1020 mg, bei Nr. 2 und 3 je 920 mg, bei Nr. 4 und 5 je 1420 mg Radiumchlorid zur Verfügung. Die Präparate waren in Glasröhrchen eingeschmolzen und wurden behufs vollständiger Absorption der β-Strahlen zusammen noch in einem Bleizylinder von 3 mm Wandstärke eingeschlossen.

Bei Bestimmung der natürlichen Zerstreuung wurden die Radiumpräparate in einem eigenen hierfür bestimmten Kellerraum gebracht, der von meterdicken Betonwänden umgeben und vom Beobachtungsorte ca. 100 m entfernt ist. Die direkte Verbindungslinie zwischen diesem Aufbewahrungsorte und dem Standplatze des Apparates verläuft 20—30 m in der Erde, so daß eine merkliche γ-Strahlenwirkung der Präparate auf den Ionisationsraum ganz ausgeschlossen war.

Die Messungen verliefen in folgender Weise: Es wurden die Präparate in Abständen von 10, 20, 30, . . . bis zu 90 m vom Elektrometer aufgestellt und jedesmal der Sättigungsstrom als Mittelwert von 5—10 Einzelwerten bestimmt. Die natürliche Zerstreuung wurde vor und nach jedem Versuche genau gemessen und von dem beobachteten Effekte in Abzug gebracht.

Nennen wir die so ermittelten Ionisationsströme i_0, i_1, i_2 usw. und die zugehörigen Distanzen r_0, r_1, r_2 usw., so gelten natürlich die Beziehungen

$$i_1 r_1^2 = i_0 r_0^2 \cdot e^{-\lambda (r_1 - r_0)};$$
$$i_2 r_2^2 = i_0 r_0^2 \cdot e^{-\lambda (r_2 - r_0)} \text{ usw.,}$$

woraus dann der Absorptionskoeffizient der γ-Strahlen in Luft berechnet werden kann:

$$\lambda = \frac{\text{log. nat. } (i_0 r_0^2) - \text{log. nat. } (i_1 r_1^2)}{r_1 - r_0}.$$

1) Wien. Ber. IIa. **120**, Juli 1911.

Die Resultate sind in folgender Tabelle zusammengestellt:

Versuch	λ
Nr. 1	$0{,}458 \cdot 10^{-4}$
„ 2	$0{,}493 \cdot 10^{-4}$
„ 3	$0{,}415 \cdot 10^{-4}$
„ 4	$0{,}479 \cdot 10^{-4}$
„ 5	$0{,}389 \cdot 10^{-4}$
Mittelwert	$\lambda = \mathbf{0{,}447 \cdot 10^{-4}}$.

Die relativ großen Abweichungen in den Einzelwerten sind auf die unvermeidlichen Schwankungen der natürlichen Ionisation während der mehrstündigen Messungszeit zurückzuführen.

Die mittlere Temperatur betrug, bei den Versuchen $22^0 + 3^0$, der mittlere Luftdruck 750 mm + 2 mm.

Der gefundene Mittelwert von λ stimmt mit dem aus den Mc. Clellandschen Messungen für feste und flüssige Körper berechneten Absorptionskoeffizienten innerhalb 2 Proz. überein. Wenn auch diese Übereinstimmung in Anbetracht der Unsicherheit der Werte von λ für Blei eine zufällige genannt werden muß, so folgt doch aus meinen Versuchen, daß das Absorptionsvermögen der Luft für γ-Strahlen von Radium C wirklich derart ist, wie es Eve bei seinen Berechnungen voraussetzt: daß also die durchdringende Strahlung der Erde mit der Höhe rasch abnehmen muß und schon in 500 m Höhe nur mehr einige Prozent des Wertes am Erdboden zu erwarten wären.

In letzter Zeit habe ich auch Gelegenheit gehabt, Messungen der durchdringenden Strahlung in verschiedenen Höhen bei einer Freiballonfahrt auszuführen.

Als Meßinstrument diente der Wulfsche[1]) Strahlungsapparat, der von Günther & Tegetmeyer eigens für Ballonmessungen und Messungen unter Wasser vollkommen luftdicht und mit Temperaturkompensation versehen hergestellt wird. Die Wandstärke des Apparates ist 2 mm, so daß er allen bei Ballonfahrten vorkommenden Druckdifferenzen leicht gewachsen ist. Die Kapazität des Apparates beträgt 1,6 cm, der Rauminhalt 2039 ccm. Einem Spannungsabfall von 1 Volt pro Stunde entspricht somit eine Ionisierungsstärke von $q = 1{,}56$ Ionen pro ccm und Sek. (das Elementarquantum ist hierbei zu $e = 4{,}65 \cdot 10^{-10}$ E.S.E. angenommen).

Mehrere Tage vor dem Aufstiege machte ich mit diesem Apparate Strahlungsmessungen am Klubplatz des Österreichischen Aeroklubs, einem ebenen Rasenplatze, der im Prater in Wien gelegen ist. Hier ergaben sich folgende Werte von q:

1) Diese Zeitschr. **10**, 152, 1909.

23. Aug.	9—12	Uhr vorm.	$q = 35{,}9$ Ionen pro ccm u. sec.
26. „	10—12	„ „	$q = 35{,}4$ „ „ „
27. „	$10\frac{1}{2}$—$12\frac{1}{2}$	„ „	$q = 34{,}9$ „ „ „
28. „	$6\frac{1}{2}$—$7\frac{3}{4}$	„ „	$q = 32{,}3$ „ „ „

Der letztangeführte Wert wurde unmittelbar vor dem Aufstieg beobachtet.

Die verhältnismäßig hohen Werte von q sind hauptsächlich durch die Reststrahlung der Wände des Apparates verursacht. Um diese zu bestimmen, habe ich verschiedene Versuche zur Abschirmung der von außen kommenden durchdringenden Strahlung durch Versenken des Apparates unter Wasser und Messungen über Wasser ausgeführt. Diese Versuche, welche jedoch noch nicht abgeschlossen sind, ergaben für die Eigenstrahlung der Gefäßwände ungefähr einen Wert $q = 25$ Ionen/ccm/sec, so daß also die Außenstrahlung am Aufstiegsorte beiläufig 10 Ionen im Mittel erzeugte.

Die Ballonfahrt fiel in die Schönwetterperiode der zweiten Augusthälfte. Das Barometer zeigte schon ab 21. August langsam steigende Tendenz. In Wien gingen am 23. und 24. August kurze Gewitter nieder, aber schon am Nachmittag des 25. August trat wieder vollständige Aufheiterung ein, und es folgten fast wolkenlose Hochsommertage mit vorwiegend südlichen Winden.

Am 28. August um 8 Uhr früh wurde der Ballon „Radetzky“ des Österreichischen Aeroklubs (1200 cbm) mit Herrn Oberleutnant S. Heller als Führer und mir als einzigem Passagier von der Mannschaft der Militär-Aeronautischen Anstalt unter dem Kommando von Herrn Hauptmann Hoffory hochgelassen.

Da fast vollständige Windstille herrschte, blieb er unmittelbar nach dem Aufstieg in etwa 150 m Höhe über dem Klubplatze stehen und erst nach einer Viertelstunde begann er in langsamer Fahrt südöstlich über den Prater hin zu treiben. Kurz vor 9 Uhr drehte sich der Wind; der Ballon, der inzwischen unter der Einwirkung der Sonnenstrahlung auf 390 m gestiegen war, überquerte die Donau und nahm entlang des Stromes oberhalb des Inundationsgebietes den Kurs nach Nord bis Nordwest. Über Wien und den Wienerwald lagerte morgens leichter Nebel, der sich erst gegen $\frac{1}{2}$10 Uhr lichtete. Um 9^h 20 min wurde nach abermaliger Überquerung der Donau Klosterneuburg in einer Höhe von 550 m überflogen, dann stiegen wir auf 800 m und schlugen wieder einen mehr nördlichen Kurs ein. Die Donau wurde ein drittes Mal überflogen; bei Spillern waren wir in 900 m Höhe und erreichten schließlich über Schönborn-Mallebarn 1070 m (Seehöhe 1300 m). Die Landung erfolgte nach 11 Uhr bei Göllersdorf sehr glatt. Die durchflogene Strecke betrug ca. 45 km.

Während der ganzen Fahrt herrschte wolkenloser Himmel. Die Temperatur betrug um 7^h früh am Aufstiegsorte 17 Grade, die relative Feuchtigkeit 88 Proz. In der größten erreichten Höhe war die Temperatur im Schatten innerhalb des Ballonkorbes 28 Grade, die relative Feuchtigkeit 24 Proz.

Die Messungen im Ballon begann ich um 8^h 14 min und setzte sie bis 10^h 48 min fort. Nach der Landung wurden die Messungen sofort am Boden weitergeführt.

Die Befestigung des Apparates am Korbrande hat sich sehr gut bewährt: das Instrument war an einer kleinen Konsole angeschraubt, welche mittels übergreifender Haken am Korbrande eingehängt wurde. Eine Stellschraube gestattete genaue Horizontalstellung des Konsolbrettes. Die Beobachtungen konnten mit gleicher Sicherheit wie am Boden durchgeführt werden.

Die Isolation des Apparates war vor und nach der Fahrt gleich gut; der Ladungsverlust betrug 0,24 Volt pro Stunde.

Die Beobachtungsresultate sind in nachfolgender Tabelle zusammengestellt.

Beobachtungsresultate:

Zeit	Ort	Höhe	beobachtete Strahlung
6^h 30—7^h 45	Klubplatz des Aeroklubs (im Prater) . .	0	32,3 Ionen/ccm/sec
8^h 14—8^h 59	über Wien, längs der Donau	150—440 m	28,1 „
8^h 59—9^h 44	über Inundationsgebiet und Klosterneuburg	440—800 „	34,7 „
9^h 48—10^h 18	über Leitzersdorf, Hatzenbach	800—900 „	34,3 „
10^h 18—10^h 48	über Höbersdorf, Schönborn-Mallebarn .	900—1070 „	35,5 „
11^h 11—12^h 12	auf Stoppelfeld bei Göllersdorf (nach der Landung)	0	34,9 „

Im allgemeinen war also die Strahlung in der Höhe nicht wesentlich verschieden von der am Erdboden. Der in dem ersten Beobachtungsintervall gefundenen Abnahme der Strahlung um 4,6 Ionen ist, wie ich glaube, als Einzelwert nicht allzu große Bedeutung beizulegen. Meine Resultate, welche im Gegensatze zu den letzten Ballonbeobachtungen Gockels mit luftdichtem Apparate ausgeführt worden sind, stimmen mit denen Gockels sehr gut überein. Gockels Messungen ergeben, wenn man auf normalen Luftdruck korrigiert, sogar eine schwache Zunahme der Strahlung mit der Höhe. Nach den bisherigen Ergebnissen müßte man daran denken, daß außer den radioaktiven Substanzen der Erde noch andere Ionisatoren mit durchdringender Strahlung in der Luft wirksam sind und daß deren Wirksamkeit mit zunehmender Höhe wächst.

Den naheliegenden Einwand, daß sich der Ballon während der Fahrt infolge des starken umgebenden elektrischen Feldes mit radioaktiven Induktionen bedeckt und daß dadurch die höheren Strahlungswerte verursacht werden könnten, halte ich für unzutreffend, weil die Messungen nach der Landung unmittelbar neben der Ballonhülle einen durchaus normalen Strahlungswert ergaben.

Zur womöglichen weiteren Klärung der Frage nach dem Ursprung dieser durchdringenden Strahlung in den höheren Schichten der Atmosphäre werde ich in nächster Zeit eine weitere Ballonfahrt unternehmen, die sich über eine Nacht erstrecken soll.

Zum Schlusse möchte ich auch an dieser Stelle dem Präsidium des Österreichischen Aeroklubs, insbesondere Herrn Dr. Baron v. Economo für die unentgeltliche Gewährung der Fahrten und Herrn Oberleutnant Siegfried Heller von der Österreichischen Luftschifferabteilung für seine freundliche Unterstützung bei der Fahrt meinen herzlichsten Dank aussprechen.

Heinrich Löwy (Göttingen), Die Fizeausche Methode zur Erforschung des Erdinnern.

Die Versuche über die Ausbreitung elektrischer Wellen durch Gestein, welche ich in letzter Zeit mit Herrn Dr. Gotthelf Leimbach ausgeführt habe, bilden eine erste Grundlage zu einer elektrodynamischen Erforschung des Erdinnern. Ich habe diesen Plan zum erstenmal mit besonderer Hinsicht auf einen Nachweis des Wiechertschen Erdkerns entwickelt. Verschiedene Bedenken, die gegen ein so weit gestecktes Ziel geäußert wurden, haben mich veranlaßt, die näher liegende und für die Praxis wichtige Frage aufzugreifen, ob es möglich ist, Grundwasser und Erzlagerstätten mittels elektrischer Wellen nachzuweisen[1]). Während

1) Bei dieser Gelegenheit möchte ich erwähnen, daß ich nicht der erste bin, der diese naheliegende Anwendungsmöglichkeit der elektrischen Wellen bemerkt hat. Herr Geh. Rat R. Beck (Freiberg i. S.) hat mir kürzlich den Einblick in ein Manuskript gestattet, worin der Bergingenieur Trüstedt die Reflexion elektrischer Wellen zum Nachweis von Erz empfiehlt. Die Schrift trägt den Titel: „Vorschläge zu einer Methode, im Erzgebirge von Pitkäranta nichtmagnetische Erze, insbesondere Kupfererze, von der Tagesoberfläche aus durch die Geschiebedecke hindurch aufzusuchen bzw. nachzuweisen“. Datum: 21. Februar 1901.

es sich bei dem erstgenannten Problem um Distanzen von mehreren tausend Kilometern handelt, haben wir es hier mit Distanzen von höchstens einigen hundert Metern zu tun. Die Frage ist: 1. ob man hoffen kann, auf derartige Distanzen durch das Erdinnere hindurch zu telegraphieren, 2. ob die durch eingelagerte leitfähige Massen bedingten Reflexionen bzw. Absorptionen genügend deutlich ausgeprägt sind, um einen sicheren Nachweis zu ermöglichen.

Vom physikalischen Standpunkt bieten diese Fragen kaum etwas Neues. Es handelt sich da um wohlbekannte Erscheinungen, die nur unter etwas ungewohnten neuartigen Bedingungen betrachtet werden: nicht den klaren, wohl definierten Bedingungen des Laboratoriumsexperiments, sondern den komplizierten Bedingungen, die uns in der Natur entgegentreten. Bei der ungeheuren Mannigfaltigkeit dieser Verhältnisse ist zu befürchten, daß überhaupt eine klare Deutung der Meßergebnisse unmöglich sein würde. Die nähere Untersuchung lehrt, daß diese Befürchtung unbegründet ist. Die Verhältnisse sind kompliziert vom geologischen und petrographischen Standpunkt, sie sind es nicht vom elektrischen Standpunkt, der hier allein in Betracht kommt.

Den ersten Abschätzungen[1]), die ich in dieser Hinsicht unternommen habe, habe ich die Werte für gesteinsbildende Mineralien zugrunde gelegt, die ich im Landolt-Börnstein vorgefunden habe. Bei den Bergwerksversuchen, welche ich im Juli und im Dezember 1910 mit Herrn Dr. Leimbach ausgeführt habe, wurde zum erstenmal auf eine größere Distanz (1,8 km) durch inhomogenes Gestein hindurch telegraphiert. In einer neuen Arbeit[2]) habe ich die Frage nach der Durchlässigkeit der Erde unter Zugrundelegung eines umfassenderen Beobachtungsmaterials einer neuen Diskussion unterworfen. Ich habe die Leitfähigkeit und Dielektrizitätskonstante von 62 verschiedenen Gesteinen (und Erzen) und zwar in vollkommen trockenem Zustande bestimmt. Die Messungen ergaben für die überwiegende Mehrzahl der Gesteine Werte der Leitfähigkeit σ (der in Ohm gemessene Widerstand $w = \frac{10^{13}}{\sigma}$)

$$\sigma < 10^5 \text{ bzw. } \sigma < 10^2;$$

also für den Extinktionskoeffizienten β

$$\beta < 6 \cdot 10^{-7} \text{ bzw. } \beta < 6 \cdot 10^{-10};$$

das bedeutet, daß auf Distanzen von 10 bzw. 10000 km von der Antenne noch keine Extinktion der Wellen zu bemerken ist. Zu einem gleich günstigen Resultat führt die Berechnung des Reflexionsvermögens zwischen den verschiedenen Gesteinsarten[1]).

Hieraus ziehe ich den Schluß, daß es möglich sein muß, in sehr trockenen Gebieten auf große Distanzen durch das Erdinnere hindurch zu telegraphieren. Eine Durchquerung der großen Wüsten auf unterirdischem Wege scheint mir auf Grund dieser Abschätzungen möglich. An anderem Orte habe ich ausgeführt, daß man auch in unseren regenreichen Gegenden hoffen kann, in nicht allzu großer Tiefe auf Gebiete zu stoßen, wo die Werte für trockenes Gestein in Kraft treten[2]).

Das Aufsuchen von Grundwasser in sehr trockenen Gegenden, insbesondere in Wüsten, mittels Reflexion halte ich für ein fast gelöstes Problem. Die verhältnismäßig geringen Distanzen von einigen hundert Metern, auf die es hier ankommt, sind durch die bisherigen Versuche sichergestellt, und es bleibt nur zu untersuchen, ob die Diskontinuität zwischen dem Grundwasserspiegel und dem darüber befindlichen trockenen Gestein genügend ausgeprägt ist, um eine kräftige Reflexion zu ermöglichen. Das kann nur an Ort und Stelle entschieden werden. Bei der großen praktischen Wichtigkeit dieser Frage möchte ich anregen, einen derartigen Versuch etwa in der Libyschen Wüste, wo sich in Tiefen von 40—50 m weitausgedehnte Wasseransammlungen vorfinden, auszuführen. Es handelt sich da um Versuche, die jeder mit der Praxis der drahtlosen Telegraphie Vertraute machen könnte.

Die erste von mir angegebene Reflexionsmethode ist nur eine unter verschiedenen Möglichkeiten. Versuche mit zwei 8 m langen Harfenantennen, die auf jeden beliebigen Winkel gegen die Erdoberfläche eingestellt werden konnten, haben nun gezeigt, daß sich bei größeren Neigungswinkeln Reflexionen an der Erdoberfläche in störender Weise geltend machen. Um das zu vermeiden, liegt es nahe, Sende- und Empfangsantenne horizontal, knapp über dem Erdboden und zwar in paralleler Lage auszuspannen. Außer den reflektierten Wellen wirken auf den Empfänger auch die direkt an der Erdoberfläche entlang laufenden Wellen ein und man wird entweder diese direkten Wellen auszuschalten suchen (etwa durch Zwischenschalten eines Drahtes, wie bei den Zenneckschen Abschirmungsversuchen) oder aber

1) H. Löwy u. G. Leimbach, diese Zeitschr. 11, 697, 1910.

2) H. Löwy, „Dielektrizitätskonstante und Leitfähigkeit der Gesteine", Ann. d. Phys. 36, 125, 1911.

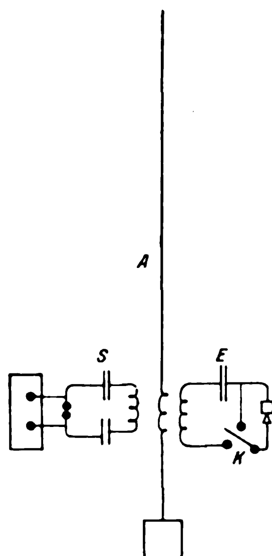
1) H. Löwy, l. c., S. 132.

2) H. Löwy, „Systematische Erforschung des Erdinnern mittels elektrischer Wellen", Zeitschr. f. prakt. Geologie 19, 279, 1911.

ihre Interferenz mit den reflektierten Wellen zum Nachweis benützen[1]).

In dem Bestreben, die Wirkung der direkten Wellen zu eliminieren, bin ich auf folgenden Gedanken gekommen: Ein Sender, der imstande wäre, als Empfänger der von ihm ausgesandten Wellen zu fungieren, könnte natürlich — bei Abwesenheit anderer Sender — nur auf reflektierte Wellen reagieren. Nun ist es aber sehr leicht, einen derartigen „Sender-Empfänger" zu konstruieren: man legt einfach durch einen Kontaktapparat abwechselnd den Sende- und Empfangsapparat an die Antenne. Bedingung ist, daß der Empfänger nicht früher an die Antenne angelegt wird, als bis die Senderschwingung vollkommen erloschen ist; eine einfache Abschätzung zeigt, daß das für die in Betracht kommenden Kontaktwechsel im allgemeinen möglich sein muß. Die Anordnung, auf die ich so geführt wurde, ist das elektrische Gegenstück zur bekannten Fizeauschen Methode zur Bestimmung der Lichtgeschwindigkeit. Zugleich ist eine Methode zum simultanen Geben und Empfangen gefunden, was für die Praxis der drahtlosen Telegraphie von Wert sein könnte.

Ich habe einen Vorversuch für den Fall induktiver Schaltung ausgeführt. S ist der Sender,



E der Empfänger, A eine ca. 15 m hohe geerdete Antenne; K der Kontaktapparat, der den Empfangskreis abwechselnd schließt und öffnet. Einem freundlichen Vorschlage von Herrn Dr. H. Busch folgend, habe ich den Synchronismus zwischen S und E in der Weise hergestellt, daß der Kontaktapparat auf die Achse des Quecksilberturbinenunterbrechers im Primärkreis des Sender-Induktors gesetzt wurde. Mit dieser Anordnung habe ich im Institut für angewandte Elektrizität in Göttingen Signale aus der benachbarten „Versuchsstation für Marine und Heer" bei gleichzeitigem Betrieb des Senders auffangen können. Mit der Fizeauschen Methode wird es von Wüsten aus vielleicht gelingen, sehr große Tiefen des Erdinnern elektrodynamisch zu erforschen.

1) Für praktische Zwecke wird speziell diese letzte Methode in Betracht kommen. Man sieht leicht ein, daß bei den in der Praxis vorkommenden Fällen die Wellen interferenzfähig sind.

Diskussion.

Zenneck: Darf ich den Vortragenden fragen, welche Versuche er eigentlich durch das Erdinnere hindurch tatsächlich gemacht hat?

Löwy: Die größte Distanz, die wir bisher durch inhomogenes Gestein (Salz, Anhydrit und Ton) genommen haben, ist 1,8 km. (Zenneck: Und die Antennen?) Wir haben horizontale Antennen von 2×80 m verwendet. Quantitative Versuche haben wir nicht gemacht. Aus dem Umstande, daß wir bei ca. 0,8 Amp. in der Sendeantenne den Empfang mit Zeigergalvanometer registrieren konnten, geht aber hervor, daß wir bei jenem Versuche (zwischen den Kaliwerken in Ronnenberg und Weetzen) — wenn es die äußeren Umstände zugelassen hätten — die Distanz um ein Bedeutendes hätten vergrößern können.

Zenneck: Ob man 1,8 km als größte Entfernung bei einer Antenne von 2×80 m Länge als einen Erfolg oder Mißerfolg bezeichnet, hängt wohl von dem Standpunkt ab.

Löwy: Die geringen Distanzen von 100 bis 200 m, die in der Praxis beim Nachweis von Grundwasser (durch eine Reflexionsmethode) in Betracht kommen, sind durch die bisherigen Versuche sichergestellt. Aber auch die Überwindung sehr großer Distanzen durch vollkommen trockenes Gestein, halte ich auf Grund der erwähnten Leitfähigkeitsmessungen für möglich. Fraglich bleibt nur, ob man in unseren feuchten Gegenden in praktisch zugänglichen Tiefen Gebiete von der erforderlichen Trockenheit erreichen kann. Diese Frage kann natürlich nur durch direkte Fernversuche an möglichst vielen Punkten der Erde entschieden werden.

Zenneck: Nun, ich wünsche Ihnen zu Ihren Versuchen alles Glück.

Boas: Wenn ich richtig verstanden habe, sollte dieselbe Antenne, die zum Geben benutzt wurde, auch zum Empfang benutzt werden. (Löwy: Ja.) Nun hat der Vortragende gesagt,

daß er periodisch die Antenne einmal an dem Empfangskreis und dann an den Sendekreis ankoppelt. Die Zeit von Unterbrechung zur Unterbrechung müßte da noch so klein sein, daß sie innerhalb einer Schwingungsperiode liegt. (Löwy: innerhalb der Zeit, in der eine Gruppe von Senderschwingungen hinreichend abgeklungen ist.) Es handelt sich um eine Zeit von der Größenordnung von $^1/_{10000}$ bis $^1/_{100000}$ Sekunde, in der die Unterbrechungsvorrichtung die Verbindung herstellen und wieder trennen müßte.

Löwy: Die Fizeausche Methode ist bei geringen Distanzen der reflektierenden Fläche nicht anwendbar, weil da der Kontaktapparat zu rasch arbeiten müßte; sie ist bei den derzeit vorhandenen Kontaktapparaten nur zu einer theoretischen Erforschung des Erdinnern ab 10000 m brauchbar. Zu praktischen Zwecken wird man sich der Interferenzmethode bedienen.

Boas: Zum Empfang der von derselben Antenne ausgesandten Schwingung ist die Zeit zu kurz, um in technisch einwandfreier Weise hergestellt zu werden.

Löwy: Ja, aber nur bis zu etwa 10 km.

R. Müller-Uri (Braunschweig), Neue Vorlesungsapparate.

Das Demonstrationsvolumeter nach Wolfenson mit Fernskala D. R. G. M. soll zur Ermittlung des spezifischen Gewichts fester Körper dienen. Es ermöglicht genaue Feststellungen und wird bei Vorlesungen mit Vorteil verwendet, weil die fernhin sichtbare Skala die Erkennung des Meniskusstandes für das ganze Auditorium erleichtert. Das Meßrohr des Apparats, mit Volumteilung für 30 ccm und mit Unterteilung in 0,1 ccm, sitzt auf dem weiten zylindrischen Behälter, dessen herausnehmbarer Boden durch ein trommelförmiges Schliffstück gebildet wird. Auch die obere Öffnung des Meßrohrs wird durch einen feingeschliffenen Glasstopfen verschlossen. Für den Versuch wird der Apparat mit einer fluoreszierenden Lösung bis zum Nullpunkte der Teilung gefüllt. Dann setzt man den Meßrohrstopfen ein, kehrt den Boden nach oben, entfernt den Fußschliff, der den Boden des Apparats bildet, und führt den gewogenen Versuchskörper ein. Nachdem man sodann den Bodenschliff wieder eingedreht hat, wird der Apparat umgekehrt und auf das Stativ, zwischen die beiden Leisten mit den Fernskalen, gestellt, worauf man abliest. Bei vorsichtiger Handhabung wird jeder Flüssigkeitsverlust vermieden und der abgelesene Volumwert vollkommen richtig sein. Dem Apparate wird die nötige Lösung beigegeben.

Das Patent Coulombmeter nach W. Stephan zur Bestimmung des elektrischen Äquivalents ohne Wägung ist, seitdem es im vorigen Jahre herausgebracht wurde, weiter ausgearbeitet worden; es kann bei entsprechender Wahl des Kapillarrohrlumens jeder zur Verfügung stehenden Stromspannung angepaßt werden. Die Dauer eines Versuchs beträgt bei Verwendung dieses Apparats nur wenige Minuten. Es ist daher durch dieses Verfahren die Möglichkeit geschaffen, in einer Stunde mehrere zusammenhängende Messungen durchzuführen und auszuwerten. Da die langwierige Behandlung der Kathode und ihre Wägung fortfällt — weil an Stelle dieser Verrichtungen die Messung eines elektrischen Widerstands getreten ist — gewinnen die Versuche so außerordentlich an Einfachheit und Kürze.

Die Original-Kanalstrahlen-Röhre nach W. Wien und die Modifikation von Graetz. Bekanntlich gestattet das Wiensche Originalmodell die positiven und die negativen Ladungen der Kanalstrahlen zu zeigen. Der Trommelkörper mit der Siebplatte wird geerdet, der Aluminiumdraht ist Anode. Verbindet man nun die nächstgelegene Scheibenelektrode mit der Kathode eines gut isolierten Induktors, so gehen die Kathodenstrahlen durch die Öffnungen der Siebtrommel zur Elektrodenscheibe und zeigen, wenn letztere mit einem empfindlichen Galvanometer verbunden ist, einen Strom negativer Elektrizität an. Legt man aber die Kathode des Induktors anstatt an die Elektrodenscheibe an die vorher geerdet gewesene Siebtrommel, so wird man dann durch die austretenden Kathodenstrahlen einen Strom positiver Elektrizität erhalten. Dieses Modell (D.R.G.M.) ist nun durch Prof. Graetz zur Demonstration des Unterschieds zwischen Kanal- und Kathodenstrahlen verwendet worden. Zu diesem Zwecke wurde ein pilzartiger Schirm, dessen Oberfläche mit einer sehr empfindlichen Salzschicht bedeckt ist, eingebaut. Dieser Belag leuchtet unter dem Einflusse der Kathodenstrahlen blau, durch die auftreffenden Kanalstrahlen aber rot auf.

Hochvakuumröhren zum Selbstevakuieren während der Vorlesung. Nachdem neuerdings nicht nur die physikalischen Institute der Hochschulen, sondern auch viele Kabinette höherer Anstalten mit irgendeiner Form der schnell arbeitenden Luftpumpen ausgestattet worden sind, wünscht man auch gelegentlich eine der elektrischen Hochvakuumröhren während der Vorlesung zu evakuieren und die mit Hilfe der fertigen Apparate gezeigten Erscheinungen unter den Augen der Hörer entstehen zu lassen. Hierzu eignen sich am besten die mit einem gutgeschliffenen Vakuumhahn ver-

sehenen Modelle. Hier möchte ich als Beispiel anführen: die nach Gretschels Broschüre benannten Crookesröhren Nr. I mit dem Dunkelraum, Nr. IV mit leuchtenden Mineralien, Nr. VIIa und b die mit 4 Elektroden versehenen Kugeln mit hohem oder niederem Vakuum, Nr. IX die konische Schattenkreuzröhre, Nr. XI das laufende Rad, Nr. XIV der Phosphoreszenzschirm mit einem Schlitz, Nr. XVI die Röhre mit dem magnetisch ablenkbaren Lichtfaden, Nr. XXI die Kugel mit der Glühfolie im Fokus der Konkavelektrode und eine Reihe anderer Konstruktionen nach Puluj, Geißler u. a.

Auch die Radiometer nach Crookes werden in dieser Weise ausgeführt und ich habe von diesen Lichtmühlen nur zwei, die einfachste Originalform und eine neue sehr komplizierte Form mit Vakuumhahn, unter Ihre Augen gebracht. Eine ganz neue Radiometerform ist das sogenannte Anemometer nach Bergen-Davis für elektrodenlose Entladungen. Dieser Apparat ist ganz aus Glas hergestellt und die Flügel des Rotationskreuzes sind halbzylindrisch geformt. Um diesen Apparat hält man eine aus nur wenigen Windungen bestehende Drahtspule, die mit Flaschenkapazität und Funkenstrecke verbunden ist. Hierbei werden Oszillationen erregt, die bei genügender Stärke eine helle Entladung und eine schnelle Drehung des Flügelkreuzes erzeugen. Der ganze Apparat erwärmt sich dabei so beträchtlich, daß man den Versuch nur kurze Zeit fortsetzen darf.

Endlich möchte ich noch zweier Apparate erwähnen, die durch meinen verehrten Freund Pizzarello mit erheblichen und interessanten Verbesserungen versehen worden sind. Ich konnte davon nur einen, die modifizierte Fallmaschine nach Atwood, mitbringen und aufstellen. Bei dieser ganz in Metall gearbeiteten Maschine ist eine vorzüglich wirkende Auslösung und das Rad, welches ohne Reibung läuft, hervorzuheben. Der Lauf des Rades ist dermaßen leicht, daß es, einmal angestoßen, reichlich 10 Minuten rotiert. Infolge dieser Vervollkommnungen genügt eine winzige Gewichtszulage um das Fallgewicht zum Ablauf zu bringen. Eine andere neue Einrichtung desselben Gelehrten ist für das Exner-Elektrometer konstruiert worden, doch befindet sich die Serie der Hilfsapparate noch in Arbeit. Mit Hilfe dieser Ergänzungen wird es möglich, jede Spannungsgröße von der höchsten bis zur allergeringsten zu bestimmen bzw. zu messen. Diese Einrichtung hoffe ich bei einer nächsten Gelegenheit zeigen zu können.

Diskussion.

Goes: Ich wollte fragen, ob bei Ihren Röhren die Anbringung eines Schlauches vor den Hähnen genügt, oder ob angeschmolzen werden mußte. Die Anwendung von Schläuchen gestattet gewöhnlich nicht ein hohes Vakuum.

Müller-Uri: Oh doch, es wird natürlich vorausgesetzt, daß es ein guter Schlauch ist. Aber nach den Versuchen des Herrn Gaede mit der Kapselluftpumpe, die wir neulich hier gesehen haben, genügt ev. ein minderguter Schlauch für derartige Vorlesungsversuche, welche hier gemeint sind und bei welchen während der Evakuierung mittels der Kapselpumpe kleine Luft- bzw. Gasmengen zugelassen wurden.

A. Eucken (Berlin), Die Wärmeleitfähigkeit einiger Kristalle bei tiefen Temperaturen.

Meine Herren! Vor einiger Zeit wies ich darauf hin[1]), daß die Wärmeleitfähigkeit der Kristalle bei abnehmender Temperatur stark wächst. Es hatte sich gezeigt, daß der reziproke Wert der Leitfähigkeit, der sogenannte thermische Widerstand, angenähert proportional der absoluten Temperatur ansteigt, daß also der thermische Widerstand der Kristalle ebenso verläuft, wie der elektrische Widerstand reiner Metalle. Damals waren die Versuche nur bis zur Temperatur der flüssigen Luft ausgedehnt, und es schien jetzt von Interesse, zu untersuchen, wie sich der thermische Widerstand bei noch tieferen Temperaturen verhält.

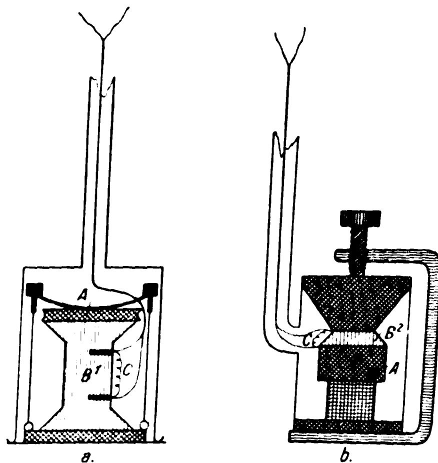
Theoretisch ist die Untersuchung der Wärmeleitfähigkeit bei sehr tiefen Temperaturen deshalb von besonderem Interesse, weil wir infolge des Verlaufs der spezifischen Wärmen annehmen müssen, daß in einem festen Körper in der Nähe des absoluten Nullpunktes die weitaus größte Mehrzahl der Atome keine Wärmebewegungen mehr ausführt. Wenn aber die Atome eines Körpers sich selbst nicht bewegen, sollte man zunächst erwarten, daß auch eine Wärmeübertragung nicht mehr möglich sei. Von Wichtigkeit war es daher, insbesondere einen Körper bei einer Temperatur zu untersuchen, wo seine spezifische Wärme bereits sehr nahe gleich null ist. Nach Messungen Nernsts[2]) besitzt nun der Diamant bei der Temperatur des flüssigen Wasserstoffs eine verschwindend kleine spezifische Wärme, d. h. sämtliche Atome ruhen bei dieser Temperatur, und es war daher die Frage zu entscheiden: Besitzt der Diamant bei der Temperatur des flüssigen Wasserstoffs eine endliche Wärmeleitfähigkeit? Die Versuche, obgleich beim Dia-

1) Ann. d. Phys. (4) **34**, 185, 1911.
2) Berl. Ber. 1911, 498; Ztschr. f. Elektroch. **17**, 822, 1911; Ann. d. Phys. (4) **36**, 418, 1911.

manten noch von qualitativem Charakter, haben ergeben, daß der Diamant nicht nur bei höheren, sondern auch bei den tiefsten Temperaturen sehr gut leitet. Wir müssen daher annehmen, daß die Intensität der Bewegung der Moleküle im festen Körper mit der Wärmeübertragung nicht im Zusammenhang steht. Daraus ergeben sich vielleicht einige Erweiterungen unserer Kenntnis der Natur der Wärme in festen Körpern.

Ferner wurden Messungen an Bergkristall und Sylvin zwischen 20 und 273° ausgeführt, die die wenigstens angenäherte Gültigkeit der oben erwähnten Gesetzmäßigkeit auch in diesem Temperaturintervall bestätigen. Hier ist also das Ergebnis ähnlich, vielleicht sogar noch auffallender wie beim Diamanten: Je geringer die Intensität der Molekularbewegung, desto besser ist die Wärmeübertragung.

Die Messungen am Bergkristall (⊥ zur Achse) und Sylvin erfolgten mit Hilfe des in Fig. 1 a abgebildeten Apparates. Der kupferne,



A Heizkörper, *B'* Körper aus Bergkristall, *B''* Diamantplatte, *C* Thermoelement.

Fig. 1.

mit einem Widerstandsdraht bewickelte Heizkörper *A* wurde durch eine Feder an den Versuchskörper *B* angepreßt; die Hauptmenge der elektrisch entwickelten Wärme floß durch den Körper *B*, in dem sich nach einiger Zeit also ein stationäres Wärmegefälle ausbildete. Der Versuchskörper *B* besaß die Gestalt einer Garnrolle, die gewählt war, um von mangelhaften Wärmekontakten an den Übergangsstellen zwischen Metall und Versuchskörper unabhängig zu sein, denn selbst wenn an einigen Stellen der Wärmekontakt schlecht war, durfte man annehmen, daß die Wärmestromlinien in dem zylindrischen Teil des Körpers gleichmäßig parallel verliefen. Die Berührungsstellen zwischen Metall und Versuchskörper waren mit Zinnamalgam bestrichen, das der Güte des Wärmekontaktes sehr förderlich war. Das Wärmegefälle wurde während des stationären Wärmeflusses mit Hilfe eines geeichten Kupfer-Konstantanthermoelementes gemessen, dessen Lötstellen sich in Bohrungen des Versuchskörpers befanden. Die Apparatur eignet sich nur zu Relativmessungen, da wegen der Weite der Bohrungen der genaue Abstand der Thermoelemente nicht zu ermitteln war; es wurden daher die Werte bei 0° aus früheren Messungen zugrunde gelegt. Wärmeverluste durch Ableitung durch das umgebende Gas wurden durch Beobachtungen mit verschiedenen Gasfüllungen elimimiert.

Die Resultate der bisherigen Beobachtungen sind in Tab. 1 und Fig. 2 wiedergegeben. Der Verlauf des thermischen Widerstandes erweist sich wiederum wenigstens bei höherer Temperatur der absoluten Temperatur angenähert proportional, bei tiefen Temperaturen treten indessen, insbesondere beim Bergkristall, starke

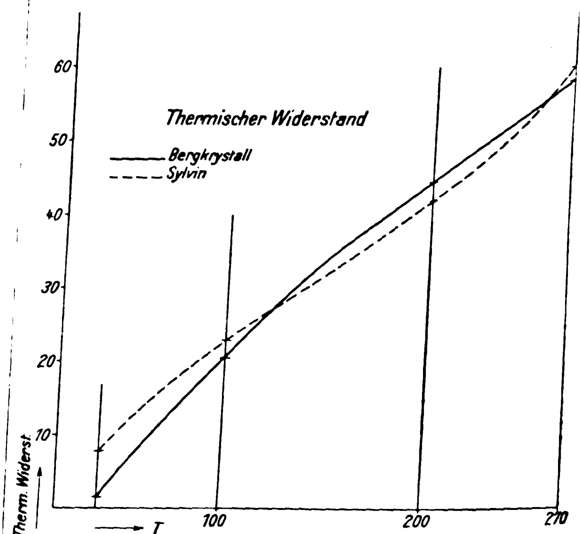


Fig. 2.

Tabelle 1.

Thermischer Widerstand (App. a).

	Bergkristall ⊥		Sylvin
	Versuchsreihe I	Versuchsreihe II	
273°	(57,8)	(57,8)	(60,0)
196	42,7	45,8	42,0
88	20,0	21,1	23,0
Flüssiger Wasserstoff	1,75 (22°)	1,96 (23°)	8,55 (23,1°)
	1,64 (21,6°)	1,78 (22,3°)	8,02 (22°)
	1,47 (21°)	1,68 (21,9°)	7,15 (21°)
		1,57 (21,4°)	

Abweichungen hervor, diese sind derart, daß der thermische Widerstand hier zunächst sehr viel stärker wächst, als einem linearen, der Temperatur proportionalen Verlauf entsprechen würde.

Auffallend ist die starke Änderung, die der thermische Widerstand noch in dem engen Gebiet von 21 bis 23° ab aufweist. Dieselbe wurde festgestellt, indem in den Heizkörper verschieden große Energiemengen hineingeschickt wurden, so daß das Thermoelement auch verschieden große Temperaturdifferenzen zeigte. Bei einem mit der Temperatur prozentualiter nur wenig veränderlichen Wärmeleitvermögen sind diese Temperaturdifferenzen der hineingesandten Energie proportional; hier indessen traten sehr erhebliche Abweichungen hervor. Die Änderung des Wärmeleitvermögens im Intervall 21 bis 23° entspricht übrigens recht gut dem Verlauf der in Fig. 2 ausgezogenen Kurve.

Die starke Zunahme des Wärmeleitvermögens bei sinkender Temperatur war sehr augenfällig durch die Schnelligkeit der Erreichung des stationären Wärmeflusses. Bei 273° betrug die Einstellungsdauer etwa 20′, bei 20° erfolgte die Einstellung fast momentan. Allerdings wird diese Erscheinung auch sehr durch die starke Abnahme der spezifischen Wärme bedingt.

Für die Messung der Wärmeleitfähigkeit des Diamanten mußte ein besonderer Apparat (Fig. 1b) angefertigt werden. Es stand mir ein kleiner geschliffener Diamant zur Verfügung mit zwei annähernd parallelen Flächen von 0,2 und 0,5 qcm Größe; ihr gegenseitiger Abstand betrug 0,13 cm. Die Diamantplatte befand sich zwischen dem Heizkörper und einem konischen Kupferstück; auf einen guten Wärmekontakt, auf den es hier besonders ankam, da die Temperaturmessung außerhalb des zu untersuchenden Körpers erfolgen mußte, wurde gleichfalls durch die Verwendung von *Sn*-Amalgam hingewirkt. Der Heizkörper ruhte auf einem kleinen Zylinder aus Quarzglas, dessen geringe Wärmeleitfähigkeit nur einen äußerst kleinen Wärmeverlust bedingt, und dessen geringe thermische Ausdehnung für die Aufrechterhaltung eines guten Wärmekontaktes bei tiefen Temperaturen günstig war. Von außen wurde die Heizvorrichtung, wie bei den früher benutzten Apparaten, durch eine kräftige Eisenfeder mit einer Schraube zusammengepreßt.

Tabelle 2.
Wärmeleitfähigkeit (App. b).

	Diamant			Bergkristall[1])	Glas
	Versuchsreihe I	Versuchsreihe II	Versuchsreihe III		
345°	0,32	0,41	—	—	—
273	0,30	0,39	0,29	0,0168 (0,0173)	0,0029
196	0,32	0,42	—	0.0216 (0,0225)	—
88	0,25	0,40	0,26	0,0454 (0,0481)	0,00157
21	—	0,30	0,14	0,135 (0,60)	0,00144

1) Eingeklammert die Versuche mit App. I.

Die mit dem Apparat erhaltenen Resultate sind in der Tab. 2 verzeichnet. Die Versuche mit dem Diamanten wurden mehrfach wiederholt — jedesmal wurde der Apparat geöffnet, der Stein herausgenommen und neu eingelegt —, erweisen sich indessen als mangelhaft reproduzierbar, insbesondere bei tieferen Temperaturen. Dieses Ergebnis ist bei der außerordentlich hohen Leitfähigkeit und der geringen Dicke des untersuchten Diamanten nicht überraschend, machen sich doch bei viel schlechter leitenden Körpern ohne besondere Vorsichtsmaßregeln die in der Übergangsschicht befindlichen thermischen Widerstände höchst störend bemerkbar. Es sei darauf hingewiesen, daß das in der Zwischenschicht befindliche Amalgam, dessen Schichtdicke nicht genau zu ermitteln war, sehr viel schlechter leitet als der Diamant selbst; eine Änderung der Schichtdicke des Amalgams um $^1/_{10}$ mm würde bereits das Resultat um etwa 25 Proz. ändern. Immerhin ist aus den Versuchen zweifellos mit hinreichender Sicherheit das qualitative Resultat zu entnehmen, daß die Wärmeleitfähigkeit des Diamanten sehr groß ist und sich mit der Temperatur wenig ändert. Bei Versuchsreihe II tritt die Konstanz ausgeprägter als bei den anderen Versuchen zutage, zugleich ergibt sich hier ein besonders hoher Wert für die Wärmeleitfähigkeit. Ich möchte allein deshalb dieser Versuchsreihe einen besonderen Wert beimessen, da ein Fehler bei der benutzten Apparatur eher zu kleine, als zu große Werte für die Wärmeleitfähigkeit verursachen würde.

Eine Stütze für die Annahme, die gefundene Abnahme der Wärmeleitfähigkeit sei nur eine scheinbare, bietet eine Kontrollmessung mit einem Bergkristallplättchen von ähnlicher Gestalt wie der Diamant. Es zeigt sich (vgl. Tab. 2), daß der Apparat in der Tat erheblich zu niedrige Werte liefert. Natürlich treten die Fehler nur bei sehr gut leitenden Substanzen und hauptsächlich bei tiefen Temperaturen zutage. Solange daher der Quarz (bei höherer Temperatur) verhältnismäßig schlecht leitet, stimmen die mit ihm erhaltenen Werte befriedigend mit denen des Apparats a überein. Erst bei + 20° tritt eine sehr erhebliche Abweichung zutage, denn der gefundene Wert ist etwa viermal zu klein. Würde man annehmen, der Wert für Diamant bei 20° 0,14 sei gleichfalls etwa viermal zu

klein, so würde der wahre Wert etwa 0,5 ÷ 0,6 betragen. Da kein Kristall existiert, der bei höherer Temperatur eine ähnlich hohe Leitfähigkeit besitzt wie der Diamant, konnte hier kein Vergleich mit einer Substanz angestellt werden, die gleichzeitig in einem exakter arbeitenden Apparat untersucht werden konnte.

Obgleich das Ergebnis, daß die Wärmeleitfähigkeit des Diamanten sehr groß, etwa 0,5 (Silber = 1) ist und von der Temperatur wenig abhängt, qualitativ wohl vollständig sichergestellt ist, wird es von großem Interesse sein, die Messungen an einem günstiger geformten, vor allem an einem größeren Stein zu wiederholen.

Ferner war es von Interesse, das Verhalten einer amorphen Substanz bei der Temperatur des flüssigen Wasserstoffs zu prüfen. Untersucht wurde gewöhnliches Fensterglas. Die Wärmeleitfähigkeit nimmt bei sinkender Temperatur in Übereinstimmung mit meinen früheren Ergebnissen zunächst stark ab (von 273 bis 83° auf etwa die Hälfte), zwischen 83 und 21° sinkt sie indessen nur noch um etwa 10 Proz., so daß man hier vielleicht vermuten darf, die Leitfähigkeit strebe einem konstanten Endwert zu.

Schließlich möchte ich mir noch einige Bemerkungen zu den Arbeiten mit dem flüssigen Wasserstoff erlauben. Die Herstellung desselben erfolgte mit Hilfe der von Nernst[1]) angegebenen Apparatur, die stets regelmäßig arbeitete und in der Stunde etwa 300 cm lieferte. Es empfiehlt sich, das den flüssigen Wasserstoff enthaltende Dewargefäß in ein weiteres mit flüssiger Luft gefülltes Gefäß zu stellen. Dann hält sich der flüssige Wasserstoff etwa ebenso lange, wie flüssige Luft in dem gleichen Dewargefäß ohne äußeren Schutz.

Befand sich der Apparat daher einmal in dem Wasserstoffbade, so wurde der flüssige Wasserstoff fast nur infolge der zum Versuch notwendigen elektrischen Heizung verdampft. Um bei der außerordentlich hohen Wärmeleitfähigkeit der Mehrzahl der untersuchten Substanzen und bei der im Vergleich zu hohen Temperaturen geringen Empfindlichkeit des Thermoelementes einen hinreichenden Ausschlag zu erzielen, war die elektrische Energie, die zugeführt werden mußte, nicht gering, so daß bei jeder Versuchsreihe trotz raschen Arbeitens (man beachte die geringe Verdampfungswärme des H_2!) mehrere 100 ccm flüssigen Wasserstoffs verbraucht wurden.

Im übrigen ist zu betonen, daß das Arbeiten mit flüssigem Wasserstoff nicht die geringste Schwierigkeit verursacht; speziell bei den Wärmeleitfähigkeitsmessungen an Kristallen empfindet man sogar die durch die Größe der Wärmeleitfähigkeit und Kleinheit der spezifischen Wärme bedingte Schnelligkeit der Einstellung als besondere Annehmlichkeit.

1) Zeitschr. f. Elektrochemie **17**, 735, 1911.

L. Geiger (Göttingen), Konstitution des Erdinnern, erschlossen aus dem Bodenverrückungsverhältnis der einmal reflektierten zu den direkten Longitudinalwellen. (Vergl. hierzu den gleichlautenden Aufsatz von L. Geiger und B. Gutenberg, diese Zeitschr. **12**, 814, 1911.)

M. Laue (München), Bemerkungen zum Hebelgesetz in der Relativitätstheorie.

Eins der schönsten Ergebnisse der Relativitätstheorie ist wohl der Satz von der Trägheit der Energie; seine allgemeinste Formulierung hat Herr Planck vor 3 Jahren in Köln vorgetragen[1]). Sie behauptet, daß, wo immer eine Energieströmung von der Dichte $\mathfrak{S}$ auftritt, stets mit ihr eine Bewegungsgröße verbunden ist, welche, auf die Volumeneinheit bezogen, den Betrag

$$\mathfrak{g} = \frac{\mathfrak{S}}{c^2} \qquad (1)$$

hat; c ist dabei die Lichtgeschwindigkeit im leeren Raum. Für die Elektrodynamik hat schon 1903 Abraham diese Beziehung aufgestellt und diskutiert[2]); eine Anwendung auf die Mechanik gab Planck in seinem Kölner Vortrag. Ich möchte Ihnen heute eine weitere Folgerung aus diesem Satze vortragen.

Wir gehen dazu aus von einem Vergleiche der relativistischen Mechanik mit der Newtonschen. An der Spitze der letzteren steht der Impulssatz, welcher die Kraft $\mathfrak{K}$ mit dem Impuls $\mathfrak{G}$ eines Körpers in die Beziehung

$$\mathfrak{K} = \frac{d\mathfrak{G}}{dt} \qquad (2)$$

setzt. Von ihm nicht unabhängig, aber doch in vieler Beziehung koordiniert, ist der Flächensatz, daß die Zunahme des Drehimpulses $\mathfrak{L}$ gleich dem auf den Körper ausgeübten Drehmoment $\mathfrak{N}$ ist:

$$\mathfrak{N} = \frac{d\mathfrak{L}}{dt}. \qquad (3)$$

Beide Beziehungen behält die Relativitätstheorie bei. Sogar die Definition des Drehimpulses läßt sich in einer für beide Theorien gültigen Weise angeben. Bedeutet nämlich $\mathfrak{r}$ den Radiusvektor von einem beliebigen festen Raum-

1) M. Planck, diese Ztschr. **9**, 828, 1908; Verhandl. d. D. phys. Ges. **6**, 728, 1908.
2) M. Abraham, Ann. d. Phys. **10**, 105, 1903.

punkte nach dem materiellen Volumelement dV, so ist

$$\mathfrak{L} = \int [\mathfrak{r}\mathfrak{g}]\,dV. \tag{4}$$

Der ganze Unterschied zwischen den Theorien liegt in den Aussagen über den Impuls. Nach der Newtonschen Mechanik ist dieser mit der Massendichte μ und der Geschwindigkeit $\mathfrak{q}$ verknüpft durch die Beziehung

$$\mathfrak{g} = \mu\mathfrak{q}, \tag{5}$$

während in der Relativitätstheorie an deren Stelle der Satz von der Trägheit der Energie (1) tritt.

Nach (5) ist die Impulsdichte stets parallel zur Geschwindigkeit. Für den Energiestrom $\mathfrak{S}$ gilt aber nichts Ähnliches. Denken Sie etwa an einen Treibriemen; die durch seine Spannung vermittelte Energieströmung erfolgt hier entgegen der Geschwindigkeit; oder denken Sie an eine rotierende Welle; sie vermittelt durch ihre Torsion einen Energietransport senkrecht zur Geschwindigkeit der materiellen Teile. Im allgemeinen kann der von den elastischen Spannungen verursachte Leitungsstrom der mechanischen Energie jede beliebige Richtung gegen die Geschwindigkeit haben. Freilich überwiegt ihn weit der Konvektionsstrom der in der Materie ruhenden Energiearten, so daß als eine meist durchaus hinreichende Näherung die Parallelität von Impulsdichte und Geschwindigkeit bestehen bleibt. Dennoch hat es ein Interesse, z. B. für die Theorie des Tronton-Nobelschen Versuchs, die Konsequenzen zu verfolgen, welche diese Abweichung nach sich zieht. Nach (4) ändert sich der Drehimpuls eines gleichförmig und rein translatorisch fortschreitenden Körpers, dessen Gesamtimpuls

$$\int \mathfrak{g}\,dV = \mathfrak{G}$$

ist, pro Zeiteinheit um

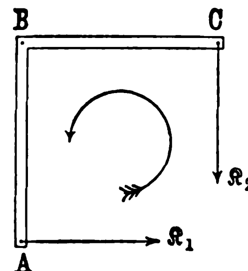
$$\frac{d\mathfrak{L}}{dt} = [\mathfrak{q}\mathfrak{G}]. \tag{6}$$

Denn der Radiusvektor $\mathfrak{r}$ wächst für jedes Volumenelement dV in der Zeit dt um $\mathfrak{q}\,dt$. In der Newtonschen Mechanik folgt daraus nach (5)

$$\mathfrak{N} = \int \mu\,dV \cdot [\mathfrak{q}\mathfrak{q}] = 0;$$

zur Aufrechterhaltung einer translatorischen gleichförmigen Bewegung bedarf es keines Drehmomentes. Anders in der Relativitätstheorie: bei einem Körper mit elastischen Spannungen ist im allgemeinen ein Drehmoment dazu erforderlich.

Ein Beispiel mag dies veranschaulichen[1]). In dem nach dem Relativitätsprinzip berechtigten Bezugssystem K^0 ruht ein Winkelhebel ABC mit zwei gleich langen, zueinander senkrechten Armen ($AB = BC = l^0$). In B ist er um eine zu seiner Ebene senkrechte Achse drehbar. In A und C greifen zwei der Größe nach gleiche Kräfte $\mathfrak{K}_1^0$ und $\mathfrak{K}_2^0$ an; $\mathfrak{K}_1^0$ ist parallel zu $\overrightarrow{BC}$, $\mathfrak{K}_2^0$ zu $\overrightarrow{BA}$. Die Drehmomente dieser Kräfte sind $+|\mathfrak{K}_1^0|\,l^0$ und heben sich gegenseitig auf.



Betrachten wir diesen Zustand von einem anderen Bezugssystem K aus, gegen welches K^0 die Geschwindigkeit $\mathfrak{q}$ in der Richtung $\overrightarrow{BC}$ besitzt. Transformiert man die Kräfte auf dies System, so findet man unter Berücksichtigung der Lorentzkontraktion beim Arm BC, daß das Drehmoment keineswegs Null ist, sondern den Wert $l^0\,|\mathfrak{K}_1^0|\,\frac{q^2}{c^2}$ und den in der Figur angegebenen Drehsinn hat. Trotzdem tritt keine Rotation ein, weil diese mit einer Rotation in K^0 identisch wäre, während wir doch wissen, daß, bezogen auf K^0, der Hebel im statischen Gleichgewicht ist. Er bedarf eben dieses Drehmomentes, um sich translatorisch zu bewegen.

Auch läßt sich hier leicht Gleichung (3) bestätigen, indem wir die zur Geschwindigkeit senkrechte Komponente des Impulses $\mathfrak{G}$ und daraus nach (6) die Zunahme des Drehimpulses berechnen. Die Kraft $\mathfrak{K}_1$ leistet nämlich in A pro Zeiteinheit die Arbeit $q\,|\mathfrak{K}_1|$; ein Energiestrom von dieser Stärke tritt daher bei A in den Hebel ein und in B, wo die Drehachse die Kraft $\mathfrak{K}_1 + \mathfrak{K}_2$ auf ihn ausübt, wieder aus. Ihm entspricht nach (1) ein zu $\mathfrak{q}$ senkrechter Impuls vom Betrage

$$|\mathfrak{G}| = \frac{1}{c^2}\,l^0\,q\,|\mathfrak{K}_1^0|. \tag{7}$$

Die Kraft $\mathfrak{K}_2$ leistet keine Arbeit, und auch der Konvektionsstrom der Energie liefert als zu $\mathfrak{q}$ parallel keinen Anteil an der hier zu berechnenden Impulskomponente. Nach (6) hat somit die Zunahme des Drehimpulses den Betrag

$$q\,|\mathfrak{G}| = \frac{q^2}{c^2}\,l^0\,|\mathfrak{K}_1^0|$$

und, wie man sich leicht überzeugt, ebenfalls den in der Figur angegebenen Drehsinn. Sie ist daher gleich dem berechneten Drehmoment, wie es Gleichung (3) verlangt.

1) Vgl. hierzu M. Laue, Verh. d. Deutsch. phys. Ges. **13**, 513, 1911.

Die zur Geschwindigkeit senkrechte Impulskomponente ist nach Gleichung (7) proportional zu q. Beschleunigen wir den Hebel ohne Änderung seines inneren Zustandes in longitudinaler, d. h. zur Geschwindigkeit paralleler Richtung, so ist ihr Zuwachs

$$\frac{d\,|\mathfrak{G}}{dt} = \frac{1}{c^2}\,l^0\,\mathfrak{K}_1^0|\,\frac{dq}{dt};$$

und nach dem Impulssatz (2) gehört hierzu eine transversale Kraftkomponente von gleichem Betrage. In der Newtonschen Mechanik ist es hingegen gänzlich unmöglich, daß die longitudinale Beschleunigung eine transversale Komponente erfordert. Dabei verschwindet diese Komponente keineswegs im Grenzfall sehr kleiner Geschwindigkeit; sie ist vielmehr von der Geschwindigkeit gänzlich unabhängig, also gilt Newtonsche Mechanik für elastisch gespannte Körper nicht einmal als Näherung für kleine Geschwindigkeiten. Dies ist, wie ich an anderer Stelle gezeigt habe[1]), nur für solche Körper der Fall, welche, ohne von außen Kräfte zu erleiden, in ihrem Ruhsystem im statischen Gleichgewicht sind. Für solche gilt nämlich die Dynamik des Massenpunktes, wie sie von Einstein und Planck entwickelt worden ist und zwar ganz unabhängig von ihrer sonstigen Beschaffenheit.

Zum Schluß möchte ich kurz die Nutzanwendung auf die Theorie des Tronton-Nobelschen Versuches machen. Bei diesem Versuche handelt es sich bekanntlich darum, das Drehmoment nachzuweisen, welches ein gleichförmig und translatorisch bewegter Kondensator nach der übereinstimmenden Aussage aller elektromagnetischen Theorien von seinem elektromagnetischen Feld erfährt. Es ergibt sich experimentell, daß eine Drehung nicht eintritt. Man darf aber hieraus nicht schließen, daß das besagte Drehmoment nicht vorhanden ist. Die materiellen Teile des Kondensators enthalten ja elastische Spannungen und bedürfen daher eines Drehmomentes, um sich ohne Rotation translatorisch zu bewegen. Das vom Feld ausgeübte Drehmoment ist gerade das hierzu erforderliche. — In diesem Sinne entscheidet der Tronton-Nobelsche Versuch für die Dynamik der Relativitätstheorie gegen die Newtonsche Mechanik.

1) M. Laue, Das Relativitätsprinzip. Braunschweig 1911; Ann. d. Phys. **35**, 524, 1911.

Karl Reichert (Wien), Das Fluoreszenzmikroskop.

Seit langem schon war es das Bestreben vieler optischer Konstrukteure, eine Beleuchtungsart für das Mikroskop zu finden, durch welche das Objekt in einen Zustand des Selbstleuchtens versetzt würde. Auf eine solche Weise hoffte man, eine Steigerung des Auflösungsvermögens des Mikroskopes zu erreichen.

In diesem Bestreben taten sich besonders englische Optiker, wie Wenham und Stephenson, um die Mitte des vorigen Jahrhunderts hervor. Das Ergebnis dieser Bemühungen war das bekannte optische Instrument, welches heute unter der Bezeichnung „Spiegelkondensor" eine größere Rolle in der Mikroskopie spielt. Durch Dunkelfeldbeleuchtung wollten diese Optiker ein Leuchten des Präparates in diffusem Licht hervorrufen.

Der Zweck dieser Bemühungen war verfehlt, da man, wie Abbe später auch theoretisch feststellte, auf diese Weise die Grenzen der mikroskopischen Abbildung nicht erweitern konnte.

Erst als man stärkere Lichtquellen anwandte und die Spiegelkondensoren in präziserer Weise ausführte, gelang es, diese Methode der praktischen Optik in anderer Weise nutzbar zu machen, in welcher Beziehung die Werkstätte von C. Reichert-Wien, wie bekannt, als die erste vorangegangen ist.

Ein anderer Weg, der auch nicht zu dem erstrebten Ziele führte, war die Verwendung der Mikroskopobjektive als Kondensoren, beziehungsweise die Einführung des sogenannten achromatischen Kondensors, zu dem Zwecke, in der Einstellungsebene des Mikroskopobjektives ein präzises Abbild der Lichtquelle hervorzurufen.

Ein Selbstleuchten des mikroskopischen Objektes zu erzielen, ist nun verhältnismäßig leicht, wenn man die bekannten Erscheinungen der Fluoreszenz beziehungsweise Phosphoreszenz zu Hilfe nimmt.

Mit Hilfe des neuen Woodschen, von H. Lehmann verbesserten und erst vor die breitere Öffentlichkeit gebrachten Filters für ultraviolettes Licht, welches alles sichtbare Licht zurückhält und nur ultraviolettes Licht bis zu 300 $\mu\mu$ Wellenlänge durchläßt, läßt sich ein Fluoreszenzmikroskop ohne Schwierigkeit konstruieren, während das Phosphoreszenzmikroskop komplizierterer Natur ist. Die Arbeiten zur Fertigstellung des zweitgenannten Instrumentes sind in den Reichertschen Werkstätten noch nicht abgeschlossen.

Bei dem Fluoreszenzmikroskop, das ich Ihnen vorzuführen die Ehre habe, sind einfach die Methoden, nach denen man die Fluo-

reszenz makroskopischer Objekte beobachtete, ins Mikroskopische übertragen. Was zu diesem Zwecke notwendig ist, sind eine Lichtquelle, welche viel ultramikroskopisches Licht aussendet, ein Filter nach Wood, ein mikroskopischer Beleuchtungsapparat aus Quarz und ein Mikroskop mit Quarzkondensor. Die Aufstellung dieser Teile geschieht in der Reihenfolge: Lichtquelle, Beleuchtungslinse aus Quarz, Filter, Mikroskop.

Da das Fluoreszenzlicht dem sichtbaren Strahlenbereiche angehört, so sind Objektive und Okulare des Mikroskopes wie gewöhnlich aus Glas. Das von der Lichtquelle kommende Licht, durch das Filter von den sichtbaren Strahlen befreit und von dem Beleuchtungsapparate aus Quarz auf das Präparat konzentriert, bringt dieses mehr oder minder zum Selbstleuchten.

Würde man aber die gewöhnliche mikroskopische Methode mit voll geöffnetem Kondensor hierbei zur Anwendung bringen, wie dies bereits von A. Köhler und anderen vorgeschlagen wurde, so würden die Strahlen nach Durchsetzung des Präparates ins Objektiv eintreten und die Glaslinsen desselben zur Fluoreszenz bringen. Die Folge wäre, daß das Bild des Präparates wie durch einen blauen Schleier hindurch betrachtet erscheinen würde.

Um das zu verhindern, wendet man die Methode der Dunkelfeldbeleuchtung an.

Ein Quarzspiegelkondensor würde in diesem Falle den Dienst versagen, weil der gewöhnliche Silberbelag das ultraviolette Licht nur in sehr geringem Maße reflektiert. Derzeit werden in meinen Werkstätten mit einem neuen Quarzspiegelkondensor Versuche gemacht, welcher nach einem Vorschlage P. P. v. Weimarns mit Magnalium hinterlegt ist, doch sind die Resultate noch nicht befriedigend.

Dagegen ist die Methode der Abblendung im Immersionskondensor sehr vorteilhaft und auch hierbei verwendet. Der dreiteilige Abbesche Kondensor hat die num. Appertur 1,45 und ist mit einer Sternblende versehen, welche den mittleren Teil des Kondensors bis zu einer Appertur von 1,0 abblendet.

Bei genauer Zentrierung des Beleuchtungsapparates und der Lichtquelle muß das Präparat, in seinem spezifischen Fluoreszenzlicht, leuchtend, hell auf schwarzgrauem Grunde erscheinen.

Wie bekannt, gibt es nur sehr wenige Substanzen, die nicht fluoreszieren; ich nenne nur zwei davon, Porzellan und rote Blutkörperchen. Bei näherer Untersuchung wird sich wohl die Liste der nicht fluoreszierenden Körper erweitern lassen, doch werden die letzteren wegen ihrer geringen Zahl das Anwendungsgebiet des neuen Instrumentes nicht einengen. Die Bedeutung der neuen Anordnung liegt darin, daß sie es ermöglicht, Differenzierungen besonders solcher chemischer Art vorzunehmen, welche mit den bisherigen Mikroskopmethoden nicht oder nur schwer durchführbar sind. Das Fluoreszenzmikroskop dürfte für die Nahrungsmittelchemie zur Feststellung von Verfälschungen und wahrscheinlich auch für die allgemeine Chemie von Bedeutung werden, doch möchte ich über die Anwendungsmöglichkeit vorläufig nicht mehr sagen, teils weil die Untersuchungen darüber noch nicht abgeschlossen sind, teils weil ich Berufeneren bei Entscheidung dieser Frage nicht vorgreifen will.

Hervorheben möchte ich noch, daß die zum Fluoreszenzmikroskop notwendige Apparatur verhältnismäßig einfach ist und sich mit geringen Kosten beschaffen läßt, da sie nur eine Ergänzung zu einem eventuell vorhandenen Mikroskop darstellt.

A. L. Bernoulli (Bonn), Die thermo-elektrischen Erscheinungen an Einsteinschen Körpern. (Vergl. hierzu den Aufsatz des Vortragenden in: Berichte d. D. Phys. Gesellschaft **13**, 213, 1911.)

Ch. Mauguin (Paris), Über O. Lehmanns flüssige Kristalle.

O. Lehmann hat die Existenz von Körpern nachgewiesen, welche die auffällige Eigenschaft besitzen, flüssig zu sein wie Flüssigkeiten und dennoch anisotrop wie Kristalle. Solche sind das Paraazoxyanisol zwischen 116 und 134° und das Paraazoxyphenetol zwischen 138° und 168°, welche, obschon so leichtflüssig wie Wasser, doch doppelt so starke Doppelbrechung besitzen wie Kalkspat.

Die Entdeckung dieses neuen Zustandes der Materie war für Physiker und Kristallographen eine große Überraschung. Manche unter ihnen, und zwar keineswegs die weniger hervorragenden, wollten gar nicht daran glauben. Die Überzeugungskraft der Tatsachen nötigt aber jeden Widerspruch aufzugeben. Ich beabsichtige hier einige neue Beobachtungen beizubringen, welche eine volle Bestätigung der früheren Folgerungen von O. Lehmann darstellen.

Diese anisotropen Flüssigkeiten können, eben wegen ihres Flüssigkeitszustandes, in Form sehr verschiedenartiger Gebilde auftreten. Die einfachsten sind die homogenen flüssigen

Kristalle, deren optische Orientierung in ihrer ganzen Ausdehnung einheitlich ist. Diese werde ich zuerst betrachten und sodann zeigen, wie man, ausgehend von ihnen, zu komplizierteren Gebilden gelangt, welche, wie ich nachweisen konnte, eine sehr merkwürdige schraubenförmige Struktur haben.

I. Homogene flüssige Kristalle.

Die homogenen flüssigen Kristalle von Paraazoxyphenetol werden einfach folgendermaßen erhalten: Man bringt die (sehr reine) Substanz zwischen zwei (ebenfalls sehr reinen) Glasplatten zum Schmelzen, bringt dann durch langsame Abkühlung große Tafeln fester Kristalle zur Ausscheidung und erwärmt von neuem. Jede solche feste Tafel verwandelt sich bei 138° in eine homogene doppeltbrechende flüssige Tafel von genau gleichen Umrissen.

Im Polarisationsmikroskop bei parallelem Licht beobachtet, verhalten sich diese flüssigen Tafeln genau wie gewöhnliche feste Kristalltafeln. Zwischen gekreuzten Nicols werden sie in zwei einen rechten Winkel bildenden Stellungen vollkommen dunkel. Bei Beobachtung mit einem Nicol zeigen sie intensiven Dichroismus, insofern sie je nach der Richtung der Schwingungen weiß oder gelb erscheinen.

Bei 168° verwandelt sich die doppeltbrechende Flüssigkeit in die isotrope Schmelze. Die beiden Phasen sind durch eine scharfe Grenze geschieden, welche man nach Belieben im einen oder anderen Sinne sich verschieben lassen kann, indem man die Art der Erwärmung ändert, denn sie stellt in jedem Moment die Isotherme 168° in dem Präparat dar. Die Umwandlung gleicht durchaus der reversiblen Schmelzung eines kristallisierten Körpers. Über 168° erscheint zwischen gekreuzten Nicols das ganze Präparat dunkel. Läßt man abkühlen, so erscheint die doppeltbrechende Flüssigkeit von neuem, und zwar reproduziert sie — höchst merkwürdigerweise — alle früher vorhandenen Tafeln mit allen Einzelheiten mit genau denselben Grenzen und denselben Auslöschungen, überhaupt derselben Struktur.

O. Lehmann gibt von diesen Erscheinungen, die er zuerst beobachtet hat, folgende Erklärung: Jeder schmelzende feste Kristall hinterläßt auf Objektträger und Deckglas je eine dünne Schicht gleich orientierter Moleküle, welche selbst nach dem Übergang in die isotrope Schmelze erhalten bleibt, falls die Erhitzung nicht zu weit getrieben wurde. Diese dünnen kristallinischen Schichten bewirken die Orientierung der Moleküle in den angrenzenden flüssig-kristallinischen Tafeln. Das Muster der Felderteilung der Tafeln ist nur eine Reproduktion des Musters der Felderteilung der genannten Häutchen. Alle meine Beobachtungen bestätigen vollkommen diese Auffassung. Besonders der folgende Versuch scheint mir als zwingender Beweis:

Man klebt einen schmalen Papierstreifen an einen Deckglasrand. Nach dem Schmelzen und der Bildung der doppeltbrechenden flüssigen Tafeln hebt man das Deckglas, so daß es sich um das improvisierte Scharnier dreht. Die Flüssigkeit häuft sich dann an dem Papierstreifen an; auf den Glasflächen sieht man keine Spur mehr, natürlich auch keine Doppelbrechung. Senkt man nun das Deckglas wieder, so daß die Flüssigkeit ihre frühere Stelle wieder einnimmt, so bilden sich alle früher vorhandenen Felder (Tafeln) von neuem mit genau denselben Grenzen und denselben Auslöschungen. Ich sehe keine Möglichkeit, dieses Faktum anders zu erklären, als durch die Annahme von Oberflächenschichten (Häutchen), welche auf dem Glas auch nach der Entfernung der Flüssigkeit sich erhalten haben.

Von Wichtigkeit schien. mir, das Studium der flüssig-kristallinischen Tafeln noch zu vervollständigen durch Beobachtungen im konvergenten Licht, welche den großen Vorteil haben, gleichzeitig die optischen Eigenschaften des Mediums nach allen Richtungen erkennen zu lassen und so zu ermöglichen, zu gleicher Zeit seine Homogenität und seine Anisotropie zu prüfen. Bei Anwendung von monochromatischem Licht erhält man Interferenzstreifen von einer Vollkommenheit, welche in keiner Weise zurücksteht gegen die der isochromatischen Figuren irgendeines festen Kristalls. Die Streifen sind identisch mit denjenigen, welche Platten, die in verschiedener Richtung aus einem positiv-einachsigen Kristall geschnitten sind, zeigen würden. Einzelne Präparate zeigen hauptsächlich Tafeln parallel zur Achse, andere solche schief zur Achse. Selten findet man Tafeln, deren Achse senkrecht steht.

Die Zahl der Interferenzstreifen wächst regelmäßig mit zunehmender Dicke des Präparats, derart, daß man nur einen oder zwei Streifen beobachtet bei einer Schichtdicke von der Ordnung eines Hundertstel Millimeters. Bei einer zur Achse parallelen Schicht von etwa 0,15 mm Dicke konnte ich 12 Systeme konjugierter Hyperbeln zählen.

Man kann übrigens während der Beobachtung die Dicke des Präparats beliebig ändern, indem man das Deckglas langsam hebt oder senkt. Trotz der Bewegung, die hierdurch in der Flüssigkeit hervorgebracht wird, bleiben dabei die Streifen sehr scharf. Sie verschieben sich ganz regelmäßig im einen

oder anderen Sinne, wie beim Verschieben der Keile eines Babinetschen Kompensators. Die Zahl der in das Gesichtsfeld fallenden nimmt entsprechend zu oder ab.

Besonders lehrreich ist der Versuch im Fall einer zur Achse parallelen Platte. Man sieht die Streifen, welche hier Hyperbelarme sind, in einer gewissen Richtung sich nähern, sich zu einem schwarzen Kreuz vereinigen und dann in der dazu senkrechten Richtung voneinander entfernen. Indem man die Zahl der Streifen, welche die Mitte des Gesichtsfeldes passieren, ermittelt, kann man die Phasendifferenz der beiden Komponenten der Strahlung, welche durch eine bekannte Vergrößerung der Schichtdicke hervorgebracht wird, messen und damit auch die Doppeltbrechung der Flüssigkeit. Ich konnte so 30 Streifen ($\lambda = 0{,}589\ \mu$) durch die Mitte wandern lassen durch eine Vergrößerung der Dicke um 48 μ. Daraus ergibt sich für die Doppeltbrechung der sehr hohe Wert 0,37 in Übereinstimmung mit dem (0,33), welchen O. Lehmann auf andere Weise bestimmt hat.

Dieser Versuch ist fundamental. Er beweist unanfechtbar, daß die Flüssigkeit in ihrer ganzen Masse doppeltbrechend ist, daß sich die regelmäßige Orientierung der Moleküle auf die ganze Dicke erstreckt. Er bringt auch die außerordentlich merkwürdige Tatsache zur Anschauung, daß die regelmäßige Struktur der Flüssigkeit selbst während des Strömens bestehen bleibt. Die den Glasflächen haftenden orientierenden Häutchen wirken auf die hin und her strömenden Flüssigkeitsteilchen mit solcher Schnelligkeit, daß die einheitliche homogene Struktur der Flüssigkeit in keiner Weise beeinflußt wird. Zweifellos gehört diese Erscheinung zu den merkwürdigsten der ganzen Molekularphysik.

Die homogenen flüssig-kristallinischen Schichten des Paraazoxyphenetols, die wir betrachtet haben, besitzen immer nur geringe Ausdehnung (Durchmesser wenige Millimeter), können also nur mittels des Mikroskops studiert werden. Wünschenswert erschien deshalb, homogene Schichten von größerer Ausdehnung zu erhalten. Tatsächlich gelang es mir, wenigstens solche, welche von O. Lehmann als „pseudoisotrop“ bezeichnet werden, zu realisieren bei Paraazoxyanisol. Schmilzt man genannte Substanz zwischen zwei ohne besondere Vorsicht gereinigten Glasplatten, so zeigt sie mehr oder weniger regellose Aggregatpolarisation. Reinigt man aber die Platten gründlich durch langes Erhitzen in Schwefelsäure und durch Waschen mit destilliertem Wasser und Äther, so nimmt die Flüssigkeit in ihrer ganzen Ausdehnung einheitliche Orientierung an. Sie verhält sich nun wie eine senkrecht zur Achse geschliffene Kalkspatplatte, welche in parallelem Licht isotrop erscheint, in konvergentem aber das bekannte farbige Ringsystem, durchzogen von schwarzem Kreuz, zeigt. Augenscheinlich kommen hier nicht an dem Glas haftende Häutchen für die Orientierung in Betracht, vielmehr werden die Moleküle der Flüssigkeit durch das Glas selbst gerichtet. Man kann solche flüssig-kristallinische Schichten mit senkrechter Achse von beliebiger Ausdehnung erhalten, doch nur von geringer Dicke. Steigt letztere über 0,2 mm, so ist die Wirkung des Glases zur Orientierung nicht ausreichend.

Nichtsdestoweniger kann man nach Wunsch Schichten von beliebigen Dimensionen mit einheitlicher optischer Orientierung sowohl senkrecht wie parallel zur Achse erhalten, indem man das Präparat in ein elektromagnetisches Feld bringt. Die optische Achse stellt sich hier immer parallel den Kraftlinien ein. Ein Feld von 5000 Einheiten ist ausreichend.

Die optischen Erscheinungen bei derart hergestellten Schichten sind von großer Schönheit. Bei Analyse einer dicken Schicht parallel zur Achse zwischen gekreuzten Nicols in weißem Licht mittels eines Prismas von Hilger erhielt ich ein Spektrum mit etwa 100 Streifen in dem sichtbaren Gebiet, ebenso tadellos, wie bei den reinsten festen Kristallen.

Ich schließe damit die Beschreibung der homogenen Gebilde. Deren Eigenschaften werden am besten zusammengefaßt durch die von O. Lehmann in glücklicher Weise gewählte Ausdrucksweise: Es sind wirkliche flüssige Kristalle. Nunmehr wende ich mich zur Betrachtung der Gebilde mit Schraubenstruktur.

II. Gebilde mit Schraubenstruktur.

Die Orientierung der flüssig-kristallinischen Schichten von Paraazoxyphenetol wird, wie ich im vorigen gezeigt habe, hervorgerufen durch dünne, am Glase adhärierende Häutchen, welche die festen Kristalle beim Schmelzen hinterlassen haben. Die beiden, vom gleichen festen Kristall herrührenden übereinander liegenden Häutchen von gleichem Umriß und gleicher Orientierung wirken natürlich übereinstimmend auf die zwischenliegende Flüssigkeitsschicht, was für vollkommene Homogenität der letzteren nötig ist. Hindert man diese Übereinstimmung der Wirkung, indem man das Deckglas gegen den Objektträger dreht oder es so verschiebt, daß Häutchen, welche verschieden orientierten Kristallen entsprechen, übereinander kommen, so ändert sich der Charakter der Schichten ganz so, wie die Theorie vorherrschen läßt. Solche zwischen Häutchen von verschiedener

Orientierung liegenden Flüssigkeitsschichten löschen nämlich nicht mehr zwischen gekreuzten Nicols aus, welches auch ihre Lage sein mag. Hierdurch unterscheiden sie sich sehr auffällig von den ursprünglichen und anderen homogenen Schichten.

Um ihre optischen Eigenschaften bequem beschreiben zu können, nehme ich an, man habe vor Verschiebung des Deckglases die Auslöschungsrichtungen der beiden Häutchen oben und unten bestimmt. Von diesen beiden Richtungen nenne ich diejenige stärkster Absorption die erste Hauptrichtung, die andere, der geringsten Absorption entsprechende, die zweite Hauptrichtung. Dies angenommen, sind die Veränderungen, welche ein die Glasplatten und die zwischen den nicht übereinstimmenden Häutchen liegende Flüssigkeitsschicht normal durchdringender weißer Lichtstrahl erleidet, die folgenden:

1. Ist die einfallende Schwingung geradlinig und parallel der ersten Hauptrichtung des Häutchens, welches das Licht beim Eintritt durchdringt, so ist die austretende Schwingung ebenfalls geradlinig und parallel der ersten Hauptrichtung des Häutchens an der Austrittsstelle. Das austretende Licht zeigt gelbe Farbe von um so größerer Sättigung, je dicker die durchstrahlte Schicht ist.

2. Ist die eintretende geradlinige Schwingung nach der zweiten Hauptrichtung des Häutchens orientiert, so sind die Verhältnisse ähnlich, die austretende Schwingung ist parallel der zweiten Hauptrichtung des Häutchens am Austritt, doch bleibt in diesem Falle das Licht weiß.

3. Eine Schwingung von beliebigem Azimut zerfällt beim Eintritt in die Flüssigkeit in zwei Schwingungen, welche sich, wie die vorigen verhalten. Da sich dieselben mit verschiedener Geschwindigkeit fortpflanzen, ist die austretende Strahlung im allgemeinen elliptisch polarisiert.

Man kann diese Eigentümlichkeiten auch anders beschreiben. Sei α der Winkel der gleichartigen Hauptrichtungen der beiden übereinander liegenden Häutchen. Zwischen zwei um den Winkel $90^0 + \alpha$ gegeneinander verdrehten Nicols verhält sich dann die von den Häutchen begrenzte Flüssigkeitsschicht genau wie eine homogene doppeltbrechende Lamelle zwischen Nicols, die unter 90^0 gekreuzt sind. Sowohl im weißen wie im monochromatischen Licht löscht sie viermal bei jeder Drehung des Objekttisches aus. Sind die Häutchen um 90^0 gegeneinander verdreht, so erfolgt die Auslöschung bei parallelen Nicols.

Der bei Benutzung eines einzigen Nicols sich darbietende Dichroismus zeigt eine bemerkenswerte Besonderheit, welche sich hieraus ergibt. Die Färbung jeder flüssig-kristallinischen Tafel (mehr oder weniger tiefes Gelb) ist bestimmt durch die relative Orientierung des Nicols gegen das Häutchen, welches ihm zunächst liegt. Das auf der abgewandten Seite des Präparates befindliche Häutchen hat keinen Einfluß. Arbeitet man also allein mit dem Polarisator, so nimmt man die Felder der an dem Deckglas adhärierenden Häutchen nicht wahr. Umgekehrt läßt der Analysator allein die Felder der an dem Objektträger haftenden Häutchen nicht erkennen. Es kann sein, daß die unteren und oberen Felder ganz verschiedenartig sind; dann gewährt also das Präparat einen ganz verschiedenen Anblick, je nachdem man mit Polarisator oder mit Analysator beobachtet.

Am besten überzeugt man sich von diesem Verhalten, indem man bei einer ausgedehnten homogenen flüssig-kristallinischen Schicht das Deckglas eine vollständige Umdrehung machen läßt, während der Objektträger fest bleibt.

Kurz kann man also sagen: 1. Für jede homogene flüssig-kristallinische Schicht gibt es zwei ausgezeichnete geradlinige Schwingungen, welche, die Schicht durchdringend, wohl geradlinig bleiben, aber ihre Richtung um den gleichen Winkel ändern, um welchen die die Schicht begrenzenden Häutchen gegeneinander verdreht sind; 2. diese Schwingungen, welche unter Drehung ihrer Polarisationsebene fortschreiten, haben in jedem Moment die Richtungen der größten und kleinsten Absorption.

Die letztere Tatsache führt natürlich zu der Vorstellung, die Orientierung der Flüssigkeitsteilchen selbst ändere sich stetig von der unteren Grenzfläche der Schicht bis zur oberen, die Struktur sei also eine schraubenförmige, deren Drehung bestimmt ist durch die Verdrehung der beiden Häutchen gegeneinander. In erster Annäherung kann man somit ein derartiges Gebilde einer Übereinanderschichtung sehr dünner, doppeltbrechender und dichroitischer Kristall-Lamellen vergleichen, deren Orientierung in gleichem Sinne und gleichmäßig fortschreitend mit der Höhe sich ändert.

Die Rechnung ergibt, daß eine solche schraubenförmige Übereinanderschichtung von Kristallblättchen tatsächlich die optischen Eigenschaften zeigen muß, die man bei Paraazoxyphenetol beobachtet, vorausgesetzt, daß das Produkt $(n - n')p$ (Doppeltbrechung der Lamellen und Schritt der schraubenförmigen Verdrehung) groß ist gegenüber der Länge der Lichtwellen.

Zu gleichem Ergebnisse führt übrigens auch die elektromagnetische Lichttheorie über die Fortpflanzung des Lichtes in einem stetig schraubenförmig verdrehten doppeltbrechenden Medium. Voraussichtlich wird sich die Theorie

auch experimentell prüfen lassen durch Herstellung schraubenförmiger Gebilde dieser Art aus festen Kristallen, welche hinreichend plastisch sind, um eine Verdrehung um einen beträchtlichen Winkel zuzulassen.

Beobachtet man die Schichten mit schraubenförmig verdrehter Struktur in konvergentem, monochromatischem Licht, so zeigen sie Interferenzstreifen von großer Vollkommenheit, welche sich natürlich mit der Orientierung der Häutchen, welche die Struktur der Flüssigkeit bestimmen, ändern. Das Studium derselben ist von besonderem Interesse bei Schichten, die ursprünglich homogene Schichten parallel der Achse waren. In diesem Falle kann man nämlich die Form der Interferenzstreifen vorausberechnen, indem man das Gebilde sich ersetzt denkt durch eine schraubenförmige Übereinanderschichtung von Kristall-Lamellen parallel der Achse. Versuch und Rechnung zeigen sich dabei in vollkommener Übereinstimmung, ein Beweis für die Richtigkeit der Voraussetzungen.

So also vereinigen sich alle Beobachtungen, solche bei homogenen und bei schraubenförmig verdrehten Schichten, solche in parallelem und in konvergentem Licht, um die Existenz vollkommen regelmäßiger Strukturen in Flüssigkeiten von außerordentlicher Beweglichkeit mit aller Bestimmtheit zu beweisen, entgegen der Meinung derjenigen, die ein solches Faktum als paradox geleugnet haben. Es ist sichergestellt, daß Flüssigkeiten eine innere Struktur besitzen können, die ihnen alle optischen Eigenschaften einfacher oder zusammengesetzter fester Kristalle verleiht. Immerhin bergen die Erscheinungen noch manches Geheimnis wegen unserer Unkenntnis der Natur der kleinsten Teilchen, aus welchen sich die neuen Substanzen zusammensetzen, und der Kräfte und Kräftepaare, die sie in gleiche Richtung bringen. Hier bietet sich ein fruchtbares Feld für weitere Untersuchungen, welche in gleicher Weise der Physik wie der Kristallographie eine reiche Ernte wertvoller Ergebnisse versprechen.

Diskussion.

Lehmann: Ich möchte nur zum Ausdruck bringen, daß wir Herrn Mauguin zum großen Danke verpflichtet sind, dafür, daß er in so ausgezeichneter, ich möchte sagen, geradezu glänzender Weise diese Untersuchungen über die flüssigen Kristalle mit den feinsten Mitteln der modernen Kristallographie im kristallographischen Laboratorium der Sorbonne in Paris ausgeführt hat. Wir schulden ihm noch um so größeren Dank dafür, daß er die Mühe der Reise nicht gescheut hat, um uns hier die Resultate seiner Untersuchungen vorzutragen. Diese Versuche über flüssige Kristalle sind sehr schwieriger Natur. Ein Beweis dafür ist, daß es bisher in den meisten kristallographischen Laboratorien nicht gelungen ist, sie zu wiederholen. Es sind eigentlich nur zwei kristallographische Laboratorien, in denen die Arbeiten ausgeführt worden sind. Das erste ist das der Bergakademie in St. Etienne, wo der Kristallograph, Herr Friedel, die Versuche angestellt hat, und das zweite ist eben das kristallographische Laboratorium der Sorbonne, wo Herr Mauguin gearbeitet hat. Herr Friedel ist zu einem entgegengesetzten Resultat gekommen, er kam zu dem Resultat, es gebe überhaupt keine flüssigen Kristalle. Diese Meinung hat er auch mehrfach in seinen Veröffentlichungen ausgesprochen. Es ist nun sehr erfreulich, daß Herr Mauguin die Einwände gegen die Existenz der flüssigen Kristalle sämtlich widerlegt hat, und zwar in einer so glänzenden Weise, daß Herr Friedel mir selbst geschrieben hat, er sei dadurch von seiner früheren Ansicht bekehrt. Er hat das, wie mir Herr Mauguin mitteilte, neuerdings auch in einer im Druck befindlichen Arbeit veröffentlicht und stimmt nun mir und Herrn Mauguin völlig bei.

August Hagenbach (Basel), Über die verschiedenen Formen des Kupfer- und Eisenbogens.

Vor Jahresfrist haben H. Veillon und ich[1]) gezeigt, daß der Gleichstrombogen zwischen Kupferelektroden im luftverdünnten Raum in 6 (bzw. 7) Formen existieren kann und daß sogar bei passend gewählten Bedingungen (Stromstärke ca. 5 Ampere und Druck 100 mm) alle Formen tatsächlich auch abwechselnd nebeneinander auftreten ohne äußeres Zutun. Von allen Stadien, mit Ausnahme einer (2a), konnten wir die elektrischen Verhältnisse in Form von Charakteristiken wiedergeben. Als Erklärung für diese Mannigfaltigkeit wurde angenommen, daß drei besondere Anodengefälle möglich seien und zwei davon unabhängige Kathodengefälle. Durch deren Kombination gibt es eben 6 Bogenformen.

Form 1, 2 und 3 entsprechen den 3 Anodengefällen bei normalem Kathodenfall des Bogens, 1a, 2a und 3a nannte ich die dazugehörigen Zischformen, weil dabei an der Kathode Kupferoxyd statt Kupfer verdampft, wobei ein geringeres Potentialgefälle sich einstellt. Die Bezeichnung „Zischform" ist aus Analogie zum zischenden Kohlebogen gewählt, der ja bekanntlich durch Oxydation der Anode erklärt wird.

1) Diese Zeitschr. 11, 833, 1910.

Von den Zischformen hatten wir 2a nicht gemessen in Luft. In Stickstoff ist mit oxydierten Elektroden auch dieses Stadium relativ leicht zu erhalten. Ich gebe in Fig. 1 der Vollständigkeit halber eine Messung, die mit großer

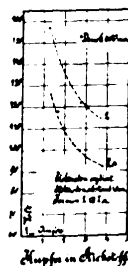


Fig. 1.

Anode von 4,8 cm und einer Kathode von 1,4 cm Durchmesser in Stickstoff von 600 mm Druck ausgeführt wurde.

Damit ist nun aber die Frage nach der Entstehungsursache der verschiedenen Formen nicht gelöst und ich habe deshalb zunächst nach den Bedingungen gesucht, unter denen einzelne Formen ihre Existenz verlieren.

Interessant und neu ist vor allem die Form 2, bei der nicht wie bei 1 an der Anode normales ausgebreitetes Glimmlicht vorhanden ist, sondern wobei der Bogen zwar mit einer Art Glimmlicht, aber punktförmig ansetzt. Diese Form erscheint besonders gut in Stickstoff, was durch folgende Messungen erläutert wird. Bei ganz rein polierten Elektroden, von denen die Anode einen Durchmesser von 4,8 cm und die Kathode von 1,4 cm besaß, und in reiner und trockener Stickstoffüllung ausgeführt wurden, fand ich folgende Resultate:

Fig. 2 zeigt die Charakteristiken, aufgenommen zwischen 2 Elektroden aus Kupfer, Anode 4,8 cm, Kathode 1,4 cm dick; Anode stets unten.

Von einer Atmosphäre abwärts bis zu 1 cm Druck konnte nur 1 und 2 beobachtet werden. Bei hohem Druck liegen die beiden (V-, i-) Kurven ganz nahe zusammen, aber auch hier geht die eine Form in die andere sprungweise über, was man am Voltmeter und am Aussehen

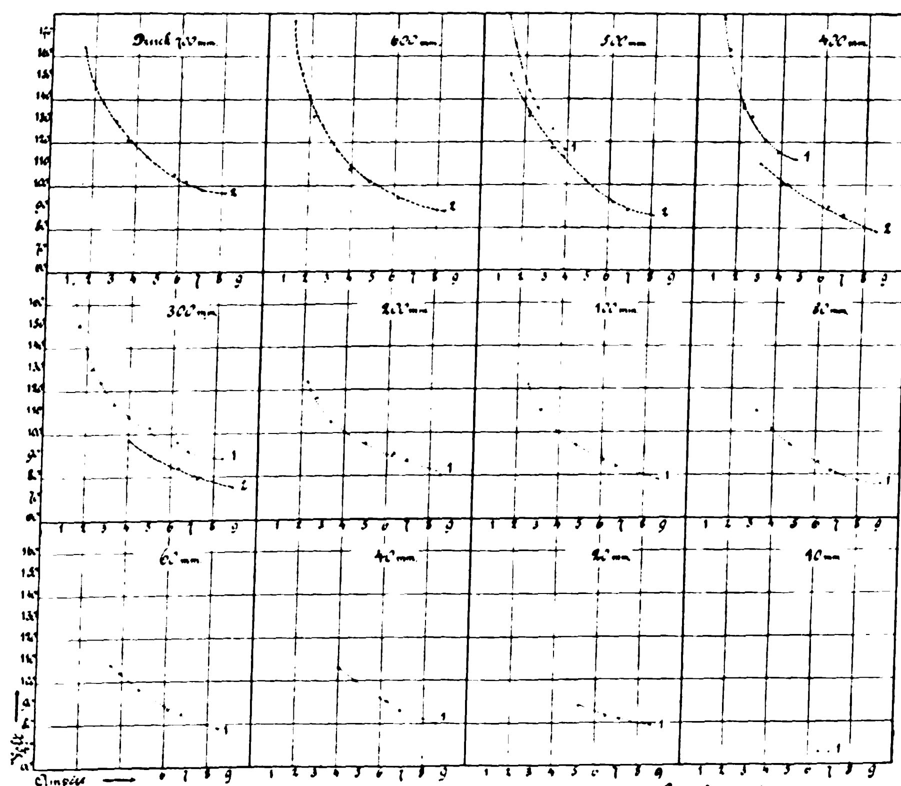


Fig. 2.

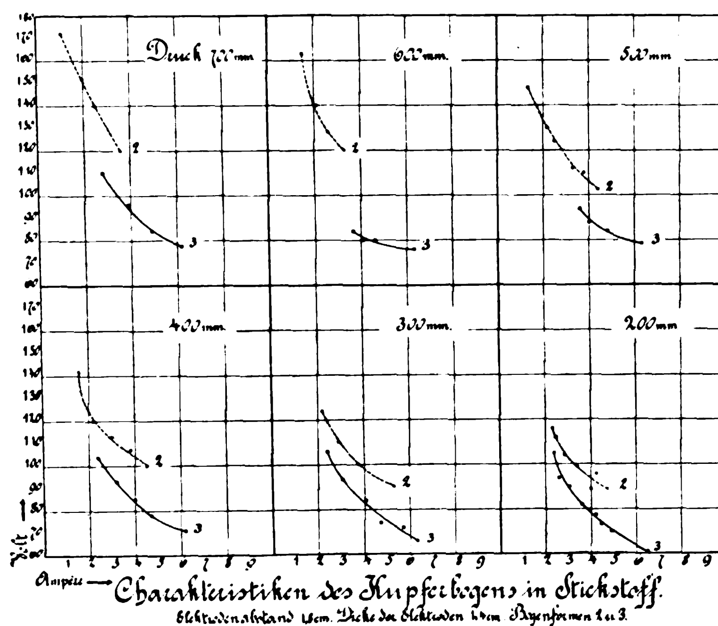


Fig. 3.

des Bogens leicht beobachten kann. Auch bei 760 mm habe ich mich häufig davon überzeugt.

Mit abnehmendem Druck rücken die beiden Kurven mehr auseinander, und zugleich wird 1 immer häufiger. Von 200 mm Druck an beherrscht 1 allein das Feld.

Unter diesen Umständen aber kommt der gewöhnliche Bogen bis zu 9 Ampere überhaupt nicht zustande, zugleich fehlen auch alle Zischformen.

Nun habe ich im Kessel die Elektroden ersetzt durch zwei von 1,4 cm Dicke, die aber schon zu Messungen in Luft gedient hatten und dadurch auf der Oberfläche oxydiert waren. Den uns interessierenden Teil der Resultate finden wir in den Kurven in Fig. 3.

Die gewöhnliche Bogenform (3) kommt jetzt bei jedem Druck bevorzugt vor. Zu bemerken ist aber auch, daß die Zischformen erscheinen, wobei also von der Kathode aus eine Aureole von Kupferoxyd ausgeht. Auch die Form 1 tritt gelegentlich auf. Auffallend ist aber, daß vor allem jetzt die Form 3 die stabilste ist und daß die Punkte der Kurve für 2 nur mit Mühe zu erhalten waren. Damit aber 3 entstehen kann, muß auch an der Anode Kupfer zum Verdampfen kommen, und dieser Prozeß wird offenbar eingeleitet durch die Gegenwart von Oxydpartikeln an der Oberfläche der Anode. Man kann sich das vielleicht so vorstellen, daß der Anodenfall momentan etwas heruntergesetzt wird und daß dadurch die Stromstärke steigt und dabei die Anode, also das Kupfer, zum Verdampfen kommt. Meines Erachtens kann das an der Anode vorhandene Oxyd die Entladungsform höchstens einleiten. Ich habe mich später davon überzeugt, daß die allergeringsten Spuren von Oxydation dazu genügen.

Damit stimmt überein, daß Malcolm[1]) bis zu Stromstärken von 2,5 Ampere in Wasserstoff zwischen Metallelektroden den eigentlichen Bogen auch nicht erhalten konnte. Fabry und Buisson[2]) schreiben der Oxydation der Kathode — der Zustand der Anode ist nach ihnen gleichgültig — die Stabilität des Bogens zu. Auch meine früheren Beobachtungen über Unbeständigkeit des Bogens in Leuchtgas stim-

1) H. Th. Simon u. H. W. Malcolm, diese Ztschr. **8**, 471, 1907.

2) Ch. Fabry u. H. Buisson, Journ. phys. (4) **9**, 929, 1910. In dieser Arbeit sind eine ganze Reihe von Beobachtungen gemacht, welche in unserer zitierten Abhandlung niedergelegt sind. Unsere Arbeit ist zwar beiden Herren zugeschickt, aber von ihnen nicht erwähnt worden. Das Hauptresultat aber der 6 verschiedenen Entladungsformen ist ihnen entgangen, sie finden nur, was längst bekannt war, den Bogen und den Glimmbogen, Form 3 und 1 nach unserer Bezeichnung. Ferner möchte ich anführen, daß in meiner früheren Arbeit über spektroskopische Untersuchungen des Bogens unter vermindertem Druck (diese Ztschr. **10**, 649, 1909) auf S. 553 steht: „Ferner war auffallend, daß in der starken Bande 3158,3 die zweite und dritte Kante 3134,9 und 3115,7 sehr geschwächt erscheinen, manchmal sogar fehlten, während sie im Geißlerrohr fast ebenso stark waren wie die erste." Die Herren Fabry und Buisson schreiben l. c., S. 959, Anmerkung: Hagenbach qui . . . ., ne signale pas les particularités relatives à la décroissance des intensités dans une bande, ni à l'intensité des differentes têtes. Der strittige Punkt wegen der Intensitätsverhältnisse in den Stickstofftripletts wird durch weitere spektroskopische Aufnahmen entschieden werden müssen.

men damit überein. Ob prinzipiell eine oxydierte Kathode genügt, bezweifle ich, denn wenn 2 in 3 umschlägt, hat eine Änderung an der Anode und nicht an der Kathode vor sich zu gehen. Die Formen 1a und 2a, wobei an der Kathode ausschließlich Kupferoxyd verdampft, sprechen dagegen, daß das Oxyd an der Kathode die gewöhnliche Form (3) auslöst.

Ganz aufgeklärt scheint mir aber die Rolle des Oxyds doch nicht, denn es ist schwierig zu erklären, warum eine Vermehrung der Stromstärke bis 9 Ampere nicht auch genügen soll, die Anode zum Verdampfen zu bringen.

Form 1 und 2 werden durch die große Elektrode, also Wärmeableitung, begünstigt. Sind die Elektroden durch längeres Brennen sehr heiß und zugleich oxydiert, so kommt die Form 2 überhaupt nicht mehr zustande, sondern nur noch 3, und bei geringem Drucke 1. Ließ man die Elektroden sich abkühlen, so trat stets wieder 2 auf.

Da ich die verschiedenen Bogenformen nicht in natura zeigen kann, habe ich versucht, die verschiedenen Stadien mit Autochromplatten aufzunehmen. Die Schwierigkeit, naturgetreue Bilder zu erhalten, liegt darin, daß die Intensitätsverhältnisse der einzelnen Teile des Bogens sehr ungleich sind und eine Expositionszeit nie für alle Teile paßt.

Die Expositionszeit war eine bis zwei Sekunden. Folgende Aufnahmen[1]) konnte ich zeigen:

In Luft

	Form	Volt	Ampere	Druck mm	Bogenlänge mm
1)	1	80	3,0	200	12
2)	1	98	2,6	80	12
{ 3)	1	88	4,0	50	12 } *)
{ 4)	1a	80	4,1	50	12 } *)

*) gleicher äußerer Widerstand.

Diese 4 Aufnahmen zeigen das Glimmlicht an der Anode; bei 200 mm relativ schmal nicht die ganze Elektrode bedeckend; bei 80 mm breiter und bei 50 mm in einzelne Punkte aufgelöst. Bei 4) erkennt man die rotgelbe Färbung der Aureole, welche durch den ganzen Bogen geht.

In Stickstoff Anode 4,8, Kathode 1,4 cm dick

{ 5)	1	112	3,15	100	23
{ 6)	1	88	6,2	100	23
7)	1	64	6,6	12	14*)

*) gewöhnliche Photographie.

Diese letzte in Fig. 4 reproduzierte Aufnahme zeigt die punktförmige Auflösung des Glimmlichts sehr deutlich, ebenso die nächsten Autochromaufnahmen ohne Gelbscheibe.

VI	8)	1	68	6,5	16	14

Alle folgenden Aufnahmen sind beim Druck 760 mm in Stickstoff aufgenommen

9)	2	134	2,12	760	22
{ 10)	2	166	1,25	760	19 } *)
{ 11)	2a	124	1,45	760	19 } *)
{ 12)	2a	80	4,2	760	19

*) gleicher äußerer Widerstand.

Bei den Formen 2 leuchtet fast der ganze Bogen in Stickstoffarbe, nur an der Kathode sieht man noch Kupfer. Der Anodenansatz ist absolut punktförmig. In 2a bildet sich die Aureole an der Kathode und wird je nach Stromstärke mehr oder weniger weit heraus-

Fig. 4.

geworfen und verdrängt den Stickstoff. Inwieweit neben dem Kupferoxyd noch Kupfer verdampft, oder wie stark etwa die Dissoziation des Kupferoxyds ist, läßt sich natürlich nicht entscheiden. Das Spektrum zeigt das Kupferlinien- und das Oxydbandenspektrum.

IX	{ 13)	3	88	5,9	760	22 } *)
	{ 14)	3a	72	6,3	760	22 } *)

*) gleicher äußerer Widerstand.

In 13 sieht man sehr deutlich die dunkle Partie in der Nähe der Kathode, ebenso wie die hellen Ansätze an den Elektroden, welche die Funkenlinien neben den Bogenlinien enthalten.

Bei allen Messungen und allen photographischen Aufnahmen war die Kathode oben.

Sondenmessungen.

Die Elektrodenspannung besteht aus Anodenfall, Kathodenfall und Gefälle im Bogen. Um diese einzelnen Werte getrennt zu erhalten, und also die elektrischen Verhältnisse völlig aufzuklären, muß man Sondenmessungen anstellen. Herr Emil Banderet hat auf meine Veranlassung hin zahlreiche Messungen ausgeführt

1) Ich gebe hier, obschon die Autochromaufnahmen nicht reproduziert werden können, die Angaben, weil diese die günstigsten Bedingungen für eine event. Wiederholung darstellen.

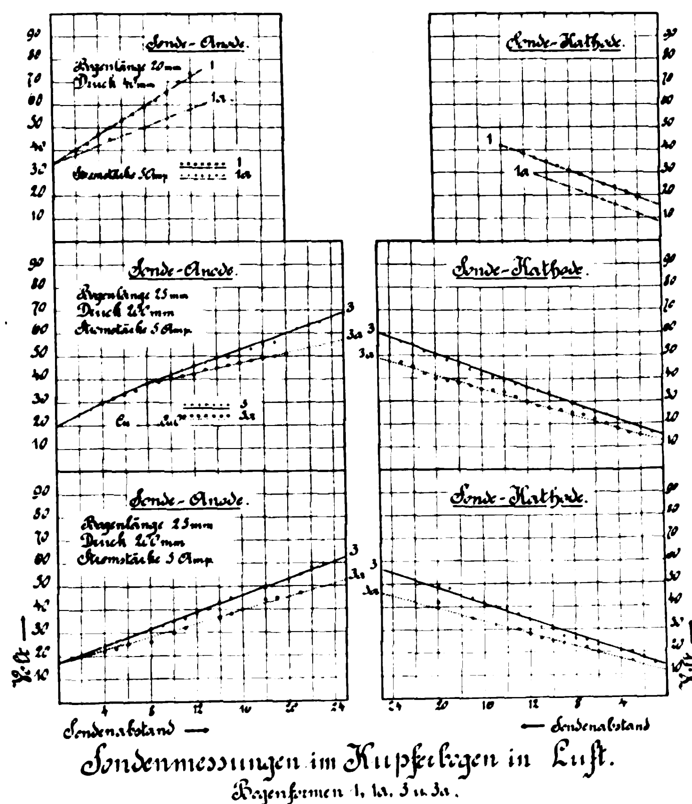


Fig. 5.

und unsere Theorie über die 6 Bogenformen vollauf bestätigt.

Eine Sonde von 1 mm aus Kohle wurde in den Bogen gebracht, und bald mit der Anode, bald mit der Kathode durch ein Voltmeter von hohem Widerstand verbunden. Sie brannte zu einer feinen Spitze zu und wurde immer so nachgeschoben, daß die Spitze im Bogen war. Man verschob sie von einer Elektrode nach der anderen und machte von Millimeter zu Millimeter eine Ablesung. Die Messungen wurden über die verschiedenen Bogenformen des Kupfers und Eisens in Luft und in Stickstoff ausgedehnt. Hier in Fig. 5 einige Resultate des Kupferbogens in Luft in graphischer Darstellung. Die detaillierte Arbeit wird an anderer Stelle (Dissertation) veröffentlicht werden.

Anoden- und Kathodenfall können nicht direkt bestimmt werden, weil die Sonde in unmittelbarer Nähe der Elektroden beträchtliche Störungen verursacht. Es wurden deshalb alle Messungen, welche in den verschiedenen Entfernungen von der Anode gefunden wurden, graphisch aufgetragen. Diese Werte liegen fast immer annäherungsweise auf einer Geraden und durch Verlängerung derselben bis zum Schnitt mit der Achse erhält man den Anoden- bzw. Kathodenfall. In Wirklichkeit gehen Anoden- und Kathodengefälle über eine gewisse Strecke.

In der Fig. 5 finden wir links die Messungen gegen die Anode, rechts gegen die Kathode. Nebeneinander liegende Kurven beziehen sich auf dieselben Verhältnisse.

Die Kurven zeigen deutlich, daß in den Zischformen Anodenfall identisch ist wie bei den gewöhnlichen Formen, daß aber an der Kathode erstere einen kleineren Kathodenfall aufweisen.

Die beiden Messungen mit 3 und 3a unterscheiden sich dadurch, daß im zweiten Fall die Kathode bis an den Rand mit einer Quarzröhre umschlossen war. Man sieht genau, wieweit das Kupferoxyd in den Bogen hineingeworfen wird, denn an dieser Stelle müssen die beiden Kurven von 3 und 3a zusammen kommen. Im ersten Fall (Mitte) bis 7 mm vor der Anode, im zweiten (unten) bis an die Anode selbst.

Das Resultat bestätigt also vollkommen unsere Annahme, daß die a-Formen auf Verminderung des Kathodenfalls beruhen, weil der Bogen nicht an einer Kupfer-, sondern an einer Kupferoxydkathode ansetzt.

Die Form 2a in Luft konnte bis jetzt noch nicht gemessen werden, die Schwierigkeit liegt darin, daß die Sonde die wenig stabile Form

zum Umschlagen bringt. Wahrscheinlich wird es aber in Stickstoff mit oxydierten Elektroden gelingen. Ohne weiteres erkennt man aber, daß der Anodenfall beim Glimmbogen (1) größer ist wie beim gewöhnlichen Bogen (3).

Die Sondenmessungen sind auch auf den Eisenbogen ausgedehnt worden, der fast dieselben Verhältnisse zeigt wie der Kupferbogen. Wir sehen in der Fig. 6 links die Potentialdifferenzen

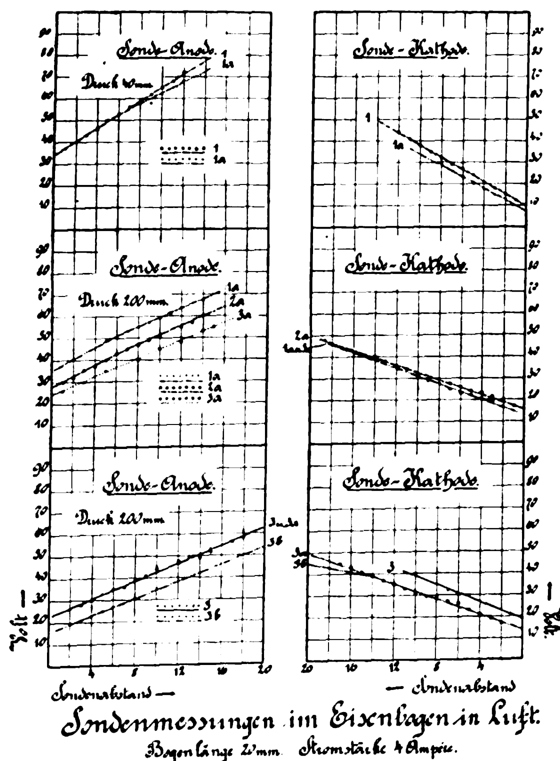


Fig. 6.

Sonde-Anode bei Stadium 1 und 1a. Von der Anode aus bis zu 7 mm befindet sich in beiden Fällen nur Eisendampf, die beiden Kurven fallen zusammen. Von da aus ist der Gradient in 1a also im Eisenoxyddampf geringer. An der Kathode weisen die beiden Formen einen um etwa 3 Volt verschiedenen Kathodenfall auf.

In den darunterliegenden Kurven finden wir die drei a-Stadien miteinander verglichen. Die Anodenfälle sind voneinander stark verschieden, genau wie auch bei 1, 2 und 3, wovon bei Kupfer in Luft Messungen ausgeführt, doch hier nicht vorgelegt wurden, während an der Kathode dasselbe Gefälle für 1a und 3a beobachtet wird; ob 2a wirklich einen etwas höheren Kathodenfall zeigt, werden weitere Messungen zeigen müssen.

Eine weitere Ergänzung liefern die beiden unteren Kurven. Wir, Veillon und ich, hatten schon bei unseren Messungen Kupfer in Luft gezeigt, daß auch an der Anode der Bogen an Kupferoxyd brennen kann, und daß dann von dort aus auch Kupferoxyddampf in den Bogen geschleudert wird, wodurch die Elektrodenspannung weiter sinkt. Bei 100 mm haben wir eine kurze Charakteristik (mit 4 bezeichnet) aufgenommen. In Eisen tritt das nun offenbar viel leichter ein, wie überhaupt die a-Formen infolge der leichten Oxydierbarkeit des Eisens bevorzugt sind. Der Bogen Kupferoxyd-Kupferoxyd sei mit 3b bezeichnet. An der Anode finden wir in Fig. 6 unten 3 und 3a zusammenfallend, aber 3b tiefer. Der Einfluß von Eisenoxyddampf der Anode geht bis 14 mm vor die Kathode, wo 3a und 3b zusammenkommen. Sie haben natürlich denselben Kathodenfall. An der negativen Elektrode liegt 3 höher wie 3a und 3b.

Die Erscheinungen des Kupfer- und Eisenbogens, und wahrscheinlich auch der meisten Metallbogen scheinen zunächst damit erschöpft, es knüpfen sich aber eine Reihe von Fragen an, besonders über das Anodenpotential der Form 2. Ich hoffe, daß mir weitere systematische Untersuchungen auch darüber werden Auskunft geben können.

A. Becker (Heidelberg), Über die Absorption der Kathodenstrahlen.

Die Erscheinung der Kathodenstrahlabsorption besitzt besondere Bedeutung dadurch, daß ihr Studium wichtige Einblicke in die Konstitution der Materie ermöglicht. Durch die Auffindung des Massenproportionalitätsgesetzes durch Herrn Lenard[1]) zeigte sich, daß alle Atome der verschiedenen chemischen Elemente sich in erster Annäherung nur quantitativ voneinander unterscheiden, daß sie aufgebaut sind aus nahe gleichen Bestandteilen in nur verschiedener, und zwar ihrer Masse jeweils proportionaler, Zahl. Diese Bestandteile selbst waren, da der Vorgang der Kathodenstrahlabsorption als rein elektrisches Phänomen zu betrachten war, als Zentren elektrischer Kraft aufzufassen, und es lag nahe anzunehmen, daß deren Wirkung nicht nur die beobachtete Absorption verursachen, sondern ganz allgemein auch für die sonst bekannten Kraftwirkungen physikalischer oder chemischer Art unter den Atomen maßgebend sein dürfte.

Dieser Vorstellung entsprechen ganz die Ergebnisse weiterer Beobachtung. Dieselbe führte

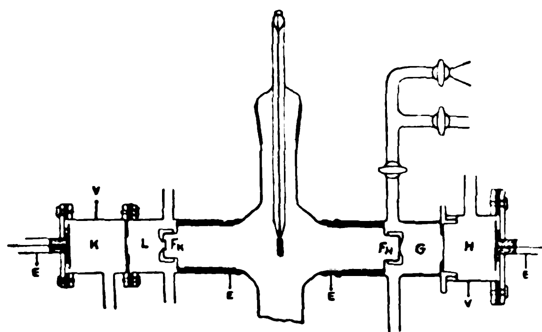
1) P. Lenard, Wied. Ann. 51, 225, 1894; 56, 255, 1895.

schon Herrn Lenard zu der Erkenntnis, daß das Massenproportionalitätsgesetz nicht streng gültig ist, sondern daß Abweichungen bestehen, welche auf spezifische Verschiedenheiten der Kraftfelder bei verschiedenen Stoffen hindeuten. Diese Abweichungen verlaufen nun, wie durch eigene Versuche[1]) späterhin an einer Reihe von Substanzen von mir festgestellt werden konnte, sehr nahe parallel zu den Abweichungen, die sowohl für das dielektrische Verhalten als auch die Raumerfüllung der Atome von der Proportionalität mit deren Masse bekannt sind, und entsprechend konnte bereits vordem Herr Lenard[2]) bei sehr langsamen Kathodenstrahlen eine nahe Koinzidenz der Querschnitte der absorbierenden Kraftfelder mit denjenigen der Atome selbst, wie sie aus der kinetischen Gastheorie bekannt sind, nachweisen. Es zeigte sich namentlich auch, daß chemisch träge Substanzen, wie Helium und Argon, auch auf den Durchgang der Kathodenstrahlen relativ wenig Einfluß haben, während sich der Wasserstoff und ebenso andere Gase, deren Moleküle Wasserstoff enthalten, als besonders stark absorbierend erweisen. (Vgl. A. Becker, l. c. Tab. 47 u. 48.)

Die hierdurch angedeuteten Zusammenhänge durch weitere Untersuchung der Beziehung zwischen Absorption und Masse bei möglichst verschiedenen Stoffen näher zu verfolgen, mußte von besonderem Interesse sein. Ein wesentlicher Fortschritt für unsere Kenntnis ist in dieser Richtung indes nur zu erwarten von Versuchen, deren Genauigkeit das bisher erreichte Maß merklich überschreitet. Erforderlich hierfür ist einmal Homogenität und völlige Konstanz der benutzten Strahlgeschwindigkeit und außerdem gänzliche Unabhängigkeit der Endwerte der Beobachtung von etwaiger Inkonstanz der Strahlenintensität. Beide Forderungen würden bei Verwendung der β-Strahlung gewisser radioaktiver Substanzen zwar unschwer zu erfüllen sein; doch steht hier der Erreichung relativ großer Genauigkeit die meist vorhandene Geringfügigkeit der Absorption — namentlich bei den Gasen, von deren Untersuchung am ersten eindeutige Ergebnisse zu erwarten sind — erschwerend entgegen.

Ich habe deshalb die Untersuchung zunächst mit Benutzung der Entladungsröhre weitergeführt, die bei sorgfältiger Konstanthaltung der Erzeugungsbedingungen, wie mir bereits frühere Versuche vielfach zeigten, sowohl homogene als konstant bleibende Strahlgeschwindigkeit zu liefern vermag. Der zweiten oben erwähnten Forderung ist hier durch Verwendung einer Kontrollvorrichtung Rechnung zu tragen, welche jeweils einen konstant bleibenden Bruchteil der Anfangsintensität der Strahlen anzeigt. Die bisher benutzte Anordnung aber, bei der sich die Hauptmeß- und die Kontrollvorrichtung im gleichen Beobachtungsraum dem Aluminiumfenster gegenüber befinden, schien trotz mancher Vorzüge der erstrebten Genauigkeitssteigerung enge Grenzen zu ziehen. Denn es mußte hierbei die räumliche Ausdehnung der Meßvorrichtungen zu Ungunsten der Intensität der meßbaren Wirkung beschränkt bleiben, eine Störung des Strahlenlaufs durch die Meßvorrichtungen war schwer auszuschließen[1]), und außerdem blieb der Variationsbereich der Versuche dadurch eingeengt, daß jede Veränderung der Versuchsbedingungen im Beobachtungsraum — soweit es sich um die Untersuchung von Gasen handelt — auch gleichzeitig die Angaben der Kontrollanordnung beeinflußte.

Ich habe deshalb eine räumliche Trennung beider Teile vorgezogen und zunächst durch Verwendung einer Doppelröhre eine Anordnung benutzt, welche die vorerwähnten Mängel völlig auszuschließen gestattete. Sie brachte dafür aber den neuen Mangel, daß das Verhältnis der von beiden Röhren gelieferten Strahlintensitäten kleine Variationen zeigte, die offenbar auf nicht immer genau gleiche Beschaffenheit der Gasumgebung beider räumlich getrennten Elektroden hinwies. Auch dieser Mangel war schließlich zu beseitigen durch Verwendung einer Strahlröhre, bei welcher jeweils das Verhältnis der von zwei Seiten ein und derselben Kathode gelieferten Strahlintensitäten der Messung zugrunde gelegt wurde. Die gewählte Anordnung geht aus beistehender Figur hervor. Die aus



dem Aluminiumfenster F_k austretende Strahlenhälfte gelangt nach Passieren eines konstant bleibenden Luftraums L in den Meßraum K, welcher die Intensität der eintretenden Strahlung durch die Größe der in K erzeugten Leitfähig-

1) A. Becker, Ann. d. Phys. 17, 381, 1905.
2) P. Lenard, Ann. d. Phys. 12, 714, 1903.

1) Vgl. auch H. Baerwald, Verh. d. D. phys. Ges. 12, 159, 1910 und diese Zeitschr. 11, 145, 1910.

keit angibt. Diese Angaben dienen der Messung als Kontrolldaten. Die andere Strahlenhälfte aus F_H durchsetzt das zu untersuchende Gas G und tritt dann in einen dem schon genannten ähnlichen Meßraum H ein. Die Versuche wurden hierbei in der Weise ausgeführt, daß ihr Ergebnis nicht die Absolutwerte der Absorptionskoeffizienten für die untersuchten Gase, sondern direkt die Abweichung der Werte von der Massenproportionalität angab, wobei Luft in allen Fällen als Vergleichsgas diente. Es war zu diesem Zweck das Verhältnis der Angaben von Haupt- und Kontrollvorrichtung, wie es für ein beliebiges Gas gefunden wurde, jeweils zu vergleichen mit dem Verhältnis für Luft von solchem Druck, daß die durchstrahlte Masse in beiden Fällen die gleiche wurde.

Von den auf diese Weise bisher gewonnenen Werten seien hier kurz die für Sauerstoff und die Sauerstoffverbindungen des Kohlenstoffs — Kohlenoxyd und Kohlensäure — gefundenen mitgeteilt. Sie gelten für die Strahlgeschwindigkeit von $1,35 \times 10^{10}$ cm/sec. Man erkennt aus beistehender Tabelle, daß alle 3 Gase tatsächlich Abweichungen ihrer Absorption von der Massenproportionalität — verglichen mit Luft — besitzen, wenn diese Abweichungen auch in allen 3 Fällen verhältnismäßig kleine sind.

cm^{-1} Abweichung von der Massenproport. mm Hg.

O_2	CO	CO_2
— 0,000078	+ 0,000032	+ 0,000033
+ 13	32	37
— 11	28	52
— 17	19	60
+ 30	16	52
— 55	+ 0,000025	60
— 50		24
— 16		08
— 0,000023		56
		60
		+ 0,000044
— 1,5 Proz.	+ 1,9 Proz.	+ 2,1 Proz.

Der Sinn dieser Abweichungen entspricht dem für diese Gase bekannten Gang der Werte $(D-1)$ mit der Masse, der mit dem Gang der durch die Clausius-Mosottische Beziehung gegebenen Werte für die Raumerfüllung der Masseneinheit dieser Gase identisch ist (D = Dielektrizitätskonstante). Die Relativwerte der $\frac{D-1}{M}$ sind die folgenden:

	$\frac{D-1}{M}$		$\frac{D-1}{M}$
Luft	1		
CO	1,22	hieraus folgt für C	1,67
CO_2	1,08	„ „ „ C	1,64
O_2	0,87.		

Quantitativ betrachtet, sind diese Abweichungen zum Teil beträchtlich größer, als wie sie unsre Versuche zeigten, und die Stellung von CO und CO_2 erscheint vertauscht.

Bemerkenswert ist, daß die aus den mitgeteilten Daten für das Kohlenstoffatom zu folgernde Abweichung sich in beiden hier betrachteten Erscheinungsgebieten von merklicher Größe zeigt, wenn sie auch bei der Absorption der hier benutzten Kathodenstrahlen mit + 5 Proz. (aus dem Wert für CO) und + 10 Proz. (aus dem Wert für CO_2) noch wesentlich unter der oben abgeleiteten Abweichung bleibt. Wie weit der Unterschied der beiden ebengenannten Werte etwa durch die Art der Kohlenstoffbindung in beiden Fällen bedingt sein, d. h. die Kathodenstrahlabsorption mitbestimmt sein könnte, durch die die chemische Bindung der Atome vermittelnden elektrischen Kraftfelder, wird die Ausdehnung unserer Untersuchung auf die Wasserstoffverbindungen des Kohlenstoffs entscheiden lassen.

Handelt es sich im vorstehenden um Vergleiche der Absorption verschiedener Substanzen bei bestimmt gegebener Strahlgeschwindigkeit, so bedarf es noch zur erschöpfenden Kenntnis des Baues der betrachteten Kraftfelder der Untersuchung des Einflusses einer Variation der Strahlgeschwindigkeit auf die Absorptionsverhältnisse. Die bisher in dieser Richtung gewonnenen Ergebnisse zeigen ein wachsendes Hervortreten der spezifischen Eigenschaften der verschiedenen Atome bei abnehmender Strahlgeschwindigkeit. Wesentlich größer aber als der Einfluß auf diese Abweichungen von der Massenproportionalität ist die Beeinflussung der Absolutwerte der Absorption selbst durch Änderung der Geschwindigkeit. Man gewinnt hierfür einen ersten, quantitativer Fassung fähigen Anhalt durch Betrachtung des Zusammenhangs der auf die Masseneinheit bezogenen Absorption mit der Geschwindigkeit, zu dem ein Überblick über das bis jetzt vorliegende Beobachtungsmaterial führt. (Vgl. A. Becker, Sitzgsber. Heidelb. Akad. d. Wiss. 1910, 19. Abh., Tab. III.)

Man findet, daß die Absorption innerhalb des großen Gebiets von etwa 1×10^{10} bis zu den größten bis jetzt direkt gemessenen Geschwindigkeiten von $2,83 \times 10^{10}$ cm/sec, innerhalb dessen die Absolutwerte der Absorption um nahe das Tausendfache voneinander unterschieden sind, mit guter Annäherung proportional ist der 6. Potenz der reziproken Geschwindigkeit. Beim Übergang zu kleineren Strahlgeschwindigkeiten nimmt der Exponent kontinuierlich ab derart, daß der auf die Masseneinheit bezogene Absorptionskoeffizient bis herab zu den kleinsten Geschwindigkeiten von etwa

$0{,}03 \times 10^{10}$ cm/sec sehr nahe durch den Ausdruck

$$\frac{\alpha}{M} = \frac{\alpha_0}{M}\left(\frac{c}{v}\right)^{\sqrt[6]{\frac{3v}{c}}}, \quad 3v \leq c$$

dargestellt werden kann, wo c die Lichtgeschwindigkeit ist und $\frac{\alpha_0}{M}$ der für Strahlen von Lichtgeschwindigkeit maßgebende Absorptionskoeffizient wäre. Eine Extrapolation auf diesen Wert scheint allerdings zu einem mit der Erwartung und dem Ergebnis einer von Herrn Lenard[1]) ausgeführten Untersuchung an den Nordlichtstrahlen nicht verträglichen Resultat zu führen. Es muß dahin gestellt bleiben, ob unsere Formel in der Nähe der Lichtgeschwindigkeit völlig versagt, oder ob sie bereits im Gebiete der β-Strahlgeschwindigkeiten durch weitere und wiederholt geprüfte Messungen eine Berichtigung erfahren könnte[2]).

Diskussion.

Neesen: Soweit ich verstanden habe, arbeiten Sie mit einem Induktorapparat und haben die Anordnung: 2 Elektroden, die gleichzeitig von einem einzigen Induktor gespeist werden. (Becker: Ja.) Ich habe früher Versuche gemacht mit der Wirkung von zwei Kathodenstrahlen aufeinander. Da ist mir sehr schwer gewesen, gleichzeitig von parallelen Elektroden mit demselben Schlag Entladungen zu bekommen; andere haben mir diese Schwierigkeit bestätigt. Nun haben wir hier doch immer Entladungen von demselben Potential (Becker: Ja), so daß wir auch hier nicht zu gleicher Zeit Entladungen von den beiden Elektroden erhalten werden, sondern hintereinander und das könnte auch eintreten da, wo Sie die beiden Seiten einer Kathode gebraucht haben. Es ist nicht gesagt, daß diese eine gleichzeitige Entladung geben.

Becker: Ihre Einwände, welche gegen eine Konstanz des Verhältnisses der Intensitäten beider Entladungen sprechen, treffen zweifellos zu, solange die Entladungen nicht unter völlig konstanten Verhältnissen, namentlich hinsichtlich des Vakuums und der Art der Unterbrechung, erzeugt werden; außerdem ist genaue Symmetrie der Röhrenkonstruktion erforderlich. Bei meinen Versuchen traten die von Ihnen genannten Schwierigkeiten nicht auf. Ich habe die Entladung auch optisch verfolgt und dabei mit meiner zuletzt erwähnten Anordnung keine deutliche Veränderlichkeit im Intensitätsverhältnis beider Entladungen finden können. Bei der elektrometrischen Messung treten etwa noch bestehende kleine Unregelmäßigkeiten völlig zurück, wenn für jede Messung statt einer einzigen Entladung immer mehrere, etwa 10, benutzt werden, wie ich das immer getan habe.

1) P. Lenard, Sitzgsber. Akad. d. Wiss. Heidelb. 1911, 12. Abh.

2) Würde man beispielsweise zur Extrapolation auf die Geschwindigkeit $2{,}97 \times 10^{10}$ cm/sec den neuerdings von Herrn Kovarik (Phil. Mag. **20**, 849, 1910) für Ra-E_2 angegebenen Wert $H\varrho = 1720$ und $\frac{\alpha}{M} = 16{,}0$ benutzen, so würde unsere Formel 0,93 ergeben in naher Übereinstimmung mit dem von Herrn Lenard gefundenen Wert 0,85. Es ist indes kein Grund vorhanden, warum den Werten von Herrn Kovarik gegenüber denen des Herrn Schmidt der Vorzug zu geben wäre, um so weniger, als auch Herr Gray (Phil. Mag. **20**, 870, 1910) kürzlich den von Herrn Schmidt für $H\varrho$ gegebenen Wert gefunden hat.

E. Grüneisen (Charlottenburg), Zur Theorie einatomiger fester Körper.

1. Vor einigen Jahren hat Mie[1]) eine Theorie einatomiger Körper entwickelt. Er ging dabei von der Anschauung aus, daß die Atome durch anziehende und abstoßende Kräfte nach bestimmten Gleichgewichtslagen dirigiert werden; und zwar folgt aus der Elastizität der festen Körper, daß die abstoßende Kraft sehr viel schneller als die anziehende Kraft mit wachsendem Atomabstand abnehmen muß.

Zweitens setzte Mie voraus, daß das Gesetz der konstanten Atomwärme von Dulong und Petit in strenger Form gültig sei. Da diese zweite Annahme in entschiedenen Widerspruch mit der Erfahrung tritt, wenn auch tiefe Temperaturen in Betracht gezogen werden sollen, so habe ich untersucht, zu welchen Folgerungen man geführt wird, wenn man die Frage nach der Änderung der spezifischen Wärme mit der Temperatur zunächst offen läßt. Über den Gedankengang und die wichtigsten Ergebnisse dieser Überlegungen möchte ich hier kurz berichten, während eine ausführlichere Darstellung der Theorie an anderer Stelle folgen soll.

2. Unsere Grundhypothesen sind folgende. Die anziehende Kraft zwischen den Atomen nehmen wir mit Mie gleich der van der Waalsschen Kohäsionskraft an, dann kann der von dieser Kraft herrührende Teil der inneren potentiellen Energie des Grammatoms beim absoluten Nullpunkt bis auf eine für uns gleichgültige Konstante gesetzt werden:

$$V_{1_0} = -\frac{A}{v_0}. \quad (v = \text{Atomvolumen.})$$

Von der abstoßenden Kraft zwischen den Atomen setzen wir voraus, daß sie nach einer

1) G. Mie, Ann. d. Phys. (4) **11**, 657, 1903.

erheblich höheren Potenz des reziproken Atomabstandes sich ändert. Der von ihr herrührende Teil der potentiellen Energie im Grammatom sei darstellbar durch

$$V_{2_0} = + \frac{B}{v_0^m}.$$

Durch Wirkung beider Kräfte werden die Atome beim absoluten Nullpunkt in bestimmten Gleichgewichtslagen gehalten, die sich bei höherer Temperatur entsprechend der Volumausdehnung verschieben. Außerdem führen aber in höherer Temperatur die Atome um ihre Gleichgewichtslagen Schwingungen aus, die wir als ungedämpfte Sinusschwingungen voraussetzen wollen, so daß die potentielle Schwingungsenergie gleich der kinetischen wird. Die gesamte Schwingungsenergie soll durch

$$\int_0^T C_v dT$$

gegeben sein.

Von diesen Annahmen aus wollen wir zwei voneinander unabhängige Wege einschlagen. Der eine führt uns über den Clausiusschen Virialsatz zu einer angenäherten Zustandsgleichung fester Körper und lehrt uns damit, die thermisch-elastischen Eigenschaften der Substanz auf wenige charakteristische Größen des Atoms zurückzuführen. Der andere Weg vermittelt uns die Kenntnis der Eigenfrequenz des Atoms und ihrer Beziehungen zu den thermisch-elastischen Eigenschaften.

Zum Schluß wird der Versuch gemacht, durch eine weitere Hypothese auch den Schmelzvorgang in die Betrachtungen einzubeziehen.

Die Zustandsgleichung.

3. Um die Zustandsgleichung des festen Körpers herzuleiten, benutzen wir, wie Mie, den Clausiusschen Virialsatz. Dieser führt mit einer Vernachlässigung, die nur erlaubt ist, wenn die abstoßende Kraft sehr viel schneller sich mit der Entfernung ändert, als die anziehende, auf die Gleichung

$$pv + \frac{A}{v} - m\frac{B}{v^m} = \frac{3m+2}{6}\int_0^T C_v dT. \quad (1)$$

Hieraus folgt als erstes wichtiges Ergebnis, daß beim absoluten Nullpunkt und beim äußeren Druck $p = 0$

$$mB = A v_0^{m-1}$$

sein muß, daß wir also die Konstante B der abstoßenden Kraft aus der Zustandsgleichung (1) eliminieren können.

Was nun die übrigen in Gl. (1) auftretenden Größen anbetrifft, so sind das Atomvolumen v und die Konstante A der anziehenden Kraft als charakteristische Größen des Atoms anzusehen. Zu ihnen tritt noch, wie wir sehen werden, das Atomgewicht M. Dagegen könnte man von dem Exponenten m erwarten, daß er für alle einatomigen Körper denselben Wert hat. Unter allen Umständen aber muß man verlangen, daß m von der Temperatur unabhängig ist, sonst hat unsere Ausgangshypothese über die Form der abstoßenden Kraft keine tiefere Bedeutung. Unsere nächste Aufgabe soll also darin bestehen, experimentell festzustellen, ob und in welchem Umfange m als universelle Konstante angesehen werden kann.

4. Durch Differentiation der Zustandsgleichung nach T bei konstantem v erhält man

$$\left.\begin{aligned}\frac{\partial v}{\partial T} &= -\frac{3m+2}{6}\frac{1}{v}\left(\frac{\partial v}{\partial p}\right)_T C_v = -\\ &-\frac{3m+2}{6}\frac{1}{v}\left(\frac{\partial v}{\partial p}\right)_S C_p,\end{aligned}\right\} \quad (2)$$

wobei die Indizes T und S andeuten sollen, ob die Kompressibilität bei konstanter Temperatur oder bei konstanter Entropie (adiabatisch) gemeint ist. Nach dieser Gleichung, welche außer m nur beobachtbare Größen enthält, sind die in Tabelle 1 angegebenen Zahlenwerte $\frac{3m+2}{6}$ und m für eine Anzahl Metalle berechnet[1]), also für solche Elemente, die man gewöhnlich als einatomig ansieht.

Tabelle 1.

	$\frac{3m+2}{6}$	m		$\frac{3m+2}{6}$	m
Na	1,1	1,5	*Cd*	2,1	3,5
Al	2,1	3,5	*Sn*	2,1	3,5
K	1,3	1,9	*Cs*	1,3	1,9
Fe	1,6	2,5	*Pt*	2,4	4,1
Ni	1,6	2,5	*Au*	2,6	4,5
Cu	1,9	3,1	*Hg*	2,4	4,1
Pd	2,2	3,7	*Pb*	2,3	3,9
Ag	2,3	3,9			

Die Erwartung, m von Element zu Element konstant zu finden, bestätigt sich nur zum Teil. Vielmehr ist eine wesentlich mit dem Atomgewicht periodische Veränderlichkeit von m zu bemerken, derart, daß in den Tälern der bekannten Atomvolumenkurve etwa der gleiche Höchstwert erreicht wird, während sich für die dazwischenliegenden Elemente kleinere m ergeben. Regelmäßig ist dieser Gang aber auch nicht. Immerhin liegt für die Mehrzahl der angeführten Metalle m etwa zwischen drei und vier, so daß die abstoßende Kraft unserer Voraussetzung entspricht, nach einer sehr hohen,

1) Die Zahlen sind einer früheren Arbeit des Verfassers (Ann. d. Phys. (4) **26**, 398, 1908) entnommen, nur *Cs* ist neu berechnet.

wenn auch nicht für alle Elemente völlig gleichen, Potenz des reziproken Atomabstandes abzunehmen.

In überraschend befriedigender Weise ist die Forderung erfüllt, daß m von der Temperatur unabhängig sein soll. Denn die Erfahrung hat gezeigt, daß $\frac{1}{C_p}\frac{\partial v}{\partial T}$ in tiefer Temperatur nahezu unabhängig von der Temperatur ist, in höherer Temperatur langsam ansteigt. Dasselbe gilt von der adiabatischen Kompressibilität $\frac{1}{v}\left(\frac{\partial v}{\partial p}\right)_S$. Also muß aus Gl. (2) geschlossen werden, daß m sich nur wenig mit der Temperatur ändert. Ob es tatsächlich konstant ist, können nur sehr genaue Messungen entscheiden. Uns genügt zunächst die Feststellung, daß die Annahme eines konstanten Exponenten m angenähert mit der Wirklichkeit übereinstimmt.

5. Wenn wir die Zustandsgleichung bei konstantem p nach T differentiieren, so kommen wir mit Benutzung von Gl. (2) zu der angenäherten Beziehung

$$\varkappa_T = -\frac{1}{v_0}\left(\frac{\partial v}{\partial p}\right)_T = \frac{v^2}{(m-1)A}\left(\frac{v}{v_0}\right)^{m+1}. \quad (3)$$

Diese Gleichung interessiert zunächst dadurch, daß sie die Kompressibilität auf die charakteristischen Größen der Substanz A und v, sowie auf den Exponenten m zurückführt. Zugleich gibt sie aber auch den einfachsten Weg an, um die Konstante A im Potential der anziehenden Kräfte zu berechnen, wenn $\varkappa$, m und v durch Beobachtungen bekannt sind.

In Tabelle 2 sind neben M und v die aus Gl. (3) mit Vernachlässigung des Faktors $\left(\frac{v}{v_0}\right)^{m+1}$ berechneten A-Werte für 15 Metalle zusammengestellt. Das interessante Ergebnis ist, daß von

Tabelle 2.

	M	v	$A\cdot 10^{-13}$		M	v	$A\cdot 10^{-13}$
Na . .	23,0	23,5	7	*Cd* . .	112	13,0	3
Al . .	27,1	10,0	3	*Sn* . .	119	16,3	6
K . .	39,1	45,0	7	*Cs* . .	133	71,0	9
Fe . .	55,9	7,2	6	*Pt* . .	195	9,1	7
Ni . .	58,7	6,6	5	*Au* . .	197	10,3	5
Cu . .	63,6	7,1	3	*Hg* . .	200	14,7	(2)
				Pb . .	207	18,3	5
Pd . .	107	8,9	5				
Ag . .	108	10,3	4				

den drei charakteristischen Größen des Atoms M am meisten, A am wenigsten variabel ist. Ist der Ansatz der van der Waalsschen Kohäsionskraft richtig, so muß man also schließen, daß bei gleichem Atomabstand die anziehende Kraft zwischen zwei Atomen sich verhältnismäßig sehr wenig von Element zu Element unterscheidet. Jedenfalls ist kein Zusammenhang mit den Änderungen des Atomgewichts zu erkennen.

6. Wir kommen nun zu Folgerungen aus der Zustandsgleichung, die eine Prüfung an der Erfahrung gestatten und dadurch ein Kriterium für die Richtigkeit unserer Annahmen bilden. Aus Gl. (3) folgt durch logarithmisches Differentiieren nach T

$$\frac{1}{\varkappa}\frac{\partial \varkappa}{\partial T} = (m+3)\frac{1}{v}\frac{\partial v}{\partial T}. \quad (4)$$

Diese Gleichung ist zwar ebenso wie (3) nur eine Annäherung. Eine genauere Betrachtung zeigt, daß auf der rechten Seite ein positives Zusatzglied vernachlässigt ist. Dessen Beitrag ist jedoch unbedeutend, so daß im wesentlichen der Temperaturkoeffizient der Kompressibilität durch das $(m+3)$fache des Ausdehnungskoeffizienten gegeben sein muß. Diese Forderung der Theorie ist nun in der Tat für das Temperaturintervall -190 bis $+17^0$ C ziemlich gut erfüllt, wie Tabelle 3 zeigt[1]).

Tabelle 3.

	$(m+3)\frac{1}{v}\frac{\partial v}{\partial T}$	$\frac{1}{\varkappa}\frac{\partial \varkappa}{\partial T}$	-190 bis $+17^0$ C
Al	3,6	4,6	$\times 10^{-4}$
Fe	1,5	2,1	$\times 10^{-4}$
Cu	2,6	3,4	$\times 10^{-4}$
Ag	3,6	3,4	$\times 10^{-4}$
Pt	1,7	2,2	$\times 10^{-4}$

Auf höhere Temperaturen soll der Vergleich nicht ausgedehnt werden, da hier die Messungen von $\frac{1}{\varkappa}\frac{\partial \varkappa}{\partial T}$ weniger sicher sind.

7. Weiter ergibt sich aus der Zustandsgleichung[2]) der Druckkoeffizient der Kompressibilität

$$-\frac{1}{\varkappa}\frac{\partial \varkappa}{\partial p} = (m+4)\varkappa. \quad (5)$$

Schon Richards hat aus seinen Beobachtungen geschlossen, daß, je größer die Kompressibilität, um so größer auch ihre Abnahme mit dem Druck ist. Gl. (5) gibt uns aber auch die absolute Größe des Druckkoeffizienten annähernd richtig an, und zwar, wie es scheint, nicht nur im festen, sondern auch im flüssigen Aggregatzustand. Tabelle 4 enthält Kompres-

Tabelle 4. $\varkappa \cdot 10^6$ [1/Atm.].

Atm.	*Na*	*K*	*P*	*Br*	*Cs*	*Hg*
100—300	15,2	31,5	20,55	55,5	67	3,80
300—500	15,0	30,3	20,1	50,1	53	3,73
Abnahme						
beob.	0,2	1,2	0,45	5,4	14	0,07
„ ber.	0,25	1,2	0,67	4,9	5,3	0,023

1) Über die zugrunde liegenden Beobachtungen vergl. Ann. d. Phys. (4) **33**, 33, 1910, Tab. 15 und **33**, 1272, 1910.

2) Aus der nur angenäherten Gl. (3) würde sich der Druckkoeffizient etwas zu klein ergeben.

sibilitätsmessungen von Richards in verschiedenen Druckintervallen, aus denen die Abnahme von $\varkappa$ bei Drucksteigerung um 200 Atm. berechnet ist. Die Elemente, auf die sich die Messungen beziehen, sind zwar zur Prüfung unserer Theorie nicht besonders geeignet. Immerhin aber kann man erwarten, durch Anwendung von Gl. (5) die Größenordnung des Druckkoeffizienten richtig zu erhalten. Dies wird durch die unterste Zahlenreihe in Tabelle 4 bestätigt, wobei allerdings bemerkt werden muß, daß für Phosphor und Brom m nicht bekannt war und deshalb gleich vier angenommen wurde. Die Übereinstimmung zwischen Rechnung und Beobachtung läßt nur bei Cäsium und Quecksilber zu wünschen übrig. Indessen werden die Beobachtungen an Na, K, Cs von Richards selbst nicht für sehr genau angesehen[1]), und auch für Hg schwanken die Ergebnisse verschiedener Beobachter außerordentlich. So findet z. B. Bridgman[2]) die Abnahme von $\varkappa$ (Hg) zu $0{,}009 \cdot 10^{-6}$ auf 200 Atm., also achtmal kleiner als Richards, Carnazzi[3]) findet sie zu $0{,}032 \cdot 10^{-6}$. Unsere Rechnung würde also mit dem Mittel aus Bridgmans und Carnazzis Zahl gut stimmen.

Für Aluminium und Eisen hat Bridgman Kompressibilitätsmessungen im Druckintervall 1000 bis 6000 Atm. angestellt und dabei noch keine deutliche Änderung mit dem Druck gefunden. Andererseits soll nach Gl. (5) auf 2000 Atm. Drucksteigerung $\varkappa$ beim Al um 2 Proz., beim Fe um 0,8 Proz. abnehmen. Diese Änderungen hätten vielleicht in den Beobachtungen zum Ausdruck kommen können, indessen sind sie doch so klein, daß sie durch geringe Beobachtungsfehler verdeckt werden konnten. Man wird also wohl weitere Versuche abwarten müssen, ehe man ein Urteil über die Gültigkeit von Gl. (5) für wirklich feste Elemente wird abgeben können.

Die Eigenfrequenz des Atoms und ihre Beziehungen zu den thermisch-elastischen Eigenschaften.

8. Aus unserer Grundvorstellung über die anziehenden und abstoßenden Kräfte zwischen den Atomen folgt, daß jedes Atom bei Verrückung aus seiner Gleichgewichtslage einer Direktionskraft unterliegt, unter deren Einfluß Schwingungen entstehen können. Wir setzen monochromatische Schwingungen voraus, was kaum der Wirklichkeit entsprechen wird, da schon die Koppelung der Atome bewirken muß, daß die Energie zwischen den Oszillatoren sehr schnell ausgetauscht wird, oder anders aufgefaßt, daß sich verschiedene Frequenzen übereinander lagern. Auf diesen Punkt hat Einstein[1]) kürzlich hingewiesen. Wir wollen ihn hier jedoch außer acht lassen und einfach das Quadrat der Eigenfrequenz ν als Quotienten aus Direktionskraft und Atomgewicht berechnen. Dann erhalten wir annähernd

$$\nu^2 = z^2 (m-1) \frac{A}{v} \left(\frac{v_0}{v}\right)^{m-1} \frac{1}{M v^{2/3}}, \qquad (6)$$

wo z eine von der Anordnung der Atome im Körper abhängige Zahl ist, also für einatomige Elemente wohl zunächst als konstant angesehen werden kann. Hieraus folgt nun bei adiabatischer Druckänderung und mit Rücksicht auf Gl. (2)

$$\frac{1}{\nu}\left(\frac{\partial \nu}{\partial p}\right)_S = -\frac{3m+2}{6}\,\frac{1}{v}\left(\frac{\partial v}{\partial p}\right)_S = \frac{1}{C_p}\frac{\partial v}{\partial T}.$$

Diese Beziehung ist deshalb besonders interessant, weil sie in tiefer Temperatur, wo ν als unabhängig von T angesehen werden kann, durch Differentiation nach T eine Differentialgleichung für C_p ergibt, die durch den Ansatz

$$C = F\left(\frac{\nu}{T}\right) \qquad (7)$$

gelöst wird. Eine additive, von T unabhängige Konstante muß nach dem Nernstschen Wärmetheorem fortfallen. Durch F wird eine beliebige, aber von p und T unabhängige Funktionsform dargestellt. Der Index von C ist fortgelassen, weil unsere Folgerung nur in dem Temperaturgebiet gilt, wo C_p mit C_v verwechselt werden kann.

Unsere Ausgangshypothesen führen also nicht nur zu einer Berechnung der Eigenfrequenz, sondern auch zu einer in gewissem Grade bestimmten Abhängigkeit der Atomwärme von der Temperatur. Zu den möglichen Formen von F gehört z. B. die Einsteinsche Funktion für C_v, ebenso aber auch die Nernst-Lindemannsche Funktion, welche den Versuchen in tiefer Temperatur noch besser gerecht wird. Es steht also nichts im Wege, eine dieser Formen in unsere Theorie zu übernehmen. Damit wird dann die bisher frei gelassene Lücke in der Zustandsgleichung ausgefüllt und das thermisch-elastische Verhalten des Körpers, z. B. seine thermische Ausdehnung, vollkommen bestimmt.

Durch Vermittlung der Eigenfrequenz und Atomwärme ist nun auch das Atomgewicht als dritte charakteristische Konstante des Elements in die Zustandsgleichung eingetreten.

9. Um die Eigenfrequenz aus beobachtbaren Größen zu berechnen, kann man Gl. (3) und (6) kombinieren. Dann erhält man

$$\nu^2 = z^2 \left(\frac{v}{v_0}\right)^2 \frac{v^{1/3}}{M \varkappa}, \qquad (8)$$

1) Th. W. Richards, Zeitschr. f. phys. Chem. **61**, 95, 1907.
2) P. W. Bridgman, Proc. Amer. Acad. **44**, 255, 1909.
3) Carnazzi, Nuov. Cim. **5**, 180, 1903.

1) A. Einstein, Ann. d. Phys. (4) **35**, 679, 1911.

eine Beziehung, welche Einstein[1]) in fast gleicher Form schon abgeleitet hat. Indem er bestimmte Annahmen über die Anordnung der Atome im Körper machte, konnte er auch den Zahlenwert von z berechnen.

Das Schmelzen der einatomigen Körper.

10. Die bisher gemachten Annahmen gestatten keinerlei Schluß über diejenige Temperatur, bei welcher der feste Körper schmilzt. Wir wollen deshalb folgende Hypothese einführen: Schmelzen tritt dann ein, wenn die relative Ausdehnung vom absoluten Nullpunkt bis zum Schmelzpunkt einen bestimmten Betrag erreicht hat. Wir setzen also

$$\frac{v_s - v_0}{v_0} = \delta \qquad (9)$$

für die einatomigen festen Körper als konstant voraus. Der Index s bezieht sich hier auf den Schmelzpunkt. [Wie ich in der ausführlichen Mitteilung zeigen werde, läßt sich die Schmelzbedingung (9) auch so formulieren: Schmelzen tritt dann ein, wenn das Verhältnis der Schwingungsamplitude zum mittleren Atomabstand einen bestimmten Betrag überschreitet.] Unserer Hypothese liegt eine altbekannte empirische Beziehung zugrunde, wonach das Produkt aus Schmelztemperatur und Ausdehnungskoeffizient konstant sein soll. Inwieweit die immerhin schon rationeller gefaßte Bedingung (9) in Wirklichkeit erfüllt ist, kann man aus einer früher[2]) von mir mitgeteilten Tabelle ersehen, in der die relative lineare Ausdehnung $^1/_3\,\delta = \mathfrak{A}$ für 13 Metalle abgeschätzt worden ist. Für die meisten Metalle wird δ zwischen 0,07 und 0,09 liegen. Es ist daher wohl nicht zu willkürlich, Gl. (9) als Ausgangshypothese einzuführen, wobei für δ etwa 0,08 zu setzen ist.

Wir wollen jetzt annehmen, die Gl. (1) und (6) seien bis zum Schmelzpunkt hin gültig, dann ergibt sich durch ihre Kombination eine Beziehung zwischen Schmelztemperatur und Eigenfrequenz beim Schmelzpunkt, die unter gewissen Vereinfachungen mit der von F. A. Lindemann aufgestellten Formel identisch wird. Vernachlässigen wir auf der linken Seite von (1) das Glied mit p, setzen rechts

$$\int_0^{T_s} C_v dT = 3RT_s,$$

wo R die Gaskonstante bedeutet, also einen wahrscheinlich zu großen Betrag, benutzen wir schließlich noch (6) und (9), so erhalten wir aus der Zustandsgleichung annähernd

$$M\nu_s^2 v_s^{2/3} = \frac{3m+2}{2}\,\frac{z^2 R}{\delta}\,T_s, \qquad (10)$$

also eine Beziehung, die mit der Lindemannschen übereinstimmen würde, wenn m und δ konstant wären. Da dies aber nur in beschränktem Maße der Fall ist, vielmehr die tatsächlichen Schwankungen von m und δ meist in entgegengesetztem Sinne stattfinden, sich also addieren, so kommen wir zu dem Ergebnis, daß die Lindemannsche Formel nur eine rohe Annäherung darstellen kann. Für die Eigenfrequenz würde nach unseren Erwägungen Gl. (8) sehr viel zuverlässigere Werte geben müssen, als Gl. (10), wenn man in dieser den Faktor von T_s als konstant betrachtet.

11. Wenn man die Gl. (8) und (10) für den Schmelzpunkt ansetzt und die eine Gleichung durch die andere dividiert, so folgt

$$\frac{v_s}{\varkappa_s T_s} = \frac{3m+2}{2}\,\frac{R}{\delta(1+\delta)^2}. \qquad (11)$$

Schon Einstein hat darauf hingewiesen, daß nach den ursprünglichen Formeln von ihm und Lindemann der links stehende Ausdruck konstant sein müßte, daß er aber in Wirklichkeit von Element zu Element erheblich schwankt. Seine ursprüngliche Ansicht[1]), daß hieran möglicherweise prinzipielle Fehler der Kompressibilitätsmessungen die Schuld trügen, teilt Einstein nicht mehr[2]). Die Schwankungen erklären sich nach (11) einfach daraus, daß weder m noch δ für die Metalle wirklich konstant ist. Auf den Zahlenwert der rechten Seite von Gl. (11) werde ich in der ausführlichen Mitteilung eingehen.

12. Wenn nach dem Vorigen der Nutzen unserer Hypothese (9) nur gering war, so gibt es doch noch eine Folgerung, die durch ihre annähernde Übereinstimmung mit der Wirklichkeit überrascht. Soll die Konstanz von δ eine tiefere Bedeutung haben, so liegt die Annahme nahe, daß auch der äußere Druck ohne Einfluß auf δ ist. Differentiieren wir also Gl. (9) nach p, wobei v_s wegen der Kompressibilität abnimmt, wegen der Schmelzpunktserhöhung zunimmt, so erhalten wir eine bestimmte Beziehung zwischen der Schmelzpunktserhöhung mit dem Druck und der Kompressibilität. Es ergibt sich angenähert

$$\frac{1}{T_s}\frac{dT_s}{dp} = (m+2)\,\varkappa_0\,\frac{\overline{(\partial v/\partial T)}}{(\partial v/\partial T)_s}, \qquad (12)$$

wobei der mittlere Ausdehnungskoeffizient im Zähler der rechten Seite zwischen 0 und T_s zu nehmen ist. Setzen wir $\overline{(\partial v/\partial T)} : (\partial v/\partial T)_s = 1$, so werden wir zu große, aber doch der Größenordnung nach richtige Werte für die

1) A. Einstein, Ann. d. Phys. (4) **34**, 170, 1911.
2) Ann. d. Phys. (4) **33**, 60, 1910, Tab. 15.

1) l. c., S. 690.
2) Nach persönlicher Rücksprache.

Schmelzpunktserhöhung erwarten können. Tabelle 5 gibt den Vergleich zwischen den mit

Tabelle 5.

	Na	*K*	*Cd*	*Sn*	*Hg*	*Pb*	
$\left(\frac{1}{T_s}\frac{dT_s}{dp}\right)_{\text{beob.}}$	21	43	11	6,5	22	13	$\times 10^{-6}\left[\frac{1}{\text{Atm.}}\right]$
$(m+2)\varkappa_{18^\circ\text{C}}$	55	125	12	10	24	14	$\times 10^{-6}\left[\frac{1}{\text{Atm.}}\right]$

der genannten Vereinfachung berechneten und den leider nur wenigen, bisher beobachteten[1]) Schmelzpunktsänderungen. Mir scheint die Übereinstimmung, welche wahrscheinlich durch die gemachten Vernachlässigungen bei *Cd*, *Hg* und *Pb* verbessert, beim *Na*, *K* und *Sn* verschlechtert worden ist, sehr bemerkenswert zu sein.

13. Um noch einmal auf unseren Ausgangspunkt zurückzukommen, so scheint mir durch die hier mitgeteilten Ergebnisse bewiesen zu sein, daß die Vorstellung von der Existenz einer abstoßenden Kraft zwischen den Atomen eine fruchtbare Arbeitshypothese darstellt. Dabei sind die Folgerungen aus unseren Annahmen noch keineswegs erschöpfend behandelt. Zum Beispiel ist auch die Sublimationswärme des festen Körpers berechenbar[2]), und zwar, soweit sich aus dem sehr spärlichen Beobachtungsmaterial schätzen läßt, der Größenordnung nach richtig. Wir können jedenfalls sagen, daß ein nach unseren Annahmen aufgebauter Körper annähernd dasselbe thermisch-elastische Verhalten zeigen würde, wie die meisten uns bekannten festen Metalle, sofern man sie als isotrop ansehen kann und sofern man Gestaltsdeformationen ausschließt.

Diskussion.

Nernst: Sie haben wohl alle den Eindruck gewonnen, daß wir jetzt so weit sind, auch den festen Aggregatzustand molekulartheoretisch zu behandeln, und es ist zu hoffen, daß wir bald eine ähnlich vollständige Theorie auch für den festen Aggregatzustand bekommen werden, wie wir sie für die Gase seit langem besitzen.

1) Tammann, Ztschr. f. anorg. Chem. **40**, 53, 1904; Johnston u. Adams, Sill. Journ. (4) **31**, 501, 1911.
2) Vergl. G. Mie, l. c.

F. A. Schulze (Marburg a. L.), Die Wärmeleitfähigkeit einiger Reihen von Edelmetall-Legierungen.

In einer kurzen Notiz habe ich[1]) in den Sitzungsberichten der Marburger Gesellschaft zur Beförderung der gesamten Naturwissenschaften über das qualitative Ergebnis von Messungen der Wärmeleitfähigkeit von einigen Reihen von Edelmetall-Legierungen, nämlich von *Pd-Ag*, *Pd-Pt*, *Pd-Au* berichtet. Da diese Bestimmungen wenig zahlreich und mehr orientierender Art, und ferner noch mehrere Lücken in den Reihen vorhanden waren, so konnten noch keine zusammenfassenden Zahlen mitgeteilt werden. Diese Lücken sind inzwischen ausgefüllt worden; es sind ferner noch neue Messungen an Legierungen von *Pt-Ag* und *Pt-Au* hinzugekommen. Im folgenden soll das ganze Zahlenmaterial mitgeteilt werden.

1) F. A. Schulze, Marburger Berichte, 10. Mai 1911, S. 10—12.

Die Legierungen waren von der Firma Heraeus leihweise überlassen und standen in Form von 1 mm dicken Drähten zur Verfügung. Es sind dieselben Legierungen, an denen Herr W. Geibel[1]) die elektrische Leitfähigkeit, deren Temperaturkoeffizienten, die Thermokraft und die Zugfestigkeit gemessen hat.

Die Methode zur Bestimmung der Wärmeleitfähigkeit war diejenige von F. Kohlrausch[2]) in der von mir[3]) angegebenen Modifikation, die es gestattet, mit sehr geringen Substanzmengen und nicht besonders großen Stromstärken zu arbeiten. Die Einzelheiten dieser Modifikation, über die ich bisher nur kurz berichtet habe, die Fehlerquellen usw. sollen demnächst an anderer Stelle ausführlich mitgeteilt werden.

Die Methode von Kohlrausch gibt bekanntlich unmittelbar das in der Elektronentheorie so wichtige Verhältnis der Wärmeleitfähigkeit λ zur elektrischen Leitfähigkeit $\varkappa$.

In den folgenden Tabellen ist angegeben $\varkappa$ in $\Omega^{-1}\text{cm}^{-1}$; bei λ ist (im Anschluß an Jaeger und Diesselhorst) als Wärme-(Arbeits-)Einheit die Wattsekunde genommen (Multiplikation mit 0,239 gibt λ im gewöhnlichen Maß). Die Zahlen gelten sämtlich für etwa 25°. In der Rubrik für $\varkappa$ sind die nicht eingeklammerten Zahlen diejenigen, die sich aus den von W. Geibel für 0° angegebenen unter Benutzung der von ihm gemessenen Temperaturkoeffizienten für 25° berechnen; die eingeklammerten Zahlen sind die von mir gefundenen Werte. Aus den unmittelbar experimentell sich ergebenden Werten von $\lambda/\varkappa$ ist dann die Wärmeleitfähigkeit λ mit Hilfe der Geibelschen Werte von $\varkappa$ berechnet, mit Ausnahme der Legierungen von Platin-Silber, für die Geibel $\varkappa$ nicht angibt, sowie einiger weniger

1) W. Geibel, Zeitschr. f. anorg. Chemie **69**, 38—46, 1910; **70**, 240—254, 1911.
2) F. Kohlrausch, Sitzungsber. d. Berl. Akad. **38**, 711, 1899; Jaeger und Diesselhorst, Wiss. Abh. d. Phys. Techn. Reichsanst. III, 270.
3) F. A. Schulze, Marburger Berichte, 1910, S. 72.

anderer, wo sich die von mir gefundenen Werte von $\varkappa$ besser dem allgemeinen Gang der Leitfähigkeitskurve einfügen, als die von Geibel angegebenen, die im übrigen meist wohl genauer sind als meine Werte. $\lambda/\varkappa$ und damit λ dürfte auf 4 Proz. genau bestimmt sein.

Die erhaltenen Zahlenwerte sind in den folgenden Tabellen und Figuren enthalten. Die Zahlenwerte von $\varkappa$ bezw. λ für die reinen Metalle sind den Angaben von W. Geibel bezw. von Jaeger und Diesselhorst entnommen.

Tabelle 1.

Palladium-Silber.

Gewichtsproz.	$\varkappa \cdot 10^{-4}$		λ	$\lambda/\varkappa \cdot 10^7$
100 *Pd*	8,69		0,67	75
90 *Pd*-*Ag* 10	4,71	(4,63)	0,48	102
20	3,21	(2,92)	0,37	116
30	2,56	(2,52)	0,32	127
40	2,38	(2,39)	0.27	115
50	3,03	(2,91)	0,32	105
60	4,56	(4,47)	0,45	98
70	6,43	(6,69)	0,57	89
80	9,47	(9,87)	0,84	89
90	16,14	(16,60)	1,41	87
Ag 100	57,35		4,08	69

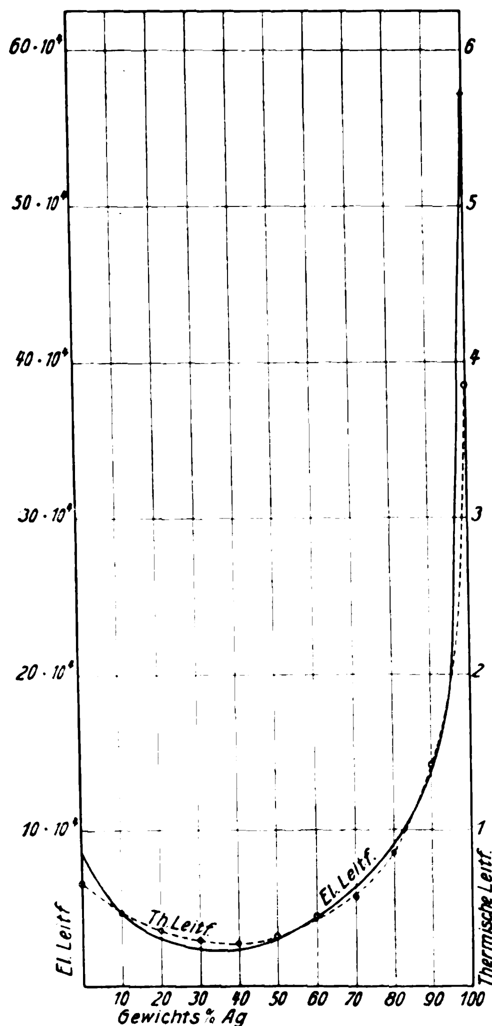


Fig. 1.

Tabelle 2.

Palladium-Gold.

Gewichtsproz.	$\varkappa \cdot 10^{-4}$		λ	$\lambda/\varkappa \cdot 10^7$
100 *Pd*	8,69		0,67	77
90 *Pd*-*Au* 10	6,65	(6,45)	0,52	78
20	5,33	(5,45)	0,42	78
30	4,72	(4,52)	0,40	86
40	3,89	(3,67)	0,36	92
50	3,74	(3,61)	0,36	96
60	4,02	(3,98)	0,40	98
70	5,45	(5,43)	0,44	80
80	7,82	(7,80)	0,59	75
90	13,27	(12,90)	0,98	74
Au 100	44,06		3,18	72

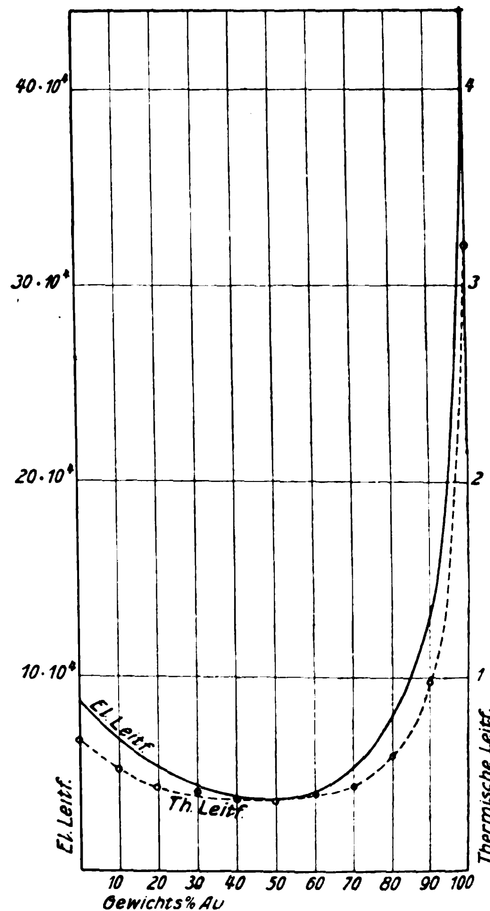


Fig. 2.

Tabelle 3.
Palladium-Platin.

Gewichtsproz.	$\varkappa \cdot 10^{-4}$	λ	$\lambda/\varkappa \cdot 10^7$
100 *Pd*	8,69	0,67	77
90 *Pd*-*Pt* 10	6,56 (6,73)	0,56	85
20	5,07 (4,94)	0,44	87
30	4,43 (4,21)	0,40	91
40	4,02 (3,90)	0,38	94
50	3,79 (3,64)	0,37	97
60	3,69 (3,55)	0,34	89
70	3,80 (3,68)	0,36	95
80	4,17 (4,19)	0,42	90
90	5,20 (5,01)	0,43	83
Pt 100	9,08	0,70	77

Tabelle 4.
Platin-Gold.

Gewichtsproz.	$\varkappa \cdot 10^{-4}$	λ	$\lambda/\varkappa \cdot 10^7$
100 *Au*	43,71	3,18	71
90 *Au*-*Pt* 10	9,61 (10,00)	0,76	76
20	5,49 (4,77)	0,41	85
30	5,10 (3,47)	0,30	86
40	3,03 (2,74)	0,26	93

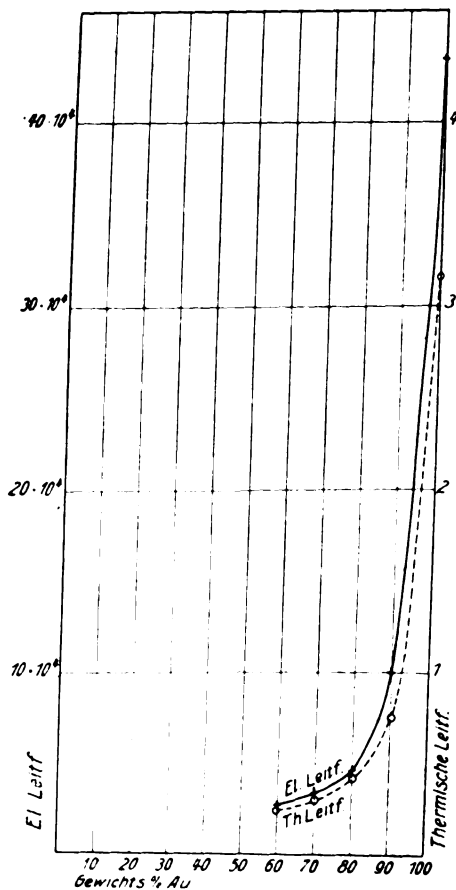


Fig. 4.

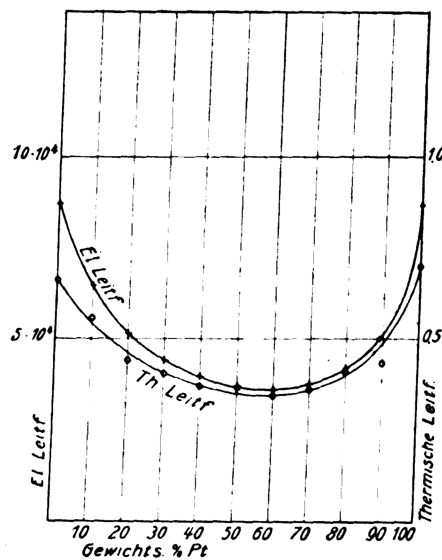


Fig. 3.

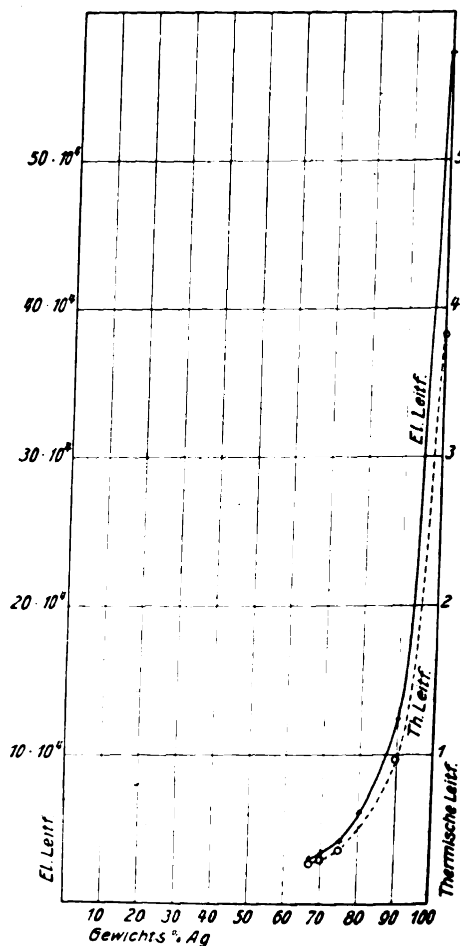


Fig. 5.

Tabelle 5.
Platin — Silber.

Gewichtsproz.		$\varkappa \cdot 10^{-4}$	λ	$\lambda/\varkappa \cdot 10^{7}$
100 *Ag*		57,35	4,08	69
90 *Ag-Pt*	10	12,72	0,98	77
	25	4,23	0,38	90
	30	3,22	0,31	95
	33	3,05	0,30	106

Das Ergebnis ist also für alle 5 Legierungsreihen, daß das Wiedemann-Franzsche Gesetz annähernd erfüllt ist. Die Abweichungen erfolgen stets in demselben Sinn, wie es sich bisher bei allen Legierungen ergeben hat, welche Mischkristalle bilden — und solche sind alle hier untersuchten Legierungen —, daß nämlich die Wärmeleitfähigkeit nicht in demselben Grade verringert wird, wie die elektrische Leitfähigkeit, so daß also der Quotient

$$\frac{\text{Wärmeleitfähigkeit}}{\text{elektrische Leitfähigkeit}}$$

von dem für die reinen Metalle gültigen Wert mit steigendem Zusatz des anderen Metalles bis zu einem Maximum wächst[1]). Besonders stark ist diese Zunahme bei den Palladium-Silberlegierungen. Nach allen bisher vorliegenden Bestimmungen der Wärmeleitfähigkeit von Legierungen scheint es, daß für diese dieselben Gesetzmäßigkeiten für die Abhängigkeit von der Konstitution gelten, wie sie von W. Gürtler[2]) allgemein für die elektrische Leitfähigkeit von Legierungen aufgestellt worden sind[3]). Doch fehlt es auf diesem Gebiet noch immer sehr an Messungen der Wärmeleitfähigkeit, namentlich für solche Legierungsreihen, in denen Verbindungen der beiden Komponenten auftreten. Es wird eine dankbare Aufgabe sein, weitere Versuche in dieser Richtung anzustellen; ich hoffe, über solche demnächst berichten zu können.

Diskussion.

Nernst: Ich möchte fragen, ob man nach dem Gesetz von Wiedemann und Franz alle Regeln, die für die elektrische Leitfähigkeit gelten, auch für die Wärmeleitfähigkeit annehmen kann?

Schulze: Ja.

1) Zur Begründung dieser Tatsache siehe u. a. besonders R. Schenck, Ann. d. Phys. **32**, 261, 1910; Joh. Koenigsberger, Ann. d. Phys. **35**, 27, 1911; A. L. Bernoulli, Ann. d. Phys. **35**, 168, 1911.

2) W. Gürtler, Zeitschr. f. anorg. Chemie **51**, 397, 1906; **54**, 58, 1907.

3) Vergl. F. A. Schulze, Ann. d. Phys. **9**, 555, 1902.

J. F. Herm. Schulz (Hamburg), Einige Bemerkungen zur Sonnenphysik.

I. Im Jahre 1861 stellte Kirchhoff den Satz auf:

„Die wahrscheinlichste Annahme, die man machen kann, ist die, daß die Sonne aus einem festen oder tropfbarflüssigen, in der höchsten Glühhitze befindlichen Kerne besteht, der umgeben ist von einer Atmosphäre von etwas niedrigerer Temperatur."

Die Messungen der von der Sonne ausgestrahlten Wärmemengen ergaben indessen bald, daß diese viel zu groß seien, um in einem festen Sonnenkern vom Innern durch Leitung an die Oberfläche gelangen zu können, daß vielmehr ausgedehnte, intensive Konvektionsströmungen in einer leicht beweglichen, oder gar Strahlung in einer völlig gasförmigen Masse dafür angenommen werden müsse.

In jener Zeit — 1860 bis 1885 — schätzte man die Sonnentemperatur außerordentlich hoch; Secchi ging bis zu 40 Millionen Grad, und auch Zöllner rechnete mit Millionen als Minimum. Es ist daher erklärlich, daß man auch den tropfbarflüssigen Zustand des Sonnenkerns für unmöglich und allein den völlig gasförmigen, nach einigen sogar ultragasförmigen Aggregatzustand für diskutabel erachtete.

Das Stephansche Strahlungsgesetz beseitigte jene übertriebenen Temperaturschätzungen, und heute rechnet man nur noch mit 5—6000° als Temperatur der Sonne. Auffälligerweise hat man sich bisher nicht veranlaßt gefühlt, außer den Annahmen über die Temperatur, nun auch diejenigen über den Aggregatzustand der Sonne zu revidieren. Die Astrophysik hält fast ausnahmslos daran fest: Die Sonne und alle selbstleuchtenden Weltkörper müssen völlig gasförmig sein. Man beruft sich dabei auf Moissan, der gezeigt habe, daß bei 3500° C alle irdischen Stoffe in Dampf verwandelt seien und daher die Sonne mit ihren 5—6000° nur völlig gasförmig sein könne. Man darf Moissans Untersuchungen nicht in diesem Sinne verwerten, da sie das Gegenteil bezeugen und daher Moissan selbst einen tropfbarflüssigen Sonnenkern für wahrscheinlich erklärte (C. R. **142**, S. 673). Er zeigte, daß im elektrischen Ofen alle untersuchten Stoffe verdampfen, wie auch Wasser bzw. Eis selbst unter 0° C verdampfen. Betreffs der Temperatur in seinem Ofen sagte er vorsichtigerweise nur, sie müsse 3500° C im Minimum betragen, fügte aber hinzu, sie dürfe tatsächlich höher sein und in dem Maße steigen, wie die angewandte Energie und die

Dauer der Versuche. Lummer und Pringsheim nennen 4200° als Temperatur des Bogens, was der Sonnentemperatur bereits nahe kommt. Allein diese Schätzung bezieht sich auf den freibrennenden Bogen, bei dem die zugeführte Energie sich beständig sofort in die Umgebung zerstreuen kann, während es im geschlossenen Moissanschen Ofen nicht möglich ist und die Temperatur hier daher steigen muß, bis die eintretende Schmelzung und Verdampfung des Ofenmaterials eine Grenze setzt.

Es dürfte bei den Moissanschen Versuchen vielfach die Sonnentemperatur erreicht sein, denn er hat mit Strömen gearbeitet, die 300 H.P. entsprachen und bis zu 20 Minuten in Anwendung kamen. Trotzdem wurden von 800 g Eisen nur 400 g verdampft, von 150 g Molybdän nur 56 g, von 150 g Wolfram sogar nur 25 g. Titan endlich wurde nicht einmal richtig geschmolzen, obgleich ein Teil verdampfte.

Gerade auf Moissan stütze ich mich, wenn ich an der Kirchhoff-Zöllnerschen Annahme eines tropfbarflüssigen Sonnenkernes festhalte, welcher die Möglichkeit bietet, die Sonnenphänomene in zusammenhängender, einwandfreier Weise zu erklären, während solches bei der Annahme einer völlig gasförmigen Sonne erwiesenermaßen nicht möglich war.

II. Zu einem anderen Punkte der Sonnenphysik möchte ich ebenfalls einige Worte sagen:

Man findet fast allgemein die Behauptung, die Dichte der Korona müsse bereits in geringer Höhe über der Photosphäre praktisch gleich Null sein, da verschiedene Kometen (1843 I, 1881 I und 1882 II) diese Region durchlaufen, ohne eine nachweisbare Störung erfahren zu haben (Pringsheim, S. 227, Newcomb-Engelmann, 4. Aufl., S. 330 u. 331). Ich habe bereits 1904 in der Astronom. Gesellschaft nachgewiesen, daß diese Behauptung unrichtig ist, da 1843 I und 1881 I erst nach ihrem Perihel entdeckt wurden, während 1882 II eine Kernteilung erlitt. Die einzig dastehende Lichtentwicklung von 1843 I, der am hellen Tage unmittelbar neben der Sonne mit freiem Auge an vielen Orten entdeckt wurde, läßt auf eine meteorartige starke Erhitzung infolge erlittenen Widerstandes in der Sonnenatmosphäre schließen, ähnlich wie bei 1882 II das Auftreten von Eisenlinien in seinem Spektrum nur am Tage des Perihels. 1881 I ist erst mehrere Tage nach seinem Perihel entdeckt und beobachtet.

Obgleich meine Darlegungen außer in der Vierteljahrsschrift der A.-G. auch in dieser Zeitschr. **6**, 119—123, 1905 abgedruckt wurden, hat man bisher an der unrichtigen Behauptung festgehalten und zitiert die Kometen als Beweis für die geringe Dichte in der Korona.

Man sucht auch aus gastheoretischen Gründen eine sehr rapide Abnahme der Dichte mit der Höhe in der Sonnenatmosphäre abzuleiten. Nach diesen selben theoretischen Gründen könnte die Erdatmosphäre nur etwa 12—13 km hoch sein, da O mit seiner Molekulargeschwindigkeit von 461 m nur bis 10,8 km, N mit 492 m nur bis zu 12,4 km aufsteigen könnte. Wir wissen aber, daß unsere Atmosphäre sich über 100 km, wenn einige Meteorberechnungen zuverlässig sind, sogar bis 400 km und darüber erstreckt. Bei der Sonnenatmosphäre ist daher ebenfalls eine wesentlich größere Höhenerstreckung anzunehmen, als es die reine Theorie zuzulassen scheint, und zwar um so mehr, als die höheren Schichten infolge Absorption einen viel größeren Wärmeinhalt besitzen müssen, als es der adiabatischen Kurve entspräche. Daraus folgt noch, daß Abkühlung in tieferen Niveaus (z. B. die dunklen Sonnenflecke) nicht durch absteigende, kühlere Strömungen erklärt werden können.

O. Lehmann (Karlsruhe), Kristallinische und amorphe Flüssigkeiten.

Nach Auffindung der kristallinischen Flüssigkeiten war zunächst zu untersuchen, welche Änderungen bedingt die neue Tatsache hinsichtlich der Mechanik der Flüssigkeiten. Es gibt, wie namentlich die Untersuchungen des Herrn Ch. Mauguin mit aller Exaktheit bestätigt haben, homogene kristallinische Flüssigkeiten, welche ein Raumgitter besitzen wie feste Kristalle. Was wird aus diesem Raumgitter, wenn die Flüssigkeit in Bewegung gerät, beispielsweise in wirbelnde?

Jedes Volumelement der Flüssigkeit verändert beim Fließen seine Gestalt, indem seine Punkte den hydrodynamischen Stromlinien entsprechend sich bewegen. Ein rechtwinkliges Element wird im allgemeinen in ein schiefwinkliges übergehen. Sind nun die Stromlinien für amorphe und kristallinische Flüssigkeiten dieselben und welche Änderungen erfährt beispielsweise die Lage der Achsen der Indikatrix, des Ellipsoids, welches die optische Anisotropie bestimmt? Wenn diese ursprünglich den Kanten des rechtwinkligen Volumelements parallel waren, welches wird ihre Lage relativ zu den Kanten sein, wenn sich das Volumelement infolge der Strömung schief gezogen hat?

Dies sind Fragen, mit welchen sich bisher die Hydrodynamik nicht befaßt hat, weil man die Existenz anisotroper Flüssigkeiten für ausgeschlossen hielt. Solche ist tatsächlich nicht verträglich mit den herkömmlichen auf die Avogadrosche Regel sich stützenden Theorien, welche die Moleküle der verschiedenen Modifikationen und Aggregatzustände eines Stoffes als identisch betrachten und deshalb die Änderung der Eigenschaften beim Übergang einer Modifikation in die andere auf veränderte Art der Aggregation zurückführen, z. B. bei polymorphen Modifikationen auf Veränderung der Raumgitteranordnung der Moleküle.

Würde sich nämlich beim Strömen einer anisotropen Flüssigkeit die Raumgitteranordnung, welche ursprünglich rechtwinklig sein möge, schief ziehen, so müßten sich die Eigenschaften der Flüssigkeit beständig ändern und bei fortgesetzter Strömung, z. B. im Falle von Wirbelbewegung, müßte schließlich die Raumgitterstruktur völlig zerstört, also Übergang in den amorphen Zustand bewirkt werden. Ferner befindet sich jede Flüssigkeit, wie die Brownsche Wimmelbewegung kleiner suspendierter Teilchen erkennen läßt, in beständiger unregelmäßiger Bewegung. Wenn also auch auf irgendeine Weise in einem Moment anisotrope Struktur in einer Flüssigkeit entstanden wäre, so müßte sie doch schon im nächsten Moment infolge von Strömungen und thermischer Bewegung wieder verschwunden, die Flüssigkeit also in eine amorphe übergegangen sein.

Im Gegensatz hierzu haben meine Untersuchungen ergeben, daß manche Flüssigkeiten von Natur aus (d. h. ohne Zwang durch äußere Kräfte) dauernd gleichmäßige Anisotropie zeigen und daß keinerlei Strömung dieselbe zu stören vermag.

Homogen können solche anisotrope Flüssigkeiten erhalten werden, indem man die Substanz in dünner Schicht zwischen zwei gleichorientierte anisotrope Platten bringt, durch deren molekulare Richtkraft das Auftreten von Ungleichmäßigkeiten der Raumgitterstruktur verhindert wird. Wie sowohl meine Untersuchungen, als auch die neueren (sehr eingehenden) des Herrn Ch. Mauguin gezeigt haben, ist Strömung in einer solchen Flüssigkeit, falls sie genügend leichtflüssig ist, ohne jeden Einfluß auf die optische Orientierung. Momentan nehmen die Moleküle, falls sie etwa durch die Strömung aus ihrer Richtung gedreht wurden, wieder diejenige Orientierung an, die der Struktur der begrenzenden Platten entspricht. Die Wirkung der molekularen Richtkraft erfordert also weder meßbare Zeit, noch einen Aufwand an Energie. Sie ist auch ohne jeden Einfluß auf den Verlauf der hydrodynamischen Stromlinien; die Hydrodynamik leicht flüssiger homogener kristallinischer Flüssigkeiten ist genau dieselbe wie die amorpher Flüssigkeiten.

Verdreht man die eine homogene flüssig-kristallinische Schicht begrenzenden festen Platten gegeneinander, so wird die Struktur der Schicht entsprechend schraubenförmig. Die optischen Erscheinungen werden, wie vor kurzem Herr Mauguin sorgfältig experimentell und theoretisch analysiert hat, wie zu erwarten komplizierter, das mechanische Verhalten bleibt aber ungeändert; Strömungen bedingen keine Änderungen der optischen Eigenschaften, also keine Änderung der Struktur, welche auch hier nur durch die begrenzenden Platten bestimmt wird.

Sind die begrenzenden Platten isotrop, so resultieren gewöhnlich pseudoisotrope Schichten. Eine Achse der Moleküle, die Hauptachse, stellt sich senkrecht zu den Platten, im übrigen ist die Lage, also die Richtung der Nebenachsen, eine regellose. Zwischen gekreuzten Nicols zeigt eine pseudoisotrope Schicht das Verhalten einer senkrecht zur Achse geschliffenen einachsigen Kristallplatte, auch dann, wenn der Stoff an sich zweiachsig ist, d. h. wenn er in homogener Schicht die optischen Eigenschaften eines zweiachsigen festen Kristalls aufweisen würde, wie namentlich aus den neuesten Arbeiten des Herrn P. Gaubert folgt.

Auch die Struktur derartiger pseudoisotroper (halbisotroper oder halbanisotroper) Massen wird durch Strömungen in keiner Weise geändert, selbst bei relativ zähflüssigen Stoffen wie Ammoniumoleat und Lezithin, wenn die Dicke der Schicht hinreichend gering ist. Sehr auffällig zeigt sich die Erscheinung beim Durchströmen durch Kapillaren von 0,5 bis 0,8 mm lichter Weite. Da überall die optische Achse senkrecht zur Glaswandung steht, zeigt die Flüssigkeitssäule in der Röhre zwischen gekreuzten Nicols der Achse parallele Interferenzstreifen, welche etwa denjenigen eines Babinetschen Kompensators gleichen, derart, daß der dunkle Streifen mit der Achse der Röhre zusammenfällt. Bringt man die flüssige Masse zum Strömen, so ändert sich an diesen Interferenzstreifen nichts, man sieht nur etwaige Inhomogenitäten, wie Einschlüsse von Mutterlauge, Gasblasen, schwebende feste Partikelchen usw. durch das Streifensystem hindurchwandern.

Fehlen begrenzende feste Platten, wird eine kleine Menge flüssig-kristallinischer Flüssigkeit in einer spezifisch gleich schweren amorphen Flüssigkeit freischwebend erhalten, so kann sich ebenfalls pseudoisotrope oder halbisotrope Struktur ausbilden, welche, falls die Masse homogen ist, dadurch zum Ausdruck kommt, daß der

Querschnitt ein Kreis, die Form also ein Ellipsoid oder ein Zylinder mit abgerundeten oder zugespitzten Enden wird, da rings um die Hauptachse Symmetrie herrscht.

Beim Zusammenfließen solcher homogener halbisotroper Kristalle treten häufig konische Störungen der Struktur auf, die ein eigentümliches molekulares Gleichgewicht darstellen. Dasselbe ist bestimmt durch die Achse, um welche sich die Moleküle in kegelförmigen Schichten anordnen. Auch hier bleibt Strömung ohne Einfluß, sofern nicht die Achse wandert oder durchgebogen wird, womit sich natürlich auch alle Schichten durchbiegen.

Ist die molekulare Richtkraft unzureichend, Parallelrichtung aller Hauptachsen der Moleküle zu bewirken, so bleiben, falls begrenzende feste Platten fehlen, nur Gebilde mit gestörter Struktur übrig, d. h. Kristalltropfen, bei welchen die Moleküle, wie aus den optischen Erscheinungen zu schließen ist, in konzentrischen Kreisen um eine Achse (die Symmetrieachse) gelagert sind. Diese kann sich bei Strömungen wie die Achse der konischen Störungen verschieben, verlängern und verkürzen, sowie durchbiegen (und damit das ganze System der sie umgebenden zylindrischen Schichten); sonstige Störung der Struktur findet nicht statt.

In allen diesen Fällen ist die Anisotropie nicht homogen, d. h. die Raumgitteranordnung ist an verschiedenen Stellen verschieden; nichtsdestoweniger sind aber die Eigenschaften, insbesondere Schmelzpunkt und Löslichkeit nicht wie bei polymorphen Modifikationen verschieden, sondern überall gleich. Auf keine Weise ist auch durch Strömung Übergang in den amorphen Zustand zu bewirken.

Ferner kann eine Abänderung der Struktur kristallinischer Flüssigkeiten, seien sie homogen oder inhomogen, durch magnetische Kräfte hervorgebracht werden, insofern sich die Hauptachsen der Moleküle parallel den magnetischen Kraftlinien zu richten suchen; auch bei derartig abgeänderter Struktur ist aber mechanische Strömung ohne Einfluß. Die magnetische Kraft bewirkt somit die Orientierung der Moleküle ebenfalls momentan.

Wesentliche Störungen durch mechanische Deformation lassen sich in manchen Fällen bei zäheren kristallinischen Flüssigkeiten beobachten, wenn ein richtender Einfluß begrenzender fester Schichten oder magnetischer Felder nicht vorhanden ist. Dahin gehört die Knickung der Struktur, welche im Prinzip dasselbe ist wie die künstliche Zwillingsbildung bei festen Kristallen, und die als erzwungene Homöotropie bezeichnete Erscheinung, welche darin besteht, daß die Hauptachsen der Moleküle sich senkrecht zur Fließrichtung zu stellen bestrebt sind. Auch für diese Erscheinung findet sich analoges bei festen Kristallen, speziell bei der Deformation der Metalle. Dieselbe scheint der bei Eis zu beobachtenden Erscheinung der Transkristallisation verwandt zu sein, bei welcher gleichgerichtete Trümmer mit besonders großer Kraft aneinander adhärieren, während die Adhäsion verschieden orientierter wesentlich geringer ist. Insoweit derartige Erscheinungen auftreten, muß natürlich die Hydrodynamik kristallinischer Flüssigkeiten von der amorpher Flüssigkeiten sich unterscheiden.

Ähnliches gilt für die Hydrostatik. Eine leichtflüssige kristallinische Flüssigkeit ohne Gestaltungskraft, d. h. eine solche, bei welcher die molekulare Richtkraft unzureichend ist, die Hauptachsen der Moleküle parallel zu richten, nimmt, in Ruhe befindlich, vollkommen ebene Oberfläche an, wie eine amorphe Flüssigkeit. Bei Aggregaten flüssiger Kristalle mit Gestaltungskraft wird aber die Oberfläche rauh wegen des Bestrebens der sie zusammensetzenden Kristallindividuen polyedrische Form anzunehmen.

Würde man aus einem einzelnen flüssigen Kristall dieser Art eine Kugel herausschneiden und sie in einer spezifisch gleich schweren amorphen Flüssigkeit schweben lassen, so würde sie keineswegs wie ein kugelförmiger Tropfen einer amorphen Flüssigkeit ihre Form behalten, sondern polyedrische Form, oder, falls der Kristall halbisotrop war, ellipsoidische oder zylindrische Form anzunehmen streben.

Ursache dieser Gestaltänderung ist augenscheinlich der Oberflächenspannungsdruck, welcher auch beim Umformen eines beliebig geformten amorphen Tropfens zu einer Kugel die treibende Kraft ist. Während aber bei einem solchen dieser Druck lediglich von dem Krümmungsradius abhängt, ist bei dem Kristalltropfen anzunehmen, auch die Struktur sei von Einfluß, denn sonst müßte die Kugel, deren Krümmung ja überall dieselbe ist, ihre Form behalten.

Man hat freilich angenommen, bei Kristallen sei die Oberflächenspannung auf verschiedenen Stellen der Oberfläche verschieden, was ebenfalls eine Abweichung von der Kugelform bedingen könnte. Derartige Verschiedenheiten der Oberflächenspannung müßten aber kontinuierliche Strömungen im Tropfen hervorbringen, was mit den Sätzen der Thermodynamik in Widerspruch steht; auch mit der Erfahrung, insofern von solchen Strömungen nichts zu bemerken ist, und mit der Eötvösschen Regel, da dann das Molekulargewicht von der Richtung abhängig sein müßte, was keinen Sinn hat.

Früher glaubte ich Anisotropie der Expansivkraft als Ursache betrachten zu können, doch

auch dies ist nicht möglich, da die Expansivkraft durch die in gleicher Weise anisotrope Kohäsion im Gleichgewicht gehalten wird, somit nicht zur Wirkung gelangen kann.

Demgemäß kann man also sagen, die Gestaltungskraft flüssiger Kristalle beruht auf Abhängigkeit des Oberflächenspannungsdrucks von der Struktur und wirkt in der Weise, daß die von diesem herrührende potentielle Energie ein Minimum zu werden sucht. Da für eine ebene Oberfläche der Oberflächenspannungsdruck Null ist, so strebt also ein Kristalltropfen einer von ebenen Flächen begrenzten Form zu, die sich berechnen ließe, wenn die Abhängigkeit des Oberflächenspannungsdrucks von der Struktur und diese selbst bekannt wären. Die begrenzte Zahl möglicher Kristallformen ergibt sich aus der begrenzten Zahl regelmäßiger Strukturen.

Als wesentliche Vereinfachung käme dabei in Betracht, daß (wenigstens bei zäheren Kristallen) nicht auch umgekehrt die Struktur vom Oberflächenspannungsdruck abhängt, sondern selbst große flüssige Kristalle, trotz verschiedenartiger Krümmung der Oberfläche, zwischen gekreuzten Nicols einheitliche Auslöschung zeigen.

Eine direkte Messung des Oberflächenspannungsdrucks mittels üblicher Methoden (z. B. mittels Kapillarröhren) ist freilich unmöglich, da die Kuppe der Flüssigkeit eine pseudoisotrope Schicht (event. mit konischen Störungen) darstellt. Die Moleküle haben nämlich stets das Bestreben, an der Grenze gegen Luft, ganz wie an der Grenze gegen eine amorphe feste Platte, sich so zu richten, daß ihre Hauptachse zu der Grenzfläche senkrecht steht.

Jedenfalls läßt sich aber die Gestaltung der Kristalltropfen auf Grund der Annahme einer Abhängigkeit des Oberflächenspannungsdrucks von der Struktur leicht verstehen. Wäre beispielsweise eine Kugel aus halbisotroper Masse gegeben, bei welcher der Oberflächenspannungsdruck am Äquator (d. h. in der zur Hauptachse senkrechten Ebene) größer wäre als an den Polen, so müßte sich an letzteren die Oberfläche unter gleichzeitigem Zusammenschrumpfen der äquatorialen Zone so lange vorwölben, bis der infolge der verstärkten Krümmung geweckte stärkere Oberflächenspannungsdruck daselbst dem durch Verminderung der Krümmung verkleinerten Oberflächenspannungsdruck am Äquator das Gleichgewicht hielte. Die resultierende Form würde also ein Ellipsoid oder ein Zylinder mit abgerundeten oder zugespitzten Enden werden müssen, wie es tatsächlich der Fall ist. Ist der flüssige Kristall nicht halbisotrop, sondern etwa von oktaedrischer oder kubischer Struktur, so werden statt zwei Polen deren sechs bzw. acht auftreten, es entsteht ein Oktaeder bzw. ein Würfel, dessen Ecken und Kanten um so mehr gerundet sind, je mehr der Oberflächenspannungsdruck auf die Struktur einzuwirken vermag, d. h. je leichtflüssiger der Stoff ist. Bilden sich, wie es in der Nähe des Übergangs in die isotrope Schmelze gewöhnlich geschieht, isotrope Tröpfchen im Innern eines flüssigen Kristalls, so müßten diese eigentlich dieselbe Form annehmen. Hier bilden sich aber regelmäßig konische Störungen der Struktur aus, die es verhindern.

Soweit sich die Formen flüssiger Kristalle und deren molekulare Struktur feststellen lassen, dürfte es möglich sein, die Abhängigkeit des Oberflächenspannungsdrucks von der Raumgitterstruktur mit einiger Zuverlässigkeit zu ermitteln und so eine physikalische Grundlage der Kristallographie zu schaffen, denn im Prinzip wird ähnliches auch für feste Kristalle gelten.

Aus der Gesamtsitzung der naturwissenschaftlichen Hauptgruppe:

F. Haber (Karlsruhe), Elektronenemission bei chemischen Reaktionen.

Die Elektronenemission bei chemischen Reaktionen ist ein Gegenstand, den die Wissenschaft bisher kaum kennt. Aber das Thema steht in Beziehung zu Fragen des Faches, die der erste Vertreter der physikalischen Chemie an dieser Karlsruher Hochschule, Lothar Meyer, vor langer Zeit behandelt hat. So erscheint es naheliegend, vor dieser Versammlung Ergebnisse einschlägiger Untersuchungen mitzuteilen, welche meinen Freund und Mitarbeiter Dr. G. Just und mich ziemlich lange beschäftigt haben.

Annähernd so alt wie der moderne Begriff der chemischen Elemente ist auch der Gedanke, daß ihre große Zahl nicht die letzte Grundform der Materie darstellt, sondern daß sich die Atome unserer Elemente aus einfacheren Gebilden, ja vielleicht aus einem einheitlichen Grundstoff aufbauen. Auf diesem geistigen Boden ist die Erkenntnis von dem Gruppenzusammenhang der chemischen Elemente entstanden, die in ihrem periodischen System zum Ausdruck gelangt. Die glänzenden Erfolge dieses Systems, die seiner Aufstellung rasch folgten, die Entdeckung der vorausgesagten Elemente Skandium, Gallium und Germanium, haben den Familienzusammenhang der chemischen Grundstoffe schon vor 40 Jahren über jeden Zweifel hinausgerückt. Aber für die Frage, welche innere Beschaffenheit der Elementaratome diesen Zusammenhang bedingte, fehlten der Chemie im vorigen Jahrhundert die zu erfolgreicher Bearbeitung unentbehrlichen

Kenntnisse. Ein großer Fortschritt wurde um die Wende des Jahrhunderts durch die Erkenntnis gemacht, daß die negative Elektrizität aus diskreten einander gleichen Teilchen einer feineren Materie, den Elektronen, besteht, welche durch die verschiedensten physikalischen Hilfsmittel, nämlich durch elektrische Kräfte, durch kurzwellige Bestrahlung und durch hohe Temperatur zum Austritt aus den Stoffen gebracht werden können. Die Beobachtungen an Spektrallinien im magnetischen Felde bewiesen, daß die Schwingungen solcher Elektronen im Atom die Ursache der Linienspektra sind. Dieser Komplex von Tatsachen nötigte zu der Vorstellung, daß die Elektronen Bausteine der Elementaratome sind und weckte sogar die Hoffnung, das Grundproblem des Zusammenhanges der Elemente durch die Auffassung der Atome als Einlagerungen verschieden zahlreicher und verschieden angeordneter Elektronen in dieselbe positive Grundsubstanz zu lösen. Nun ist in den letzten Jahren wohl klar geworden, daß der innere Aufbau des Atoms an Mannigfaltigkeit dem Aufbau der Moleküle aus Atomen nichts nachgibt. Wir sind unter diesen Umständen noch recht weit davon entfernt, die chemischen Unterschiede der Elemente auf Zahl- und Bewegungsunterschiede in dieselbe positive Grundmaterie eingelagerter Elektronen erklären zu können. Wir können vorerst nur versuchen, die Mannigfaltigkeit der chemischen Erscheinungen in Gruppen aufzulösen, von denen einige den Schwingungen ausgezeichneter Elektronen im Atomverbande, andere den Eigenschaften der positiven Reste zugeschrieben werden, die bei den einzelnen Elementen vorerst individuell verschieden bleiben. Schon von diesem beschränkten Eindringen in den Atombau ist aber außerordentlich viel zu gewinnen. Erfolge sind bisher vorzugsweise auf dem Gebiet der Zustandseigenschaften der Stoffe zu verzeichnen. Aber auch für die Reaktionslehre darf man sich großen Nutzen versprechen, da es ganz den Anschein hat, daß die Quelle der Affinität in den Eigenschaften gewisser ausgezeichneter Elektronen gelegen ist.

Es gibt eine Klasse von chemischen Reaktionen, bei denen der innere Aufbau des Atoms aus elektrischen Teilen bei der Beobachtung unmittelbar zutage tritt. Bei den radioaktiven Verwandlungen nämlich haben wir Erscheinungen vor uns, in denen der explosive Zerfall der Atome Schwärme von Elektronen als β-Strahlen neben solchen von positiver Materie (α-Strahlen) von der Zerfallsstelle wegtreibt. Diese radioaktiven Veränderungen sondern sich indessen bisher von den chemischen Umsetzungen dadurch vollständig ab, daß sie freiwillig ohne unser Zutun geschehen und durch keine Einwirkung, welche wir auszuüben vermögen, in ihrem Verlaufe beeinflußt werden. Auf der anderen Seite sind die uns geläufigen chemischen Reaktionen zwar häufig von elektrischen Erscheinungen begleitet, aber keine dieser Erscheinungen ist so geartet, daß man aus ihr eine ähnliche Beteiligung der zum Atombau gehörigen Elektronen an der chemischen Umsetzung hätte herleiten mögen. Die Ladungsaufnahmen und -abgaben, von denen die Elektrochemie der wäßrigen Lösungen und Schmelzen handelt, lassen sich zwar als Elektronenaussendung darstellen. Aber diese Elektronen werden dabei der Beobachtung nicht zugänglich. Sie verkehren nur zwischen den Atomen unter der Wirkung von Kräften, welche keineswegs denen gleich zu setzen sind, durch die sie vom Atomverband freikommen. Die Beschreibung der elektrolytischen Vorgänge als Elektronenphänomene ist deshalb für die Sache so wenig wesentlich, daß sich das ganze große Gebiet dieser Veränderungen ohne Kenntnis von der materiellen und diskreten Natur der negativen Elektrizität in umfassender Weise hat aufklären lassen.

Näher gelegen scheinen den radioaktiven Phänomenen diejenigen Fälle, in welchen chemische Umsetzungen von Gasen ein Leitvermögen in der Gasmasse hervorrufen oder Umsetzungen fester oder flüssiger Stoffe einen benachbarten Gasraum leitend machen. Man wird in diesem Zusammenhange zunächst an die Flammen denken, unter denen dem Chemiker die Bunsenflamme am nächsten liegt. Der Innenkegel der Bunsenflamme ist ein Gebiet, in welchem unter der Wirkung der dort stattfindenden stehenden Explosion des Leuchtgases mit einer unzureichenden Luftmenge eine sehr reichliche Erzeugung geladener Teilchen stattfindet, von denen die negativen nach ihrer Beweglichkeit beurteilt, zum mindesten teilweise Elektronen sein müssen. Hier würde unzweifelhaft Emission von Elektronen als Folge der chemischen Veränderung anzunehmen sein, wenn nicht in diesem Innenkegel zugleich eine Temperatur von rund 1500° C herrschte, von der wir wissen, daß sie an sich befähigt ist, Elektronen zum Austritt aus dem Atomverbande zu bringen. Nun kann man freilich einwenden, daß die Temperatur allein diese Elektronenemission nicht bedingen kann, weil ihr weiterer Anstieg auf dem Gasweg vom Innenkegel zum Außenkegel der Bunsenflamme die verhältnismäßige Anzahl der geladenen Teilchen nicht vermehrt, sondern vermindert. Aber die Sache bleibt dennoch zweifelhaft, weil in der Explosionszone des Innenkegels Zwischenprodukte der

Verbrennung entstehen mögen, welche in dem anschließenden Gebiet zwischen beiden Kegeln fehlen und eine besonders starke thermische Elektronenemission aufweisen könnten. Bei gewöhnlicher Temperatur gibt es zahlreiche Reaktionen fester und flüssiger Stoffe, die in einem benachbarten Gasraume Leitvermögen hervorrufen. Sie liefern freilich als negative Elektrizitätsträger keine Elektronen, sondern Ionen, aber man könnte sich vorstellen, daß diese negativen Träger aus Elektronen, die vom Atom hergegeben werden, durch sekundäre Anlagerung neutraler Massenteilchen entstehen. Doch der Zusammenhang ist hier in den klaren Fällen ganz anders. Wir haben an der Grenze von Gas und fester oder flüssiger Substanz eine geladene Schicht, und deren Bruchstücke werden in den Gasraum zum Teil hinausgeschleudert, wenn eine heftige Reaktion die Oberfläche plötzlich mechanisch zerreißen läßt. Von dem Erscheinungskreis abgesehen, der im Fortgang dieses Vortrages behandelt wird, ist meines Wissens kein Fall eines Vorganges bei gewöhnlicher Temperatur bekannt, in welchem die Aussendung von Elektronen als ein unmittelbarer Teil der chemischen Umsetzung deutlich gekennzeichnet wäre.

So stehen sich radioaktive Verwandlungen und gewöhnliche chemische Umsetzungen durch eine Kluft getrennt gegenüber. Der Gedanke an eine Verknüpfung kann als die Aufnahme einer alten Idee bezeichnet werden, die Lothar Meyer zu einer Zeit ausgesprochen hat, als die Fassung in der hier gegebenen Art noch nicht möglich war. Ihn beschäftigte die Frage, ob die chemische Umsetzung ihrem vollen Wesen nach dadurch dargestellt wird, daß wir dieselben Atome in einer chemischen Gleichung auf beiden Seiten des Gleichheitszeichens verschieden anordnen. Zu seiner Zeit gab es außer den unveränderlichen Atomen nur den Äther, und die Frage nahm deshalb die spezielle Gestalt an, ob der Äthergehalt der Umsetzungsprodukte mit dem der Ausgangsstoffe gleich oder durch eine wägbare Differenz davon unterschieden sei. Die Frage ist dann insbesondere von Landolt eingehend mit dem Ergebnis studiert worden, daß eine wägbare Differenz dieser Art sich nicht nachweisen läßt. Aber schon bei Landolt wandelt sich die Fragestellung, indem nicht mehr der Äther, sondern die Elektronen als die Ursache des möglichen Unterschiedes angesehen werden. Durch den Nachweis von Umsetzungen, bei denen eine Emission von Elektronen stattfindet, wird die Frage bejahend in dem Sinne beantwortet, daß auch bei den gewöhnlichen chemischen Reaktionen die veränderte Gruppierung derselben Atome auf beiden Seiten der Reaktionsgleichung nicht immer eine vollständige Beschreibung der Veränderung abgibt. Fassen wir die Bedingungen etwas näher ins Auge, denen eine Elektronenemission bei chemischen Reaktionen unterworfen sein wird, so liegt zunächst nahe, daran zu denken, daß die Reaktionsenergie beim Zerfall eines Atomgewichts Radium von der Größenordnung 10^{11} g Kalorien ist. Die gesamte Energieänderung, welche sich bei der chemischen Verbindung zweier einwertiger Elemente zu einem Molekulargewicht einer binären Verbindung im Höchstfalle zeigt, beträgt etwa 10^5 g Kalorien und ist mithin eine Million mal geringer. Die Energie des Radiumzerfalls reicht aus, um die Elektronen nahezu mit Lichtgeschwindigkeit, die außerordentlich viel trägeren α-Teilchen noch immer mit etwa 20000 km Geschwindigkeit in der Sekunde zu entsenden. Bei dem radioaktiven Zerfall liegt die Sache im wesentlichen so, daß der ganze Betrag der Energieänderung bei der Reaktion in der kinetischen Energie der abfliegenden Gebilde steckt. Wir wollen einmal dieselbe Annahme für die chemischen Reaktionen machen und nach den Strahlen negativer Elektrizität fragen, welche wir erhalten, wenn von jedem Molekül der entstehenden Verbindung ein Elektron abfliegt, das die ganze Bildungsenergie mit sich fortnimmt. Bei einer Bildungsenergie des entstehenden Stoffes von 10^5 g Kalorien für das Molekulargewicht entfallen auf das einzelne Molekül $6{,}5 \cdot 10^{-12}$ erg. Damit 1 Elektron von der Masse $0{,}9 \cdot 10^{-27}$ g diesen Energiebetrag als lebendige Kraft mit sich fort trägt, muß es eine Geschwindigkeit von 1200 km in der Sekunde besitzen. Elektronen von dieser Geschwindigkeit stellen aber ganz weiche Strahlen dar, welche schon durch eine verzögernde Kraft von 4 Volt am Fortgehen gehindert werden und wegen ihres geringen Durchdringungsvermögens in materiellen Schichten, welche dem Ursprungsorte benachbart sind, mit der größten Leichtigkeit stecken bleiben. Nun wissen wir freilich nicht, ob sich die einzelnen Moleküle gleichartig verhalten werden. Es mag auch sein, daß die Geschwindigkeiten der ausgesandten Elektronen ein Geschwindigkeitsspektrum darstellen, in welchem auch rascher bewegte Teile nicht fehlen. Vielleicht geben überhaupt nur Atome, deren innerer Zustand im Reaktionsmomente besonders bevorzugt ist, eine Emission von Elektronen, die dann etwas größere Geschwindigkeit haben. Aber auf alle Fälle wird man der eben erwähnten zahlenmäßigen Überlegung entnehmen, daß man nur ganz weiche Strahlen von einiger Stärke, und auch diese nur bei den Reaktionen, erwarten darf, die mit besonders hoher Energieänderung verlaufen.

Fassen wir nun die Bedingungen etwas näher ins Auge, die man der Natur der Sache nach innehalten muß, um solche Strahlen zu finden, so ist zunächst klar, daß die weichen Elektronenstrahlen gar nicht bis zu einer Elektrode vordringen werden, an welcher man sie auffangen und nachweisen kann, wenn sie auf ihrem Wege von der Entstehungsstelle dorthin irgendein dichteres Medium zu durchsetzen haben. Diese Überlegung führt auf den Gedanken, hochverdünnte Gase untereinander reagieren zu lassen. Aber auf diese Weise käme man nicht über das Ergebnis hinaus, welches die Flammen unter gewöhnlichem Druck liefern, weil die große Energieänderung an der Reaktionsstelle notwendigerweise die Masse auf hohe Temperatur bringt. Um dies zu verhüten, muß man ein hochverdünntes Gas auf einen flüssigen oder festen Stoff von bedeutender Wärmekapazität einwirken lassen. Das Ergebnis des Versuches wird sonst immer durch den Zweifel getrübt bleiben, ob nicht eine gewöhnliche thermische Elektronenemission vorliegt. Die Verwendung fester Körper bietet dabei Schwierigkeiten, denn man muß die Oberfläche bei dem niederen Versuchsdrucke beständig erneuern, wenn sich nicht alsbald eine Haut der Reaktionsprodukte bilden soll, in der die Strahlen stecken bleiben müssen. Damit kommt man auf die Reaktion von Flüssigkeiten mit hochverdünnten Gasen. Bei der Auswahl der Flüssigkeit ist dann zu erwägen, daß ihr Dampfdruck so klein wie möglich sein muß, und daß sie anderseits nicht etwa erst mit dem Gase reagieren darf, nachdem es sich gelöst und in der Flüssigkeit verbreitet hat. Bei gewöhnlicher Temperatur flüssige Stoffe, welche diesen Bedingungen genügen und zugleich imstande sind, mit Gasen Umsetzungen von großer Reaktionsenergie zu liefern, finden wir in der Legierung der Metalle Kalium und Natrium und in zahlreichen Amalgamen. Dann läßt sich noch als unedelster Stoff mit größter Reaktionsenergie das Cäsium hinzunehmen, welches ganz dicht über Zimmertemperatur noch flüssig ist. Der besondere Zustand der Elektronen in den Metallen macht diese für den Versuchszweck noch empfehlenswerter. Dies sind die Stoffe, welche in den Kreis der Untersuchung gezogen worden sind.

Um sich über den Gegenstand experimentell zu unterrichten, sieht man zweckmäßig zunächst von der Verwendung sehr niedriger Drucke ab und untersucht das Verhalten der metallischen Flüssigkeiten in Gasen, die sich unter atmosphärischen Bedingungen befinden. Elektronen werden in diesem Falle nicht gefunden werden können, da sie beim Austritt in den Gasraum sich an Gasmoleküle anlagern. Aber man kann die Bedingungen feststellen, unter denen negative Elektrizitätsträger im Gase auftreten und daraus lernen, wie man den Versuch später im Vakuum einzurichten hat. Wenn man die flüssige Legierung von Kalium und Natrium durch eine Metallkapillare entsprechend dieser Überlegung langsam in einen mit Gas von gewöhnlichem Druck erfüllten Raum tropfen läßt, so daß ihre Oberfläche sich unablässig erneut, so findet man so lange keine elektrische Erscheinung, als der Gasraum mit den chemisch indifferenten Gasen Wasserstoff oder Stickstoff gefüllt ist. Wenn man aber diese unwirksamen Gase mit kleinen Mengen anderer verunreinigt, die lebhaft auf die flüssige Metallegierung einwirken, so läßt sich ein elektrischer Strom erhalten, indem man den negativen Pol einer Stromquelle an die metallene Tropfkapillare legt und den positiven mit einer Hilfselektrode verbindet, die sich einige Millimeter von dem Tropfen entfernt in dem Gasraum befindet. Kehrt man die Pole um, so ist keinerlei elektrische Wirkung mehr wahrzunehmen. Daraus sieht man, daß durch die Reaktion negative Träger, und nur solche, in den Gasraum getrieben werden. Bei diesen Versuchen muß man stets vermeiden, dicke Massen von Reaktionsprodukten entstehen zu lassen. In der Wahl der chemisch aktiven Gase, die man dem indifferenten Stickstoff oder Wasserstoff beimengt, kann man sich sehr frei bewegen. Die Erscheinung tritt auf, sowohl wenn man Wasserdampf verwendet, als wenn man Chlorwasserstoffgas, Joddampf oder Sauerstoffgas benutzt. Auch die komplizierteren Dämpfe des Thionylchlorids und des Phosgens lassen sich verwenden. Ja beim Phosgen ist der Effekt am stärksten. Wählt man statt der flüssigen Legierung von Kalium und Natrium die Amalgame des Cäsiums, des Kaliums oder Lithiums, so ist sie schwächer und innerhalb der Reihe der Amalgame selbst nimmt ihre Intensität vom Cäsium über das Kalium zum Lithium, also in der Reihenfolge der chemischen Aktivität, stark ab. Beim Lithiumamalgam spielt die Erscheinung mit dem Beobachter, der sie noch nicht näher kennt, ein Versteckspiel. Sie tritt oft bei der Zufügung des verunreinigenden Gases, etwa des Joddampfs zum Stickstoff, auf, um sofort wieder zu verschwinden. Beim näheren Zusehen stellt sich dann heraus, daß das Verschwinden erfolgt, sobald der Teildruck des Joddampfes, eine gewisse Grenze, die recht tief liegt, überschritten hat. Die weitere Verfolgung dieses Punktes lehrt, daß es in allen Fällen ein bestimmtes Gebiet der Teildrucke gibt, dessen Grenzen die chemisch einwirkenden

Gase nicht überschreiten dürfen, wenn der Effekt nicht stark nachlassen oder ganz aufhören soll. Ein Stoff, bei welchem die Reaktionsfähigkeit schon vergleichsweise klein geworden ist, wie das Lithiumamalgam, gibt deswegen mit reaktionsfähigen Gasen die Erscheinung überhaupt nicht mehr, wenn der Teildruck des reagierenden Dampfes nicht sorgfältig eingestellt wird.

Um zu prüfen, ob diese Aussendung negativer Träger wirklich darauf beruht, daß Elektronen im Augenblicke der Umsetzung ausgesandt werden, läßt man das indifferente Gas weg und leitet den reaktionsfähigen Dampf bei sehr niedrigem Druck durch einen Raum, in welchen das flüssige Metall langsam durch eine Metallkapillare eintropft. Eine Vorrichtung dazu ist hier aufgestellt (Demonstration). Der Apparat weist gegenüber der Tropfstelle in einigen Millimetern Entfernung eine Silberplatte auf, welche mit dem Elektrometer verbunden ist. Es sind zwei seitliche Schenkel angesetzt, von denen der eine, den wir den Vorratsschenkel nennen wollen, vor der Zusammenstellung des Apparates in einem zugeschmolzenen Glaskügelchen einen kleinen Vorrat der Substanz erhalten hat, die später auf das tropfende Metall einwirken soll. Außerdem ist ein kleiner magnetischer Hammer darin angeordnet, dessen Fall das Kügelchen in dem ausgepumpten Gefäß zerbricht. Der zweite seitliche Schenkel, den wir die Vorlage nennen wollen, steht zugleich mit der Quecksilberluftpumpe in Verbindung. Er wird beim Versuch dauernd in einem Bade von flüssiger Luft gehalten. Infolgedessen destilliert der reagierende Dampf aus dem Vorratsschenkel, dessen Temperatur durch ein Luftbad geregelt wird, durch den Tropfraum in die Vorlage hinüber. Das Luftbad soll im allgemeinen zwischen -80 und -160^0 C gehalten werden. Läßt man nun z. B. Kaliumnatriumlegierung aus einer Silberkapillare in den leergepumpten Apparat tropfen, so bemerkt man an dem Elektrometer keinen Ausschlag. Auch wenn man eine positive oder negative Spannung von 10 Volt an die Tropfkapillare legt, bleibt das Elektrometer völlig in Ruhe, solange keine Destillation durch den Tropfraum hindurch erfolgt. Läßt man aber jetzt aus dem Vorratsschenkel, der auf -100^0 C oder noch tieferer Temperaturen gehalten wird, Phosgen in großer Verdünnung durch den Tropfraum destillieren, so beobachtet man, ohne irgendwelche elektrischen Kräfte anzulegen, daß das Elektrometer kräftig ausschlägt und eine negative Ladung von rund 1 Volt annimmt. Damit haben wir die gesuchte Erscheinung vor uns, denn wir sehen, daß ein Strahl negativer Elektrizität von der Tropfenoberfläche, an welcher die Reaktion stattfindet. in die Umgebung hinausgeht. Die Erscheinung vollzieht sich unter Ausschluß allen Lichtes, und der chemische Umsatz ist so gering, daß er den Tropfen höchstens um 2^0 C erwärmen kann.

Aber man kann einwenden, daß die negativ geladenen Teilchen nicht Elektronen sein müssen, sondern aus gewöhnlicher Materie bestehen können, die aus unbekannter Ursache von der Tropfenoberfläche abfliegt. Diesem Einwand begegnet die Beobachtung des Einflusses, den ein schwaches magnetisches Feld auf den Vorgang übt. Um das Feld hervorzubringen, sind zwei Drahtspulen vorhanden, die den Tropfraum zwischen sich fassen. Der magnetische Kraftfluß durch diese Drahtspulen trifft senkrecht auf die Verbindungslinie von Tropfen und Auffangeplatte, also auf die Richtung des elektrischen Stromes. Die Wirkung dieses Kraftflusses auf die Erscheinung läßt sich quantitativ vorausberechnen, wenn man den Tropfen in erster Annäherung als eine zweite Platte betrachtet, die parallel zu der Auffangeplatte liegt. Die Berechnung ist von J. J. Thomson vor längerer Zeit angestellt und benutzt worden, um nachzuweisen, daß der negative Strom, der im Vakuum von einer ultraviolett belichteten Platte ausgeht, aus Elektronen besteht. Die Rechnung ergibt, daß dieser Strom durch schwache magnetische Kräfte vermindert bzw. aufgehoben wird, wenn seine Träger Elektronen sind, während negativ geladene Wasserstoffatome als Stromträger eine mehr als 40 mal stärkere magnetische Kraft, alle anderen körperlichen Träger aber noch größere Kräfte verlangen. Es ist das eine dem Physiker wohlbekannte Methode, um an elektrisch im Vakuum fortgetriebenen Teilen das Verhältnis von Ladung zu Masse zu bestimmen, welches für Elektronen einen völlig exzeptionellen Wert besitzt. Das Experiment hat nun ergeben, daß in dem eben geschilderten Versuche mit Phosgen und Kaliumnatriumlegierung bei wechselnder negativer Ladung der Tropfkapillare immer mit großer Annäherung der Wert des Verhältnisses herauskommt, den unter allen Stoffen lediglich die Elektronen besitzen. Wir haben also hier wirklich eine Reaktion vor uns, bei welcher die in Umsetzung begriffene Masse so lange Elektronen ausschleudert, bis sie eine positive Ladung von rund 1 Volt angenommen hat, deren elektrostatische Wirkung dann die Elektronen zurückhält. Es liegt nahe, des weiteren nach der Elektrizitätsmenge zu fragen, die in Form von Elektronen bei diesem Vorgange im Höchstfall aufgefangen wird. Diese Menge läßt sich bestimmen, indem man an die Tropfkapillare eine

beschleunigende (negative) Spannung von einigen Volt legt. Die Elektronenabgabe, welche die Entstehung eines Tropfens begleitet, erreicht schon ihren Höchstwert bei einer Ladung der Kapillare auf etwa 4 Volt. Verbindet man das Elektrometer mit einer sehr großen Kapazität, so kann man dann die ganze Elektrizitätsmenge, die ein einzelner Tropfen abgibt, auffangen und messen. Dabei ist der Wert $1,3 \cdot 10^{-7}$ Coulomb mit Kaliumnatriumtropfen von 3 mm Durchmesser im Phosgendampf beobachtet worden. Wenn die Entstehung eines Chlorkaliummoleküls immer ein Elektron zur Aussendung bringt, so berechnet sich leicht, daß der Tropfen an seiner Oberfläche $0,8 \cdot 10^{12}$ Moleküle Chlorkalium entstehen lassen muß, um diese Elektrizitätsmenge zu liefern. Nun haben die Tropfen, um die es sich hier handelt, eine so große Oberfläche, daß 100 mal mehr Chlorkaliummoleküle notwendig sind, um sie gleichförmig mit einer Chlorkaliumschicht von molekularer Dicke zu überziehen. Wenn wir also wirklich alle ausgesandten Elektronen auffangen, so dürfte sich bei der Reaktion nur ein kleiner Bruchteil der Tropfenoberfläche mit einer Salzschicht von molekularer Dicke bedecken. Diese Annahme ist überaus unwahrscheinlich. Wohl bleibt der Tropfen der flüssigen Legierung blank; aber wir müssen doch jedenfalls annehmen, daß eine Haut von mehreren Moleküldurchmessern Dicke sich auf ihm bildet. Die Zeit, die der Tropfen an der Mündung der Kapillare hängen kann, ehe er in dem destillierenden hochverdünnten Phosgendampf matt wird, müßte sonst außerordentlich viel länger sein, als es der Beobachtung entspricht. Wenn also jedes Chlorkaliummolekül bei seiner Entstehung ein Elektron aussendet, so müssen wir annehmen, daß nur ein kleiner Bruchteil von diesen Elektronen an die Auffangeplatte gelangt. Ob die anderen in der Haut stecken bleiben, die gleichzeitig mit ihrer Aussendung entsteht, ob die lebendige Kraft, mit der sie die Molekülgrenze verlassen, nicht ausreicht, um die elektrostatischen Kräfte zu überwinden, die das abgeflogene Elektron in der allernächsten Nähe des Atoms sehr stark bremsen und zum aussendenden Molekül zurückzubringen streben, oder ob schließlich überhaupt nur bevorzugte Chlorkaliummoleküle unter Elektronenemission gebildet werden, das sind Fragen, die sich im Augenblicke nicht entscheiden lassen. Benutzt man statt der Kaliumnatriumlegierung das Cäsium dicht über seinem Schmelzpunkte, so findet man die freiwillige Aufladung anderthalbmal höher und die abgegebene Menge negativer Elektrizität für einen Tropfen fast zehnmal größer, aber gleichzeitig beobachtet man, daß die Oberfläche des Tropfens gleichmäßig das Aussehen schwarzgrünen Glases annimmt, so daß sicherlich auch hier die Elektronen, welche wir auffangen, einer viel geringeren als der wirklich entstehenden Masse des Cäsiumsalzes äquivalent sind.

Wenn wir statt des Phosgens das Brom verwenden, so finden wir wiederum bei der Benutzung der Kaliumnatriumlegierung durch Beobachtung im magnetisch-elektrischen Felde, daß die zahlreich ausgesandten negativen Träger Elektronen sind. So liegt der Schluß nahe, daß in all den Fällen, in denen wir bei gewöhnlichem Drucke das Auftreten negativ geladener Träger im Gasraume wahrnehmen, beim Vakuumversuch Elektronenstrahlen erscheinen. Aber die nähere Untersuchung zeigt, daß die Annahme nicht zutrifft. Schon wenn wir bei diesem Versuche das Brom durch das schwächer wirksame Jod ersetzen, zeigt sich ein verändertes Bild. Von einer freiwilligen Aufladung ist nichts mehr wahrzunehmen. Es bedarf vielmehr einer kleinen beschleunigenden Spannung, die bei der Kaliumnatriumlegierung 1,3 Volt, beim Cäsium 0,4 Volt beträgt, um negative Träger nach der Auffangeplatte zu bringen, und wenn wir unter Verwendung der Kaliumnatriumlegierung den Strom dieser Träger der Einwirkung des magnetischen Feldes unterwerfen, so finden wir ihn merklich schwerer ablenkbar, als es ein reiner Elektronenstrom sein dürfte. Ersetzen wir aber die Kaliumnatriumlegierung durch die chemisch viel weniger reaktionsfähigen verdünnten Amalgame des Cäsiums, Kaliums und Natriums, so erweisen sich Magnetfelder, die einen Elektronenstrom völlig ablenken, als unwirksam. Zusammenfassend können wir also die Erscheinungen dahin beschreiben, daß wir bei der Einwirkung der unedelsten Metalle auf die chemisch wirksamsten Gase freiwillige Aufladung und Abgabe von Elektronen beobachten. Mit sinkender Verwandtschaft der beteiligten Stoffe wird zunächst sowohl die freiwillige Aufladung wie die Zahl der abgegebenen Elektronen kleiner. Dann gesellen sich schwerere negative Träger den Elektronen zu. Auf der nächsten Stufe erscheinen nur noch diese geladenen materiellen Teilchen, zu deren Aussendung es kleiner beschleunigender Spannungen (unter 2 Volt) bedarf. In derselben Reihenfolge der Verwandtschaft wird mit der sinkenden Stärke des Effekts seine Auffindung schwieriger.

Diese Gruppe von Erscheinungen weist mit der Elektronenaustreibung durch Belichtung manchen Berührungspunkt auf. Die Tatsache, daß nur negative Teilchen abgegeben werden, daß der Vorgang der Aussendung bei gewöhnlicher Temperatur erfolgt, daß die Werte der

freiwilligen Aufladung nahezu übereinstimmen und schließlich, daß der Zusammenhang der beschleunigenden Spannung und der Stärke des dadurch bedingten Elektronenstromes den gleichen Charakter hat, machen diese Ähnlichkeit augenscheinlich. So könnte man vielleicht daran denken, daß in den Fällen, in welchen Elektronenemission bei dem chemischen Vorgang beobachtet wird, eine Lichtwirkung sich heimlich einschleicht. Weiß man doch, daß die unedlen Metalle mit reagierenden Gasen Lumineszenzerscheinungen geben können. Der Ausschluß fremden Lichtes bei der Beobachtung des Reaktionseffektes bietet keine Gewähr dafür, daß das tropfende Metall nicht etwa selbst leuchtend wirkt. Dieses Lumineszenzlicht könnte dann die Emission der Elektronen bewirken. Aber diese Vermutung wird durch den Versuch widerlegt. Nicht nur vermag das Auge niemals eine Spur solchen Leuchtens zu erkennen, auch die photographische Platte verrät nichts davon. Wenn man den Tropfraum mit einem Quarzfenster versieht, und unmittelbar davor eine Marke und eine hochempfindliche photographische Platte bringt, so bildet sich diese Marke auch bei stundenlangem Eintropfen von Kaliumnatrium in den mit Phosgen unter den günstigsten Bedingungen für den Reaktionseffekt gefüllten Tropfraum nicht ab und die Platte bleibt völlig klar bei der nachfolgenden Entwicklung. Die Vorstellung, daß die beobachteten elektrischen Erscheinungen eine unmittelbare Folge des chemischen Geschehens sind, erscheint mir danach zureichend begründet. Diese Ergebnisse regen eine große Anzahl Fragen an, die bisher zu unvollkommen beantwortet werden können, als daß ich in ihre Erörterung eintreten möchte. Insbesondere ist nicht sicher zu überblicken, zu welchen quantitativen Erkenntnissen die weitere Erforschung dieses Erscheinungsgebietes führen wird.

Immerhin liegt einiges so nahe, daß ich einen Hinweis nicht unterlassen möchte. Da ist zunächst die Frage, welche Erklärung für die kleinen beschleunigenden Kräfte gegeben werden kann, deren es bedarf, um bei Kaliumnatrium und Jod oder bei den Amalgamen die beschriebenen Erscheinungen hervorzurufen. Nach einer Besprechung des Gegenstandes mit Hallwachs, dem das verwandte Gebiet der lichtelektrischen Erscheinungen so viel Förderung verdankt, erscheint es mir der Prüfung wert, ob zwischen dem sehr unedlen tropfenden Metall bei unseren Versuchen und dem edlen Metall der Auffangeplatte nicht etwa eine gegenelektromotorische Kraft, ein sogen. Kontaktpotential, besteht, welches von den Elektronen überwunden werden muß. Eine solche verzögernde Kraft im Betrage von etwa $1^1/_2$ Volt würde die Notwendigkeit kleiner beschleunigender Kräfte, wie wir sie gefunden haben, bei den Reaktionen verstehen lassen, welche Elektronen von besonders kleiner Anfangsgeschwindigkeit liefern. Daß solche extrem weiche Strahlen dann weiter auch noch bei unseren Drucken unter Ionenbildung absorbiert werden, würde der Vorstellung ebenfalls keine Schwierigkeit bereiten. Wichtiger und tiefgreifender ist die andere Frage, welcher innere Zusammenhang der zutage tretenden Ähnlichkeit unserer Phänomene mit den lichtelektrischen Erscheinungen wohl etwa zugrunde liegen kann. Nun hat man in neuester Zeit eine besondere Gruppe lichtelektrischer Erscheinungen aufgefunden, die als selektiver Effekt von dem normalen unterschieden werden und unzweideutig lehren, daß die Atome der Metalle, welche zu unseren Versuchen dienen, ein Elektron enthalten, dessen Frequenz noch in das Gebiet des Lichtes fällt, also vergleichsweise klein ist und z. B. beim Kalium rund $7 \cdot 10^{14}$ beträgt. Nach der Quantentheorie, welche zurzeit die Physik auf das lebhafteste beschäftigt, kann nun ein schwingendes System Energie nicht in kleineren Beträgen abgeben als gemäß dem Produkt aus seiner Frequenz und dem Wert $6^1/_2 \cdot 10^{-27}$ erg sec, der eine Naturkonstante darstellt. Ein Elektron von der Frequenz $7 \cdot 10^{-14}$ wird also $4^1/_2 \cdot 10^{-12}$ erg als Mitgabe auf den Weg verlangen, wenn es das Atom, dessen Verband es angehört, verlassen soll, um in den Raum abzufliegen. Ist es zu kühn anzunehmen, daß diese Energie nicht nur durch die Bestrahlung des Atoms mit Licht von entsprechender Wellenlänge, sondern auch durch Reaktion des Atoms mit einem chemisch verschiedenen anderen Atom geliefert werden kann? Machen wir aber diese Annahme, so folgt alsbald weiter, daß die hier beschriebene Erscheinung der künstlichen Radioaktivität dann zu erwarten ist, wenn die Energieänderung bei der Reaktion bezogen auf das einzelne Molekül der entstehenden Verbindung das Produkt aus der zuvor erwähnten Naturkonstante und der Eigenfrequenz des ausgezeichneten Elektrons erreicht oder übersteigt. Dieser Schluß bestätigt sich bei unseren Fällen, bei denen die Elektronenemission tatsächlich nachgewiesen worden ist, vollkommen, wenn man, wie an früherer Stelle dieses Vortrags erläutert, die Wärmetönung der Reaktion als Maß der Energieänderung benutzt.

Vom Standpunkt der Quantentheorie aus läßt sich also die beobachtete Elektronenemission bei unseren Reaktionen darauf zurückführen, daß zwei Bedingungen gleichzeitig erfüllt sind. Einer der Reaktionsteilnehmer besitzt ein Elek-

tron von genügend kleiner Frequenz in seinem Atom, und der andere Reaktionsteilnehmer ist so gewählt, daß die Reaktionsenergie ausreicht, um diesem Elektron beim Abfliegen ein Quant mit auf den Weg zu geben. Diese Bedingungen lassen sich bei niedriger Temperatur offenbar nur in ganz wenigen Fällen gleichzeitig erfüllen. Darum beschränkt sich bei den gewöhnlichen chemischen Umsetzungen das Elektron auf den Verkehr mit Nachbaratomen. Darum findet sich der alte Gedanke von Lothar Meyer und Landolt in seiner verwandelten Gestalt, in welcher er hier verwendet wird, so selten verwirklicht. Aber ist es nun zu gewagt, an einen Einfluß der Temperatur zu denken und sich vorzustellen, daß bei der chemischen Umsetzung bei hohen Temperaturen die emissionsfähigen Atome von der Wärmeenergie borgen können, was ihnen die chemische Umsetzung nicht voll zubringt? Wenn dieser Gedanke richtig ist, so wird die Zahl der Reaktionen, bei denen wir Elektronenemission finden, mit steigender Temperatur wachsen und ein zwangloser Übergang zu den Flammenerscheinungen möglich sein. Die früher erwähnte Elektronenbildung in der Explosionszone der Flammen wird dann als ein Gemisch chemischer und thermischer Emission zu verstehen sein.

Es steckt viel, vielleicht zuviel Hypothetisches in diesen Ausblicken. Aber an der Hand der mitgeteilten Beobachtungen wird man aus ihnen entnehmen dürfen, daß an der Grenze der radioaktiven Erscheinungen gegen die bekannten chemischen Reaktionen ein Gebiet liegt, dessen Bearbeitung die darauf verwendete Bemühung verlohnt.

Diskussion.

Hallwachs: Die schönen Resultate der Herren Haber und Just sind vielleicht manchem überraschend. Nicht so dem, welcher auf ähnlichem Gebiet gearbeitet hat. Das, was die Herren gefunden haben, ist gewissermaßen der Zwilling der lichtelektrischen Erscheinungen. Auf letzterem Gebiet hat sich aber schon lange, sehr deutlich z. B. bei den Versuchen des Herrn Ullmann mit raschem Wechsel der Gasatmosphäre, die Überzeugung aufgedrängt, daß in vielen, vielleicht in der Überzahl der Fälle, die Wirkung des ultravioletten Lichts unterstützt und vorbereitet wird durch das Walten chemischer Kräfte, die allerdings für sich allein die Erzeugung von Elektronen, soweit bekannt war, nicht hervorrufen konnten. Aber es war in Aussicht zu nehmen, daß es derartige Vorgänge gebe. Ich selbst habe gelegentlich nach solchen gesucht, ohne sie indessen zu finden. Es mußte dies dem Chemiker vorbehalten bleiben und ich möchte Herrn Haber dazu beglückwünschen, daß es ihm gelungen ist, hier, wo es sich gleichsam um Mikromikrochemie handelt, die besonderen Bedingungen für die Wahl von Temperatur, Druck und Stoff erdacht zu haben, welche zum Erfolge führten.

Gestatten Sie mir noch eine weitere Bemerkung: Dieser Zwilling der lichtelektrischen Erscheinungen ist an demselben Ort zur Welt gekommen wie jene: in dieser Hochschule, drüben im physikalischen Institut fand H. Hertz die ersten Wirkungen des ultravioletten Lichts auf die Funkenentladung. So können wir den Ort zugleich mit dem Entdecker beglückwünschen. Dieser war so liebenswürdig, mir die Einzelheiten seiner Versuchsanordnung zu zeigen. Auch wenn man durch viele Arbeiten auf ähnlichem Gebiet mit den Fehlerquellen, die hier drohen, durch lange Jahre vertraut ist, wird man der Anordnung des Herrn Haber voll zustimmen müssen. Der besonderen Freude aller derjenigen, welche auf lichtelektrischem Gebiet gearbeitet haben, daß die Erzeugung von Elektronen durch chemische Kräfte gelungen ist, möchte ich noch herzlichen Ausdruck verleihen[1]).

Nachschrift des Vortragenden.

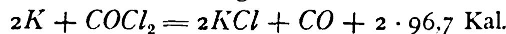
Numerisch stellen sich die Dinge folgendermaßen. Es sei Q die Wärmetönung der Reaktion, die wir in großen Kalorien (1 Kal. = 1000 g cal) ausdrücken wollen, N sei die Anzahl der Atome im Atomgewicht ($6{,}8 \cdot 10^{23}$), λ sei die Wellenlänge, bei welcher selektiv photoelektrischer Effekt beobachtet wird. Für die numerische Berechnung wollen wir die Wellenlänge in μ ($\mathrm{mm} \cdot 10^{-3}$) ausdrücken. Ferner sei c die Lichtgeschwindigkeit ($3 \cdot 10^{10}$ cm) und h die Planck sche Naturkonstante ($6{,}548 \cdot 10^{-27}$ erg sec). Dann ist nach der oben erläuterten Auffassung

$$h\nu = h\frac{c}{\lambda} \leqq \frac{Q}{N},$$

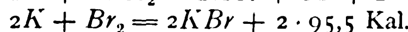
und folglich numerisch

$$Q\lambda \geqq 31{,}9.$$

Für Kalium und Phosgen bezw. Brom haben wir



$$2K + COCl_2 = 2KCl + CO + 2 \cdot 96{,}7 \text{ Kal.}$$

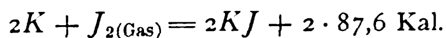


$$2K + Br_2 = 2KBr + 2 \cdot 95{,}5 \text{ Kal.}$$

Die Bildungswärme flüssiger äquimolekularer Kaliumnatriumlegierung aus den festen Elementen ist fast genau Null, die Bildungswärme aus den flüssigen Elementen nur wenig über + 1 Kal. Dieser Betrag kann also vernachlässigt werden. Die Wellenlänge des stärksten selektiven photoelektrischen Effekts ist nach Pohl und Pringsheim für Kalium $\lambda = 0{,}440\,\mu$ und für die Legierung von

1) Die Ankunft S. K. H. des Großherzogs ließ mich auf eine historische Übersicht über die Frage der Mitwirkung chemischer Kräfte bei der Lichtelektrizität verzichten. W. H.

Kalium und Natrium $\lambda = 0{,}390\,\mu$. Das Produkt $Q\lambda$ überschreitet also bei diesen Reaktionen auf alle Fälle den Wert 31,9, der für $\lambda = 0{,}390$ schon mit $Q = 81{,}8$ erreicht wäre. Auch bei Kaliumnatrium und Joddampf ist noch alles in offensichtlicher Übereinstimmung, denn die Thermochemie liefert



$$2K + J_{2(\mathrm{Gas})} = 2KJ + 2 \cdot 87{,}6 \text{ Kal.}$$

Bei Cäsium sind die Werte für Q etwas größer, die Werte für λ nach Lindemanns Berechnung ebenfalls, so daß $Q\lambda$ sicherlich über 31,9 hinausgeht. Verwickelter wird die Sache, wenn wir die nur vermutete, nicht bewiesene Elektronenemission bei den Amalgamen heranziehen. Erstens ist bei den verdünnten Amalgamen, bei denen der Reaktionseffekt sich zeigt, gar kein selektiver photoelektrischer Effekt trotz besonderen Suchens von Pohl und Pringsheim gefunden worden, zweitens ist dann die Größe Q wegen der nicht selten hohen Wärmetönung der Amalgambildung oft viel kleiner. So haben wir beim Kalium für die Reaktion von $1K$ mit $58Hg$ 26,2 Kal. Ein solches Amalgam liefert also mit Joddampf pro 1 Mol. KJ nur noch 61,4 Kal. Hier scheint mir alles von der Beantwortung weiterer Fragen abzuhängen, die ich kurz kennzeichne:

1. Das selektive Gebiet hat nach Pohl und Pringsheim eine recht ansehnliche Wellenbreite. So genügt bei der KNa-Legierung schon $\lambda = 0{,}54\,\mu$ zum Effekt, wenn auch $\lambda = 0{,}39\,\mu$ zur größten Stärke desselben nötig ist. Darf man daraus schließen, daß auch $Q > \frac{31{,}9}{0{,}54}$ zum Reaktionseffekt genügt? Ich glaube nicht, daß eine bejahende Antwort mit der Quantentheorie in Widerspruch bringt. Wenn die Anfangsgeschwindigkeit der lichtelektrisch abgegebenen Elektronen nicht über die ganze Wellenbreite des selektiven Effekts bei Ausschluß des normalen Effekts identisch, sondern innerhalb dieses Bezirkes von der Wellenlänge abhängig sein sollte, so würde die Frage sicher zu bejahen sein.

2. Die Reaktion des Kaliumamalgams mit Joddampf läßt sich formal zerlegen in die Trennung des Kaliums vom Quecksilber und in seine Umsetzung mit dem Joddampf zu Jodkalium. Letztere liefert 87,6 Kal. pro Mol JK, erstere verbraucht etwa 26 Kal. Wenn ich diese formale Zerlegung als reell ansehe, so folgt, daß bei der Reaktion Elektronenemission möglich ist, sofern die Differenz 87,6 — 26 Kal. eingesetzt für Q und der Wert für Kalium eingesetzt für λ in dem Produkt $Q\lambda$ den Wert 31,9 erreicht. Dies ist der Fall, wenn ich für λ den Wert $0{,}52\,\mu$ setze, der noch in das selektiv lichtelektrische Bereich fällt, und ist nicht der Fall, wenn ich dafür die Wellenlänge des größten Effektes $0{,}44\,\mu$ einführe. Übrigens vermute ich das Bestehen eines allgemeinen Satzes, welcher Reaktionsenergie und Frequenzänderung der Elektronen in den am Umsatz beteiligten Stoffen verknüpft und der zu lauten hätte: Die Änderung Q der chemischen Energie beim Umsatz der Stoffe a und b zum Stoffe c ist gleich der Differenz der Werte $h\nu$ für alle beim Umsatz in ihrem Zustand veränderten Elektronen:

$$Q = h[\nu_c' + \nu_c'' + \cdots + \nu_c^{(z)} - (\nu_a' + \nu_a'' + \cdots \nu_a^{(n)}) - (\nu_b' + \nu_b'' + \cdots + \nu_b^{(m)})],$$

wo z gleich ist $n + m$ wegen der Elektroneutralität der Reaktion. Dieser Satz würde in quantentheoretischer und darum vorerst unsicherer Art die, wie ich glaube, sehr wahrscheinliche Grundvorstellung ausdrücken, daß der freie Zustand der Stoffe a und b von ihrem gebundenen Zustand c sich nur durch den veränderten Zustand gewisser Elektronen unterscheidet, und zwar in der Art, daß der Unterschied der chemischen Energie durch den Unterschied der Arbeit gegeben ist, welchen die Emission dieser Elektronen vor und nach der Reaktion verlangt. Die Prüfung dieser Möglichkeit an beliebigen Reaktionen insbesondere fester Stoffe ohne Elektronenemission mittels optisch ermittelter Werte für ν bietet großes selbständiges Interesse.

3. Daß die Reaktion des Lithiumamalgams mit Jod noch eine Spur Reaktionseffekt liefert, bleibt auf alle Fälle merkwürdig, weil beim Lithium das selektiv photoelektrische Gebiet sehr weit nach kurzen Wellen verschoben scheint. Denkbar ist, daß die kinetische Energie der Jodmoleküle ins Spiel kommt, indem nur die schnellsten Reaktionseffekt geben. Darüber wird das Studium des Temperatureinflusses Auskunft geben.

Auf einem benachbarten Gebiete läßt sich noch eine Folgerung ziehen, welche das Verhältnis von photochemischer Veränderung und Elektronenbildung bei Bestrahlung betrifft. Ammoniakgas enthält anscheinend kein Elektron, für welches das Produkt $h\nu$ nicht erheblich größer wäre, als der Quotient aus der Zerfallswärme in die Elemente geteilt durch die Anzahl der Moleküle im Molekulargewicht. In diesem und anderen solchen Fällen wird also nach der Quantentheorie verständlich, daß zustrahlende kurzwellige Energie, obwohl sie am Elektron angreift, doch nicht notwendig dieses vom positiven Rest abreißt, sondern unter Umständen das Molekül auseinanderbricht, indem das Elektron mit einer positiven Teilmasse des Moleküls als neutrales Gebilde abreißt. Es ist klar, daß die Zerreißung nur möglicher-, aber

nicht notwendigerweise vor der Elektronenemission bevorzugt sein wird, da die Übertragung der aufgenommenen Energie vom Elektron auf die positive Masse dafür mitbestimmend sein muß.

Die experimentellen Tatsachen, welche dem wiedergegebenen Vortrage zugrunde liegen, sind in den Annalen der Physik **36**, 308, 1911 mitgeteilt.

Aus der Abteilung für angewandte Mathematik und Physik, einschließlich Instrumentenkunde, Ingenieurwesen und Elektrotechnik:

H. Hausrath (Karlsruhe), Verfahren zur Darstellung periodischer Hochfrequenzkurven mit der Braunschen Röhre.

Eine Untersuchung des zeitlichen Verlaufs der durch Lichtbogengeneratoren oder andere Generatoren ungedämpfter Schwingungen erzeugten Vorgänge ist wohl bisher bei so hohen Frequenzen, wie sie in der drahtlosen Telegraphie vorkommen, nicht ausgeführt worden. Mit dem Gehrckeschen Glimmlichtoszillographen und rotierenden Spiegel können zwar nach dem Vorgang von Diesselhorst auch Schwingungen von einer Frequenz beobachtet werden, die von den Frequenzen der drahtlosen Telegraphie nicht weit entfernt sind. Die Durchführung dieser Methode erfordert aber einigen Aufwand und eine photographische Aufnahme ist trotzdem bei höheren Frequenzen auf diese Weise wegen der zu geringen Lichtstärke nicht mehr möglich. Das gleiche gilt für die Aufnahmen mit der Braunschen Röhre[1]).

Die Aufgabe ist jedoch durch ein Verfahren lösbar, bei dem vermittels eines Hilfskreises auf dem Schirm einer Braunschen Röhre feststehende Lissajoussche Figuren erzeugt werden. Da die Lichtstärke dieser Figuren von der Periodenzahl unabhängig ist, können sie auch bei den höchsten Frequenzen photographisch aufgenommen werden. Aus den Figuren lassen sich dann die gesuchten Kurven, die den zeitlichen Verlauf der untersuchten Größen darstellen, durch einfache graphische Konstruktion bestimmen.

Diese Methode wurde auf meine Veranlassung im elektrotechnischen Institut der Technischen Hochschule Karlsruhe von Herrn cand. electr. K. Ort zur Untersuchung der Schwingungsvorgänge in einem Lichtbogenschwingungskreis unter den verschiedensten Versuchsbedingungen benutzt. Da Herr Ort seine Resultate an anderer Stelle veröffentlichen wird, kann ich mich auf eine kurze Erläuterung der Methode selbst und der von mir zu ihrer Ausführung angegebenen Hilfsmittel beschränken.

1) S. Subkis, Dissertation, Braunschweig 1910.

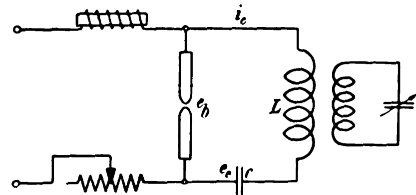


Fig. 1.

Es seien z. B. an dem Schwingungskreis eines Lichtbogengenerators, Fig. 1, die Kurven von e_b, e_c und i_c experimentell zu ermitteln. Dann wird mit dem Schwingungskreis ein Hilfsschwingungskreis mit großer Selbstinduktion L_p und kleiner Kapazität C_p schwach gekoppelt, der auf die Grundharmonische des Generatorkreises abgestimmt ist. Die Kondensatorspannung e_p dieses Hilfskreises führt dann reine sinusförmige Schwingungen aus. Wird also diese Spannung an zwei Belegungen einer Braunschen Röhre gelegt, so daß sie den Kathodenstrahl senkrecht zu der Ablenkungsrichtung der gesuchten Größe ablenkt, so ist aus der resultierenden Figur die gesuchte Zeitfunktion eindeutig bestimmt.

Voraussetzung ist natürlich, daß die zu untersuchende Schwingung durch den Hilfskreis nicht bemerkbar beeinflußt wird. Dies wurde dadurch nachgewiesen, daß sich die charakteristischen Kurven des Primärkreises beim Einschalten des Hilfskreises nicht bemerkbar änderten.

Selbstverständlich wurde auch die Sinusform der Schwingung des Hilfskreises durch Aufnahme der Strom-Spannungscharakteristik desselben kontrolliert. Dieselbe war eine völlig regelmäßige Ellipse.

Unangenehm waren allerdings die Frequenzschwankungen des selbstgebauten Lichtbogengenerators. Es konnten aber trotzdem nach richtiger Regulierung des Lichtbogens photographische Aufnahmen mit 2—3 Minuten Expositionsdauer gemacht werden, ohne daß das Bild auf dem Schirm sich änderte.

Das Verfahren, durch das die gesuchten Kurven in rechteckigen Koordinaten gefunden wurden, sei an der Hand einer beliebig herausgegriffenen Kurve erläutert. Sie stellt eine Stromkurve im Generatorkreis dar, wenn mit ihm ein Sekundärkreis von der doppelten Eigenfrequenz gekoppelt wird.

Die sinusförmige Hilfsspannung bedeutet hier die horizontale Abszisse. Es wird deshalb ein Kreis mit der horizontalen Schwingungsamplitude als Durchmesser gezeichnet und auf diesem etwa 12 Punkte abgetragen, die gleichen Zeitabschnitten entsprechen. Diese überträgt man durch vertikale Projektion auf die Figur. Die

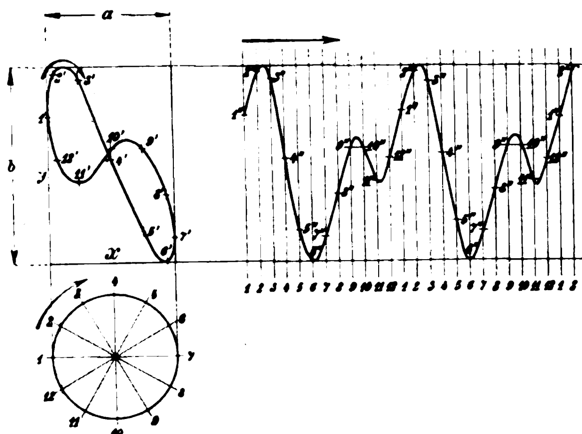


Fig. 2.

gesuchte Kurve ergibt sich dann, wenn man von den mit einfachem Strich bezeichneten Schnittpunkten Horizontallinien zeichnet, durch die zweifach gestrichelten Schnittpunkte dieser Horizontallinien mit den Ordinaten, die auf den zugehörigen Zeitabszissenwerten in gleichen Abständen errichtet sind.

Hat man auf diese Weise eine einzige Kurve gezeichnet, so kann man die Zeitkurven der anderen Größen des Schwingungskreises auch dadurch erhalten, daß man sie mit der ersten Größe zu einer charakteristischen Kurve kombiniert. Solche Kurven wurden gelegentlich zur Kontrolle aufgenommen.

Es ist leicht einzusehen, daß bei diesem Verfahren die Kurventeile weniger genau bestimmt werden, die der Zeit der Umkehr der Hilfsschwingung entsprechen. Dies kann aber gegebenen Falls dadurch behoben werden, daß eine zweite Aufnahme der gleichen Größe gemacht wird, bei der die Abszisse nicht durch die Spannung, sondern durch den Strom des Hilfskreises ausgezogen wird[1]). Von den beiden Konstruktionen kombiniert man dann die Teile, die auf den schneller durchlaufenen Phasenbereich der Hilfsschwingung fallen.

Eine größere Zahl von photographischen Aufnahmen und die daraus konstruierten Kurven, die Herr Ort freundlichst zur Verfügung gestellt hat, sind hier ausgestellt. Es ist jeweils beigeschrieben, auf welche Versuchsbedingungen sich die Kurven beziehen. Die Konstruktionen selbst sind natürlich nach den Negativen gezeichnet worden, auf denen die Kurven trotz der Unschärfe des Fluoreszenzflecks mit vollständiger Sicherheit zu erkennen sind. Die Breite der Linien rührt nur von der Ausdehnung des Fluoreszenzflecks her.

Was die experimentelle Ausführung der Methode anbelangt, so mußte wegen der Inkonstanz der verfügbaren Influenzmaschine von ihrer Verwendung Abstand genommen werden. Da diese Schwierigkeit wohl mehr oder weniger bei allen Influenzmaschinen auftritt, dürften auch die statt derselben angewandten Hilfsmittel Interesse haben. Das Verfahren ist bekannt. Es besteht darin, daß die den Kathodenstrahl erzeugende Spannung einem großen Glasplattenkondensator entnommen wird, der durch einen Gleichrichter von seiten eines Induktors aufgeladen wird. Neu ist die Konstruktion eines Stimmgabelunterbrechers, der zum Betrieb des Induktors benutzt wurde, und die Konstruktion des Hochspannungsgleichrichters. Die Schaltung ist in Fig. 3 dargestellt. ST ist die durch den Elektromagnet M mit Quecksilberunterbrecher Q_1 betriebene Stimmgabel.

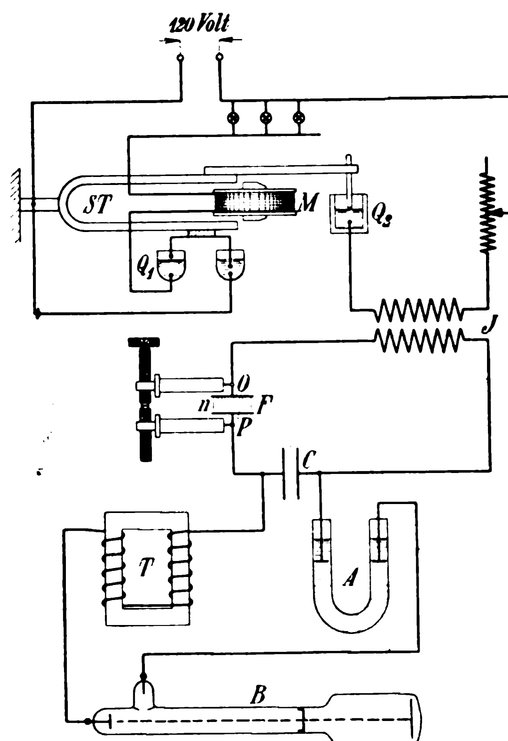


Fig. 3.

Um einen gleichmäßigen Kathodenstrahl zu erhalten, kommt es vor allem darauf an, daß die Schwingungsamplitude des Unterbrecherkontakts bei Q_2, der den Primärstrom des Induktors I unterbricht, möglichst groß ist. Die vorliegende Konstruktion schließt sich an eine Ausführungsform an, die von Herrn Dr. Hartmann-Kempf herrührt. Bei der letzteren ist der Anker des Elektromagnets jedoch seitlich angeordnet, was zur Folge hat, daß die Zinken der Gabel beim Nähern des Ankers sich ausbiegen und an diesem festkleben. Hier ist

1) Hierauf wurde ich von Herrn Dipl.-Ing. K. Ort aufmerksam gemacht.

dies dadurch vermieden, daß der Anker den Stirnflächen der Zinken in gut gesichertem, fein einstellbarem Abstand gegenübersteht. Bei der passend gewählten Form der Polschuhe und dem sehr engen Luftspalt entstehen konstante Schwingungen von ca. 5 mm einseitiger Amplitude. Dabei brachen zwei von Edelmann bezogene Stimmgabeln nach wenigen Minuten durch. Dagegen hat sich ein einfaches glatt gebogenes Stabeisen dauernd bewährt. Die Quecksilbernäpfe Q_1 und Q_2 sind mit Wasserspülung versehen.

Der Hochspannungsgleichrichter F beruht auf Spitzenventilwirkung. Weder eine Ventilröhre noch ein einfaches Spitzenventil gab genügend Konstanz der Entladungen. Diese wurde aber mit Leichtigkeit dadurch erreicht, daß statt einer einzigen Spitze eine sehr große Zahl von Nadeln n einander parallel in einer Platte o verlötet wurden. Indem man den Abstand der Spitzen von der gegenüberstehenden Scheibe p so einstellt, daß keine sichtbaren Funken überspringen, erreicht man eine völlig gleichmäßige einseitige Aufladung des Kondensators C. Dieser wurde in bekannter Weise durch eine Transformatorwicklung T und einen Alkoholwiderstand A an die Braunsche Röhre B angelegt.

Aus der Abteilung für Geophysik, Meteorologie und Erdmagnetismus:

A. Gockel (Freiburg [Schweiz]), Über den luftelektrischen Vertikalstrom und dessen Zusammenhang mit dem Erdmagnetismus und den Erdströmen.

Wiederholt ist die Vermutung geäußert worden, daß zwischen den Schwankungen der erdmagnetischen Elemente und den in der Erde und in der Atmosphäre zirkulierenden elektrischen Strömen ein Zusammenhang besteht. Man hat entweder die Potentialdifferenz zwischen Atmosphäre und Erde oder die elektrische Leitfähigkeit der ersteren mit den Schwankungen der magnetischen Elemente in Verbindung gebracht. Es scheint aber klar, daß ein solcher Zusammenhang, wenn er überhaupt existiert, in erster Linie bestehen muß zwischen dem Erdmagnetismus und dem Strom, der von der Atmosphäre zur Erde fließt, und der bestimmt wird durch das Produkt aus Potentialdifferenz und Leitfähigkeit. Der Vortragende hat nun für eine Reihe von Orten (Potsdam, Kremsmünster in Niederösterreich, Tortosa [Spanien] und Freiburg in der Schweiz) die täglichen und jährlichen Schwankungen dieses Stromes bestimmt und gefunden, daß ein unverkennbarer Zusammenhang mit den regelmäßigen Schwankungen der erdmagnetischen Feldintensität vorhanden ist. Der tägliche und jährliche Gang des Stromes stimmt mit dem entsprechenden Gang der magnetischen Horizontal- und Vertikalintensität gut überein. Da für Verlauf des Stromes im allgemeinen das Potentialgefälle maßgebend ist, so verläuft auch dessen Kurve, wie schon Messerschmidt bemerkt, häufig dem der magnetischen Intensität parallel. Die von Zölß in Kremsmünster gefundenen Beziehungen zwischen Deklination und Leitfähigkeit konnte der Vortragende an dem für diesen Zweck zur Verfügung stehenden, allerdings spärlichen, Material nicht wiederfinden. Ein solcher Zusammenhang erscheint auch von vornherein etwas unwahrscheinlich, weil die Leitfähigkeit in außerordentlich hohem Maße von lokalen meteorologischen Faktoren, Staubgehalt und dergleichen, abhängig ist, und mit Ort und Zeit rasch wechselt. Auch ein Zusammenhang der Leitfähigkeit der untersten Schichten mit den Sonnenflecken, auf deren Möglichkeit Conrad hingewiesen hat, erscheint aus demselben Grunde nicht wahrscheinlich.

Man muß sich bei der Betrachtung des Zusammenhangs zwischen Erde-Luftstrom und magnetischen Elementen zurzeit noch auf Mittelwerte beschränken, da noch von keinem einzigen Ort die magnetischen und die gleichzeitigen elektrischen Beobachtungen in extenso veröffentlicht sind. Nur die Veröffentlichungen von Tortosa geben zwar für jede Stunde des Tages den Wert des Potentialgefälles, sämtlicher magnetischer Elemente, Richtung und Intensität des Erdstromes, leider wird aber die Leitfähigkeit dort nur einmal im Tage gemessen, so daß sich die Stromwerte nicht für jede Stunde ableiten lassen. Die gewöhnlich als Störungen bezeichneten unperiodischen Schwankungen des magnetischen Feldes zeigen keinen Zusammenhang mit den Störungen des elektrischen Feldes. Sie sind wohl, wie Birkeland, Schuster u. a. annehmen, durch Vorgänge in den höchsten Schichten der Atmosphäre veranlaßt.

Im Zusammenhang mit dem Erde-Luftstrom stehen auch, wie von vornherein zu erwarten war, die Erdströme. Die Kurve der täglichen Schwankungen der Erdströme in langen Linien, wie sie von Weinstein festgestellt wurde, verläuft genau parallel dem täglichen Gang des Vertikalstromes in Potsdam; dieselben täglichen Schwankungen zeigen auch die in Tortosa auf 1,8 km langen Linien registrierten Ströme. Im Mittel gehen in Tortosa auch Potentialgefälle und Intensität des Erdstromes parallel, doch treten die Wendepunkte der Potentialgefälle-Kurve etwas später als die des Erdstromes ein, das Auf- und Absteigen erfolgt bei letzterem

auch rascher. Im einzelnen aber zeigen die Schwankungen des Potentialgefälles keinen Zusammenhang mit denen des Erdstromes, wie dieses auch zu erwarten war, da nicht das Potentialgefälle, sondern der elektrische Vertikalstrom, und zwar nicht nur der an einem bestimmten Ort, sondern der über einem größeren Gebiete herrschende Richtung und Intensität des Erdstromes bestimmen muß. Störungen in negativen Werten des Potentialgefälles in Tortosa entsprechen aber immer auch Schwankungen des Erdstromes, dagegen ist nicht auch das Umgekehrte der Fall, wie denn überhaupt Schwankungen der Intensität des Erdstromes viel häufiger sind, als solche des Potentialgefälles.

Die Existenz des Zusammenhangs der *W-E*-Komponente des Erdstromes mit der magnetischen Horizontalintensität ist vielfach behauptet, aber auch bestritten worden. In Tortosa ist ein solcher vorhanden. Die *S-N*-Komponente läuft dagegen nicht, wie auch schon behauptet wurde, mit der Deklination parallel, dagegen hängt letztere, wie auch Brunhes und David in Clermont und Bosler in Parc de St. Maur nachweisen konnten, von der Richtung des Gesamtstromes ab, und zwar lassen sich die Bewegungen der Deklinationsnadel nach dem Ampèreschen Gesetz aus der Richtungsänderung des Erdstromes ableiten. Der Zusammenhang des Erdstromes mit den magnetischen Elementen zeigt sich in Tortosa nicht nur in den Mittel-, sondern auch in den Einzelwerten.

Karl Schering (Darmstadt), Demonstration einer magnetischen Wage für photographische Registrierung der Variationen der vertikalen Komponente der erdmagnetischen Kraft.

Bei dieser Wage ist in der geometrischen Verlängerung der horizontalen Achat-Schneide des magnetischen Wagebalkens eine horizontale Drehachse angebracht, um die ein kreuzförmiger Rahmen mit vier Magneten gedreht werden kann; diese vier Magnete, die sich in der gleichen Vertikalebene befinden, wie die Mitte der Schneide des Wagebalkens sind einander parallel und so angeordnet, wie bei dem Kohlrauschschen Vier-Stab-Magnetometer zur Bestimmung örtlicher Verschiedenheiten der Horizontal-Intensität. Der Magnetrahmen hat hier aber einen anderen Zweck als bei Kohlrausch: er soll dazu dienen, die Angaben des Instruments von der Temperatur ganz unabhängig zu machen und zugleich dem Apparat eine bestimmte Empfindlichkeit zu geben. Eschenhagen und Ad. Schmidt in Potsdam haben gezeigt (s. Zeitschr. f. Instrk. 1907, Mai), daß ein magnetisches Feld (von zwei Magneten) bei einem Variometer so angeordnet werden kann, daß diese beiden Bedingungen erfüllt sind[1]). Dieser Gedanke ist hier bei der magnetischen Wage verwertet; bei seiner Durchführung waren allerdings einige konstruktive Schwierigkeiten zu überwinden.

Zur Berechnung derjenigen Stellung des Rahmens und derjenigen Entfernung der vier Magnete, welche die beiden oben genannten Bedingungen genau erfüllen, ist es aber nicht ausreichend, das Drehmoment der Magnete proportional mit $\frac{1}{r^3}$ anzunehmen (r gleich der Entfernung der Mitten der Magnete), sondern es müssen die Glieder mit $\frac{1}{r^5}$ und $\frac{1}{r^7}$ berücksichtigt werden. Die Koeffizienten dieser Glieder mit Hilfe ermittelter „Polabstände" der Magnete zu berechnen, ist unsicher. Besser ist es, diese Koeffizienten direkt zu bestimmen, indem man den Rahmen mit den vier Magneten von 10^0 zu 10^0 dreht, und jedesmal den Ablenkungswinkel des magnetischeu Wagebalkens aus seiner horizontalen Lage mit Fernrohr, Spiegel und einer halbkreisförmigen Skala (von etwa 1,5 m Durchmesser) beobachtet. Da diese Ablenkungswinkel beträchtlich groß sind, so kann sich der magnetische Wagebalken (abweichend von den bisherigen Konstruktionen) um etwa 30^0 frei drehen; seine Bewegung wird aber bei jeder Stellung stark gedämpft, da die Magnetenden sich zwischen dicken Kupferplatten bewegen. Um die Ablenkungswinkel berechnen zu können, muß natürlich diejenige Lage genau bekannt sein, bei welcher die magnetische Achse des Wagebalkens genau horizontal ist. Diese Stellung wird ermittelt, indem man zwei seitliche horizontale Schienen an den Wagebalken ansetzt; eine im Norden, die andere im Süden, wenn der Wagebalken im magnetischen Meridian schwingt. Auf diese Schiene wird ein horizontaler dünner zylindrischer Magnet gelegt, dessen Achse parallel dem Wagemagneten ist und sich in der gleichen Horizontalebene, wie die Schneide des Wagemagneten befindet. Wenn dieser Wagemagnet dann nicht abgelenkt wird, ist seine magnetische Achse horizontal. (Wenn die horizontale Achse des ablenkenden Magneten etwas höher oder tiefer sein sollte, als die magnetische Achse der Wagemagneten, so ist die letztere horizontal, wenn der ablenkende Magnet bei gleicher Entfernung und in gleichen Lagen auf der Nord- und Südschiene entgegengesetzt gleiche Ablenkungen hervorruft.)

1) Siehe auch: R. Poppendieck, Variometer f. d. Hor.-Int. mit 4 Ablenkungsmagneten. Diss. Gießen 1910.

Die theoretisch berechnete Empfindlichkeit der Wage wird man natürlich direkt kontrollieren, indem man den Wagebalken nach der gebräuchlichen Methode durch einen von oben genäherten vertikalen kleinen Magneten von bekanntem magnetischen Moment ablenkt.

Ebenso wird man durch Erwärmung der Wage untersuchen, ob der Temperaturkoeffizient wirklich Null ist. Zu dem Zwecke wurde über das Instrument ein großer Kasten aus Zinkblech gesetzt, der mit (160 l) kaltem (15°) oder warmem, durch einen Thermostaten auf konstanter Temperatur (25°) gehaltenen Wasser gefüllt wurde. Das in dem inneren Hohlraume des Zinkkastens stehende Instrument war so seitlich und oben von einer ungefähr 10 cm dicken Wasserschicht umgeben. Außerdem war der Zinkkasten mit einer ungefähr 5 cm dicken Isolierschicht (Schweinshaaren) umkleidet. Eine hinreichend große, in die Wand des Zinkkastens eingesetzte 2 cm dicke Glasplatte gestattete die photographische Registrierung auch dann, wenn das Instrument im Zinkkasten stand.

Die (vorgelegten) photographischen Kurven vom 19. bis 21. Juni 1911 zeigen nun, daß die Kurve des am Wagebalken angebrachten Spiegels sich nur um 4 mm zur Seite verschoben hat, während die Kurve des Temperaturspiegels (der, wie auch an anderen magnetischen Variationsapparaten, an dem beweglichen Ende einer bei —40° mit Amyl-Alkohol angefüllten Bourdonschen Röhre aus Neusilber angebracht ist) um 130 mm zur Seite gewandert ist infolge der Temperaturänderung um 10°. Die etwa inzwischen eingetretene Änderung der Vertikalintensität konnte an den photographischen Registrierungen einer zweiten, gleich gebauten, magnetischen Wage abgelesen werden, die in einem gleichen Zinkkasten stand, durch den dauernd das Wasser der Wasserleitung floß, so daß diese Wage auf konstanter Temperatur (15°) gehalten wurde.

Eine Wage, wie sie eben beschrieben ist, war neben einem zweiten Apparate für Registrierung der Variationen der Deklination und einem dritten für die Änderungen der Horizontal-Intensität während der Sommermonate 1911 in einer magnetischen „Basisstation“ aufgestellt, die im Mörfelder Walde, 9 km nordwestlich von Darmstadt, gebaut ist. (Einige der dort registrierten photographischen Kurven, die mit einem fein regulierbaren, 0,06 mm breiten Lichtspalte erhalten sind, werden vorgelegt.) Dieser Spalt war durch eine Spiritusglühlicht-Lampe beleuchtet, die weiter keine Wartung erfordert, als die Auffüllung des Spiritusgefäßes einmal am Tage. Das kann bei brennender Lampe geschehen, da das Gefäß durch eine längere Rohrleitung mit der Lampe verbunden ist,

Ebenfalls in diesem Sommer hat Dr. A. Nippoldt aus Potsdam in Oberhessen und den Nachbargebieten an 24 Stationen die erdmagnetischen Elemente gemessen. Die dort erhaltenen Werte sollen mit Hilfe jener photographischen Registrierungen auf gleichen Normalwert reduziert werden.

Die hier beschriebene magnetische Wage ist in der Werkstätte des physikalischen Instituts der Technischen Hochschule Darmstadt vom Institutsmechaniker C. Sting angefertigt.

ORIGINALMITTEILUNGEN.

Zur Theorie der thermischen Meßgeräte. I. Theorie des Barretters.

(Vorläufige Mitteilung.)

Von M. K. Grober und H. Zöllich.

Gebrauchte Abkürzungen:

i = Stromstärke,
e = elektromotorische Kraft,
$W = w$ = Widerstand,
L = Induktanz,
φ = Kapazität,
δ = Dämpfungsexponent,
t = Zeit,
ν = Schwingungszahl in 2π Sekunden,
q = Querschnitt vom Umfang $\lambda = 2r\pi$,
c = spezifische Wärme,
ϱ = Dichte,
k = Wärmeleitungskonstante,
σ = Strahlungskonstante,
ϑ = absolute Temperatur,
u = Temperaturerhöhung,
u_m = mittlere Temperaturerhöhung,
$j = \frac{i}{q}$ = Stromdichte,
$\sigma\vartheta_0$ = spezifischer Widerstand (α sein Temperaturkoeffizient),
$C = 4$ oder 5,
$\mathfrak{M}\,j$ = Mittelwert zwischen angegebenen Grenzen von j.

§ 1. Historische Vorbemerkungen.

Die ersten Untersuchungen über die Wärmewirkung des elektrischen Stromes stammen von Buntzen (1805), an die sich die von Oerstedt-Esmarch anschließen. Dann findet sich in einigen der zahlreichen Abhandlungen von Davy über Schmelzversuche zum ersten Male das Gesetz über die Widerstandsänderung der Drähte bei Belastung durch den galvanischen Strom. Er bediente sich desselben bei Widerstandsmessungen. Als später die ausschlaggebende

Arbeit von Ohm über den Zusammenhang zwischen Spannung, Strom und Widerstand erschien, war es auch möglich, diese Anordnung von Davy zu Strommessungen zu verwenden. Den allgemeinsten Zusammenhang zwischen Strom, Wärme, Widerstand fand erst, nachdem Ohm und Fechner sich vergeblich bemüht hatten, Joule bei den Versuchen zur Befestigung des von R. Mayer metaphysisch abgeleiteten Energieprinzips. Becquerel und Lenz gelangten mit feineren Hilfsmitteln zur Bestätigung des Jouleschen Gesetzes.

Die Anwendung dieses Gesetzes auf Strommessungen scheint zuerst de la Rive gegeben zu haben, der sich dabei eines Brequetschen Metallthermometers bediente, während Poggendorff ein Luftthermometer benutzte. Das erste Hitzdrahtinstrument stammt dann von Hankel (1848), der sich der Ausdehnung der erwärmten Drähte zur Strommessung bediente. Schon waren damals 16 Jahre verflossen, seitdem Pixii (Ann. Chim. Phys. **50**, 322, 1832) die erste Wechselstrommaschine konstruiert hatte, und erst jetzt bot sich die Gelegenheit, ein leicht zu handhabendes Meßinstrument für effektive Mittelwerte zu finden. Nun geht die Entwicklung der Hitzdrahtinstrumente mit der Entwicklung der Wechselstromtechnik Hand in Hand. Trotz des gewaltigen Aufschwunges ist aber das Hitzdrahtinstrument von einer Menge von Fehlern, die in seiner Konstruktionsart liegen, nicht zu befreien, und alle die Instrumente, welche die Ausdehnung der Metalldrähte durch Wärme benutzen, sind für die exaktesten Messungen der Physik nur mit großer Vorsicht zu gebrauchen. Im neuesten Zweig der Wechselstromtechnik, der Verwendung schneller Schwingungen, versagen die Hitzdrahtinstrumente auch infolge ihrer Unempfindlichkeit. Da nun aber die Wärmewirkung das einzige in Betracht kommende, von der Frequenz im weitesten Maße unabhängige Charakteristikum der Stromstärke ist, so entsteht die Frage, den Grad der Wärmeentwicklung in anderer Weise zu messen. Es bieten sich außer der Messung der Längenausdehnung des stromdurchflossenen Leiters noch die Möglichkeiten, die Temperaturerhöhung durch die Ausdehnung des umgebenden Mediums oder durch die Widerstandsänderung eines Leiters oder durch die Thermokraft einer Leiterkombination festzustellen. So entstanden die Hitzdrahtluftthermometer, Bolometer, Barretter, Thermoelemente und Thermogalvanometer. Die Bolometer wurden in bezug auf ihre Brauchbarkeit für elektrische Wellen wohl zuerst von Tissot untersucht; der Barretter stammt von Fessenden, das Thermoelement von Klemençic, das Thermogalvanometer von Duddell.

§ 2. Bisherige Untersuchungen über den Barretter.

In Electrical World 1903 sind die Versuche von Fessenden mit einem Barretter aus einem Silberdraht von 0,05 mm Durchmesser mit 0,015 mm Durchmesser Platinseele beschrieben. Diese von Fessenden angegebenen Konstruktionen sind auch im wesentlichen beibehalten worden. Jedoch wurde die Empfindlichkeit durch weitere technische Vervollkommnung ganz wesentlich erhöht; einmal durch Béla Gáti und dann von K. E. F. Schmidt-Halle. Eine Reihe von Dissertationen aus dem Laboratorium des Herrn Prof. Schmidt sind erschienen und behandeln den Barretter.

Falls der Widerstand als Merkmal der Erwärmung des Leiters verwandt wird, ist naturgemäß ein Gleichstrom als Unterlage für die Widerstandsmessung notwendig, und der Leiter liegt dann gewöhnlich in einer Wheatstoneschen Brückenschaltung. Es ergibt sich nun experimentell, daß von der Größe des Stromes, der hierbei den Barretterzweig durchfließt, die Empfindlichkeit des Barretters abhängt; wie aus den verschiedenen Hallenser Arbeiten hervorgeht, gibt es einen günstigsten Wert ($i_{b\,\mathrm{opt}}$). Ändert man den Belastungsstrom, so ändert sich auch der Widerstand des Barretters, und es ist von vornherein klar, daß durch die „statische Charakteristik" (Klemmenspannung als Funktion der Stromstärke) oder im Anschluß an die Versuche die Kurve: Widerstand als Funktion der Stromstärke, fast alle beim Barretter auftretenden Verhältnisse (bezüglich Empfindlichkeit u. dgl.) bedingt sind. Von besonderem Interesse war demnach die theoretische Untersuchung der Abhängigkeit der Charakteristik von den einzelnen Variablen und die Kontrolle der Ergebnisse durch Experimente.

§ 3. Temperaturverteilung im Barretterdraht.

Die Temperaturverteilung in stromdurchflossenen Leitern ist schon mehrfach theoretisch und experimentell behandelt, jedoch immer nur für linearen Wärmeverlust, also entweder für an Luft oder andere Medien wärmeabgebende Leiter, oder überhaupt für ganz geringe Strombelastungen. Erhebliche Schwierigkeiten treten für die theoretische Behandlung auf, sobald man zur Betrachtung hoher Strombelastungen übergeht und als wesentliches Glied für den Wärmeverlust an die Umgebung nach dem Stefan-Boltzmannschen Strahlungsgesetz die 4. Potenz der absoluten Temperatur einführt oder nach den Untersuchungen von Lummer und Kurlbaum die 5. Potenz (für Platin). Die Wärme-

leitungsgleichung ist dann nur mit Reihen-Entwicklungen zu lösen.

Die Differentialgleichung der Wärmeleitung ist in bekannter Weise durch Aufstellung der Wärmebilanz für jedes Raumteilchen aufzustellen, wobei der Energieumsatz durch den elektrischen Strom zu berücksichtigen ist. Hierzu treten weiter noch hinzu die Randbedingungen, die darin bestehen, daß eine Strahlung proportional der 4. bzw. 5. Potenz, und eine Wärmeableitung proportional der 1. stattfindet. Da es sich jedoch in der Regel um drahtförmige Leiter (Wollastondraht) oder dünne niedergeschlagene Metallstreifen (Metallhäute) handelt, so kann man die Dimensionen reduzieren und einen Teil der Randbedingungen in die Gleichung mit einbeziehen. Am weitesten kommt man nun in der Empfindlichkeit mit dünnen Drähtchen, und es kommt somit die Differentialgleichung nur für eine Koordinate x in Betracht. Für den stationären Zustand erhält man die Gleichung:

$$0 = 0{,}24 j^2 \sigma_{\vartheta_0} (1 + \alpha\vartheta - \alpha\vartheta_0) + k \cdot \frac{\partial^2 \vartheta}{\partial x^2} - \sigma_1 \frac{\lambda}{q} (\vartheta^C - \vartheta_0{}^C) - \sigma_2 \cdot \frac{\lambda}{q} (\vartheta - \vartheta_0).$$

Hierin setzen wir

$$0{,}24 \frac{\sigma_{\vartheta_0}}{k} = b, \quad \sigma_1 \cdot \frac{\lambda}{kq} = a_1, \quad \sigma_2 \cdot \frac{\lambda}{kq} = a_2,$$

und erhalten

$$0 = bj^2(1 - \alpha\vartheta_0) + b\alpha j^2 \vartheta + \frac{\partial^2 \vartheta}{\partial x^2} - a_1 \vartheta^C - a_2 \vartheta + a_1 \vartheta_0{}^C - a_2 \vartheta_0.$$

Führen wir nun

$$\vartheta = \sum_{n=0}^{\infty} \varphi_{2n}(x) j^{2n}$$

ein, so erhalten wir, wenn wir nach gleichen Potenzen von j ordnen und für C den Wert 4 einsetzen,

$$\begin{aligned}
0 = & + \frac{d^2\varphi_0(x)}{dx^2} - a_1 \varphi_0(x)^4 - a_2 \varphi_0(x) + a_1 \vartheta_0{}^4 - a_2 \vartheta_0 \\
& + j^2 \left\{ b(1 - \alpha\vartheta_0) + b\alpha\varphi_0(x) + \frac{d^2\varphi_2(x)}{dx^2} - 4 a_1 \varphi_2(x) \varphi_0(x)^3 - a_2 \varphi_2(x) \right\} \\
& + j^4 \left\{ + b\alpha\varphi_2(x) + \frac{d^2\varphi_4(x)}{dx^2} - a_1 [\varphi_4(x) \cdot 4 \varphi_0(x)^3 + 6 \varphi_2(x)^2 \varphi_0(x)^2] - a_2 \varphi_4(x) \right\} \\
& + j^6 \left\{ + b\alpha\varphi_4(x) + \frac{d^2\varphi_6(x)}{dx^2} - a_1 [4\varphi_0(x)^3 \varphi_6(x) + 12 \varphi_0(x)^2 \varphi_2(x) \varphi_4(x) + 4 \varphi_0(x) \varphi_2(x)^3] - a_2 \varphi_6(x) \right\} \\
& + j^8 \left\{ + b\alpha\varphi_6(x) + \frac{d^2\varphi_8(x)}{dx^2} - \cdots \right\} \\
& + \cdots
\end{aligned}$$

Es ergeben sich somit eine Reihe von Differentialgleichungen, die einzeln integriert werden müssen. Wir erhalten bei Betrachtung des Koeffizienten von j^0

$$\frac{d^2\varphi_0(x)}{dx^2} - a_1 \varphi_0(x)^4 - a_2 \varphi_0(x) + a_1 \vartheta_0{}^4 - a_2 \vartheta_0 = 0,$$

deren Integral sich sofort zu

$$\varphi_0(x) = \vartheta_0$$

bestimmt.

Unter Benutzung dieses Integrals ergibt sich als Koeffizient von j^2

$$\frac{d^2\varphi_2(x)}{dx^2} + b - 4 a_1 \varphi_2(x) \varphi_0(x)^3 - a_2 \varphi_2(x) = 0,$$

$$\frac{d^2\varphi_2(x)}{dx^2} = \varphi_2(x) [4 a_1 \vartheta_0{}^3 + a_2] - b = \varphi_2(x) K - b.$$

Diese Gleichung ist vom Typus

$$y'' = ay - b,$$

wo a und b konstante Größen sind, und ihr Integral lautet, wenn

$$y(\pm L) = 0$$

als Anfangsbedingungen gelten und $2L$ die Länge des Drahtes ist

$$y = \frac{b}{a} - \frac{b}{a} \cdot \frac{\operatorname{Cof} x \sqrt{a}}{\operatorname{Cof} L \sqrt{a}},$$

und wenn

$$\frac{y'(\pm L)}{y(L)} = \pm c$$

als Anfangsbedingungen gelten, wie es hier nötig ist,

$$y = \frac{b}{a} - \frac{b}{a} \cdot \frac{\operatorname{Cof} x \sqrt{a}}{\operatorname{Cof} L \sqrt{a} + \frac{\sqrt{a}}{c} \operatorname{Sin} L \sqrt{a}},$$

so daß also

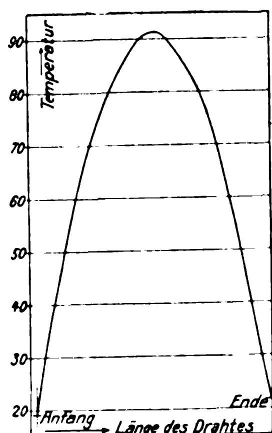
$$\varphi_2(x) = \frac{b}{4 a_1 \vartheta_0{}^3 + a_2} \left\{ 1 - \frac{\operatorname{Cof} x \sqrt{4 a_1 \vartheta_0{}^3 + a_2}}{\operatorname{Cof} L \sqrt{4 a_1 \vartheta_0{}^3 + a_2} + \frac{\sqrt{4 a_1 \vartheta_0{}^3 + a_2}}{c} \operatorname{Sin} L \sqrt{4 a_1 \vartheta_0{}^3 + a_2}} \right\}.$$

Die Koeffizienten der höheren Potenzen von j sind Differentialgleichungen vom Typus

$$y'' = ay + f(x),$$

wenn man die Lösungen aller vorhergehenden Gleichungen einsetzt. Ihre Integrale sind z. B. aus der Himmelsmechanik bekannt und werden in unserer ausführlichen Darstellung gegeben werden.

Zur Unterstützung der Theorie einerseits und zur Festlegung der Konstanten, insbesondere der Randbedingungen an den Enden des Drahtes andererseits wurden zahlreiche Versuche zur Ermittlung der Temperaturverteilung auf Platindrähten bei variiertem Luftdruck ausgeführt, und zwar für normalen Luftdruck mittels leicht schmelzbarer Reiterchen, für verdünnte Luft bis zum höchsten Vakuum mittels eines sehr feinen Thermoelementes, das durch Drehen eines Schliffes an die einzelnen Stellen des kreisförmig gebogenen Drahtes gebracht wurde. Die Eichung des Elementes erfolgte stets bei dem entsprechenden Luftdruck mittels eines in das Vakuumgefäß eingeführten Luftthermometers durch Heizung mit einem kleinen elektrischen Ofen. Ein Beispiel der erhaltenen Kurven zeigt Fig. 1. Bemerkenswert ist der starke Abfall der



Temperaturverteilung längs des Drahtes.

Fig. 1.

Temperatur an den Enden des Heizdrahtes. Bei Einsetzen der Randtemperatur in die Gleichung ergab sich theoretisch die gleiche Kurve, da Material (Platin) mit bekannter Wärmeleitungskonstante verwandt wurde.

§ 4. Statische Charakteristik des Barretters.

Aus der abgeleiteten und experimentell bestätigten Temperaturverteilung läßt sich als Integral die mittlere Temperaturerhöhung des Drahtes bestimmen, und man erhält

$$u_m = j^2 \cdot \frac{1}{2L}\int_{-L}^{+L} \varphi_2(x)\,dx + j^4 \cdot \frac{1}{2L}\int_{-L}^{+L} \varphi_4(x)\,dx + \cdots.$$

Der Widerstand ist nun:

$$W(j) = \frac{2L\sigma_{\vartheta_0}}{r^2\pi}(1 + a u_m),$$

und dementsprechend sein Differentialquotient:

$$\frac{dW(j)}{dj} =$$

$$= \frac{4La\sigma_{\vartheta_0}}{r^2\pi}(j \cdot \mathfrak{M}\varphi_2 + 2j^3\mathfrak{M}\varphi_4 + 3j^5\mathfrak{M}\varphi_6 + \cdots).$$

Aus dieser Gleichung ergeben sich eine Reihe von Eigenschaften der ersten Ableitung der $W(j)$-Kurve, die wir jetzt im Anschluß an die

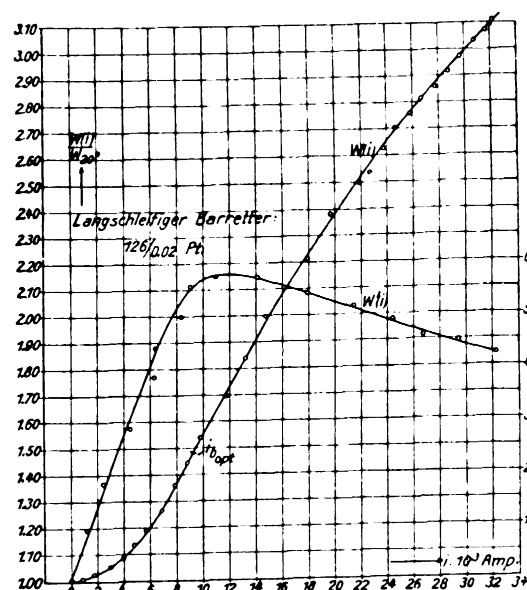


Fig. 2.

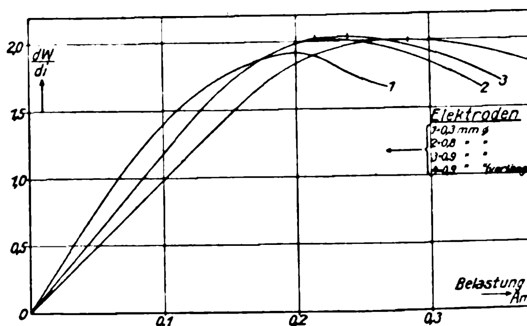


Fig. 3.

Experimente an Stelle der eigentlichen Charakteristik betrachten wollen. Sie sind jedoch für die Untersuchung der Empfindlichkeit des Barretters nicht direkt von Interesse; es wird daher genügen, sie kurz zu skizzieren. Die Kurve (Fig. 2) beginnt vom Nullpunkt aus mit

einer gewissen Steigung, biegt dann um und hat ein Maximum, darauf fällt sie schwach nach unten ab. Interessant ist auch die Abhängigkeit der Steigung von den einzelnen Konstanten (Länge, Dicke) des Barretterdrahtes und der Art der Elektroden (Fig. 3). Das theoretische Ergebnis wurde hier durch das Experiment vollständig bestätigt.

§ 5. Die Barretterempfindlichkeit.

Nach den Untersuchungen von K. E. F. Schmidt und den durch ihn veranlaßten Arbeiten hat die Kurve, welche die Empfindlichkeit des Barretters (d. h. den Brückenstrom bei Belastung des Barretters mit einer bestimmten Schwingung) in Abhängigkeit von dem untergelegten Gleichstrom zeigt, eine ähnliche Form wie die oben abgeleitete $W'(j)$-Kurve. Man könnte annehmen, daß deren Maximum, das ja das steilste Ansteigen der Charakteristik bedeutet, mit dem Optimum der Barretterempfindlichkeit zusammenfällt. Das trifft aber nicht genau zu, wie wir sowohl experimentell wie theoretisch feststellten. Das Optimum fällt nämlich immer kurz vor das Maximum der $W'(j)$-Kurve, liegt aber noch angenähert im geradlinigen Teil der Charakteristik.

Wie nun in unseren beiden Arbeiten, diese Zeitschr. **10**, 899, 1909 und **12**, 239, 1911, gezeigt wird, liegt das Optimum für alle Schaltungen immer an derselben Stelle, und in dem Ausdruck für die Empfindlichkeit des Barretters tritt danach die Art der Schaltung als eine bestimmte Konstante auf. Somit kommen als unabhängige Variable in Frage zunächst die Stärke des untergelegten Gleichstromes und dann die einzelnen Maße des Drahtes. Zur Vereinfachung der Rechnung nehmen wir Beschickung des Barretters mit übergelegtem Gleichstrom δI an und bezeichnen den entsprechenden Brückenstrom als „Normalempfindlichkeit". Bei Betrachtung ungedämpfter Wechselströme beliebiger Frequenz kommt man auf diesen Begriff der Normalempfindlichkeit durch Einführung einer „äquivalenten Stromstärke". Gedämpfte Schwingungen mit zeitweiligem Einsetzen sind exakt überhaupt nicht mit einfachen Mitteln zu behandeln, da man die Differentialgleichung allgemein mit Berücksichtigung der Zeit ansetzen müßte und außer der Größe der Dämpfung auch die Funkenzahl mit zu berücksichtigen hätte. Jedoch könnte man in diesem Falle die einzelnen ablaufenden gedämpften Schwingungen näherungsweise durch zeitweilige Belastung mit einem bestimmten Gleichstrom ersetzen, wie wir es in einer späteren Arbeit ausführen werden.

Gehen wir von dem in der oben zitierten Arbeit abgeleiteten Ausdruck für den Brückenstrom aus, so haben wir bei Untersuchung der Empfindlichkeit zwei verschiedene Wege einzuschlagen, einmal können wir die Empfindlichkeit und ihr Optimum für eine gegebene Stromstärke berechnen (Stromempfindlichkeit) und dann für eine gegebene Klemmenspannung (Voltempfindlichkeit), wobei der letzte Fall für die Praxis die größere Bedeutung haben wird, da die hochempfindlichen Barretter in den Schwingungskreisen hauptsächlich als Strommesser verwandt werden. Es ergibt sich demgemäß, daß die Ausdrücke $\frac{W'(i)}{W(i)}$, bzw. $\frac{W'(i)}{W^3(i)}$ zu einem Maximum zu machen sind. Fig. 4 zeigt die Gegenüberstellung einer experimentell aufgenommenen

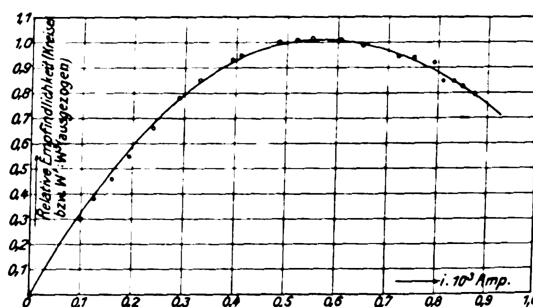


Fig. 4.

Volt-Empfindlichkeitskurve mit der auf gleichen Maximalwert gebrachten Kurve $W'(i):W^3(i)$.

§ 6. Der Barretter im Schwingungskreis.

In der drahtlosen Telegraphie dient der Barretter zur Messung sehr kleiner Stromstärken; da er zur genügenden Empfindlichkeit einen höheren Widerstand haben muß, kann er nicht direkt in den Kreis eingeschaltet werden, in dem die Stärke der elektrischen Schwingung gemessen werden soll. Es wird daher der Barretter mit einer besonderen Selbstinduktion und Kapazität zusammen mit dem zu untersuchenden Schwingungskreis gekoppelt. Es entsteht nunmehr das Problem, die Stromstärke im vorhergehenden Kreise aus den Angaben des Barretters abzuleiten. Im folgenden soll jedoch gleich das allgemeinere Problem der Messung von ankommenden Schwingungen behandelt werden, wobei das Schaltungsschema (Fig. 5) in Frage

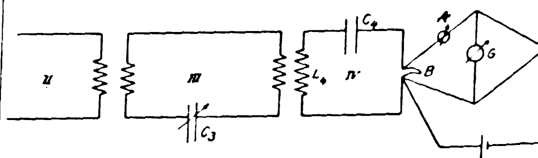


Fig. 5.

kommt. Im Kreise II klingt eine Schwingung ab, die durch

$$i_2 = I e^{-\delta_2 t} e^{\nu_2 j t}, \text{ hier } j = \sqrt{-1}$$

gegeben ist. In III tritt zu der durch die Kopplung aufgezwungenen Schwingung noch eine freie Schwingung hinzu, so daß die Gesamtschwingung gegeben wird durch

$$L_{33} \frac{d^2 i_3}{dt^2} + w_3 \frac{d i_3}{dt} + \frac{i_3}{C_3} =$$
$$= -(-\delta_2 + \nu_2 j)^2 I e^{-\delta_2 t} e^{\nu_2 j t} L_{23},$$

und nach Einführung der Abkürzungen (vergl. diese Zeitschr. **12**, 124, 1911)

$$\frac{d^2 i_3}{dt^2} + 2\delta_3 \frac{d i_3}{dt^3} + \nu_3{}^2 i_3 = F(t).$$

Die Bestimmung des Integrals der kompletten Differentialgleichung geschieht nach dem Lagrangeschen Verfahren, und ergibt unter Hinzunahme der Anfangsbedingungen, nämlich daß für $t = 0$

$$i_3 = \frac{d i_3}{dt} = 0$$

wird,

$$i_3 = -\frac{L_{23}}{L_{33}} \cdot \frac{\sigma}{\varrho} I e^{j(\chi + \psi)} \Big\{ e^{(-\delta_2 + \nu_2 j) t} -$$
$$- \frac{\sqrt{\delta_3{}^2 - \nu_3{}^2} - \delta_2 + \nu_2 j + \delta_3}{2\sqrt{\delta_3{}^2 - \nu_3{}^2}} e^{-\delta_3 t + \sqrt{\delta_3{}^2 - \nu_3{}^2}\, t}$$
$$- \frac{\sqrt{\delta_3{}^2 - \nu_3{}^2} + \delta_2 - \nu_2 j - \delta_3}{2\sqrt{\delta_3{}^2 - \nu_3{}^2}} e^{-\delta_3 t - \sqrt{\delta_3{}^2 - \nu_3{}^2}\, t} \Big\}.$$

Der Kreis IV, der Barretterkreis, ist nun an III gekoppelt. Der Barretterwiderstand ändert sich aber mit der Stromstärke in dem Bereich, in dem er verwendet wird, linear; somit ist

$$\frac{d^2 i_4}{dt^2} + 2\delta_4 i_4 \frac{d i_4}{dt} + \nu_4{}^2 i_4 = 0$$

die Eigenschwingung des Kreises, zu der dann als rechte Seite eine Größe von der Form

$$A\left(a e^{\sqrt{\alpha t}} - b e^{\beta t} - c e^{\gamma t}\right)$$

hinzutritt, wobei die Werte $A, \alpha, b, \beta, c, \gamma$ leicht zu erkennen sind. Die Gleichung ist nur durch Reihenentwicklung lösbar. Als Anfangsbedingungen treten hier für $t = 0$

$$i_4 = 0$$

und infolge des Spannungsabfalls am Barretter

$$\frac{d i_4}{dt} \neq 0$$

hinzu. Die Entwicklung der Gleichung für vorliegendes Problem und im verallgemeinerten Falle gedenken wir baldigst zu geben.

Berlin-Charlottenburg, am 11. September 1911.

(Eingegangen 13. September 1911.)

Die Gleichung der Kurve der reversiblen Suszeptibilität.

Von R. Gans.

Ich hatte gezeigt[1]), daß die reversible Suszeptibilität $\varkappa$ eine reine Funktion der Magnetisierung M ist, unabhängig von der magnetischen Vorgeschichte, die das Material erlebt hat, und zwar daß diese Größe sich in der Form

$$\varkappa = \varkappa_0 \varphi\left(\frac{M}{M_\infty}\right) \tag{1}$$

darstellt, wo $\varkappa_0$ die Anfangssuszeptibilität, M_∞ die Sättigungsmagnetisierung und φ eine universelle Funktion bedeutet, über die ich damals nichts aussagen konnte. Jetzt soll diese Funktion angegeben werden.

Ich behaupte, sie lautet in Parameterdarstellung

$$\varphi\left(\frac{M}{M_\infty}\right) = 3\left(\frac{1}{x^2} - \frac{1}{\mathfrak{Sin}^2 x}\right) \tag{2}$$

$$\frac{M}{M_\infty} = \mathfrak{Ctg}\, x - \frac{1}{x}. \tag{3}$$

Auf diese Funktion bin ich natürlich durch theoretische Überlegungen gekommen, auf die ich jedoch hier nicht eingehen will.

Die Prüfung nehmen wir mit Hilfe der Zahlenwerte vor, die ich an weichem Eisen gefunden habe[2]), weil bei dieser Substanz sich die Beobachtungen über den größten Bereich der $\frac{M}{M_\infty}$ erstrecken.

Es hatte sich aus zwei Versuchsreihen, die sich durch verschiedene Richtung der Magnetisierung voneinander unterscheiden, ergeben

Tabelle 1

M	$4\pi\varkappa$	M	$4\pi\varkappa$
9,5	145,4	9,8	146,4
161,2	144,9	69,16	145,4
348,9	135,5	171,4	143,7
618,6	113,8	744,2	98,0
852,9	86,99	887,4	76,76
1109	54,39	1148	37,68
1253	30,60	1276	24,48
1330	21,89	1316	20,39
1369	18,42	1363	17,00
1416	14,42	1417	13,33
1469	11,83	1478	10,87

Mit

$$M_\infty = 1700; \; 4\pi\varkappa_0 = 146$$

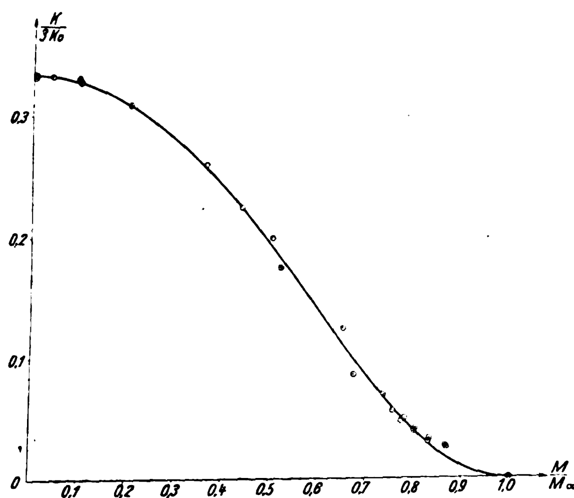
folgt die Tabelle 2.

1) R. Gans, Ann. d. Phys. (4) **33**, 1065, 1910; vgl. auch diese Zeitschr. **11**, 988, 1910; Verh. d. Deutsch. phys. Ges. **12**, 802, 1910.

2) R. Gans, Ann. d. Phys. (4) **33**, 1093, 1910.

Tabelle 2.

$\frac{M}{M_\infty}$	$\frac{x}{3x_0}$	$\frac{M}{M_\infty}$	$\frac{x}{3x_0}$
0,0056	0,3320	0,0058	0,3343
0,095	0,3308	0,0407	0,3320
0,2052	0,3093	0,1008	0,3281
0,3639	0,2598	0,4378	0,2237
0,5017	0,1986	0,5220	0,1753
0,6524	0,1242	0,6753	0,0860
0,7370	0,0698	0,7508	0,0559
0,7825	0,0500	0,7741	0,0465
0,8054	0,0420	0,8019	0,0388
0,8331	0,0329	0,8337	0,0304
0,8642	0,0270	0,8696	0,0248



In dem Diagramm ist die gezeichnete Kurve die aus (2) und (3) berechnete theoretische Kurve. Als Abszisse ist $\frac{M}{M_\infty}$, als Ordinate $\frac{1}{3}\varphi$ aufgetragen. Zur Berechnung benutzte ich eine Funktionentabelle, die ich vor kurzem veröffentlicht habe[1]). Die Funktion $\mathfrak{Ctg}\, x - \frac{1}{x}$ ist dort mit $L(x)$, die Funktion $\frac{1}{x^2} - \mathfrak{Sin}^2 x$ mit $\frac{d\,L(x)}{d\,x}$ bezeichnet.

Die eingetragenen kleinen Kreise entsprechen den in Tabelle 2 aufgeführten Beobachtungen. Die Übereinstimmung ist so gut, wie man überhaupt erwarten kann.

Es ist zu bemerken, daß der Punkt $\frac{M}{M_\infty} = 1$; $\frac{x}{3x_0} = 0$, d. h. der letzte Punkt der Kurve von mir nicht beobachtet ist, daß er sich aber aus den Messungen von Weiß[2]) über die Sättigung des Eisens ergibt, da die Lage dieses Punktes zum Ausdruck bringt, daß bei den größten erreichbaren Magnetisierungen $\frac{dM}{dH} = 0$ wird.

Bei der Beurteilung der Übereinstimmung zwischen Beobachtung und Berechnung ist zu beachten, daß $M_\infty = 1700$ der von Weiß[2]) für Zimmertemperatur gemessene Wert für die Sättigung des Eisens ist, und daß $4\pi x_0 = 146$ sich aus dem von mir an meinem Material gemessenen Wert für die Anfangssuszeptibilität ergibt, daß also überhaupt keine willkürliche Konstante zur Anpassung der beobachteten Kurve an die berechnete benutzt wurde.

1) R. Gans, Gött. Nachr. 1911, S. 45.
2) P. Weiß, Journ. de Phys. 1910, S. 3.

Straßburg i. Els., 9. Oktober 1911.

(Eingegangen 14. Oktober 1911).

BESPRECHUNGEN.

Madame P. Curie, Traité de Radioactivité. 2 Bände. 446 u. 548 S. Paris, Gauthiers-Villars, Imprimeur-Libraire, Quai des Grands-Augustins 55. 1910.

Das einzige größere Lehrbuch der Radioaktivität, das wir bisher besaßen, ist das klassische Werk Rutherfords, dessen letzte Auflage im Jahre 1907 erschien. In der rasch fortschreitenden Entwicklung dieses noch so jungen Gebietes haben die letzten drei Jahre eine große Menge neuer Erkenntnisse gebracht und manchen Anschauungen, die früher nur als mögliche Hypothese in Betracht gezogen werden konnten, eine sichere Stütze geboten. Damit wurde aber auch das Bedürfnis nach einem Lehrbuch rege, das dem derzeitigen Stand der Erkenntnis volle Rechnung trägt. Frau Curie hat dieses Lehrbuch geschrieben und so geschrieben, wie es nur derjenige vermag, der selbst an der Entwicklung des Gebietes hervorragenden Anteil hat und vollständig über dem behandelten Stoff steht.

Das Werk umfaßt zwei Bände von je etwa 500 Seiten. Im ersten Band werden zunächst die für das Verständnis der radioaktiven Erscheinungen notwendigen Kenntnisse in einem ausführlichen Kapitel über Ionen und Elektronen vermittelt. Daran schließt sich eine Darlegung der Meßmethoden, die sich auf Ionisationserscheinungen gründen. Die folgenden Abschnitte bringen die allgemeinen Erscheinungen der Radioaktivität. Die Verf. hat sich im allgemeinen an die

historische Entwicklung gehalten, so daß hier die einzelnen radioaktiven Produkte zunächst nicht vom Standpunkte ihrer etwaigen genetischen Zusammengehörigkeit behandelt erscheinen. Dies bedingt zwar eine gewisse Breite der Darstellung und die Notwendigkeit mancher Wiederholungen im zweiten Band, läßt aber andererseits sehr klar den vollständigen Entwicklungsgang des Gebietes erkennen. Außerdem ermöglicht es auch die Berücksichtigung mancher noch ungelöster Einzelfragen, die in verschiedenen Originalarbeiten verstreut, leicht der Beachtung entgehen. Der letzte Abschnitt des ersten Bandes bringt die Theorie der radioaktiven Umwandlungen, wobei auch der allgemeine Fall, daß beliebig viele auseinander entstehende Umwandlungsprodukte vorhanden sind, behandelt wird.

Der zweite Band ist der speziellen Radioaktivität gewidmet. Nach einer eingehenden Darlegung der Natur der Strahlen und ihrer Wirkungen werden die einzelnen Umwandlungsreihen, wie sie uns derzeit bekannt sind, besprochen. Daran schließt sich ein Kapitel über die radioaktiven Mineralien. Den Schluß des Buches bildet der Abschnitt über die Radioaktivität des Erdbodens und der Atmosphäre.

Das vorliegende Werk ist ein Lehrbuch im besten Sinn des Wortes. Einen besonderen Vorzug desselben bildet die weitgehende Berücksichtigung der chemischen Darstellungsmethoden, ohne daß die physikalische Seite des Gebietes dadurch verkürzt erscheint. Die Verf. hat es verstanden, bei voller Wahrung der Übersichtlichkeit sämtlichen Arbeiten bis Ende 1910 auf dem Gebiet Rechnung zu tragen, und hat dadurch ein Handbuch der Radioaktivität geschaffen, das an Klarheit und Vollständigkeit kaum übertroffen werden kann. Gerade deswegen ist es aber zu bedauern, daß bei den Literaturangaben die Seitenzahlen fehlen und daß am Schlusse des Werkes kein Sachregister angefügt wurde. Beides könnte bei einer Neuauflage wohl leicht nachgeholt werden.

Meitner.

W. Ebert u. J. Nußbaum, Hypochlorite und elektrische Bleiche. Praktisch-angewandter Teil. Monographien über angewandte Elektrochemie. 38. Band. XII u. 367 S. mit 54 Figuren und 33 Tabellen im Text. Halle a. S., W. Knapp. 1910. M. 18.—

Das Buch bildet die Fortsetzung bezw. den Abschluß der in derselben Sammlung erschienenen ausgezeichneten Monographien: Hypochlorite und elektrische Bleiche. Theoretischer Teil von E. Abel (Bd. 17) und technisch-konstruktiver Teil von V. Engelhardt (Bd. 8). Das Gebiet der elektrischen Bleiche ist hiermit sowohl nach theoretischer als technischer Seite hin, wie wenige andere Gebiete der technischen Chemie und besonders der Elektrochemie, literarisch vorzüglich zugänglich.

Die Verfasser, die als Angestellte der Siemens & Halske A.-G., Berlin, selbst reichliche praktische Erfahrungen gesammelt haben, fassen zunächst in einem einleitenden Kapitel in sehr leicht verständlicher pädagogischer Weise die elektrochemischen Erscheinungen bei der Hypochloritdarstellung zusammen unter besonderer Hervorhebung der Umstände, die eine möglichste Vermeidung von Hypochloritverlusten gestatten. In einem zweiten Kapitel werden die technischen Einrichtungen zur elektrochemischen Gewinnung von Bleichflüssigkeit besprochen, als da sind: Salzlöseeinrichtungen, Konstruktionsmaterialien der Bleichelektrolyseure, Elektroden, Zirkulationsvorrichtungen, Kühlvorrichtungen, Aufbewahrungsvorrichtungen und endlich die derzeit auf dem Markt befindlichen Bleichelektrolyseure. Von diesen finden naturgemäß die Apparate nach dem System Siemens & Halske bezw. Kellner die eingehendste Würdigung, da sie den Verfassern am genauesten bekannt sind. Da Publikationen anderer Firmen über ihre Apparatentypen nur in sehr spärlichem Ausmaß vorliegen, so ist eine erschöpfende objektive Darstellung nicht möglich und daher Anlaß zu Kontroversen gegeben, die sich bereits an das Erscheinen des Buches geknüpft haben. In einem dritten Kapitel wird die Betriebsführung bei der elektrochemischen Gewinnung von Bleichflüssigkeit behandelt und in dem letzten, vierten, Kapitel endlich werden die chemischen Eigenschaften der Elektrolytbleichlauge, ihre analytische Untersuchung, Haltbarkeit und Anwendung, ihre Unterschiede gegen die Chlorkalkbleiche, sowie ihre Herstellungskosten besprochen. Wenn auch das Buch, in dem viel praktische Erfahrung konzentriert ist, in erster Linie für den praktischen Bleicher und für den Elektrochemiker von Wichtigkeit ist — beträgt doch der Wert der elektrischen Bleiche pro Jahr in der Textil- und Papier- bezw. Zelluloseindustrie zwei Millionen Mark —, so ist das Buch auch für den Physiker von Interesse, weil es gelegentlich zeigt, wie man an ein derartiges technisches Problem, sowohl was seine präparative als wirtschaftliche Seite anlangt, mit Hilfe der Mathematik herangehen kann und wie somit die in der Physik gebräuchlichen Methoden auch allmählich die technische Chemie ergreifen.

K. Jellinek.

Fr. Bidlingmaier, Erdmagnetische Seebeobachtungen und anschließende Untersuchungen. II. Teil: Deklination. Veröffentlichungen der Deutschen Südpolar-Expedition 1901—1903. Bd. V: Erdmagnetismus. 4. 27 S. 3 Tafeln. Berlin, Dietrich Reimer. 1911. M. 8.50

Nach den allgemeinen Betrachtungen des ersten Teiles erscheinen hiermit die Ergebnisse der Deklinationsbeobachtungen auf hoher See. Statt des bei ähnlichen Unternehmungen seither fast ausschließlich benutzten Peilkompasses geschahen diesmal die Messungen auch mit einem Deviationsmagnetometer, wobei der Verf. die Methode der Schattenstiftazimute neu einführte, d. h. das Azimut der Sonne durch den Schatten eines zentralen Stiftes auf den Teilkreis übertrug. Die Genauigkeit betrug $^1/_4$ bis $^1/_2$ Grad, ist also sehr gut. Daneben beobachteten die Schiffsoffiziere mit dem Peilkompaß.

An Hand seiner zahlreichen Messungen zeichnet der Verf. für die durchfahrenen Gebiete Isogonen. Sie weichen von den Karten der Seewarte stärker ab, als man erwartete. Dasselbe hat ja auch die erste Reise des Carnegieschiffes der Carnegieinstitution für alle gebräuchlichen Karten nachgewiesen. Wie der Verf. zeigt, liegt die Ursache in falscher Ansetzung der Werte für die Säkularvariation, denn die Abweichungen sind den tatsächlichen Säkularvariationen proportional.

Der Verf. untersucht die Verteilung der Säkularvariationen im ganzen durchfahrenen Gebiete durch Vergleich mit den Karten von Sabine (1840) und Creak (1880) und schlägt als dringenden Wunsch vor, an geeigneten Orten regelmäßig besuchte Säkularstationen zu unterhalten, da nur hierdurch die amtlichen Karten fehlerfrei erhalten werden können.

A. Nippoldt.

Heinrich Weber, Die partiellen Differentialgleichungen der mathematischen Physik. Nach Riemanns Vorlesungen bearbeitet. 1. Bd. 5. Aufl. gr. 8. XVIII u. 528 S. mit 81 Abbildungen. Braunschweig, Fr. Vieweg & Sohn. 1910. M. 12.—, geb. M. 13.60

Die neue Auflage des allen Studierenden der Mathematik und Physik unentbehrlichen „Riemann-Weber" ist im wesentlichen ein Abdruck der vorigen, vierten Auflage. Es sind nur einige ergänzende Paragraphen (z. B. über die Gamma-Funktion, über das Fouriersche Theorem für Funktionen mehrerer Veränderlicher, über Besselsche Funktionen höherer Ordnung), sowie ein ganzer Abschnitt hinzugefügt, der „das allgemeine elektrostatische Problem" zum Inhalt hat. Die letztere Ergänzung soll ein Beispiel sein für die Anwendung der Methode der Integralgleichungen auf Probleme der mathematischen Physik; die hier auseinandergesetzte Beersche Modifikation der Neumannschen Methode des arithmetischen Mittels gehört ja zu den Vorläufern der heutigen Theorie der Integralgleichungen. Es wird in Aussicht gestellt, daß der zweite Band eine Anwendung dieser Theorie auf die Schwingungen einer elastischen Membran enthalten soll. In dem zweiten Bande soll auch das Relativitätsprinzip berücksichtigt werden. — Die Sätze des § 31 über die Differentiation und Integration gleichmäßig konvergenter Reihen sind leider in der unrichtigen Formulierung der vorigen Ausgabe abgedruckt worden. M. Born.

Berichtigungen.

In der Abhandlung von P. Ludewig, Ein Dämpfungsmesser für die Praxis der drahtlosen Telegraphie (diese Zeitschr. **12**, 763—771, 1911), Seite 767, II. Spalte, Zeile 2 von unten statt Fig. 11 muß es heißen Fig. 10; Seite 769, I. Spalte, Zeile 4 von oben ist statt Fig. 10 Fig. 11 zu setzen.

In der Abhandlung von K. R. Koch, Der Neubau des physikalischen Instituts der Technischen Hochschule Stuttgart (diese Zeitschr. **12**, 818—831, 1911), Seite 822, Anmerk. 3, statt 26 muß es heißen 260 Amp.; ferner steht der Buchstabe D in Fig. 1 (Seite 823) und Fig. 2 (Seite 824) nicht an der richtigen Stelle, er gehört nicht zu den schwarzen Ölgefäßen, sondern zu dem darunter befindlichen grauen Gefäß.

Die Abhandlung R. A. Houstoun (diese Zeitschr. **12**, 800—806, 1911) ist übersetzt aus vom Autor übersandten Korrekturbogen der Proc. Roy. Soc. London.

Zu dem Berichte über die XIX. Jahresversammlung des Verbandes Deutscher Elektrotechniker, München 1911, ist nachzutragen, daß der darin erwähnte Beschluß der Internationalen Elektrotechnischen Kommission bezüglich der Bezeichnung der Größen des Ohmschen Gesetzes damals nur den Vorschlag eines Ausschusses von vier Delegierten der Kommission (Köln, Mai 1911) darstellte, nunmehr aber auf der Tagung der Internationalen Elektrotechnischen Kommission in Turin (September 1911) zum Beschluß erhoben worden ist. Das Ohmsche Gesetz soll danach geschrieben werden: $E = IR$ (in großen Buchstaben, nicht, wie seinerzeit angegeben, in kleinen Buchstaben; nicht I Konsonant, sondern I Vokal). A. Wertheimer.

Tagesereignisse.

Preisausschreiben der Deutschen Meteorologischen Gesellschaft. Die Deutsche Meteorologische Gesellschaft schreibt einen Preis von 1000 (eintausend) Mark aus für einen kurzen allgemein verständlichen Leitfaden der Meteorologie mit besonderer Rücksichtnahme auf den deutschen Reichswetterdienst. Die Bedingungen sind von dem Vorsitzenden der Gesellschaft (Geheimen Regierungsrat Professor Dr. G. Hellmann, Berlin W. 56, Schinkelplatz 6) zu beziehen.

Personalien.

(Die Herausgeber bitten die Herren Fachgenossen, der Redaktion von eintretenden Änderungen möglichst bald Mitteilung zu machen.)

Habilitiert: An der Universität Erlangen Dr. J. Würschmidt für Physik, an der Universität Münster Dr. Alois Timpe (bisher an der Technischen Hochschule Aachen) für Mechanik, an der Universität Wien Dr. W. Kohlrausch und Dr. Schmidt für Physik, an der Universität Straßburg Dr. N. Papalexi für Physik, an der Universität Czernowitz Dr. Erwin Kruppa für Geometrie.

Ernannt: Dr. J. H. Clo von der Universität Chicago zum Professor der Physik an der Tulane University in New Orleans, der Professor der Chemie an der Universität von Alabama Dr. Benj. F. Lovelace zum Associate-Professor der Chemie an der Johns Hopkins University in Baltimore, der Assistant Professor der Physik an der Cornell-Universität in Ithaca Dr. George Sylvanus Moler zum ord. Professor der Chemie an derselben Hochschule, Dr. J. P. Montgomery vom Mississippi Agricultural and Mining College zum Adjunktprofessor an der Staatsuniversität von Alabama, der wissenschaftliche Hilfsarbeiter am Geodätischen Institut in Berlin-Potsdam Dr. Gustav Förster zum Observator ebenda, der Privatdozent an der Böhmischen Universität Prag Dr. Jiri Baborovsky zum a. o. Professor der physikalischen Chemie an der gleichen Hochschule, Lektor Dr. N. A. Langlet zum Professor für Chemie und chemische Technologie an Chalmers tekniska Läroanstalt (Polytechnikum) in Göteborg, der Dozent für Luftschiffahrt, Flugtechnik und Kraftfahrzeuge an der Technischen Hochschule Stuttgart Alexander Baumann zum ord. Professor für die gleichen Fächer an derselben Hochschule, der Professor für Chemie am Washburn College und Präsident der Kansas Academy of Science Dr. F. B. Dains zum Associate-Professor für organische Chemie an der University of Kansas in Lawrence, der Professor für Chemie an der University of Colorado in Boulder Dr. John B. Ekeley zum State Chemist am Colorado State Board of Health, der Lecturer für physikalische Chemie an der Universität Birmingham Dr. Alexander Findlay zum ord. Professor für Chemie am University College of Wales in Aberystwyth, der a. o. Professor am Lyzeum Dillingen Dr. Anton Weber zum ord. Professor der Physik und Mathematik ebenda, der a. o. Professor an der Universität Freiburg i. B. Dr. Georg Meyer zum ord. Honorarprofessor der physikalischen Chemie ebenda.

Verliehen: Dem ord. Professor für Markscheide- und Meßkunde an der Technischen Hochschule Aachen Dr. Karl Haußmann und dem ord. Professor für darstellende Geometrie Dr. Ernst Kötter ebenda der Titel Geheimer Regierungsrat.

Nobelpreise 1911. Physik: Geheimrat Professor Dr. Wilhelm Wien in Würzburg, Chemie: Mme Pierre Curie in Paris.

In den Ruhestand: Der Collegial Professor der Chemie an der Johns Hopkins University Dr. Edward Renouf.

Gestorben: Der ord. Professor der allgemeinen chemischen Analyse an der Facultad de Ciencias der Spanischen Zentral-Universität in Madrid Dr. Juan Fages y Virgili, der frühere Professor der Chemie an der Universität Kristiania und spätere Inhaber der Apotheke „Nordstjernen" daselbst Dr. Hans Hvoslef, der Chemiker W. H. Buchanan in Philadelphia, der Professor der Mathematik am Boston College und frühere Direktor des Ebro-Observatoriums für kosmische Physik in Tortosa Dr. Mariam Balcells S. J.

Für die Redaktion verantwortlich Professor Dr. Friedrich Krüger in Danzig-Langfuhr. — Verlag von S. Hirzel in Leipzig.
Druck von August Pries in Leipzig.

PHYSIKALISCHE ZEITSCHRIFT

No. 24. | 1. Dezember 1911. Redaktionsschluß für No. 25 am 25. November 1911. | 12. Jahrgang.

INHALT:

VORTRÄGE UND DISKUSSIONEN VON DER 83. NATURFORSCHERVERSAMMLUNG ZU KARLSRUHE.

A. Sommerfeld (München), Das Plancksche Wirkungsquantum und seine allgemeine Bedeutung für die Molekularphysik.

Als der wissenschaftliche Ausschuß unserer Gesellschaft an mich die Aufforderung richtete, dieser Versammlung einen Bericht über die Relativtheorie zu erstatten, erlaubte ich mir dagegen geltend zu machen, daß das Relativitätsprinzip kaum mehr zu den eigentlich aktuellen Fragen der Physik gehöre. Obwohl erst 6 Jahre alt — Einsteins Arbeit erschien 1905 — scheint es schon in den gesicherten Besitz der Physik übergegangen zu sein.

Ganz anders aktuell und problematisch ist die Theorie der Energiequanten oder, wie ich lieber sage, die Theorie des Wirkungsquantums. Hier sind die Grundbegriffe noch im Fluß und die Probleme ungezählt: Planck, der Entdecker der Energieelemente, steht im Begriff, in seinen letzten Publikationen über die Emissionsquanten seine ursprünglichen Anschauungen wesentlich umzubilden. Einstein zog aus der Planckschen Entdeckung die weitgehendsten Folgen — übrigens schon in demselben denkwürdigen Jahre 1905 noch vor der Aufstellung des Relativitätsprinzips — und übertrug das Quantenhafte von dem Emissions- und Absorptionsvorgang auf die Struktur der Lichtenergie im Raume, ohne, wie ich glaube, seinen damaligen Standpunkt heute noch in seiner ganzen Kühnheit aufrechtzuhalten. Nernst, der das Tatsachenmaterial zur Lehre der Energiequanten so erfolgreich erweitert hat, bildet die ursprünglichen Ideen Plancks weiter aus.

Nichts könnte der modernen Physik förderlicher sein, als eine Klärung der Ansichten über diese Fragen. Hier liegt der Schlüssel der

Situation, der Schlüssel nicht nur zur Strahlungstheorie, sondern auch zur molekularen Konstitution der Materie, und zwar liegt er zurzeit noch recht tief versteckt. In einem ersten Teil meines Vortrags möchte ich über die bisherigen Erfolge der Quantentheorie berichten, in einem zweiten Teil eigene an den Begriff des Wirkungsquantums anschließende Überlegungen besprechen, ohne irgendwie im ersten Teil Vollständigkeit anzustreben oder im zweiten Teil dem Umfang des Problems auch nur annähernd gerecht zu werden. Der Umstand, daß ich hierbei auch die Relativtheorie zu streifen haben werde, möge als Beleg dafür dienen, wie sehr diese Theorie die Grundlagen unseres physikalischen Denkens durchsetzt hat.

1. Strahlungstheorie und Statistik.

Der Grundstein zum Aufbau der Quantentheorie war gelegt, als Kirchhoff und Wien das Strahlungsgleichgewicht als thermodynamisches Gleichgewicht erkannten und der im Gleichgewicht befindlichen oder „schwarzen" Strahlung Temperatur und Entropie zuschrieben. Im Anschluß an diese Vorläufer stellte sich Planck das Problem und verfolgte es mit seltenem Zielbewußtsein, die thermodynamische Seite der Strahlung mit ihrem elektrodynamischen Ursprung in Einklang zu bringen. Daß dieses Problem im Grunde nicht lösbar war, d. h. nicht vereinbar mit den gewöhnlichen Methoden der Statistik, ist die neue Erkenntnis, die wir der Planckschen Forschung verdanken.

Als Reagens auf die Strahlung bediente sich Planck eines gewöhnlichen Hertzschen Oszillators, wir können etwas konkreter sagen, eines Elektrons, welches quasielastisch an ein Atom gebunden ist, dem also vermöge dieser Bindung eine bestimmte Schwingungszahl ν zukommt. Genau so wie in der Dispersionstheorie wird dieser Oszillator durch die auffallende Strahlung zu einer bestimmten stationären Schwingung angeregt, welche im Resonanzfalle ein scharf ausgeprägtes Maximum erreicht. Zwischen seiner Energie U und der Energiedichte $\mathfrak{u}$ der erregenden Strahlung von gleicher Schwingungszahl besteht dann, wie sich durch einfache Resonanzbetrachtungen mit etwas statistischem Einschlag zeigen läßt, die Beziehung:

$$U = \frac{c^3}{8\pi\nu^2}\mathfrak{u}. \qquad (1)$$

Andererseits kann man die Energie U des Oszillators direkt bestimmen nach statistischen Prinzipien. Ist nämlich der Oszillator Bestandteil eines thermodynamischen Gleichgewichtssystems, und ein solches sollte ja die schwarze Strahlung sein, so kommt auf ihn im Mittel die Energie

$$U = kT. \qquad (2)$$

Man bezeichnet nämlich mit $\frac{k}{2}T$ die Energie eines Freiheitsgrades und hat dem Oszillator vermöge seinem Gehalt an kinetischer und potentieller Energie zwei Freiheitsgrade zuzuschreiben.

Aus (1) und (2) folgt nun sofort das Strahlungsgesetz in der Form:

$$\mathfrak{u} = 8\pi\left(\frac{\nu}{c}\right)^3\frac{kT}{\nu}. \qquad (3)$$

Dieses Rayleighsche Strahlungsgesetz ist aber nicht nur im Widerspruch mit der Erfahrung — fehlt ihm doch das für jede Temperatur charakteristische Maximum der Strahlung —, sondern auch im Widerspruch mit der Möglichkeit eines thermodynamischen Gleichgewichts. Eine gegebene endliche Strahlungsenergie kann sich überhaupt nicht nach diesem Strahlungsgesetz verteilen, alle Energie würde auf die ultra-ultravioletten Wellenlängen abfließen, für das Wärmespektrum würde gar keine Energie übrig bleiben usf.

Man hat wohl zunächst daran gedacht, diesen Widerspruch heben zu können, indem man erklärte: der Plancksche Oszillator entspricht in seiner weitgehenden Idealisierung zu wenig der wirklichen Konstitution der Moleküle mit ihren komplizierten Eigenschwingungen. Indessen darf sich ein thermodynamischer Widerspruch auch bei einem nur gedachten System nicht ergeben. Zudem haben andere Überlegungen von Jeans, Lorentz, Einstein, die von dem Planckschen Resonator keinen Gebrauch machen, immer wieder zu dem Rayleighschen Gesetz geführt. Die Überzeugung ist jetzt wohl allgemein: jedes konsequent durchgeführte Strahlungsmodell führt auf das unmögliche Verteilungsgesetz (3); mit den gewöhnlichen Methoden geht es nicht, man muß die Grundlagen revolutionieren.

2. Die neue Statistik der Energiequanten.

Da man die elektrodynamischen Prinzipien (Gl. 1) kaum verlassen kann, muß man die Methoden der Statistik verantwortlich machen und das Prinzip der Gleichverteilung der Energie auf alle Freiheitsgrade (Gl. 2) aufgeben. Um das völlig Neuartige der Planckschen Quantenhypothese an bekannte Gedankengänge anzuschließen, folgen wir einer Darstellung, die Nernst[1]) vor kurzem gegeben hat.

Die Maxwellsche Verteilung der Geschwindigkeit auf die Moleküle eines Gases läßt sich folgendermaßen schreiben:

$$\frac{dN}{N} = Ae^{-\frac{E}{kT}}dE, \quad A = \frac{1}{kT}. \qquad (4)$$

N ist die Gesamtzahl der Moleküle, dN die

Zahl derjenigen Moleküle, deren Energie zwischen E und $E + dE$ liegt. Um möglichst engen Anschluß an den Fall des Oszillators mit seinen zwei Freiheitsgraden zu gewinnen, ist dabei angenommen, daß die Gasmoleküle sich nur mit zwei Freiheitsgraden bewegen, daß wir es also sozusagen mit einem zweidimensionalen einatomigen Gas zu tun haben. Für die mittlere Energie der Moleküle eines solchen Gases folgt dann sofort

$$U = \frac{1}{N}\int_{E=0}^{E=\infty} E\,dN = kT.$$

Das Maxwellsche Gesetz ist also im Einklang mit der Gleichverteilung der Energie und ist historisch und gedanklich seine eigentliche Wurzel.

Wir entgehen aber der Konsequenz der Gleichverteilung, wenn wir mit Planck erklären: wir dürfen nicht mit infinitesimalen Energieelementen dE, sondern nur mit endlichen Energiequanten ε operieren. Indem wir jetzt wieder von N Planckschen Oszillatoren (statt von N-Molekülen eines zweidimensionalen Gases) sprechen, fragen wir uns: wie viele dieser N-Oszillatoren erhalten bei gegebener Gesamtenergie die Energiemengen

$$0\cdot\varepsilon,\quad 1\cdot\varepsilon,\ .\ .\quad n\cdot\varepsilon\ .\ .\ .\ ?$$

Die betreffenden Anzahlen seien

$$N_0\quad N_1\ .\ .\quad N_n\ .\ .$$

In formalem Anschluß an Gl. (4) ersetzen wir dort dE durch ε und lösen die kontinuierliche Maxwellsche Verteilung auf in die folgende Reihe diskontinuierlicher Anzahlbestimmungen:

$$\frac{N_0}{N} = A\varepsilon,\quad \frac{N_1}{N} = A e^{-\frac{\varepsilon}{kT}}\varepsilon,\ .\ .\ \frac{N_n}{N} = A e^{-\frac{n\varepsilon}{kT}}\varepsilon\ .\ .$$

Dabei ergibt sich leicht (wegen $\Sigma N_n = N$)

$$A\varepsilon = 1 - e^{-\frac{\varepsilon}{kT}}. \tag{5a}$$

Die mittlere Energie eines Oszillators ergibt sich jetzt zu

$$U = \frac{\Sigma N_n n\varepsilon}{N} = \frac{\varepsilon}{e^{\frac{\varepsilon}{kT}} - 1}. \tag{6}$$

Aus thermodynamischen Gründen (Wiensches Verschiebungsgesetz) muß man die Annahme machen

$$\varepsilon = h\nu, \tag{7}$$

muß also das Energiequantum der Schwingungszahl des Oszillators proportional setzen. Die Gleichverteilung der Energie besteht also nicht mehr; jeder Oszillator erhält vielmehr, je nach seiner Schwingungszahl ν, eine andere mittlere Energie.

Aus (6) und (7) folgt jetzt in Verbindung mit (1) sofort das Plancksche Strahlungsgesetz

$$u = 8\pi h\left(\frac{\nu}{c}\right)^3 \frac{1}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1}. \tag{8}$$

Dieses hat sich bekanntlich glänzend bewährt; es liefert das erforderliche Maximum der Strahlungsenergie für eine bestimmte mit der Temperatur wachsende Schwingungszahl und entspricht einem endlichen Wert der Gesamtenergie. Das Rayleighsche Gesetz erscheint nur mehr als Näherung des Planckschen Gesetzes, gerade so wie sich die Gleichverteilung der Energie als Näherung der Energieverteilung (6) ergibt, für den Grenzfall

$$h\nu \ll kT.$$

Man kann die Ableitung des Strahlungsgesetzes vertiefen, wenn man mit Planck die Boltzmannschen Abzählungsmethoden benutzt[2]) oder statt von endlichen Energiequanten von endlichen Zustandsbereichen der Wahrscheinlichkeit spricht[3]).

Die Einfachheit und Schönheit dieser Überlegungen darf uns aber nicht über die außerordentlichen Schwierigkeiten hinwegtäuschen, die an ihrem Grunde liegen. Der Plancksche Oszillator soll stets eine ganze Anzahl von Energieelementen enthalten, er soll also Energie stets nur nach diesen Quanten emittieren und absorbieren. Damit setzen wir uns aber in Widerspruch mit den Prinzipien des elektrodynamischen Feldes. Denn die eine Wurzel des Strahlungsgesetzes, die Formel (1), ist vollständig basiert auf der Vorstellung des kontinuierlichen Energieaustausches. Wir graben diese Wurzel ab, wenn wir der anderen Wurzel des Strahlungsgesetzes, der Quantenvorstellung, Raum verschaffen wollen.

3. Die Gastheorie und ihre Wolken.

Folgen wir nun der Statistik in ihre eigentliche Domäne, das Gebiet der Gastheorie. Hier hat bekanntlich das Prinzip der Gleichverteilung der Energie glänzende Erfolge aufzuweisen. Aber es liegen, wie Lord Kelvin in den Baltimore Lectures[4]) sagt, Wolken darauf. Sehen wir nun recht zu, so sind jene Wolken nichts anderes als Anzeichen desselben Widerspruchs, der uns in der Strahlungstheorie zwang, mit der Gleichverteilung der Energie zu brechen, und dieser Widerspruch wird auch hier der Vater eines unerwarteten Fortschritts.

Erhält jeder Freiheitsgrad eines Gases bei der Temperatur T die gleiche mittlere Energie $\frac{k}{2}T$, so kommt auf ein Molekül von q Freiheitsgraden die Energie $q\frac{k}{2}T$. Beziehen wir

die Energie U auf ein Mol statt auf ein Molekül und nehmen die Bedeutung der Molwärme $c_v = dU/dT$ sowie den thermodynamischen Zusammenhang zwischen c_p und c_v hinzu, so ergibt sich

$$U = \frac{q}{2} RT, \quad c_v = \frac{q}{2} R, \quad \frac{c_p}{c_v} = 1 + \frac{2}{q}. \qquad (9)$$

Jedesmal, wenn die theoretische Naturwissenschaft eine ganzzahlige Beziehung zwischen beobachtbaren Größen aufdeckt, wie hier zwischen c_p und c_v, fühlen wir uns in ähnlicher Weise ästhetisch gehoben wie beim Anblick eines wohlausgebildeten Kristalls, der uns ja das Wirken ganzzahliger Verhältnisse in der Natur am schönsten darstellt. So gibt es denn kaum einen schöneren Triumph der mathematischen Naturbetrachtung, wie den Wert

$$\frac{c_p}{c_v} = 1 + \frac{2}{3} = 1{,}66$$

für einatomige Gase ($q = 3$) oder den Wert

$$\frac{c_p}{c_v} = 1 + \frac{2}{5} = 1{,}40$$

für Luft, Wasserstoff, Stickstoff usw. ($q = 5$). Nicht minder bemerkenswert ist der absolute Wert von c_v, der sich ergibt, wenn wir R mit hinreichender Annäherung gleich 2 cal/grad annehmen, nämlich

$$c_v = \frac{3}{2} R = 3 \frac{\text{cal}}{\text{grad}} \quad \text{für einatomige Gase}$$

$$c_v = \frac{5}{2} R = 5 \frac{\text{cal}}{\text{grad}} \quad \text{für zweiatomige Gase,}$$

nicht minder bemerkenswert auch der Wert von c_v für feste Körper, deren Moleküle wir uns als einatomig, aber außer mit drei kinetischen auch mit drei potentiellen Freiheitsgraden ausgestattet zu denken haben. Für diese folgt daher als Molwärme mit $q = 6$:

$$c_v = \frac{6}{2} R = 6 \frac{\text{cal}}{\text{grad}},$$

entsprechend dem Gesetz von Dulong und Petit. Dies die Lichtseite des Bildes, die man gewiß nicht hell genug ausmalen kann. Nun die Wolken, die auf dem Bilde liegen!

Über die Abzählung der Freiheitsgrade eines Gasmoleküls kann man verschiedener Meinung sein. Ein Wasserstoffmolekül, bestehend aus zwei Atomen H, wird nur dann als Rotationskörper mit 5 für die Wärmebewegung aufnahmefähigen Freiheitsgraden gelten können, wenn die Bindung zwischen beiden H-Atomen absolut fest ist. Sobald diese Bindung nur ein wenig gelockert wird, treten zwei neue Freiheitsgrade hinzu, nämlich der kinetische und potentielle Freiheitsgrad für die Schwingung der beiden H-Atome gegeneinander. Damit würde der Wert von c_v springen von 5 auf 7 cal/grad, der Wert von c_p/c_v herunterfallen von 1,40 auf 1,28. Solche sprungweisen Änderungen sind nun an sich höchst unphysikalisch gedacht und tatsächlich nie beobachtet. Was dagegen stets beobachtet wird, ist eine kontinuierliche Zunahme der spezifischen Wärmen, namentlich der festen Körper, mit der Temperatur. Dieser stand, wie Nernst bemerkt, die bisherige Wärmemechanik völlig ratlos gegenüber[5]).

4. Die spezifischen Wärmen im Lichte der neuen Statistik.

Den Weg aus diesen Schwierigkeiten wies Einstein[6]), indem er an die Stelle der Gleichverteilung die Plancksche Energieverteilung setzte. Nicht $3RT$ [vgl. Gl. (9) mit $q = 6$] ist dann der Energieinhalt des festen Körpers pro Mol, sondern [vgl. Gl. (6)]:

$$U = 3R \frac{\frac{h\nu}{k}}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1}. \qquad (10)$$

Für die Molwärme $c_v = dU/dT$ ergibt sich daraus eine Verallgemeinerung des Dulong-Petitschen Gesetzes, die folgendes charakteristische Verhalten zeigt: für hohe Temperaturen asymptotische Annäherung an den Dulong-Petitschen Wert $c_v = 6$ cal, im absoluten Nullpunkt exponentielles Verschwinden, für mittlere Temperaturen um so stärkere Abweichungen vom Dulong-Petitschen Grenzwert, je größer die Eigenschwingungszahl ν des molekularen Resonators ist.

Schon Einstein[6]) konnte am Diamant zeigen, daß dieser Verlauf der spezifischen Wärme recht gut der Wirklichkeit entspricht. Seitdem ist durch Nernst[7]) und seine Schüler ein geradezu großartiges experimentelles Material gesammelt, welches das Verhalten der spezifischen Wärmen bei tiefen und hohen Temperaturen, von festen Körpern und Gasen nach allen Seiten klärt. Es wird stets ein Ruhmesblatt in der Geschichte der ersten Dezennien der Physikalisch-technischen Reichsanstalt bleiben, daß sie die eine Säule der Quantentheorie, die experimentellen Grundlagen der Hohlraumstrahlung, errichtet hat. Vielleicht ebenso hoch ist das Verdienst des Nernstschen Instituts zu veranschlagen, das uns in den planmäßigen Messungen der spezifischen Wärmen den anderen nicht minder tragfähigen Grundpfeiler der Quantentheorie geliefert hat. Wenn auch über die quantitative Darstellung der Nernstschen Messungen das letzte Wort noch nicht gesprochen ist — Nernst[8]) benutzt jetzt außer der Schwingungszahl ν noch die Unterschwingung $\nu/2$ in seinen Formeln, während Einstein[9])

für nötig hält, die Dämpfung der Oszillatorschwingungen zu berücksichtigen — so viel ist sicher, daß die Gesamtheit dieser Messungen kaum anders als durch die Formeln der Quantentheorie wiedergegeben werden kann. Sehr bemerkenswert ist dabei, daß die einzige Materialkonstante dieser Formeln, die Schwingungszahl ν, sich aus ganz anderen Daten vorausberechnen läßt, nach F. A. Lindemann[10]) in überraschend präziser Weise aus Schmelzpunkt und Molekularvolumen, ja daß sie in den Fällen binärer Ionenverbindungen[6]) sogar direkt mit den optisch nachweisbaren ultraroten Eigenschwingungen der Dispersionstheorie übereinzustimmen scheint.

5. Man soll die Freiheitsgrade wägen und nicht zählen.

Fassen wir zusammen, was uns Strahlung und spezifische Wärmen über die allgemeine Frage der Energieverteilung gelehrt haben, so können wir mit einer Schillerschen Variante etwa sagen: „Man soll die Freiheitsgrade wägen und nicht zählen."

Die alte Gleichverteilung der Energie kannte keine Unterschiede zwischen den verschiedenen Freiheitsgraden, jeder sollte im Mittel dieselbe Energie $\frac{k}{2}T$ erhalten, ein sehr steifer Freiheitsgrad (z. B. im inneren Verband eines Gasmoleküls oder im festen Körper) ebensoviel wie ein ganz loser (z. B. bei der translatorischen Bewegung der Gasmoleküle); dieses schematische Zählen führte dann zu der ganzzahligen Konstanz bzw. der ruckweisen Veränderung der spezifischen Wärmen oder in der Strahlung zu dem unmöglichen Rayleighschen Gesetz.

Die moderne Statistik dagegen lehrt eine unendliche Mannigfaltigkeit in der Energieverteilung, je nach der Steifigkeit der betreffenden Bewegungsfreiheit. Bei einem sehr losen Freiheitsgrade (ν klein oder besser $h\nu/kT \ll 1$) ergibt sich auch hier die Energie $\frac{k}{2}T$; bei größerem ν dagegen erhält der Freiheitsgrad die unter allen Umständen kleinere Energiemenge

$$\frac{1}{2}\frac{h\nu}{e^{\frac{h\nu}{kT}}-1} = \frac{\frac{1}{2}kT}{1+\frac{1}{2}\frac{h\nu}{kT}+\frac{1}{6}\left(\frac{h\nu}{kT}\right)^2+\cdots}$$

In der modernen Theorie werden also die Freiheitsgrade gewogen je nach der Größe von

$$x=\frac{h\nu}{kT}.$$

Daß für Diamant die alte Theorie schon bei mittleren Temperaturen unzulänglich wird, für die Schwermetalle aber das Dulong-Petitsche Gesetz hinreichend genau gilt, liegt einfach daran, daß bei ca. $T=300^0$ für Diamant $x \gg 1$ wird, bei den Schwermetallen aber $x < 1$ ist.

Auch für den Temperaturbegriff wird die neue Auffassung der Dinge von Bedeutung. Die eigentliche Quelle des Temperaturbegriffs liegt in der Aussage: Gleichheit der Temperatur ist Bedingung des thermodynamischen Gleichgewichts. Diese Aussage bleibt natürlich unberührt. Früher aber konnte man hinzufügen: Gleichheit der Temperatur in zwei Systemen bedingt gleiche mittlere Energie. Diese Aussage wird jetzt hinfällig und mit ihr zugleich die Möglichkeit einer kinetischen Definition der Temperatur. Denken wir z. B. an das Gleichgewicht eines festen Stoffes mit seinem Dampf. Die Translationsenergie des Dampfes wird pro Molekül durch $\frac{3}{2}kT$ gegeben sein, da seine Freiheitsgrade verschwindende Steifigkeit haben; die feste Phase aber wird bei gleicher Temperatur im allgemeinen weniger Energie beanspruchen, da ihr gegebenenfalls eine hohe Eigenschwingung zukommt[11]). Dieser Umstand erfordert offenbar eine Revision der Dampfspannungsformeln, derart, daß die bisherigen Ergebnisse nur für hinreichend hohe Temperaturen in Gültigkeit bleiben werden.

6. Weitere Anwendungen der Energiequanten und der Lichtquanten.

Das neue Prinzip der Statistik scheint sich bei den tiefsten erreichbaren Temperaturen allerwärts geltend zu machen.

Ein besonders frappantes Beispiel ist der elektrische Widerstand. Kamerlingh-Onnes[12]) stellt bei reinen Metallen und für Helium-Temperaturen ein völliges Verschwinden des Widerstands fest, ganz nach Art der spezifischen Wärmen — eine sicherlich theoretisch, vielleicht auch technisch hochbedeutsame Tatsache. Kamerlingh-Onnes gibt auch für das Verhalten des Widerstands eine formelmäßige Darstellung[13]) im Sinne der Quantentheorie, die allerdings nicht ganz frei von Willkür zu sein scheint.

In demselben Heft der Leidener Communications[14]), in dem die letzten maßgebenden Versuche von Kamerlingh-Onnes stehen, werden auch Versuche von Perrier über das Verhalten der magnetischen Suszeptibilität paramagnetischer Körper bei tiefen Temperaturen mitgeteilt. Diese zeigen eine Abweichung von dem Curie-Langevinschen Gesetz, derart, daß die Suszeptibilität mit abnehmender Temperatur nicht un-

begrenzt ansteigt, sondern vielmehr eine Tendenz zum Verschwinden zeigt. Eine Deutung dieser Versuche im Sinne der Quantentheorie gibt Debye[15]).

Während die bisherigen Betrachtungen sich auf statistischem Gebiet bewegten, gibt es eine weitergehende Gruppe von Anwendungen, bei denen dem einzelnen Energiequantum eine gesonderte räumliche Existenz zugeschrieben und dessen Transformation in andere Energieformen verfolgt wird, Anwendungen, die ebenfalls auf Einstein[16]) zurückgehen und von Stark[17]) experimentell und gedanklich weiter ausgebaut sind. Wir wollen diesen Standpunkt kurz mit dem Einsteinschen Namen der Lichtquanten kennzeichnen. Die große Schwierigkeit, ja die Unvereinbarkeit dieses Standpunkts mit den bestbewährten Gesetzen der Lichtausbreitung (Interferenzerscheinungen, Huygenssches Prinzip) ist oft betont worden.

Als Beispiel betrachten wir den lichtelektrischen Prozeß. Monochromatisches Licht von der Schwingungszahl ν falle auf die Oberfläche eines Metalls. Das Licht bestehe aus einzelnen Lichtquanten, denen wir den Energiewert $h\nu$ zuschreiben werden. Jedes Lichtquantum werde als Ganzes von einem Metallatom absorbiert und in kinetische Energie eines Elektrons transformiert. Indem dieses das Metall durchsetzt und insbesondere beim Austreten aus der Oberfläche verzögert wird, kann es einen Teil seiner Energie einbüßen. Der Maximalwert der kinetischen Energie und damit zugleich das maximale positive Potential, zu dem sich das bestrahlte Metall auflädt, ist hiernach

$$h\nu. \tag{11}$$

Dieses „Einsteinsche Gesetz[18]) der lichtelektrischen Energie" stimmt jedenfalls der Größenordnung nach und erklärt die merkwürdige, von Lenard[19]) festgestellte Tatsache, daß die lichtelektrische Energie unabhängig ist von der auffallenden Intensität.

Dieselbe einfache Betrachtung erläutert das Auftreten der großen Geschwindigkeiten bei den sekundären Kathodenstrahlen, die Gültigkeit der Stokesschen Regel für die Fluoreszenz u. a. m.

7. Wirkungsquantum und Zeitmaß des Energieaustausches bei reinen Molekularprozessen.

Hiermit schließen wir unser Referat über die Lehre von den Energie- oder Lichtquanten. Diese Lehre beschränkt sich zurzeit ausgesprochenermaßen auf periodische Prozesse. Wollen wir sie aber als Ausfluß einer universellen Molekulareigenschaft ansehen, so müssen wir auch individuelle unperiodische Molekularprozesse in Betracht ziehen.

Dieser allgemeinere Standpunkt scheint mir in der Dimension und in der Planckschen Bezeichnung des Wirkungsquantums bereits mit aller wünschenswerten Klarheit angedeutet. Die universelle Konstante, welche durch die theoretische und experimentelle Untersuchung der Strahlung ans Licht gefördert ist, ist nicht ein Energiequantum (von der Dimension des Erg), sondern sie ist das Wirkungsquantum,

$$h = 6{,}55 \cdot 10^{-27} \text{ erg sec}$$

von der Dimension Energie $\times$ Zeit. Wir vermuten daher: Die universelle Eigenschaft aller Moleküle, welche in der Strahlung zum Ausdruck kommt, besteht nicht darin, daß gewisse charakteristische Energiemengen auftreten, sondern darin, daß der zeitliche Ablauf des Energieaustausches in universeller Weise geregelt wird. Ganz allgemein gesprochen, wird eine große Energiemenge in kurzer Zeit von der Materie aufgenommen oder abgegeben, eine kleine Energiemenge in längerer Zeit, so zwar, daß das Produkt aus Energie und Zeit oder das (noch näher zu definierende) Zeitintegral der Energie durch die Größe von h bestimmt wird. Hierzu zwei Beispiele: a) Energieabsorption. Kathodenstrahlen großer Geschwindigkeit geben harte Röntgenstrahlen, Kathodenstrahlen geringer Geschwindigkeit weiche. Die größere oder geringere Härte der Röntgenstrahlen haben wir als Maß für die geringere oder größere Impulsbreite, oder, was auf dasselbe hinauskommt, für die geringere oder größere Zeitdauer des Bremsvorganges anzusehen. Also: Kathodenstrahlen großer Energie werden in kurzer Zeit, Kathodenstrahlen geringerer Energie in längerer Zeit abgebremst. Dieses Ergebnis, das uns aus der Erfahrung völlig geläufig ist, ist nichtsdestoweniger höchst seltsam. Es widerspricht jeder Analogie auf dem Gebiete ballistischer Erfahrungen und liefert uns ein qualitatives Anzeichen dafür, daß es bei reinen Molekularprozessen auf eine Größe ankommt, die sich als Produkt aus der aufgenommenen Energie und der dazu erforderlichen Zeit bestimmt. Wie ich kürzlich gezeigt habe, läßt sich diese Auffassung auch quantitativ durchführen und dadurch prüfen, daß man aus der beobachteten polarisierten Energie der Röntgenstrahlen die Größe von h berechnet[20]). b) Energieemission. Harte β-Strahlen sind von harten γ-Strahlen begleitet, weniger harte von weicheren γ-Strahlen. Wenn auch dieser Befund im einzelnen zurzeit noch bestritten wird, so besteht er doch zweifellos in der Mehrzahl der Fälle zu Recht. Die Härte der β-Strahlen ist ein Maß für ihre Energie, die Härte der γ-Strahlen sehen wir wieder als

Maß für ihre Impulsbreite an, oder was auf dasselbe hinauskommt, für die Zeitdauer, in der das β-Teilchen seine Geschwindigkeit erlangt hat. Also gilt auch für die Radioaktivität die seltsame Regel: Große Energiemengen werden in kurzer Zeit, kleinere in längerer Zeit emittiert[20]).

Zu einem genaueren Ansatz für die Energie-Zeit-Größe gelangen wir, wenn wir der außerordentlich glücklichen von Planck gewählten Benennung „Wirkungsquantum" nachgehen. Diese verweist uns auf das im Hamiltonschen Prinzip vorkommende Zeitintegral:

$$\int (T - U)\, dt,$$

die sogenannte Aktion oder Wirkung. Dabei ist T die kinetische, U die potentielle Energie des betrachteten mechanischen Systems. In den Fällen, wo sich die Trennung in kinetische und potentielle Energie nicht mehr durchführen läßt, schreibt Planck dafür

$$\int H\, dt$$

und nennt H mit Helmholtz das kinetische Potential.

Sieht man mit Helmholtz-Planck das Wirkungsprinzip als den obersten Grundsatz der Mechanik und Physik an, so wird man dazu neigen, die fundamentale Strahlungskonstante h mit der gleich dimensionierten Wirkung $\int H\, dt$ in Beziehung zu setzen. Wir kommen dann zu der folgenden Grundhypothese über die allgemeine Bedeutung des h:

Bei jedem reinen Molekularprozeß wird von dem Molekül eine bestimmte universelle Wirkungsgröße aufgenommen oder abgegeben, nämlich die Größe

$$\int_0^\tau H\, dt = \frac{h}{2\pi}, \qquad (12)$$

τ ist die Dauer des Wirkungsprozesses, H werden wir meist als bloße Abkürzung für $T - U$ ansehen; der Faktor 2π auf der rechten Seite wird durch den lichtelektrischen Effekt nahegelegt.

8. Relativistische Begründung der Grundhypothese.

Durch eine relativtheoretische Überlegung wird man zu einem derartigen Ansatz sogar mit einiger Notwendigkeit geführt, allerdings zunächst nur für den speziellen Fall des einzelnen Massenpunktes. Betrachtet man diesen von einem bestimmten raumzeitlichen Bezugssystem aus, so mögen zwei benachbarte Lagen desselben gegeben sein durch die vier Koordinaten:

$$x,\ y,\ z,\ l = ict$$

und

$$x + dx,\ y + dy,\ z + dz,\ l + dl = ict + ic\, dt$$

(c = Lichtgeschwindigkeit, l = imaginärer „Lichtweg"). Während die Größen dieser beiden Koordinatenquadrupel vollständig von der Wahl des Bezugssystems abhängen, und durch Lorentztransformationen beliebig abgeändert werden können, gibt es eine und nur eine Verbindung dieser Koordinaten, nämlich das „Weltlinienelement"

$$ds = \sqrt{dx^2 + dy^2 + dz^2 + dl^2},$$

welches vom Bezugssystem unabhängig ist. Dieses bedeutet geometrisch den vierdimensionalen Abstand der beiden betrachteten Lagen unseres Massenpunktes in der Minkowskischen „Welt"[21]). Mit den üblichen Abkürzungen

$$v^2 = \left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dz}{dt}\right)^2, \qquad \beta = \frac{v}{c},$$

können wir das Weltlinienelement auch schreiben:

$$ds = ic\, dt \sqrt{1 - \beta^2}.$$

Um es reell und von der Dimension erg sec zu machen, multiplizieren wir es mit $-icm_0$, wo m_0 die „Ruhmasse" unseres Massenpunktes sei, also eine für rein mechanische (und daher adiabatische) Prozesse invariante Größe. Das entstehende Produkt

$$-icm_0 ds = c^2 m_0 \sqrt{1 - \beta^2}\, dt = H\, dt$$

ist natürlich ebenfalls eine Invariante gegenüber Lorentztransformationen, und zwar, wie bereits hervorgehoben, die einzige aus der gegenseitigen Lage zweier benachbarter Weltpunkte zu bildende Invariante. Daß wir sie mit $H\, dt$ bezeichnen, also $H = c^2 m_0 \sqrt{1 - \beta^2}$ setzen, rechtfertigt sich dadurch, daß wir die Bewegungsgleichungen der Relativmechanik aus dieser Größe H nach demselben Schema gewinnen, wie die gewöhnlichen Lagrangeschen Gleichungen aus der Größe $H = T - U$. Natürlich wird auch das Zeitintegral

$$\int_0^\tau H\, dt = -icm_0 s_{12}$$

vom Bezugssystem unabhängig, da es mit der Länge der Weltlinie zwischen den den Zeiten 0 und τ entsprechenden Weltpunkten 1 und 2 proportional ist.

Nach dem Relativitätsprinzip müssen alle physikalischen Gesetze von der zufälligen Wahl des Bezugssystems der $xyzl$ unabhängig sein. Die Energie oder auch das Zeitintegral der Energie hat keine absolute physikalische Bedeutung, anders die Wirkungsgröße. Sie gibt uns die einzige Möglichkeit, die Mechanik des Massenpunktes mit einer universellen Konstanten zu verknüpfen[22]); die obige Formel für unsere Grundhypothese ist der analytische Ausdruck dieser Möglichkeit und ist willkürlich nur in den rechterhand hinzugefügten Konstanten 2π.

Leider ist diese Überlegung nicht mehr

zwingend in denjenigen Fällen, die wir weiterhin hauptsächlich im Auge haben werden. Betrachten wir nämlich den Energieaustausch zwischen einem einzelnen Massenpunkt (Elektron) und einem Molekül. Sehen wir das Molekül als ruhend an, so hat in dem durch dieses Molekül definierten Bezugssystem sowohl die Geschwindigkeit, wie die kinetische Energie, wie auch die Zeit des Elektrons zwischen zwei Lagen desselben eine legale physikalische Bedeutung. Wir können also nicht mehr sagen, daß nur der Wirkungsgröße eine physikalische Bedeutung zukommt. Wenn wir trotzdem auf den Fall Molekül-Elektron unsere Grundhypothese, und zwar vornehmlich auf diesen Fall, anwenden und uns dabei auf den invarianten Charakter der Wirkung berufen, so tun wir dies etwa mit demselben Rechte, mit dem wir bei dem Problem der Anziehung mehrerer Massenpunkte diese lediglich als Funktion der Entfernungen je zweier Massenpunkte ansetzen; während nämlich bei zwei Massenpunkten ihre Entfernung die einzige vom Bezugssystem unabhängige Bestimmungsgröße für die gegenseitige Lage und daher auch für die Anziehung der beiden Massenpunkte liefert, könnten wir z. B. bei drei Massenpunkten außer den gegenseitigen Entfernungen auch den Inhalt des von ihnen gebildeten Dreiecks als geometrische Bestimmungsgröße der Anziehung ansehen. Indem wir dieses nicht tun, bilden wir eine weitergehende Hypothese, die Newtonsche Hypothese der Zentralkräfte, welche sehr plausibel ist, aber nicht mehr durch Invarianzbetrachtungen gefordert wird. Ähnlicherweise kann unsere Grundhypothese durch die Invarianzbetrachtung beim einzelnen Massenpunkt als gestützt, aber für den Fall Molekül-Elektron nicht mehr als bewiesen gelten.

9. Anwendung auf den lichtelektrischen Effekt.

Als hauptsächliche Anwendung dieser unserer Grundhypothese möchte ich jetzt den lichtelektrischen Effekt besprechen, im Anschluß an eine demnächst in den Annalen d. Physik zu veröffentlichende Arbeit, bei der ich mich der Mitarbeit meines Freundes P. Debye zu erfreuen gehabt habe.

Unsere Behandlung wird etwa in der Mitte stehen zwischen der Lenardschen Auffassung einerseits, nach der die Abtrennung des Elektrons ein Resonanzphänomen im Atom ist, und die lichtelektrische Energie aus dem Atom stammt, und der Einsteinschen Lichtquantenhypothese andererseits, nach der die Energie der auffallenden Strahlung entnommen wird, deren Struktur aber in einer der sonstigen Erfahrung widersprechenden Weise abgeändert wird. Mit Lenard betrachten wir ein Resonanzphänomen, bei dem das an das Atom quasielastisch gebundene Elektron ebenso reagiert wie z. B. in der Dispersionstheorie, mit Einstein denken wir uns seine Energie aus der auffallenden Strahlung entnommen. Unsere Grundhypothese sorgt dafür, daß das Elektron aus dem Atomverbande erst dann befreit wird, nachdem die Strahlung während einer langen Zeit, der „Akkumulationszeit" τ, gewirkt hat, und nachdem also eine große Energie an dem Elektron aufgehäuft ist, eine Energie von derjenigen Größe, wie sie Lenard beobachtet hat, und wie sie durch das Einsteinsche Gesetz gefordert wird.

Es genüge hier, den allgemeinen Gedankengang unserer Untersuchung an dem einfachen Fall zu erläutern: Monochromatisches Licht, ungedämpftes Elektron, also Vernachlässigung seiner Ausstrahlung während des Wirkungsprozesses, und Vernachlässigung der ungeordneten, nichtmonochromatischen Beschaffenheit des Lichtes.

Das Elektron sei durch die quasielastische Kraft $-fx$ an seine Ruhelage $x=0$ gebunden und werde aus dieser durch eine auffallende Welle $\mathfrak{E}=E\cos nt$ herausbewegt, deren elektrische Kraft die x-Richtung habe. $n=2\pi\nu$ ist die Frequenz, ν die Schwingungszahl des Lichtes. Die Bewegungsgleichung des Elektrons lautet:

$$m\ddot{x}+fx=e\mathfrak{E}, \tag{13}$$

und es wird seine kinetische und potentielle Energie

$$T=\frac{m}{2}\dot{x}^2, \quad U=\frac{f}{2}x^2.$$

Nach unserer Grundhypothese soll das Elektron dann frei werden, wenn das Wirkungsintegral

$$W=\int_0^\tau (T-U)\,dt=\frac{h}{2\pi} \tag{14}$$

geworden ist.

Wir formen (14) durch partielle Integration in typischer Weise um:

$$\left.\begin{aligned} W=\int_0^\tau\left(\frac{m}{2}\dot{x}^2-\frac{f}{2}x^2\right)dt=\frac{m}{2}x\dot{x}- \\ -\frac{1}{2}\int_0^\tau x(m\ddot{x}+fx)\,dt), \end{aligned}\right\} \tag{15}$$

oder mit Rücksicht auf die Bewegungsgleichung (13)

$$W=\frac{m}{2}x\dot{x}-\frac{e}{2}\int_0^\tau x\mathfrak{E}\,dt. \tag{16}$$

Es läßt sich nun leicht zeigen[23]), daß der erste, vom Integralzeichen freie Term allgemein gleich ist der kinetischen Energie T des Elek-

trons geteilt durch seine Eigenfrequenz $n_0 = 2\pi\nu_0 = \sqrt{\frac{f}{m}}$; der zweite Term stellt das Zeitintegral des Virials der äußeren Kraft dar („Zeitvirial"). Von diesem läßt sich zeigen, daß es verschwindet im Falle der vollkommenen Resonanz (auffallende Frequenz n = Eigenfrequenz n_0). Aus (16) ergibt sich daher, wenn wir noch nach unserer Grundhypothese $W = h/2\pi$ setzen, im Resonanzfalle:

$$\frac{h}{2\pi} = \frac{T}{n_0}, \quad \text{oder} \quad T = h\nu_0 = h\nu. \qquad (17)$$

Dies ist das Einsteinsche Gesetz.

Über den allgemeinen Fall unvollkommener Resonanz $n \gtrless n_0$ müssen wir uns kurz fassen. Hier verschwindet das Zeitvirial in (16) nicht, und wird daher T nicht mehr gleich $h\nu_0$. Und zwar haben wir, wenn $n > n_0$ (erregende Schwingung schneller als die angeregte Resonatorschwingung), stets eine lichtelektrische Emission mit einer Energie $T < h\nu_0$. Im umgekehrten Falle $n < n_0$ (erregende Schwingung langsamer als angeregte Eigenschwingung) kommt es im allgemeinen zu keiner Anhäufung eines Wirkungsquantums, also zu keiner lichtelektrischen Emission. Beide Aussagen stehen in Analogie zur Stokesschen Regel. Eine Ausnahme bildet der Fall, daß n die Eigenfrequenz n_0 ganz wenig, praktisch unmerklich unterschreitet. In diesem Falle gibt es lichtelektrische Emissionen von noch höherer Energie wie $h\nu_0$. Als Bild von T ergibt sich daher zur Abszisse ν aufgetragen eine Zacke in der Nähe der Resonanzstelle, die nach größeren und namentlich nach kleineren Werten der Schwingungszahl sehr steil abfällt.

Berücksichtigung der Dämpfung vermindert die Höhe der Zacke. Damit überhaupt lichtelektrische Energien von der Größenordnung $h\nu_0$ auftreten können, müssen wir abnorm geringe Dämpfung des Elektrons voraussetzen. Berücksichtigung der natürlichen Zusammensetzung der Strahlung ergibt eine beträchtliche Streuung der lichtelektrischen Energie um die vorher bestimmten Idealwerte bei monochromatischer Strahlung; sie erhöht und verbreitert daher unsere Zacke[24]).

Gegenüber der Theorie der Energiequanten und dem darauf fußenden Einsteinschen Gesetz ergibt unsere Auffassung stark ausgeprägte selektive Materialeinflüsse. Während es nach dem Einsteinschen Gesetz nur auf die auffallende Schwingungszahl ν ankommt, hängt nach unserer Auffassung die lichtelektrische Energie von dem Verhältnis der auffallenden Schwingungszahl ν zu der Eigenschwingungszahl ν_0 ab. Während nach Einstein die lichtelektrische Energie, zur Abszisse ν aufgetragen, geradlinig verlaufen soll, soll sie nach uns für jede Eigenfrequenz des Atoms eine Zacke besitzen.

Was sagen nun die Beobachtungen über die Gültigkeit des Einsteinschen Gesetzes? Ich möchte in der Hinsicht besonderen Wert den mit großen Mitteln angestellten Dauerversuchen von Wright-Millikan[25]) beilegen. Sie geben das positive maximale Potential, zu dem sich Aluminium unter dem Einfluß sehr starker und sehr lange andauernder ultravioletter Belichtung auflädt, in Abhängigkeit von der Wellenlänge. Bei der Wellenlänge $\lambda = 2166$ A. ergibt sich ein scharfes Maximum von über 14 Volt. Das Einsteinsche Gesetz dagegen liefert für die gleiche Wellenlänge nur 5,8 Volt und überdies eine geradlinige Abhängigkeit von der Schwingungszahl.

Wenn man auch auf die absolute Größe der gemessenen Voltzahl kein großes Gewicht legen darf, so scheint mir doch aus den Wrightschen Messungen mit Sicherheit folgendes hervorzugehen: 1. daß die maximale lichtelektrische Energie nicht annähernd geradlinig mit der Schwingungszahl verläuft, 2. daß sich der lichtelektrische Effekt ausgesprochen selektiv verhält und die Mitwirkung von Eigenfrequenzen des Atoms erkennen läßt. In beiden Punkten wird unsere Betrachtung den Wrightschen Messungen besser gerecht wie die Einsteinsche Lichtquantenbetrachtung.

10. Schlußbemerkungen zum lichtelektrischen Effekt und zur Auffassung des Wirkungsquantums.

Zum Schluß einige allgemeine Bemerkungen, welche zugleich dazu dienen mögen, unsere Auffassung des Wirkungsquantums gegen die Methode der Energiequanten zu orientieren.

a) Verhältnis zur Strahlungstheorie.

Durch die Forderung des Wirkungsquantums werden endliche Energiequanten von der Größe $h\nu$ (im Resonanzfalle) abgesondert; diese gehen als kinetische Elektronenenergie fort und verbleiben in demselben Betrage als potentielle Energie dem lichtelektrisch affizierten Atom. Wenn auch von hier aus bis zum wirklichen Verständnis der Statistik der Energiequanten bei der schwarzen Strahlung noch ein weiter Weg sein dürfte, so scheint mir damit doch erstmalig die Möglichkeit gegeben, die Entstehung von Energiequanten zu realisieren, ohne mit den sonst bewährten Gesetzen des elektromagnetischen Feldes in Widerspruch zu geraten.

b) Verhältnis zur Elektrodynamik.

Unsere Grundhypothese ist der Elektrodynamik zwar fremd, aber mit ihr verträglich. Sie

ergänzt sie in einem Punkte, über den die Elektrodynamik von sich aus nichts aussagen kann, nämlich hinsichtlich der Wirkung der unbekannten Zusammenhänge zwischen Molekül und Elektron.

c) Verhältnis zur Molekulartheorie.

Unser quasielastischer Ansatz für die Elektronenschwingungen müßte dann als sehr bedenklich erscheinen, wenn er zu Ausschwingungen führen würde, die erheblich über die Moleculardimensionen hinausgingen. Dies ist nicht der Fall. Die Ausschwingung im Momente der Befreiung des Elektrons ist nämlich geradeso wie die kinetische Energie universell durch die Schwingungszahl bestimmt[26]) und von der auffallenden Intensität unabhängig. Als Größenordnung bei ultraviolettem Licht ergibt sich $2 \cdot 10^{-8}$, also eine Zahl, die sehr gut mit der Größe der molekularen Wirkungssphäre übereinstimmt. Dieser Umstand konstituiert einen weiteren Zusammenhang zwischen dem Wirkungsquantum h und der Molekulargröße, wie ein solcher in letzter Zeit bereits mehrfach vermutet ist.

Ich möchte aber nicht so weit gehen, in diesem Zusammenhang den eigentlichen Ursprung des h zu sehen. Im lichtelektrischen Falle könnte man ja postulieren, daß das Elektron dann aus dem Atom befreit wird, wenn es bei zunehmender Schwingungserregung seine Wirkungssphäre verläßt. Wie die vorstehende Zahlenangabe zeigt, würde dieses Postulat der Größenordnung nach auf dieselbe lichtelektrische Energie führen, wie unsere Hypothese des Wirkungsquantums. Abgesehen von der Unsicherheit unserer Kenntnis von den Moleküldimensionen scheint mir aber ein solcher Standpunkt der universellen Bedeutung des h nicht gerecht zu werden.

Vielmehr möchte ich den umgekehrten Standpunkt bevorzugen: das h nicht aus den Moleküldimensionen zu erklären, sondern die Existenz der Moleküle als eine Funktion und Folge der Existenz eines elementaren Wirkungsquantums anzusehen. Eine elektromagnetische oder mechanische „Erklärung" des h scheint mir ebensowenig angezeigt und aussichtsvoll, wie eine mechanische „Erklärung" der Maxwellschen Gleichungen. Viel nützlicher wird es sein, die h-Hypothese in ihren mannigfachen Konsequenzen zu verfolgen und andere Erscheinungen darauf zurückzuführen. Wenn, wie kaum zu bezweifeln, unsere Physik einer neuen Grundhypothese bedarf, die dem elektromagnetischen Weltbilde als fremdartig hinzuzufügen ist, so scheint mir dazu die Hypothese des Wirkungsquantums vor anderen berufen.

d) Verhältnis zur allgemeinen Mechanik.

Um endlich die besondere Form, die wir unserer Grundhypothese gegeben haben, zu beleuchten, haben wir auf die fundamentale Umformung derselben mittels partieller Integration in Gl. (15) zurückzugreifen. Ihre Möglichkeit beruht durchaus darauf, daß wir dort für H die Differenz von kinetischer und potentieller Energie ansetzten. Hätten wir statt dessen etwa die kinetische Energie T oder die Gesamtenergie $T + U$ substituiert, so würde unsere Umformung, die auf der Benutzung der Bewegungsgleichung beruhte, und damit unsere Erklärung des lichtelektrischen Effektes hinfällig werden. Es ist dies genau derselbe formale Umstand, der im Hamiltonschen Prinzip der Mechanik das Auftreten von $T - U$ bedingt und dort gestattet, umgekehrt die Bewegungsgleichungen aus dem Wirkungsprinzip zu entnehmen. In dieser Analogie zu den Prinzipien der Mechanik sehe ich eine sehr starke Stütze für die innere Notwendigkeit der unserer Grundhypothese gegebenen Formulierung. —

Zweifellos befinden sich unsere theoretischen Anschauungen über Energieverteilung, Energieemission und -absorption zurzeit in einem etwas dunkeln Übergangsstadium. Der wissenschaftliche Optimismus, das Grundprinzip jeden Fortschritts, verpflichtet uns aber, daran zu glauben, daß die Dunkelheit in nicht zu ferner Zeit weichen wird, und die physikalischen Grundprinzipien dann in um so hellerem Licht vor unseren Augen liegen werden.

Anmerkungen und Zusätze.

1) In der Zeitschr. f. Elektrochem. 1911, Nr. 7.

2) Am einfachsten vielleicht so (im nahen Anschluß an H. A. Lorentz, diese Zeitschr. 11, 1255, 1910): Ein Würfel von hinreichend großer Zahl Seitenflächen trage auf diesen die Aufschriften 0, 1, 2, . . n . . . Dieselben bedeuten die Anzahl Energieelemente, welche wir bei jedem Wurf nacheinander je einem der N Oszillatoren beilegen sollen. N_n Oszillatoren mögen auf diese Weise n Energieelemente erhalten, wobei

$$\Sigma N_n = N. \tag{1}$$

Nach N Würfen ist die Verteilung beendet; die Verteilung soll aber nur gelten, wenn dabei zufällig die gegebene Gesamtenergie

$$E = \Sigma N_n n \varepsilon \tag{2}$$

zur Verteilung kommt.

Die Anzahl Male, daß bei wiederholter Ausführung dieses Prozesses eine bestimmte Verteilung $N_0, N_1, \ldots$ vorkommt, oder die Wahrscheinlichkeit W dieser Verteilung ist proportional

$$\frac{N!}{N_0! \, N_1! \, N_2! \ldots}. \tag{3}$$

Mit Benutzung der Stirlingschen Formel und Weglassung einer von den Verteilungszahlen N_n unabhängigen Konstanten ergibt sich

$$\log W = -\Sigma N_n \log N_n . \quad (4)$$

Für das Maximum der Wahrscheinlichkeit folgt mit Rücksicht auf die Nebenbedingungen (1) und (2) (λ und μ sind Lagrangesche Multiplikatoren):

$$-(\log N_n + 1) + \lambda + \mu n \varepsilon = 0 . \quad (5)$$

Die Entropie dieser wahrscheinlichsten Verteilung ist nach dem Boltzmannschen Prinzip wegen (4) und (5):

$$S = k \log W = -k \Sigma N_n \log N_n =$$
$$k(1-\lambda) \Sigma N_n - k\mu \Sigma N_n n \varepsilon$$

und wegen (1) und (2)

$$S = k(1-\lambda) - N k \mu E . \quad (6)$$

Nach der Thermodynamik ist

$$\frac{dS}{dE} = \frac{1}{T}, \quad \text{also } \mu = -\frac{1}{kT} .$$

Damit geht (5) über in

$$N_n = \text{konst} \cdot e^{-\frac{n\varepsilon}{kT}}, \quad \text{konst} = e^{\lambda - 1} . \quad (7)$$

Die Konstante bestimmt sich aus (1) zu $\text{konst}\, N = \left(1 - e^{-\frac{\varepsilon}{kT}}\right)$, und die mittlere Energie $U = E\,N$ aus (2), wie in Gl. (6) des Textes.

3) Die Hypothese endlicher Zustandsbereiche (statt endlicher Energiequanten).

Denkt man sich in der Gastheorie den Zustand eines Moleküls durch seine Lagen und Impulskoordinaten gegeben, so wird der Zustand des ganzen Gases durch einen Punkt repräsentiert in einem Raume bestimmter Mächtigkeit. Denkt man sich den Zustand nur innerhalb eines gewissen Spielraums bekannt, so entspricht ihm ein Zustandsbereich $d\Omega$ innerhalb jenes Raumes. Der Liouvillesche Satz der Gastheorie besagt dann: Die Größe von $d\Omega$ bleibt bei der Bewegung der Gasmoleküle und bei ihren Zusammenstößen erhalten. Hierdurch wird die Annahme nahegelegt, gleiche Teile jenes Raumes als Spielräume gleicher Wahrscheinlichkeit anzusetzen.

Zum Oszillatorfalle übergehend genügt es, da Zusammenstöße zwischen den Oszillatoren nicht in Betracht kommen, nur zwei Koordinaten zu betrachten: die Entfernung x des Oszillatorelektrons von seiner Ruhelage und den zugehörigen Impuls $y = m\dot{x}$. Statt des hochdimensionierten Raumes haben wir die xy-Ebene, deren Elemente wir auch hier als gleich wahrscheinlich ansetzen wollen. Die Energie ist

$$E = \frac{m}{2}\dot{x}^2 + \frac{f}{2}x^2 = \frac{y^2}{2m} + \frac{m}{2}(2\pi\nu)^2 x^2,$$

da $f/m = 2\pi\nu$ (ν = Eigenschwingungszahl des Oszillators). Die Kurven konstanter Energie sind also ähnliche Ellipsen mit den Hauptachsen a, b in der x, y-Richtung:

$$a = \sqrt{\frac{2E}{m}} \frac{1}{2\pi\nu}, \quad b = \sqrt{2mE}$$

und dem Inhalt

$$\pi a b = \frac{E}{\nu} . \quad (1)$$

Fragen wir jetzt nach den unterscheidbaren Zustandsbereichen der xy-Ebene. Als nicht unterscheidbar müssen jedenfalls die Punkte einer Ellipse E = konst gelten, da sie im Verlauf einer Schwingung von unserem Oszillator durchlaufen werden. Als kleinstmögliche Zustandsbereiche kämen also zunächst infinitesimale Ellipsenringe in Betracht. Eine auf diesem Zustandsbereiche begründete Abzählung würde aber wieder zum Rayleighschen Gesetz führen. Um zum Planckschen Gesetz zu kommen, muß man den Ellipsenringen endliche und natürlich gleiche Größe zuschreiben, da es sich um Gebiete gleicher Wahrscheinlichkeit handeln soll. Die gemeinsame Flächengröße sei h. h hat die Dimension

$$[x] \cdot [y] = \text{Länge} \cdot \text{Impuls} = \text{Energie} \cdot \text{Zeit}.$$

Der erste Elementarbereich ist eine Vollellipse vom Inhalt h, zu deren Begrenzung die Energie gehört [vgl. (11)]:

$$\frac{E_1}{\nu} = h, \quad E_1 = h\nu ;$$

der zweite Elementarbereich ist ein Ellipsenring ebenfalls vom Inhalt h, zu dessen äußerer Begrenzung eine Energie E_2 gehört, wobei [vgl. (1)]

$$\frac{E_2}{\nu} - \frac{E_1}{\nu} = h, \quad E_2 = 2h\nu,$$

allgemein

$$E_n = n\varepsilon$$

mit der Abkürzung $\varepsilon = h\nu$.

Für irgendeinen Punkt innerhalb des $n+1$ten Ellipsenringes ergibt sich als Energiewert hiernach

$$E = n\varepsilon + \varrho_n, \quad 0 < \varrho_n < \varepsilon .$$

Soweit sind wir Planck gefolgt (Columbia-Vorlesungen, S. 88). Wir verteilen jetzt N Oszillatoren per Zufall über unsere xy-Ebene. N_0 möge in den ersten, N_1 in den zweiten Elementarbereich fallen usw. Die im $(n+1)$ten Bereich gelegenen Oszillatoren liefern zur Gesamtenergie des Systems den Betrag

$$N_n n\varepsilon + \Sigma\varrho_n ,$$

wo sich die Σ auf die N_n Punkte in diesem Bereich bezieht. Ist N_n hinreichend groß (das dürfen wir stets annehmen, außer in gewissen Grenzfällen), so kann man, da die Punkte innerhalb des einzelnen Elementarbereiches gleichberechtigt sind, alle ϱ_n ersetzen durch ihren Mittelwert $\varepsilon/2$, also

$$\Sigma\varrho_n \quad \text{durch} \quad N_n \frac{\varepsilon}{2} .$$

Die Gesamtenergie wird daher, wobei sich die Summe jetzt auf die verschiedenen Bereiche erstreckt:

$$\left.\begin{aligned} E &= \varepsilon \Sigma N_n n + \frac{\varepsilon}{2} \Sigma N_n \\ &= \varepsilon \Sigma N_n n + \frac{\varepsilon}{2} N. \end{aligned}\right\} \quad (2)$$

Diese Gleichung stimmt mit der Gl. (2) der vorigen Nummer überein, bis auf den Term $\varepsilon N/2$, welcher aber, da er von den Verteilungszahlen N_n unabhängig ist, für die Bestimmung der wahrscheinlichsten Verteilung nicht von Belang ist. Die Gl. (1) und (3) der vorigen Nummer bleiben völlig ungeändert, letztere deshalb, weil die genauere Lage der Zustandspunkte innerhalb eines Elementarbereiches nicht unterscheidbar sein sollte und zwei Verteilungen daher als gleich gelten, sobald sie in den sämtlichen Zahlen N_n übereinstimmen. Infolgedessen bleiben auch alle weiteren Folgerungen ungeändert bestehen [in Gl. (6) hat man nur statt E zu schreiben $E - \varepsilon N/2$], einschließlich der Schlußformel (7)

$$N_n = N\left(1 - e^{-\frac{\varepsilon}{kT}}\right) e^{-\frac{n\varepsilon}{kT}}.$$

Nur bei der Berechnung der mittleren Energie ergibt sich eine Abweichung.

Dem Zusatzterm $\varepsilon N/2$ für die Gesamtenergie entspricht bei der mittleren Energie $U = E\,N$ der Zusatz $\varepsilon/2$. Während wir in der vorigen Nummer auf die Plancksche Formel (6) des Textes geführt wurden, kommen wir daher hier zu

$$U = \frac{\varepsilon}{e^{\frac{\varepsilon}{kT}} - 1} + \frac{\varepsilon}{2} = \frac{\varepsilon}{2} \frac{e^{\frac{\varepsilon}{kT}} + 1}{e^{\frac{\varepsilon}{kT}} - 1} . \quad (3)$$

Auch diese letztere Formel findet sich bei Planck, aber nicht in seiner ursprünglichen Theorie der Energiequanten, sondern als Folge seiner „neuen Strahlungshypothese" (Verh. d. Deutschen Physik. Gesellsch. 1911, Nr. 3), sowie seiner „Hypothese der Quantenemission" (Sitzungsber. d. Preuß. Akademie 1911, Nr. 35). In der Tat hat die vorstehende Darstellung mit den neuen Hypothesen von Planck das gemein, daß die Resonatorenergie

nicht mehr ein ganzes Vielfaches von $\varepsilon = h\nu$ ist, woraus sich auch die Gemeinsamkeit des Wertes von U erklärt. Um von hier aus zum Planckschen Strahlungsgesetz zu gelangen, muß man noch die Gl. (1) des Textes in solcher Weise abändern, wie es Planck in seiner „neuen Strahlungshypothese" tut.

Soviel ich sehe, ist der Standpunkt endlicher Zustandsbereiche, den wir in dieser Nummer durchgeführt haben, das Wesentliche der von Larmor vertretenen Auffassung des Strahlungsproblems (vgl. Bakerian Lecture, Proc. Roy. Soc. **83**, 82, 1909); jedoch kommt Larmor nicht zu unserer Gl. (3), sondern zu den Formeln der ursprünglichen Planckschen Theorie.

Auch Einstein operiert (Ann. d. Phys. **22**, 180, 1907) mit endlichen Zustandsbereichen, verteilt aber die Oszillatoren nicht gleichmäßig über die Zustandsebene, sondern konzentriert sie auf die Grenzen der Bereiche (das System unserer Ellipsen).

Hervorzuheben ist, daß bei dem in dieser Nummer eingenommenen Standpunkte die Quantenstruktur der Energie nur eine scheinbare ist und nur zustande kommt durch eine gewisse Struktur der Zustandsebene. Sehr schön ist, daß man hier der thermodynamischen Krücke [Gl. (7) des Textes] entraten kann, daß sich nämlich die Proportionalität des (scheinbaren) Energieelements ε mit der Schwingungszahl ν hier aus der Definition der Elementarbereiche von selbst ergibt.

Natürlich enthält auch die Annahme endlicher Zustandsbereiche etwas Neues, von der gewöhnlichen Statistik weit Abliegendes. Wenn auch in der vorstehenden abstrakten Form physikalisch wenig befriedigend, scheint sie mir doch vielversprechend in Hinsicht auf das wichtige Problem, aus der Hypothese des Wirkungsquantums die Statistik der Energiequanten zu entwickeln.

4) Vgl. Baltimore Lectures, Appendix B.

5) Der ziemlich verzweifelte Ausweg, den Boltzmann vorschlägt (Gastheorie II, S. 131: Der Wert der spezifischen Wärme solle von der Beobachtungsdauer abhängen, wenn letztere zur Erreichung des statistischen Gleichgewichtes nicht ausreicht), zeigt deutlich den Grad der Ratlosigkeit der alten Statistik.

6) Ann. d. Phys. **22**, 180, 1907.

7) z. B. Sitzungsber. d. Preuß. Akadamie 1910, S. 262; 1911, S. 306 und 316, sowie 65 (Festrede).

8) Ebenda 1911, S. 494.

9) Ann. d. Phys. **35**, 679, 1911.

10) Diese Zeitschr. **11**, 609, 1910.

11) Nernst untersucht unter diesem Gesichtspunkt das Gleichgewicht Eis — Wasserdampf, Verhandl. d. Deutschen physikal. Gesellsch. **12**, 565, 1910.

12) Communications from the Physical Laboratory, Leiden, Nr. 119, 120, 122.

13) Communications Nr. 119. Die gemeinte Willkür betrifft mehr die hohen Temperaturen, für die die Quantentheorie ja eigentlich nicht zuständig ist, wie die tiefen, und besteht darin, daß man die freie Weglänge der Elektronen (schon in der alten Elektronentheorie) proportional $T^{-1/2}$ setzt, um dadurch den Temperaturkoeffizienten des Widerstandes $1/273$ zu gewinnen. An die Stelle von $(kT)^{-1/2}$ tritt dann bei Kamerlingh Onnes nach der Quantenauffassung konsequenterweise $U^{-1/2}$, wo U die Plancksche Resonatorenergie, und an die Stelle von $1/273$ ein etwas größerer Widerstandskoeffizient.

14) Communications, Nr. 122.

15) Schweizer Naturforschende Gesellschaft, Versammlung 1911 zu Solothurn.

16) Ann. d. Phys. **17**, 132, 1905; **20**, 199, 1906.

17) Besonders bemerkenswert, weil sie ein Licht in das Dunkel der Spektrallinien zu werfen scheint, dürfte die von Stark aufgestellte und von Steubing experimentell geprüfte Hypothese sein, daß sich die violette Grenze des Bandenspektrums eines Gases (gemessen durch die Schwingungszahl ν) berechnen läßt aus der Ionisierungsspannung $\mathfrak{J}$ dieses Gases (gemessen durch die kinetische Energie des ionisierenden Elektrons) nach der Formel

$$\mathfrak{J} = h\nu.$$

Vgl. Stark, diese Zeitschr. **9**, 85, 1908 und Ann. d. Phys. **14**, 525, 1904; Steubing, diese Zeitschr. **10**, 787, 1909.

18) Ann. d. Phys. **17**, 145, 1905.

19) Ann. d. Phys. **8**, 169, 1902.

20) Sitzungsber. d. Bayer. Akademie, Jahrg. 1911, S. 1.

21) Das Weltlinienelement ds ist bis auf den Faktor ic identisch mit dem Element der Minkowskischen Eigenzeit.

22) Vgl. hierzu Planck, Dynamik bewegter Systeme (Sitzungsber. d. Preuß. Akademie 1907, S. 561), wo derselbe Gedanke für ein beliebiges thermodynamisches System ausgeführt wird.

23) Man stelle sich zu dem Ende den zeitlichen Verlauf von W vor. W ist ebenso wie x und $\dot{x}$ eine schnell oszillierende Funktion, von langsam veränderlicher Amplitude. Soll W erstmalig den Wert $h/2\pi$ erreichen, wie wir es nach unserer Grundhypothese verlangen, so kann dies nur in der Nähe eines Maximums geschehen, weil anderenfalls schon in der vorangehenden Schwingung der Wert $h/2\pi$ erreicht worden wäre. Wir haben also für unsere Akkumulationszeit $t = \tau$:

$$\frac{dW}{dt} = 0 \quad \text{oder} \quad T = U, \text{ d. h. } \dot{x}^2 = \frac{f}{m} x^2.$$

Nun bestimmt $\sqrt{\frac{f}{m}}$ die Eigenfrequenz n_0 der freien Schwingung des Elektrons. Also wird für $t = \tau$:

$$\dot{x} = n_0 x \quad \text{und} \quad \frac{m}{2} x \dot{x} = \frac{1}{n_0} \frac{m}{2} \dot{x}^2 = \frac{T}{n_0},$$

wie zu beweisen war.

24) Debye und ich sind noch damit beschäftigt, die genaueren statistischen Rechnungen bei endlicher spektraler Breite durchzuführen. Prinzipielle Schwierigkeiten scheinen nicht aufzutreten.

25) Diese Zeitschr. **12**, 338, 1911.

26) Wie in Anm. 23 gezeigt, ist im Momente der Befreiung des Elektrons $U = T$, also im Resonanzfalle:

$$\frac{f}{2} x^2 = h\nu, \quad x = \sqrt{\frac{2h\nu}{f}}$$

oder wegen $\frac{f}{m} = n^2 = (2\pi\nu)^2$

$$x = \sqrt{\frac{h}{\pi m n}}.$$

Hieraus mit $h = 6{,}55 \cdot 10^{-27}$, $m = 0{,}9 \cdot 10^{-27}$ und beispielsweise $n = 2\pi \cdot 10^{15}$:

$$x = 1{,}9 \cdot 10^{-8}.$$

Für ultrarote Schwingungen würde x erheblich größer werden; hier handelt es sich aber auch nicht mehr um Elektronen-, sondern um Ionenschwingungen.

Diskussion.

Stark: Der Vortragende hat davon gesprochen, daß ein Elektron ohne Dämpfung auf eine einfallende monochromatische Strahlung resoniert, so lange, bis ein Wirkungsquantum, oder in der Planck-Einsteinschen Ausdrucksweise, ein Energiequantum in ihm angehäuft sei. Ich möchte fragen, ob eine Rechnung darüber angestellt worden ist, wie groß denn die Zeitdauer ist, welche die Resonanz bis zur Aufhäufung eines Lichtquantums beansprucht. Diese Frage liegt darum nahe, weil ja gerade Lorentz in diesem Punkt eingehende Rechnungen angestellt hat und darauf hingewiesen hat, daß die Zeiten, die man selbst bei vollkommener Resonanz ohne Dämpfung zur Erklärung der maximalen kinetischen Energie im lichtelektri-

schen Effekt annehmen müßte, so groß sind, daß sie sich der Größenordnung nach nicht in Übereinstimmung mit den wirklich beobachteten Verhältnissen bezüglich Intensität und maximaler kinetischer Energie der emittierten Elektronen bringen lassen.

Sommerfeld: Die Größen, die Lorentz für die Zeitdauer τ findet, gelten natürlich hier für monochromatisches Licht in derselben Größenordnung. Man kann nun zeigen, daß unsere Ergebnisse nicht auf monochromatisches Licht beschränkt sind, und man muß das zeigen, denn monochromatisches Licht gibt es nicht. Wenn man nun natürliches Licht auffallen läßt, und die für monochromatisches Licht gefundenen Gesetze bleiben bis auf die erwähnte Streuung bestehen, so ist die Schwierigkeit der Zeitdauer ausgeschaltet.

Stark: Das Licht, das bei spektraler Zerlegung angewendet wurde, war doch praktisch monochromatisch. Ladenburg hat mit den Linien des Quecksilberlichtbogens gearbeitet. Deren Frequenzbereich ist sehr klein.

Haben Sie für einen bestimmten Frequenzbereich die Rechnung durchgeführt? Z. B. für eine Spektrallinie von der Breite 1 Angström-Einheit?

Sommerfeld: Ja, für eine Spektrallinie.

Stark: Ein solches Resultat wäre im Zusammenhalt mit der Rechnung von Lorentz allerdings erstaunlich. Es wird wohl die genaue Mitteilung der Rechnung folgen.

Einstein: Wäre die Zeit, die zu einem vollkommenen Absorptionsakt nach der vorgetragenen Theorie nötig ist, nicht so groß, daß sie der Beobachtung zugänglich wäre? In diesem Falle wäre die experimentelle Untersuchung von höchstem Interesse.

Sommerfeld: Ich glaube, es würde möglich sein, die theoretische Akkumulationszeit mit dem Experiment zu vergleichen.

Stark: Läßt sich die mitgeteilte Resonanztheorie auch auf die Emission von Kathodenstrahlen durch Röntgenstrahlen ausdehnen? Dieses wäre zu verlangen, da das Phänomen doch ganz analog dem lichtelektrischen Effekt ist.

Sommerfeld: Ich hoffe.

Koenigsberger: Die spezifische Wärme bei konstantem Volumen übersteigt bei mehreren metallischen Elementen den Wert 6 bei hoher Temperatur. Auch kann die spez. Wärme durch die ursprüngliche Einsteinsche Formel bei Metallen nicht dargestellt werden; während sie bei einem Isolator wie Diamant viel besser stimmt. Vielleicht müssen doch die freien Elektronen in Metallen berücksichtigt werden. Daher scheint mir der Verlauf der spez. Wärme mehr qualitativ als quantitativ eine Stütze der Quantentheorie zu sein.

Rubens: Es lassen sich doch wohl mit der Einsteinschen Formel die Nernstschen Versuche über spez. Wärme bei tiefen Temperaturen vollständig darstellen, wenn man nicht bei einer einzelnen Schwingung stehen bleibt, sondern viele Eigenfrequenzen annimmt, wie dies die Einsteinsche Formel ja auch voraussetzt.

Br. Glatzel (Charlottenburg), Eine Maschine zur Demonstration von Wechselstromvorgängen. (Mit Tafel XIII.)

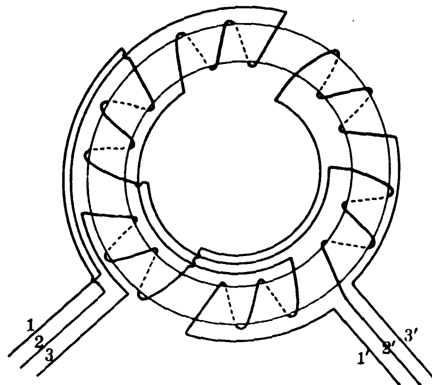
Die nachstehend beschriebene kleine Maschine habe ich bauen lassen, um in einfacher Weise experimentell die Erscheinungen zeigen zu können, welche sich bei Zusammensetzung von Wechselströmen verschiedener Phase und Periodenzahl ergeben. Man hätte diese Aufgabe auch in der Weise lösen können, daß man in Verbindung mit der Generator-Wechselstrommaschine oder dem Wechselstromnetz ein zweites Aggregat verwandte, welches aus Motor und Generator besteht und hätte es dann in der Hand gehabt, durch entsprechende Regulierung des Antriebsmotors der zweiten Maschine die Periodenzahl des zweiten Wechselstromes in der gewünschten Weise zu verändern. Jedoch wäre es bei dieser Anordnung etwas schwierig gewesen, auch beliebige Phasendifferenzen herzustellen. Überdies würden sich Schwankungen in der Umdrehungsgeschwindigkeit der beiden Wechselstromgeneratoren recht störend bemerkbar machen, da die beiden Maschinen gänzlich unabhängig voneinander sind. Um diese Schwierigkeiten zu umgehen, wurde die Anordnung so getroffen, daß der Primärwechselstrom einen Drehstrommotor antreibt, auf dessen Anker außer der Motorkurzschlußwicklung noch eine zweite offene Wicklung angebracht ist, aus welcher Strom entnommen werden kann. Steht der Anker dieser Maschine still, so wird in der zweiten Wicklung ein Wechselstrom von derselben Periodenzahl erzeugt, wie es die des Drehfeldes ist, und man erhält auf diese Weise zwei Wechselströme mit einstellbarer Phase[1]): 1. aus der Primärmaschine, 2. aus der Ankerwicklung der Sekundärmaschine, welche nach Belieben zusammengesetzt werden können. Läuft dagegen der Anker der Sekundärmaschine mit irgendeiner Geschwindigkeit, so hat der Sekundärstrom eine Periodenzahl entsprechend der Schlüpfung des Ankers.

Bevor ich nun auf die Versuche im einzelnen eingehe, soll an der Hand der Figuren 1, 2

1) Vgl. näheres unter I.

und 3[1]) die Konstruktion der Maschine kurz beschrieben werden. Fig. 1 gibt ein Gesamtbild der Maschine.

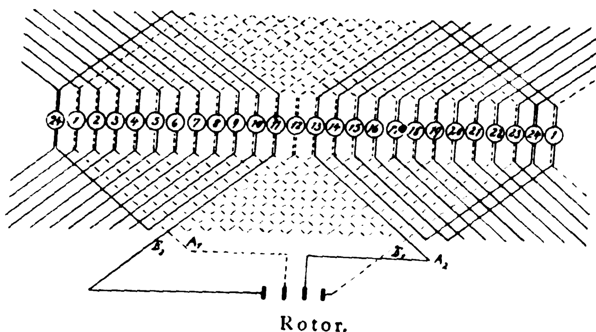
Der Stator, welchen Fig. 2 schematisch darstellt, ist mit einer Dreiphasenwicklung versehen, deren sechs Enden zu Klemmen herausgeführt



Stator.
Wicklung: 18 Nuten, pro Nute 150 Drähte, 0,5 mm isoliert, 2×B, Nr. 160. Schaltung: 3 Phasenwicklung, offen, zweipolig, 3 Nuten pro Phase und Pol.

Fig. 2.

sind, so daß es möglich ist, je nach den Betriebsverhältnissen entweder die Maschine in Dreieck- oder Sternschaltung zu verwenden. Auf dem Anker, welcher, um die Reibung möglichst herabzusetzen, in Kugellagern läuft, ist außer der Kurzschlußwicklung noch die zweite Generatorwicklung angebracht. Diese besteht, wie aus Fig. 3 ersichtlich ist, aus zwei Teilen, welche symmetrisch über sämtliche Nuten des Ankers verteilt und dann getrennt zu zwei



Rotor.
Wicklung: 24 Nuten, pro Nute 60 Drähte, 0,25 mm isoliert, 2×S, pro Spule 30 Windungen, Nutenschritt 1 : 12. Schaltung: 1 Phasenwicklung, zweipolig in zwei Gruppen, beide Gruppen zu getrennten Schleifringen geführt.

Fig. 3.

1) Die Figuren 1, 4—9 befinden sich auf besonderer Tafel (XIII).

Schleifringpaaren herausgeführt sind. Die Wicklungen können hintereinander geschaltet werden, so daß sich die in ihnen erzeugten elektromotorischen Kräfte addieren (offene Ankerwicklung), oder so, daß sie sich aufheben (geschlossene Ankerwicklung), wobei im letzteren Falle die Stromabnahme nach außen parallel zu der geschlossenen Wicklung an zwei gegenüberliegenden Punkten des Ankers erfolgt. Die Wicklungs- und Konstruktionsdaten der Maschine sind ebenfalls in Fig. 2 und 3 angegeben. Um dem Anker verschiedene Schlüpfungen erteilen zu können, ist auf seine Welle eine Kupferscheibe aufgesetzt, welche in dem Felde eines Elektromagneten läuft und als Wirbelstrombremse wirkt, so daß man durch Regulierung der Stromstärke im Magneten die auf die Maschine wirkende Bremskraft in einfacher und genauer Weise einstellen kann. Um den Gleichförmigkeitsgrad zu erhöhen, ist an der Kupferscheibe noch eine schwere Bleimasse angebracht. Eine weitere Regulierung der Tourenzahl der Maschine, welche insbesondere bei kleineren Geschwindigkeiten zusätzlich wirken soll, ist in der Weise ausgeführt, daß auf einer seitlichen Verlängerung der Achse Luftdämpferflügel angeordnet sind, welche durch einen besonderen Zahntrieb mit Mikrometerschraube während der Drehung des Ankers verstellt werden können, so daß man die dämpfende Wirkung auch hierdurch regulieren kann. Auf der anderen Seite der Achse ist eine schwarze Scheibe angebracht, welche einen weißen Durchmesser-Strich trägt, um bei Beleuchtung mit einer Wechselstrombogenlampe die bekannten Erscheinungen des wandernden bezw. stillstehenden Sternes zeigen zu können.

Es lassen sich nun in Verbindung mit einer Braunschen Röhre die nachstehend beschriebenen Versuche anstellen. Ohne hierbei auf die Einzelheiten der Versuchsanordnung einzugehen, möchte ich doch wenigstens einige kurze Bemerkungen über die Braunsche Röhre, welche ich verwendet habe, machen. Dieselbe ist nach sehr vielen Vorversuchen von der Firma E. Gundelach, Gehlberg[1]), hergestellt worden und hat sich bisher ausgezeichnet bewährt, insbesondere auch, was die Ruhe und Leuchtwirkung des Lumineszenzfleckes anbetrifft[2]). Die Röhre ist gleichzeitig mit einer elektrostatischen Ablenkungseinrichtung versehen, welche eine Empfindlichkeit von 10 mm gleich etwa

1) Ich möchte an dieser Stelle nicht verfehlen, der Firma E. Gundelach für das außerordentlich liebenswürdige Entgegenkommen, welches sie mir bei den vielen Versuchen bewiesen hat, meinen Dank auszusprechen.

2) Zum Betriebe der Röhre wurde eine Starkstrom-Influenzmaschine von A. Wehrsen in Berlin verwendet, welche eine Stromstärke von etwa 0,5 Milliamp. ergab und sich besonders in bezug auf Konstanz sehr gut bewährte.

80 Volt besitzt und vollkommen sicher arbeitet. Obwohl nun der Leuchtpunkt der Röhre schon an und für sich recht sauber und verhältnismäßig klein war, habe ich es doch vorgezogen, zur weiteren Erhöhung der Helligkeit und Verkleinerung des Lichtpunktes noch ein longitudinales Magnetfeld zu benutzen, wie es bereits mehrfach[1]) angegeben worden ist. Man erhält dann bei passender Einstellung eine außerordentliche Schärfe und Helligkeit des Lichtpunktes, wie aus den im folgenden wiedergegebenen Photographien von Schwingungsvorgängen erkennbar ist. Für Demonstrationszwecke habe ich mir noch bei E. Gundelach eine Röhre gleicher Konstruktion, jedoch mit einem Leuchtschirm von etwa 14 cm Durchmesser anfertigen lassen. Diese Röhre besitzt mit Rücksicht auf die Anbringung einer Magnetspule für das Longitudinalfeld an Stelle der üblichen langen Anode lediglich eine kurze Anschlußöse. Auch diese Röhre hat sich ausgezeichnet bewährt.

I. Herstellung verschiedener Phasenverschiebungen.

Es wurden entweder eine oder beide Wicklungen des Ankers in der offenen Schaltung mit einer Ablenkungsspule der Braunschen Röhre hintereinander geschaltet, während der Primärwechselstrom durch eine zweite Spule hindurchgeleitet wurde. Beide Ablenkungsspulen waren senkrecht zueinander gestellt. Bringt man nun den Anker der kleinen Maschine in verschiedene Stellungen relativ zum Stator, so erhält man infolge der Spulenwirkung des Ankers und bei Einregulierung auf gleiche Maximalablenkungen des Kathodenstrahlenbündels die bekannten Phasenfiguren, Kreis, Ellipse, gerade Linie, wie sie in Fig. 4 dargestellt sind.

II. Erzeugung von Schwebungen durch Wechselströme verschiedener Periodenzahl.

Bringt man die beiden Ablenkungsspulen in dieselbe Richtung zur Braunschen Röhre und läßt man den Anker der Maschine mit geringer Schlüpfung laufen, so erhält man in der einen Spule einen Wechselstrom von etwas niedrigerer Periodenzahl als in der vom Speisestrom durchflossenen. Die Summationswirkung beider Wechselströme ergibt dann Schwebungen. Diese sind um so langsamer, je geringer die Differenz in der Periodenzahl ist und an dem langsamen Auf- und Abschwanken des Lumineszenzfleckes sehr schön erkennbar. Um sie photographisch zu fixieren, wurde von dem Leuchtfleck mittels eines Objektivs ein scharfes Bild auf einer photographischen Platte entworfen, welche mit mäßiger Geschwindigkeit vorbeigezogen werden konnte. Das Resultat ist in Fig. 5 dargestellt.

In dieser Figur ist besonders die durch Anwendung des longitudinalen Magnetfeldes erzielte außerordentliche Schärfe und Feinheit des Lumineszenzfleckes erkennbar.

Man kann die Anordnung zur Erzeugung von Schwebungen auch so treffen, daß man nicht zwei getrennte Ablenkungsspulen verwendet, sondern die beiden Wechselströme verschiedener Periodenzahl durch dieselbe Spule leitet, nur ist es dann erforderlich, die Dimensionen dieser Ablenkungsspule passend zu wählen, da im allgemeinen die beiden Wechselströme mit verschiedener Spannung erzeugt werden. Dies bringt jedoch für die Einstellung auf gleiche Maximalausschläge gewisse Schwierigkeiten mit sich, so daß ich meist die zuerst angegebene Anordnung vorziehe.

Im Anschluß hieran mag noch auf eine andere Möglichkeit hingewiesen werden, Schwebungen zu erzeugen, bei welcher das Prinzip der Abstimmung verwertet wird. Liefert z. B. eine Maschine keinen rein sinusförmigen Wechselstrom, so kann man in dem Schließungskreis durch geeignete Wahl der Größe von Selbstinduktion und Kapazität (Hintereinanderschaltung) mittels Abstimmung einzelne Oberschwingungen herausholen[1]). Wählt man die Konstanten des Schließungskreises so, daß die Abstimmung annähernd etwa für die 17. Oberschwingung richtig ist, so erhält man in dem Schließungskreis gleichzeitig auch noch die nächst höhere bzw. tiefere Oberschwingung, und beide ergeben dann durch ihr Zusammenwirken Schwebungen. Diese sind wesentlich schneller, als die mit der oben beschriebenen Demonstrationsmaschine hergestellten und konnten daher nicht mit einer vorbeigezogenen Platte registriert werden, weil hierfür die Leuchtwirkung der Braunschen Röhre nicht mehr genügt hätte. Es wurde daher das Verfahren angewendet, eine Trommel, auf welche der photographische Film aufgelegt war, synchron rotieren zu lassen, da bei einer solchen Anordnung die Bewegungen des Lumineszenzfleckes durch eine Daueraufnahme registriert werden konnten. Der synchrone Antrieb der Trommel wurde durch direkte Kuppelung mit der Wechselstrommaschine mittels einer biegsamen Welle ausgeführt. Fig. 6 zeigt eine so erhaltene Aufnahme mit einer Belichtungszeit von etwa 5 Minuten, Fig. 7 eine solche bei

1) Vgl. H. Diesselhorst, Verh. d. D. Phys. Ges. **9**, 318—320, 1907.

1) E. Orlich, Aufnahme und Analyse von Wechselstromkurven (Elektrotechnik in Einzeldarstellungen VII). Braunschweig, Vieweg & Sohn, 1906.

etwas geänderter Abstimmung von Selbstinduktion und Kapazität.

Für derartige Versuche ist jedoch nicht jede Wechselstrommaschine geeignet, da im allgemeinen die höheren Oberschwingungen nicht vorhanden sind. Die von mir benutzte Maschine war eine kleine Versuchsmaschine mit etwa $1/2$ P.S.-Leistung, welche vor vielen Jahren von der Union, E. G., gebaut und mir für meine Versuche von Herrn Ministerialdirektor Dr. Micke in seinem Privatlaboratorium[1]) zur Verfügung gestellt war.

III. Darstellung Lissajousscher Figuren durch Wechselströme verschiedener Periodenzahl.

Die beiden Ablenkungsspulen werden wiederum senkrecht zueinander gestellt, aber der Anker der Maschine jetzt in Umdrehung versetzt, so daß nunmehr zwei Wechselströme verschiedener Periodenzahl senkrecht zueinander kombiniert werden. Je nach dem Verhältnis der Schwingungszahlen erhält man dann die in Fig. 8 und 9 dargestellten Lissajousschen Figuren[2]).

Bei Fig. 8 sieht man auf dem Schirm der Röhre sehr schön, daß diese Figur als Schnitt zweier Zylinderbewegungen entsteht, da sich die Kreuzungspunkte auf dem Mantel eines Zylinders zu bewegen scheinen. Bei passender Einregulierung der Wirbelstrom- bzw. Luftbremse kann man die Figuren für längere Zeit fast vollkommen stehend auf dem Schirm der Braunschen Röhre erhalten. Gleichzeitig kann das Verhältnis der Periodenzahlen beider Wechselströme auch durch die Beobachtung der rotierenden schwarzen Scheibe mit dem weißen Strich bei Beleuchtung mit einer vom Primärstrom gespeisten Bogenlampe festgestellt werden.

Die Maschine gestattet ferner, wenn man die offene Ankerwicklung mit einem Kollektor versieht, die Eigenschaften der Einphasenrepulsionsmotore vorzuführen. Endlich kann sie, was ebenfalls für manche Zwecke wertvoll ist, als selbstanlaufender Synchronmotor verwendet werden. Durch die Kurzschlußwicklung wird nämlich der Anker infolge der geringen Reibungsverluste bis nahe an den Synchronismus herangebracht, so daß er beim Einschalten von Gleichstrom im Anker leicht den kleinen Sprung auf vollen Synchronismus ausführen kann. Für diesen Versuch empfiehlt es sich allerdings, die Maschine nicht wie im vorliegenden Falle zweipolig, sondern vierpolig zu wickeln, da bei der niedrigeren Tourenzahl die Verluste wesentlich geringer sind.

Die mitgeteilten Resultate sollen nur kurz einige der Anwendungen zeigen, welche die kleine Maschine ermöglicht. Ich glaube, daß sie als Universalmaschine zur Demonstration von Wechselstromvorgängen auch noch anderweitig mit Erfolg verwendet werden kann.

1) Ich möchte nicht verfehlen, auch an dieser Stelle Herrn Ministerialdirektor Dr. Micke für seine liebenswürdige Unterstützung meinen verbindlichsten Dank auszusprechen.

2) Fig. 9 stellt infolge des Vorhandenseins von Oberschwingungen keine reine Lissajoussche Figur dar.

Diskussion.

Diesselhorst: Die schönen Versuche, die der Herr Vortragende mit seiner Maschine in Verbindung mit der Braunschen Röhre demonstriert hat, haben gezeigt, wie modern auch heute noch die von unserm Herrn Vorsitzenden vor langen Jahren konstruierte Röhre ist, und welche vielfache Anwendung sie zuläßt. Ich möchte mir erlauben, darauf hinzuweisen, daß man eine Anzahl der Demonstrationen auch auf anderem Wege, ohne die Glatzelsche Maschine, erhalten kann, nämlich die Lissajousschen Figuren. Diese kann man mit der Braunschen Röhre erhalten, wenn man den Poulsenschen Lichtbogen zu Hilfe nimmt. Wenn man zwei Schwingungskreise an den Lichtbogen legt, lassen sich ihre Schwingungsperioden leicht in ein ganzzahliges Verhältnis bringen und wegen der sinusförmigen Stromkurve lassen sich dann Lissajoussche Figuren von ziemlich hohen Verhältniszahlen herstellen, die außerordentlich schöne Demonstrationsobjekte bilden. Man hat bei diesen schnellen Schwingungen noch den besonderen Vorteil, elektrostatische Ablenkungen mit äußeren Elektroden bewirken zu können, da die störenden Aufladungen der Röhrenwand den schnellen Wechseln nicht zu folgen vermögen. Solche Versuche wurden vor drei Jahren von Herrn R. Schmidt und mir ausgeführt, und in der Physikalischen Gesellschaft in Berlin gezeigt. Dabei erwies sich gleichfalls die Anwendung eines longitudinalen Magnetfeldes als sehr zweckmäßig, um die Intensität des Lichtfleckes in der Röhre zu erhöhen, und ich möchte sehr empfehlen, daß alle, die mit der Braunschen Röhre arbeiten, diese schon mehrfach benutzte, aber trotzdem meines Wissens ziemlich unbekannt gebliebene Methode anwenden.

Glatzel: Die Anordnung mit Hochfrequenzschwingungen, welche Herr Diesselhorst seinerzeit in Berlin vorgeführt hat, besitzt, wie auch von ihm erwähnt, den Vorzug, daß man es stets mit rein sinusförmigen Schwingungen zu tun hat, während die in dem Anker meiner Maschine erzeugten Wechselströme im allgemeinen nur genügend

sinusförmig sind, wenn ihre Periodenzahl nicht kleiner als etwa der 4. Teil derjenigen des Primärwechselstromes ist; wenigstens ist dies bei der ersten Versuchsmaschine der Fall gewesen. Infolgedessen erhält man für die Verhältnisse 1 : 2 und 1 : 3 reine Lissajoussche Figuren, für die höheren Verhältnisse dagegen nicht, so daß hierfür das Diesselhorstsche Verfahren zweckmäßiger ist, weil es durchaus reine Figuren ergibt.

F. Neesen (Berlin), Über das Ätherkalorimeter.

Den Anlaß zu einer erneuten Prüfung des von mir früher angegebenen und zur Untersuchung der Erwärmung durch Funkenentladung erfolgreich benutzten Ätherkalorimeter gab eine Arbeit von Duane[1]) über Wärmeentwicklung aktiver Körper. Der französische Forscher benutzte eine Vorrichtung, welche zunächst äußerlich der von mir vorgeschlagenen sehr ähnlich ist, vermutlich ohne die letztere zu kennen. In der Art der Messung ist aber doch ein wesentlicher Unterschied, welcher mir es wünschenswert erscheinen ließ, festzustellen,

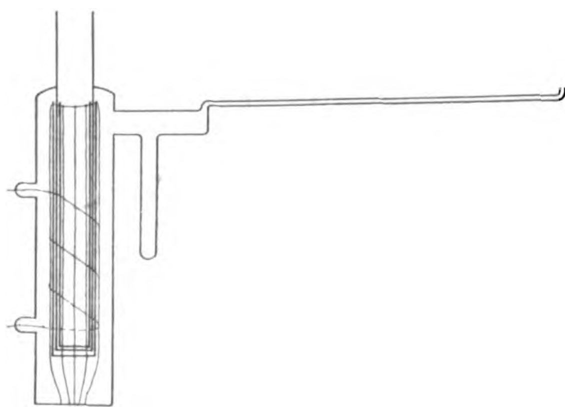


Fig. 1.

wo die größere Empfindlichkeit wäre. Die ältere Anordnung ist in Fig. 1 und 2 dargestellt.

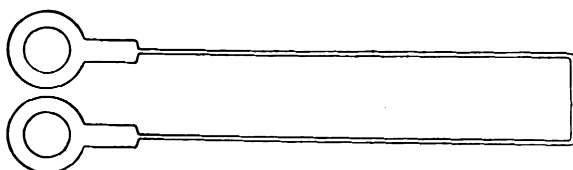


Fig. 2.

1) C. R. und Radium 1910.

In einen Glaszylinder ist eine mit Docht umgebene Röhre eingeschmolzen. Um den Docht geht eine Erwärmungsspirale. An das Glasgefäß setzt sich eine weitere Röhre an, die in eine Kapillare mündet. Diese Kapillare führt zu einem zweiten ganz ähnlichen Gefäß. Der Apparat von Duane ist in Fig. 3 dargestellt, welche ohne weiteres nach dem Vorhergesagten verständlich erscheint.

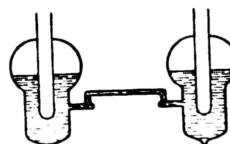


Fig. 3.

Ich will die zugeführte Wärme dazu benutzen, flüssigen Äther zu verdampfen und die dabei eintretende Volumänderung zur Messung verwenden. Duane dagegen benutzt die durch Temperaturänderung hervorgerufene Änderung der Dampfspannung und mißt dieselbe durch den sich ausbildenden Niveauunterschied in beiden Gefäßen.

Von wesentlicher Bedeutung erscheint es, daß nach der Anordnung von Duane das Rohr, welches die zu bestimmende Wärme aufnimmt, fast ganz von flüssigem Äther umgeben ist, während bei mir durch die Dochtanordnung nur eine kleine Menge in flüssigem Zustande dieses Rohr umgibt.

Für den beabsichtigten Vergleich ersetzte ich das eine der beiden Gefäße in Fig. 2 durch ein größeres, horizontal liegendes Glasrohr am Ende der Kapillare, aus welcher nach Belieben mehr oder weniger Äther in das Kalorimeter übergeführt werden konnte. Beobachtet wurde nun die Empfindlichkeit in folgenden Fällen:

1. wenn das große Glasgefäß so mit Äther aufgefüllt ist, daß die innere Röhre bis zu verschiedenen Höhen eintauchte,

2. wenn die innere Röhre nicht in den flüssigen Teil eintauchte, aber durch Neigen des ganzen Apparates flüssiger Äther das an dem Ende der Kapillare angebrachte horizontale Gefäß teilweise auffüllte und dabei in die Kapillare überging, so daß durch Verschiebung der Flüssigkeit in der Kapillaren die Oberfläche in dem weiteren Teil bzw. gesenkt wurde, sich somit eine Änderung des hydrostatischen Druckes einstellte,

3. wenn, wie bei 2, die innere Röhre nicht in den flüssigen Teil eintauchte, der Apparat aber so geneigt ist, daß das Ende der Kapillaren nicht den flüssigen Teil des in dem

horizontalen Gefäß befindlichen Äthers berührte, sondern als Abschluß nur ein kleiner Tropfen innerhalb der Kapillare diente.

Die Anordnung 1 ist die unempfindlichste, der erzielte Ausschlag war geringer, die Versuchsdauer länger, weil die zu messende Wärme auf Äthermasse übergehen mußte. Als Beispiele führe ich an folgende Ausschläge für dieselbe Wärmemenge:

bei Anordnung 1 2,5,
bei Anordnung 3 119,0.

Ganz in Übereinstimmung steht es, daß der Ausschlag um so geringer ausfällt, je tiefer die Röhre in den flüssigen Teil eintaucht.

Anordnung 2 gab bei einer anderen Kapillaren Ausschlag 6,4, während Anordnung 3 31,2 gab. Es ist also die von mir schon früher benutzte Anordnung weitaus die empfindlichste. Selbstverständlich steigen mit dieser großen Überlegenheit aber auch die Schwierigkeiten des Versuchs, die besonders von der Eigenbewegung herrühren. Die früher vielfach als großer Übelstand vermerkte Bildung von kleinen Tropfen konnte jetzt vollständig vermieden werden.

Ein Vergleich der von Duane erhaltenen Zahlen mit den meinigen bestätigt das soeben Gesagte. Ich habe 2 Kapillaren benutzt, die eine von 2 mm, die andere von 1 mm Durchmesser. Duane hatte eine Kapillare von $^1/_2$ mm Durchmesser.

Nun ergibt das Kalorimeter einen Ausschlag von 1 mm bei einer Kapillaren von 2 mm für 0,00155 cal, bei einer Kapillaren von 1 mm für 0,000323 cal, also in letzterem Falle ungefähr die 4 mal größere Empfindlichkeit entsprechend dem 4 mal kleineren Durchschnitt. Darnach würde eine Kapillare von 0,5 mm einen Ausschlag von 1 mm für 0,00008 cal geben.

Duane erzielte aber nur 1 mm Ausschlag für 0,00017 cal.

Auch diese Zahl ist nicht direkt mit der vorigen Zahl zu vergleichen, weil Duane zehnfache Vergrößerung seiner Bewegung ablas.

Für die Empfindlichkeit des Kalorimeters ist von sehr großer Bedeutung, wieviel Luft noch neben dem Ätherdampf vorhanden ist. Auch Duane weist hierauf hin. Je weniger Luft, desto größer die Empfindlichkeit. Vor dem Abschmelzen lasse ich daher den Äther unter vermindertem Druck längere Zeit sieden. Eine gute Luftleere erkennt man leicht daran, daß 2 Tropfen, die sich in der Kapillare getrennt gebildet haben, bei Bewegung zusammenfließen.

Wechselnde Beleuchtung des Apparates gibt große Störungen, so daß ich stets bei künstlicher Beleuchtung beobachte. Die Regelung der Eigenbewegung wird durch elektrischen Strom bewirkt, entweder mittelst der genannten Heizspirale um den Docht oder die langsamere, aber vielleicht günstiger wirkende Erhitzung des inneren Glases. Die Füllung des letzteren mit Flüssigkeit zur Aufnahme des auf seinen Wärmeinhalt zu untersuchenden Körpers ist ausgeschlossen, weil die Oberflächenänderung bei Einfüllen dieses Körpers zu große Störungen hervorruft. Das innere Rohr ist daher innen und außen mit einem Kupferzylinder umgeben.

Zur Erwärmung der zu untersuchenden Körper benutze ich mit Vorteil seit Jahren die Anordnung Fig. 4. Eine Röhre *n* ist von einer

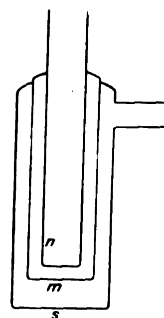


Fig. 4.

zweiten *m* umgeben, so daß sich ein Luftmantel zwischen beiden bildet. *m* sitzt in einem weiteren Gefäß *s*, das mit Wasser gefüllt wird. Das Ganze kommt in ein Warmbad, welches von dem Kalorimeter möglichst weit aufgestellt ist, womöglich in einem anderen Raum. Nachdem konstante Temperatur eingetreten, wird das Gefäß *s* aus dem Warmbad genommen und zum Kalorimeter gebracht. Durch Umkippen läßt man den in *n* befindlichen Körper in das Kalorimeter fallen. Die Luft zwischen *m* und *n* und das Wasser zwischen *s* und *m* hindern eine merkliche Wärmeabnahme dieses Körpers während der Überführung vom Erwärmungsplatz.

Karl Scheel und Wilhelm Heuse (Charlottenburg), Die spezifische Wärme c_p der Luft bei Zimmertemperatur und tiefen Temperaturen [1]).

Die spezifische Wärme der Luft wurde nach der Strömungsmethode bestimmt, die zuerst

1) Mitteilung aus der Physikalisch-technischen Reichsanstalt. Gekürzter Bericht; die ausführliche Veröffentlichung erscheint in den Annalen der Physik.

von Callendar und Barnes[1]) zur Untersuchung der spezifischen Wärme des Wassers benutzt worden ist, und welche die mittlere spezifische Wärme über ein sehr kleines Temperaturintervall, also nahezu die wahre spezifische Wärme liefert.

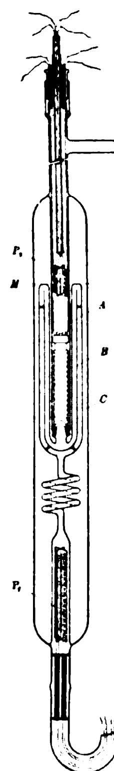
Das Prinzip der Strömungsmethode ist kurz folgendes: Durch ein Rohr (das eigentliche Kalorimeter) fließt ein konstanter Gasstrom; die in der Sekunde hindurchgehende Gasmenge sei Q. Dem Gase wird in der Mitte des Rohres mit Hilfe eines Heizdrahtes eine Wärmemenge elektrisch zugeführt, deren Betrag pro Sekunde der Leistung A äquivalent ist. Erfährt der Gasstrom nach Eintritt des stationären Zustandes hierdurch eine Temperaturerhöhung Δt, so ist die spezifische Wärme des Gases, wenn keine Wärmeverluste stattfinden, in elektrischem Maße $\frac{A}{Q \cdot \Delta t}$; sind die Wärmeverluste pro Sekunde einer Leistung λ äquivalent, so wird die spezifische Wärme $c_p = \frac{A - \lambda}{Q \cdot \Delta t}$.

Der Wert von λ, welcher bis auf wenige Promille von A herabgedrückt werden konnte, wurde durch Variation der Versuchsbedingungen bestimmt.

Das aus Glas gefertigte Kalorimeter ist in der Figur in seiner endgültigen Form dargestellt. Das auf die konstante Versuchstemperatur gebrachte Gas tritt von unten her in das Kalorimeter ein, passiert eine aus glastechnischen Gründen vorhandene Spirale und gelangt nach Durchströmen zweier Glasmäntel C und B in das innere Rohr A, welches die Heizvorrichtung enthält. Zur Messung der Temperaturen des ein- und des austretenden Gases dienen Platinwiderstandsthermometer P_1 und P_2; das Thermometer P_2 ist verschiebbar und erlaubt das Temperaturgefälle im Rohre A zu messen. Das Ganze ist von einem evakuierten, innen versilberten Glasmantel umgeben und befindet sich in einem Bade konstanter Temperatur.

Für die Einfügung der Mäntel B und C war folgende Überlegung maßgebend. Durch das Vakuum werden Wärmeverluste aus dem inneren Rohre A zwar sehr stark herabgemindert, aber doch nicht vollständig vermieden. Die Mäntel B und C dienen nun zur Unterstützung der Wirkung des Vakuums, indem mit ihrer Hilfe die vom Rohr A, soweit es innerhalb der Mäntel liegt, nämlich unterhalb des Querschnittes M abgegebene Wärmemenge nach dem Gegenstromprinzip dem Innenraum zum größten Teile wieder zugeführt wird. Die Temperatur des austretenden Gases wird im Querschnitt M gemessen.

Das Kalorimeter befand sich bei tiefer Temperatur in einem Vakuummantelgefäß, das mit flüssigem Sauerstoff oder mit einer Mischung von fester Kohlensäure und Alkohol beschickt wurde. Bei Zimmertemperatur befand sich das Kalorimeter in einem kräftig gerührten großen Wasserbade. In allen Fällen passierte das Gas, bevor es in das Kalorimeter eintrat, eine Rohrschlange, die sich mit dem Kalorimeter im gleichen Bade befand.



Die Luft wurde mit Hilfe von drei parallel geschalteten Wasserluftpumpen aus der Atmosphäre durch das Kalorimeter gesaugt. Zur Konstanterhaltung des Luftstromes diente ein Regulator; die Stärke des Luftstromes hängt von den Dimensionen einer in den Luftweg eingeschalteten Kapillare ab. Beim Eintritt in die Zirkulation wurde die Luft durch Vorlagen von Kaliumhydroxyd und konzentrierter Schwefelsäure von Kohlensäure und Wasserdampf befreit.

Die Menge der in der Sekunde durch das Kalorimeter gesaugten Luft wurde in der Weise bestimmt, daß an Stelle der aus der freien Atmosphäre eintretenden Luft Luft aus einem Gefäße bekannten Volumens unter sonst gleichbleibenden Verhältnissen durch das Kalo-

1) Hugh L. Callendar, Phil. Trans. (A) 199, 55—148, 1902; Howard Turner Barnes, ebenda (A) 199, 149 bis 263, 1902.

rimeter getrieben wurde. Die hierzu nötige Zeit wurde mittels eines Chronographen gemessen.

Die gefundenen spezifischen Wärmen der Luft sind in folgender Tabelle zusammengestellt. Hinzugefügt sind die entsprechenden Werte in kalorischem Maße, welche sich aus denjenigen in elektrischem Maße durch Multiplikation mit dem Wärmeäquivalent der Wattsekunde 0,23865 $\frac{\text{Kal.}_{15}}{\text{Wattsek.}}$ ergeben.

Spezifische Wärme c_p
der trockenen, kohlensäurefreien atmosphärischen Luft unter Atmosphärendruck.

Temperatur	in $\frac{\text{Wattsek.}}{\text{g} \cdot \text{Grad}}$	in $\frac{\text{g-Kal.}_{15}}{\text{g} \cdot \text{Grad}}$
+ 20°	1,009	$0,240_8$
— 78°	1,019	$0,243_2$
—183°	1,058	$0,253_5$

Die Versuche bestätigen das Ergebnis Swanns[1]), daß bei Zimmertemperatur die spezifische Wärme der Luft beträchtlich größer ist, als sie andere Beobachter (insbesondere Regnault) früher gefunden haben. Dem von Swann nur in kalorischem Maße angegebenen Schlußwert 0,24173 $\frac{\text{g-Kal.}_{20}}{\text{g} \cdot \text{Grad}}$ liegt als Arbeitswert der 20°-Kalorie der Wert 4,180 Wattsek. zugrunde. Hieraus berechnet man den mit dem unserigen direkt vergleichbaren Wert der spezifischen Wärme der Luft bei 20° in elektrischem Maße 1,010 $\frac{\text{Wattsek.}}{\text{g} \cdot \text{Grad}}$. Die Übereinstimmung ist eine vollkommene.

Auf Grund bekannter Beziehungen ergibt sich rechnerisch aus dem von uns gefundenen Werte von c_p das Verhältnis der spezifischen Wärmen der Luft

$$\frac{c_p}{c_v} = 1,400$$

in hinreichender Übereinstimmung mit den auf anderen Wegen gefundenen Werten anderer Beobachter.

Mit abnehmender Temperatur steigt die spezifische Wärme der Luft an. Die Zunahme ist bereits bei —78° angedeutet und beträgt unter Atmosphärendruck bei —183° nahezu 5 Proz., bei dem reduzierten Druck von $^2/_3$ Atmosphären etwa 3 Proz. Die Luft zeigt also in der Nähe ihres Kondensationspunktes ein ähnliches Verhalten, wie es Knoblauch und Jakob[1]) und später Knoblauch und Mollier[2]) bei Wasserdampf beobachtet haben. Auch quantitativ ist die gefundene Änderung der spezifischen Wärme der Luft in Übereinstimmung mit derjenigen, welche sich nach Linde[3]) aus den Beobachtungen des Joule-Thomson-Effekts berechnen läßt.

1) W. F. G. Swann, Proc. Roy. Soc. (A) **82**, 147—149, 1909. Die ausführliche Veröffentlichung erschien später in Phil. Trans. (A) **210**, 199—238, 1910.

Diskussion.

Fischer: Ich möchte den Vortragenden fragen, wie weit die experimentell festgestellten Werte der spezifischen Wärme mit jenen übereinstimmen, die man aus den Joule-Thomsonschen Überströmungsversuchen ableiten kann.

Scheel: Über die Zahlenwerte, die wir erhalten haben, möchte ich mich heute noch nicht aussprechen.

1) Osc. Knoblauch u. Max Jakob, Zeitschr. d. Ver. d. Ingen. **51**, 81—88, 124—131, 1907; Mitteil. über Forschungsarb. a. d. Geb. d. Ingenieurw., Heft 35 u. 36, 109—152, 1906.

2) Oskar Knoblauch u. Hilde Mollier, Zeitschr. d. Ver. d. Ingen. **55**, 665—673, 1911.

3) Carl Linde, Münchener Sitzungsber. **27**, 485—489, 1897.

Max Reinganum (Freiburg i. B.), Streuung und photographische Wirkung der α-Strahlen.

Von quantitativen Messungen des sogenannten Skattereingeffekts oder der Streuung von α-Strahlen liegen bisher nur die schönen Untersuchungen von Geiger vor. Es ist bekannt, welch tiefgehende theoretische Betrachtungen Rutherford an dieselben anknüpfen konnte. Es schien daher von Interesse, die Streuung beim Durchgang durch Folien auch mit etwas abgeänderten Versuchsanordnungen zu bestimmen; ferner schien es aus theoretischen Gründen von Interesse, eine etwaige Abhängigkeit des Effekts von der Temperatur der Folien aufzusuchen. Es wurde die α-Strahlung des Poloniums gewählt.

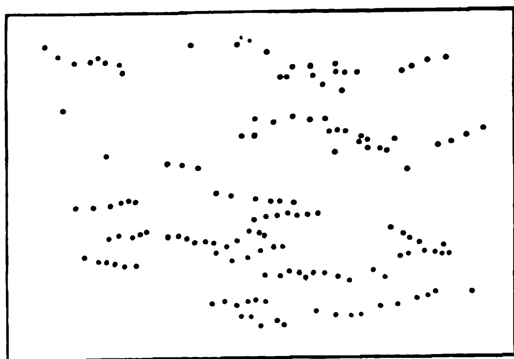
Über die bisherigen Resultate der Untersuchung, die gemeinsam mit stud. Fritz Mayer ausgeführt wird, will ich hier nicht näher berichten. Die Beobachtungen mit Hilfe von Szintillationszählungen sind beendet, jetzt sind wir mit der photographischen Festhaltung der Streuung beschäftigt. Es galt hierzu zunächst eine Plattensorte zu finden, welche einerseits die durch die α-Partikeln hervorgerufenen Punkte gut erkennen läßt, andererseits an den Strahlen nicht exponierten Plattenstellen nach der Entwicklung auch unter einem starken Mikroskop ganz klar aussieht, d. h. keine oder nur ganz verschwindend wenige entwickelte Körner zeigt. Wir fanden nach vielen Versuchen mit verschiedenen Platten-

sorten schließlich, daß sich die photomechanische Platte von Jahr (Dresden) für unsere Zwecke gut eignet.

Bei den Vorversuchen mit derselben fand ich nun eine eigentümliche Erscheinung, die ich mir erlauben möchte vorzuführen.

Fallen die α-Strahlen nicht senkrecht, sondern etwas schräg auf die Platte, so sieht man nämlich nach der Entwicklung unter einem Mikroskop von etwa 500 facher Vergrößerung nicht ein Pünktchen pro α-Partikel, sondern mehrere in Richtung der horizontalen Projektion der Bahn des Teilchens. Man sieht also seine Bahn, die allerdings, entsprechend der Eigentümlichkeit der Silbersalze, nur kornförmig auszufallen, aus einer Punktreihe besteht. Indem ich sodann α-Partikeln möglichst streifend in die Platte eintreten ließ, gelang es, entsprechend der Reichweite der α-Strahlung in der Gelatine, bei der genannten Vergrößerung Bahnen von über 1 cm scheinbarer Länge, die aus 15 und mehr Pünktchen bestanden, photographisch festzuhalten. Manche dieser Bahnen zeigen kleine, aber deutliche Krümmungen, so daß der Skatteringeffekt ebenfalls gut sichtbar wird.

Da die Pünktchen submikroskopisch sind, d. h. eigentlich Beugungsscheibchen sind, ist eine direkte Projektion der Platte für ein größeres Auditorium nicht gut ausführbar. Ich projiziere daher zunächst eine mit dem mikroskopischen Zeichenapparat möglichst genau ausgeführte Zeichnung (s. Figur).



Kollege Koenigsberger hatte die Freundlichkeit, mit seiner mikrophotographischen Einrichtung eine Aufnahme nach meinen direkten Photographien zu machen, die ich nunmehr projiziere. Man sieht wieder die Strichform der Bahnen, die einzelnen Pünktchen sind jedoch verschwommener, da eine scharfe Abbildung in der mikroskopischen Kamera eben wegen der Kleinheit der Pünktchen nicht möglich war.

Es ist ferner ein Mikroskop aufgestellt, mit dem eine direkte Photographie gesehen werden kann.

W. Hammer (Freiburg i. B.), Über eine direkte Messung der Geschwindigkeit von Wasserstoffkanalstrahlen und über die Verwendung derselben zur Bestimmung ihrer spezifischen Ladung.

Herr Wiechert[1]) hat seine bekannte Bestimmung der Geschwindigkeit von Kathodenstrahlen nach einem wohl zuerst von Des Coudres[2]) angegebenen Prinzip ausgeführt. Dieses Prinzip besteht darin, die Zeit, die der Strahl zur Zurücklegung einer bekannten Strecke benötigt, mit der Schwingungsdauer eines ihn beeinflussenden Oszillators zu vergleichen. Ich habe mir die Aufgabe gestellt, unter Zugrundelegung dieses Prinzips die Geschwindigkeit von Kanalstrahlen zu messen.

In welcher Weise dieses Prinzip für den vorliegenden Zweck angewandt wurde, möchte ich an der Skizze (Fig. 1) erläutern:

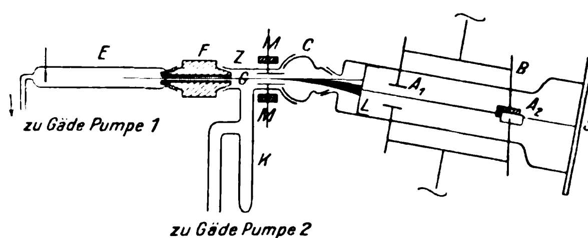


Fig. 1.

Die Strahlen entstehen in dem Rohre E durch die Entladung einer Mercedes-Influenzmaschine. Dieses Entladungsrohr sitzt mit Schliff auf dem längs durchbohrten Eisenstück F, in dessen Bohrung sich eine Kapillare befindet. Der Strahl tritt durch die Kapillare in den Raum Z ein, in dem durch die Tätigkeit der Gaedepumpe G_{II} und Wirkung des mit flüssiger Luft gekühlten Kühlers K_{II} ein erheblich niederer Totaldruck $\left(\frac{2-3}{100000}\ \text{mm}\ Hg\right)$ erzeugt werden kann, als im Entladungsrohr (Druck ca. $\frac{5}{1000}$ mm Hg).

Diese Anordnung ist aus folgenden Gründen notwendig:

Herr Wien[3]) hat gefunden, daß ein Kanalstrahl nicht homogen ist, d. h. daß die ihn bildenden Teilchen verschiedene Geschwindigkeit und verschiedenes $\frac{e}{m}$ besitzen; er hat ferner festgestellt, daß die Teilchen auf ihrer Bahn im Gase Veränderungen erleiden: sie verlieren zum Teil ihre positive Ladung und die neutrali-

1) Wiechert, Wied. Ann. **69**, 799, 1899.
2) Des Coudres, Verh. d. phys. Ges. **14**, 86, 1895.
3) Ann. d. Phys. **8**, 244, 1902; **30**, 349, 1909.

sierten nehmen wieder eine solche an, zum Teil sogar eine negative. Um den Einfluß von Druckänderungen auf diese Umladungserscheinungen ohne gleichzeitige Änderung des Druckes im Entladungsrohr untersuchen zu können, hat er zuerst die oben beschriebene Kapillarenanordnung angewandt. Es zeigte sich, daß mit abnehmendem Druck die Umladungserscheinungen an Stärke verloren. Die Herren Koenigsberger und Kutschewski[1]), sowie Herr v. Dechend und Hammer[2]) konnten mit prinzipiell ähnlichen Apparaturen zeigen, daß dieselben bei Drucken unter $\frac{1}{10000}$ mm Hg auf ein geringes Maß zurückgehen. Bei unseren Versuchen zeigte sich, daß die Schärfe der Fluoreszenzbilder bei einer Zerlegung des Strahls durch magnetische und elektrostatische Felder bei Totaldrucken unter $\frac{4}{100000}$ mm Hg durch die Umladungserscheinungen nicht mehr in störender Weise beeinflußt wurde. Fig. 2 (nach

Fig. 2.

einer Photographie angefertigt) zeigt das Bild, wie es der zerlegte Strahl auf dem Schirm hervorbringt. Der Punkt n rührt von den neutralen, nicht ablenkbaren Teilchen her, ferner sieht man drei verschieden starke Kurven H, H_2 und C, die sich bei der Ausmessung als Parabeln erwiesen. Wir haben es also mit Ionengruppen von verschiedenem, aber konstantem $\frac{e}{m}$ zu tun, die eine von einer oberen Grenze an abnehmende Geschwindigkeit besitzen. Die Parabel H rührt von Wasserstoffatomen her, H_2 von Wasserstoffmolekülen mit einfacher Elementarladung und C von Kohlenstoffatomen. Die direkte Messung der Geschwindigkeit kann nur an einem homogenen Strahl von konstantem $\frac{e}{m}$ und v erfolgen. Man muß sich also aus dem zerlegten einen kleinen Teil ausblenden und zwar entnahm ich denselben aus der intensivsten, der Wasserstoffparabel, in der Nähe ihres unteren Endes, um möglichst große Helligkeit zu erhalten.

Der Strahl wurde daher nach seinem Austritt aus der Kapillare im Raume Z (Fig. 1) durch ein magnetisches (M) und elektrostatisches (S) Feld zerlegt und fiel dann auf den lumensperrenden Fluoreszenzschirm L. Auf diesem entsteht dann ein Bild, wie es Fig. 2 zeigt. Der Schirm besitzt in der Mitte ein kleines Loch von 0,8 mm Durchmesser. Die Blende L befindet sich in dem eigentlichen Beobachtungsrohr B, das mit dem Zerlegungsrohr durch ein Kugelgelenk C verbunden ist.

Dieses Gelenk gestattete es, das Beobachtungsrohr nach allen Richtungen frei um etwa 15° zu schwenken, ohne daß eine Störung des Vakuums eintrat. Durch geeignete Drehung des Beobachtungsrohrs kann man es erreichen, daß das Loch in der Blende nur einem bestimmten Teil des zerlegten Strahls den Eintritt gestattet. Schwankt der Druck im Entladungsrohre und damit das Entladungspotential, so gleitet zwar die Parabel über dem Loche auf und nieder, aber nur diejenigen Teilchen, die eine ganz bestimmte Geschwindigkeit haben können, passieren das Loch. Schwankungen des Entladungspotentials rufen daher nur Intensitätsänderungen hervor und wir erhalten im Beobachtungsraum einen homogenen Strahl von automatisch konstant gehaltenem $\frac{e}{m}$ und v.

Die Verwendung eines solchen Strahls wird auch, abgesehen von dem vorliegenden Zweck, häufig z. B. bei Untersuchung der Umladungserscheinungen und der chemischen Wirkungen der Strahlen usw. notwendig werden, um eindeutigere Resultate zu erhalten, als sie bisher die Versuche mit undefinierten Strahlgemischen liefern konnten.

Im Beobachtungsraum passiert der Strahl zuerst das Ablenkungsfeld A_1 (Fig. 1) und nach Zurücklegung der Strecke s ein zweites A_2, dessen Platten senkrecht zu denen des ersten angeordnet sind und fällt schließlich auf den Sidotblendeschirm S.

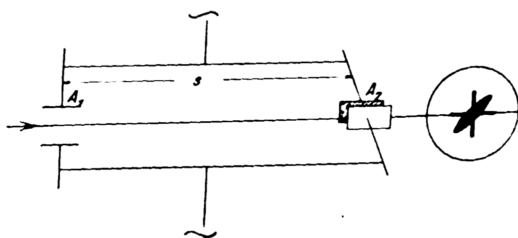


Fig. 3.

(Fig. 3 zeigt diesen Teil der Apparatur schematisch deutlicher, der Schirm ist in der Bildebene gezeichnet.) Erzeugt man zwischen den Platten A_1 ein Wechselfeld, so wird der

1) Sitzber. d. Heidelb. Akad., Abh. 4.
2) Ibid. Abh. 21.

Fluoreszenzfleck zu einer senkrechten Geraden auseinander gezogen, erzeugt man es zwischen den Platten A_2, so entsteht ein horizontaler Streifen. Gleichzeitiges Wirken beider Felder, wenn sie synchron und gleichphasig sind, läßt im allgemeinen eine Ellipse entstehen. Nur wenn die Zeit, die der Strahl zur Zurücklegung der Strecke s benötigt, gleich der halben Schwingungsdauer des Wechselfelds ist, muß die Ellipse in eine schräge Gerade übergehen. Wurde nun ein geeignetes Wechselpotential durch symmetrische Zuleitungen an die beiden Plattenpaare angelegt, so verschwand im allgemeinen der Fluoreszenzfleck auf dem Schirm. Die geringe zur Verfügung stehende Lichtmenge wurde nämlich auf eine Ellipse verteilt, die sich wegen der geringen Helligkeit der Wahrnehmung entzog. Veränderte ich die Wechselzahl, so erschien allmählich eine schwach sichtbare längliche Ellipse, die bei weiterer Variierung in einen wohldefinierten Strich überging, bei noch weiterer Änderung verbreiterte sich derselbe wieder bis zum allmählichen Verschwinden. Es wurde nun mehrfach auf eine möglichst große Schärfe des Striches eingestellt und dann sofort die Wechselzahl der Felder mit einem Frequenzmesser gemessen.

Die Geschwindigkeit des ausgeblendeten Strahls ergab sich als Mittelwert aus 26 Messungen zu $2{,}51 \cdot 10^8$ cm/sec^{-1}.

Diese mit einem Minimum spezieller Voraussetzungen arbeitende Methode der Geschwindigkeitsmessung bietet eine weitere Stütze für die Auffassung der Kanalstrahlen als Strahlen bewegter Ionen, die ihre kinetische Energie dem beschleunigenden Potential verdanken. Eine solche direkte Messung schien besonders zur Zeit des Beginnes dieser Arbeit deshalb von Wert zu sein, weil J. J. Thomson damals durch seine Versuche zu dem Schlusse gekommen war, die Geschwindigkeit der Kanalstrahlen sei konstant und zwar gleich $2 \cdot 10^8$ cm/sec^{-1}, also unabhängig vom Entladungspotential. Die kinetische Energie der Strahlteilchen sollte aus dem Energieinhalt des Atoms oder Moleküls etwa nach Art einer radioaktiven Substanz stammen, der Entladungsvorgang sollte dieselbe nur auslösen. Bei der eben beschriebenen Methode ergab sich im Gegensatz hierzu, daß die Strahlgeschwindigkeit vom Entladungspotential abhängt, was auch schon vorher[1]) von v. Dechend und Hammer auf anderem Wege nachgewiesen worden ist.

Es wurde ferner die Größe der Ablenkung gemessen, die ein bekanntes elektrostatisches Feld F an dem Strahl, dessen Geschwindigkeit v bekannt war, hervorrief.

Aus Gleichung I wurde dann sein $\frac{e}{m}$ berechnet

$$y = \frac{e}{mv^2} l\left(\frac{l}{2} + W\right) F. \qquad \text{(I)}$$

y = Ablenkung auf dem Schirm,
l = Länge des el.-stat. Feldes,
F = Stärke des el.-stat. Feldes,
W = feldfreier Weg bis zum Schirm.

Als Mittelwert aus 20 Messungen ergab sich die spezifische Ladung zu 10040. Dieser Wert weicht von dem aus der Elektrolyse für Wasserstoffionen ermittelten (9654) nur um 3,6 Proz. ab und liegt gänzlich innerhalb der zugelassenen Fehlergrenze.

Eine erneute $\frac{e}{m}$-Bestimmung an Wasserstoffkanalstrahlen schien deshalb nicht überflüssig zu sein, weil der von J. J. Thomson[1]) gefundene Wert (12400) um fast 30 Proz. vom theoretischen abweicht. Thomson hat diesen Wert durch gleichzeitige magnetische und elektrostatische Ablenkung gemäß Gleichung I und II ermittelt.

$$x = \frac{e}{mv}\int_0^Z dZ \int_0^Z H\,dZ. \qquad \text{(II)}$$

x = magn. Ablenkung,
H = Stärke des magn. Feldes.

Der Strahl verläuft in der Z-Achse.

Der von Thomson erhaltene Wert weicht von dem theoretischen so weit ab, daß man auf den Gedanken kommen könnte, die Differenz sei nicht lediglich durch Meßfehler zu erklären, sondern irgendwie im Wesen der Kanalstrahlen selbst begründet. Thomson hat daher auch die Vermutung ausgesprochen, die Wasserstoffionen hätten während eines Teils der Zeit doppelte Ladung besessen, d. h. daß es auch zweiwertige H-Ionen geben könne. Nach den Ergebnissen der vorliegenden Arbeit wird man diese Annahme wenigstens für die bisher erreichten Kanalstrahlgeschwindigkeiten als unnötig fallen lassen und die Abweichung auf Meßfehler zurückführen dürfen. Dieselben werden wohl hauptsächlich durch die Schwierigkeit zu erklären sein, das Feldintegral über den Strahlweg bei einem so starken Magnetfeld, wie es hierzu nötig ist, mit hinreichender Genauigkeit zu bestimmen.

Ich möchte noch darauf hinweisen, daß es wohl möglich sein wird, diese Methode zu einer

1) v. Dechend und Hammer, Ber. d. Heidelberg. Akad. 1910, Abh. 21 u. Berichte d. Freiburger Naturf. Gesellsch. 1910, Heft 2.

1) Phil. Mag. (6) **18**, 821, 1909.

$\frac{e}{m}$-Bestimmung an Kathodenstrahlen auszubilden. Da es viel leichter ist, einen nach $\frac{e}{m}$ und v homogenen Kathodenstrahl von großer Intensität zu erzeugen, als einen entsprechenden Kanalstrahl, so wird eine ziemlich große Genauigkeit erzielt werden können. Es würde auch möglich sein, auf diese Weise $\frac{e}{m}$ und v von α-Teilchen verschiedener Herkunft genau zu bestimmen.

Diskussion.

Nernst: Sind Sie der Meinung, daß es überhaupt keine positiven Ionenstrahlen mit doppelter Elementarladung gibt? Die Heliumatome bei radioaktiven Prozessen tragen doch doppelte Ladung.

Hammer: Gewiß, z. B. auch Kohlenstoffatome mit doppelter Ladung. Nur sind bisher doppelt geladene Wasserstoffionenstrahlen nicht nachgewiesen worden.

H. Rubens und H. v. Wartenberg (Berlin), Absorption langwelliger Wärmestrahlen in einigen Gasen.

Während in dem kurzwelligen Gebiete zahlreiche Messungen des Absorptionsspektrums gasförmiger Körper vorliegen, ist in dem Bereiche der großen Wellenlänge über die Absorption der Gase nur wenig bekannt. Allerdings läßt sich die Absorption in diesem Spektralgebiet mit den heute vorhandenen Hilfsmitteln bei weitem nicht so vollständig bestimmen, wie in dem kurzwelligen Ultrarot unterhalb 20 μ, in welchem die spektrometrische Methode anwendbar ist. Vielmehr ist man genötigt, im langwelligen Spektrum die Untersuchung der Absorption auf einige mehr oder minder inhomogene Strahlenbündel zu beschränken. Immerhin bietet die Frage, ob und inwieweit die Gase imstande sind, Wärmestrahlen von großer Wellenlänge zu absorbieren, erhebliches Interesse. Es ist dies bisher nur in einigen Fällen bei Wasserdampf, Kohlensäure, Alkoholdampf und Ätherdampf untersucht worden. Die Versuche, deren Ergebnisse im folgenden mitgeteilt werden, sind zu dem Zwecke unternommen worden, die erwähnte Lücke auszufüllen.

Die Messungen wurden für 22 Gase und 5 verschiedene Strahlenarten vorgenommen, und zwar

1. für die durch eine 1 cm dicke Sylvinschicht filtrierten Reststrahlen des Flußspates; mittlere Wellenlänge 23 μ;

2. für die durch 1,8 mm Quarz filtrierten Reststrahlen von Steinsalz; mittlere Wellenlänge 52 μ;

3. für die mittels Quarzlinsen isolierte langwellige Strahlung des Auerbrenners; mittlere Dicke der im Strahlengange befindlichen Quarzschicht 25 mm; mittlere Wellenlänge 110 μ;

4. für die mittels Quarzlinsen isolierte langwellige Strahlung der Quarzquecksilberlampe, unfiltriert;

5. für die in gleicher Weise erzeugte Strahlenart, durch 0,4 mm dicke schwarze Pappe filtriert; mittlere Wellenlänge 314 μ.

Im einzelnen ist zu den hier aufgeführten Strahlenarten folgendes zu bemerken: Durch die Einschaltung einer 1 cm dicken Sylvinschicht wird nicht nur das Energiemaximum der Reststrahlen des Flußspates nach kurzen Wellen verschoben, sondern die Strahlung wird auch viel homogener, da eine Sylvinschicht von dieser Dicke den jenseits $\lambda = 25\ \mu$ gelegenen Teil der Strahlung nahezu vollkommen absorbiert[1]).

Die Energiekurve der Reststrahlen des Steinsalzes besitzt bekanntlich zwei getrennte Maxima (bei $\lambda = 46{,}9$ bzw. $53{,}6\ \mu$), von welchen das langwelligere bei den hier obwaltenden Erzeugungsbedingungen das höhere ist[2]).

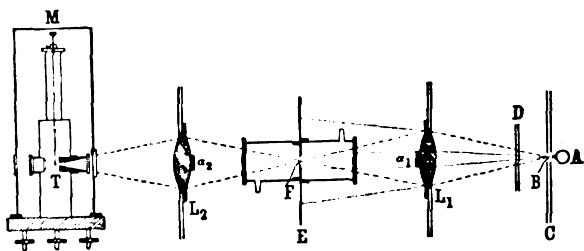
Die Energieverteilung der unter 3., 4. und 5. genannten Strahlenarten ist früher mit Hilfe des Interferometers untersucht worden. Die langwellige Strahlung des Auerbrenners besitzt ein Maximum bei etwa 100 μ. Die Energiekurve ist stark unsymmetrisch und zeigt einen steilen Abfall nach Seite der kurzen, einen sanften Abfall nach Seite der langen Wellen, so daß der Schwerpunkt der Strahlung bei etwa 110 μ gelegen ist[3]). Die von der Quecksilberlampe ausgesandte langwellige Strahlung entspricht im wesentlichen zwei Emissionsgebieten, von welchen das kurzwelligere bei 218 μ, das langwelligere bei 343 μ ein Maximum besitzt. Bei der unfiltrierten Strahlung ist die Intensität, welche von dem kurzwelligen Emissionsgebiete herrührt, nicht viel geringer als diejenige des langwelligen Streifens; auch enthält diese unfiltrierte Strahlung einen noch kurzwelligeren Anteil, welcher von dem heißen Quarzrohr der Lampe herrührt und dessen Zusammensetzung sich nur wenig von der unter 3. genannten Strahlenart unterscheidet. Nach der Filtrierung durch schwarze Pappe verschwindet diese relativ kurzwellige Teilstrahlung fast vollständig; auch der bei 218 μ gelegene Streifen wird stark geschwächt, und es

1) H. Rubens u. A. Trowbridge, Wied. Ann. **60**, 724, 1897.
2) H. Rubens u. H. Hollnagel, Verh. d. D. Phys. Ges. **12**, 84, 1910.
3) H. Rubens u. R. W. Wood, Verh. d. D. Phys. Ges. **13**, 88, 1911. Die mittlere Wellenlänge des Strahlenkomplexes hängt von der Dicke der im Strahlengange befindlichen Quarzschicht ab.

überwiegt die Intensität des langwelligen Streifens bedeutend, so daß die mittlere Wellenlänge des gesamten von der schwarzen Pappe hindurchgelassenen Strahlenkomplexes etwa 314 μ beträgt[1]).

Die Versuchsanordnungen, deren wir uns zur Isolierung der verschiedenen Strahlenarten bedienten, sind im wesentlichen mit den früher verwendeten und a.a.O. beschriebenen Aufstellungen identisch. Bezüglich der Reststrahlenanordnungen ist nur zu erwähnen, daß vier Steinsalz- und drei Flußspatflächen verwendet wurden und daß das benutzte Absorptionsrohr zwischen dem als Strahlungsquelle dienenden Auerbrenner und den reflektierenden Kristallplatten in dem Strahlengang eingeschaltet war. Als Absorptionsgefäße wurden etwa 20 cm lange und 5 cm weite Rohre aus Glas bzw. Messing benutzt, welche an den Enden senkrecht abgeschnitten und mit 4,5 mm dicken Sylvinplatten bzw. mit 0,7 mm dicken Quarzplatten verschlossen waren, je nachdem ob es sich um die Untersuchung der Reststrahlen von Flußspat oder Steinsalz handelte.

Auch die Quarzlinsenanordnung konnte für den vorliegenden Zweck in der früher verwendeten Form fast unverändert beibehalten werden. Das Absorptionsrohr K (s. Figur) wurde zwischen den Quarzlinsen L_1 und L_2 eingeschaltet. Es enthielt in seiner Mitte eine mit



dem kreisförmigen Diaphragma F versehene Scheidewand, welche in Gemeinschaft mit dem das Rohr umgebenden Schirme E die durch die Linse L_1 hindurchtretenden kurzwelligen Strahlen zurückhielt, während die langwelligen Strahlen, für welche der Brechungsexponent $n = 2,14$ ist, durch das Diaphragma F hindurchgingen.

Als Meßinstrument diente in allen Fällen ein Mikroradiometer, welches von einer luftdicht schließenden Glocke umgeben war. Das den Wärmestrahlen Einlaß gewährende Fenster der Glocke bestand bei den Versuchen mit Reststrahlen von Flußspat aus einer 1,75 mm dicken Sylvinplatte, sonst stets aus einer 0,7 mm dicken Quarzplatte. Die Schwärzung des Thermoelementes geschah mit einem Gemisch von Natronwasserglas und Ruß.

Von den zu untersuchenden Gasen wurden Wasserstoff, Chlor, schweflige Säure, Kohlensäure und Ammoniak den käuflichen Bomben entnommen. Stickoxydgas wurde durch Einwirkung von Salpetersäure auf Kupfer entwickelt und mit konzentrierter Schwefelsäure getrocknet, wobei zugleich das sich bildende N_2O_4 absorbiert wurde[1]). Lachgas wurde aus Hydroxylaminsulfat und Natriumnitrit gewonnen, Chlorwasserstoffgas aus Salmiak und Schwefelsäure, Schwefelwasserstoff aus Schwefeleisen und Salzsäure, Methan aus essigsaurem Natrium und Natronkalk (durch Glühen), Azetylen aus Kalziumkarbid und Wasser, Äthylen aus Schwefelsäure und Alkohol dargestellt und mit Natronlauge gewaschen. Kohlenoxyd wurde sowohl aus Schwefelsäure und Ameisensäure als auch aus Schwefelsäure und Blutlaugensalz entwickelt. Cyan wurde durch Erhitzen von Cyanquecksilber gewonnen und mit saurer Silbernitratlösung gewaschen, um die Blausäure zu entfernen. Als Trockenmittel wurde je nach Umständen Schwefelsäure, Chlorkalzium oder Phosphorpentoxyd verwendet. Die Dämpfe von Brom, Äthyläther, Äthylalkohol, Schwefelkohlenstoff und Chloroform und Pentan wurden aus den käuflichen Flüssigkeiten entwickelt, indem ein Strom trockener Zimmerluft durch zwei hintereinander geschaltete, mit der betreffenden Flüssigkeit gefüllte Waschflaschen hindurchgesaugt und in das Absorptionsgefäß eingeführt wurde. In der zweiten Waschflasche befand sich ein Thermometer zur Beobachtung der Temperatur, welche dem Sättigungsdruck des Dampfes entsprach. Da die Temperatur im Absorptionsgefäß stets etwas höher war als in der zweiten Waschflasche, so konnte keine Kondensation von Flüssigkeit in dem Apparate eintreten.

Zur Untersuchung der Wasserdampfabsorption wurde ein in früheren Arbeiten bereits mehrfach verwendetes 40 cm langes, 10 cm weites, an den Enden offenes Messingrohr benutzt, welches mit einer Heizspirale aus Eisendraht umwunden war. Durch ein seitliches Ansatzrohr konnte aus einem kleinen Kessel Wasserdampf von 100° in das Absorptionsrohr eingeleitet werden, während dasselbe mit Hilfe des Heizstromes auf einer Temperatur von etwa 150° gehalten wurde. Wegen der offenen Enden läßt sich die wirksame Länge des Rohres nicht genau angeben. Um ver-

1) H. Rubens u. O. v. Baeyer, Ber. d. Kgl. Preuß. Akad. d. Wiss. 1911, S. 339 u. 666.

1) Kleine Mengen beigemischten N_2O sind auf die Resultate der Absorptionsmessung ohne Einfluß, da NO an allen Stellen stärker absorbiert als N_2O (siehe die umstehende Tabelle).

Substanz	Druck p	Reststrahlen von Fluorit	Reststrahlen von Steinsalz	Langwellige Strahlung des Auerbrenners	Langwellige Strahlung der Quecksilberlampe	
	cm	$\lambda = 23\,\mu$	$\lambda = 52\,\mu$	$\lambda = 110\,\mu$	unfiltriert	filtriert durch schwarze Pappe $\lambda = 314\,\mu$
H_2	76	100	100	100	100	100
Cl_2	76	100	99,6	99,5	98,5	97,6
Br_2	20	100	100	100	100	100
HCl	76	97,4	29,8	11	37,1	61
SO_2	76	22,6	76,9	12,7	6	4,8
CO_2	76	100	100	100	100	100
CO	76	100	100	94,1	92,1	91,6
H_2S	76	99,6	11,6	5,4	10,3	21,4
N_2O	76	100	96,8	98,4	93,3	90,8
NO	76	—	94	99	87,3	85,5
$(CN)_2$	76	100	97,8	100	99,3	—
NH_3	76	83,1	0,5	9	43,3	66,7
CH_4	76	91,0	94,3	99,2	100	100
C_2H_2	76	99,5	87,4	97,3	97,9	100
C_2H_4	76	99	96,4	92,8	100	100
CS_2	26	97,8	100	100	99,5	100
C_2H_6O	5,9	85,4	5,4	58	52,4	49,9
$(C_2H_5)_2O$	51	26,8	46	34	21,8	10,7
C_5H_{12}	46	66[2]	44,5	88,8	87	84,2
CH_3Cl	13,5	98,0	100	100	95,4	94,7
H_2O[2]	76	39,6	0,7	19,6	33,6	49,2

1) Für Reststrahlen von Flußspat betrug der Partialdruck des Pentandampfes nur 36 cm. 2) Die Länge des Absorptionsrohres betrug bei den Versuchen mit Wasserdampf 40 cm.

gleichbare Resultate zu erhalten, haben wir deshalb auch für diejenigen Strahlenarten, für welche die Wasserdampfabsorption bereits bestimmt war, unter Benutzung des beschriebenen Absorptionsrohres neue Messungen vorgenommen. Für die Reststrahlen des Flußspates war dies übrigens schon deshalb nötig, weil, wie oben ausgeführt worden ist, die Zusammensetzung dieser Strahlenart durch Einschaltung einer Sylvinschicht erheblich verändert wird und der früher bestimmte Absorptionswert nur für die unfiltrierte Strahlung Geltung besitzt[1]).

Bei den Reststrahlenanordnungen ließ sich das 40 cm lange Wasserdampfabsorptionsrohr wiederum leicht zwischen der Lichtquelle und den reflektierenden Platten anordnen. Bei dem Quarzlinsenapparat dagegen mußte das Dampfrohr seiner hohen Temperatur und starken Eigenstrahlung wegen außerhalb der in der Figur dargestellten Anordnung, d. h. jenseits des Schirmes C, angebracht werden. Die Quecksilberlampe A wurde zu diesem Zwecke um 70 cm zurückgeschoben und mit Hilfe einer dritten Quarzlinse L_3 von 8 cm Durchmesser und 12,5 cm Brennweite[2]) ein verkleinertes Bild der Lichtquelle auf dem Diaphragma B entworfen. Zwischen der Lichtquelle A und der Linse L_3 war dann für die Einschaltung des Dampfrohres genügend Raum vorhanden, und die Größe der verwendeten Öffnungskegel blieb nahezu unverändert.

In der vorstehenden Tabelle sind die Resultate sämtlicher Messungen zusammengestellt. Die angegebenen Zahlen bedeuten die beobachtete Durchlässigkeit in Prozenten der auffallenden Strahlung. Die Länge des Absorptionsrohres betrug bei den Versuchen mit Reststrahlen von Steinsalz sowie der langwelligen Strahlung des Auerbrenners und der Quecksilberlampe 20,0 cm, für die Reststrahlen von Flußspat 20,5 cm und zwar für sämtliche Substanzen mit Ausnahme des Wasserdampfes, die Temperatur meist 25 bis 27° C. Nur bei den Versuchen mit Kohlenoxyd, Cyan, Schwefelkohlenstoff und Chloroform war die Temperatur im Absorptionsrohr zwischen 18 und 20° C und beim Wasserstoff betrug sie etwa 110°.

Vollkommen frei von Absorption für sämtliche untersuchten Strahlenarten sind neben trockener Luft nur Wasserstoff, Kohlensäure, Brom und vielleicht auch Chlor, Cyan und Schwefelkohlenstoffdampf. Die schwache Absorption, welche bei dem Chlor und Cyan beobachtet wurde, rührt vielleicht von geringen Verunreinigungen her. Sie trat jedoch in jeder Versuchsreihe deutlich hervor. Daß Schwefelkohlenstoffdampf für die Reststrahlen von Fluorit nicht vollkommen durchlässig erscheint, ist vielleicht durch ein Beschlagen der Sylvinplatten zu erklären. Freilich war kein derartiger Beschlag mit dem Auge erkennbar.

1) H. Rubens u. E. Aschkinaß, Wied. Ann. **64**, 584, 1898. Für die unfiltrierten Reststrahlen des Flußspates, welche durch Reflexion der Strahlung eines Zirkonbrenners an vier Flußspatflächen erzeugt worden waren, hatte sich bei gleicher Dicke der Wasserdampfschicht eine Durchlässigkeit von 31 Proz. ergeben.

2) Diese Angabe bezieht sich auf lange Wellen von dem Brechungsexponenten $n = 2{,}14$.

Daß trockene Zimmerluft nicht absorbiert, wurde für die langwellige Strahlung der Quecksilberlampe durch Evakuieren des Absorptionsgefäßes festgestellt. Bei den übrigen Strahlenarten wurde die Durchlässigkeit der Luft aus der Tatsache geschlossen, daß niemals ein größerer Ausschlag beobachtet wurde, wenn das Absorptionsgefäß mit einem anderen Gas gefüllt war, und daß eine Reihe von Gasen genau denselben Ausschlag lieferte wie trockene Zimmerluft.

Unter den als durchlässig bezeichneten 7 Gasen befinden sich die sämtlichen untersuchten Elemente.

Besonders starke Absorption zeigen Chlorwasserstoff, schweflige Säure, Schwefelwasserstoff, Ammoniak und Alkoholdampf. Diese starke Absorption kann sowohl durch die Schwingung einzelner elektrisch geladener Atome oder Atomgruppen als auch durch die Rotation der Moleküle veranlaßt sein. Unter Zugrundelegung der letzteren Annahme würde sich z. B. für das Chlorwasserstoffmolekül bei Zimmertemperatur eine Umlaufszahl $\nu = 3 \times 10^{12}$ ergeben, was jedenfalls der Größenordnung nach mit dem aus der kinetischen Gastheorie berechneten Werte übereinstimmt [1]).

Die untersuchten Stickstoffsauerstoff- und Kohlenwasserstoffverbindungen erweisen sich im Gebiete der langen Wellen im ganzen als schwach absorbierend. Unter ihnen besitzt Pentan die geringste Durchlässigkeit. Auch Kohlenoxyd und Chloroformdampf zeigen nur geringe Absorption.

Der Wasserdampf nimmt, wie man sieht, in Beziehung auf die Stärke der ausgeübten Absorption im Vergleich mit den übrigen Gasen durchaus keine Sonderstellung ein. Nahezu vollständige Absorption zeigt eine Wasserdampfschicht von dieser Dicke (etwa 40 cm) für die Reststrahlen von Steinsalz und, wie aus älteren Versuchen[2]) hervorgeht, auch für diejenigen von Sylvin ($\lambda = 63\,\mu$). Dagegen ist die Durchlässigkeit einer solchen Dampfschicht für die Reststrahlen von Bromkalium (82 μ) und Jodkalium (96 μ), wie früher gezeigt worden ist[3]), wiederum viel größer und beträgt 39 bzw. 33 Proz. Für noch längere Wellen nimmt dann ihre Durchlässigkeit zunächst wieder ab, und zwar erhält man für die durch Quarzlinsen isolierte langwellige Strahlung des Auerbrenners 19,6 Proz., wenn sich 17 mm Quarz im Strahlengange befinden, und 15,6 Proz., wenn die Dicke der eingeschalteten Quarzschicht auf etwa 30 mm erhöht wird. Für die langwelligsten untersuchten Wärmestrahlen ist die Wasserdampfabsorption wiederum bedeutend geringer.

1) Für das Chlorwasserstoffmolekül erhält man $\nu = 3 \times 10^{12}$ bei $T = 300^0$ abs., wenn man die Entfernung des *H*-Atoms von dem *Cl*-Atom gleich $1,3 \times 10^{-8}$ cm annimmt.

2) H. Rubens u. E. Aschkinaß, Wied. Ann. **65**, 241, 1898.

3) H. Rubens u. H. Hollnagel, l. c., S. 95.

Von besonderem Interesse erschien es uns, die Absorption des Quecksilberdampfes für die von der Quarzquecksilberlampe ausgesandte langwellige Strahlung zu untersuchen. Als Absorptionsgefäß wurde zu diesem Zwecke ein Quarzkolben von 5 cm Durchmesser und etwa 1 mm Wandstärke verwendet, welcher einige Kubikzentimeter Quecksilber enthielt und durch einen großen Bunsenbrenner erwärmt werden konnte. An dem Halse des Kolbens war ein längeres Quarzrohr angeblasen, welches als Rückflußkühler diente. Die Strahlen der Lichtquelle *A* wurden ebenso wie bei den Wasserdampfversuchen mit Hilfe einer dritten Quarzlinse L_3 auf das Diaphragma *B* geworfen und mußten auf ihrem Wege den Quarzkolben passieren, welcher sich zwischen der Quecksilberlampe und der Linse L_3 befand[1]). Die Absorption des Quarzkolbens wurde nun gemessen:

1. wenn der Quarzkolben kalt und mit Luft gefüllt war;

2. wenn er, ohne Quecksilber zu enthalten, mit der Bunsenflamme bis etwa 500⁰ erwärmt wurde.

3. wenn er bei der gleichen Temperatur mit Quecksilberdampf von Atmosphärendruck gefüllt war.

In allen drei Fällen ergab sich innerhalb eines Prozentes die gleiche Durchlässigkeit. Die Absorption des Quecksilberdampfes für die von der Quecksilberlampe ausgehende langwellige Strahlung ist somit in einer Schicht von etwa 5 cm Dicke und Atmosphärendruck noch nicht merklich. Man wird hierdurch zu dem Schlusse geführt, daß jene Strahlung wahrscheinlich[2]) keine Temperaturstrahlung gewöhnlicher Art ist, sondern eine Luminiszenzstrahlung, welche nicht von neutralen Molekülen, sondern von Ionen hervorgerufen wird. Wie man sich etwa den Emissionsvorgang bei einer solchen Lumineszenzstrahlung von ionisiertem Quecksilberdampf vorstellen kann, ist

1) Der für die Beobachtung der Ausschläge benutzte Klappschirm *D* konnte bei diesen Versuchen nicht an der in Fig. 1 gezeichneten Stelle eingeschaltet werden, sondern wurde zwischen der Strahlungsquelle *A* und dem Quarzkolben angebracht, um eine Beeinflussung der Absorptionsmessungen durch die Eigenstrahlung des heißen Absorptionsgefäßes zu verhindern. Die gleiche Vorsichtsmaßregel wurde auch bei den zuvor beschriebenen Wasserdampfversuchen in Anwendung gebracht.

2) Dieser Schluß würde vollkommen streng sein, wenn der Quecksilberdampf im Absorptionsgefäß gleiche Temperatur und gleichen Druck besäße, wie in der Quecksilberbogenlampe; dies läßt sich aber aus technischen Gründen nicht erreichen.

an der Hand eines von Herrn F. A. Lindemann herrührenden Gedankens früher erörtert worden[1]).

Diskussion.

Einstein: Es liegt wohl eine gewisse Schwierigkeit vor, weil man nicht weiß, was man unter Lumineszenzstrahlung zu verstehen hat. Je mehr ein System vom Zustand thermodynamischen Gleichgewichts abweicht, desto mehr verschwimmen die Unterschiede zwischen Temperatur- und Lumineszenzstrahlung, weil der Temperaturbegriff seine Bedeutung verliert. Wir können nicht sagen, was bei der Quecksilberlampe die Temperatur in der Lampe ist. Gewiß, in bezug auf die fortschreitenden Moleküle wird eine gewisse Temperatur herrschen, nicht aber in bezug auf die Ionen. In dem Sinne ist die Strahlung der Quecksilberdampflampe sicher Lumineszenzstrahlung, als bei der Temperatur, welche ein in der Lampe befindliches Thermometer anzeigen würde, die Strahlung der Lampe ohne Strom nicht emittiert würde. Aber es scheint nicht ausgeschlossen zu sein, daß eine solche Strahlung bei höherer Temperatur ohne Strom emittiert würde, bzw. daß es sich bei der Strahlung der Quecksilberlampe um eine mit der Temperaturstrahlung bei gewissen Temperaturen im wesentlichen übereinstimmende Art der Ausstrahlung handele.

Rubens: Man kann doch wohl aus dem Absorptionsversuch mit Quecksilberdampf den Schluß ziehen, daß die langwellige Strahlung höchstwahrscheinlich von geladenen Ionen herrührt und nicht von neutralen Molekülen. Es würde das zugunsten der von Herrn Lindemann vertretenen Anschauung sprechen. Wenn ein Gas durch Temperaturerhöhung allein ionisiert werden kann, was übrigens noch nicht feststeht, so würde allerdings im Bereiche der hohen Temperaturen eine scharfe Grenze zwischen Temperaturstrahlung und Lumineszenzstrahlung auf Grund der alten Definitionen kaum gezogen werden können.

1) H. Rubens u. O. v. Baeyer, l. c., S. 675.

Joh. Koenigsberger (Freiburg i. B.), Physikalische Messungen der chemischen Affinität durch Elektrizitätsleitung und Kanalstrahlen.

I.

1. Die chemische Affinität ist nach den Anschauungen von Berzelius, Faraday, Clausius, Helmholtz eine elektrische Affinität. Abegg hat zuerst diesen Gedanken für das ganze periodische System konsequent durchgeführt. Die unitarische Auffassung mit einer Art des Elementarquantums (Elektron) ist von Helmholtz, Richarz, Stark, Reinganum ausgebildet worden.

Der Vortragende möchte zwei Arten von Affinität des Elektrons zum Atom unterscheiden: 1. die durch weithin wirkende elektrostatische Anziehung bedingte äußere Affinität; 2. die durch elektrische Kräfte im Atom hervorgerufene, an bestimmte Stellen des Atoms lokalisierte elektrochemische oder innere Affinität.

Einige Beispiele können vielleicht am besten den Unterschied erläutern. Natrium- oder Quecksilberdampf gibt keine Elektronen frei; die Dämpfe sind praktisch Isolatoren. Andererseits sind aber in ihnen im festen Zustande freibewegliche Elektronen vorhanden, und in Lösung ist das positive Ion für sich abscheidbar. Die elektrischen und ein Teil der optischen[1]) Eigenschaften der Dämpfe beruhen also auf der äußeren Affinität. Die äußere Affinität bestimmt ferner den Lenardeffekt, den Wehnelt- und Richardsoneffekt und photoelektrischen Effekt im festen Zustande. Es muß hervorgehoben werden, daß der elektrische neutrale Zustand eines Atoms vielleicht nur etwas Relatives, für einen bestimmten Weltkörper Gültiges ist.

Die innere Affinität oder die chemische Affinität ist die Affinität des Elektrons zu einer bestimmten Valenzstelle im Atom. Elektrochemisch mißt man z. B. in der Spannungsreihe durch die Neutralisation des positiven Metallions die Affinität des Elektrons zum positiven Ion, und das ist wegen des Verschwindens der äußeren elektrischen Kräfte im wesentlichen die erste Art innerer Affinität. Die Neutralisation des negativen Ions in der Lösung ist die Entziehung eines Elektrons vom Atom und gibt die zweite Art innerer Affinität. Beide Arten sind da wohl noch durch die spezifischen Eigenschaften des Wassers stark beeinflußt.

II.

2. Durch Ermittelung der Abhängigkeit des elektrischen Widerstandes[2]) von der Tempera-

1) So vielleicht die von H. Rubens und O. v. Baeyer entdeckte selektive Absorption des *Hg*-Dampfes für sehr lange Wärmewellen.

2) Die experimentelle Bestimmung des Widerstandes ist in Ann. d. Phys. **32**, 179, 1910, beschrieben. Sie kann entweder mit der Thomsonschen Brücke oder durch Kompensation von Potentialdifferenzen erfolgen. Wie man gute Kontakte erzielt, ist loc. cit. und außerdem von O. Reichenheim, Inaug.-Diss., Freiburg i. B. 1906, S. 12 bis 14, auseinandergesetzt. Wie man nicht verfahren darf, ist von den Herren F. Streintz und A. Wellik, diese Zeitschr. **12**, 845, 1911 (vgl. dazu auch diese Zeitschr. **12**, 1139, 1911) dargelegt worden. Die Hauptsache ist, daß man homogenes chemisch reines Material auswählt.

tur zwischen -180^0 und $+1000^0$ kann, wie der Verfasser gezeigt, die Dissoziationswärme Q in Grammkalorien von 1 g Atom negatives Elektron mit 1 g Atom oder Mol positives Ion bei 0^0 abs. berechnet werden. Wenn N die Elektronenzahl bei T^0 abs., U die Maximalzahl der „freien", d. i. die elektrische Leitung vermittelnden Elektronen, R die Größe 2,00 bedeutet, so ist $N = U e^{-\frac{Q}{RT}}$ und es ist der Widerstand w_T bei T^0 abs. bzw. t^0 C:

$$w_T = w_0 (1 + \alpha t + \beta t^2) e^{+\frac{Q}{R}\left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_0}\right)}.$$

Hierbei entspricht die Größe $w_0(1 + \alpha t + \beta t^2)$, die angenähert $= w_0 \frac{T}{T_0}$ ist, dem Verhalten der „idealen" Metalle. Wie das Verhalten des „idealen" Metalles bei sehr tiefer Temperatur ist, und inwieweit die einzelnen realen Metalle sich dem Verhalten des idealen Metalles nähern, ist eine Frage, welche nur durch das Experiment entschieden werden kann. Wir werden im folgenden darauf zurückkommen. Die hier dargelegten Anschauungen mögen aber noch durch eine Vergleichung besser erläutert werden.

Erhitzt man z. B. Stickstoffdioxyd oder besser festes Kalziumkarbonat, so beobachtete man bekanntlich eine Entwicklung von Kohlensäure, deren Menge durch ein Dissoziationsgesetz von derselben Form gegeben ist wie das für die Elektronen aufgestellte. Ebenso wie bei den Elektronen kann man nicht direkt die Zahl der CO_2-Moleküle bestimmen. Man mißt vielmehr den Gasdruck. Um die Zahl der Moleküle zu berechnen und so das Dissoziationsgesetz zu prüfen, legt man, was bei den hohen Temperaturen berechtigt ist, das für nichtdissoziierende Gase geltende Gesetz von Boyle-Mariotte und das Gesetz von Avogadro zugrunde. In der Elektronentheorie muß man ganz analog das Leitfähigkeitsgesetz für die Elektronen im idealen Metall kennen. Dies Gesetz hat man ebenso wie das Druckgesetz bei den Gasen dadurch erhalten, daß man das empirisch ermittelte Verhalten von Metallen bei höheren Temperaturen, die sich möglichst dem idealen Metall nähern, zugrunde legt.

Eine Schwierigkeit tritt gerade so wie bei der chemischen Dissoziation erst dann auf, wenn Q klein ist, und schon bei tiefer Temperatur die Mehrzahl der Elektronen für die elektrische Leitung frei ist. Wie in diesem Fall für das Gas, wenn dessen Druck bei tiefer Temperatur hoch ist, das Boyle-Mariottesche Gesetz nicht gilt, sondern das von van der Waals oder kompliziertere mit individuellen Konstanten ersetzt werden muß, geht es bei der elektronentheoretischen Deutung der Leitfähigkeit von Substanzen mit kleiner oder verschwindender Dissoziationswärme. Auch hier entspricht nach den neuesten Messungen von Kamerlingh Onnes bei tieferen Temperaturen das Gesetz des idealen Metalles nicht mehr der einfachen Formel $w = w_0 \frac{T}{T_0}$ oder $w(1 + \alpha t + \beta t^2)$, sondern muß durch ein Gesetz mit individuellen Konstanten ersetzt werden. Um das Gesetz des reinen, nichtdissoziierenden Metalles bei ganz tiefen Temperaturen zu finden, muß man sicher wissen, welche Schwermetalle sich dem idealen Zustand am meisten nähern. Außer der Leitfähigkeit erlaubt höchstens der Halleffekt — und auch das nur unter bestimmten Bedingungen — die Änderung der Elektronenzahl, also die Dissoziation oder das Ausbleiben derselben, festzustellen, während wir bei den chemischen Dissoziationsprozessen außer den obenerwähnten Druckmessungen noch direkte chemische Beweise für die Dissoziation besitzen.

Daher muß man vorläufig die Prüfung des Dissoziationsgesetzes der Elektronen in einem Temperaturbereich vornehmen, indem das Verhalten der idealen Metalle an dem übereinstimmenden Verhalten der realen Metalle sicher genug bekannt ist, also zwischen -180^0 und $+2000^0$. Doch ermöglicht wohl die im folgenden gegebene Tabelle des Zusammenhangs zwischen elektrischer Dissoziation und periodischem System Elemente zu finden, bei denen sicher $Q = 0$, vielleicht $Q < 0$, also eine Änderung der Elektronenzahl infolge Dissoziation auch bei tiefen Temperaturen nicht vorhanden sein dürfte. Das sind unter anderem die Schwermetalle mit den größten Atomgewichten, Quecksilber, Platin, Gold, Blei. Namentlich dürfte Quecksilber, weil es leicht ganz rein zu erhalten, dem Idealzustand am nächsten kommen.

Welches die allgemeinen Gesetze für das Verhalten der Elektronen in Metallen sind, in denen $q = 0$ ist, also die Elektronenzahl sich nicht ändert, können wir noch nicht sagen. Die ersten Elektronentheorien von Riecke, P. Drude, J. J. Thomson haben zunächst dieselben Gesetze wie für ideale Gase angenommen. Hierdurch entstehen aber für die Deutung der spezifischen Wärme, wie schon M. Reinganum und J. J. Thomson bemerkt und wie für die thermoelektrischen Erscheinungen J. Weiß und der Vortragende gezeigt haben, Schwierigkeiten, die auf ein kompli-

zierteres Verhalten der Elektronen hinweisen. Wir haben auch schon darauf hingewiesen, daß bez. der spezifischen Wärmen von Ionen in Lösung analoge Schwierigkeiten auftreten. Es ist jedoch nicht notwendig anzunehmen, daß die Elektronenzahl sehr klein ist. Der Halleffekt, das metalloptische Verhalten usw. scheinen zu fordern, daß die Elektronenzahl in Metallen von der Größenordnung $\frac{1}{3} N$ ist. Dagegen scheint auch mit Hinblick auf das Gesetz von Wiedemann und Franz die Annahme zulässig, daß die Energie eines freien Elektrons nur in erster Annäherung αT, exakter aber durch die Energieverteilung nach M. Planck bestimmt ist. Ferner kann sie sehr wohl den Atomen entnommen werden und daher für die spezifische Wärme nicht in Betracht kommen.

Es bestehen folgende Analogien zwischen Gasen und Elektronen in festen Körpern:

a) Bei Dissoziationsvorgängen, also bei Änderung der Zahl der Moleküle oder Elektronen, Gültigkeit analoger Gesetze.

b) Bei konstanter Zahl der Moleküle bzw. Elektronen:

 α) Bei hoher Temperatur das Druckgesetz des idealen Gases bzw. das ziemlich ähnliche Leitfähigkeitsgesetz des idealen Metalles.

 β) Bei tiefer Temperatur für Gase Druckgesetze mit individuellen Konstanten, wie das van der Waals, bzw. für Metalle vielleicht Leitfähigkeitsgesetze nach der Quantentheorie mit individueller Schwingungszahl, wie sie H. Kamerlingh Onnes, W. Nernst und F. A. Lindemann aufgestellt haben.

---

3. Wir möchten hieran noch eine Bemerkung knüpfen: Die zuletzt erwähnten Leitfähigkeitsgesetze für Metalle bei niederer Temperatur nehmen konstante Elektronenzahl an, und daß die Weglänge von der Temperatur so abhängt, wie man aus der Quantentheorie entnehmen kann.

Es liegt nun die Frage nahe, ob nicht bei den von uns untersuchten Halbleitern die sicher vorhandene Änderung der Elektronenzahl statt durch eine Dissoziationsformel durch eine Formel der Quantentheorie zu erklären wäre, die hier die Änderung der Zahl erklären müßte. Das könnte wohl nur eine etwas andere, das Wesentliche nicht verändernde Deutung der beobachteten Erscheinung.

Man könnte, worauf experimentelle optische Gründe hinweisen, versuchen, die Größe Q als Produkt von $h \cdot \nu$ zu denken. Andererseits kommt man aber bei Durchführung der Energieverteilung nach der Quantentheorie für die elektrischen Dissoziationen, z. B. die von gelösten Molekülen oder von reinem Wasser in Ionen, auf andere Temperaturgesetze der Dissoziation, als sie experimentell gefunden werden, $N = U e^{-\frac{Q}{R \beta \nu}\left(e^{\frac{\beta \nu}{T}} - 1\right)}$. Da aber für die Ionen in Lösung jedenfalls die Gasgesetze und damit die experimentell gefundenen und theoretisch abgeleiteten Dissoziationsgesetze gelten, so wäre man dadurch genötigt, für die Dissoziationswärme in der Quantentheorie einen ganz bestimmten Ausdruck anzunehmen. Auf diese Probleme können wir hier nicht weiter eingehen. Mag auch das von uns aufgestellte Dissoziationsgesetz für Elektronen nicht ganz streng sein, so wird man doch, solange die Gesetze für die „freien" Elektronen im idealen Metall nicht sicher bekannt sind, kaum ein anderes aufstellen können.

4. Nach unserer Auffassung mißt man also durch die Dissoziationswärme Q die Vereinigungswärme Elektron—Molekül bzw. Atom und damit auch in erster Annäherung die Affinität und zwar die der chemisch stärksten Valenzstelle im Atom.

Natürlich gilt das nur relativ für das Atom bzw. Molekül in dem betreffenden Zustand und der bestimmten kristallographischen Anordnung. Für dasselbe Element kann Q je nach der festen Modifikation verschiedene Werte haben. Ist die Umwandlung reversibel, so ist der Unterschied meist nicht groß:

Si α	1600	-200^0 bis $+205^0$
Si β	etwa 3000	$+205^0$ bis $+440^0$
Si γ	6000	$+440^0$ bis ?

Isomorphe Beimengungen können analog wie bei anderen chemischen Vorgängen die Größe beeinflussen und zwar prozentisch um so mehr, je kleiner dieselbe ist. Das Silizium war recht rein (99,0 Proz.), doch mag immerhin Q für ganz reines Silizium noch einen etwas geringeren Wert besitzen.

Sind die Umwandlungen nicht reversibel (Graphit—Diamant), so sind die Werte von Q auch der Größenordnung nach ganz verschieden, das Element erscheint als Leiter und Isolator[1]):

Graphit $Q = 400$ bis 800,
Diamant $Q = 1 \cdot 10^4$ (C. Doelter) zweite Modifikation von 1250^0 ab.

Man kann die Frage stellen, welcher Wert

1) a. a. O. (N. Jahrb. f. Min., Beilagebd. **32**, 101, 1911) ist auseinandergesetzt, daß ein Zusammenhang zwischen Größe der Umwandlungswärme und Umkehrbarkeit vermutlich vorhanden ist.

+ 1	+ 2	+ 3	+ 4 − 4							+ 1	+ 2	+ 3	+ 4	− 3	− 2	− 1	− 0
− 7	− 6	− 5								+ 1	+ 2	+ 1	− 4	+ 5	+ 6	+ 7	+ 8
										− 6	− 4	− 4					
H																	*He*
Is																	*Is*
Li	*Be*	*B*	*C*											*N*	*O*	*F*	*Ne*
Me	*Me*	*Is*	*Is*											*Is*	*Is*	*Is*	*Is*
		Hl	*Hl* 600														
Na	*Mg*	*Al*	*Si*											*P*	*S*	*Cl*	*Ar*
Me	*Me*	*Me*	*Is*											*Is*	*Is*	*Is*	*I*
			Hl 1600—6000											*Hl* > 2000			
K	*Ca*	*Sc*	*Ti*	*V*	*Cr*	*Mn*	*Fe*	*Ni*	*Co*	*Cu*	*Zn*	*Ga*	*Ge*	*As*	*Se*	*Br*	*Kr*
Me	*Me*	*Me*	*Hl*	*Me*	*Me*	*Me*	*Me*	*Me*	*Me*	*Me*	*Me*	*Me*	*Me*	*Is*	*Is*	*Is*	*Is*
			800—1000				80(?)							*Hl* < 100	*Hl* 5000?		
Rb	*Sr*	*Y*	*Zr*	*Nb*	*Mo*		*Ru*	*Rh*	*Pd*	*Ag*	*Cd*	*In*	*Sn*	*Sb*	*Te*	*I*	*Xe*
Me	*Me*	*Me*	*Hl* 120	*Me*	*Me*		*Me*	*Me*	*Me*	*Me*	*Me*	*Me*	*Me*	*Me*	*Hl* 1000?	*Is* < 10000	*Is*
Cs	*Ba*	*La*	*Ce*	*Pr*	*Nd*	*Sn*	*Eu*	*Gd*									
Me	*Me*	*Me*	*Me*	*Me*	*Me*	*Me*	*Me*	*Me*									
				Tb	*Dy*	*Ho*	*Er*	*Tu*									
				Me	*Me*	*Me*	*Me*	*Me*									
				Ta	*W*		*Os*	*Ir*	*Pt*	*Au*	*Hg*	*Tl*	*Pb*	*Bi*	*AC · B*	*Ac · A*	*Ac · Em*
		Lu?		*Me*	*Me*		*Me*	*Me*	*Me*	*Me*	*Me*	*Me*	*Me*	*Me*	*Th · B*	*Th · A*	*Th · Em*
Th · X			*Th*								*RaF*	*RaE*	*RaD*	*RaC*	*RaB*	*RaA*	*RaEm*
Me			*Me*								?	?	?	?	?	?	?
	Ra			*Io*	*U*												
	Me			?	*Me*												

Me = Metall, *Is* = Isolator, *Hl* = Halbleiter mit meßbarem Q, die Grenzwerte von Q sind die verschiedenen Modifikationen im festen Zustande entsprechenden minimalen und maximalen Werte.

von Q mag der für die Affinität maßgebende sein. Vielleicht sind es beide: Kohlenstoff tritt ja vierwertig elektropositiv wie elektronegativ auf ($\overset{+}{C}O_2$, $\overset{+}{C}Cl_4$, $Ca\overset{-}{C}_2$ usw.).

5. In der letzten Zeit haben sich durch Untersuchungen von O. Reichenheim[1]), K. Schilling[2]) und dem Vortragenden, J. Clay[3]), H. Kamerlingh Onnes[4]) und anderen die Daten über die Leitfähigkeit der Elemente und deren Temperaturänderung wesentlich vermehrt und vervollständigt, so daß es möglich ist, diese Übersicht dem periodischen System der Elemente entsprechend zu geben. Hervorzuheben ist, daß die letzten Untersuchungen[1]) im Leidener Laboratorium bei der Temperatur des flüssigen Heliums im Unterschied zu früheren dort vorgenommenen Messungen zeigten, daß Metalle mit hohem Atomgewicht, wie Quecksilber, Blei, Platin, Gold bis zu 4° abs. herab eine starke Widerstandsabnahme zeigen. (Für Platin und Aluminium scheint sich ganz neuerdings wieder ein anderes Verhalten zu ergeben.) Für diese wäre nach den jetzigen Daten $Q < 0$. Auf der vorstehenden Tabelle, die sich an die Anordnung des periodischen Systems, wie sie z. B. St. Meyer und auch der Verfasser gebraucht haben, anschließt, sind 1. die Substanzen angegeben, für welche Q einen leicht meßbaren Wert hat (über 100 und unter 10000). Die Daten sind den Anmerkung 1, 2, 3, 4 (S. 1087, l. Sp.) zitierten Arbeiten entnommen. Das sind Elemente mit kleinerem Atomgewicht, die eine Mittelstellung zwischen ausgesprochen elektropositiven und elektronegativen Substanzen einnehmen. Chemisch treten beide Arten von Valenzen mit nahe gleich starker Affinität in Wirkung. Diese Elemente besitzen daher verschiedene Modifikationen mit wechselndem Q. Geht man in einer Vertikalreihe des periodischen Systems[1]) nach größeren Atomgewichten, so wird Q kleiner, das Element nähert sich in jeder Hinsicht dem Metall, z. B. *Si, Ti, Zr*; *P, As, Sb*; *S, Se, Te*.

1) J. Koenigsberger u. O. Reichenheim, diese Zeitschr. **7**, 570, 1906.

2) J. Koenigsberger u. K. Schilling, Ann. d. Phys. (4) **32**, 179, 1910.

3) J. Clay, Proefschrift, Leiden 1908.

4) Kamerlingh Onnes, Comm. Phys. Laborat. Nr. 119, 120, 122.

1) K. Baedeker hat in seinem Buch „Die thermoelektrischen Erscheinungen in metallischen Leitern", Braunschweig 1911, S. 21 eine Übersicht über die Leitfähigkeit der Metalle bei 0° C nach dem periodischen System angeordnet gegeben.

Dasselbe gilt, wenn bei niederen Atomgewichten der elektronegative Charakter ausgesprochen und somit Q groß ist, z. B. Vertikalreihe des Phosphors und des Schwefels.

Es erhebt sich dann die Frage: Wird mit zunehmendem Atomgewicht in Vertikalreihen, wo von vornherein der metallische Charakter ausgeprägt ist, z. B. Alkalireihe, Q vielleicht < 0? Die elektrische Leitfähigkeit allein kann, wie schon erörtert, darüber keine Auskunft geben. Immerhin ist damit im Zusammenhang die bekannte Tatsache bemerkenswert, daß die radioaktiven Elemente, die negative Elektronen mit gewaltigen Energiemengen, also negativen Dissoziationswärmen, unter Aufsplitterung des Atoms entsenden, in den Vertikalreihen das höchste Atomgewicht haben. Aus der Tabelle läßt sich noch ersehen, bei welchen Elementen ein Minimalwert des Widerstandes in leicht erreichbaren Temperaturgrenzen liegen kann, nämlich vermutlich Bor, Vanadin, Arsen und wohl unter -200^0 Eisen. Dem Vortragenden war es leider bisher nicht möglich, die erstgenannten Substanzen in chemisch reinen, kompakten Stücken zu erhalten und Eisen unter -180^0 zu untersuchen.

III.

6. Die Bedeutung der chemischen Affinität für die Entladungsvorgänge in Gasen, speziell für die Absorption der Kathodenstrahlen durch Gase, haben zuerst P. Lenard und A. Becker hervorgehoben; nach der Ansicht von Becker dürfte die „chemische Affinität" physikalisch fixiert sein durch die Zahl der von einem Atom abgespaltenen oder aufgenommenen negativen Quanten. Bei der Absorption der Kathodenstrahlen wird wohl zum Teil die innere Affinität zweiter Art, die Aufnahme des Elektrons in ein neutrales Atom, gemessen (2). O. Reichenheim hat gezeigt, daß der hohe anormale Anodenfall in den Halogenen, Phosphor usw. bei kleiner Elektrodenfläche mit dem elektronegativen Charakter des betreffenden Gases zusammenhängt. Ferner treten in den positiven Anodenstrahlen selbst vor allem die elektropositiven Elemente auf.

Die Beweglichkeit negativer Ionen in verschiedenen Gasen hat dann J. Franck mit deren chemischer Affinität in Zusammenhang gebracht. Daß auch die Vorgänge in Kanalstrahlen ein Maß für die chemische Affinität geben, haben H. v. Dechend und W. Hammer, J. Kutschewski und der Vortragende hervorgehoben. Doch scheint uns, daß bei Kanalstrahlen, obgleich man es mit freien Atomen zu tun hat, nur unter konstanten Bedingungen eine relative Affinitätsmessung vorgenommen werden kann. Das Auftreten negativer Ionen im Kanalstrahl ist an sich noch nicht beweisend, da z. B. das elektronegative Jod nur schwer, der elektropositive Wasserstoff leicht als negativer Kanalstrahl erscheint. Je nach den Bedingungen kann der Sauerstoff nur positiv oder auch negativ im Kanalstrahl erscheinen.

J. Kutschewski hat, um diese Fragen aufzuklären, auf Veranlassung des Vortragenden quantitative Messungen an Kanalstrahlen vorgenommen, die a. a. O. eingehender publiziert werden. Die Methode beruht auf einer Ermittlung der Teilzahl durch die photographische Schwärzung[1]). Es erwies sich für eine bestimmte Geschwindigkeit die Schwärzung als unabhängig von der Ladung und proportional der Zahl der Atome bzw. Moleküle im Kanalstrahl, solange die Schwärzung nicht einen bestimmten Maximalwert, der ermittelt wurde, erreicht.

Der Beweis hierfür wurde auf drei Arten gegeben:

1. Da die Zahl bei konstanter Entladung der Zeit proportional, muß dies auch die Schwärzung sein.

Beispiel:
s (Druck) $= 4{,}0 \cdot 10^{-4}$ mm Hg, $v = 2{,}4 \cdot 10^8$ cm/sec.
Schwärzung in 120 sec = 60 Einheiten p_1,
11 sec = 5,9 „ p_2,
also p_1/p_2 beob. = 10, ber. = 11.

2. Wie sich theoretisch zeigen läßt, gilt für zwei verschiedene Wegstrecken l_1 und l_2, daß das Schwärzungsverhältnis des positiven zum assoziierten Kanalstrahl

$$\left(\frac{p}{a}\right)_1 = w\,\frac{1+\frac{1}{w}e^{-fl_1}}{1-e^{-fl_1}} \text{ und } \left(\frac{p}{a}\right)_2 = w\,\frac{1+\frac{1}{w}e^{-fl_2}}{1-e^{-fl_2}},$$

woraus

$$f = -\frac{1}{l_1}\,lgn\,\frac{\left(\frac{p}{a}\right)_1 - w}{1+\left(\frac{p}{a}\right)_1} = -\frac{1}{l_2}\,lgn\,\frac{\left(\frac{p}{a}\right)_2 - w}{1+\left(\frac{p}{a}\right)_2}.$$

Hierin ist w bestimmt (vgl. weiter unten); also läßt sich f aus $\left(\frac{p}{a}\right)_2$ ausrechnen und daraus e^{-fl_2} berechnen und mit dem aus der direkten Beobachtung folgenden Wert vergleichen.

Für H_+ in H_2, $v = 2{,}4 \cdot 10^8$, $s = 6{,}0 \cdot 10^{-4}$ mm.
$\left(\frac{p}{a}\right)_1 = 7{,}0$, $\left(\frac{p}{a}\right)_2 = 18$, e^{-fl_2} ber. $= 0{,}88$, beob. $= 0{,}91$;

1) J. Koenigsberger u. J. Kutschewski, Sitzungsber. Heidelb. Akad. d. Wiss. 1911, 8. Abh.; J. Koenigsberger, diese Zeitschr. 11, 848, 1910.

$s = 2{,}4 \cdot 10^{-3}$

$\left(\frac{p}{a}\right)_1 = 3{,}5, \quad \left(\frac{p}{a}\right)_2 = 8{,}0, \quad e^{-fl_2}$ ber. $= 0{,}77$, beob. $= 0{,}80$;

$s = 5{,}9 \cdot 10^{-3}$

$\left(\frac{p}{a}\right)_1 = 2{,}1, \quad \left(\frac{p}{a}\right)_2 = 3{,}5, \quad e^{-fl_2}$ ber. $= 0{,}64$, beob. $= 0{,}60$;

$s = 7{,}5 \cdot 10^{-3}$

$\left(\frac{p}{a}\right)_1 = 2{,}7, \quad \left(\frac{p}{a}\right)_2 = 1{,}6, \quad e^{-fl_2}$ ber. $= 0{,}55$, beob. $= 0{,}51$.

3. Daß die Schwärzung unabhängig von der Ladung ist, ließ sich folgendermaßen zeigen:

Nahe hinter der Kathode wird der Kanalstrahl durch ein kombiniertes elektrisches und magnetisches Feld I in zwei Teile geteilt, einen positiven p und einen neutralen n. Wenn der Druck im Beobachtungsraume sehr klein, $< 1 \cdot 10^{-4}$ mm, so erfolgen bei einer Geschwindigkeit von $2{,}4 \cdot 10^8$ auf der Wegstrecke von 20 cm zwischen Kamera und erstem Felde nur sehr wenig Umladungen, der positive Strahl bleibt praktisch positiv, der neutrale Strahl neutral. Wenn dagegen der Druck 50mal größer, etwa $5 \cdot 10^{-3}$ mm ist, so ist die Umladung sehr erheblich. Der ursprünglich positive Strahl ist an der Kamera aus neutralen und positiven Teilen fast in demselben Verhältnis zusammengesetzt wie der primär neutrale. Da im ersten Fall für $p < 1 \cdot 10^{-4}$ mm die Absorption a überhaupt sehr klein ist, im zweiten Fall, wo die Umladungen häufig sind, für primär neutralen und positiven Strahl infolge der Umladungen nahe gleich ist, so kann man folgende Beziehungen aufstellen. Im ersten Fall ist I) $\frac{p \cdot c}{n} = F$, hierin ist c der Faktor, welcher angibt, um wieviel ein positiver Strahl auf der Platte stärker als der neutrale wirkt. Im zweiten Fall ist II) $\frac{ap}{an} = F'$, wenn a der aus dem oben dargelegten Grunde für p und n gleiche Absorptionskoeffizient ist; eine Verschiedenheit in der photographischen Wirkung von p und n an der Kamera kann nicht mehr auftreten, da dort beide durch Umladungen nahezu gleich zusammengesetzt sind.

Wenn also $F' = F$ ist, so muß $c = 1$ sein.

Beispiel:

1. $s = 2{,}3 \cdot 10^{-4}$, $F = 0{,}63$; $s = 5{,}0 \cdot 10^{-3}$, $F' = 0{,}64$, $v = 2{,}6 \cdot 10^8$.
2. $s = 1{,}7 \cdot 10^{-3}$, $F = 0{,}63$; $s = 8{,}1 \cdot 10^{-3}$, $F' = 0{,}62$, $v = 2{,}6 \cdot 10^8$.

Über die experimentellen Einzelheiten sei hier nur mitgeteilt, daß die Druckmessungen mit Knudsen-Manometer unmittelbar am Beobachtungsraum und gleichzeitig mit MacLeod-Manometer erfolgten.

Die Umladungen wurden in der Weise gemessen, daß der aus der Kathode kommende Strahl durch ein elektrisches Feld in einen positiven p_0 und neutralen n_0 zerlegt werden. Durch ein damit koinzidierendes sehr enges magnetisches Feld erfolgte die Auflösung in Strahlen mit verschiedenem e/m. Ein zweites magnetisches Feld in dem Abstand von 14 cm war durch Eisenstücke im Glasrohr ebenfalls auf einen kleinen Raum konzentriert. Dies zweite Feld erlaubte die innerhalb der 14 cm assoziierten Strahlen a von den dann noch positiven p- und ebenso die dissoziierten d- von den zuletzt noch neutralen n-Strahlen zu trennen.

Wenn die Schwärzungen der Teilzahl proportional sind, so gilt:

$$\frac{p}{a} = w \frac{1 + \frac{1}{w} e^{-fl}}{1 - e^{-fl}} \qquad \text{I)}$$

$$\frac{n}{d} = \frac{1}{w} \frac{1 + w \cdot e^{-fl}}{1 - e^{-fl}}. \qquad \text{II)}$$

Man kann die Größe w durch Elimination aus I) und II) für ein beliebiges l, oder durch Beobachtung des Gleichgewichts zwischen p und a, oder was dasselbe ist, des Gleichgewichts zwischen p_0 und n_0, wenn dieses wirklich erreicht ist, erhalten. Noch einfacher erhält man w aus großen p/a und n/d; dann ist

$$w = \frac{p \cdot d}{n \cdot a}.$$

Hier seien nur einige Werte gegeben.

H-Strahl in O_2.

v cm/sec	s in mm Hg	w
$1{,}80 \cdot 10^8$	$3{,}0 \cdot 10^{-3}$	0,58
$1{,}88 \cdot 10^8$	$3{,}0 \cdot 10^{-4}$	0,60
	$3{,}1 \cdot 10^{-3}$	0,64
	$6{,}8 \cdot 10^{-3}$	0,61
$1{,}96 \cdot 10^8$	$3{,}0 \cdot 10^{-4}$	0,65
	$3{,}2 \cdot 10^{-3}$	0,67
$2{,}2 \cdot 10^8$	$7{,}1 \cdot 10^{-3}$	0,72
$2{,}7 \cdot 10^8$	$2{,}3 \cdot 10^{-4}$	0,79
	$1{,}7 \cdot 10^{-3}$	0,77
	$8{,}0 \cdot 10^{-3}$	0,76

Die Funktionen f_p und f_n in I) und II) sind den Weglängen der positiven bzw. neutralen Strahlen λ_p und λ_n umgekehrt proportional. Man erhält so λ_p und λ_n für verschiedene e/m bei verschiedenen Geschwindigkeiten, Drucken und in verschiedenen Gasen. Einige

Werte von λ in Zentimetern seien hier gegeben[1]):

H in O_2.

$v \cdot 10^{-8}$	s in mm	λ_p	λ_n
1,85	$1,6 \cdot 10^{-4}$	40,0	66,5
	$3,0 \cdot 10^{-3}$	16,5	27,0
2,10	$3,1 \cdot 10^{-4}$	164	233
	$7,0 \cdot 10^{-3}$	16,5	23,0
2,40	$3,0 \cdot 10^{-4}$	200	275
	$5,0 \cdot 10^{-3}$	25,0	35,0
2,62	$3,0 \cdot 10^{-4}$	208	260
	$5,0 \cdot 10^{-3}$	34,0	42,0

H in H_2.

$v \cdot 10^{-8}$	s	λ_p	λ_n
2,40	$2,0 \cdot 10^{-4}$	238	330
	$2,4 \cdot 10^{-3}$	47,5	66,0
	$1,1 \cdot 10^{-2}$	16,5	23,0

Für die hier behandelte Frage ist der Wert λ_p bzw. λ_n für verschiedene e/m bei gleicher kinetischer Energie, gleichem Druck in demselben Gase wesentlich:

In Helium.

e/m	$v = 2,6 \cdot 10^8$; $s = 5 \cdot 10^{-4}$ λ_p	$v = 2,3 \cdot 10^8$; $s = 2 \cdot 10^{-3}$ λ_p
H	85,0	48,0
H_2	33,0	15,5
He	42,0	19,2
O	17,5	—

In Wasserstoff.

e/m	$v = 2,5 \cdot 10^8$	
	λ_p $s = 1,8 \cdot 10^{-3}$	$s = 6,3 \cdot 10^{-4}$ λ_p
H	55	79
H_2	23	25
O	19	11,5

Aus diesen Zahlen ersieht man, daß ein spezifischer Unterschied zwischen Molekül H_2 und Atom H, zwischen dem stark elektronegativen Sauerstoff und dem elektropositiven Wasserstoff oder Helium nicht besteht, sondern im wesentlichen nur die Querschnitte in Betracht kommen.

Es erfolgt also im Kanalstrahl die Addition eines Elektrons an das positive Kanalstrahlion im wesentlichen nur durch elektrostatische äußere Kräfte, nicht durch die innere Affinität des Atoms.

Dasselbe gilt merkwürdigerweise, wie aus der Tabelle hervorgeht, auch für λ_n, wenn das neutralisierte Kanalstrahlion ein Elektron abgibt, sich so wieder positiv lädt. Da die Elektrizitätsleitung im festen Zustande zeigt, daß die Abgabe des Elektrons dort in Übereinstimmung mit der chemischen Affinität erfolgt, müssen wir wohl schließen, daß das Elektron im neutralen Kanalstrahl anders gebunden ist als in Sauerstoff- oder Heliumatomen im festen Zustand.

Die innere Affinität macht sich dagegen bei der Entstehung negativer Kanalstrahlionen geltend, doch auch da nur unter ganz bestimmten Bedingungen. An sich entstehen, wenn Wasserdampf und andere Dämpfe vom Beobachtungsraum ferngehalten werden, in ihm keine negativen Ionen, ebensowenig im Entladungsraum. Auch der elektronegative Sauerstoff oder das elektronegative Jod gibt für sich, trotz der Anwesenheit vieler freier negativer Ladungen, keinen negativen Kanalstrahl. Erst wenn Wasserdampf, der vielleicht in $2H_+$ und O_{--} zerlegt wird, ermöglicht die Anlagerung des Elektrons an das neutrale Atom, und hierbei tritt die innere Affinität in Wirkung. Wenn dann z. B. das Verhältnis der Zahl der positiven Ionen zu der der negativen für Sauerstoff = 1 ist, so wird es bei gleichen Bedingungen für Wasserstoff etwa $^1/_2$, für Kohlenstoff $^1/_4$, für Helium = 0. Helium lädt sich nie negativ, in Übereinstimmung mit den Beobachtungen von J. Franck.

Im Anschluß daran lag die Frage nahe, ob ein neutralisiertes, ursprünglich negatives Kanalstrahlion dasselbe ist oder sich gerade so verhält wie ein neutralisiertes, primär positives Ion. J. Kutschewski und der Vortragende fanden, daß dies zutrifft, daß also im negativen Kanalstrahlion, das ja durch Addition von zwei Elektronen aus dem positiven entstanden ist, das erste Elektron der äußeren, das zweite Elektron der inneren Affinität folgt.

1) Es sei hier nur kurz darauf hingewiesen, daß die Weglängen der Umladung λ_p oder λ_n z. T. kleiner als die der Absorption λ_A sind. So ist für H in O_2 $v = 2,6 \cdot 10^8$, $s = 5,0 \cdot 10^{-3}$, $\lambda_p = 33$, $\lambda_A = 19,5$, $v = 2,3 \cdot 10^8$, $s = 5 \cdot 10^{-3}$, $\lambda_p = 29$, $\lambda_A = 21,5$, $v = 1,8 \cdot 10^8$, $s = 3 \cdot 10^{-3}$, $\lambda_p = 10$, $\lambda_A = 37,0$.

ORIGINALMITTEILUNGEN.

Über den Ursprung der Träger der bewegten und der ruhenden Intensität der Kanalstrahlen.

(Vorläufige Mitteilung.)

Von Heinrich Wilsar.

Bei allen Spektrallinien, die in den Kanalstrahlen den Dopplereffekt gezeigt haben, ist bisher neben der bewegten Intensität auch immer die ruhende, nicht verschobene Linie gefunden worden. Neben den bewegten, Licht aussendenden Teilchen sind also auch immer ruhende Lichtquellen vorhanden.

Neuere Versuche[1]) haben gezeigt, daß ein Kanalstrahl beim Eintritt in ein sehr gutes Vakuum aufhört zu leuchten, d. h. weder die ruhende noch die bewegte Intensität besitzt. Sich selbst überlassen, klingen die schwingenden Leuchtzentren schnell ab und können als Lichtquellen im Vakuum keine sehr lange Strecke fliegen. Damit ein leuchtender Kanalstrahl zustande kommt, müssen die Teilchen zum Weiterleuchten angeregt werden und die Rolle des Anregers übernimmt die Gas- oder Dampfatmosphäre, in welche der Strahl hineingeht. Zwischen den bewegten Teilchen des Kanalstrahls und den ruhenden des umgebenden Mediums müssen also Beeinflussungen, Zusammenstöße stattfinden.

Es sind nun folgende drei Möglichkeiten für die Erklärung des Ursprungs der Träger der ruhenden und der bewegten Intensität vorhanden:

1. Die Träger beider Intensitäten stammen aus dem Entladungsraum (Kathodenfall). Der eine Teil fliegt unbehindert durch den Beobachtungsraum (hinter der Kathode), regt sich an den ruhenden Teilchen des umgebenden Mediums zum Leuchten an und erzeugt die bewegte Intensität. Der zweite Teil der Partikeln desselben Ursprungs kommt mit den Teilchen des ruhenden umgebenden Mediums zum Zusammenstoß, verliert dabei seine Geschwindigkeit, klingt ruhend ab und erzeugt die ruhende Spektrallinie.

2. Die bewegte Intensität wird von den Teilchen des Beobachtungsraumes hervorgerufen, die durch Zusammenstöße mit den aus dem Kathodenfall stammenden Teilchen ihre Geschwindigkeit erhalten und zugleich zum Leuchten angeregt werden[2]). Die ruhende Intensität kann dann sowohl von den beim Zusammenstoß aufgehaltenen, als auch von den zwar zum Leuchten angeregten, aber nicht beschleunigten Teilchen des umgebenden Mediums herrühren[1]).

3. Endlich ist es möglich, daß die Träger der bewegten Intensität dem Kathodenfall entstammen, den ganzen Beobachtungsraum durchfliegen, ohne im wesentlichen ihre Geschwindigkeit andern Teilchen abzutreten, — und nur von den ruhenden Teilchen des Beobachtungsraumes zum Leuchten angeregt werden. Ihrerseits regen die schnell bewegten Partikeln die ruhenden Teilchen des umgebenden Gases zum Leuchten an, ohne ihnen eine Geschwindigkeit zu erteilen, die für die Erzeugung des Dopplereffekts in Betracht kommen könnte. Die letzteren Teilchen sind die Träger der ruhenden Intensität.

Aus Versuchen mit Wasserstoffkanalstrahlen in Stickstoff schließt B. Strasser[2]), „daß Kanalstrahlen beim Durchgang durch ein ruhendes Gas dieses zur Emission seines Spektrums veranlassen, und die Annahme erscheint damit bewiesen, daß auch die beim Dopplereffekt auftretenden ruhenden Linien eines Kanalstrahlenspektrums durch Stoß der bewegten Teilchen zur Emission gebracht werden".

Andererseits findet O. Reichenheim[3]) bei Anodenstrahlen des Strontiums nur die bewegte Intensität und erklärt es dadurch, daß Metalldampf, der die ruhende Intensität emittieren könnte, offenbar im Entladungsraum nicht vorhanden war. Ein Analogieschluß für das Verhalten von Kanalstrahlen eines Gases liegt nahe.

Diese Anschauungen über den Ursprung der ruhenden und bewegten Intensität stimmen mit der letzten der oben angeführten möglichen Erklärungen überein.

Um nun endgültig zwischen den Möglichkeiten zu entscheiden, schien es doch ratsam, systematische Versuche anzustellen.

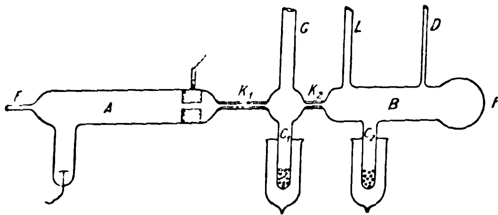
Über diese Versuche, die ich auf Veranlassung des Herrn W. Wien im physikalischen Institut der Universität Würzburg unternommen habe, will ich hier kurz berichten.

Die Versuche bestanden darin, daß die in einem Gase erzeugten Kanalstrahlen in ein anderes hineingeleitet wurden; der so entstandene leuchtende Strahl wurde spektrophoto-

1) Koenigsberger u. Kutschewski, Ber. der Heidelberg. Akad. 1910, Abh. 5, S. 7; v. Dechend u. Hammer, Ber. der Heidelberg. Akad. 1910, Abh. 21, S. 9.
2) G. S. Fulcher, Astrophys. J. **33**, 28—57, 1911.

1) J. Stark, Ann. d. Phys. **21**, 430, 1906.
2) B. Strasser, Ann. d. Phys. **32**, 1110, 1910.
3) O. Reichenheim, Ann. d. Phys. **33**, 758, 1910.

graphisch untersucht. Es wurde dabei die von W. Wien angegebene Durchströmungsmethode benutzt. Die Versuchsanordnung ist aus der beigefügten Fig. 1 zu ersehen.



A = Entladungsraum, B = Beobachtungsraum, C_1, C_2 = Kohle-Kühl-Vorrichtungen, D, E = Einströmung der Gase, G = zur Gaedepumpe, L = zum Mc Leod, k_1, k_2 = Kapillaren.

Fig. 1.

Durch E strömte das Gas, in welchem die Kanalstrahlen entstehen sollten, ein und wurde zum Teil durch die Gaedepumpe abgepumpt, zum Teil durch die Kohle in C_1 aufgenommen. Durch D strömte das zum Anregen bestimmte Gas in den Beobachtungsraum und wurde seinerseits durch die Gaedepumpe und die Kohle in C_2 entfernt. Die Kokosnußkohle wurde durch flüssige Luft gekühlt. Mit Hilfe dieser Anordnung wurde eine genügende Trennung der beiden zu untersuchenden Gase erreicht.

Die Partialdrucke der beiden Gase konnten in B durch ein Mc-Leod-Manometer gemessen werden. Strömte nur durch E Gas in den Entladungsraum, so konnte im Beobachtungsraum nur ein äußerst schwaches Leuchten mit ausgeruhtem Auge wahrgenommen werden. Ließ man auch durch D einströmen, so leuchtete der Strahl hell auf. Beim Einströmen beider Gase konnte im Entladungsraum und im Kanalstrahl vor der Kapillare K_1 keine Spur des durch D einströmenden Gases spektroskopisch gefunden werden.

Bei F wurde ein sehr lichtstarker Spektralapparat[1]) von Steinheil unter einem Neigungswinkel zur Achse des Entladungsrohres so aufgestellt, daß kein Licht aus dem Entladungsrohr und aus den Kapillaren auf den Spalt fallen konnte. Das Spektrum wurde auf Schleußner-Ultra-Rapid-Platten aufgenommen. Die Expositionszeiten betrugen in verschiedenen Fällen 4—20 Stunden. Die Spaltweite des Spektroskops war 0,01—0,04 mm.

Zuerst wurden die Versuche mit Sauerstoff und Stickstoff gemacht. Beide Gase wurden in Vorratsgefäßen über Phosphorpentoxyd getrocknet und strömten dann durch Kapillaren von 1,5 m Länge und 0,1 mm ⌀ in die Versuchsanordnung. Die an die Entladungsröhre angelegten Spannungen (Induktorium) betrugen in Funkenstrecken 8—10 mm.

1. Strömte nur Sauerstoff ins Entladungsrohr, so betrug der Druck des Sauerstoffs in B 0,0015 mm Hg. Das Leuchten des Strahls in B war dabei sehr gering. Sobald Stickstoff in den Beobachtungsraum hineingelassen wurde, betrug der Gesamtdruck in B 0,012 mm Hg. Das Leuchten des Strahls war dabei so intensiv, daß in 4 Stunden Aufnahmen erhalten werden konnten, die bequem zu photometrieren waren.

Die photographische Platte zeigte in diesem Falle nur die ruhenden Intensitäten der Stickstofflinien, die Stickstoffbanden und nur die bewegten Intensitäten der stärksten Sauerstoff-Funkenlinien.

Nun wurden die Rollen der Gase gegenseitig vertauscht:

2. Strömte nur Stickstoff in den Entladungsraum, so betrug sein Partialdruck im Beobachtungsraum 0,003 mm Hg. Bei gleichzeitigem Einströmen von Sauerstoff in den Beobachtungsraum zeigte das Manometer in B den Druck 0,011 mm Hg. Das Leuchten des Strahls in B war wieder so intensiv, daß in 4 Stunden gute Bilder der Spektrallinien erhalten wurden.

Dieser inverse Versuch ergab auf der Platte nur die ruhenden Intensitäten der Sauerstofflinien und nur die bewegte Intensität der stärksten Stickstofflinien.

Zwischen dem Beobachtungsraum und dem Mc Leod war keine Kühlvorrichtung: deshalb konnte eine kleine Menge Hg-Dampf aus dem Manometer durch B zur Kühlung C_2 strömen. Da der Hg-Dampf durch Kanalstrahlen eines jeden Gases intensiv zum Leuchten angeregt wird, so wurden die stärksten Hg-Linien immer auch auf den Platten erhalten. Die Hg-Linie $\lambda = 4358$ Å wurde zum Ausmessen des Spektrums benutzt. Die in Betracht kommenden Teile der Spektra wurden mit dem Hartmannschen Photometer ausphotometriert.

Das beigefügte Diagramm I (Fig. 2) zeigt im Falle I (Anregung des Stickstoffs durch einen Sauerstoffkanalstrahl) an der Sauerstofflinie $\lambda = 4415$ Å deutlich die starke bewegte und die schwache ruhende Intensität. Die letztere rührt vom geringen noch vorhandenen Partialdruck des Sauerstoffs im Beobachtungsraum her.

Im Falle 2 (Anregung des Sauerstoffs durch einen Stickstoffkanalstrahl) zeigt die Kurve der Linie $\lambda = 4415$ Å das inverse Verhalten der Intensitäten: die ruhende Intensität ist sehr

1) Siehe H. Bärwald, Ann. d. Phys. **34**, 885, 1911.

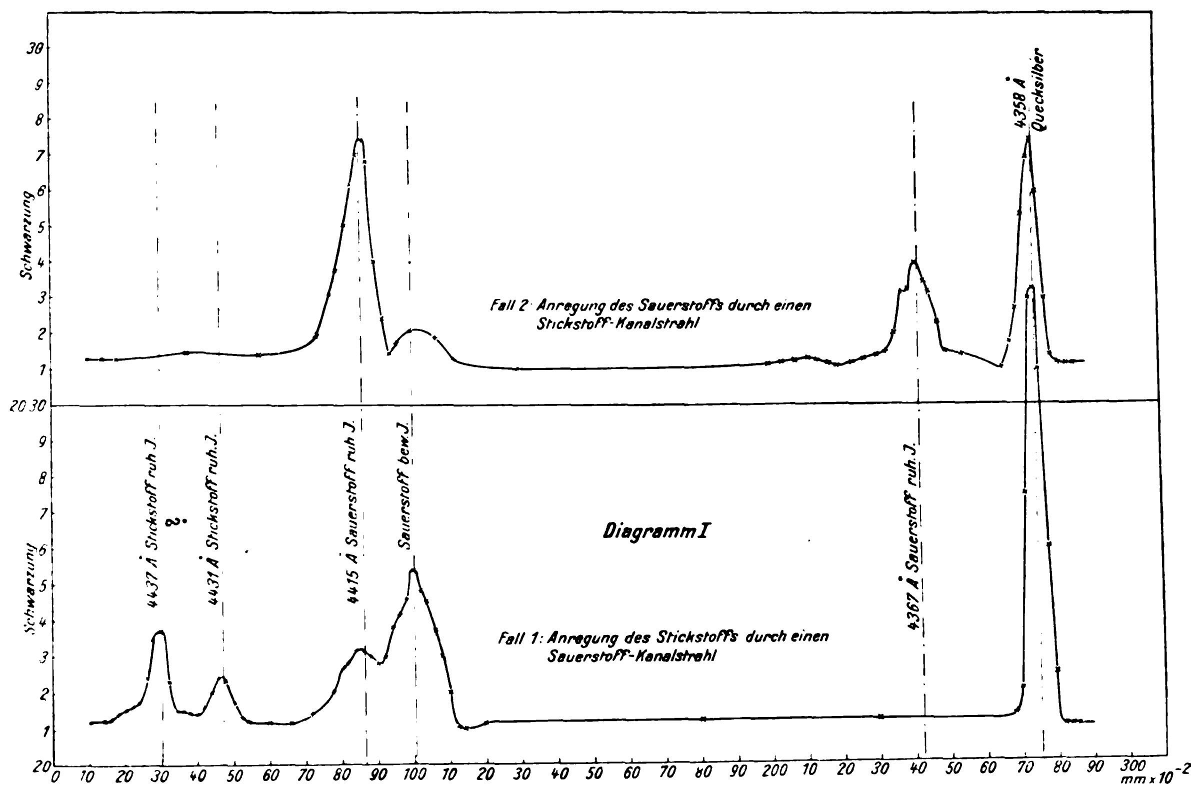

Schwärzung
Fall 2: Anregung des Sauerstoffs durch einen Stickstoff-Kanalstrahl
4358 Å Quecksilber
Diagramm I
4437 Å Stickstoff ruh. J.
4431 Å Stickstoff ruh. J.
4415 Å Sauerstoff ruh. J.
Sauerstoff bew. J.
4367 Å Sauerstoff ruh. J.
Fall 1: Anregung des Stickstoffs durch einen Sauerstoff-Kanalstrahl
mm x 10⁻²

Fig. 2.

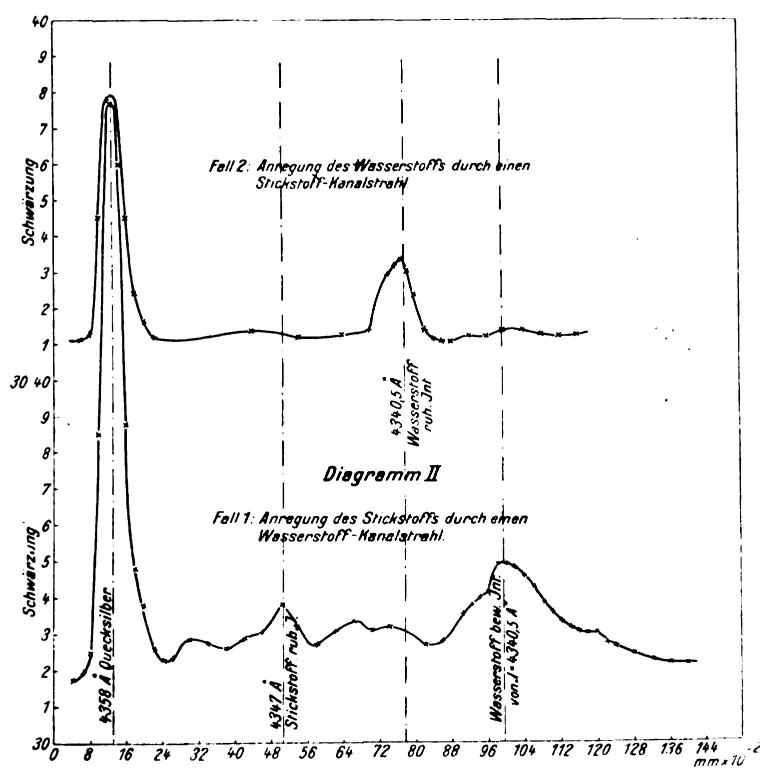

Schwärzung
Fall 2: Anregung des Wasserstoffs durch einen Stickstoff-Kanalstrahl
4340,5 Å Wasserstoff ruh. Jnt.
Diagramm II
Fall 1: Anregung des Stickstoffs durch einen Wasserstoff-Kanalstrahl.
4358 Å Quecksilber
4347 Å Stickstoff ruh. J.
Wasserstoff bew. Jnt. von J = 4340,5 Å
mm x 10⁻²

Fig. 3.

stark, die bewegte ganz schwach. Außerdem zeigt das Diagramm I im Falle 1 die ruhenden Intensitäten der Stickstofflinien $\lambda = 4437$ Å[1]) und $\lambda = 4431$ Å; während im Falle 2 an der Stelle des Spektrums keine Schwärzung zu bemerken ist. Umgekehrt ist im Falle 2 die ruhende Intensität der Sauerstofflinie $\lambda = 4367$ Å vorhanden, während im Falle I an der entsprechenden Stelle die Platte keine Schwärzung zeigt.

Das Diagramm II (Fig. 3) gilt für Versuche an Wasserstoff und Stickstoff. Bei Versuchen mit Wasserstoff mußte die Anordnung ein wenig verändert werden, da die Trennung des Wasserstoffs von anderen Gasen durch Kapillaren schwieriger ist. Es mußten engere und längere Kapillaren genommen werden, und das Abpumpen mußte durch zwei Gaedepumpen besorgt werden. Eine saubere Trennung der beiden Gase konnte kaum erreicht werden. Der durch die engen und langen Kapillaren sehr geschwächte Kanalstrahl bedingte sehr lange Expositionszeiten. Trotzdem zeigt das Diagramm II, daß im Falle (1) des Hineindringens eines Wasserstoffstrahls in Stickstoff nur die bewegte Intensität des Wasserstoffs auftritt. Umgekehrt ist im Falle (2) eines Stickstoffkanalstrahls in einer Wasserstoffatmosphäre nur die ruhende Intensität des Wasserstoffs vorhanden.

Die immer auf den Platten vorkommende *Hg*-Linie $\lambda = 4358$ Å zeigt keinen Dopplereffekt, weil bei der in Fig. 1 skizzierten Anordnung der *Hg*-Dampf nur im Raum *B* vorhanden sein kann und also nur ruhend zum Leuchten angeregt werden kann. Wurde das Kühlgefäß bei C_1 entfernt, so daß *Hg*-Dampf aus der Gaedepumpe in den Entladungsraum gelangen konnte, so entstanden neben den Kanalstrahlen des durchströmenden Gases auch *Hg*-Kanalstrahlen, und die Linie $\lambda = 4358$ Å zeigte einen Dopplereffekt. —

Aus den Resultaten der beschriebenen Versuche kann also gefolgert werden, daß von den drei oben angeführten möglichen Erklärungen für den Ursprung der Träger der ruhenden und bewegten Intensität nur die letzte richtig sein kann:

Die im Kathodenfall beschleunigten Teilchen durcheilen den ganzen Beobachtungsraum, ohne wesentlich an Geschwindigkeit zu verlieren; sie regen sich selber an den ruhenden Teilchen des umgebenden Gases zum Leuchten an und sind die Träger der bewegten Intensität. Im Vorbeifliegen regen sie auch die ruhenden Teilchen des Beobachtungsraums zum Leuchten an, ohne ihnen Geschwindigkeiten zu erteilen. Die letzteren Teilchen sind die Träger der ruhenden Intensität.

Eine ausführliche Beschreibung der Anregungsversuche in verschiedenen Gasen und Dämpfen beabsichtige ich zusammen mit anderen Beobachtungen am Dopplereffekt der Kanalstrahlen in nächster Zeit zu veröffentlichen.

Zum Schluß möchte ich Herrn W. Wien, auf dessen Anregung ich die Versuche unternommen habe, meinen Dank aussprechen; ebenso auch Herrn F. Harms für zahlreiche wertvolle Ratschläge.

Würzburg, Physikal. Institut der Universität, Oktober 1911.

(Eingegangen 22. Oktober 1911.)

1) Die Zugehörigkeit dieser Linie zum Stickstoff ist nicht sicher, doch tritt sie immer in meinen Stickstoffkanalstrahlen auf.

Über einige einfache Herstellungsmethoden radioaktiver Zerfallsprodukte.

Von Lise Meitner.

Gelegentlich einiger Arbeiten über die β-Strahlen der verschiedenen radioaktiven Körper[1]) hatte sich die Notwendigkeit ergeben, Methoden auszuarbeiten, die die Herstellung radioaktiver Produkte in möglichst dünnen Schichten und auf sehr geringen Oberflächen gestatten. Da die hierbei erzielten Resultate ein gewisses allgemeines praktisches Interesse besitzen, sollen sie hier kurz im Zusammenhang mitgeteilt werden.

Es wurden im wesentlichen zwei Methoden benützt, einmal die direkte elektrochemische Abscheidung eines radioaktiven Produktes auf einem in die aktive Lösung getauchten Metall, das demnach unedler sein muß als das betreffende radioaktive Produkt, andererseits die elektrolytische Abscheidung an der Kathode. Beide Methoden sind schon wiederholt von verschiedenen Forschern untersucht und verwertet worden, wobei es sich aber stets um mehr qualitative Studien handelte[2]). In der vorliegenden Untersuchung wurden unter anderem Produkte hergestellt, die bisher nach dem angegebenen Verfahren nicht gewonnen worden waren, und vor allem die Versuchsbedingungen so gewählt, daß bei absoluter Reinheit der

1) O. v. Baeyer, O. Hahn u. L. Meitner, diese Ztschr. 12, 1099, 1911.

2) F. v. Lerch, Wien. Ber. 114, Febr. 1905, März 1905; Ann. d. Phys. 12, 745, 1903; M. Levin, diese Ztschr. 7, 812, 1906 u. 8, 132, 1907; Meyer u. E. v. Schweidler, Wien. Ber. 114, 1147, 1905; H. Sirk, Wien. Ber. 118 (2a), 363, 1909 u. 119, Juni 1910.

abzutrennenden Substanz eine möglichst quantitative Ausbeute erzielt wurde.

Es wurden auf diese Weise *RaB+C*, *RaC*, *RaE*, Mesothorium 2, Thorium *A*, Thorium *B+C*, Aktinium *A* und Aktinium *B* abgetrennt.

Der rasch zerfallende Niederschlag des Radiums: *RaB+C*, *RaC*.

Der aktive Niederschlag wurde entweder auf negativ geladenen Phosphorbronzedrähten gesammelt oder man ließ ihn sich an den Wänden des die Radiumemanation enthaltenden Glasgefäßes absetzen, worauf er durch Kochen in stark verdünnter Salzsäure abgelöst wurde. Kam es darauf an, die einzelnen Produkte auf sehr kleinen Metalloberflächen abzuscheiden, so mußte das Flüssigkeitsvolumen sehr gering gewählt werden, höchstens einige Kubikzentimeter.

Um Radium *B+C* aus der Lösung zu gewinnen, wurde die schwach saure Lösung elektrolysiert. Als Anode diente ein Platindraht, als Kathode ein Silberdraht. Es wurde eine Spannung von 220 Volt angelegt und eine 25kerzige Glühlampe dazwischen geschaltet. Der Abstand der Elektroden betrug einige Millimeter. Genaue Bestimmungen der Stromstärke wurden nicht ausgeführt, aber der Abstand der Elektroden stets so reguliert, daß die Glühlampe hell brannte. Diese Versuchsbedingungen wurden bei allen elektrolytischen Versuchen eingehalten. Die Lösung wurde während des Elektrolysierens ständig stark kochend erhalten, was sich für die Güte der Ausbeute als sehr wesentlich erwies. H. Sirk[1]) hat bei seinen elektrolytischen Versuchen gefunden, daß ständiges Rühren der aktiven Lösung die kathodische Ausscheidung der radioaktiven Substanz sehr unterstützt. Es ist nicht unwahrscheinlich, daß das Kochen der Lösung die gleiche Wirkung wie Rühren herbeiführt, indem es die an der Kathode infolge der Ausscheidung bedingte Verarmung an radioaktiver Substanz aufhebt.

Da die Radioaktivität der Lösung, die die dem rasch zerfallenden Niederschlag entsprechende zeitliche Abklingung besitzt, nimmt die Menge der an der Kathode niedergeschlagenen *RaB+C*-Menge nicht unbegrenzt mit der Dauer der Elektrolyse zu, sondern es existiert ein Optimum der Zeit. Aus zahlreichen Versuchen ergab sich als günstigste Dauer der Elektrolyse die Zeit von 15 bis 20 Minuten. Wurde als Kathode ein dickerer Silberdraht (etwa 0,8 mm Durchmesser und 10 bis 15 mm Länge) gewählt, so konnte fast die ganze theoretisch zu erwartende *RaB+C*-Menge niedergeschlagen werden. Wurde, wie es zumeist geschah, ein Draht von 0,19 mm Dicke und etwa 10 mm Länge verwendet, so betrug die Ausbeute ungefähr 60 Proz. der theoretischen. Diese Zahlenverhältnisse erwiesen sich innerhalb weiter Grenzen als unabhängig von der absoluten Stärke der elektrolysierten Lösung. Sie wurden aus zahlreichen Versuchen gewonnen, bei denen die Aktivität der Lösung zwischen 0,1 mg und etwa 15 mg (bezogen auf die γ-Strahlung von Radiumbromid im Gleichgewicht mit seinen Zerfallsprodukten) schwankte.

Die Prüfung der Abklingung der am Silberdraht gesammelten Aktivität ergab, daß unter den angeführten Bedingungen *RaB+C* mit einem geringen Überschuß an *RaB* abgeschieden wird. Die in der Lösung noch vorhandene Aktivität zeigte entsprechend eine etwas raschere Abnahme als *RaB+C* im Gleichgewicht entspricht.

Es wurden auch einige orientierende Versuche mit Nickel, Gold und Platin als Kathode ausgeführt. In allen drei Fällen erwies sich die abgeschiedene Aktivität als *RaB+C*, betrug aber der Intensität nach nur einige Prozent der unter gleichen Bedingungen an Silberkathoden erhaltenen Menge.

Einen wesentlichen Einfluß übt die Säurekonzentration auf die Abscheidung der Aktivität aus. In stark saurer Lösung war die Aktivität der Kathode viel geringer und zeigte einen wechselnden Überschuß an *RaC*; in ammoniakalischer Lösung wurde praktisch gar keine aktive Substanz ausgeschieden, was möglicherweise seinen Grund darin hat, daß *RaB+C* durch NH_3 gefällt wird, also unter diesen Bedingungen gar nicht mehr in gelöster Form vorliegt. Es sei hier noch erwähnt, daß der aktivierte Silberdraht in vielen Fällen fast ganz blank, manchmal aber mit einem schwachen Niederschlag überzogen war, der offenbar von Spuren verunreinigender Substanz in der Lösung herrührte. Die Anode (Platin) war in allen Fällen praktisch inaktiv.

Die Herstellung von Radium *C* geschieht am besten nach der zuerst von v. Lerch[1]) angegebenen Methode, indem man Nickel in die schwach salzsaure Lösung des aktiven Niederschlages taucht. Auch hier wird die Ausbeute bedeutend erhöht, wenn man die Lösung auf ein geringes Flüssigkeitsvolumen beschränkt und während der Dauer des Versuches kochend erhält. Bei Verwendung von Nickelblechen von nicht gar zu geringer Ober-

1) H. Sirk, l. c.

1) F. v. Lerch, Ann. d. Phys. **20**, 345, 1906.

fläche kann man auf diese Weise eine fast quantitative Abscheidung des Radium *C* erzielen. Beispielsweise wurde in eine kochende Lösung, die 8 mg *RaB*+*C* enthielt, 10 Minuten lang ein etwa 1 cm² großes Nickelblech getaucht, wobei sich auf demselben 6,6 mg *RaC* abschieden. Da die Aktivität der Lösung während der 10 Minuten abnimmt, entspricht die erhaltene *RaC*-Menge fast quantitativ der theoretisch zu erwartenden.

Wurden dünne, kurze Nickeldrähte verwendet (0,2 bis 0,3 mm dick und 10 mm lang), so betrug die erzielte Ausbeute nur 50 bis 60 Proz. der theoretischen. Immerhin konnten auf diesen kleinen Oberflächen mehrere Milligramm *RaC* konzentriert werden.

Es wurden auch mehrere Versuche angestellt, um auf elektrolytischem Wege die Trennung von *RaC* in RaC_1 und RaC_2, die nach der Rückstoßmethode zuerst von Hahn und Meitner[1]) durchgeführt und kürzlich von Fajans[2]) bestätigt worden ist, zu erzielen. Es wurden zu diesem Zwecke die Nickelbleche nur wenige Sekunden in der Lösung gekocht und dann möglichst rasch zur Messung gebracht. Es gelang indes nicht, hierbei eindeutige Resultate zu erhalten.

RaE.

Das Radium *E* bildet bekanntlich den β-strahlenden Bestandteil des langsam zerfallenden Niederschlages des Radiums. Es läßt sich von Radium *D* und Radium *F* durch Glühen abtrennen, da es weniger flüchtig ist als die beiden anderen Produkte. Auch durch chemische Reaktionen ist es mehr oder minder rein darstellbar. Eine exakte Reindarstellung des *RaE* ist deswegen von besonderem Interesse, weil die bisher vorliegenden Angaben über seine Abklingung einander teilweise widersprechen. Rutherford, der zuerst die Trennung des langsam zerfallenden Niederschlages in seine Bestandteile durchführte, fand als Halbwertszeit für *RaE* 6 Tage, bei späteren Versuchen 4,5 Tage. Meyer und v. Schweidler schlossen aus ihren Versuchen[3]), daß *RaE* aus zwei Körpern bestehe, RaE_1 und RaE_2. RaE_1 wandelt sich strahlenlos in 6,2 Tagen in das β-strahlende RaE_2 um, das eine Halbwertszeit von 4,8 Tagen besitzt. Damit waren auch die Unterschiede in den Rutherfordschen Zahlen erklärt. Dementgegen wies Antonoff in einer kürzlich im Rutherfordschen Laboratorium durchgeführten Arbeit nach[1]), daß *RaE* ein einheitlicher Körper mit der Halbwertszeit von 5 Tagen ist. Der Beweis wurde durch die Aufnahme der β-Anstiegskurve von ursprünglich *RaE*-freiem Radium *D* erbracht. Eine direkte Abklingungskurve von *RaE* über eine längere Zeit konnte aber nicht aufgenommen werden.

Die eingangs erwähnten beiden Methoden gestatten nun ohne weiteres eine Reindarstellung von Radium *E* und somit auch eine sehr einfache Prüfung seiner Abklingungskonstanten. Gewinnt man *RaD*+*E*+*F* dadurch, daß man einen negativ geladenen Draht längere Zeit der Radiumemanation aussetzt, so ist der Vorgang sehr einfach. Einige Stunden nach Herausnahme aus der Emanation ist der rasch zerfallende Niederschlag verschwunden und die übrig bleibende Aktivität rührt nur vom *RaD*+*E*+*F* her. Man löst diese in verdünnter *HCl* auf und kann nun aus der kochenden Lösung durch Eintauchen eines Nickelbleches oder durch Elektrolysieren an einer Silberkathode das *RaE* abscheiden. Dabei wird aber auch ein Teil des *RaF* abgetrennt.

Gewöhnlich handelt es sich indes darum, das Radium *E* aus *RaD*-haltigem Bleichlorid, d. h. aus den Bleirückständen der Pechblende abzutrennen. Arbeitet man mit geringen Mengen Bleichlorid (10 bis 20 g), so genügt es, das Bleichlorid in Wasser zu lösen und in die kochende Lösung ein Nickelblech hineinzuhängen. Arbeitet man mit größeren Mengen, so muß man das Bleichlorid durch Auflösen in kochendem Wasser und nachheriges Auskristallisieren in der Kälte zum größeren Teil entfernen. Das Radium *E* und das Polonium bleiben hierbei im Filtrat, das dann auf ein kleines Volumen eingeengt werden kann[2]). Dieses Verfahren wurde auch hier eingehalten. In das eingeengte Filtrat wurde ein Nickelblech getaucht und etwa 1/2 Stunde in der kochenden Lösung gelassen. Es gelang so über 60 Proz. der in 200 g aktivem Bleichlorid enthaltenen Menge *RaE* auf einem Nickelblech von etwa 1 cm² Oberfläche in unendlich dünner Schicht zu konzentrieren. Die elektrolytische Methode, die eine noch bessere Konzentration auf kleinen Oberflächen gestattet, erfordert die vorherige quantitative Abscheidung des Bleies, die durch bloßes Auskristallisieren in der Kälte natürlich nicht erzielt wird. Man kann diese Schwierigkeit umgehen, indem man das *RaE* zunächst auf Nickel niederschlägt, von diesem durch

1) O. Hahn u. L. Meitner, diese Ztschr. **10**, 697, 1909.
2) K. Fajans, diese Ztschr. **12**, 369, 1911.
3) St. Meyer u. E. v. Schweidler, Ber. d. Akad. d. Wiss Wien **115**, IIa, 697, 1906.

1) G. N. Antonoff, Phil. Mag. (6) **19**, 825, 1910.
2) F. Giesel, Chem. Ber. **41**, 1059, 1908; Mme. Curie, Traité de Radioactivité t. I, 185, 1911.

Kochen in Salzsäure ablöst und die Lösung dann etwa 30 Minuten lang elektrolysiert. Beispielsweise wurde auf diese Weise fast 0,2 mg Radium *E* auf einem 0,19 mm dicken und 10 mm langen Silberdrähtchen abgeschieden.

Wie rein das nach dem angegebenen Verfahren erhaltene *RaE* ist, kann aus nachstehender Abklingungskurve (Fig. 1) ersehen werden, in der als Abszissen die Zeiten in Tagen, als Ordinaten die Logarithmen der Aktivität in willkürlichem Maß eingetragen sind. Dieselbe wurde mit einem Präparat aufgenommen, das durch Eintauchen eines Nickelbleches in eine

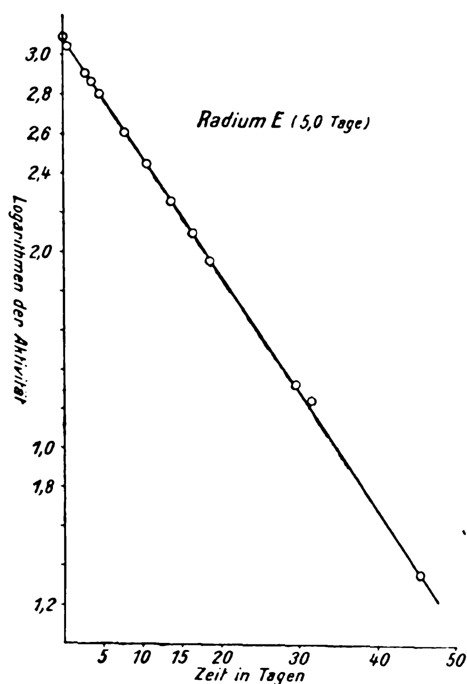


Fig. 1.

kochende Lösung von 10 g aktivem Bleichlorid gewonnen worden war. Die ursprüngliche Aktivität des Bleches betrug 6,8 . 10^{-3} mg und die Messungen erstreckten sich über 46 Tage. Nach dieser Zeit waren weniger als 2 Promille der Anfangsaktivität vorhanden, gleichwohl erfolgte die Abklingung noch exponential mit einer Halbwertszeit von 5 Tagen. Derselbe Wert der Zerfallskonstante wurde auch mit verschiedenen anderen Präparaten erhalten in Übereinstimmung mit den Resultaten von Antonoff.

Es wurden außer Nickel auch *Fe*, *Sn* und *Pb* zur Abscheidung von *RaE* herangezogen. Die Ausbeuten waren viel schlechter als mit *Ni* und zwar am schlechtesten mit *Pb*, am besten mit *Sn*. In allen Fällen war das Verhältnis der α-Aktivität zur β-Aktivität das gleiche, was zu dem Schluß berechtigt, daß gleichzeitig mit dem *RaE* auch die ihm entsprechende Menge *RaF* abgeschieden wird. Will man das vermeiden, so muß man das *RaF* vorher, etwa durch Eintauchen von Wismut in die Lösung, entfernen.

Mesothorium 2.

Das Mesothorium 2 bildet den β-strahlenden Bestandteil des Mesothoriums[1]), des ersten Zerfallsproduktes des Thoriums. Es entsteht aus dem strahlenlosen Mesothorium 1 und zerfällt in 6,2 Stunden zur Hälfte in Radiothor. Um es elektrolytisch niederzuschlagen, wurde folgendermaßen verfahren. Das Mesothor wurde in Intervallen von mehreren Tagen durch Fällungen mit *Fe* vom Radiothor möglichst vollständig befreit. Während dieser Zeit zerfällt auch das beim Mesothor verbleibende *ThX* zum größten Teil. Man erhält so ein Präparat, das Mesothorium 1 und Mesothorium 2 im Gleichgewicht und eine geringe Menge *ThX* plus der entsprechenden Menge aktiven Niederschlages (*ThA*+*B*+*C*+*D*) enthält. Macht man nun wieder eine Fällung unter Zusatz ganz geringer Spuren von Eisen, so wird Mesothorium 2 und *ThA* gefällt. Die Fällung wurde in verdünnter Salzsäure gelöst. Die Lösung wurde zunächst mit Platin als Kathode elektrolysiert. Dabei scheidet sich das *ThA* an der Kathode aus (vgl. weiter unten). Gleichzeitig wird auf diese Weise die geringe Menge Eisen aus der Lösung entfernt, was insofern von Wichtigkeit ist, als die elektrolytische Abscheidung von Mesothorium 2 nur in fast neutraler Lösung gut vor sich geht und in dieses das Eisen und mit ihm das Mesothorium 2 ausfallen würde. Nachdem nun *ThA* und die Spuren von Eisen entfernt waren, wurde die Lösung fast neutralisiert und dann unter ständigem Kochen mit Silber als Kathode elektrolysiert. Mesothorium 2 wandert dabei an die Kathode. Es gelang so wieder auf einem Silberdrähtchen von 0,19 mm Dicke und knapp 10 mm Länge mehrere Milligramm Mesothorium 2 zu konzentrieren.

Der aktive Niederschlag des Thoriums: *ThA*+*B*+*C*, *ThA*, *ThB*+*C*.

Der aktive Niederschlag des Thoriums wurde in der üblichen Weise auf negativ geladenen Zinnfolien, die der Einwirkung eines emanierenden Radiothorpräparates ausgesetzt waren, gesammelt und durch Kochen in verdünnter Salzsäure abgelöst. Um *ThA* zu erhalten,

1) O. Hahn, diese Ztschr. **8**, 277, 1907; **9**, 246 u. 392, 1908.

wurde die Lösung mit Gold oder Platin als Kathode elektrolysiert. Dabei bleibt *ThB* und *ThD* in Lösung, während *ThA* abgeschieden wird und zwar in verhältnismäßig großer Reinheit. Das konnte durch die Prüfung der Aktivitätsänderung festgestellt werden. Die nach der angegebenen Weise aktivierten Platin- und Golddrähte wiesen eine Zunahme ihrer β-Aktivität auf, die 2 bis 3 Stunden andauerte. Die einzelnen Versuche zeigten aber untereinander keine vollkommene Übereinstimmung, indem manchmal die β-Aktivität der Präparate mehr als das Doppelte ihres ursprünglichen Wertes erreichte (was der theoretischen Anstiegskurve von anfangs *ThB*-freiem *ThA* entspricht), manchmal aber auch nur $1^1/_2$mal so stark wurden als sie nach Beendigung der Elektrolyse waren. Es wurden also in manchen Fällen auch geringe Mengen *ThB* mit ausgeschieden, ohne daß es möglich war, die Bedingungen, unter denen dies eintrat, festzustellen. Indes kann man sich hiervon leicht unabhängig machen, da sich *ThB* aus der Lösung des aktiven Niederschlages ohne Schwierigkeiten abtrennen läßt. Man bedient sich hierzu am besten der von v. Lerch[1]) angegebenen Methode durch Eintauchen von Nickel in die Lösung. *ThA* und *ThD* bleiben dabei in Lösung. Man kann auf diese Weise *ThB* quantitativ entfernen, und wenn man dann die Lösung unter Kochen mit *Au* oder *Pt* als Kathode einige Minuten elektrolysiert, so erhält man reines *ThA*.

Wurden Gold oder Platin ohne Elektrolyse in die kochende Lösung getaucht, so war die an ihnen abgeschiedene Aktivität verschwindend klein. Wurde mit Silber als Kathode elektrolysiert, so schied sich *ThA*+*B*, aber mit großem Überschuß an *ThB* ab.

Da *ThD* leicht nach der Rückstoßmethode herzustellen ist, gestatten die angeführten Methoden, die einzelnen Umwandlungsprodukte des aktiven Niederschlages des Thoriums, mit Ausnahme des sehr kurzlebigen *ThC*, getrennt und zwar in sehr guter Ausbeute zu erhalten.

Der aktive Niederschlag des Aktiniums.

Der aktive Niederschlag des Aktiniums wurde in gleicher Weise gesammelt wie der des Thoriums. Bringt man in die kochende, schwach salzsaure Lösung desselben 1 bis 2 Minuten lang ein Nickelblech, so scheidet sich auf demselben Aktinium *B* in überraschender Reinheit ab. Die Reindarstellung dieses Körpers bildete bisher wegen seiner kurzen Lebensdauer (2,15 Minute Halbwertszeit) im allgemeinen einige Schwierigkeiten; nach der angegebenen Methode erfolgt sie mit außerordentlicher Leichtigkeit. Wie absolut rein die Substanz abgeschieden wird, zeigt die nachstehende α-Strahlenkurve (Fig. 2). Als Abszissen sind die Zeiten in Minuten, als Ordinaten die Logarithmen der Aktivität aufgetragen.

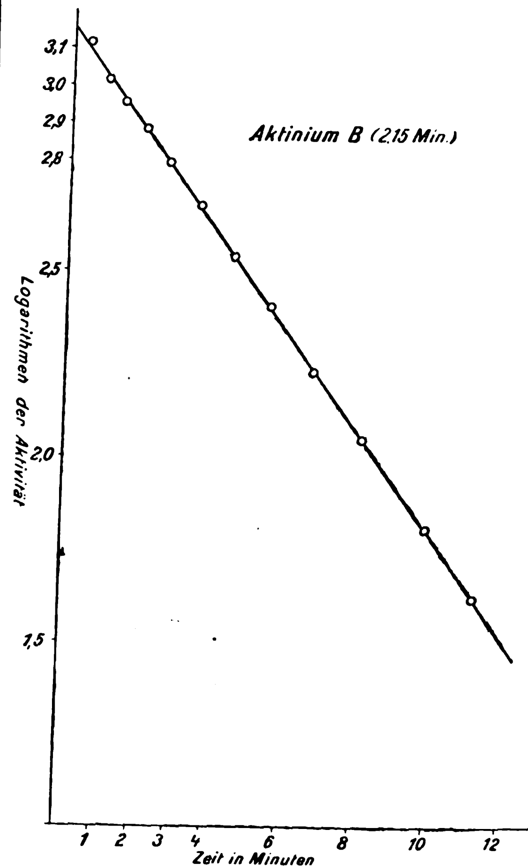


Fig. 2.

Es sei hier noch bemerkt, daß manche der Abklingungskurven in ihrem anfänglichen Verlauf einen weniger steilen Abfall zeigten als im weiteren Verlauf. Wenn dieser Erscheinung eine wirkliche Tatsache zugrunde liegt, so kann es nur die sein, daß Aktinium *B* selbst komplex ist und aus einem Körper Aktinium B_1 mit der Halbwertszeit 2,15 Minuten und einer zweiten Substanz Aktinium B_2 besteht, deren Lebensdauer kurz ist im Verhältnis zu der von Aktinium B_1. Zu dem gleichen Schluß war bereits früher Mlle. Blanquis auf Grund ihrer Untersuchungen über die Ionisations-

1) F. v. Lerch, l. c.

kurven des aktiven Niederschlages von Aktinium gelangt[1]). Indes war es mir nicht möglich, die erwähnten Unregelmäßigkeiten in der Abklingung des Aktinium *B* willkürlich zu reproduzieren.

Wurde die Lösung des aktiven Niederschlages unter den oben angegebenen Bedingungen mit Silber als Kathode elektrolysiert, so schied sich Aktinium $A+B+C$ mit einem Überschuß an Aktinium *A* ab. Da die Nachbildung von Aktinium *B* mit 2,1 Minuten, die von Aktinium *C* mit einer Periode von 5,1 Minuten erfolgt, so spielt hier die Geschwindigkeit, mit der das Präparat nach dem Entfernen aus der Lösung gemessen wird, eine ausschlaggebende Rolle für den gefundenen Überschuß an Aktinium *A*.

Die Abscheidung des Aktinium *B* auf Nickel ist wegen der Einfachheit des Verfahrens und der relativen Empfindlichkeit (es werden α-Strahlen gemessen) vielleicht zum Nachweis kleiner Aktiniummengen geeignet.

1) Mlle Blanquis, C. R. **151**, 57—60, 1910.

Berlin, Chemisches Institut der Universität.

(Eingegangen 15. September 1911.)

Magnetische Spektren der β-Strahlen des Radiums.

Von Otto v. Baeyer, Otto Hahn und Lise Meitner.

(Mit Tafel XIV.)

In zwei vorangehenden Arbeiten[1]) sind die magnetischen Spektren der β-Strahlen verschiedener radioaktiver Substanzen, besonders der Produkte der Thoriumreihe beschrieben worden. Dabei zeigte sich, daß in fast allen Fällen ein diskontinuierliches Spektrum erhalten wird. Besonders wohl definierte Streifen erhielt man in dem Gebiet der langsameren β-Strahlen (von 70 Proz. Lichtgeschwindigkeit an abwärts), während die schnelleren nur ziemlich verwaschene Bänder ergaben, was sich z. B. beim *RaE* besonders bemerkbar machte.

Die vorliegende Arbeit beschäftigt sich mit den β-Strahlen des Radiums selbst und seines schnell zerfallenden aktiven Niederschlags. Diese Untersuchung bot insofern ein besonderes Interesse, da bei früheren Versuchen, wie z. B. von Kaufmann und Bucherer, eine Diskontinuität des magnetischen Spektrums sich nicht bemerkbar gemacht hatte.

Die durchdringenden β-Strahlen der üblichen Radiumsalze rühren vor allem vom *RaC* her. Aus Absorptionsmessungen war für diese Substanz schon früher eine komplexe β-Strahlung angenommen worden. Außer dem Radium *C* emittiert das Radium *B* β-Strahlen, die im allgemeinen weniger durchdringend sind als die Strahlen des *RaC*, und nach Untersuchungen von H. W. Schmidt[1]) ebenfalls als komplex anzusehen sind. Schließlich ist das Radium selbst Träger einer typischen β-Strahlung, die von Hahn und Meitner[2]) aufgefunden und vor kurzem von Kolowrat[3]) bestätigt worden ist. Diese Strahlung beteiligt sich bei der gesamten β-Strahlung des Radiums plus aktivem Niederschlag, in der üblichen elektroskopischen Weise gemessen, nur zu etwa 1 Proz., läßt sich aber in einem entemanierten Radium mit Leichtigkeit nachweisen.

Bei der Aufnahme des magnetischen Spektrums muß man also 3 Strahlengruppen erwarten, die des *RaC*, des *RaB* und des eigentlichen Radiums.

Die β-Strahlen des aktiven Niederschlags des Radiums.

Zuerst wurde der aktive Niederschlag des Radiums untersucht und zwar $RaB + C$. Der an den Wänden eines geeigneten Emanationsgefäßes angesammelte aktive Niederschlag wurde nach den Angaben von L. Meitner[4]) in salzsaurer Lösung an einer Silberkathode elektrolytisch abgeschieden. Die verwendete Silberkathode bestand aus einem 1 cm langen, 0,2 mm dicken Silberdrähtchen. Die Aktivität eines solchen Präparats entsprach 2 bis 4 mg Radium und war hergestellt worden aus 12 mg Emanation.

Das Präparat wurde in dünne Zinnfolie (0,007 mm) eingehüllt, um ein Verstreuen der aktiven Substanz durch Rückstoß oder Erschütterungen zu vermeiden. Die experimentelle Anordnung zur photographischen Aufnahme des magnetischen Spektrums im Vakuum war dieselbe wie früher. Die Feldstärke betrug 215 Gauß, die Expositionsdauer 2 Stunden.

Die erhaltene Photographie ist in Fig. 1[5]) dreifach vergrößert wiedergegeben. Auf der

1) v. Baeyer u. Hahn, diese Zeitschr. **11**, 488, 1910; v. Baeyer, Hahn u. Meitner, diese Zeitschr. **12**, 273, 1911.

1) H. W. Schmidt, Ann. d. Phys. (4) **21**, 609, 1906.
2) Hahn u. Meitner, diese Zeitschr. **10**, 741, 1909.
3) Kolowrat, Le Radium **7**, 269, 1910.
4) L. Meitner, diese Zeitschr. **12**, 1094, 1911.
5) Die beiden Figuren befinden sich auf besonderer Tafel XIV.

Originalplatte sind außer dem starken α-Strahlstreifen 7 Streifen zu erkennen, die sich mit genügender Genauigkeit ausmessen ließen. Auf der Reproduktion sind nicht alle Streifen zu erkennen, da, wie wir schon früher beobachteten, die schnelleren β-Strahlen ziemlich unscharfe Bilder ergaben. Die Ausmessung der Streifen erfolgte wie früher unter einem schwach vergrößernden Mikroskop.

Bei der Berechnung der Krümmungsradien aus der gemessenen Ablenkung und den Apparatdimensionen wurde nicht die früher verwandte einfache Formel benutzt, da diese bei der hier vorliegenden Größe der Ablenkung (bis zu 5 mm) nicht genügend genau ist[1]).

Die genauere Formel lautet

$$\varrho = \sqrt{R^2 + \frac{1}{2} A^2 + \frac{1}{2} B^2},$$

wo ϱ der gesuchte Krümmungsradius.

$$A = d_1 + \frac{d_2}{2}$$

$$B = \frac{d_2}{2}$$

$$R = \frac{d_1 (d_1 + d_2)}{2d}.$$

d_1 Abstand des Spaltes von der photograph. Platte,
d_2 „ „ „ „ dem Präparat,
d die gemessene Aufspaltung.

Die Abweichungen der früheren Formel gegenüber dieser sind natürlich nur von Belang bei den langsameren β-Strahlen mit kleinem Radius und großer Ablenkung.

Bei der Bestimmung der magnetischen Ablenkbarkeit ist außerdem zu berücksichtigen, daß durch das Bedecken des Präparats mit Zinnfolie die langsameren β-Strahlen einen Geschwindigkeitsverlust erleiden, der immerhin schon nachweisbar ist. Deshalb wurde zur Bestimmung der Geschwindigkeit der langsameren β-Strahlen eine Aufnahme mit unbedecktem Präparat bei demselben Feld ausgeführt.

Außerdem wurde noch eine Aufnahme bei einem halb so starken Feld hergestellt ebenfalls mit einem unbedeckten Präparat. Die erwähnten 7 Streifen sind auf dieser Aufnahme zwar zu erkennen, aber nicht genügend getrennt, um eine Ausmessung zuzulassen. Dafür treten aber auf dieser Aufnahme noch 2 weitere schwächere, sehr stark abgelenkte Streifen auf, so daß nach den bisherigen Versuchen der aktive Niederschlag des Radiums 9 Streifen aufweist.

Wie schon erwähnt, gehören die entsprechenden β-Strahlen dem Radium *B* und Radium *C* an. Um nun zu erkennen, welche Streifen dem Radium *B* zuzuschreiben sind, wurde eine Aufnahme mit reinem Radium *C* gemacht. Das Radium *C* wurde auf einen 1 cm langen, 0,2 mm dicken Nickeldraht niedergeschlagen. Die Aktivität entsprach mehreren Milligrammen reinem Radiumbromid. Die Aufnahme ergab ein ganz anderes Bild wie Fig. 1, die fünf stark abgelenkten Streifen fehlen. Daraus folgt, daß diese fünf Streifen dem Radium *B* zuzuschreiben sind. Dagegen sind die übrigen vier Streifen zu erkennen. Leider ist die Aufnahme dieser β-Strahlen, die alle größere Geschwindigkeit besitzen, nicht so klar, daß sie sich zur Reproduktion eignen würde.

Die große Zerfallsgeschwindigkeit von Radium *C* ebenso wie Radium *B* macht die Aufnahme des magnetischen Spektrums dieser Substanzen ziemlich schwierig, da man bei nicht sehr großen zur Verfügung stehenden Radium- bezw. Emanationsmengen die elektrochemische Abscheidung mit sehr guter Ausbeute vornehmen muß, um überhaupt photographierbare Mengen zu erhalten.

Die Ergebnisse der Messungen sind in der folgenden Tabelle zusammengestellt. Zur Berechnung der Geschwindigkeit ist die Lorentz-Einsteinsche Formel verwendet unter Zugrundelegung des Wertes

$$\frac{e}{m_0} = 1{,}77 \cdot 10^7 \text{ elektrom. Einh.}$$

β-Strahlen des aktiven Niederschlags[1]) des Radiums.

Geschwindigkeit (% Lichtgeschwindigkeit)	
0,98	Radium *C*
0,94	
0,86	
0,80	
0,74	Radium *B*.
0,69	
0,63	
0,41	
0,36	

1) Bei den von uns früher angestellten Messungen der sehr langsamen β-Strahlen von Radium *D* und den zwei sehr langsamen und schwachen β-Strahlen des aktiven Niederschlages der Thoriumemanation hätte diese genauere Formel ebenfalls angewendet werden müssen, wurde aber wegen der durch die Unschärfe dieser Streifen bedingten Ungenauigkeit der Messung nicht benutzt. Die Berechnung nach der genaueren Formel ergibt für Radium *D* $\beta = 0{,}39$ und 0,33 statt 0,37 und 0,31, für Thorium $(A + D)$ $\beta = 0{,}36$ und 0,29 statt 0,34 und 0,28.

1) Vor kurzem sind von Herrn J. Danysz (C. R. 153.

Die β-Strahlen des Radiums selbst.

Wie schon erwähnt, beteiligt sich die β-Strahlung des eigentlichen Radiums an der gesamten β-Strahlung nur zu einem sehr geringen Prozentsatz. Um diese Strahlung demnach deutlich wahrnehmbar zu machen und vor allem auch, um Störungen durch die α-strahlende Emanation zu vermeiden, wurde für die Aufnahme das Radium durch Auflösen und längeres Auskochen der Lösung von seiner Emanation befreit. Dann wurde es als Karbonat gefällt und das frisch getrocknete Pulver in einer kleinen Glasrinne zur Untersuchung gebracht. Mit großer Vorsicht wurde vermieden, daß Spuren von der Substanz außerhalb der Rinne verstreut wurden. Zur Sicherheit wurden alle Teile außer der Rinne mit Aluminiumblech von solcher Dicke bedeckt, daß es die α-Strahlen nicht hindurchließ.

Für die angestellten Versuche kam 1 mg Radium zur Verwendung. Das erhaltene Bild zeigt Fig. 2 (in zweifacher Vergrößerung). Man erkennt außer dem starken α-Strahl einen kräftigen β-Strahl und etwas weiter abgelenkt einen schwächeren β-Strahl.

Die Bestimmung der Geschwindigkeit dieser beiden β-Strahlen wurde leider nicht mit der wünschenswerten Genauigkeit ausgeführt, da das kostbare Präparat uns nur einmal zur Verfügung stand. Wir mußten uns damit begnügen, unter möglichst gleichen Umständen eine photographische Aufnahme der β-Strahlen des Thoriums $A + D$ zu machen. Da die Geschwindigkeiten dieser letzteren β-Strahlen aus unseren früheren Versuchen bekannt war, konnte man annähernd auch die Geschwindigkeiten der β-Strahlen des Radiums berechnen. Es ergab sich 0,65 und 0,52 Proz. Lichtgeschwindigkeit.

Zusammenfassung.

Es wurde konstatiert, daß auch der aktive Niederschlag des Radiums und das Radium selbst ein magnetisches Linienspektrum ergeben. Die Geschwindigkeit der einzelnen β-Strahlen wurde bestimmt aus der magnetischen Ablenkbarkeit.

Physikalisches Institut } der Universität Berlin.
Chemisches Institut }

(Eingegangen 27. September 1911.)

339, 1911) Messungen der Geschwindigkeit der β-Strahlen des aktiven Niederschlags der Radiumemanation mitgeteilt worden. Als Strahlungsquelle diente ein mit 120 mg Emanation gefülltes Glasröhrchen von 0,04 mm Wandstärke. Die erhaltenen Werte stimmen mit unseren Werten ziemlich gut überein. Es ist aber fraglich, ob ein direkter Vergleich gestattet ist, da Herr Danysz den der Rechnung zugrunde gelegten Wert von $\frac{e}{m_0}$ nicht angibt und die Geschwindigkeitsänderung, die durch die Glaswandung bedingt ist, nicht berücksichtigt.

Über die Temperaturabhängigkeit der Wärmeleitfähigkeit einiger Gase.

(Aus dem Physikalisch-chemischen Institut der Universität Berlin.)

Von A. Eucken.

1. Bei der Untersuchung der physikalischen Eigenschaften sehr verdünnter Gase, die neuerdings[1]) in den Vordergrund getreten ist, ist die mittlere freie Weglänge der Moleküle als so groß anzusehen, daß man die Zusammenstöße der Moleküle untereinander vernachlässigen kann. Der Wert der hierdurch erzielten Vereinfachung wird indessen durch den stark hervortretenden Einfluß des Materials der das Gas begrenzenden Wände herabgesetzt; so zeigte Knudsen[2]), daß der Wärmeaustausch zwischen einem Gas und einer platinierten Platinfläche bedeutend vollkommener ist, als zwischen dem Gas und einer glatten Platinfläche. Der Energieübergang zwischen den Molekülen eines festen Körpers und eines Gases ist daher nicht allein durch spezifische Eigenschaften des Gases, sondern auch des festen Körpers bedingt, eine Beobachtung, die qualitativ sehr einleuchtend, quantitativ aber schwer eindeutig zu analysieren ist[3]). Unter diesen Umständen scheint es günstiger zu sein, zunächst die Frage nach dem Austausch von Energie und Bewegungsgröße zwischen Gasmolekülen unter sich voranzustellen und daher noch einmal zur Untersuchung der inneren Reibung und Wärmeleitung bei höherem Druck zurückzukehren, wo nur die Zusammenstöße der Moleküle untereinander zu berücksichtigen sind, während der Einfluß der Beschaffenheit der Wandungen beseitigt ist. — Das bisherige experimentelle Material besitzt trotz seines Umfanges noch einige Lücken — insbesondere fehlen Wärmeleitfähigkeitsmessungen bei tiefen Temperaturen. Durch ihre Ausfüllung, zu der die im folgenden mitgeteilten Resultate beitragen sollen, darf man einen bessern Überblick über die Erscheinungen und daher vielleicht auch

1) F. Soddy u. A. J. Berry, Proc. Roy. Soc. London (A) **83**, 254 u. **84**, 576, 1910; M. Knudsen, Ann. d. Phys. **31**—**35**.
2) M. Knudsen, Ann. d. Phys. (4) **34**, 638, 1911.
3) Smoluchowski, Ann. d. Phys. (4) **35**, 983, 1911.

einen Fortschritt in der Beantwortung der erwähnten Frage erhoffen. —

2. Zur Messung der Wärmeleitfähigkeit von Gasen verdient insbesondere wegen ihrer Bequemlichkeit die Methode Schleiermachers[1]) den Vorzug. Der ursprünglichen Anordnung — ein in einem weiten Glasrohr ausgespannter Platindraht — haften indessen zwei Unvollkommenheiten an. Zunächst läßt sich die Temperatur des Gases an der Glaswand nicht exakt feststellen; es bildet sich nämlich während der Erwärmung des Drahtes im Glase und in der adhärierenden Schicht der Badflüssigkeit auch ein, wenn auch geringes Temperaturgefälle aus, so daß der gesamte Temperaturabfall im Gase nicht sicher bestimmt ist. Bei den Versuchen macht diese Unsicherheit sich auch durch ein kontinuierliches, langsames Ansteigen der Temperatur des Drahtes bemerkbar, da der Wärmefluß im Glase und der äußeren Flüssigkeit sehr viel langsamer stationär wird, als im Gase. Ersetzt man nun das weite Glasrohr durch ein dickwandiges Rohr eines gutleitenden Metalles, so verschwindet jene Unsicherheit, da man dem Metallrohr eher als dem Glase eine in sich konstante Temperatur zuschreiben kann. Zwar steigt beim Erwärmen des Drahtes auch die Temperatur des Metallrohres langsam an, doch kann man durch eine einfache Extrapolation sehr genau feststellen, wie hoch die Temperatur des Drahtes im Augenblick des Stromschlusses war, also zu einer Zeit, wo noch keine Erwärmung des Metallrohres stattgefunden hatte.

Eine zweite Fehlerquelle — die Wärmeableitung des Platindrahtes an seinen Enden — hat man bisher gering zu machen gesucht durch Verwendung eines möglichst langen Drahtes; hierdurch wird indessen der Apparat unhandlich und zur Verwendung bei beliebigen Temperaturen ungeeignet. Schaltet man statt dessen zwei verhältnismäßig kurze, aber verschieden lange Drähte, die von dem gleichen Strom durchflossen sind, gegeneinander, so hebt der Widerstand des kürzeren Drahtes den Widerstand eines Teils des längeren Drahtes an seinen Enden auf, und der Vergleichswiderstand gibt nur den Widerstand eines bestimmten mittleren Stückes des längeren Drahtes an.

3. Aus dem Vorhergehenden ergibt sich die Konstruktion folgenden Apparates[2]): An einen 12 cm langen, 1 cm starken Kupferstab sind seitlich zwei Silberröhren von 3 mm äußerem und 1 mm innerem Durchmesser angelötet, die Länge der Röhren beträgt 10 und 2 cm. In den Röhren sind konzentrisch *Pt*-Drähte von 0,05 mm Dicke[1]) ausgespannt, dieselben sind an ihren Enden an dickere *Pt*-Drähte angeschweißt, diese wiederum werden durch enge, gerade in die Silberröhren hineinpassende Tonröhrchen in ihrer Lage gehalten, durch Stahlfedern werden die Drähte gespannt. Eine prinzipiell gleiche Anordnung benutzte R. Goldschmidt[2]) zur Messung der Wärmeleitfähigkeit von Flüssigkeiten. Der Kupferstab mit *Pt*-Drähten usw. befindet sich in einem etwa 2 cm weiten Glasrohr, das oben verengt ist und in ein 0,4 cm weites Glasrohr ausläuft. Die Stromzuführung erfolgt durch in das Glas eingeschmolzene *Pt*-Drähte; auf besondere Stärke der Zuführungsdrähte kam es, da ja die beiden Drähte gegeneinandergeschaltet waren, nicht an.

Die Art der Schaltung ist aus der beistehenden Skizze zu ersehen. Der Vergleichswiderstand bestand aus zwei einander parallel geschalteten Präzisionswiderständen, bei den einzelnen Versuchen war die Widerstandsänderung so gering, daß nur der größere Widerstand w_2 zu verändern war.

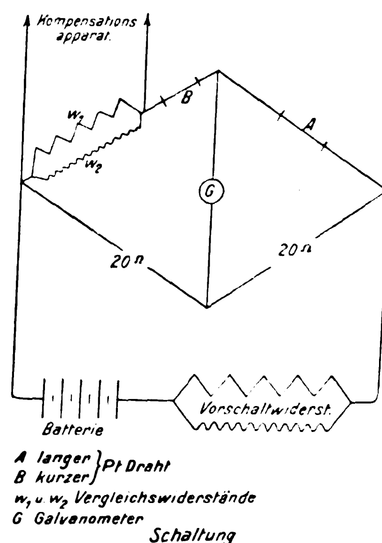


Fig. 1.

Die Energie wurde aus Widerstand und Spannung berechnet, letztere wurde mit Hilfe

1) Wied. Ann. **34**, 623, 1888.

2) Mit demselben wurden zunächst einige vorläufige Messungen ausgeführt [Ann. d. Phys. (4) **34**, 191, 1911]. Auf die Reinheit der untersuchten Gase war damals, da die Zahlen nur zur Berechnung einer Korrektion gebraucht wurden, kein besonderer Wert gelegt, woraus ein die Meßgenauigkeit des Apparates übersteigender Unterschied zwischen den vorläufigen und den hier mitgeteilten Messungen zu erklären ist.

1) Zur Verwendung gelangte der gleiche Draht, dessen Widerstandsänderung mit der Temperatur Nernst (Berl. Ber. 1911, S. 313) genau untersuchte.

2) Diese Zeitschr. **12**, 420, 1911.

eines Kompensationsapparates (nach Wilsmore) an dem Vergleichswiderstand gemessen.

Die Extrapolation, die vorgenommen werden mußte, um die Erwärmung des ganzen Metallstabes zu eliminieren, machte in der Regel nicht viel aus und ließ sich sehr exakt ausführen; die Art, wie eine einzelne Messung ausgeführt wurde, erläutert folgendes Beispiel:

Tabelle 1. Sauerstoff. 0°.

a) Schwacher Strom: $w_1 = 4{,}95\ \Omega$, $V = 0{,}0175$ Volt,

b) Starker Strom: $w_2 = 152{,}7\ \Omega$, $V = 0{,}1815$ Volt.

Zeit	w_2	Galvanometerablesung (Nullpunkt 30,00)
0	183	29,00 (extra-
30″	183	29,40 poliert)
60″	183	29,80
90″	182	33,55
120″	182	33,92
150″	183	30,90

Hieraus folgt, daß im Moment des Stromschlusses $w_2 = 182{,}67\ \Omega$ dem Galvanometerausschlag null entsprochen hätte.

Mit w_1, w_2 bei schwachem und starkem Strom sind sämtliche Daten zur Berechnung der Erwärmung des Drahtes, die in der Regel 0,5° bis 2° betrug, bekannt. Die Einzelversuche waren sehr genau reproduzierbar; die Stärke der Erwärmung übte auf den Wert der Wärmeleitfähigkeit keinen Einfluß aus. Da sich die Versuche verhältnismäßig rasch ausführen ließen, wurden von jedem Gase bei jeder Temperatur mindestens 12 Einzelversuche mit mindestens drei verschiedenen Erwärmungsgraden angestellt; verschiedene Gase, insbesondere Luft, H_2, N_2 und O_2, wurden häufiger gemessen. Die größte (vereinzelt vorkommende) Abweichung der Messungen unter sich betrug etwa 1 Proz., die mittleren Fehler der in der Tabelle 3 verzeichneten Mittelwerte sind stets kleiner als 0,2 Proz. —

Da die Wärmeleitfähigkeit bei hinreichend hohen Drucken vom Gasdruck unabhängig ist, ist seine genaue Angabe überflüssig. Die Grenze, bei der bei dem benutzten Apparat der Einfluß des Druckes auf die Wärmeleitfähigkeit aufhört, liegt etwa bei 10 cm Druck, wie aus folgender Versuchsreihe hervorgeht:

Tabelle 2. Luft. 0°.

Druck (cm Hg)	Wärmeleitfähigkeit (relativ)
76	1,000
40	0,999
21	1,0055
10	1,013
4	1,035

Die Versuche wurden fast sämtlich mit einem Gasdruck von 30—40 cm ausgeführt. Störungen durch Konvektion machten sich infolge der Enge der Metallröhren und der Kleinheit der Erwärmung bis zu 76 cm Druck nicht bemerkbar.

Die Wärmemenge, die der Platindraht durch Strahlung verliert, wurde durch einige Messungen bei 0° ermittelt, nachdem mittels Holzkohle und flüssiger Luft ein möglichst gutes Vakuum im Apparat erzeugt war. Der Strahlungsverlust macht in den ungünstigsten Fällen (schlecht leitende Gase bei höherer Temperatur) etwa 1 Proz. der Wärmeleitung des Gases aus.

Da die Wärmeleitung der Luft bei 0° hinreichend genau bekannt ist, sah ich von der Berechnung absoluter Werte ab. Im folgenden wurde der Wert **0,0000566** zugrunde gelegt, das Mittel aus den Beobachtungen Schleiermachers[1]) (0,0000562), Winkelmanns[2]) (0,0000568), E. Müllers[3]) (0,0000557) und Schwarzes (0,0000569)[4]).

Zur Kontrolle, daß mit dem Apparate etwa infolge der zahlreichen Erwärmungen und Abkühlungen keine Veränderungen vor sich gingen, wurde die Wärmeleitfähigkeit der Luft bei 0° zu Beginn, zwischendurch und zum Schluß sämtlicher Versuche gemessen; es ergab sich stets sehr nahe der gleiche Wert.

Die untersuchten Gase wurden in möglichster Reinheit hergestellt und sorgfältig getrocknet; mit Ausnahme der Edelgase wurden Messungen mit verschiedenen Füllungen vorgenommen.

H_2 und O_2 wurden elektrolytisch entwickelt, der beigemengte O_2 bzw. H_2 wurden durch erwärmtes Platinasbest entfernt.

CO_2 wurde aus reinem Marmor und HCl gewonnen; die Analyse des Gases ergab eine Verunreinigung an Luft von 0,5 Proz.

N_2 wurde aus Luft gewonnen. Ein merklicher Unterschied zwischen der Wärmeleitfähigkeit des atmosphärischen und der des reinen N_2 ist nicht zu erwarten[5]).

Das mir zur Verfügung stehende He und Ar wurde in den Apparat geleitet und durch Hin- und Herpumpen über auf etwa 300° erwärmtes Lithium gereinigt. Währenddem wurde die Wärmeleitfähigkeit von Zeit zu Zeit gemessen, als sie konstant geworden war, wurde die Reinigung als beendet angesehen.

4. Die Resultate der Messungen sind in Tabelle 3 zusammengefaßt.

1) Wied. Ann. **34**, 623, 1888.
2) Wied. Ann. **48**, 80, 1893.
3) Wied. Ann. **60**, 82, 1897.
4) Ann. d. Phys. (4) **11**, 303, 1903.
5) Vgl. hierzu: Bestelmeyer, Ann. d. Phys. **15**, 423, 1904.

Tabelle 3. Wärmeleitfähigkeit $\times 10^7 \left(\frac{\text{cal}}{\text{cm grad sec}}\right)$.

Absolute Temperatur	He	Ar	H_2	N_2	O_2	Luft	CO_2
273°	3340	388	3960	568	570	[566]	332
373°	3340 × 1,193	388 × 1,311	3960 × 1,261	568 × 1,264	570 × 1,303	[566] × 1,271	332 × 1,495
194,6°	3340 × 0,788	388 × 0,750	3960 × 0,774	568 × 0,758	570 × 0,753	[566] × 0,752	332 × 0,659
90,4°	—	388 × 0,366	3960 × 0,374	568 × 0,357	570 × 0,341	[566] × 0,354	—
Flüssige Luft	3340 × 0,436 (80,3°)	—	3960 × 0,349 (83,4°)	568 × 0,322 (81,6°)	570 × 0,302 (81,6°)	[566] × 0,329 (83,6°)	—
			3960 × 0,336 (81,5°)			[566] × 0,318 (81,9°)	

Mit den bisherigen Beobachtungen, die in den letzten Jahren nicht wesentlich vermehrt und daher bereits größtenteils in den Handbüchern der Physik[1]) enthalten sind, stehen die in Tabelle 3 enthaltenen Zahlen im allgemeinen nicht im Widerspruch. Die Werte der Leitfähigkeit bei 273° in Tabelle 3 liegen zwischen den bisherigen neueren Werten oder kommen ihnen nahe. Nur für CO_2 erhielt ich eine etwa 2,5 Proz. höhere Zahl als die bisher angenommene. Was die Größe des Temperaturkoeffizienten zwischen 0° und 100° anlangt, so stimmen die gefundenen Werte mit den auch bisher nach der Methode Schleiermachers erhaltenen überein; in einigen Fällen sind sie etwas kleiner, nur für He gibt Schwarze[2]) einen beträchtlich höheren Wert $\left(\frac{k_{373}}{k_{273}} = 1{,}318\right)$ an, der aber in Anbetracht des sonstigen Verhaltens des He unwahrscheinlich ist (vgl. Tabelle 5). Nach der Methode Winkelmanns ergaben sich stets erheblich kleinere Temperaturkoeffizienten, als nach der Schleiermachers; solange dieser auffallende Unterschied nicht geklärt ist, wird man indessen den Zahlen nach der Methode Schleiermachers den Vorzug geben, da diese direkter arbeitet und weniger Korrektionen bedarf, als jene. Bei tiefen Temperaturen wurden bisher nur Messungen von A. Eckerlein[3]) (nach einer der Winkelmannschen ähnlichen Methode) angestellt, seine Zahlen sind bei Luft und H_2 kleiner, bei CO_2 größer als die der Tabelle 3.

5. Die in Tabelle 3 enthaltenen Zahlen sind nun auf die Beziehung:

$$k = K c_v \eta$$

anzuwenden (k Wärmeleitfähigkeit, c_v spezifische Wärme bei konstantem Volumen, η Reibungskoeffizient); nach ihr ist der Faktor K zunächst für 0° in der folgenden Tabelle berechnet. Für die einatomigen Gase wurde $c_v = \frac{3/2\, R}{M}$, für die zweiatomigen $\frac{5/2\, R}{M}$ (M = Molekulargewicht), für $CO_2 = 0{,}150$[1]) gesetzt. Die Zahlenwerte von η sind den Arbeiten Breitenbachs[2]) und v. Obermeyers[3]) für CO_2 und K. Schmitts[4]) für die übrigen Gase entnommen.

Tabelle 4.

	$k_{273} \cdot 10^7$	$\eta_{273} \cdot 10^7$	c_v	K
He	3340	1880	0,751	2,365
A	388	2118	0,0745	2,460
H_2	3960	845	2,461	1,906
N_2	568	1673	0,177	1,918
O_2	570	1920	0,155	1,915
Luft	566	1736	0,171	1,905
CO_2	332	1400	0,150	1,583

Die Größe von K für die beiden einatomigen Gase stimmt, worauf bereits Schwarze hinwies, mit der von Boltzmann unter Zugrundelegung des Maxwellschen Kraftgesetzes berechneten Zahl 2,5 nahe überein. Der Wert dieser Übereinstimmung darf indessen nicht überschätzt werden, da als eine weitere Konsequenz jener Maxwell-Boltzmannschen Betrachtung eine Temperaturabhängigkeit von k bzw. η folgt — diese Größen sollten proportional T ansteigen —, die mit der Erfahrung sich nicht in Einklang befindet. Die gleichfalls bekannte Tatsache, daß die meisten zweiatomigen Gase den Faktor K = etwa 1,9 besitzen, tritt in Tabelle 4 vielleicht noch etwas schärfer zutage als bisher[5]). Daher scheint im Gegensatz zu einer Ansicht v. Smo-

1) Winkelmann, Handbuch der Physik, 1906, Bd. III, S. 585. Neuere Messungen über Wärmeleitfähigkeit von Gasen stellten an: Günther, Diss. Halle 1906 (H_2, N_2, O_2); Pauli, Ann. d. Phys. (4) **23**, 928, 1907 (Temperaturkoeffizient bei Luft, CO_2 und Dämpfen); ferner Todd, Proc. Roy. Soc. (A) **83**, 19, 1909, dessen Werte etwa 10 Proz. kleiner sind als die sonst angenommenen.

2) Ann. d. Phys. (4) **11**, 303, 1903.

3) Ann. d. Phys. (4) **3**, 120, 1900.

1) F. Keutel, Diss. Berlin 1910.

2) Wied. Ann. **67**, 803, 1893 u. Ann. d. Phys. **5**, 166, 1901.

3) Wien. Ber. **71** (IIa), 281, 1875.

4) Ann. d. Phys. (4) **30**, 393, 1909.

5) Auch für andere zweiatomige Gase bestätigt sich nach den bisherigen Daten die Zahl 1,9; z. B. berechnet Schleiermacher (Wied. Ann. **36**, 350, 1889) für CO: $K = 1{,}94$.

luchowskis[1]) die Vermutung[2]) eine Stütze zu gewinnen, daß K nicht eine individuelle Konstante eines jeden Gases, sondern allein eine Funktion entweder der Freiheitsgrade oder des Energieinhaltes des Moleküls ist. Insbesondere ist die Identität von K für H_2 und N_2, zwei sonst in ihren Eigenschaften durchaus verschiedenen Gasen, auffallend.

Die Veränderlichkeit von K bei den verschiedenen Molekülen kann nun durch einen veränderten Mechanismus bei der Übertragung entweder der Bewegungsgröße oder der Wärme bedingt sein. Wegen der Konstanz von K bei Molekülen mit gleichem Wärmeinhalt, aber verschiedener Geschwindigkeit und Masse, liegt es zunächst näher, den Mechanismus des Reibungsvorganges als unveränderlich anzusehen und die Abhängigkeit von K vom Energieinhalt dadurch zu erklären, daß nicht die gesamte, sondern nur ein Bruchteil der inneren Energie beim Wärmetransport mitwirkt. M. Knudsen[3]) gelangt auf Grund theoretischer Überlegungen zu der Annahme, daß drei Viertel der inneren Energie an der Wärmeleitung beteiligt seien. Empirisch erhält man den Bruchteil etwa 0,4 (statt $^3/_4$); c_v wäre nämlich einfach durch den Ausdruck

$$c_v' = \left\{{}^3/_2 R + 0{,}4\left(C_v - \frac{3R}{2}\right)\right\} \frac{c_v}{C_v}$$

zu ersetzen, in welchem das erste Glied die fortschreitende, das zweite die innere Energie darstellt. Nach ihm ist für einatomige Gase $c_v' = c_v$ und für zweiatomige $\left(C = \frac{5}{2}R\right)$ $c_v' = 0{,}76 c_v$, d. h. der Faktor 2,5 bei einatomigen Gasen verwandelt sich in $2{,}5 \times 0{,}76 = 1{,}9$ bei zweiatomigen. Bei Gasen, die außer der Rotationsenergie noch Schwingungsenergie der Atome gegeneinander besitzen, muß betreffs letzterer eine neue Annahme eingeführt werden. Setzt man vorläufig voraus, auch sie nähme mit dem Bruchteil 0,4 an der Wärmeübertragung teil, so erhält für CO_2 ($C_v = 6{,}6$ bei 0°) K den Wert 1,68 (statt 1,58).

6. Von besonderem Interesse ist es nun, festzustellen, wie sich das Produkt Kc_v und der Faktor K bei Temperaturänderungen verhalten. Zu diesem Zweck sind die Temperaturkoeffizienten der Wärmeleitfähigkeit (nach Tabelle 3) den Temperaturkoeffizienten der inneren Reibung, soweit sie bis jetzt gemessen sind, gegenübergestellt. Die Daten für die innere Reibung sind großenteils der Arbeit von K. Schmitt[4]) entnommen, für N_2 wurden die Beobachtungen Bestelmeyers[1]), für CO_2 die Breitenbachs zugrunde gelegt. Da sich die Temperaturabhängigkeit der inneren Reibung durch die Formel Sutherlands von der Gestalt

$$\frac{\eta_T}{\eta_{273}} = \sqrt{\frac{T}{273}}\,\frac{1 + \frac{C}{273}}{1 + \frac{C}{T}}$$

im allgemeinen gut wiedergeben läßt, wurde ferner die aus ihr sich ergebende Temperaturveränderlichkeit zum Vergleich herangezogen. In der Tabelle 5 ist daher angegeben in Reihe I $\frac{k_T}{k_{273}}$ beob., Reihe II $\frac{\eta_T}{\eta_{273}}$ beob., Reihe III $\frac{\eta_T}{\eta_{273}}$ berechnet nach Sutherland, Reihe IV das Verhältnis $\frac{k_T \eta_{273}}{k_{273} \eta_T} = \frac{(K c_v)_T}{(K c_v)_{273}}$ aus den beobachteten Werten.

Tabelle 5.

Helium.

	I	II	III $C = 30$	IV
373°	1,193	1,242	1,205	**0,961**
194,6°	0,788	0,802	0,811	**0,983**
90,6°	—	—	—	—
Flüssige Luft	0,436 (80,3°)	0,477	0,438	**0,915**

Argon.

	I	II	III $C = 140$	IV
373°	1,311	1,301	1,286	**1,008**
194,6°	0,750	0,745	0,742	**1,007**
90,6°	0,366	0,352	0,340	**1,040**

Wasserstoff.

	I	II	III $C = 91$	IV
373°	1,261	1,245	1,252	**1,013**
194,6°	0,774	0,793	0,767	**0,976**
90,6°	0,374	—	0,375	—
Flüssige Luft	0,349 (83,4°) 0,336 (81,5°)	0,451	0,345	**0,746**

Stickstoff.

	I	II	III $C = 110{,}6$	IV
373°	1,264	1,268	1,266	**0,996**
194,6°	0,758	0,756	0,756	**1,003**
90,6°	0,357	—	0,363	—
Flüssige Luft	0,322 (81,6°)	0,332	0,326	**1,031**

1) Ann. d. Phys. **35**, 983, 1911.
2) Vgl. z. B. Nernst, Theoret. Chem., 6. Aufl., S. 209, 1909.
3) Ann. d. Phys. **34**, 604, 1911. (Gleichung für E_A.)
4) l. c.

1) Ann. d. Phys. (4) **13**, 944, 1904.

Sauerstoff.

	I	II	III $C = 138$	IV
373°	1,303	1,295	1,290	**1,006**
194,6°	0,754	—	0,743	—
90,6°	0,341	—	0,344	—
Flüssige Luft	0,302 (81,6°)	—	0,306	—

Luft.

	I	II	III $C = 117$	IV
373°	1,271	1,273	1,270	**0,998**
194,6°	0,752	0,760	0,752	**0,990**
90,6°	0,354	—	0,359	—
Flüssige Luft	0,329 (83,6°)	—	0,329	—
	0,318 (81,9°)	—	0,322	—

Kohlensäure.

	I	II	III $C = 268$	IV
373°	1,495	1,348	1,348	**1,109**
194,6°	0,659	—	0,704	[0,936]

Bei der Mehrzahl der Gase weicht Reihe IV nicht sehr vom Werte 1 ab, d. h. das Produkt Kc_v ist von der Temperatur wenig abhängig. Bei Ar, N_2, O_2 und Luft sind die Abweichungen so gering, daß sie wohl durch Versuchsfehler zu erklären sind, daß also hier Kc_v vermutlich von der Temperatur vollständig unabhängig ist. Auch beim Helium liegen die Abweichungen vielleicht noch innerhalb der Fehlergrenzen der mitgeteilten Zahlen; bei hohen Temperaturen ist die Zahl für den Reibungskoeffizienten allerdings durch eine größere Anzahl Zahlen verschiedener Beobachter bestätigt, so daß die Zahl für die Wärmeleitfähigkeit fehlerhaft sein müßte; bei tiefen Temperaturen existieren indessen für den Reibungskoeffizienten wie für die Wärmeleitung nur die Zahlen je eines Beobachters. Bei H_2 entfernt sich Reihe IV so weit vom Werte 1, daß eine Erklärungsmöglichkeit durch Versuchsfehler unwahrscheinlich ist.

Reihe III ließ sich durch eine geeignete Wahl der Konstanten C im allgemeinen gut Reihe I anpassen, auch bei H_2 ist die Übereinstimmung befriedigend, während hier Reihe II nicht durch die Sutherlandsche Formel wiederzugeben ist. Da diese Formel für die Wiedergabe der Temperaturabhängigkeit des Reibungskoeffizienten sämtlicher übrigen Gase gute Dienste leistet, ist ihr Versagen beim Wasserstoff auffallend und läßt eine Neubestimmung seines Reibungskoeffizienten bei tiefen Temperaturen erwünscht erscheinen[1]). Die für C benutzten Werte weichen in der Regel nicht erheblich von denen ab, wie sie sich aus den Reibungskoeffizienten bei hohen Temperaturen berechnen. Nur für Helium wurde eine erheblich kleinere Zahl benutzt, die indessen besser mit den sonstigen Eigenschaften, z. B. der Lage des kritischen Punktes, im Einklang steht[2]), als die bisher angenommenen, zwischen 70 und 80 liegenden Zahlen.

7. Bei den einatomigen Gasen ist c_v von der Temperatur unabhängig, auch für O_2 und N_2 ist eine Änderung von c_v unterhalb 0° nicht sicher nachgewiesen, neuere Beobachtungen, insbesondere von Scheele und Heuse[3]), erweisen die Konstanz von c_v. Da nun, wie erwähnt, Kc_v vermutlich unveränderlich ist, ergibt sich auch die Konstanz von K innerhalb des untersuchten Temperaturintervalles. Bei Wasserstoff hat man, indem man die Beobachtungen vorläufig als richtig ansieht, zunächst die Wahl, K oder c_v, eventuell sogar beide Größen, als veränderlich anzusehen. Nimmt man K allein als veränderlich an, so würde man statt 1,9 bei 273° 1,42 bei 80° erhalten, ein Wert, der so gering ist, daß man bei der Anwendung der Überlegungen unter 4. annehmen müßte, nicht einmal die gesamte Energie der fortschreitenden Bewegung nähme am Transport der Wärme teil. Aber selbst wenn man diesen Betrachtungen keinen Wert beimißt, erscheint es wegen der Wiederholung des Faktors 1,9 bei sämtlichen zweiatomigen Gasen und wegen seiner Temperaturunabhängigkeit bei O_2, N_2 und Luft wahrscheinlich, daß die Abnahme des Produktes Kc_v durch eine Abnahme nicht von K, sondern von c_v bedingt ist. Ein derartiges Verhalten von c_v bei Wasserstoff wäre vom Standpunkte der Quantentheorie nicht überraschend[4]).

Bei CO_2 liegen Messungen von c_v bei verschiedenen Temperaturen bereits vor; hier ist es möglich die Veränderung des Produktes Kc_v durch den Temperaturkoeffizienten von c_v zu erklären. Nach Holborn und Henning[5]) ändert sich c_v zwischen 0 und 100° um 9,5 Proz., andere Beobachter finden beträchtlich höhere Werte, z. B. Swann[6]) 15,6 Proz., Wiedemann[7]) 14,4 Proz.

1) Die Aufgabe ist inzwischen von Herrn cand. Vogel in Angriff genommen.
2) Vgl. hierüber Rankine, diese Zeitschr. 11, 745, 1910.
3) Zeitschr. f. Elektrochem. 17, 829, 1911.
4) Vgl. Nernst, Zeitschr. f. Elektrochem. 17, 265, 1911.
5) Ann. d. Phys. (4) 23, 809, 1907.
6) Proc. Roy. Soc. London (A) 82, 147, 1909.
7) Pogg. Ann. 157, 1, 1876.

Aus der Zusammenstellung Keutels[1]) würde der Wert 13,5 Proz. folgen, wegen des Verlaufs der spezifischen Wärme bei hohen Temperaturen dürfte indessen ein etwas niedrigerer Wert mehr Wahrscheinlichkeit besitzen; z. B. gibt Wüllner[2]) 11 Proz. an, während Kc_v nach Tabelle 5 um 10,9 Proz. steigt. Nach tiefen Temperaturen zu wird unter Benutzung des nach der Sutherlandschen Formel extrapolierten Wertes für η der Temperaturkoeffizient des Produktes Kc_v geringer, er beträgt zwischen 0 und $-78,5^0$ etwa 0,086 Proz. pro Grad. Auch dieses Verhalten ist nach unseren jetzigen Kenntnissen über den Temperaturverlauf der spezifischen Wärmen der Gase[3]) gut erklärlich. Die Anwendung der Überlegungen unter 4, d. h. die Anwendung der Formel für c_v' würde eine Zunahme des Produktes Kc_v um etwa 8,0 Proz. zwischen 0 und 100^0 erwarten lassen. Die Resultate an der Kohlensäure reichen daher nicht aus, um sicher zu entscheiden, wie die Veränderlichkeit von Kc_v bei Gasen mit veränderlichem c_v zu deuten ist. Allein die Tatsache läßt sich bereits mit großer Wahrscheinlichkeit feststellen, daß der mit der Temperatur veränderliche Teil der spezifischen Wärme, die Schwingungsenergie der Atome gegeneinander, keinesfalls vollständig vom Wärmeaustausch ausgeschlossen ist. Wäre dieses der Fall, so müßte Kc_v konstant sein. Hiermit erhält eine ältere Hypothese, nach der die Wärmeleitung allein durch die Energie der fortschreitenden Bewegung bedingt sei, ein neues Argument gegen sich.

Zusammenfassung.

Nach der Methode Schleiermachers, an der einige Änderungen vorgenommen werden, wird die Wärmeleitfähigkeit von He, Ar, H_2, N_2, O_2, Luft und CO_2 im Temperaturintervall -190 bis $+100^0$ gemessen (Tabelle 3).

Die bisher angenommenen Werte für K in der Gleichung $k = Kc_v\eta$ bei 0^0 werden bestätigt (Tabelle 4).

Bei den Gasen He, Ar, N_2, O_2, Luft ist das Produkt Kc_v von der Temperatur wenig abhängig (Tabelle 5).

Die Beobachtungen an H_2 deuten auf eine Abnahme von c_v bei sinkender Temperatur.

Bei CO_2 besitzt das Produkt Kc_v etwa den gleichen Temperaturkoeffizienten wie c_v.

Im allgemeinen sind die Beobachtungen mit der Annahme einer Konstanz des Faktors K bei Temperaturänderungen vereinbar.

1) l. c., S. 77.
2) Wied. Ann. **4**, 321, 1878.
3) N. Bjerrum, Zeitschr. f. Elektrochem. **17**, 731, 1911.

(Eingegangen 12. Oktober 1911.)

Berechnung, Herstellung und Messung eines homogenen Magnetfeldes[1]).

(Vorläufige Mitteilung.)

Von A. Bestelmeyer.

Die Herstellung eines homogenen Magnetfeldes bietet keine erheblichen Schwierigkeiten, wenn man sich auf geringe räumliche Ausdehnung oder auf geringe Feldstärken beschränkt. Die Lösungen für beide Fälle sind wohlbekannt: Ein gleichmäßig bewickeltes Solenoid, dessen Länge groß ist im Vergleich zum Durchmesser, bzw. die Helmholtzsche Anordnung zweier Stromringe im gegenseitigen Abstand ihres Radius.

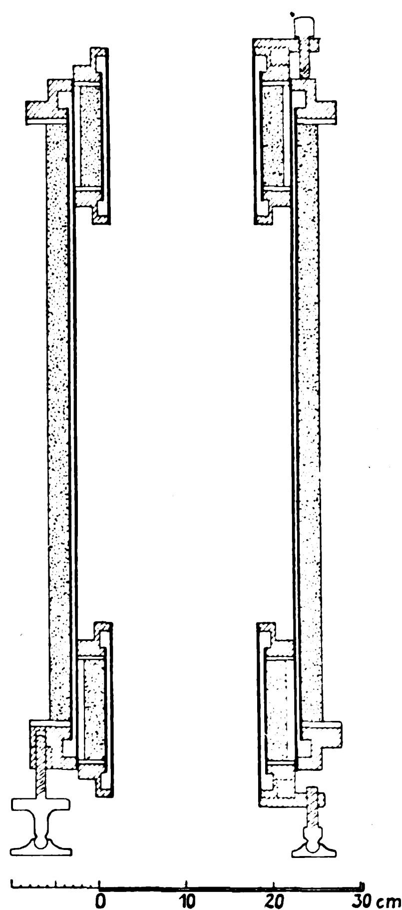


Fig. 1.

Beide Wege versagen, wenn es sich um die Erzeugung eines homogenen Feldes von beträchtlicher Ausdehnung und beträchtlicher Stärke handelt. Andere theoretische Lösungen der Aufgabe, wie z. B. die ebenfalls bekannte Ellipsoidspule scheitern in der Praxis an technischen Schwierigkeiten.

1) Ein Bericht wurde in der Sitzung der Physikalischen Gesellschaft zu Göttingen am 2. Aug. 1911 gegeben.

Ich gründete deshalb die Durchführung der Aufgabe auf folgende Überlegung: Eine zylindrische Spule, deren Länge etwa gleich dem 2,4fachen des Durchmessers angenommen wurde, erzeugt ein Feld, dessen Inhomogenität in dem von mir verlangten Bereich etwa 1—2 Proz. beträgt. Das Feld wäre vollkommen homogen, wenn die Spule unendlich lang wäre. Es handelt sich also darum, die ausgleichende Wirkung der beiden fehlenden unendlich langen Enden der Spule zu ersetzen. Dies ist mit großer Annäherung möglich durch 2 Zusatzspulen, welche in der aus Fig. 1 ersichtlichen Weise in die beiden Enden der Hauptspule hineinragen.

Berechnung.

Für die der Achse parallele Feldkomponente in einem Punkte nahe dem Mittelpunkt einer zylindrischen Spule von kreisförmigem Querschnitt findet man bei Mascart und Joubert[1]) eine abgebrochene Reihenentwicklung, welche bei Entfernung von der Spulenachse Abnahme der Feldstärke ergibt, also falsch ist. Da außerdem für meine Zwecke die Vernachlässigungen bei der erwähnten Formel zu groß sind, so habe ich eine neue Entwicklung vorgenommen und bin zu der folgenden Formel gelangt:

$$\left.\begin{aligned}
\frac{H_x}{\pi J} &= 4\,(\varrho'' - \varrho') - C_2\,(L''_2 - L'_2) + \\
&\quad + C_4 (L''_4 - L'_4) - C_6 (L''_6 - L'_6) + \\
&\quad + C_8 (L''_8 - L'_8) - C_{10} (L''_{10} - L'_{10}) + \\
&\quad + C_{12}\,(L''_{12} - L'_{12}). \\
L'_2 &= 0{,}333\,333\ \varrho'^2. \\
L'_4 &= 0{,}15\ \varrho'^4 + 0{,}5\ y^2 \varrho'^2. \\
L'_6 &= 0{,}089\,286\ \varrho'^6 + 0{,}75\ y^2 \cdot \varrho'^4 + \\
&\quad + 0{,}625\ y^4 \cdot \varrho'^2. \\
L'_8 &= 0{,}060\,764\ \varrho'^8 + 0{,}9375\ y^2 \varrho'^6 + \\
&\quad + 1{,}968\,750\ y^4 \varrho'^4 + 0{,}729\,167\ y^6 \varrho^2. \\
L'_{10} &= 0{,}044\,744\ \varrho'^{10} + 1{,}093\,750\ y^2 \varrho'^8 + \\
&\quad + 4{,}218\,750\, y^4 \varrho'^6 + 3{,}937\,500\, y^6 \varrho'^4 + \\
&\quad + 0{,}820\,312\ y^8 \varrho'^2. \\
L'_{12} &= 0{,}034\,706\ \varrho'^{12} + 1{,}230\,469\ y^2 \varrho'^{10} + \\
&\quad + 7{,}519\,531\, y^4 \varrho'^8 + 12{,}890\,625\, y^6 \varrho'^6 + \\
&\quad + 6{,}767\,578\ y^8 \varrho'^4 + 0{,}902\,344\, y^{10} \varrho'^2.
\end{aligned}\right| \quad (1)$$

$L''_2, \ldots L''_{12}$ erhält man hieraus, indem man ϱ' durch ϱ'' ersetzt.

$$C_2 = \left(\frac{1}{b-x}\right)^2 + \left(\frac{1}{b+x}\right)^2$$

$$C_4 = \left(\frac{1}{b-x}\right)^4 + \left(\frac{1}{b+x}\right)^4$$

$$C_{12} = \left(\frac{1}{b-x}\right)^{12} + \left(\frac{1}{b+x}\right)^{12}.$$

1) Mascart und Joubert, Lehrb. d. Elektr. u. d. Magnetismus, deutsche Übersetzung, Berlin 1888, **2**, 94 und 95.

Es bedeuten hier ferner:

H_x = Feldkomponente parallel der Achse,
J = Strom pro Querschnittseinheit der Windungen,
ϱ', ϱ'' = innerer, bzw. äußerer Radius der Windungen,
$2b$ = Länge der Spule,
x = axiale Entfernung vom Mittelpunkt,
y = radiale Entfernung vom Mittelpunkt.

Für die Punkte der Spulenachse kann man außerdem die strenge Formel verwenden:

$$\left.\begin{aligned}
\frac{H_x}{\pi J} &= \frac{2\,(b-x)}{\sqrt{\varrho''^2 + (b-x)^2}} + \frac{2\,(b+x)}{\sqrt{\varrho''^2 + (b+x)^2}} \\
&\quad - \frac{2\,(b-x)}{\sqrt{\varrho'^2 + (b-x)^2}} + \frac{2\,(b+x)}{\sqrt{\varrho'^2 + (b+x)^2}}
\end{aligned}\right| \quad (2)$$

Die von den Zusatzspulen herrührende Feldkomponente berechnet man mittels dieser Formeln als die Differenz der Wirkung zweier Spulen, deren Längen sich um die doppelte Länge einer Zusatzspule unterscheiden.

Rechnet man zunächst mittels einer dieser Formeln probeweise für verschiedene Radien, Längen und Einstellungen der Zusatzspulen das Feld für einige Punkte der Spulenachse aus, so findet man leicht Werte, für welche ungefähr Kompensation der Feldinhomogenitäten eintritt. Indem man dann die Rechnung auch für nicht auf der Achse liegende Punkte durchführt, findet man allmählich die für den jeweiligen Zweck geeignetsten Werte. Es zeigt sich dabei, daß man etwas verschiedene Werte erhält, je nachdem man möglichst gute Homogenisierung in der Achse, oder in der dazu senkrechten Mittelebene verlangt.

Konstruktion der Spule.

Wickelt man Draht ohne besondere Vorsichtsmaßregeln auf ein Rohr auf, so kann man eine, höheren Ansprüchen genügende Gleichmäßigkeit der Wicklung nicht erwarten. Denn jeder Zehntelmillimeter Abweichung auf einer Strecke von 10 cm bedeutet für das Feld ebensoviel Promille. Noch ungünstiger würden die Verhältnisse werden, wenn man über der ersten Lage eine zweite in umgekehrter Richtung wickelte usf.

Eine recht gleichmäßige Wicklung habe ich dagegen erzielt, indem ich auf ein Messingrohr auf der Leitspindelbank ein Gewinde von 1,6 mm Ganghöhe aufschneiden ließ und hierauf den doppelt seidenumsponnenen Draht von 1,45 mm Stärke unter Zwischenschaltung einer 0,2 mm dicken Gummiplatte aufspulte. Die folgenden Lagen wurden alle in der gleichen Richtung gewickelt, wobei die Fugen der jeweils vorhergehenden als Führung dienten; Anfang und

Ende der Drähte wurden in gleichmäßigen Abständen längs der Peripherie herausgeführt. Um auch an den Spulenenden die richtige Lage der Drähte zu sichern, wurden die Endplatten in der aus der schematischen Fig. 2 ersichtlichen Weise so abgedreht, daß sie einen Gang einer Schraubenfläche von ebenfalls 1,6 mm Ganghöhe bilden.

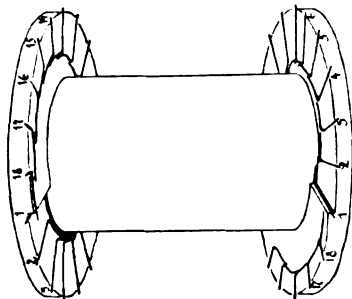


Fig. 2.

Wie die wiederholte Ausmessung verschiedener Lagen mit dem Horizontalkathetometer ergab und die später mitzuteilende Feldmessung bestätigte, ist die so erzielte Wicklung recht gleichmäßig. Außerdem bietet sie noch zwei weitere Vorteile: 1. Die dichte Berührung der einzelnen Lagen und die geringe Größe der Luftzwischenräume begünstigt die Kühlung und erhöht somit die Belastungsfähigkeit der Spule; 2. der Umstand, daß die Enden aller Drähte nach außen führen, ermöglicht jederzeit eine Prüfung der Isolation, sowie der Erwärmung der einzelnen Lagen.

Haupt- und Zusatzspulen sind mit Wasserkühlung versehen. Ein Flaschenzug gestattet die Haupt- und die obere Zusatzspule hochzuziehen. Die Lagenzahl beträgt 18; je 3 aufeinanderfolgende Lagen sind parallel geschaltet. Sämtliche zum Bau der Spulen und des Aufzuges verwendeten Materialien sind auf Eisenfreiheit untersucht. Obwohl bei der Bestellung stets eisenfreies Messing ausdrücklich verlangt wurde, mußte etwa die Hälfte davon nach der Prüfung verworfen und durch neues ersetzt werden. Da es sich vielfach um Extraanfertigungen handelte, entstanden hierdurch allein wiederholt sehr beträchtliche Verzögerungen im Bau der Spule.

Die Dimensionen der Drahtwicklungen sind:

	Hauptspule	Zusatzspulen
Länge	68,72 cm	11,692 cm
Innerer Radius . .	13,30 „	9,39 „
Äußerer Radius . .	15,75 „	11,73 „

Feldmessung.

Für das Feld in der Mitte der Spule wurde der aus der Windungszahl berechnete Wert angenommen. Durch ein ballistisches Verfahren wurde die Felddifferenz zahlreicher Punkte gegen den Mittelpunkt bestimmt.

Auf Bernsteinrahmen wurden aus 0,07 mm-Emailledraht zwei kleine, möglichst identische Induktionsspulen von 0,5 cm innerem, 1,3 cm äußerem Radius und 1,3 cm Länge gewickelt. Diese wurden hintereinander in den Stromkreis eines hochempfindlichen Edelmannschen Deprez-Galvanometers geschaltet, dessen Trägheitsmoment vergrößert worden war. Die Summe der beiden Induktionsspulenwiderstände beträgt ca. 5000 Ohm, wodurch nahe aperiodische Dämpfung erreicht wurde. Die Schwingungsdauer betrug ungefähr 20 Sekunden.

Beobachtet wurde mit Fernrohr und Skala der Ausschlag des Galvanometers bei Kommutierung des Feldes; er war der Feldstärke proportional. Die Empfindlichkeit der Anordnung wurde bei gleichsinnig geschalteten Spulen bestimmt. Die Ausmessung des Feldes wurde dann mit entgegengesetzt geschalteten Induktionsspulen vorgenommen, wobei die eine derselben während einer längeren Messungsreihe an einer Stelle des Feldes verblieb, die ungefähr gleiche Stärke wie die Spulenmitte hatte. Der Strom in der Magnetspule wurde auf 5,67 A einreguliert; hierbei entsprach ein Ausschlag von 1 mm einer Felddifferenz von 0,1 Promille; $^1/_{10}$ mm konnte mit Sicherheit geschätzt werden, so daß man mit dieser Anordnung das Feld auf $^1/_{100}$ Promille ausmessen konnte. Eine genaue Einhaltung und Messung des Magnetstromes war meist nicht nötig, da deren Fehler nur als prozentualer Fehler in die gemessene kleine Felddifferenz eingeht. Die Messung ist außerordentlich bequem, sicher sehr viel bequemer als bei Verwendung eines Panzergalvanometers, und wenn man sich mit dem zehnten Teil der Empfindlichkeit begnügt, so kann man auch noch Felder, die zehnmal schwächer sind, in der gleichen Weise ausmessen.

Übrigens wurde bei den Messungen diese die Bedürfnisse bereits überschreitende Empfindlichkeit nicht voll ausgenutzt; es hätte sonst noch größere Sorgfalt auf die Justierung der Induktionsspulen und die öftere Kontrolle der Empfindlichkeit verwendet werden müssen. Die tatsächliche Genauigkeit der mitzuteilenden Messungen überschreitet nicht erheblich 0,1 Promille.

In den Messingteilen der Spule entstehende Wirbelströme verursachten an manchen Stellen einen anfänglichen, sehr raschen Ausschlag bis zu einigen Skalenteilen; sie wurden durch

passend angebrachte Kupferringe, welche die Spule umschlossen, kompensiert.

Das Ergebnis der Ausmessung

für 2 etwas verschiedene Stellungen der Zusatzspulen ist in den Fig. 3, 4 und 5 dargestellt.

In den Fig. 3 und 4 sind je eine Anzahl von graphischen Darstellungen vereinigt. Die Abszissen stellen die Entfernung von der Spulenachse, die Zahlen links die Entfernung

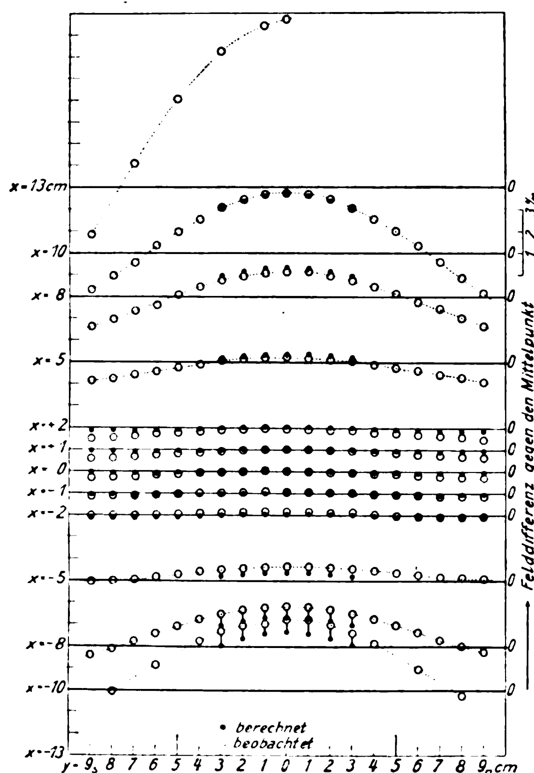


Fig. 3.

von der mittleren Horizontalebene dar. Die zugehörigen horizontalen Geraden sind die Nulllinien für die graphische Darstellung der Felddifferenz in dieser Ebene gegenüber dem Spulenmittelpunkt. Von diesen Nullinien aus sind die den Abszissen entsprechenden Felddifferenzen als Ordinaten aufgetragen. Die Punkte sind nach der Formel (1) berechnet, die Kreise sind die gemessenen Werte. Bei den Ebenen $x = -8$ und $x = -10$ sind der besseren Übersichtlichkeit wegen die beobachteten mit den zugehörigen gemessenen Werten durch einen senkrechten Strich verbunden.

Die Stellungen A und B sind durch die Entfernung der inneren Enden der Drahtwicklung der Zusatzspulen voneinander gekennzeichnet. Diese Entfernung beträgt

in Stellung A: 54,0 cm;
„ „ B: 55,6 „

Die Abweichungen zwischen beobachteten und gemessenen Werten bleiben meist unter 0,3 Promille und betragen im Maximum 0,6 Promille. Wie der Vergleich mit der früher erwähnten Ausmessung der Windungen ergibt, stammen die Abweichungen von kleinen Ungleichheiten in der Wicklung her.

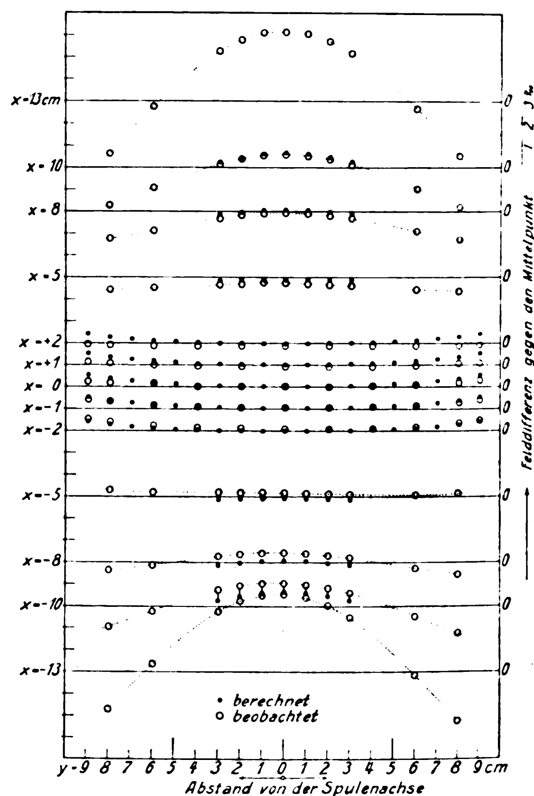


Fig. 4.

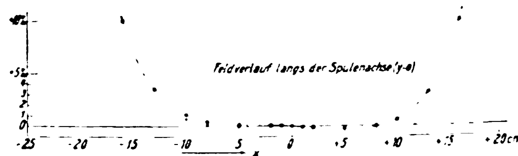


Fig. 5.

Fig. 5 gibt den Feldverlauf längs der Achse in der Stellung B.

Bei der Durchführung der mitgeteilten Messungen hat mich Herr P. Kniepen tatkräftig unterstützt; ich danke ihm hierfür auch an dieser Stelle herzlichst.

Die Mittel für den Bau der Spule und die Durchführung der Messungen entstammen dies-

bezüglichen Bewilligungen der Jubiläumsstiftung der Deutschen Industrie und der Kgl. Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen.

Göttingen, Physikalisches Institut der Universität, September 1911.

(Eingegangen 24. September 1911.)

Photoelektrische Messungen des Sonnenlichts im Ballon.

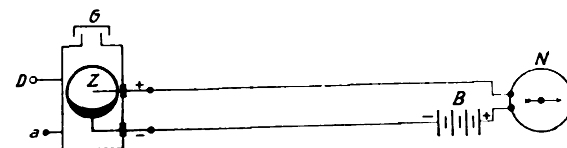
Von Karl Bergwitz.

Photoelektrische Messungen des Sonnenlichts wurden zuerst von Elster und Geitel[1]) in der freien Atmosphäre ausgeführt, als sie nach einem Zusammenhang zwischen der Intensität der ultravioletten Sonnenstrahlung und dem Gange des atmosphärischen Potentialgefälles suchten. Sie bedienten sich dabei eines Aktinometers, das im wesentlichen aus einer frisch amalgamierten Zinkkugel, einem leitend damit verbundenen Elektroskope und einem Zuschaltkondensator bestand. Je nach der Schnelligkeit der Abnahme der negativen Ladung der Zinkkugel wurde — auf Grund der von ihnen wahrgenommenen Proportionalität des Photoeffekts und der Lichtstärke — auf eine geringere oder größere Intensität der ultravioletten Sonnenstrahlung geschlossen. — Nachdem es Elster und Geitel[2]) gelungen war, Zellen mit Alkalimetallkathoden zu konstruieren, deren Empfindlichkeitsbereich sich im Gegensatz zum Zink weit in das sichtbare Spektrum erstreckt, wurden diese von ihnen zu photoelektrischen Messungen verwandt, ebenso von Harms[3]) gelegentlich der totalen Sonnenfinsternis vom 30. August in Palma auf Mallorka und von Bergwitz[4]) zur Vergleichung künstlicher Lichtquellen. — Inzwischen ist die Empfindlichkeit der genannten Zellen von den beiden Herren[5]) ganz bedeutend dadurch erhöht worden, daß das Alkalimetall mit einer sehr dünnen Schicht seiner kolloiden Modifikation überzogen wird, sodann ist durch die nachfolgende Einführung eines Edelgases, wie Helium oder Argon, dieser Zustand der Zelle dauernd gemacht. Die durch diese Einrichtungen gesteigerte Empfindlichkeit macht bei Messungen des Sonnenlichts den Gebrauch eines Galvanometers mit Spiegel und Skala unnötig; ein Doseninstrument mit der Empfindlichkeit von 10^{-6} A. und einigen angeschalteten Elementen (40—50 V.) genügt vollauf.

1) Elster u. Geitel, Sitzungsber. d. Wien. Akad. Bd. **101**, Abt. II a, März 1892.
2) Elster u. Geitel, Wied. Ann. **48**, 1893.
3) Harms, Terr. Magnet. a. Atm. E. **11**, 31, 1906.
4) Bergwitz, diese Ztschr. **8**, 373, 1907.
5) Elster u. Geitel, diese Ztschr. **11**, 257, 1910; **12**, 609, 1911.

Auf Anraten der Herren Elster und Geitel entschloß sich der Verfasser, diese handliche Apparatur bei einer Ballonfahrt zu erproben. Zunächst war die Fahrt als Vorprobe einer in Aussicht genommenen Hochfahrt gedacht, da aber die Resultate in sich gut stimmen, werden sie als Beleg für die Brauchbarkeit der Methode hier mitgeteilt.

Die Apparatur bestand aus einem Doseninstrument[1]) der Firma Kadelbach & Randhagen (Berlin-Wilmersdorf), Empfindlichkeit 10^{-6} A., einer Trockenbatterie von 44,2 V. Spannung und einer lichtelektrischen Zelle neuester Konstruktion. Diese ist fest in einen innen geschwärzten zylinderförmigen Metallkasten eingebaut; die Zuleitungen zu den Elektroden sind durch Bernstein gut isoliert. Auf dem Gehäuse befindet sich ein Diopter zum Einstellen gegen die Sonne. Der Alkalimetallfläche gegenüber steht ein kreisrunder Ausschnitt, der den Sonnenstrahlen den senkrechten Eintritt in den Zylinder gestattet. Dieser wird durch eine Scheibe aus Jenenser Blauglas abgeschlossen, um einen möglichst definierten Wellenbereich zu haben; zugleich ist eine Mattscheibe eingeschaltet, damit in das Photometer nur diffuses Licht eindringen kann. Vor der Blauscheibe ist ein veränderlicher Spalt angebracht, um durch Verminderung der Spaltbreite auch sehr große Lichtstärken in den Meßbereich des Galvanometers bringen zu können. — Die angewendete Schaltung zeigt nachstehende Skizze.



D = Diopter, *G* = Glasscheibe und Spalt, *N* = Galvanometer, *B* = Batterie, *Z* = Zelle, *a* = Marke.

Da nun die Sonnenstrahlung vom Höhenwinkel der Sonne abhängig ist, so muß während der Bestrahlung der Zelle die Sonnenhöhe gemessen werden. Dieses wurde mit dem sogenannten Libellenquadranten der Firma G. Buntenschön[2]) (Hamburg) ausgeführt. — Die Messung gestaltete sich nun so: Batterie und Doseninstrument standen auf einem Tischchen im Ballonkorbe. Die die lichtelektrische Zelle enthaltende Kapsel war durch längere, gut iso-

1) Die Nadel des Instruments steht vollkommen ruhig im Ballonkorbe.
2) Der Apparat bewährte sich vortrefflich, zumal wenn man das Sonnenlicht noch durch eine auf das Okular aufgesetzte Pappscheibe abblendete.

lierte Drähte, wie Fig. 1 zeigt, angeschlossen. Ein Beobachter[1]) hielt nun dieselbe so, daß das Bild der Sonne auf die Marke *a* des Diopters scharf einspielte, zugleich verdeckte er den Spalt, so daß das Galvanometer auf Null stand; währenddessen bestimmte der andere Beobachter die Sonnenhöhe und las dann den Ausschlag des Galvanometers bei freigegebenem Spalt ab. — Die Daten der Beobachtungen, die am 17. September dieses Jahres im Ballon „Braunschweig" in verschiedenen Höhen erhalten wurden, sind diese:

φ	b_p	α_1	α_2	d
39° 12′	585	18°	18,06°	— 0,06
37° 38′	600	17°	17,08°	— 0,08
27° 20′	490	15,8°	15,68°	+ 0,12
25° 08′	520	13,6°	13,56°	+ 0,04
23° 20′	660	10,2°	10,23°	— 0,03

In der Tabelle bedeutet φ die Sonnenhöhen, b_p die Barometerstände der betreffenden Höhen des Ballonkorbes und α_1 die Ausschläge des Galvanometers. — Leider ließen sich nur fünf Werte bestimmen, da nur bisweilen die Sonne vollständig klar die Wolkenschichten durchbrach.

Bekanntlich gilt für die Intensität der Sonnenstrahlung innerhalb der Erdatmosphäre die Formel von Lambert-Bouguer:

$$I = I_0 \cdot az,$$

in der I die beobachtete Intensität der Strahlung, I_0 die Intensität an der Grenze unserer Atmosphäre, a der Transmissionskoeffizient der Luft und

$$z = \frac{b_p}{b_0 \sin \varphi}$$

die reduzierte Weglänge des Strahls bedeuten. Als Einheit gilt die Dicke der homogenen Atmosphäre. b_0 ist zu 760 mm gerechnet. — Um nun zu erkennen, ob die Beobachtungen sich der genannten Formel anschlossen, wurden die Koeffizienten der logarithmierten Gleichung:

$$\log I = \log I_0 + z \cdot \log a$$

nach der Methode der kleinsten Quadrate berechnet. — Es ergab sich:

$$\log I = 1{,}6513 - 0{,}3239 \times z,$$

also:

$I_0 = 44{,}8°$. ($z = 0$) An der Grenze unserer Atmosphäre würde also das Doseninstrument diesen Ausschlag geben, wenn die Formel auch für $z = 0$ als gültig vorausgesetzt werden könnte.

$I_{90} = 21{,}3$. ($z = 1$) Die Intensität der Sonnenstrahlung gemessen in demselben Maß bei Zenitstand der Sonne im Meeresniveau.

$a = 0{,}47$ der Transmissionskoeffizient unserer Atmosphäre für blauviolette Strahlen.

Für die anderen Schichtdicken z finden sich die berechneten Werte in der Tabelle unter α_2. Man sieht, die Differenzen d liegen völlig innerhalb der Ablesefehler.

Herr Dr. Schünemann hatte einige Tage vor unserem Ballonaufstiege mit demselben Instrumentarium Messungen in Wolfenbüttel am Erdboden gemacht. Er stellte mir die Daten seiner Beobachtungen in liebenswürdiger Weise zur Verfügung. Herr Dr. Schünemann fand:

φ	24° 8′	27°	31° 4′	36° 8′	49° 9′	42° 5′
I	7,0	8,0	10,0	12,1	13,5	14,3

und daraus durch Rechnung: $I_0 = 43{,}9°$, $I_{90} = 20{,}2$, $a = 0{,}46$.

Die Übereinstimmung beider Resultate muß wohl als befriedigend anerkannt werden. Die Abweichungen liegen in dem Sinne, der vorauszusehen ist, wenn man das Absorptionsvermögen der untersten Luftschichten für blaue Strahlen größer als für die oberen annimmt. — Zum Schluß stelle ich die Transmissionskoeffizienten, soweit sie mir in der Literatur zugänglich waren, zusammen:

Langley[1])	0,42—0,49	
Abbot (Washington)	0,48	
Abbot u. Fowle (Mount Wilson)	0,72	
Abbot u. Fowle (Washington)	0,54	
Harms[2]) (Palma)	0,72	für blauviolette Strahlen
Dorno[3]) (Davos)	0,51	
Bergwitz (Ballon)	0,47	
Schünemann (Wolfenbüttel)	0,46	
Dorno (Davos)	0,27	für ultraviolette Strahlen
Elster u. Geitel[4]) (Wolfenbüttel)	0,37	
Elster u. Geitel (Sonnblick)	0,26	
Alessandri[5]) (Monte Rosa)	0,36	

Den Herren Elster und Geitel sage ich für die Überlassung der Apparate meinen besten Dank.

1) Herrn Stabsarzt Dr. Flemming spreche ich für seine freundliche Hilfe meinen besten Dank aus.

1) Trabert, Lehrbuch d. kosmischen Physik. Teubner, 1911. S. 442 f.
2) l. c. S. 37.
3) Studie über Licht und Luft des Hochgebirges. Vieweg, 1911. S. 30 f.
4) Wien. Ber. 101, IIa, 146—149, 1892.
5) Meteorolog. Z. 26, 54, 1909.

Braunschweig, 3. Oktober 1911.

(Eingegangen 7. Oktober 1911.)

Über den Zusammenhang von kinetischer Energie und transversaler Masse.

Von Philipp Frank.

Aus dem Energiesatz läßt sich bekanntlich eine Beziehung zwischen der kinetischen Energie

$L(v)$ eines Massenpunkts von der Geschwindigkeit v und seiner longitudinalen Masse herleiten[1]). Im folgenden möchte ich nun zeigen, daß man in ebenso einfacher Weise aus energetischen Betrachtungen eine unmittelbare Beziehung zwischen kinetischer Energie und transversaler Masse gewinnen kann.

Wir verstehen unter der kinetischen Energie $L(v)$ eines Massenpunkts die Arbeit, die von den äußeren Kräften geleistet werden muß, um ihn aus der Ruhe auf die Geschwindigkeit v zu bringen. Nach dem Energiesatz ist die Größe dieser Arbeit unabhängig davon, welche Zwischenzustände der Massenpunkt dabei durchläuft. Die Ruhmasse m des Massenpunkts wird energetisch definiert als das Verhältnis der Arbeit, die aufgewendet werden muß, um unseren Massenpunkt aus der Ruhe auf die Geschwindigkeit v zu bringen, zu der Arbeit, die notwendig ist, um an der Masseneinheit dasselbe zu erzielen. Wenn nun der Massenpunkt ursprünglich nicht in Ruhe war, sondern schon eine Geschwindigkeit u hatte, und ihm eine zu u senkrechte Zusatzgeschwindigkeit v erteilt wird, so werden wir das Verhältnis der zur Hervorbringung dieser Zusatzgeschwindigkeit v notwendigen Arbeit zu der Arbeit, die aufgewendet werden muß, um die Geschwindigkeit v von der Ruhe aus zu erzielen, als das Verhältnis der transversalen Masse zur Ruhmasse bezeichnen. Dieses Verhältnis, so nehmen wir an, möge nur von der vorhandenen Geschwindigkeit, also von u abhängen, sein Wert sei $\varphi(u)$ und wir haben also für die transversale Masse m_t die Beziehung:

$$m_t = m\varphi(u). \tag{1}$$

Nun erteilen wir dem Massenpunkte von der Ruhe aus die Geschwindigkeit u und, nachdem er diese besitzt, senkrecht dazu die Zusatzgeschwindigkeit v. Die dabei im ganzen geleistete Arbeit A_1 ist gegeben durch:

$$A_1 = L(u) + \varphi(u)L(v). \tag{2}$$

Wir können aber dem Massenpunkt auch von der Ruhe aus die Geschwindigkeit v und dann eine dazu senkrechte Zusatzgeschwindigkeit u erteilen, dann ist die dabei geleistete Arbeit A_2 gegeben durch:

$$A_2 = L(v) + \varphi(v)L(u). \tag{3}$$

Auf beiden Wegen wird, wenn wir die Richtungen der Anfangsgeschwindigkeiten geeignet wählen, dieselbe Endgeschwindigkeit[2]) erzielt. Dabei brauchen wir über die Zusammensetzung von Geschwindigkeiten nur anzunehmen, daß die Resultierende zweier zueinander senkrechten Geschwindigkeiten ihrem Betrage nach nicht von der Reihenfolge abhängt, in der die beiden erteilt werden. Dann können wir nach dem Energiesatze aber

$$A_1 = A_2 \tag{4}$$

setzen und daraus folgt[1]) wegen (2) und (3):

$$\frac{L(u)}{\varphi(u) - 1} = \frac{L(v)}{\varphi(v) - 1}, \tag{5}$$

d. h. aber: diese Ausdrücke sind vom Argument unabhängig, und es gilt, wenn k eine Konstante bedeutet:

$$L(u) = k[\varphi(u) - 1] \tag{6}$$

oder wegen (1):

$$L(u) = k'[m_t - m], \tag{7}$$

wo k' eine andere Konstante ist.

Diese Beziehung ist nun in der Relativitätstheorie wirklich erfüllt; denn hier ist:

$$m_t = \frac{m}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}$$

$$L(u) = mc^2\left[\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} - 1\right].$$

Es läßt sich also, wenn die transversale Masse als Funktion der Geschwindigkeit bekannt ist, daraus die lebendige Kraft und nach längst bekannten Formeln aus dieser die longitudinale Masse ableiten. Dabei bleibt noch eine multiplikative Konstante unbestimmt, die man etwa durch die Forderung bestimmen kann, daß $L(u)$ für kleine $\frac{u}{c}$ mit dem in der klassischen Mechanik verwendeten Ausdruck

$$L(u) = \frac{m}{2}u^2$$

übereinstimmen soll, eine Forderung, die man exakt als

$$\lim_{u=0} \frac{L(u)}{\frac{m}{2}u^2} = 1$$

formulieren kann, woraus

$$L''(0) = m$$

und für die in (6) vorkommende Konstante

$$k = \frac{m}{\varphi''(0)}$$

folgt.

1) Wenn wir den Fall $\varphi(u) = 1$, wo die transversale Masse konstant und gleich der Ruhmasse ist, ausschließen.

Wien, 9. Oktober 1911.

(Eingegangen 14. Oktober 1911.)

1) Siehe etwa: Abraham, Theorie der Elektrizität, Bd. II, 2. Aufl., § 20 (Gl. 115b).

2) Die Richtungen der Endgeschwindigkeiten dürfen dabei verschieden sein, da die lebendige Kraft nur vom absoluten Betrage abhängen kann.

Eine neue Ableitung für die Dynamik der Relativtheorie.

Von Philipp Frank.

In der vorstehenden Arbeit[1]) habe ich gezeigt, daß sich aus energetischen Betrachtungen zwischen der kinetischen Energie L, der transversalen Masse m_t und der Ruhmasse m eines Massenpunktes die Beziehung:

$$L = k(m_t - m) \qquad (1)$$

herleiten läßt, wobei k eine noch unbestimmte Konstante bedeutet. Bei dieser Ableitung war keinerlei Voraussetzung benutzt worden, die der Relativtheorie eigentümlich ist.

In den folgenden Zeilen möchte ich nun zeigen, daß sich mit Hilfe der Beziehung (1) und anderer schon bekannter Beziehungen, die ebenfalls ohne Zuhilfenahme irgendeiner speziellen Theorie nur aus allgemeinen dynamischen Erwägungen abgeleitet sind, der vollständige Ausdruck für die lebendige Kraft, den Impuls, die longitudinale und transversale Masse als Funktionen der Geschwindigkeit gewinnen läßt. Und diese ohne relativtheoretische Voraussetzungen abgeleiteten Formeln stimmen genau mit denen der Relativtheorie überein. Ja selbst das Einsteinsche Additionstheorem für zwei zueinander senkrechte Geschwindigkeiten ergibt sich aus diesen allgemeinen energetischen Betrachtungen ohne jede speziellere Annahme.

Wir benutzen außer unserer Beziehung (1) noch die folgenden, von M. Abraham[2]) abgeleiteten Beziehungen zwischen L, m_l, der longitudinalen Masse m_l und dem absoluten Betrag des Impulses G:

$$m_l = \frac{1}{v}\frac{dL}{dv} \qquad (2)$$

$$m_t = \frac{G}{v} \qquad (3)$$

$$m_l = \frac{dG}{dv}. \qquad (4)$$

Aus den Gleichungen (1) bis (4) lassen sich von den vier Größen L, G, m_l, m_t drei beliebige eliminieren und so für jede von ihnen eine Differentialgleichung aufstellen.

Wir wollen etwa die Differentialgleichung für den Impuls G aufschreiben:

$$(kv - v^3)\frac{dG}{dv} = kG. \qquad (5)$$

Ihr allgemeines Integral lautet, wenn k' eine Konstante bedeutet:

$$G = \frac{k'v}{\sqrt{k - v^2}}. \qquad (6)$$

1) Vgl. diese Zeitschr. **12**, 1112, 1911.

2) M. Abraham, Gott. Nachr. 1902, S. 20. Vgl. auch M. Abraham, Theorie der Elektrizität, II. Bd., 2. Aufl., § 20, S. 174 f.

Dann folgt aus (3)

$$m_t = \frac{k'}{\sqrt{k - v^2}} \qquad (7)$$

und aus (1)

$$L = k\left(\frac{k'}{\sqrt{k - v^2}} - m\right). \qquad (8)$$

Da die kinetische Energie für $v = 0$ verschwinden muß, folgt aus (8) für k' der Wert:

$$k' = m\sqrt{k} \qquad (9)$$

und die Gleichungen (6), (7), (8) verwandeln sich in:

$$G = \frac{mv}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{k}}} \qquad (10)$$

$$m_t = \frac{m}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{k}}} \qquad (11)$$

$$L = mk\left(\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{k}}} - 1\right), \qquad (12)$$

wozu noch wegen (2) die Beziehung:

$$m_l = \frac{m}{\sqrt{\left(1 - \frac{v^2}{k}\right)^3}} \qquad (13)$$

kommt. Man sieht aus den Gleichungen (11) und (13), daß die Massen für $v^2 = k$ unendlich groß werden, daß also die Geschwindigkeit $\sqrt{k}$ eine Grenzgeschwindigkeit ist, auf die Massen durch endliche Kräfte nicht gebracht werden können. Wir bezeichnen diese Grenzgeschwindigkeit mit c, dann ist

$$k = c^2 \qquad (14)$$

und die Formeln (10) bis (13) gehen in die entsprechenden Formeln der Relativtheorie[1]) über, wenn wir die Geschwindigkeit des Lichtes im Vakuum als Grenzgeschwindigkeit ansehen.

Das Einsteinsche Additionstheorem für die aufeinander senkrecht stehenden Geschwindigkeiten u und v läßt sich nun folgendermaßen herleiten:

Wir setzen zunächst

$$L(u) = ml(u). \qquad (15)$$

Wir erteilen unserem Massenpunkt mit der Ruhmasse m zuerst von der Ruhe aus die Geschwindigkeit u und dann eine dazu senkrechte Geschwindigkeit v. Die Summe der bei diesen beiden Vorgängen geleisteten Arbeiten ist nun gleich der Arbeit, die aufgewendet werden muß, um den Massenpunkt unmittelbar von der Ruhe aus auf die aus u und v resultierende Geschwindig-

1) A. Einstein, Ann. d. Phys. **17**, 919 f., 1905.

keit, die wir mit w bezeichnen, zu bringen. Diese Gleichheit läßt sich nach den in meiner oben zitierten Arbeit[1]) angestellten Betrachtungen durch folgende Formel ausdrücken:

$$ml(u) + m_t(u)\,l(v) = ml(v). \tag{16}$$

Drücken wir hierin m_t und l durch ihre in Gl. (11) bezw. (15) und (12) gegebenen Werte aus, so erhalten wir:

$$\left(\frac{1}{\sqrt{1-\frac{u^2}{k}}}-1\right)+\frac{1}{\sqrt{1-\frac{u^2}{k}}}\left(\frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{k}}}-1\right) = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{w^2}{k}}}-1. \tag{17}$$

Und hieraus folgt nach leichten Umformungen:

$$w^2 = u^2 + v^2 - \frac{u^2 v^2}{k}. \tag{18}$$

Das ist aber genau die Einsteinsche Formel[2]) für die Resultierende zueinander senkrechter Geschwindigkeiten.

Die ganze Betrachtungsweise dieser Zeilen steht übrigens in engstem Zusammenhang mit Herrn P. Duhems[3]) energetischem Aufbau der klassischen Mechanik und Thermodynamik, ein Zusammenhang, den ich an anderem Orte noch ausführlicher darstellen werde, wo auch der hier nur skizzierte Gedankengang systematisch und logisch einwandfrei durchgeführt werden soll.

1) Diese Zeitschr. **12**, 1112, 1911 (Gl. 2).
2) A. Einstein, l. c., S. 906.
3) P. Duhem, Commentaire aux principes de la Thermodynamique, Journ. d. math. pures et appl., 4e série, t. VIII, IX, X (1892—1894). — Aufs neue ist dieser Aufbau dargestellt in P. Duhem, Traité d'énergétique, Tome I, Paris 1911; insbesondere kommt für uns hier Chap. II, 34 in Betracht.

Wien, 16. Oktober 1911.

(Eingegangen 20. Oktober 1911.)

Über das Dopplersche Prinzip[1]).

Von S. Pokrowsky.

Soweit mir bekannt, wurden die Astrophysiker durch Prof. W. A. Michelsons Aufsatz[2]) „Zur Frage über die richtige Anwendung des Dopplerschen Prinzips" zuerst darauf aufmerksam gemacht, daß die beobachteten Verschiebungen der Linien in den Spektren verschiedener Gestirne nicht allein durch die Bewegung der Gestirne hinsichtlich des Beobachters, sondern auch durch Veränderungen in dem das Spektroskop von der zu untersuchenden Lichtquelle trennenden Mittel erklärt werden können. Ist ν die Zahl der von der Lichtquelle in einer Zeiteinheit entsandten Lichtschwingungen, so wird bei Bewegung der Lichtquelle und des Beobachters längs dem Sehstrahl mit der Geschwindigkeit a bezw. b, die in ein und derselben Richtung von der Lichtquelle zum Beobachter abgetragen wird, die Zahl der Schwingungen, die der Beobachter in derselben Zeit wahrnimmt, nach Doppler gleich ν' sein, welches aus dem Verhältnis

$$\nu' = \nu\frac{c+a}{c+b}$$

bestimmt wird, wo c die Verbreitungsgeschwindigkeit des Lichtes in reinem Äther ist. Bei geringen a und b kann man

$$\nu' = \nu\left(1 \mp \frac{1}{c}\frac{\partial l}{\partial t}\right), \quad \text{und} \quad a - b = -\frac{\partial l}{\partial t}$$

annehmen, wo l die variable Entfernung der Lichtquelle vom Beobachter ist. W. A. Michelson erweitert den Inhalt letzterer Formel, indem er unter l den optischen, und nicht den geometrischen Weg der Strahlen von der Lichtquelle bis zum Beobachter versteht, d. h. indem er $l = \Sigma\mu_i l_i$ setzt, wo l_i die von den Strahlen in Mitteln, welche hinsichtlich des Äthers Brechungsquotienten μ_i besitzen, nacheinander durchlaufenen Wege sind. Dem auf diese Weise verallgemeinerten Dopplerschen Prinzip entsprechend, wird jede Längenveränderung des optischen Weges von einer Veränderung der Zahl der Lichtschwingungen der durchgehenden Strahlen nach der Formel

$$\nu' = \nu\left(1 \mp \frac{1}{c}\frac{\partial \Sigma\mu_i l_i}{\partial t}\right) \tag{1}$$

begleitet sein.

Im Falle einer planparallelen Platte von variabler Dicke erhält diese letzte Formel die Form

$$\nu' = \nu\left[1 \mp \frac{1}{c}\frac{\partial(\mu-1)l}{\partial t}\right] = \nu\left[1 - \frac{1}{c}\frac{\partial\varepsilon}{\partial t}\right], \tag{2}$$

wo l die Dicke der Platte, μ ihr Brechungsquotient, $\varepsilon = (\mu - 1)\,l$ der durch die Platte hereingebrachte Gangunterschied ist.

Kommt ein längs der Halbierenden des Brechungswinkels mit der Geschwindigkeit v sich bewegendes Prisma in ein paralleles Strahlenbündel hinein, so wird die Veränderung der Frequenz der Lichtschwingungen, welche in den das Prisma verlassenden Strahlen entsteht, folgendermaßen ausgedrückt:

1) Der Inhalt dieser Untersuchung bildete den Gegenstand eines im Oktober 1909 in dem St. Petersburger Physikerverein vorgetragenen Referats; Journ. Russ. Phys.-Chem. Ges. **42**, Phys. T., 426—448, 1910.
2) W. A. Michelson, On Dopplers principle. Astrophys. J. **13**, 192—198, 1901; Journ. Russ. Phys.-Chem. Ges. **31**, Phys. T., 119, 1899.

$$\nu' = \nu \left[1 \mp 2 \frac{v}{c} \sin \frac{\delta}{2} \right], \qquad (3)$$

wo δ der Winkel der minimalen Ablenkung der Strahlen im Prisma ist. Hier kann noch ein von E. Ketteler[1]) behandelter Fall angefügt werden. Bei der Reflexion der Lichtstrahlen von einem mit der Geschwindigkeit $\pm v$ sich ihnen entgegen bewegenden Spiegel wird die Frequenz der Schwingungen in den reflektierten Strahlen folgendermaßen ausgedrückt:

$$\nu' = \nu \left[1 \mp 2 \frac{v}{c} \cos i \cos \psi \right], \qquad (4)$$

wo i der Einfallswinkel der Strahlen und ψ der Winkel zwischen der Normalen zum Spiegel und seiner Bewegungsrichtung ist.

Zum Schluß seines Aufsatzes weist Prof. W. A. Michelson auf die Möglichkeit der Anwendung der Formel (3) auf die Erklärung der in der Chromosphäre der Sonne beobachteten verschiedenen Verzerrungen der Spektrallinien hin. Entsprechend der erwähnten Formel können diese Verzerrungen dadurch hervorgerufen werden, daß enorme Massen verschiedener glühender Gase und Dämpfe, die in den meisten Fällen mit großer Geschwindigkeit ihre Lage verändern, den Weg der gegen uns gerichteten Strahlen betreten. Indessen werden infolge der geringen Dichte dieser Gase in den oberen Sonnenschichten, und also auch eines geringen Wertes der Differenz ($\mu - 1$), diese Linienverschiebungen, wie leicht zu zeigen, über die Grenzen des Auflösungsvermögens gegenwärtig existierender Spektroskope hinausliegen. Die beobachteten Verzerrungen der Spektrallinien auf der Sonne könnte man eher durch die Einwirkung der anomalen Dispersion im Zusammenhang mit dem verallgemeinerten Dopplerschen Prinzip erklären. Nach der Theorie Schmidt-Julius' sind die Linien der Chromosphäre durch die aus tieferen Sonnenschichten kommenden Strahlen bedingt, die sodann kraft der anomalen Dispersion in Schichten, die höher als die sogenannte kritische Sphäre Schmidts gelegen sind, eine anomal große Ablenkung erlitten haben. Infolge verschiedener zufälliger Heterogenitäten, die die Strahlen in diesen Schichten antreffen, erleiden Strahlen benachbarter Wellenlängen verschiedene Ablenkungen, und legen auf diese Weise den Grund zu den erwähnten Verzerrungen der Spektrallinien. Wenn außerdem auf dem Wege dieser Strahlen das Mittel sich in großer Dicke verändert, so werden diese Veränderungen entsprechend der Formel (2) möglicherweise imstande sein, wahrnehmbare Periodenveränderungen hervorzurufen, da infolge der anomalen Dispersion die Größe der Differenz ($\mu - 1$) bei Absorptionslinien ihren gewöhnlichen Wert für gasförmige Körper bedeutend übersteigen wird. Unvergleichlich größere Bedeutung könnten diese Erwägungen für die Erklärung verschiedener Anomalien haben, die in Spektrogrammen spektroskopischer Doppelsterne wahrgenommen werden. Beide Komponenten derartiger Sterne befinden sich in den meisten Fällen so nahe voneinander, daß ihre Atmosphären ineinanderfließen; außerdem erlangt ihre Bahngeschwindigkeit infolge dieser Nähe eine recht erhebliche Größe; z. B. ist die Bahngeschwindigkeit für den Komponenten β Aurigae gleich 222 km in der Sekunde, d. h. fast $^1/_{1500}$ der Lichtgeschwindigkeit; für das β Lyrae beträgt diese Geschwindigkeit etwa 180 km in der Sekunde. Geht die Bahnebene durch den Sehstrahl, so hat man es bei Bewegung beider, wahrscheinlich gasförmiger, Komponenten um ihr gemeinsames Trägheitszentrum gerade mit einem von W. A. Michelson behandelten analogen Fall zu tun, da ein jeder der Komponenten abwechselnd die Bahn der zu uns ins Spektroskop gehenden Strahlen betreten wird. In dem Maße, als einer der Komponenten den andern verdeckt, wird die Länge des optischen Weges für die vom hinteren Komponenten kommenden Strahlen größer werden; demzufolge werden alle Linien dieses Komponenten sich zum roten Spektrumende hin verschieben, oder wenigstens verbreitern müssen. Eine Rückverschiebung zum violetten Ende hin wird stattfinden, wenn der hintere Komponent von der andern Seite hinter dem vorderen in Erscheinung zu treten beginnt. Bei bedeutender Bahngeschwindigkeit und bei zunehmender Dichte zum Zentrum hin werden ähnliche Verschiebungen möglicherweise auch nicht über die Grenzen der gegenwärtigen Beobachtungsempfindlichkeit hinaus liegen, ungeachtet der hohen Materieverdünnung in diesen Komponenten. Bestehen beide Komponenten aus ein und denselben glühenden Gasen und Dämpfen, was in sehr vielen Fällen beobachtet wird, so können diese Verschiebungen und Verbreiterungen ihrer Linien auch schon deshalb wahrnehmbar werden, da in diesem Falle, wie schon erwähnt wurde, die Einwirkung der anomalen Dispersion zur Geltung gelangt. Ist dabei der hintere Komponent bedeutend heller als der vordere, so können die Strahlen beim Durchgange durch die Atmosphäre des vorderen Komponenten auch nicht völlig absorbiert werden und ergeben dann, wenn nicht gerade eine Verschiebung, so doch eine einseitige Verbreiterung der Linien abwechselnd zum roten und violetten Spektrumende hin. Vielleicht wäre es möglich, auf diesem Wege

1) E. Ketteler, Astronom. Ondulationstheorie, S. 85.

eine Erklärung für einige Besonderheiten bei Verschiebung der Wasserstofflinien, die auf Spektrogrammen von β Lyrae wahrgenommen sind, zu erhalten. Indem wir uns nun der durch Versuche erbrachten Bestätigung des verallgemeinerten Dopplerschen Prinzips zuwenden, richten wir unsere Aufmerksamkeit zuerst darauf, daß die in dieser Richtung von A. A. Belopolski gemachten bemerkenswerten Untersuchungen, sowie die augenscheinlich ganz abseits stehenden Versuche A. Righis mit Lichtschwebungen, als experimentelle Bestätigung der Tatsache dienen, daß die stetige, durch irgendein optisches Instrument veranlaßte Veränderung der Strahlenphase immer von einer entsprechenden Veränderung der Strahlenperiode begleitet wird.

Bei den Versuchen von A. A. Belopolski[1]) wurde die erwähnte stetige Phasenveränderung durch mehrmalige Reflexion (bis sechsmal) der Lichtstrahlen von parallelen sich zueinander bewegenden Spiegeln bewirkt.

Bei den Versuchen A. Righis wurde die erwähnte stetige Phasenveränderung durch Rotation verschiedener polarisierender Systeme in den zu untersuchenden Strahlen erreicht[2]).

In allen Fällen erscheinen die in Interferometern beobachteten Verschiebungen der Interferenzstreifen als Bestätigung entweder der Formel (4) E. Kettelers[3]), oder der Formel (2) W. A. Michelsons für eine planparallele Platte, welche in die sie passierenden Strahlen den mit dem Lauf der Zeit sich stetig ändernden Gangunterschied $(\mu - 1)\, l$ hineinbringt. Diese Veränderung kann durch Änderung der Neigung der Platte (Jamins Kompensator im gleichnamigen Interferometer) oder durch Veränderung des Brechungsquotienten μ (im Falle einer planparallelen Küvette, die mit dem zu untersuchenden Gas gefüllt wird) hervorgerufen werden.

Der von W. A. Michelson betrachtete Fall mit dem Prisma findet seine Verwirklichung in doppelbrechenden Kompensatoren, die zur Untersuchung der elliptischen Polarisation dienen. Ähnliche Kompensatoren können als Interferometer betrachtet werden, deren Konstruktion auf Erscheinungen der Doppelstrahlenbrechung basiert. Alle Verschiebungen des beweglichen Keils in diesen Kompensatoren werden von Veränderungen der Frequenz der Lichtschwingungen der durchgehenden Strahlen — der ordinären und der extraordinären — begleitet. Aber diese Veränderungen werden für diese beiden Strahlen verschieden sein, da ihre Brechungsquotienten verschieden sind, infolgedessen werden bei Verschiebungen des Keils aus dem Kompensator zwei Gruppen von ordentlichen und von außerordentlichen Wellen heraustreten, welche sich voneinander durch ihre Perioden etwas unterscheiden; im Analysator, welcher die parallelen Komponenten kohärenter Lichtschwingungen ausscheidet, sehen wir ein System sich bewegender Streifen, d. h. wiederum Lichtschwebungen. Wenn der Gangunterschied für den ordinären und den extraordinären Strahl im ganzen Gesichtsfelde der gleiche war, d. h. wenn wir einen Kompensator mit homogenem Felde (z. B. Babinet-Biot) gebrauchten, so werden bei Verschiebungen des Keils die die Lichtschwebungen hervorrufenden Amplitudenveränderungen der Lichtschwingungen für das ganze Gesichtsfeld die gleichen sein, und wir werden abwechselnd Aufklärungen und Verfinsterungen des ganzen Feldes beobachten. Wenden wir auf den Kompensator von Babinet die Formel (2) an, als am meisten bequeme für die bevorstehenden Berechnungen, so erhalten wir folgende Veränderungen der Frequenz der Lichtschwingungen für den ordinären und den extraordinären Strahl:

$$\nu_0' - \nu = \pm \frac{\mu_0}{\lambda} \frac{\partial l}{\partial t},$$

$$\nu_e' - \nu = \mp \frac{\mu_e}{\lambda} \frac{\partial l}{\partial t},$$

daraus

$$\nu_0' - \nu_e' = \mp \frac{\mu_0 - \mu_e}{\lambda} \frac{\partial l}{\partial t} = \mp \frac{\mu_0 - \mu_e}{\lambda} \cdot n h \operatorname{tg} \alpha,$$

da $\frac{\partial l}{\partial t} = n h \operatorname{tg} \alpha$, wo α der Winkel des Keils, h der Gang der mikrometrischen Schraube im Kompensator, n Anzahl der Umdrehungen dieser Schraube pro Sekunde, λ die ursprüngliche Wellenlänge ist. Dieser Ausdruck enthält alle Daten zur experimentellen Bestätigung des Dopplerschen Prinzips mittels des Babinetschen Kompensators. Betrachten wir noch einen Fall, wo wir auf dem Wege paralleler Strahlen irgendeine Flamme aufstellen. Infolge der Schwankungen dieser Flamme und der Luftströmungen um dieselbe wird der Gangunterschied für jeden durch die Flamme gehenden Strahl sich verändern und zwar für verschiedene Strahlen ganz verschieden; dementsprechend werden sich auch die Perioden dieser Strahlen verändern, so daß aus der Flamme eine ganze Gruppe von Wellen mit verschiedenen sich stetig verändernden Perioden heraustritt. Fangen wir diese Strahlen mit einem Schirm auf, so sehen wir auf ihm, als Folge der Interferenz, ein recht unregelmäßiges, allen gut bekanntes Abwechseln dunkler und heller Wellen (Schlieren).

1) A. A. Belopolski, Nachr. d. K. Akad. d. Wiss. **13**, 461, 1900.

2) A. Righi, Journ. de Phys. **2**, 437, 1883.

3) In bezug auf den sich bewegenden Spiegel ist diese Ansicht auch von R. W. Wood, O. M. Corbino und K. Abels ausgesprochen worden.

Da die zerstreuende und ablenkende Einwirkung der Flamme, als eines Prismas, ganz unbedeutend ist, so ist diese Erscheinung, als nur durch Lichtschwebungen bedingt, eine Bestätigung des verallgemeinerten Dopplerschen Prinzips.

Früher sahen wir auf Grund der Formel (1), daß Frequenzveränderungen der Lichtstrahlen durch Veränderung der Brechungsquotienten der Mittel, welche die Strahlen durchgehen, hervorgerufen werden können. Im Falle nur eines einzigen Mittels erhalten wir

$$\nu' = \nu\left[1 \mp \frac{l}{c}\frac{\partial \mu}{\partial t}\right]. \qquad (5)$$

In den Erscheinungen der Magneto- und Elektrooptik begegnen wir Beispielen ähnlicher, sehr schneller Veränderungen der Brechungsquotienten des Mittels, welche die Entstehung des magnetischen oder elektrischen Feldes begleiten. Wie die Untersuchungen von H. Abraham zeigen, vollzieht sich der Prozeß der elektrischen oder magnetischen Doppelbrechung in einem Zeitraume von nicht mehr als 10^{-9} Sekunden, d. h. er vollzieht sich in der Praxis in derselben sehr kurzen Zeit, in welcher sich das entsprechende Feld selbst zu bilden vermag. Wenn man annimmt, daß die magnetische Rotation der Polarisationsebene des Lichtes ebenso wie natürliche durch Entstehung eines Unterschieds in der Verbreitungsgeschwindigkeit im magnetisierten Medium der Strahlen, welche zirkular rechts (d) und links (l) polarisiert sind, bedingt wird, so erhalten wir mit Hilfe der Formel (5) für die entsprechenden Veränderungen der Frequenz der Lichtschwingungen in diesen Strahlen folgende Ausdrücke:

$$\nu_d' - \nu = \mp \frac{l}{\lambda}\frac{\partial \mu}{\partial t} = \pm \frac{l}{\lambda}\frac{\mu_d - \mu}{\tau};$$

$$\nu_l' - \nu = \mp \frac{l}{\lambda}\frac{\partial \mu}{\partial t} = \mp \frac{l}{\lambda}\frac{\mu_l - \mu}{\tau},$$

wo τ der Zeitraum, im Laufe dessen die Veränderungen $\mu_d - \mu$ und $\mu_l - \mu$ vor sich gehen, ist.

Daraus ist

$$\delta\nu = \nu_d' - \nu_l' = \pm \frac{l}{\lambda}\frac{\mu_d - \mu_l}{\tau}.$$

Bezeichnen wir andererseits den Drehungswinkel der Polarisationsebene mit ω, so ist, wie aus der Fresnelschen Theorie bekannt,

$$\frac{l}{\lambda}(\mu_d - \mu_l) = \frac{\omega}{\pi}.$$

Also ist

$$\delta\nu = \pm \frac{1}{\pi}\frac{\omega}{\tau}.$$

Für die relative Wellenlängenveränderung erhalten wir

$$\frac{\delta\lambda}{\lambda} = -\frac{\delta\nu}{\nu} = \pm \frac{1}{\pi\nu}\frac{\omega}{\tau}. \qquad (6)$$

Diese Längenveränderung der Lichtwellen, welche jede Drehung der Polarisationsebene begleitet, kann man auf andere Art nachweisen, indem man von der kinematischen Äquivalenz des geradlinig polarisierten Strahls zweier zirkular rechts und links polarisierten Strahlen von verschiedener Periode ausgeht. Im Falle der magnetischen Drehung wird der Ausdruck (6), abgesehen vom Vorzeichen, so umgeschrieben werden können:

$$\frac{\delta\lambda}{\lambda} = \frac{1}{\pi\nu}\cdot\frac{\alpha H l}{\tau},$$

wo α die spezifische Drehung, H die Kraft des magnetischen Feldes, l die Dicke des Mittels, welche die Strahlen passieren, bedeutet.

Vielleicht gelingt es einmal bei Anwendung elektrischer Schwingungen von großer Intensität (H von beträchtlicher Größe) und einer großen Frequenz (da die Dauer τ des Zerfalls in zwei Strahlen sehr klein ist), die angegebenen Veränderungen der Lichtwellen wahrzunehmen, welche auch zur Bestätigung der Ansichten W. A. Michelsons beitragen würden. Dabei könnte man sich anstatt des polarisierten des natürlichen Lichtes bedienen, da jeder virtuelle geradlinig polarisierte, dem Bestande des natürlichen Lichtes angehörende Strahl, zwei zirkular in entgegengesetzten Richtungen polarisierte Strahlen ergeben hätte.

St. Petersburg, Physikalisches Laboratorium des Elektrotechnischen Instituts.

(Eingegangen 2. September 1911.)

Anwendung des Prinzips virtueller Verschiebungen auf die in eine Strahlung versenkten Systeme.

Von S. Pokrowsky.

Wir wollen uns irgendein in den Strom paralleler einfarbiger Strahlung versenktes System vorstellen. Da wir es mit periodischen Schwingungen zu tun haben, so können wir die Volumendichte der Energie dieser Strahlung gleich

$$\varepsilon = A\nu^2 \Sigma a_i^2$$

annehmen, wo A ein gewisser Proportionalitätskoeffizient ist, a_i Werte der Lichtschwingungsamplituden in verschiedenen zum Bestand der gegebenen Strahlung gehörenden Wellen, ν die allen Wellen gemeinsame Häufigkeit der Lichtschwingungen.

Alle Verschiebungen des Systems oder seiner Teile werden unter der Wirkung der ponderomotorischen Strahlungskräfte von einer Energie-

verminderung der durch das System durchgehenden Strahlung begleitet. Dagegen werden alle Verschiebungen des Systems gegen diese Kräfte hin, welche durch äußere auf das System einwirkende Kräfte hervorgerufen werden, von einer Vergrößerung dieser Energie begleitet. Das Prinzip der Energieerhaltung auf den gegebenen Fall anwendend, kann man sagen, daß in allen Fällen die Arbeit der ponderomotorischen Kräfte der Strahlung bei virtuellen Verschiebungen des Systems der Energieänderung der Strahlung, welche durch das System in einem Zeitraum durchgeht, im Laufe dessen die zu betrachtende Verschiebung stattgefunden, gleichkommen muß. Bezeichnet man mit $F\delta\varphi$ die Arbeit dieser Kräfte bei der Veränderung irgendeines die Lage des Systems hinsichtlich des Stroms charakterisierenden Parameters φ, mit δE die entsprechende Energieveränderung, so erhält man die Gleichung

$$F\delta\varphi + \delta E = 0. \qquad (1)$$

Diese Gleichung kann als Verallgemeinerung des Prinzips virtueller Verschiebungen für den Fall von beliebigen in den Strahlungsstrom versenkten Systemen betrachtet werden. Die Energieveränderung δE, die in Gleichung (1) auftritt, kann anders dargestellt werden. Befände sich das System in Ruhe, so müßte das im Laufe eines gewissen Zeitraums von einer Seite in das System dringende Energiequantum, nach dem Prinzip der Energieerhaltung, dem das System von der anderen Seite verlassenden Energiequantum gleich sein. Nur bei möglichst einfachen Fällen von Systemen, die von Ebenen begrenzt sind, stehenbleibend, und die Kräfte auf die Oberflächeneinheit berechnend, können wir für die Energie, welche in das System auf der einen Seite hineindringt und dasselbe von der anderen Seite verläßt, folgenden Ausdruck hinschreiben: $jC\varepsilon_0$, wo j eine gewisse Funktion des Einfallswinkels der Strahlen auf eine Grenzebene des Systems und des Reflexionskoeffizienten, C die Verbreitungsgeschwindigkeit der Strahlung in dem das System umgebenden Mittel (im Äther), ε_0 die Volumendichte der Energie in diesem Mittel bedeuten. Gerät das System in Bewegung, so wird das Energiequantum, welches in ein und demselben Zeitraum in das System und aus demselben gegangen, im allgemeinen einander nicht gleich sein. Bezeichnet man mit ε_1 die Volumendichte der das System verlassenden Energie, so findet man für die Energieveränderung im Laufe des Zeitraums dt, währenddessen die Verschiebung des Systems vor sich gegangen, folgenden Ausdruck:

$$\delta E = j(C\varepsilon_0 - C\varepsilon_1)\,dt = jC\delta\varepsilon_0 dt.$$

Lassen wir die Veränderung der Energiedichte, die nach Fresnel dadurch hervorgerufen wird, daß das sich bewegende Mittel Lichtwellen mit sich fortreißt, unberücksichtigt, so können wir für die Veränderung von $\delta\varepsilon_0$

$$\delta\varepsilon_0 = 2A\,\nu\delta\nu\,\Sigma a_i^2 + 2A\,\nu^2\,\Sigma a_i\delta a_i$$

hinschreiben.

Andererseits steht die Veränderung der Frequenz, die durch irgendeine Verschiebung des optischen Systems hervorgerufen wird, in notwendigem Zusammenhang mit der Phasenveränderung der Strahlen, die eine derartige Verschiebung begleitet. Mit Hilfe der bekannten Gleichung des Strahls ist leicht zu zeigen, daß beide Veränderungen in folgendem Abhängigkeitsverhältnis zueinander stehen:

$$\nu_1 - \nu = \delta\nu = -\frac{\partial\alpha}{\partial t}. \qquad (x)$$

In dieser Formel ist ν die anfängliche Häufigkeit der Lichtschwingungen, $\frac{\partial\alpha}{\partial t}$ die Geschwindigkeit der Veränderung der Strahlenphase, welche einfachheitshalber als konstant vorausgesetzt wird.

Es ist sehr wahrscheinlich, daß alle Amplitudenveränderungen δa_i gleich Null sein müssen. Als einziger die Strahlung ganz unabhängig von der Beschaffenheit des Mittels, in welchem sie sich zufällig verbreiten kann, charakterisierender Parameter erscheint die Frequenz der Lichtschwingungen; außerdem ist die Strahlenphase der einzige sich bei Verrichtung der Arbeit durch die ponderomotorischen Kräfte der Strahlung stetig verändernde Parameter; die stetige Phasenveränderung ihrerseits wird gemäß dem soeben angeführten Abhängigkeitsverhältnis (x) von der Veränderung der Lichtschwingungshäufigkeit begleitet. Daraus folgt, daß die Arbeit der ponderomotorischen, der Strahlung als solcher eigenen Kräfte nur auf Rechnung der entsprechenden Veränderungen der Frequenz der Lichtschwingungen, nicht aber ihrer Amplituden, erfolgen kann. Die Richtigkeit der von mir aufgestellten Behauptung wird durch Übereinstimmung der erhaltenen Resultate mit den Folgerungen der elektromagnetischen Lichttheorie bestätigt.

Auf Grund dessen erhalten wir

$$\delta\varepsilon_0 = -A\,2\nu\frac{\partial\alpha}{\partial t}\Sigma a_i^2.$$

Da aber zu Anfang und zu Ende der Bewegung

$$\delta\nu = -\frac{\partial\alpha}{\partial t} = 0, \quad \text{und} \quad \delta\varepsilon_0 = 0,$$

so wird man für $\delta\varepsilon_0$ den Mittelwert für den Zeitraum dt nehmen und

$$\delta\varepsilon_0 = -A\nu\frac{\partial\alpha}{\partial t}\Sigma a_i^2$$

gleichsetzen müssen.

Diesen Wert $\delta\varepsilon_0$ in Gleichung (1) einsetzend und zum Grenzwert übergehend, erhalten wir nach klar zutage liegenden Umformungen

$$F = \varepsilon\lambda\frac{\partial\alpha}{\partial\varphi}. \qquad (2)$$

Hier bedeutet $\varepsilon = j\varepsilon_0$ die Volumendichte der die gesuchte ponderomotorische Kraft bedingenden Energie. Wenn wir z. B. die ponderomotorischen Wirkungen der auffallenden Energie suchen, so ist $j = \cos i$, wobei i der Einfallswinkel und $\varepsilon = \varepsilon_0 \cos i$ ist. Genau ebenso erhalten wir für die gebrochene Energie

$$\varepsilon = \varepsilon_0 j = (1 - \varrho)\mu\cos i\,\varepsilon_0,$$

wo ϱ der Reflexionskoeffizient und μ der Brechungsquotient ist. Auf Grund der Gleichung (2) schließen wir folgendes: Um die ponderomotorische Kraft der Strahlung, welche auf irgendeinen, die Lage des Systems hinsichtlich des Stroms charakterisierenden Parameter φ einwirkt, zu finden, genügt es, die Volumendichte der die gesuchte Wirkung bedingenden, auf die Wellenlänge bezogenen Strahlungsenergie, d. h. $\varepsilon\lambda$ mit $\frac{\partial\alpha}{\partial\varphi}$ zu multiplizieren, wobei $\frac{\partial\alpha}{\partial\varphi}$ die Derivierte der in die Strahlung durch dieses System hineingebrachten Phasenveränderung nach gegebenem Parameter φ ist. Wird das Wachsen des Parameters φ von einer Phasenvergrößerung $\left(\frac{\partial\alpha}{\partial\varphi} > 0\right)$ begleitet, so wird die gesuchte Kraft dieselbe Richtung wie $\delta\varphi$ haben. Die Bestimmung von j in jedem einzelnen Falle bietet keine Schwierigkeiten. In einfacheren Fällen kann man mit Hilfe der Gleichung (2) die ponderomotorischen Wirkungen, welchen die Grenzfläche zweier optisch heterogener Mittel unterworfen ist, bestimmen. Abgesehen davon, bietet die erhaltene Gleichung noch in anderer Hinsicht großes Interesse. Die Arbeit der ponderomotorischen Kräfte der Strahlen mit ihrer Phasenveränderung in Zusammenhang setzend, gibt sie die Möglichkeit, das Dopplersche Prinzip von einem anderen Gesichtspunkte aus zu betrachten. Dieses Prinzip steht, wie alle kinematischen Prinzipien, ganz vereinzelt von allen anderen der Physik der Jetztzeit zugrunde liegenden Prinzipien. Um aber in dieses Gebiet mehr Einheitlichkeit hineinzubringen, wäre es wünschenswert, alle diese Prinzipien auf eine möglichst kleine Zahl zu reduzieren. Das erzielt man mit Hilfe der Gleichung (2), da sie uns zeigt, daß das Dopplersche Prinzip nur die notwendige Folge des Bestehens ponderomotorischer Strahlungskräfte und des Prinzips der Energieerhaltung ist. In jeder Strahlung sind dem äußeren Einfluß nur zwei den Strom charakterisierende Parameter unterworfen, nämlich die Phasen und die Amplituden der zum Bestande des Stroms gehörenden Lichtschwingungen. Auf Grund solcher Erwägungen schließen wir, daß die Arbeit beliebiger ponderomotorischer Strahlungskräfte nur auf Rechnung der entsprechenden Veränderungen der Strahlenphasen, nicht aber der Strahlenamplituden, vor sich gehen kann. Daher sind alle rein mechanischen Wechselwirkungen der Strahlung mit beliebigen Systemen nur auf Rechnung der Phasenveränderungen, die thermischen nur auf Rechnung der Amplitudenveränderungen zu schreiben. Erstere Wechselwirkungen sind umkehrbar, die letzteren aber nicht, da sie stets nur nach einer Seite hin, nämlich nach der der Amplitudenverkleinerung (Absorption), möglich sind. Nach Gleichung (2) werden alle Verschiebungen der Systeme, die in einem gewissen Zusammenhange mit der Arbeit ponderomotorischer Strahlungskräfte stehen, von einer Phasenveränderung der Strahlen, d. h. von der Dopplerschen Erscheinung, begleitet. Als Bestätigung dieser Tatsache dienen die bekannten, von A. A. Belopolski angestellten Untersuchungen mit rotierenden Spiegeln.

Wollen wir die erhaltene Formel (2) auf einige spezielle Fälle anwenden.

1. Idealer Spiegel.

Die Bewegung des Spiegels mit der Geschwindigkeit v in der Richtung seiner Normalen n bringt in die von ihm unter dem Winkel i zurückgeworfenen parallelen Strahlen folgende stetige Phasenveränderung hinein

$$\frac{\partial\alpha}{\partial t} = -2v\frac{\cos i}{\lambda},$$

daraus findet man

$$\frac{\partial\alpha}{\partial n} = \frac{\partial\alpha}{\partial t}:v = -2\frac{\cos i}{\lambda}.$$

Diese Veränderung wird für den ganzen vom Spiegel zurückgeworfenen Wellenkomplex die gleiche sein; daher wird man für die ponderomotorische Kraft

$$F = -\varepsilon\lambda\cdot 2\frac{\cos i}{\lambda} = -2\varepsilon_0\cos^2 i$$

erhalten. Infolgedessen drückt diese Kraft den normalen Druck auf die Oberflächeneinheit des Spiegels aus. Das Übereinstimmen des erhaltenen Resultats mit den von J. Cl. Maxwell, D. A. Goldhammer u. a. aus der elektromagnetischen Lichttheorie gewonnenen Folgerungen bestätigt die

Richtigkeit des von mir angewandten Verfahrens. Man kann aber den Inhalt der Formel (2) bedeutend erweitern, indem man sie auf alle Fälle, wo es sich um stetige Phasenveränderung handelt, anwendet. Mit Hilfe dieser Formel kann man z. B. zeigen, daß die auf den Spiegel unter dem Winkel i auffallenden parallelen Strahlen auf ihn einen Druck $F = -\varepsilon_0 \cos^2 i$ ausüben; die zurückgeworfenen Strahlen üben ihrerseits auf den Spiegel genau denselben Druck aus. Außerdem üben die auffallenden Strahlen auf den Spiegel einen längs der Tangente zu seiner Oberfläche gerichteten, in der Einfallsebene liegenden und numerisch

$$T = \varepsilon \sin i = \frac{1}{2} \varepsilon_0 \sin 2i$$

gleichen Zug aus. Dieser Zug bildet mit der Richtung der einfallenden Strahlen, die man sich hinter den Spiegel verlängert denkt, den Winkel $\frac{\pi}{2} - i$. Für den Zug, der durch reflektierte Strahlen bewirkt wird, findet man genau ebenso

$$T_1 = -\frac{1}{2} \varepsilon_0 \sin 2i.$$

Auf diese Weise wird der seitliche Zug der einfallenden Strahlen durch den ihm gleichen und entgegengesetzt gerichteten Zug der reflektierten Strahlen in Gleichgewicht gehalten. Wie M. Abraham gezeigt hat, wird dieses Gleichgewicht auch während der Bewegung des Spiegels nicht gestört.

2. Absorbierende Fläche.

Auf Grund des Obenerwähnten erhalten wir für den normalen Druck und seitlichen Zug, die durch parallele einfallende und zurückgeworfene Strahlen auf eine absorbierende Fläche ausgeübt werden, folgende Ausdrücke:

$$F = -(1 + \varrho)\varepsilon_0 \cos^2 i;$$

$$T = \frac{1}{2}(1 - \varrho)\varepsilon_0 \sin 2i;$$

wo ϱ der Reflexionskoeffizient ist.

3. Planparallele Platte.

Eine derartige Platte bringt in die sie passierenden Strahlen, wie leicht zu zeigen, folgende Phasenveränderung hinein:

$$\alpha = \frac{h}{\lambda}\left(\sqrt{\mu^2 - \sin^2 i} - \cos i\right) = \frac{h}{\lambda}(\mu \cos r - \cos i),$$

wo h die Dicke der Platte ist, μ ihr Brechungsquotient, i der Einfallswinkel der Strahlen.

Da α von h und dem Einfalls- oder Austrittswinkel i der Strahlen abhängt, so kann man auf Grund der Formel (2) erwarten, daß die ponderomotorischen Wirkungen der die Platte passierenden Strahlen in gewissen längs der Normalen zur Oberfläche der Platte gerichteten Kräften und außerdem in einem gewissen Drehmoment ausgedrückt werden. Nehmen wir die Derivierten von α nach den Parametern h und i und setzen ihre Werte in die Formel (2) ein, so erhalten wir die ponderomotorischen Wirkungen der durchgehenden Strahlen auf diese Platte. Wir erhalten

$$\frac{\partial \alpha}{\partial h} = \frac{1}{\lambda}\left(\sqrt{\mu^2 - \sin^2 i} - \cos i\right);$$

$$\frac{\partial \alpha}{\partial i} = \frac{h}{\lambda}\left(\sin i - \frac{\sin 2i}{2\sqrt{\mu^2 - \sin^2 i}}\right);$$

$$F = \varepsilon \lambda \frac{\partial \alpha}{\partial h} = (1 - \varrho)^2 \varepsilon_0 \cos i \left(\sqrt{\mu^2 - \sin^2 i} - \cos i\right);$$

$$M = \varepsilon \lambda \frac{\partial \alpha}{\partial i} =$$

$$= (1 - \varrho)^2 \varepsilon_0 h \cos i \left(\sin i - \frac{\sin 2i}{2\sqrt{\mu^2 - \sin^2 i}}\right),$$

wo ϱ der Reflexionskoeffizient ist.

Die Kraft F stellt den längs der Normalen nach außen gerichteten und an der Ein- und Austrittsstelle der Energie aus der Platte existierenden Zug vor. Diese beiden Zugwirkungen befinden sich in einem Abstand von $l = h \operatorname{tg} r = \frac{h \sin i}{\sqrt{\mu^2 - \sin^2 i}}$ voneinander und bilden auf diese Weise das Kräftepaar

$$Fl = (1 - \varrho)^2 \varepsilon_0 h \cos i \left(\sin i - \frac{\sin 2i}{2\sqrt{\mu^2 - \sin^2 i}}\right) = M.$$

Dasselbe Moment in der Richtung der wachsenden i haben wir soeben unmittelbar mit Hilfe der Formel (2) erhalten.

Bei $i = 0$, $F = (\mu - 1)\varepsilon_0$; $M = 0$.

Wir wollen nun die ponderomotorischen Wirkungen der Strahlung, welche die Grenzfläche zweier optisch heterogener Mittel erleidet, eingehender betrachten. Ein Bündel paralleler Strahlen fällt unter dem Winkel i auf die Trennungsfläche der Luft (Vakuum) und eines den Brechungsquotienten μ besitzenden Mittels. Die Verschiebung dieser Fläche nach außen längs der Normalen $+n$ zu ihr wird in die einfallenden, zurückgeworfenen und gebrochenen Strahlen folgende Phasenveränderungen hineinbringen:

$$\frac{\partial \alpha_i}{\partial n} = -\frac{\cos i}{\lambda}; \quad \frac{\partial \alpha_r}{\partial n} = -\frac{\cos i}{\lambda};$$

$$\frac{\partial \alpha_{r'}}{\partial n} = \frac{\cos r}{\lambda'},$$

wo λ' die Wellenlänge der Lichtschwingungen im zweiten Mittel und r den Brechungswinkel bedeutet. Nach Formel (2) erhält man für die ponderomotorischen Wirkungen dieser Strahlen folgende Ausdrücke:

$$F_i = \varepsilon_i \lambda \frac{\partial \alpha_i}{\partial n} = -\varepsilon_0 \cos^2 i;$$

$$F_r = \varepsilon_r \lambda \frac{\partial \alpha_r}{\partial n} = -\varrho \varepsilon_0 \cos^2 i;$$

$$F_{r'} = \varepsilon_{r'} \lambda' \frac{\partial \alpha_{r'}}{\partial n} = (1 - \varrho) \mu \varepsilon_0 \cos i \cos r.$$

Auf diese Weise übt ein Bündel paralleler Strahlen bei der Brechung auf der Trennungsfläche zweier Mittel auf dieselbe einen längs der Normalen zu ihr nach außen gerichteten und

$$F = (1 - \varrho) \varepsilon_0 \cos i (\mu \cos r - \cos i) - 2 \varrho \varepsilon_0 \cos^2 i$$

gleichen Zug aus. Der letzte Ausdruck zeigt, daß der gesuchte Zug F auf eine andere Weise erhalten werden kann. Wollen wir die auffallende Energie in zwei Teile zerlegen, von denen der eine $\varrho\varepsilon_0$ von der Fläche total reflektiert wird, der andere Teil $(1 - \varrho)\varepsilon_0$ total gebrochen wird. Die Verschiebung der Fläche längs der Normalen $+n$ nach außen bringt in die ersten und in die zweiten Strahlen folgende Phasenveränderungen hinein

$$\frac{\partial \alpha_r}{\partial n} = -2 \frac{\cos i}{\lambda};$$

$$\frac{\partial \alpha_{r'}}{\partial n} = \frac{\mu \cos r - \cos i}{\lambda} = \frac{1}{\lambda}\left(\sqrt{\mu^2 - \sin^2 i} - \cos i\right).$$

Danach ist der Druck der reflektierten Energie:

$$F_r = -2 \varrho \varepsilon_0 \cos^2 i;$$

und der Zug nach außen der gebrochenen Energie:

$$F_{r'} = (1 - \varrho) \varepsilon_0 \cos i (\mu \cos r - \cos i).$$

Mit Hilfe dieser letzten Formel überzeugen wir uns unmittelbar, daß keine Zugwirkungen längs der Trennungsfläche vorhanden sind, da der gebrochene Teil der Energie auf die Fläche keinen seitlichen Zug ausübt, die seitlichen Zugwirkungen aber beim Auffallen und bei der Reflexion des übrigen Teils der Energie sich gegenseitig aufheben. Beim Übergange der Strahlen aus dem zweiten Mittel ins erste wird wieder, wie aus Vorstehendem leicht nachzuweisen ist, ein längs der Normalen nach außen gerichteter und

$$F_r = (1 - \varrho)^2 \varepsilon_0 \cos i (\mu \cos r - \cos i) + 2 \varrho \varepsilon_1 \cos^2 r$$

gleicher Zug vorhanden sein, wobei ε_1 die Volumendichte der Energie innerhalb der Platte bedeutet. In diesem Falle zerfällt die Energie nach ihren ponderomotorischen Wirkungen wiederum in zwei Teile: die nach innen des Mittels total reflektierte Energie $\varrho\varepsilon_1$ übt einen normalen Druck nach außen $2\varrho\varepsilon_1 \cos^2 r$, der total gebrochene Teil $(1 - \varrho)^2 \varepsilon_0$ aber einen normalen

$$(1 - \varrho)^2 \varepsilon_0 \cos i (\mu \cos r - \cos i)$$

gleichen Zug aus. Das Vorhandensein zweier normaler Zugwirkungen auf beiden Flächen der Platte ergibt ein gewisses Drehmoment, auf dessen nähere Betrachtung wir wegen Raummangels verzichten. Bisher ließen wir die Einwirkung der wiederholten Reflexionen und Brechungen der Energie innerhalb der Platte unberücksichtigt. Betrachten wir den einfachsten Fall des normalen Auffallens der Strahlen. Die Volumendichte der von der Platte reflektierten Energie wird bekanntlich

$$\varepsilon = \frac{2\varrho}{1 + \varrho} \varepsilon_0$$

gleich sein, wo ϱ der Reflexionskoeffizient ist. Bei Verschiebungen der Platte in der Richtung ihrer Normalen wird nur in den zurückreflektierten Strahlen eine stetige, $\frac{\partial \alpha}{\partial n} = -\frac{2}{\lambda}$ gleiche Phasenveränderung stattfinden. Auf Grund dessen schließen wir, daß die ponderomotorischen Wirkungen, welche die angeführte Platte erleidet, nur durch die reflektierten Strahlen bedingt werden. Nach der Formel (2) erhalten wir im gegebenen Falle für den Druck F dieser Strahlen

$$F = \varepsilon \lambda \frac{\partial \alpha}{\partial n} = \frac{2\varrho}{1 + \varrho} \varepsilon_0 \lambda \cdot -\frac{2}{\lambda} = -\frac{4\varrho}{1 + \varrho} \varepsilon_0.$$

Dasselbe Resultat ist ebenfalls von Prof. D. A. Goldhammer aus der elektromagnetischen Lichttheorie gewonnen worden. Wollen wir noch ein zuerst von dem soeben erwähnten Gelehrten angeführtes und gelöstes Beispiel betrachten.

Ein Bündel paralleler, senkrecht zur Einfallsebene polarisierter Strahlen fällt unter dem Winkel der totalen Reflexion auf eine planparallele Platte. In diesem Falle wird bekanntlich keine Reflexion stattfinden, und die ganze Energie wird nur Brechung erleiden. Die ponderomotorischen Wirkungen dieser Energie werden nach Formel (2) folgende sein:

a) Normale Zugwirkungen nach außen, welche auf beide Plattenflächen einwirken, sich in einem Abstande $l = h \operatorname{tg} r$ befinden und

$$F = \varepsilon \lambda \frac{\partial \alpha}{\partial h} = \varepsilon_0 \cos i (\mu \cos r - \cos i)$$

gleich sind, wobei

$$\alpha = \frac{h}{\lambda} (\mu \cos r - \cos i) =$$

$$= \frac{h}{\lambda} \left(\sqrt{\mu^2 - \sin^2 i} - \cos i\right)$$

gleich ist.

b) Ein durch diese Zugwirkungen gebildetes und

$$M = \varepsilon \lambda \frac{\partial \alpha}{\partial i} = F \cdot l = \varepsilon_0 h \cos i \operatorname{tg} r (\mu \cos r - \cos i)$$

gleiches Drehmoment.

Außerdem ist im gegebenen Falle

$$\operatorname{tg} i = \mu; \quad \operatorname{tg} r = \frac{1}{\mu}; \quad l = \frac{h}{\mu}.$$

Setzt man diese Werte in die erhaltenen Ausdrücke, so erhält man:

$$F = \frac{\mu^2 - 1}{\mu^2 + 1} \varepsilon_0;$$

$$M = lF = \frac{h}{\mu} \cdot \frac{\mu^2 - 1}{\mu^2 + 1} \varepsilon_0.$$

4. Wollen wir endlich noch einen Fall betrachten.

Eine parallel ihrer Achse abgeschliffene Kristallplatte ist im Bündel paralleler, elliptisch polarisierter, senkrecht zu ihrer Oberfläche auffallender Strahlen placiert. Zu bestimmen ist das von dieser Platte zu erleidende Drehmoment. Wollen wir die Komponenten der elliptischen Schwingungen längs den Achsen X und Y mit

$$X = a \cos 2\pi (\nu t - \varphi); \quad Y = b \sin 2\pi (\nu t - \varphi) \qquad (x)$$

bezeichnen. Projizieren wir diese Schwingungen auf Koordinatenachsen, welche mit der Platte stetig verbunden sind, wobei die Achse Ξ längs der optischen Achse der Platte gerichtet ist, so erhalten wir

$$\xi = a \cos\beta \cos 2\pi \left(\nu t - \frac{d}{\lambda_e} - \varphi\right) + b \sin\beta \sin 2\pi \left(\nu t - \frac{d}{\lambda_e} - \varphi\right);$$

$$\eta = -a \sin\beta \cos 2\pi \left(\nu t - \frac{d}{\lambda_0} - \varphi\right) + b \cos\beta \sin 2\pi \left(\nu t - \frac{d}{\lambda_0} - \varphi\right);$$

wobei $\beta = \angle XO\Xi$;
d die Dicke der Platte,
λ_0 die Wellenlänge des ordinären Strahls;
λ_e die Wellenlänge des extraordinären Strahls.

Da wir die Phasenveränderung der Strahlen untersuchen wollen, wobei wir uns selbst im außerhalb liegenden, unbeweglichen Raume befinden, so werden wir die Schwingungen ξ und η auf die vorherigen (unbeweglichen) Koordinatenachsen projizieren müssen. Dann erhalten wir

$$X_1 = \xi \cos\beta - \eta \sin\beta;$$
$$Y_1 = \xi \sin\beta + \eta \cos\beta.$$

Setzen wir hierher die Werte für ξ und ein, so erhalten wir nach üblichen Umformungen

$$X_1 = R_1 \cos 2\pi (\nu t - \alpha_1);$$
$$Y_1 = R_2 \sin 2\pi (\nu t - \alpha_2),$$

wobei

$$R_1^2 = a^2 - (a^2 - b^2) \sin^2 2\beta \sin^2 \frac{\delta}{2} + ab \sin 2\beta \sin\delta;$$

$$2\pi\alpha_1 = \frac{\left(a \cos\frac{\delta}{2} + b \sin 2\beta \sin\frac{\delta}{2}\right) \sin m - a \cos 2\beta \sin\frac{\delta}{2} \cos m}{\left(a \cos\frac{\delta}{2} + b \sin 2\beta \sin\frac{\delta}{2}\right) \cos m + a \cos 2\beta \sin\frac{\delta}{2} \sin m};$$

$$R_2^2 = b^2 + (a^2 - b^2) \sin^2 2\beta \sin^2 \frac{\delta}{2} - ab \sin 2\beta \sin\delta;$$

$$2\pi\alpha_2 = \frac{\left(b \cos\frac{\delta}{2} - a \sin 2\beta \sin\frac{\delta}{2}\right) \sin m + b \cos 2\beta \sin\frac{\delta}{2} \cos m}{\left(b \cos\frac{\delta}{2} - a \sin 2\beta \sin\frac{\delta}{2}\right) \cos m - b \cos 2\beta \sin\frac{\delta}{2} \sin m};$$

$$\delta = 2\pi d \left(\frac{1}{\lambda_0} - \frac{1}{\lambda_e}\right); \quad m = 2\pi\left(\varphi + \frac{d}{2}\left(\frac{1}{\lambda_0} + \frac{1}{\lambda_e}\right)\right).$$

Daraus finden wir

$$\frac{\partial\alpha_1}{\partial\beta} = \frac{a^2 \sin 2\beta \sin\delta + 2ab \sin^2\frac{\delta}{2}}{2\pi R_1^2};$$

$$\frac{\partial\alpha_2}{\partial\beta} = \frac{-b^2 \sin 2\beta \sin\delta + 2ab \sin^2\frac{\delta}{2}}{2\pi R_2^2}.$$

Die Drehmomente, welche die Platte unter dem Einfluß der Komponenten X_1 und Y_1 der Lichtschwingungen erleidet, und welche auf die Oberflächeneinheit berechnet sind, werden nach Formel (2)

$$M_x = \varepsilon_x \lambda \frac{\partial\alpha_1}{\partial\beta} = A R_1^2 \lambda \frac{a^2 \sin 2\beta \sin\delta + 2ab \sin^2\frac{\delta}{2}}{2\pi R_1^2};$$

$$M_y = \varepsilon_y \lambda \frac{\partial\alpha_2}{\partial\beta} = A R_2^2 \lambda \frac{-b^2 \sin 2\beta \sin\delta + 2ab \sin^2\frac{\delta}{2}}{2\pi R_2^2};$$

gleich sein, wobei $\varepsilon_x = A R_1^2$; $\varepsilon_y = A R_2^2$, da man die Volumendichte der von den Komponenten X_1 und Y_1 der elliptischen Schwingungen

mitgeführten Energie dem Quadrat ihrer Amplitude proportional annehmen kann. Das totale Drehmoment, welches die Platte erleidet, wird also

$$M = M_x + M_y =$$
$$= \varepsilon_1 \frac{\lambda}{2\pi}\left[\left(1 - \frac{b^2}{a^2}\right)\sin 2\beta \sin\delta + 4\frac{b}{a}\sin^2\frac{\delta}{2}\right]$$

gleich sein, wo $\varepsilon_1 = A a^2$ die Volumendichte der Energie der Komponenten X der auf die Platte auffallenden elliptischen Schwingungen (x) ist.

Ist

$$\left(1 - \frac{b^2}{a^2}\right)\sin 2\beta \sin\delta + 4\frac{b}{a}\sin^2\frac{\delta}{2} > 0,$$

so ist das gesuchte Moment nach der Seite der wachsenden β gerichtet.

Wollen wir die möglichen speziellen Fälle betrachten.

a) Die auf die Platte auffallenden Strahlen sind geradlinig polarisiert; dabei ist $b = 0$. Dann ist

$$M = \frac{\varepsilon\lambda}{2\pi}\sin 2\beta \sin 2\pi d\left(\frac{1}{\lambda_0} - \frac{1}{\lambda_e}\right).$$

Unabhängig von den Werten $\sin 2\pi d\left(\frac{1}{\lambda_0} - \frac{1}{\lambda_e}\right)$ ist dieses Moment bei $\beta = \varkappa\frac{\pi}{2}$ gleich Null ($\varkappa = 0, 1, 2, \ldots$).

Im einzelnen Falle bei

$$d\left(\frac{1}{\lambda_0} - \frac{1}{\lambda_e}\right) = \frac{\varkappa}{2}, \quad \text{ist} \quad M = 0,$$

d. h. eine Platte von einer ganzen Zahl von Halbwellen erleidet seitens der sie passierenden geradlinig polarisierten Strahlen kein Drehmoment.

Bei $\beta = \frac{\pi}{4}$; $d\left(\frac{1}{\lambda_0} - \frac{1}{\lambda_e}\right) = \frac{2\varkappa + 1}{4}$, hat man

$$M = (-1)^\varkappa \frac{\varepsilon\lambda}{2\pi}. \tag{3}$$

Ist also ein Nicolsches Prisma mit einer $\frac{1}{4}\lambda$-Platte so verbunden, daß die aus der Platte heraustretenden Strahlen zirkular polarisiert sind, so wird es bestrebt sein, unter der Wirkung dieser Strahlen in stetige Rotation zu kommen, welche der Drehung des Lichtvektors in den erhaltenen, zirkular polarisierten Strahlen entgegengesetzt gerichtet ist.

b) Die auf die Platte auffallenden Strahlen sind zirkular polarisiert; dabei ist $a = b$. Dann ist

$$M = \frac{\varepsilon\lambda}{2\pi}\left[1 - \cos 2\pi d\left(\frac{1}{\lambda_0} - \frac{1}{\lambda_e}\right)\right],$$

wo $\varepsilon = 2\varepsilon_1$ die Volumendichte der auf die Platte auffallenden Energie ist. Das erhaltene Drehmoment ist vom Azimut β unabhängig, daher die zirkular polarisierten Strahlen die Kristallplatte in stetige Rotation zu versetzen bestrebt sein werden.

Bei

$$d\left(\frac{1}{\lambda_0} - \frac{1}{\lambda_e}\right) = \frac{2\varkappa + 1}{4}; \qquad \frac{2\varkappa + 1}{2},$$

erhalten wir

$$M_{\frac{\lambda}{4}} = \frac{\varepsilon\lambda}{2\pi}; \quad M_{\frac{\lambda}{2}} = \frac{\varepsilon\lambda}{\pi}. \tag{4}$$

Die erhaltenen Drehmomente sind unabhängig vom Vorzeichen der Differenz $d\left(\frac{1}{\lambda_0} - \frac{1}{\lambda_e}\right)$ und sind nach der Seite der Drehung des Lichtvektors in den auffallenden, zirkular polarisierten Strahlen gerichtet.

Alle diese Drehmomente, welche ich soeben mit Hilfe des Prinzips virtueller Verschiebungen abgeleitet, und welche Kristallplatten in polarisierten Strahlen erleiden, sind auch von Prof. A. J. Sadowsky aus der elektromagnetischen Lichttheorie gewonnen und in seiner Schrift „Ponderomotorische Wirkungen der elektromagnetischen Wellen und Lichtwellen auf Kristallen", Dorpat 1898, veröffentlicht worden.

Für Sonnenstrahlen ist die mittlere Volumendichte der Energie, wie aus den Bestimmungen der Sonnenkonstanten folgt, gleich

$$\varepsilon_0 = 4 \times 10^{-6} \text{ ergs.}$$

Dem sichtbaren Spektrumteil kommt etwa ein Drittel der ganzen Energie zugute; außerdem geht beim Erhalten des polarisierten Lichtes noch eine Hälfte verloren.

Auf diese Weise erhalten wir unter der Voraussetzung, daß eine $\frac{1}{2}\lambda$-Platte keine große Dispersion der doppelten Brechung besitzt, daß

$$M_{\frac{\lambda}{2}} = \frac{\varepsilon\lambda}{\pi} = \text{ca. } 10^{-10} \text{ ergs,}$$

wo $\lambda = 5 \times 10^{-5}$ cm die mittlere Wellenlänge der Lichtschwingungen im sichtbaren Spektrumteil ist. Das berechnete Drehmoment ist so klein, daß es kaum jemals versuchsweise wird wahrgenommen werden können; andererseits steht seine Existenz, ebenso wie das durch die Untersuchungen von P. N. Lebedew, ferner von E. F. Nichols und G. F. Hull bestätigte Bestehen des Luftdrucks, außer Zweifel.

Das Prinzip der Erhaltung der Bewegungsgröße auf elektrodynamische Systeme anwendend, kann man, wie M. Abraham es gezeigt, alle von mir angeführten ponderomotorischen Wirkungen der Strahlung ableiten, mit Ausnahme der Drehmomente, welche $\frac{1}{4}\lambda$- und $\frac{1}{2}\lambda$-Platten in zirkular polarisierten Strahlen erleiden. Bis

heute ist es der Elektrodynamik nicht gelungen, die Existenz der Drehmomente in diesen Strahlen nachzuweisen. Unterdessen können die von mir erhaltenen Drehmomente (3), (4) als Hinweis für die Existenz solcher Momente in den Strahlen selbst dienen, falls wir annehmen, daß das Prinzip der Erhaltung der Bewegungsgrößemomente auch auf Systeme, welche aus gleichartigen Platten bestehen und in ein Bündel paralleler, zirkular polarisierter Strahlen versenkt sind, angewandt werden kann. Auf Grund dieses Prinzips ist es leicht, zu zeigen, daß in diesen Strahlen ein Drehmoment existieren muß, welches nach der Drehungsseite des Lichtvektors in ihnen gerichtet und numerisch $M = \frac{\varepsilon\lambda}{2\pi}$ gleich ist, wo ε die Volumendichte der Energie in diesen Strahlen bedeutet.

St. Petersburg, Physikal. Laboratorium des Elektrotechnischen Instituts.

(Eingegangen 15. September 1911.)

Luftelektrische Beobachtungen in Argentinien. I. Monat Mai.

(Vorläufige Mitteilung[1].)

Von Georg Berndt.

Die an anderer Stelle[2]) bereits angekündigten luftelektrischen Messungen wurden am 1. Mai in Buenos Aires aufgenommen. Es wurde beobachtet der Ionengehalt mit einem Ebertschen Ionenaspirator, die Leitfähigkeit nach der von mir etwas modifizierten Scheringschen Methode[3]) und das Potentialgefälle mit Hilfe des Lutzschen Flammenkollektors. Ich möchte nicht verfehlen, an dieser Stelle dankend zu erwähnen (was ich zu meinem Bedauern bei der früheren Veröffentlichung vergessen hatte), daß die Beschaffung des Ionenaspirators durch eine Unterstützung des hiesigen Akademisch-Wissenschaftlichen Vereins ermöglicht wurde. Über Aspirator und Kollektor ist das Nähere bereits früher gesagt[2]). Für die Leitfähigkeitsmessungen diente ein umgekehrt aufgehängtes Wulfsches Elektrometer; in die den Bernstein durchsetzende Hülse wurde ein dünner Haken mittels einer zylindrischen gut passenden Verdickung eingesetzt. An diesem wurde eine Kugel von etwa 5 cm Durchmesser mit einem etwa 50 cm langen und 0,13 mm starken Draht aufgehängt. Es war so der Vorteil der Scheringschen Methode gewahrt, daß fast ausschließlich freier Strom herrschte (was durch besondere Versuche bestätigt wurde). Andererseits waren die schwer in Rechnung zu setzenden schwankenden Verluste durch die Aufhängung der Kugel an einem besonderen Isolator vermieden. Jetzt erfolgen die Isolationsverluste ausschließlich im Elektrometer selbst und können in üblicher Weise bestimmt und in Rechnung gesetzt werden.

Da mein Institut — ein einstöckiges Mietshaus — ziemlich im Zentrum von Buenos Aires gelegen und von höheren Gebäuden fast vollständig eingeschlossen ist, war es als Beobachtungsort völlig ungeeignet. Es diente deshalb für die Ionisations- und Leitfähigkeitsmessungen eine luftige, elektrostatisch gut geschützte Veranda in dem von mir bewohnten Hause, ziemlich am Nordrande der Stadt. Die Veranda liegt zur ebenen Erde und stößt gegen Südosten an einen Garten. Die Beobachtung des Potentialgefälles erfolgt auf dem flachen Dach dieses (einstöckigen) Hauses an einer dauernd fixierten Stelle. Die Bestimmung des Reduktionsfaktors geschieht durch gelegentliche gleichzeitige Beobachtung des Potentialgefälles auf einem unmittelbar an das Haus stoßenden genügend großen freien Platze. Hier dient zur Messung ein Conradscher Wassertropfkollektor (von Spindler & Hoyer, Göttingen); als Elektrometer wird das sonst zur Bestimmung der Leitfähigkeit benutzte Instrument verwendet.

Bei dem absoluten Mangel an Mitarbeitern oder für wissenschaftliche Arbeit interessierten Schülern bin ich gezwungen, sämtliche Beobachtungen allein anzustellen, abgesehen von gelegentlichen Unterstützungen durch meine Familienmitglieder. So muß ich mich auf dreimalige tägliche Beobachtungen beschränken, die — wegen der sonstigen amtlichen Verpflichtungen — in der Regel von $7-8^h$ a. m., $1^1/_2$ bis $2^1/_2{}^h$ p. m. und $7^1/_2$ bis $8^1/_2$ p. m. (für das Potentialgefälle um 8^h a. m., 2 p. m. und 8^h p. m.) erfolgen. Gleichzeitig mit den elektrischen Größen werden beobachtet: Barometerstand an einem Aneroidbarometer, Temperatur an einem Quecksilberthermometer, relative Feuchtigkeit an einem Haarhygrometer, Bewölkung, Transparenz, Windrichtung und -stärke nach Schätzung. Das Barometer wird nach den Angaben in der täglich von der Officina Meteorológica herausgegebenen Wetterkarte korrigiert, die sich auf 8^h a. m. beziehen und auf 0^0 und Meeresniveau reduziert sind. Die Fehler des Quecksilberthermometers sind nach Vergleich mit einem in der Physik.-Techn. Reichsanstalt geeichten zu vernachlässigen. Beim Haarhygrometer wird von Zeit zu Zeit der

1) Die ausführliche Mitteilung soll später im Zusammenhange mit weiteren Beobachtungen an anderer Stelle erscheinen.

2) G. Berndt, diese Zeitschr. **12**, 857, 1911.

3) H. Schering, Diss., Göttingen 1904. Ann. d. Phys. **20**, 174, 1906.

100-Punkt kontrolliert; außerdem bieten die Angaben der Wetterkarte eine gewisse Kontrolle. Die Bewölkung wird in 8 Stufen geschätzt (0 unbedeckt, 8/8 völlig bedeckt). Die Transparenz wird mit 0 bezeichnet, wenn ein ca. $3^1/_2$ km entfernter Schornstein, mit 1, wenn eine etwa $^1/_2$ km entfernte Gruppe von Eukalyptusbäumen völlig klar erscheinen. Bei 2 sind diese schon unklar (in der Regel Dunst), 3 entspricht leichtem und 4 starkem Nebel. Die Schätzung der Windrichtung erfolgt nach einer auf dem Dach aufgezeichneten Windrose, die der Windstärke nach der Bewegung der Bäume in 10teiliger Skala[1]). — Die Elektrometer werden von Zeit zu Zeit mit Hilfe von 2 Krüger-Batterien (von Spindler & Hoyer, Göttingen) geeicht.

Wenn ich die Beobachtungen des Monats Mai jetzt schon allein veröffentliche, so sind dafür mehrere Gründe maßgebend. Erstens ist unsere Kenntnis der luftelektrischen Verhältnisse auf der südlichen Halbkugel sehr gering. An bisher veröffentlichten ausgedehnten Beobachtungsreihen haben wir meines Wissens nur die des Potentialgefälles in Batavia[2]). Gelegentliche Beobachtungen (soweit sie zu meiner Kenntnis gekommen) sind angestellt von Figee[3]) in Batavia bei der Sonnenfinsternis von 1901 (Zerstreuung), von Dike[4]) auf der Kreuzfahrt der „Galilee" im großen Ozean (Leitfähigkeit), von Pollock[5]) in Sidney (Ionengehalt), von Rouch[6]) auf der Petermanninsel (Leitfähigkeit und Potentialgefälle) und von Knoche[7]) in einem Hochtal der bolivianischen Hochkordilliere (Ionisierung, Leitfähigkeit und Potentialgefälle). Die Messungen von Figee, Dike und Knoche sind unter außergewöhnlichen lokalen oder sonstigen Bedingungen angestellt und sind daher nicht als allgemeingültig anzusprechen. Pollock findet in Sidney eine außerordentlich geringe Zahl (39 bezw. 38) von leicht beweglichen Ionen (Geschwindigkeit etwa 1,5 cm/sec Volt/cm), dagegen 200 bis 1000 mittlerer Beweglichkeit (v ca. $^1/_{100}$) und etwa 2000 träge Ionen (v ca. $^1/_{3000}$). Diese Resultate sind so außergewöhnlich, daß sie zunächst einmal einer Nachprüfung bedürfen, ehe man erkennen kann, wie weit lokale oder sonstige Einflüsse daran beteiligt sind. Es bleiben somit nur die Beobachtungen von Rouch auf der Petermanninsel (65° 10′ s. Br. und 66° 34′ w. L.), die sich über 10 Monate erstrecken und für die Leitfähigkeit Werte von 3,16 bis $7{,}22 \cdot 10^{-4}$ ergaben. Für das Potentialgefälle kann ich leider die Werte nicht angeben, da mir die Originalveröffentlichung nicht zugänglich ist, doch beobachtet er das Minimum im Juni, also im Winter der südlichen Halbkugel (gleichzeitig hat er ein Maximum). Die Monatsmittel für Batavia schwanken zwischen 49 und 359 (in verschiedenen Jahren), die Jahresmittel zwischen 79 und 238.

Ein weiterer Grund, welcher mich zur Veröffentlichung veranlaßt, ist der, daß der Mai dem Ende des hiesigen Herbstes entspricht. Zufällig änderten sich die meteorologischen Bedingungen ziemlich plötzlich, so daß man den Mai in eine Sommer- und Winterperiode zerlegen kann (1. bis 20. und 21. bis 31.). Ferner ist es mir aus den oben angegebenen Gründen leider nicht möglich, die Leitfähigkeitsbeobachtungen noch weiter regelmäßig fortzusetzen, sondern ich muß mich in Zukunft auf einige freie Tage beschränken.

In der Tabelle gebe ich die Tagesmittel wieder. Es bedeuten E_+ und E_- die positive und negative Ionisierung, U die Differenz, $E_+ - E_-$ n_+ und n_- die positive und negative Ionenzahl pro cm³ (berechnet unter Annahme des Wertes 4,89 für das elektrische Elementarquantum[1]), S die Summe $n_+ + n_-$, u die Differenz $n_+ - n_-$, Q den Quotienten n_+/n_- bezw. E_+/E_-, λ_+ und λ_- die Polaren, λ die Gesamtleitfähigkeit, q den Quotienten λ_+/λ_-, v_+ und v_- die spezifischen Ionengeschwindigkeiten, q' den Quotienten v_-/v_+, i und I die Dichte des vertikalen Leitungsstromes in ESE./cm² bezw. Amp/cm², F das Potentialgefälle in Volt/m, b Barometerstand, t Temperatur, f rel. Feuchtigkeit, B Bewölkung, T Transparenz, W Windrichtung[2]) und St Windstärke. In der letzten Spalte finden sich einige notwendige Bemerkungen; ein Stern bedeutet, daß der Tag luftelektrisch als anormal zu betrachten ist (wegen Gewitter, Niederschlägen, Nebel oder dichten Stratus- oder Nimbuswolken).

Wo die Angaben für F fehlen, reicht der Meßbereich des Elektrometers nicht aus; er wurde — im Laufe des Monats — dadurch erweitert, daß die Stange des Flammenkollektors in zwei Teile zerlegbar gemacht wurde, und später noch dadurch, daß ein Wulfsches Elektrometer mit Hilfskonduktor verwendet wurde, das durch Anlegung eines geeigneten

1) Müller-Pouillets Lehrbuch der Physik und Meteorologie, 10. Aufl., Bd. III, S. 844, 1907.

2) Annalen des Observatoriums zu Batavia seit 1886; s. auch Mache und Schweidler, Die atmosphärische Elektrizität, 1909.

3) S. Figee, diese Zeitschr. **5**, 803, 1904.

4) H. Dike, Terr. Magn. **13**, 119, 1908.

5) J. A. Pollock, Le Radium **6**, 129, 1909; Science **29**, 919, 1909.

6) M. Rouch, C. R. **151**, 225, 1910.

7) W. Knoche, diese Zeitschr. **12**, 179, 1911.

1) R. A. Millikan und H. Fletcher, diese Zeitschr. **12**, 161, 1911.

2) Das Zeichen M bedeutet Mallung = Wind wechselnder Richtung.

Datum	E_+	E_-	U	n_+	n_-	S	u	Q	$\lambda_+ \cdot 10^4$	$\lambda_- \cdot 10^4$	$\lambda \cdot 10^4$	q	v_+	v_-	q'	$i \cdot 10^6$	$J \cdot 10^{15}$	F	b	t	f	B	T	W	St	Bemerkungen
1. Mai	**0,353**	**0,375**	−0,022	723	707	1490	−44	0,93	**0,95**	1,00	1,95	0,96	**0,95**	0,89	**1,00**	**0,52**	**0,17**	+81	**707,6**	15,3	91,3	o	**0**	NNO	2	
2. „	302	292	0,010	618	598	1216	20	1,04	73	0,91	1,64	0,88	86	1,02	24	39	13	70	63,8	16,2	86,3	1/8 *Ci St*	c—1	N	3	[ker Regen.
3. „	351	**388**	−0,037	720	**794**	**1514**	−74	0,93	78	**1,31**	2,09	*0,67*	74	1,14	59				55,8	18,1	87,3	7/8 *Cu Ni*	o—1	NW	4	* Gewitter u. star-
4. „	192	130	0,062	393	267	660	126	**1,48**	47	**0,42**	0,89	1,13	75	1,03	46				58,0	15,7	92,8	7/8 *Ni*	2	OSO	2	* Wetterleuchten.
5. „	232	319	*−0,087*	475	674	1149	*−199*	*0,78*	29	45	0,74	0,87	48	**0,48**	01				59,5	14,2	77,3	7/8 *Ci Ni*	2	OSO	3	*
6. „	350	276	**0,074**	715	564	1279	**151**	1,33	76	69	1,45	1,17	75	87	18	70	23	156	59,0	15,2	77,8	2/8 *Ci St*	**0**	NO	2	* Dunst und Nebel.
7. „	236	268	−0,032	479	548	1027	−69	0,81	44	52	0,96	0,99	75	64	0,92	41	14	123	58,1	15,2	87,2	6/8 *Ci St*	1	N	2	
8. „	364	309	0,055	744	632	1376	112	1,35	36	47	0,83	0,68	35	82	1,94				63,0	10,9	71,8	5/8 *Ci St*	1	SO	1	
9. „	228	220	0,008	467	451	918	16	1,06	53	43	0,96	**2,24**	68	56	0,85				58,5	14,1	80,7	6/8 *Ci St*	2	SO	2	*
10. „	203	199	0,004	416	408	824	8	1,02	44	51	0,95	0,96	70	86	1,12	26	09	76	55,4	**19,3**	93,0	4/8 *Cu*	1	N	1	
11. „	146	199	−0,053	299	407	706	−108	0,89	25	32	0,67	1,12	73	57	*0,78*	27	09	111	58,3	18,8	96,0	3/8 *Cu St Ni*	1	NO	2	*
12. „	120	*087*	0,033	245	*178*	423	67	1,38	30	20	1,50	1,42	78	76	1,01	25	08	157	59,2	16,9	97,3	8/8 ***Ni***	3	SO	3	* Nebel u. Regen.
13. „	164	195	−0,031	357	399	736	−62	1,08	41	80	1,21	0,83	86	**1,32**	80	*−09*	−03	*22*	58,8	15,8	95,7	6/8 ***Ni***	2	OSO	4	* Regen; Gewitterböen.
14. „	237	231	0,006	484	473	957	11	1,08	58	68	1,26	0,82	79	1,02	38	66	22	183	*52,8*	15,8	95,7	8/8 ***Ni***	2	NO	2	* Regen, Gewitter.
15. „	**371**	311	0,060	**760**	637	1397	123	1,21	**1,06**	1,04	**2,10**	1,07	99	1,16	17	**1,05**	**35**	152	56,1	14,0	82,7	8/8 ***Ni***	1	SO	**5—6**	* Regen.
16. „	225	215	0,010	462	441	903	21	1,08	**0,46**	**0,42**	0,88	1,02	65	**0,68**	09	0,36	12	133	65,6	11,5	81,2	2/8 *Ci*	1	SW	1—2	
17. „	209	243	−0,034	428	497	925	−69	0,85	60	69	1,29	0,93	97	91	0,93	51	17	159	66,5	14,0	82,2	2/8 *Ci*	1	S	3	
18. „	323	258	0,065	662	528	1190	134	1,41	61	62	1,23	0,86	55	74	**2,01**	60	20	226	68,9	12,8	78,3	1/8 *Ci St Cu*	1	NO	2	* Dunst.
19. „	257	208	0,049	528	425	953	103	1,24	82	65	1,47	1,16	**1,01**	1,04	**1,08**	34	11	67	67,4	14,1	81,8	6/8 *Cu*	1	NO	2	
20. „	222	212	0,010	454	434	888	20	1,08	51	61	1,12	0,84	**0,78**	1,03	28	49	16	135	69,4	13,3	79,2	5/8 *Cu*	1	SW	1	* Regen.
21. „	328	318	0,010	672	651	1323	21	1,06										191	70,0	8,1	72,8	1/8 *Cu*	1	S	1	
22. „	254	214	0,040	519	460	979	59	1,14	24	24	4,48	1,01	*29*	**0,33**	12	42	14	176	68,5	*6,9*	78,8	o	2	S	2	* Dunst, Nebel.
23. „	220	233	−0,013	450	476	926	−26	0,95	62	63	1,25	0,95	94	93	0,98	49	16	123	67,7	10,1	86,7	4/8 *Cu*	1	N	*o*	
24. „	318	265	0,050	657	548	1205	109	1,21	81	68	1,49	1,21	91	91	1,00	45	15	89	61,6	11,3	85,7	5/8 *Ci St Cu*	1	NO	3	*
25. „	145	155	−0,010	297	318	615	−21	1,01	23	*19*	0,42	1,13	49	40	0,84	18	06	182	63,2	12,1	88,7	8/8 ***Cu Ni***	2	N	1	* Regen.
26. „	*096*	102	−0,006	*196*	209	*405*	−13	0,96	*16*	28	0,44	0,78	61	93	**1,14**				63,2	9,6	95,7	8/8	**4**	M	1	* Dichter Nebel.
27. „	355	287	0,068	726	590	1316	136	1,28	35	29	0,64	1,27	33	36	04	35	12	234	67,1	10,2	78,5	o	1—2	SO	1	Dunst.
28. „	238	226	0,012	423	463	956	30	1,06	23	20	0,43	1,11	*29*	*28*	01	40	13	251	70,3	7,3	74,5	1/8 *Ci St*	1	M	1	Dunst.
29. „	214	196	0,018	438	403	841	35	1,12	21	26	0,47	0,90	32	40	30	23	08	168	**71,5**	7,3	81,3	o	1	M	1	Dunst.
30. „	313	277	0,036	641	568	1209	73	1,03	48	52	1,00	0,85	59	72	21	20	07	80	67,2	10,0	76,7	o	1	NW	2	
31. „	223	205	0,018	456	420	876	36	1,12	21	20	*0,41*	1,06	31	32	06	26	09	**302**	66,1	10,9	82,0	5/8 *Cu*	3	M	o—1	* Nebel.
I. Sämtliche Tage.																										
Mittel	0,251	0,259	0,012	514	491	1005	23	1,09	0,50	0,54	1,04	1,06	0,67	0,77	1,18	0,40	0,13	+176	763,2	13,1	84,4	4/8	1—2		2	7 Regentage.
Sommerperiode	0,254	0,246	0,008	521	506	1027	15	1,10	0,57	0,64	1,21	1,03	0,76	0,88	1,24	0,45	0,15	+165								
Winterperiode	0,246	0,226	0,020	504	464	968	40	1,09	0,35	0,35	0,70	1,03	0,51	0,56	1,07	0,35	0,11	+196								
II. Normale Tage.																										
Mittel	0,281	0,261	0,020	575	535	1110	40	1,10	0,54	0,56	1,10	0,99	0,67	0,75	1,16	0,40	0,13	+154								
Sommerperiode	0,283	0,264	0,019	579	542	1121	37	1,09	0,64	0,67	1,31	0,97	0,78	0,89	1,20	0,44	0,15	+138								
Winterperiode	0,278	0,256	0,022	570	525	1095	45	1,10	0,32	0,38	0,70	1,02	0,49	0,54	1,11	0,33	0,11	+175								
III. Beobachtungen an anderen Orten und meteorologische Mittelwerte.																										
	0,13 bis 0,61	0,07 bis 0,42	0,069 bis 0,116					1,07 bis 2,16			0,5 bis 4,44	1,02 bis 1,14	0,83 bis 1,40	0,90 bis 1,75	1,13	0,51 bis 0,66	0,17 bis 0,22	53 bis 242	760,6	13,3	82,3	4/8				4 Regentage.

Potentials an diesen die Herstellung fast jeden Meßbereiches erlaubt. Da es nicht angängig war, bei der Mittelbildung gerade die hohen Potentialwerte zu vernachlässigen, wurde ein Wert von 300 Volt/m für diese Tage angenommen. Dagegen wurde für den 3./V. F gleich 0 gesetzt, da die schnell wechselnden positiven und negativen Werte sich ziemlich aufheben. Für i und I wurden die betreffenden Tage nicht mitgezählt, da es sich bei den Stromdichten nicht um extreme Werte handelt und um unsichere Schätzungen nach Möglichkeit zu vermeiden. Die Beobachtung der Leitfähigkeit mußte am 21./V. aus besonderen Gründen unterbleiben.

Zum Schluß der Tabelle folgen die Mittel aller Tage und die Mittel für die Sommer- und Winterperiode getrennt, sowie die analogen Mittel unter ausschließlicher Berücksichtigung der normalen Tage. Darunter habe ich die Werte vermerkt, wie sie an anderen Orten erhalten wurden[1]) und ferner die meteorologischen Mittelwerte aus dem Durchschnitt verschiedener Jahre[2]).

Aus der Tabelle folgt, daß der Mai 1911 in meteorologischer Hinsicht etwa dem durchschnittlichen Typus entspricht, nur waren b und f etwas größer, auch überschritt die Zahl der Regentage mit 7 den durchschnittlichen Wert von 4.

Die Werte von E und n entsprechen etwa mittleren Werten, wie sie auch an anderen Orten beobachtet wurden; U (bezw. u) und die durch Q ausgedrückte Unipolarität ist sehr klein. Die Werte von λ und damit auch die von v und i sind auffallend gering, während q' sich dem Werte 1,13 nähert. Ob diese kleinen Werte durch die Methode verursacht sind (für ruhende oder mäßig bewegte Luft gilt die von Riecke[3]) entwickelte Theorie nicht streng), läßt sich schwer entscheiden; einige Beobachtungen von v nach der Macheschen Methode haben bis jetzt nicht zu ganz eindeutigen Ergebnissen geführt, da der Ionengehalt sich oft plötzlich sehr stark ändert[4]) (auch in der Mittagszeit, wo Störungen durch Kondensation ausgeschlossen sein sollten). Auf jeden Fall dürften aber die Werte von λ, v und i unter sich vergleichbar sein, auch wenn die Absolutwerte noch einer Korrektion bedürfen sollten. Es ergibt sich ferner, daß i durchaus nicht konstant ist, sondern selbst an normalen Tagen ziemlich starken Schwankungen unterliegt. F entspricht etwa einem mittleren Werte.

Die Berücksichtigung der normalen Tage allein ergibt für E, n, S, U (u), λ etwas höhere, für q und F etwas kleinere Werte, während die für v, i, I, q' und Q unverändert bleiben. In der Sommerperiode sind E und n etwas, λ und v bedeutend größer und ist F etwas kleiner als in der Winterperiode, in der Übereinstimmung mit den Beobachtungen auf der nördlichen Halbkugel, aber im Gegensatz zu den Resultaten von Rouch[1]).

Aus den Mitteln der (hier nicht mitgeteilten) Einzelbeobachtungen folgt, daß E, n, U, λ und i um 2^h p. m. ein Maximum besitzen, während F gleichzeitig ein Minimum aufweist. v und Q haben ihre größten Werte morgens, q abends. Im allgemeinen sind also die Resultate in Einklang mit den in Europa erhaltenen; auffallend ist die Lage des Maximums von v, und daß auch i eine tatsächliche Periode aufweist.

In bezug auf die Abhängigkeit von den meteorologischen Faktoren ergeben sich aus den Einzelbeobachtungen folgende Resultate:

1. Mit wachsendem b nehmen die spez. Ionengeschwindigkeiten ab, während die übrigen Größen keinen Zusammenhang mit dem Barometerstande zeigen.

2. Bei sinkendem Barometer sind n, λ und v größer, F kleiner als bei steigendem.

3. λ und v wachsen mit wachsender Temperatur; bei n tritt dieser Zusammenhang nicht so klar hervor; F nimmt ab.

4. Bei großer Feuchtigkeit haben n und i kleinere, v größere Werte als bei kleinem f; letzteres Resultat scheint auch für λ zu gelten. Auch q ist bei großem f größer, veranlaßt durch die hauptsächlich an den neg. Ionen erfolgende Kondensation. Für F ist der Zusammenhang nicht ganz klar, doch scheint er mit wachsendem f abzunehmen. Dieses von sonstigen Ergebnissen abweichende Verhalten von λ, v und F erklärt sich vielleicht aus einer Verringerung des sonst großen Staubgehaltes durch die Feuchtigkeit; es würde dann die Zunahme von v durch Verringerung des Staubgehaltes die durch das Anwachsen der Feuchtigkeit verursachte Abnahme von v überwiegen.

5. Bei starker Bewölkung hat v große Werte; für die übrigen Größen ergibt sich kein Zusammenhang.

6. Je besser die Transparenz, um so größer

1) Mache und Schweidler, Die atmosphärische Elektrizität, 1909.

2) G. Davis, Clima de la República Argentina, 1902.

3) E. Riecke, Ann. d. Phys. 12, 52, 1903.

4) Z. B. erhielt ich einmal in aufeinander folgenden Beobachtungen folgende Voltverluste dV in 5 Min.:

Machescher Vorschaltkondensator;

		dV	Diff.
innere Elektrode Potential	0	4,4	1,5
" " "	−14,6	2,9	
" " "	+14,6	2,4	0,3
" " "	0	2,7	
" " "	0	1,9	

1) M. Rouch, l. c.

sind n, λ, v und i, während F sich umgekehrt verhält.

7. Große Werte von n, λ, v und i treten bei N-, NO- und O-Winden auf, das sind solche, die vom breiten Río de la Plata kommen und somit ziemlich staubfreie Luft mit sich führen. Ein anderer Grund dafür dürfte sein, daß diese Winde meist eine Temperatursteigerung bewirken. Die kleinsten Werte beobachtet man bei SO- und S-Winden, die über die ganze Stadt hinstreichen und sich so mit Staub- und Rußteilchen laden; sie bewirken ferner Temperaturerniedrigung. F zeigt durchweg das entgegengesetzte Verhalten.

8. n, λ, v und i wachsen mit wachsender Windstärke, besonders λ und in noch stärkerem Maße v, während F abnimmt.

9. n, λ und v haben große, i hat kleine Werte bei niedrigem Potentialgefälle.

Im allgemeinen befolgt also F den entgegengesetzten Gang wie Ionisierung und Leitfähigkeit.

Aus alledem folgt, daß es hauptsächlich Sinken des Barometers und Insolation, also die Bodenatmung ist, welche große Werte des Ionengehaltes liefert und somit die ständige Ersetzung der durch Wiedervereinigung, Molisierung und Leitungsstrom verbrauchten Ionen bewirkt, in Einklang mit der Ebertschen Theorie.

Die Beobachtungen des Ionengehaltes und des Potentialgefälles sollen regelmäßig fortgesetzt werden, um ein umfangreicheres Material zum Studium der luftelektrischen Verhältnisse in Argentinien zu liefern. Auch Beobachtungen über Niederschlagselektrizität, Emanationsgehalt u. ä. sollen sich später anschließen.

Buenos Aires, Instituto de Física del Instituto Nacional del Profesorado Secundario, Juni 1911.

(Eingegangen 4. Juli 1911.)

Bestimmung der Umwandlungstemperaturen des Ammoniumnitrats.

Von Karl Vogt.

Seit der Entdeckung der Polymorphie durch Mitscherlich im Jahre 1821[1]) ist das Ammoniumnitrat, das nach den neueren Untersuchungen in einem Intervall von 150° fünf verschiedene Kristallformen annimmt, ein oft verwandtes Studienobjekt für diese Erscheinung und an ihm wurde die Entdeckung gemacht[2]), daß die Umwandlung bei einem genau definierten, vom Drucke abhängigen Temperaturpunkt, der Umwandlungstemperatur eintritt.

Es liegen deshalb zahlreiche Bestimmungen der Umwandlungstemperaturen des Ammoniumnitrats vor, die indes manchmal erheblich voneinander abweichen. Um gute Resultate zu erhalten, ist es notwendig, daß die beiden Modifikationen, deren Umwandlungspunkt bestimmt werden soll, bei der Untersuchung gleichzeitig und in möglichst guter Berührung zugegen sind; andernfalls bleibt leicht eine Modifikation auch jenseits des Umwandlungspunktes innerhalb mehrerer Celsiusgrade in metastabilem Zustand bestehen. Man erhält dann „Grenztemperaturen", die je nach der Behandlung des untersuchten Präparates variieren. Von den angewandten Untersuchungsmethoden schließen einige die gleichzeitige Anwesenheit beider Modifikationen aus, führen also zu Grenztemperaturen, z. B. die Messung der Erwärmungs- und Abkühlungsgeschwindigkeiten, die Messung der Volumina einer Substanzmenge vor und nach der Umwandlung und die Änderung der Löslichkeit. Andere Methoden lassen die Anwesenheit beider Modifikationen zu, z. B. die Beobachtung der Änderung der Doppelbrechung, die Beobachtung des Gleichgewichts zwischen den beiden Modifikationen mit dem Dilatometer [Methode von van't Hoff[1])]. Mittels der beiden letzten Methoden bestimmte ich die 3 Umwandlungspunkte des Ammoniumnitrats über 0°, den unter 0° durch Messung der Erwärmungs- und Abkühlungsgeschwindigkeiten.

Für die dilatometrischen Messungen diente ein Thermostat aus zwei zylindrischen, dünnwandigen Messinggefäßen mit Deckeln, von denen das kleinere mit 5 cm allseitigem Abstand in das größere gesetzt werden konnte. Als Badflüssigkeit wurde Leinöl verwendet. Die Heizung geschah durch einen in der Mitte des Bades befindlichen röhrenförmigen Heizkörper aus dünnem Messingblech, in welchem sich, durch Asbest isoliert, 4 Neusilberspiralen befanden. Beim Anheizen des Bades wurden sie parallel mit einer Akkumulatorenbatterie von 65 Volt Spannung verbunden, zum Konstanthalten der Temperatur je nach Erfordernis hintereinander oder in Gruppen.

Durch einen turbinenartigen Rührer mit elektrischem Antrieb wurde das Bad stets so stark gerührt, daß die Temperaturdifferenzen unter 0,01° blieben.

Die verwendeten Thermometer waren in $^1/_{10}$° geteilt und von der Physikalisch-technischen Reichsanstalt geprüft. Sie wurden zur Berechnung der Fadenkorrektur mit einem kühlerartigen, wasserdurchströmten Glasmantel ver-

1) Ann. chim. phys. **19**, 415, 1822; **24**, 264, 1823.

2) O. Lehmann, Diss. 1876; Z. f. Krist. **1**, 105, 1877; s. a. Molekularphysik **1**, 153.

1) van't Hoff Vorl. über phys. Chem., 2. Aufl., 1901, 1. Heft, S. 17.

sehen, durch welchen der herausragende Faden auf gleicher Temperatur gehalten wurde. Die hundertstel Grade wurden mit Hilfe einer Lupe geschätzt.

Das verwendete Dilatometer van't Hoffscher Form bestand aus einem zylindrischen Reservoir aus Normalglas von etwa 1 cm Weite und 12 cm Länge und trug am einen Ende einen Füllansatz, am anderen Ende eine etwa 70 cm lange Kapillare. Letztere war je nach Erfordernis 0,6 mm oder 0,2 mm weit und entweder genau kalibriert oder auf erhebliche Kaliberfehler geprüft. Zur Ablesung der Flüssigkeitsstände wurde an die Kapillare eine Skala aus Millimeterpapier geklebt.

Nach sorgfältiger Reinigung und Trocknung des Reservoirs wurde dasselbe mit reinstem getrockneten und gepulvertem Ammoniumnitrat gefüllt, der Füllansatz abgeschmolzen und das ganze Dilatometer mit einem durch fraktionierte Destillation von Petroleum gewonnenen Öl vom Siedepunkt 240—250° vollständig gefüllt.

Für die Hauptversuche wurde das Bad auf eine Temperatur gebracht, die niedriger war als das Mittel von in Vorversuchen gefundenen Grenztemperaturen. Durch separates Erwärmen des Dilatometers wurde das Präparat auf halbe Umwandlung eingestellt, so daß beide Modifikationen in ungefähr gleicher Menge vorhanden waren und nach geeigneten Zeiten der Dilatometerstand abgelesen. Der Umwandlungspunkt gab sich durch konstante Höhe der Flüssigkeitssäule zu erkennen. Nachstehend sei eine dieser Messungen wiedergegeben.

Zeit	Temperatur (unkorr.)	Flüssigkeitsstand
3^{20}	32,38	494,0
3^{30}	32,37	493,8
3^{40}	32,37	493,8
3^{50}	32,38	493,8
4^{00}	32,39	494,0
4^{10}	32,39	494,1
4^{20}	32,38	493,8
4^{30}	32,40	493,8
4^{40}	32,41	494,0
4^{50}	32,40	494,2
5^{00}	32,40	494,0
5^{10}	32,40	494,0
5^{20}	32,40	494,0

Sie ergibt, von kleinen Schwankungen infolge von Temperaturänderungen abgesehen, vollkommene Konstanz des Dilatometerstandes.

Die gesamten Daten für den Umwandlungspunkt bei 33° lauten:

Temp. 32,16	Rückgang	3,0 mm	in	90	Min.
„ 32,28	„	0,5 „	„	70	„
„ 32,39	„	0,0 „	„	100	„
„ 32,50	Steigung	0,6 „	„	75	„
„ 32,64	„	5,3 „	„	60	„

Hierbei sind infolge von Fadenkorrektion und Kaliberfehler sämtliche Thermometerablesungen um 0,12° zu erhöhen. Der Umwandlungspunkt liegt daher bei 32,5°, die Fehlergrenze beträgt ± 0,05°. W. Schwarz[1]) erhielt durch Beobachtung der Änderung der Doppelbrechung 32,4°, der Erwärmungs- und Abkühlungsgeschwindigkeiten 31—35°.

Ganz in derselben Weise wurde der Umwandlungspunkt zwischen 120 und 125° bestimmt. Es ergab sich bei den korrigierten Temperaturen von

125,13° ein Rückgang von 1,7 mm in 5 Min.
125,25° „ Steigen „ 2,9 „ „ 8 „

woraus 125,2 ± 0,06° als Umwandlungstemperatur folgt.

W. Schwarz ermittelte 125,6° aus der Änderung der Doppelbrechung und 123,5—125,5° aus den Erwärmungs- und Abkühlungsgeschwindigkeiten.

Schwieriger war die Bestimmung der Umwandlung zwischen 81 und 86°. Infolge der sehr großen Geschwindigkeit dieser Umwandlung mußte hier nach einer etwas veränderten Methode gearbeitet werden. Nachdem das Bad auf konstante Temperatur gebracht worden war, wurde das Dilatometer vorsichtig erhitzt, bis ungefähr die Hälfte der Substanz umgewandelt war, in den Thermostaten gebracht und gewartet, bis der Flüssigkeitsstand stationär geworden war. Sodann wurde es durch Herausheben aus dem Bad langsam abgekühlt und die Bewegung der Sperrflüssigkeit in der Kapillare beobachtet. Hatte sich die Substanz ganz in die obere Modifikation umgewandelt, so trat jetzt Rückumwandlung ein, erkennbar an einem kurzen Steigen der Sperrflüssigkeit. Derselbe Versuch wurde sodann bei derselben Badtemperatur nochmals ausgeführt, jedoch das Dilatometer vor dem Einbringen in das Bad durch langsames Abkühlen der oberen Modifikation auf halbe Umwandlung eingestellt. Die Resultate der beiden zusammengehörigen Versuche waren stets dieselben.

In dieser Weise wurde ermittelt, daß bei 82,16° die untere, bei 82,36° die obere Modifikation stabil ist. Die Umwandlungstemperatur beträgt daher 82,26 ± 0,10°. Schwarz findet aus der Änderung der Doppelbrechung 82,8, aus den Erwärmungs- und Abkühlungsgeschwindigkeiten 82,5—82,6°.

Für die Beobachtung der Umwandlungstemperaturen mit Hilfe der Änderung der Doppel-

1) W. Schwarz, Beiträge zur Kenntnis der umkehrbaren Umwandlungen der polymorphen Körper, Preisschrift Göttingen 1892.

brechung stellte mir Herr Geheimrat Lehmann sein eigenes Heizmikroskop[1]) zur Verfügung.

Die verwendeten Mikroskoppräparate wurden jeweils möglichst dick gemacht, da in dünnen Präparaten die Umwandlung in der Nähe des Umwandlungspunktes erfahrungsgemäß sehr langsam oder gar nicht fortschreitet. Das Bad des Ölmikroskops wurde auf eine Temperatur gebracht, die etwas niedriger war als die vorher gefundene Umwandlungstemperatur und durch Berühren mit einem elektrisch geheizten Platindraht in dem Präparat an einer Stelle lokal die andere Modifikation hervorgerufen. Bei sehr langsamem Erwärmen und Abkühlen wurde die Trennungslinie zwischen den Modifikationen beobachtet und die Temperaturen ermittelt, bei denen diese stillstand, bezw. sich eben nach der einen oder andern Richtung bewegte. Die so ermittelten Umwandlungstemperaturen waren:

$32{,}5$ — $32{,}9^0$	im Mittel	$32{,}7^0$
$83{,}7$ — $84{,}2^0$	„ „	$83{,}9^0$
$125{,}3$ — $125{,}5^0$	„ „	$125{,}4^0$

Da nach besonderen Messungen im Bad Temperaturdifferenzen bis etwa $0{,}3^0$ vorkommen, so ist die Übereinstimmung mit den früher erhaltenen Werten für den Umwandlungspunkt bei 32^0 und den bei 125^0 als befriedigend anzusehen. Unerklärt bleibt die auffällige Differenz von über $1^1/_2{}^0$ bei dem bei 82^0 gelegenen Umwandlungspunkte.

Da für Messungen unter 0^0 die beiden benutzten Apparate nicht geeignet waren, so wurde für die Bestimmung des tiefsten Umwandlungspunktes die Methode der Erwärmungs- und Abkühlungsgeschwindigkeiten versucht. Sie beruht auf der Tatsache, daß bei gleichmäßiger Erwärmung bezw. Abkühlung des Präparates am Umwandlungspunkt die Temperatur bis zur vollständigen Umwandlung konstant bleibt.

Es wurde in ein Reagenzglas etwa 10 g des Salzes geschüttet und in die Mitte die eine Lötstelle eines Thermoelements gebracht, dessen andere Lötstelle auf 0^0 gehalten war. Das Reagenzglas hing in einem kleinen Becher mit Rührer, der Alkohol enthielt. Dieser wurde von außen durch eine Mischung von fester Kohlensäure und Äther gekühlt. Nach erfolgter Umwandlung wurde die Mischung entfernt, so daß der Alkohol sich erwärmte und Rückumwandlung eintrat. Die Temperaturen wurden durch den Ausschlag eines Spiegelgalvanometers mittels Fernrohr und Skala gemessen. Es ergab sich die Umwandlungstemperatur zu $-16{,}6^0$, die allerdings der metastabilen Zustände wegen ungefähr auf 1^0 unsicher ist.

1) Beschrieben in: O. Lehmann, Das Kristallisationsmikroskop etc., S. 71 ff. 1910.

Sieveking[1]) ermittelte -16^0, ebenso Wallerant[2]), U. Behn[3]) -18^0 („wahrscheinlichster Wert").

Zum Schlusse möchte ich nicht unterlassen, Herrn Geheimrat Lehmann für Überlassung der Apparate und den Herren Professor Dr. Sieveking und Dr. Oettinger für zahlreiche wertvolle Ratschläge zu danken.

1) O. Lehmann, Ann. d. Phys. **21**, 181, 1906.
2) Wallerant, C. R. **142**, 217, 1906.
3) U. Behn, Proc. Roy. Soc. **80**, 444, 1908.

Physik. Institut der Techn. Hochschule Karlsruhe.

(Eingegangen am 22. Juni 1911.)

Hohe Funkenfrequenz in der drahtlosen Telegraphie.
(High Spark Frequency in Radiotelegraphy.)

Von L. W. Austin.

Im Jahre 1908 habe ich eine Arbeit[1]) über die Vorteile hoher Funkenfrequenzen in der drahtlosen Telegraphie in solchen Fällen veröffentlicht, wo integrierende Detektoren verwendet werden[2]). In dieser Arbeit habe ich in erster Linie auf die große Steigerung der Telephonempfindlichkeit mit steigender Frequenz aufmerksam gemacht, in zweiter Linie auf den Vorteil, den man erzielen kann, wenn man die Energie der Senderstation auf eine große Anzahl von Funken verteilt, statt sie auf einige wenige zu konzentrieren. Seither sind in der drahtlosen Telegraphie Funkenfrequenzen von annähernd tausend in der Sekunde zur allgemeinen Anwendung gelangt[3]), aber die erwartete Zunahme der Empfindlichkeit des Telephons bei diesen Frequenzen ist nicht erzielt worden. Dies wird durch die Tabelle I veranschaulicht. Diese Tabelle enthält zum Vergleich nebeneinander die an einem Zinkitgleichrichter[4]) mit Galvanometer gemessene empfangene Energie und die mit demselben Gleichrichter nach der Methode des Telephons im Nebenschluß gemessene Hörbarkeit. Die Messungen wurden im Bureau of Standards ausgeführt. Aus dieser Tabelle ersieht man, daß die Empfindlichkeit des Telephons für Stationen von sechzig Touren

1) Bull. Bur. of Stand. **5**, 153, 1908.
2) Versuche haben gezeigt, daß die elektrolytischen und die Mehrzahl der gleichrichtenden Detektoren von der Amplitude unabhängig sind und nur von der Energie abhängen.
3) Herr Professor R. A. Fessenden war bereits mit Versuchen bei hohen Funkenfrequenzen beschäftigt, als ich meine Arbeit niederschrieb.
4) Bull. Bur. of Stand. **7**, 295, 1911.

Tabelle I.

Stationen	Tourenzahl d. Generators	Natur des Funkens	Entfernung in Seemeilen	Wellenlänge in Metern	Galvanometer-ausschlag D mm	Hörbarkeit im Telephon	Ausschlag / Hörbarkeit
Schiff „Salem"	500	Fessenden rotierend	190	1000	100	77	1,30
Philadelphia Radio-Station	500	Gedämpft (Stoßerregung)	100	2000	220	150	1,45
New York Radio-Station	500	Gedämpft	190	2200	20	18	1,10
Wilmington	60	Alter Typus feststehend	80	600	65	32	2,00
Baltimore	60	„	35	630	130	150	0,90
Annapolis	60	„	25	600	70	93	0,80
Schiff „Delaware"	500	Gedämpft (Stoßerregung)	—	1000	7	14	0,50

und für solche von fünfhundert Touren annähernd dieselbe ist.

Daß es hier nicht gelungen ist, die erhöhte Empfindlichkeit bei hohen Frequenzen zu erreichen, erscheint merkwürdig, denn für Sinuswellen zum mindesten hat eine Anzahl von Beobachtern unabhängig voneinander die erhöhte Empfindlichkeit nachgewiesen[1]).

Wir können indessen aus den Angaben der Tabelle I feststellen, wie groß die tatsächliche Stromempfindlichkeit des Telephons unter den bei der drahtlosen Telegraphie herrschenden Verhältnissen ist. Wir wollen als rohen Durchschnittswert annehmen, daß ein Millimeter Ausschlag im Galvanometer dem am schwächsten hörbaren Ton im Telephon entspreche. Die benutzte Empfindlichkeit des Galvanometers betrug $1,3 \cdot 10^{-9}$ Ampere per Millimeter. Bei der bereits erwähnten Arbeit mit Sinuswellen hatten die damals benutzten Telephone eine Empfindlichkeit von $3 \cdot 10^{-10}$ Ampere bei neunhundert Touren und von $3 \cdot 10^{-7}$ Ampere bei hundertundzwanzig Touren. Diese Versuche wurden in einem vollkommen ruhigen Raume angestellt, und die Erfahrung hat gelehrt, daß die Stromstärke, die erforderlich ist, um die Punkte von den Strichen zu unterscheiden, unter gewöhnlichen Verhältnissen im Laboratorium rund fünfmal so groß ist. Wir können daher die normale Empfindlichkeit dieser Telephone für Empfängerzwecke zu $1,5 \cdot 10^{-9}$ Ampere bei neunhundert Touren und zu $1,5 \cdot 10^{-6}$ Ampere bei hundertundzwanzig Touren annehmen. Wie man sieht, entspricht die Empfindlichkeit, die bei den empfangenen Signalen sowohl bei hoher als bei niedriger Funkenfrequenz in Tabelle I beobachtet worden ist, eng dem Werte, der mit den bei den Sinuswellenversuchen benutzten Telephonen bei neunhundert Touren erhalten wurde, und diese Empfindlichkeit ist ungefähr tausendmal größer als der mit Sinuswellen bei hundertundzwanzig Touren erhaltene Wert. Hierdurch scheint bündig erwiesen zu sein, daß man den höheren Empfindlichkeitsgrad mit praktisch allen Transformatorfunken der gewöhnlich verwendeten Typen erhält[1]). Das ließe sich verständlich entweder durch die Annahme erklären, daß die Funken in Apparaten von geringer Frequenz stets mehrfach sind und somit mehr oder minder regelmäßige höhere Töne erzeugen, die sich durch gesteigerte Telephonempfindlichkeit bemerkbar machen; oder durch die Annahme, daß die kurzen scharfen Stöße, denen die Membran bei Funkenentladungen ausgesetzt ist, die Membran wirksamer bewegen als Sinuswellen. Diese Impulse dauern bei tausend Funken in der Sekunde und bei einer Wellenlänge von tausend Metern mit zwanzig Wellen im Wellenzuge ungefähr den siebzehnten Teil des Zeitraumes zwischen ihnen, wenn wir berücksichtigen, daß die Dauer der Energie im Empfängerkreise in keiner Weise verlängert wird.

Was den zweiten Vorteil der hohen Funkenfrequenz betrifft, nämlich die Verteilung der Energie über eine große Anzahl von Funken statt einer Konzentration auf wenige, so hat die Erfahrung seinen Wert reichlich erwiesen. Ich habe weiter unten in Tabellenform (Tabelle II und III) die Beziehung zwischen Funkenfrequenz, Energie, Antennenkapazität und Stromstärke für einige allgemein gebräuchliche Funkenfrequenzen angegeben.

Hunderttausend Volt wird als der Höchstwert angesehen, den man unter irgendwelchen Verhältnissen mit Vorteil bei einer Antenne anwenden kann. Wenn nicht außergewöhnliche Vorsichtsmaßregeln für eine gute Isolierung angewandt werden, scheint mir etwa fünfzigtausend Volt der ratsamste Grenzwert zu sein.

1) Lord Rayleigh, Phil. Mag (5) **38**, 294, 1894; M. Wien, Ann. d. Phys. (4) **4**, 450, 1901; L. W. Austin, a. a. O.

1) Möglicherweise würde sich bei Funken, die von Induktoren mit langsamen Unterbrechern erzeugt werden, oder bei den wenig frequenten Funken, wie sie gewisse Formen von Resonanztransformatoren liefern, eine verminderte Telephonempfindlichkeit zeigen.

Tabelle II.
Kapazität der Antenne per Kilowatt der Antennenenergie (Stoßerregung).

Maximales Antennenpotential Volt	1000 Funken per Sekunde Mikrofarad per Kilowatt	120 Funken per Sekunde Mikrofarad per Kilowatt
50 000	0,0008	0,0067
71 000	0,0004	0,0034
100 000	0,0002	0,0017

Tabelle III.
Energie in der Antenne von 0,001 Mikrofarad Kapazität bei 50,000 Volt Höchstpotential.

Funken per Sekunde	Kilowatt	Antennenstrom[1])
120	0,15	5,0 Amp.
240	0.30	7,1 „
500	0,625	10,2 „
1000	1,25	14,3 „

1) Der Antennenwiderstand ist zu 6 Ohm angenommen.

U. S. Naval Wireless Telegraphic Laboratory, Washington, im Juni 1911.

(Nach dem Manuskript aus dem Englischen übersetzt von Max Iklé.)

(Eingegangen 11. Juli 1911.)

Die Messung elektrischer Schwingungen in der Empfangsantenne.
(The Measurement of Electrical Oscillations in the Receiving Antenna).

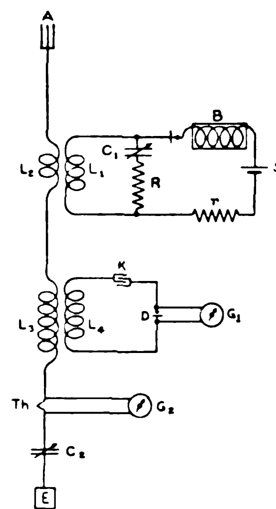
Von L. W. Austin.

In einer anderen Veröffentlichung[1]) habe ich dargetan, daß der Perikon-Detektor durch Vergleichung mit einem Thermoelement in einem Stromkreise geeicht werden kann, mit dem er gekoppelt ist. Wenn das Thermoelement geeicht ist, so daß man den Zahlenwert der oszillierenden Ströme im zweiten Stromkreise kennt, so kann man bei den gegebenen Frequenz- und Koppelungsverhältnissen den Perikondetektor zur quantitativen Messung sehr kleiner Ströme in dem Stromkreise benutzen, mit dem er gekoppelt ist. Dieses Verfahren ist zum Gebrauch bei der Bestimmung des Zahlenwertes der Ströme in einer Antenne für drahtlose Telegraphie während des Empfanges von Signalen entwickelt worden.

Die Figur zeigt die im hiesigen Laboratorium zu diesem Zwecke angewandte Schaltung.

1) Bull. Bur. of Stand. **6**, 530, 1910.

Hier ist AE der Antennenkreis mit den Induktanzen L_2 und L_3 zur Abstimmung und Koppelung. Unterhalb der Induktanz L_3 befindet sich ein Tellur-Konstantan-Thermoelement[1]) von 15 Ohm Widerstand, das an ein Galvanometer G_2 von 8 Ohm Widerstand angeschlossen ist, welches seinerseits einen Ausschlag von 1 mm für $1{,}8 \times 10^{-8}$ Ampere liefert. Zwischen das Thermoelement und die Erde kann ein variabler Luftkondensator C_2 von 0,001 Mikrofarad Kapazität zum Zwecke der Abstimmung eingeschaltet werden, wenn die aufgenommenen Signale sehr kurze Wellenlänge haben. Der Detektorkreis besteht aus einer Induktanz L_4, einem Bremskondensator K von 0,04 Mikrofarad Kapazität und dem Perikondetektor D mit dessen Galvanometer G von 2000 Ohm Widerstand und



einer Empfindlichkeit von $1{,}28 \times 10^{-9}$ Ampere für 1 mm Ausschlag auf der Skala.

Ehe man mit den Messungen beginnt, muß man zunächst das Thermoelement mit Hochfrequenzströmen eichen, und zwar durch Vergleichung mit einem empfindlichen Hitzdrahtamperemeter durch Ablesung mittels Spiegels und Skala[2]). Der Widerstand des bei diesem Versuch benutzten Amperemeters beträgt 15 Ohm, und 1 Milliampere liefert bei 1 Meter Skalenabstand einen merklichen Ausschlag. Wenn die Kreise in der Weise geschaltet sind, wie es die Figur zeigt, so ist die Antenne auf die einfallenden Signale abgestimmt, die für Meßzwecke am besten lange Striche sein sollten, und die Koppelung zwischen L_3 und L_4 ist dann so eingestellt, daß das mit dem Perikondetektor verbundene Galvanometer den größten Ausschlag

1) Bull. Bur. of Stand. **7**, 301, 1911.
2) Electr. World **49**, 308, 1907.

gibt[1]). Wenn die Signale aufgehört haben, wird der Summerkreis $L_1 C_1$ auf Resonanz mit dem Antennenkreise eingestellt und eben eng genug mit ihm gekoppelt, daß ein ablesbarer Ausschlag des Thermoelement-Galvanometers erzeugt wird, während an dem mit dem Perikondetektor verbundenen Galvanometer ein großer Ausschlag hervorgerufen wird. Das Verhältnis zwischen diesen Ausschlägen setzt uns ohne weiteres in den Stand, zu berechnen, wie viele Mikroampere bei irgendeinem gegebenen Galvanometerausschlage in der Antenne fließen, wenn wir annehmen, daß die Ausschläge dem Quadrate der Stromstärke proportional sind. Wir können mit Sicherheit den Fehler in dieser Annahme als kleiner ansehen als die Beobachtungsfehler infolge der Schwankungen in den auftreffenden Signalen selbst, vorausgesetzt, daß die induktive Reaktanz des nicht abgestimmten Kreises kleiner gehalten wird als der Widerstand des Detektors[2]). Eine noch größere Genauigkeit kann man erlangen, wenn man den zum Vergleich zwischen Thermoelement und Perikondetektor benutzten Erregerkreis auf dasselbe Dekrement einstellt wie die Sendestation. Das kann man leicht in der Weise machen, daß man die Antenne während des Empfanges der Signale so verstimmt, daß die Ausschläge des Perikon-Galvanometers auf die Hälfte herabgesetzt werden. Dann führt man in den Erregerkreis einen Widerstand R aus dünnem Draht ein, bis dieselbe Änderung an der Abstimmung der Antenne die von dem Erreger hervorgerufenen Ausschläge auf die Hälfte herabmindert. Dann vertritt der Erregerkreis die Sendestation vollkommen. Dieses Verfahren gestattet auch, den Zahlenwert des Dekrements der auftreffenden Wellen unmittelbar zu bestimmen. Tatsächlich werden die Fehler in der Strommessung, die infolge von Verschiedenheiten zwischen der Dämpfung des Erregers und jener der Sendestation entstehen, klein sein, wenn das Dekrement des Erregers irgendwo zwischen 0,15 und 0,3 liegt, denn die Änderung des Verhältnisses zwischen den Strömen im Antennenkreise und im nicht abgestimmten Detektorkreise hängt sehr wenig von der Dämpfung des Senderkreises ab, sofern diese nicht äußerst klein ist.

Wenn der effektive Widerstand des Empfängerkreises im ganzen bekannt ist, so kann man die empfangene Energiemenge berechnen und erhält somit eine Gelegenheit, das Verhältnis zwischen ausgestrahlter und empfangener Energie unter verschiedenen Verhältnissen und für verschiedene Entfernungen experimentell zu bestimmen.

Das Galvanometer in Verbindung mit dem Perikondetektor ist beträchtlich empfindlicher als jedes Telephon; für lange Striche gibt es ungefähr 3 mm Ausschlag bei den schwächsten Signalen, die in den besten Telephonen im Laboratorium hörbar sind. Dadurch wird es möglich, an allen Signalen, die mit den gewöhnlichen Empfangsapparaten wahrnehmbar sind, mit ziemlicher Genauigkeit Messungen vorzunehmen[3]).

Was die Genauigkeit des Verfahrens angeht, so muß natürlich zugegeben werden, daß sie von zwei Extrapolationseichungen abhängig ist; sorgfältige Messungen zeigen aber, daß die Proportionalität zwischen dem Galvanometerausschlag und dem Quadrat der Stromstärke sowohl für den Fall des Thermoelements als auch für den Fall des Perikondetektors für den vorliegenden Zweck durchaus hinreichend ist.

In der nachstehenden Tabelle sind die Ergebnisse einer Anzahl von Messungen an

Sendestation	Verzeichnete Leistung in Kilowatt	Wellenlänge in m	Ungefähre Entfernung in engl. Meilen	Ausschlag des Perikon-Detektors in mm	Verhältnis Perikon / Thermoelement	Empfangene Stromstärke in Amp. 10^{-6}	Effektiver Empfangswiderstand in Ohm	Empfangene Energie in Watt 10^{-8}
Philadelphia (Werft) . .	3	750	100	32	457	56,3	25	8
Brant Rock	60	3750	350	330	1280	108	80	93,5
U. S. S. „Salem" (in New York)	10	1000	185	100	540	91	38	31,5
U. S. S. „Birmingham" (auf See)	10	1000	300	115	540	93,3	38	36,5
Washington (Werft) . .	2	900	6	Direkt am Thermoelement abgelesen		1400	25	4900

1 mm am Thermoelement-Galvanometer = $213 \cdot 10^{-6}$ Ampere Antennenstrom.

1) Die Koppelung ist gerade lose genug gemacht, daß der Ausschlag zu sinken beginnt.
2) Zenneck, Leitfaden der drahtlosen Telegraphie, S. 78.
3) Messungen an schwachen Signalen lassen sich natürlich nur machen, wenn keine atmosphärischen Störungen vorhanden sind.

Signalen wiedergegeben, die von verschiedenen Stationen aus empfangen wurden[1]).

Die Tabelle erklärt sich selbst. Die höhere Absorption auf dem Lande zeigt sich deutlich in den Fällen der „Salem" und der „Birmingham". Bei derselben Leistung und annähernd derselben ausgestrahlten Energiemenge ergab die „Birmingham" an der Empfangsstation in 300 Meilen Entfernung mehr Energie als die „Salem" in 185 Meilen, da der Weg für die Strahlung der „Salem" ganz über Land führte, während der Weg für die Strahlung der „Birmingham" zu mehr als zwei Dritteln über See ging.

Die von der „Birmingham" ausgestrahlte Energie läßt sich folgendermaßen berechnen: Die Höhe der Antenne mit flachem Kopf betrug annähernd 40 Meter und die Wellenlänge 1000 Meter. Nach der Formel für die Hertzsche Strahlung ist:

$$R = 1600 \frac{h^2}{\lambda^2} = 2,57 \text{ Ohm.}$$

Die Stromstärke des Antennenstromes betrug 33 Ampere.

Die ausgestrahlte Energie betrug:

$$E = 33^2 \times 2,57 = 2,8 \cdot 10^3 \text{ Watt.}$$

Das Verhältnis zwischen empfangener und ausgestrahlter Energie war

$$\eta = \frac{36,5 \cdot 10^{-8}}{2,8 \cdot 10^3} = 1,30 \cdot 10^{-10}.$$

Bei stärkeren Signalen kann man natürlich die empfangene Energie direkt am Thermoelement in der Antenne messen, indem man den Perikonkreis entfernt oder so lose koppelt, daß keine merkliche Energie aufgenommen wird. Mittels der letztgenannten Anordnung kann man mit Hilfe eines an den Perikondetektor angeschlossenen Telephons aufpassen, daß keine Störung seitens der Station oder anderweitig eintritt und die Messungen beeinflußt.

Nach diesem Verfahren wurden von der Station auf der Werft zu Washington, in 6 Meilen Entfernung, die folgenden Ergebnisse gewonnen:

Empfangene Stromstärke im Bureau of Standards: $J = 1,4 \cdot 10^{-3}$ Ampere.

Hochfrequenzwiderstand der Empfangsantenne: $R = 25$ Ohm.

Empfangene Energie: $E = J^2R = 4,9 \cdot 10^{-5}$ Watt.

Die zu 2 Kilowatt angegebene Werftstation hat eine Wellenlänge von 900 m und ihre Antenne mit flachem Ende eine Höhe von 55 m. Nach der Strahlungsformel ist $R = 5,92$ Ohm. Die Stromstärke in der Antenne betrug während des Versuchs 13 Ampere. Folglich war die ausgestrahlte Energie:

$$E = 1 \cdot 10^3 \text{ Watt.}$$

Das Verhältnis der empfangenen Energie zur ausgesandten war:

$$\eta = \frac{4,9 \cdot 10^{-5}}{1 \cdot 10^3} = 4,9 \cdot 10^{-8}.$$

Dieses Verhältnis ist in Anbetracht der kurzen Entfernung sehr klein und ist durch den Umstand zu erklären, daß die Bahnen der Wellen praktisch längs ihres ganzen Weges über der Stadt Washington lagen.

1) Alle Messungen wurden bei Tage vorgenommen.

1) Siehe Rüdenburg, Ann. d. Phys. (4) **25**, 446, 1908.

U. S. Naval Wireless Telegraphic Laboratory.

(Nach Bull. Bur. of Stand. 7, 295—299, 1911 aus dem Englischen übersetzt von Max Iklé.)

(Eingegangen 20. Oktober 1911.)

Einige Demonstrationsversuche.

Von O. Lummer und E. Waetzmann.

1. Stromlinien und Unstetigkeitsflächen. Zur Demonstration der Diskontinuitätsfläche und der Wirbel im Totwasser, welche auftreten, wenn ein Luftstrom in breiter Front ziemlich senkrecht gegen eine begrenzte Wand fließt (Schutzwand für den Kraftwagenführer, auf Schiffsbrücken usw.), dient das in Fig. 1

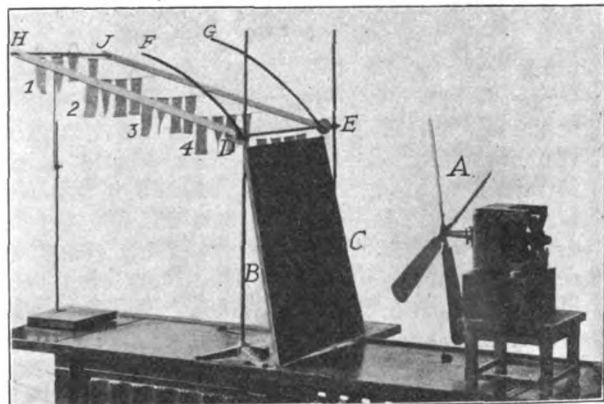


Fig. 1.

skizzierte Modell. Der Luftstrom wird von dem Ventilator A geliefert, strömt gegen die Wand BC und bildet die Unstetigkeitsfläche $DEFG$, unterhalb deren sich kräftige Wirbel ausbilden. Dreht man den Rahmen $DEIH$ mit seinen Fähnchen um DE als Achse allmählich von unten nach oben, so treten zuerst die Fähnchen 1 in den lebendigen Strom und werden von ihm nach vorwärts mitgenommen,

während die Fähnchen 2 durch die Wirbel im Totwasser nach rückwärts bewegt werden und die übrigen Fähnchen noch in Ruhe sind. Beim weiteren Heben des Rahmens gelangen auch die letzteren in die Wirbelregion und schließlich in den lebendigen Strom. Je größer die Geschwindigkeit des Luftstromes ist, um so größer ist der Bereich des Totwassers.

Die Stromlinien und Unstetigkeitsflächen, die sich beim Strömen von Luft gegen verschiedenartig gestaltete Körper ausbilden, können mit Hilfe der in Fig. 2 skizzierten Anord-

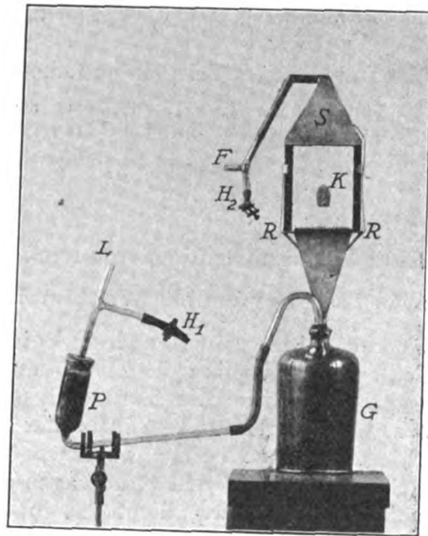


Fig. 2.

nung projektivisch demonstriert werden. Gegen den zwischen zwei seitlich abgeschlossenen Glasplatten befindlichen Körper K strömt von unten durch eine große Anzahl von spaltförmigen Öffnungen rauchgeschwängerte Luft. Damit die Richtung der Rauchfäden gegen den Körper während der Projektion geändert werden kann, kann der Körper von außen mit Hilfe eines durch die Glasplatten gehenden Drahtstiftes gedreht werden. Als Rauchquelle dient die Tabakspfeife P, welche durch den Luftstrom L einer Wasserstrahldruckpumpe in Brand gehalten wird. Der Rauch wird unter geringem Druck in das Gefäß G und von dort nach dem Spaltrohr RR getrieben. Aus dem Schornstein S wird der Rauch bei F mit Hilfe derselben Wasserstrahlpumpe ganz langsam abgesaugt. Zur bequemen Regulierung der Drucke sind bei H_1 und H_2 Gummischläuche mit Quetschhähnen angebracht.

Die Fig. 3—8 sind die Photographien der Stromlinienbilder bei verschieden gestalteten und geneigten Körpern. In Fig. 3 hat der Körper Fischgestalt, die Stromlinien schmiegen sich ihm gut an. In Fig. 4 ist der Schwanz abgeschnitten; es bildet sich Totwasser mit Wirbeln aus. Fig. 5 wird erhalten, indem der Raum zwischen den Glasplatten zunächst mit Rauch gefüllt wird und dann scharf hindurchgeblasen wird; die Figur zeigt, welche Gestalt der Körper haben müßte, um ein Stromlinienkörper

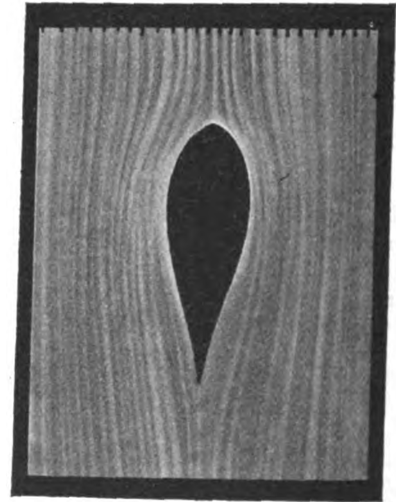


Fig. 3.

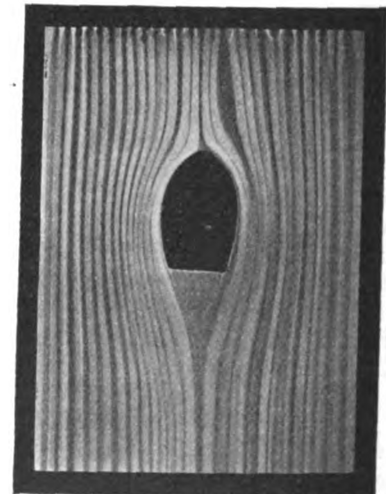


Fig. 4.

zu sein. Fig. 6 zeigt die Stromlinien und Unstetigkeitsflächen an einer ebenen, senkrecht zur Stromrichtung stehenden Wand, Fig. 7 an einer schräg zur Stromrichtung stehenden Wand, Fig. 8 an einem schräg gestellten Fischkörper[1]).

1) Die begrenzenden Wände beeinflussen natürlich Art und Form der Stromlinien und namentlich des Totwassers.

2. Zunahme des hydrostatischen Druckes von oben nach unten. Der in Fig. 9 skizzierte Apparat besteht bis auf das Metallrohr M_1M_2, in dessen unterem Ende sich seitlich ein schmaler Schlitz befindet, aus Glas. Der U-förmig gebogene Teil ist bis zur Höhe H_1H_2 mit Quecksilber gefüllt. Bei E wird

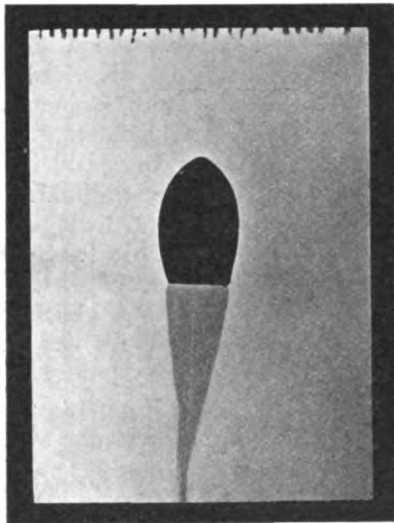


Fig. 5.

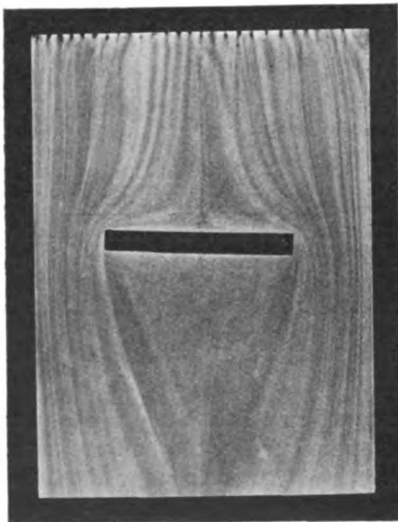


Fig. 6.

Gas zugeführt, das, durch den Schlitz bei M_2 strömend, bei F austritt und eine 20—30 cm hohe Flamme gibt. Wird der untere Teil des Apparates jetzt allmählich in ein mit Flüssigkeit gefülltes Gefäß getaucht, so steigt das Quecksilber bei H_2 und schließt mit wachsender Höhe der auf H_1 drückenden Flüssigkeitssäule den Schlitz bei M_2 mehr und mehr ab; die Flamme wird kleiner und kleiner und zeigt so die Druckzunahme nach unten an.

3. Zur Demonstration der elektrischen Wellen in der Seibtschen Spule wird derselben an Stelle des üblichen Drahts ein langes Glasrohr mit zwei eingeschmolzenen parallelen Drähten gegenüber gestellt. Das Glasrohr liegt an einer Luftpumpe und zeigt bei hinreichend geringem Druck derartig

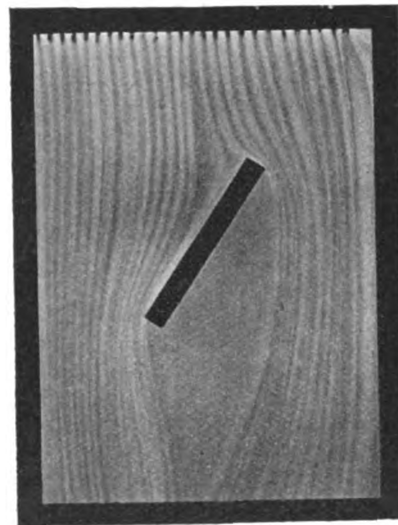


Fig. 7.

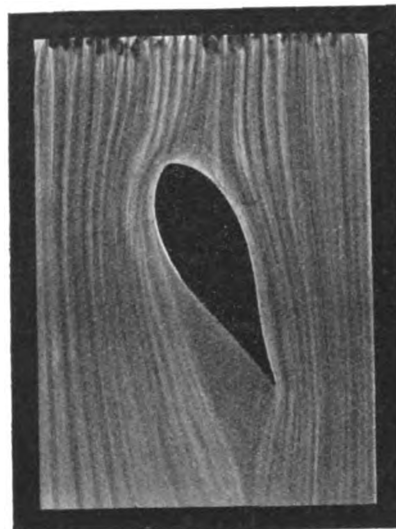


Fig. 8.

intensives Leuchten, daß die Wellenlängen (Potentialunterschiede) auch auf große Entfernungen vorzüglich zu beobachten sind. Gegenüber den Stellen, an welchen die Seibtsche Spule dunkel ist, erstrahlt das Rohr in intensivem rotem Licht, während die Wellenbäuche intensiv blau gefärbt sind.

4. Phasendifferenz bei erzwungenen Schwingungen. Der Frahmsche Schlingertank. H. Frahm hat die Rollbewegung

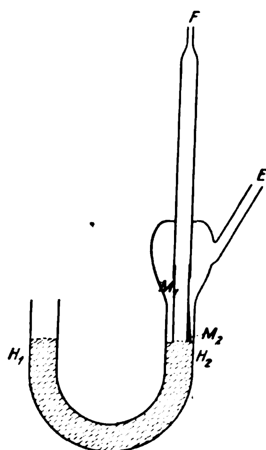


Fig. 9.

von Schiffen im Wellengange dadurch reduziert, daß er in das Schiff ein schwingendes System (Wassertank) einbaut, dessen Schwingungsdauer gleich der des Schiffes ist. Man hat es hierbei also mit drei schwingenden Systemen zu tun, den Wasserwellen, dem Schiff und dem Wasser im Tank.

Ein praktisch ungedämpft schwingendes Pendel, z. B. ein Uhrpendel (System I), ist durch eine Gummischnur mit einem zweiten Pendel (Fig. 10) gekoppelt, das aus einem teilweise

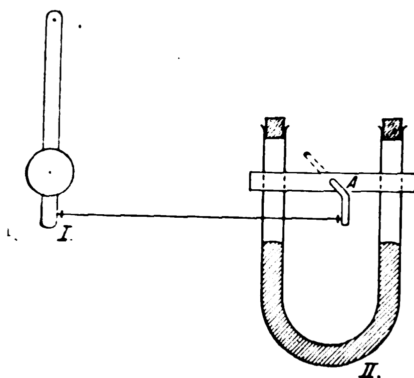


Fig. 10.

mit Wasser gefüllten U-förmigen Glasrohr besteht, dessen Enden durch Korke verschlossen sind (System II). Das *U*-Rohr wird durch zwei schmale Holzleisten gehalten, durch deren Mitte bei *A* eine Achse geht, deren Enden auf einem passenden Gestell aufliegen. Somit kann das *U*-Rohr Schwingungen in der Zeichenebene um *A* als Achse ausführen. Dabei führt das Wasser in dem *U*-Rohr für sich genommen keine Schwingungen aus, solange die Schenkel verschlossen sind. Das eine Ende der Achse ist senkrecht zur Achsenrichtung umgebogen; hier ist der Gummifaden angebunden, dessen zweites Ende an dem ebenfalls in der Zeichenebene schwingenden Pendel *I* befestigt ist.

Die Dimensionen des *U*-Rohres und die Wassermenge werden so gewählt, daß die Schwingungsdauer der Wassermenge für sich genommen (System III), die bei offenen Schenkeln bestimmt wird, gleich der des Systems II (*U*-Rohr + Wasser bei geschlossenen Schenkeln) ist. Es muß also zunächst die Schwingungsdauer des *U*-Rohres + einer kleinen Wassermenge bei geschlossenen Schenkeln größer sein als die Schwingungsdauer dieser kleinen Wassermenge für sich. Wird jetzt allmählich Wasser zugefüllt, so nimmt die Schwingungsdauer des Systems II ab, während die des Systems III wächst; sie nähern sich also gegenseitig mehr und mehr und können einander gleich gemacht werden. Die Schwingungsdauer des Pendels I ist die gleiche wie die der Systeme II und III.

Lösen wir zunächst die Koppelung zwischen I und II und versetzen das *U*-Rohr bei offenen Schenkeln in Schwingungen, so wandert die Energie in bekannter Weise zwischen den beiden gekoppelten Systemen *U*-Rohr + Wasser und Wasser für sich genommen hin und her; die Wassersäule führt innerhalb des Rohrs die größten Schwingungen aus, wenn das *U*-Rohr die kleinsten Schwingungen hat, und umgekehrt.

Wird bei geschlossenen Schenkeln II mit I durch den Gummifaden gekoppelt, so kommt II zum Mitschwingen, aber mit einer Phasendifferenz gegenüber I. In unserem Falle der angenäherten Resonanz ist das Mitschwingen von II sehr stark, und die Phasendifferenz beträgt angenähert $\frac{\pi}{2}$; und zwar ist die Schwingung von II um diesen Betrag gegenüber der Schwingung von I verzögert.

Werden jetzt die Schenkel geöffnet, so sucht II das System III ebenfalls in Resonanzschwingungen zu versetzen, die wiederum eine Phasendifferenz von $\frac{\pi}{2}$ gegen II aufweisen würden. System III wirkt wegen der starken Koppelung dann rückwärts auf II, so daß jetzt II unter dem Einfluß zweier Kräfte I und III steht, die eine Phasendifferenz π gegeneinander besitzen. **Der Erfolg ist der, daß die bei geschlossenen Schenkeln sehr starken Schwingungen des *U*-Rohres vollkommen aufhören, sobald die Schenkel geöffnet werden.**

5. **Klangkurven.** Im „Auxetophon" wird die Klangwiedergabe auf folgende Weise be-

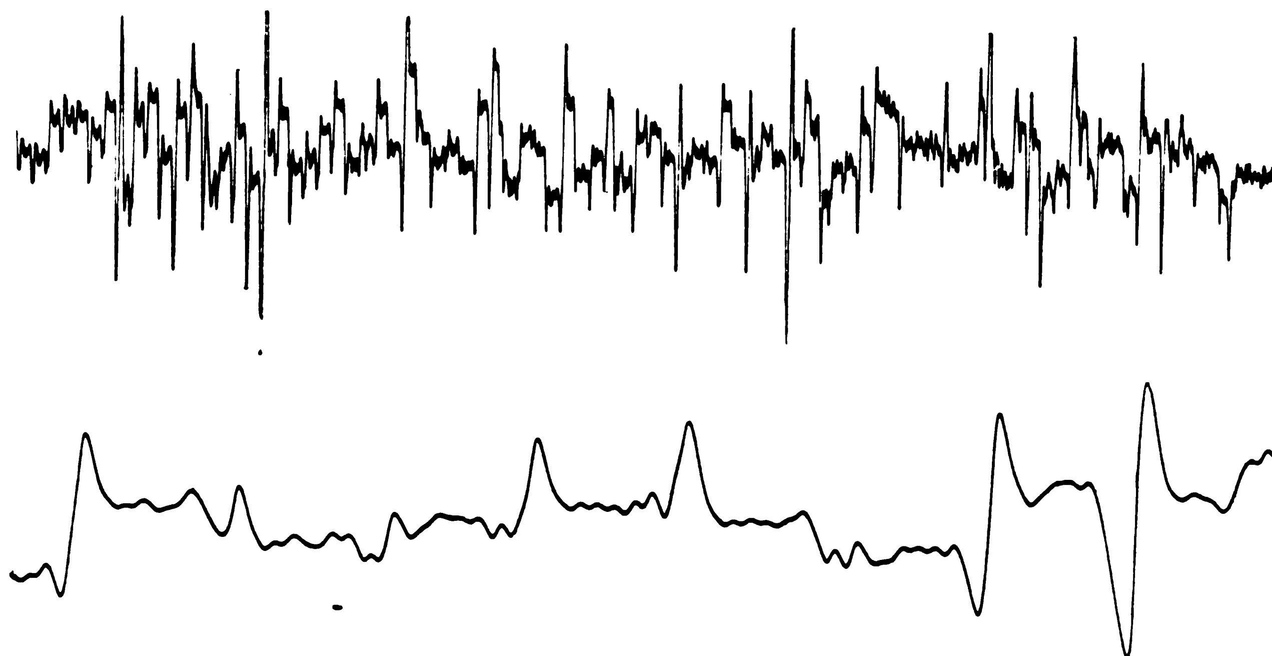


Fig. 11.

wirkt: Statt der üblichen Membran des Grammophons wird durch den Wiedergabestift ein Metallgitter in Schwingungen versetzt, das sich vor den spaltförmigen Öffnungen der festen Wand der Schallkapsel befindet. Durch die Schallkapsel strömt von der Seite der festen Gitterwand her ein konstanter Luftstrom unter etwa $^1/_7$ Atmosphäre Überdruck. Dieser Luftstrom wird synchron mit den Schwingungen des durch den Wiedergabestift bewegten Gitters abgeschnitten oder durchgelassen. Auf diese Weise erhält man in den Klangwellen sehr starke Druckschwankungen. Setzt man also an das Schallableitungsrohr hinter dem beweglichen Gitter ein Seitenrohr an, das in eine Membrankapsel mündet, so führt die Membran äußerst starke Schwingungen aus. Dieselben werden vermittels eines aufgesetzten kleinen Spiegels, Lichtzeigers und rotierenden Spiegels in der bekannten Weise auf einen möglichst langen Schirm projiziert.

Mit der beschriebenen Versuchsanordnung erhält man derartig große Amplituden der Klangkurven, daß sie auch in großen Auditorien in allen ihren Feinheiten beobachtet werden können. In Fig. 11 sind zwei Proben der erhaltenen Klangkurven gegeben. Das Auxetophon wurde uns von der „Deutschen Grammophon-Aktiengesellschaft" in Berlin freundlichst zur Verfügung gestellt.

Da sich jedes Grammophon durch Verwendung einer Auxetophonkapsel leicht in ein Auxetophon umwandeln läßt, dürfte in vielen Instituten die Ausführung des Versuches möglich sein. Durch Auswechseln der Klangplatten lassen sich die Klangfarben der verschiedenen Instrumente sehr bequem und recht genau demonstrieren. Es sind z. B. bei Singstimmen die einzelnen Typen der Vokalkurven deutlich zu erkennen.

Breslau, Physikalisches Institut, Oktober 1911.

(Eingegangen 8. Oktober 1911.)

Bemerkung zu der Abhandlung von F. Streintz[1]) und A. Wellik, Über den Widerstand zwischen Metall und Kristall an ebenen Grenzflächen.

Von J. Koenigsberger, O. Reichenheim und K. Schilling.

F. Streintz und A. Wellik kommen in der oben erwähnten Abhandlung zu dem Schluß, daß der Übergangswiderstand zwischen festem Metall und Kristall ein wechselnder sei und nicht erlaube, den spez. elektrischen Widerstand eines Kristalles zu bestimmen.

Zunächst ist dazu zu bemerken, daß nach den metallographischen Untersuchungen der letzten Jahrzehnte die Metalle gerade so im kristallisierten festen Zustande sich befinden wie die Mineralien. Gold, Wismut, Silizium können auch künstlich nur in Kristallaggregaten erhalten werden; ein prinzipieller Unterschied zwischen dem Übergangswiderstand von Kupfer zu einem

1) Diese Zeitschr. **12**, 845, 1911.

großen Wismutkristall oder von Kupfer zu einem Wismutdraht besteht nicht.

Da die Verf. unsere Beobachtungen kritisieren, müssen wir auf ihre und unsere diesbezüglichen Versuche und Schlußfolgerungen etwas näher eingehen. Wir wollen einerseits zeigen, daß die von uns gemessenen Widerstände und Widerstandsänderungen den untersuchten Stäben zukommen und nicht auf Übergangswiderstände zurückzuführen sind. Andererseits möchten wir darlegen, woran unseres Erachtens die Versuche der genannten Herren die wahren Widerstände der von ihnen untersuchten Materialien zu messen gescheitert sind, und warum sie somit über Schwierigkeiten, die wir bei unseren Vorversuchen überwunden haben, nicht herauskamen. Die Frage erscheint uns von allgemeinem Interesse, da die Gesetzmäßigkeiten im elektrischen Verhalten der Halbleiter, die wir gefunden haben, eine große Zahl von Elementen und vermutlich die Mehrzahl der festen chemischen Verbindungen umfaßt.

§ 1. Zunächst möchten wir an einigen Beispielen zeigen, daß wir nach verschiedenen Methoden der Widerstandsmessung und der Kontaktherstellung innerhalb der Fehlergrenzen, die etwa 1—5 Proz., nicht aber wie bei Herrn Streintz mehrere 100 Proz. betragen, dieselben Werte erhalten haben.

Silizium α (künstlich), spez. Widerstand bei 0^0 zwischen Platinplatten (weichstes Platin): $9{,}3 \cdot 10^{-2}\,\Omega$[3]),
zwischen Goldplatten: $9{,}25 \cdot 10^{-2}\,\Omega$[1]),
zwischen Platinplatten, auf denen weiches Nickel: $9{,}3 \cdot 10^{-2}\,\Omega$[1]):
elektrolytisch verkupfert: $9{,}25 \cdot 10^{-2}\,\Omega$[3]),
durch Kompensation der Potentialdifferenz an zwei Stellen, die elektrolytisch verkupfert waren, wobei der Übergangswiderstand sicher herausfällt: $w = 9{,}4 \cdot 10^{-2}\,\Omega$[2]),

Molybdänglanz, c-Achse bei 15^0 spez. Widerstand,
zwischen Goldplatten: $0{,}80\,\Omega$[3]),
mit elektrolytisch verkupferten Enden: $0{,}79\,\Omega$[4]),
durch Kompensation der Potentialdifferenz: $0{,}79\,\Omega$[3]).

Magnetkies, spez. Widerstand bei 19^0, c-Achse,
zwischen Goldplatten: $4{,}23 \cdot 10^{-4}\,\Omega$[1]),
durch Kompensation einer Potentialdifferenz: $4{,}15 \cdot 10^{-4}\,\Omega$[3]).

Wem die Erzielung guter Kontakte an den Verbindungen der Schwermetalle Schwierigkeiten macht, dem ist die Widerstandsbestimmung durch Strommessung und Kompensation der Potentialdifferenz an zwei Stellen des Stabes anzuraten. Hierbei fällt der Übergangswiderstand ganz heraus. Uns hat, wie oben gezeigt, die Methode mit Thomsonbrücke dieselben Werte des Widerstandes gegeben, wie die Kompensation. — Ferner seien die spezifischen Widerstände für Eisenglanz desselben Fundortes (Peder Ankers Grube Langö), die seinerseits H. Bäckström[1]) gemessen hat, wobei verkupferte amalgamierte Elektroden verwandt wurden, und die später an demselben Material der eine von uns[2]) gefunden hat, zur Vergleichung zusammengestellt.

t	$W^2\,(B)$	$W\,(R)$
16^0	0,705	0,702
123^0	0,277	0,259
181^0	0,202	0,196
244^0	0,149	0,146

Man sieht, daß nicht nur die absoluten Werte, sondern auch die Temperaturabhängigkeit innerhalb der Fehlergrenzen stimmen. Neuerdings ist noch von B. Beckmann[3]) bei 0^0 an demselben Material der Widerstand gemessen worden. Er fand an einem Stab 0,82, Bäckström an Stab I 0,808 und an II 0,85; der eine von uns an einem andern Stab 0,87. — Ferner sind Messungen des einen von uns an Magnetkies an verschiedenen Stäben mit verschiedener Einspannung gegeben (vgl. S. 196, auch das scheint Herr Streintz übersehen zu haben). Wenn man die Kurve, auf der alle Messungen eingetragen sind, ansieht, so bemerkt man zwar kleinere Unterschiede, aber doch eine klare Übereinstimmung, die nicht auf Zufälligkeiten beruht.

Ferner hat der eine von uns[4]) durch Messung der elektrischen Leitfähigkeit den Umwandlungspunkt von Magnetkies α in β bei etwa 355^0 gefunden; Pierre Weiss[5]) erhielt ihn aus magnetischen Messungen bei 348^0. Bei dem von uns untersuchten Magnetit ändert sich die Leitfähigkeit plötzlich bei 530^0. P. Curie[6]) fand aus magnetischen Messungen den Umwandlungspunkt bei 536^0; P. Weiss[7]) aus der spez. Wärme bei 585^0. Der Unterschied ist wohl durch die etwas verschiedene Zusammensetzung der Magnetite verschiedener Fundorte bedingt.

1) Ann. d. Phys. **32**, 190, 1910.
2) Ann. d. Phys. **35**, 24, 1911.
3) Neue, von dem einen von uns angestellte Versuche.
4) O. Reichenheim, Inaug.-Diss. Freiburg i. B. 1906.

1) H. Bäckström, Verh. R. Akad. Vedensk. Stockholm, S. 540, 1888.
2) O. Reichenheim, Inauguraldissertation, S. 16, Freiburg i. B. 1906.
3) B. Beckmann, Inaug.-Diss. Upsala 1911.
4) K. Schilling, Inauguraldissertation, S. 30, Freiburg i. B. 1910.
5) P. Weiss, Journ. de phys. (4) **4**, 469 u. 829, 1905.
6) P. Curie, Ann. de chim. et phys. (7) **5**, 289, 1895.
7) P. Weiss, Journ. de phys. **7**, 18, 1908.

Alle diese Übereinstimmungen sind keine Zufälligkeiten, sondern zeigen, daß sich die Leitfähigkeit auch anderer Substanzen als der Schwermetalle exakt bestimmen läßt, wenn man es richtig anfängt.

§ 2. Wir wollen jetzt kurz erörtern, was unserer Ansicht nach das Mißlingen der Versuche der Herren Streintz und Wellik veranlaßt hat.

Wenn der Widerstand vieler von ihnen benutzten Materialien durch den Druck auf die Elektroden sich ständig änderte, so darf man das nur dann dem Übergangswiderstand zuschreiben, wenn der Widerstand des eingepreßten Materiales an sich verschwindend ist. Bei dem von F. Streintz und A. Wellik benutzten und, wie wir an Hand der Widerstandswerte zeigen werden, wenig brauchbarem Material war das nicht der Fall.

Wir haben einen ganz analogen Fall an einem Molybdänglanzstück (c-Achse) beobachtet[1]) und darauf aufmerksam gemacht, daß die ständige Widerstandsabnahme bei zunehmender Pressung auf die Elektroden zeigt, daß dies Stück nicht zur Untersuchung geeignet war. Da der Molybdänglanz senkrecht zur c-Achse leicht spaltet, gelang es uns, damals auch die Ursache, sehr feine Blätterdurchwachsung von isolierenden Zwischenschichten, direkt optisch festzustellen[2]).

Die unregelmäßigen Widerstände, die Herr Streintz findet, sind nämlich, abgesehen von den zu harten polierten Goldkontakten, der Inhomogenität des ihm verwandten Materials zuzuschreiben.

Es genügt nicht, Stäbe aus einem beliebigen Kristall schneiden zu lassen; das Material muß vorher eingehend auf seine Homogenität geprüft werden. Wenn wir z. B. den von F. Streintz angegebenen spez. Widerstand des Magnetkieses von Bodenmais 0,014 mit dem von uns an Magnetkies von Ouro Preto gefundenen $w = 0{,}000423$ vergleichen, so zeigt schon die Größenordnung, daß der erstere Durchwachsungen haben muß. Das ist in der Tat der Fall: der Magnetkies von Bodenmais gehört zu den „Pyrrhotines anormales" von Pierre Weiss[1]) mit außergewöhnlichem magnetischem Verhalten. Er zeigt infolge von Durchwachsungen eine Spaltbarkeit nach der Basis, die der reine Magnetkies nicht besitzt. Der von uns untersuchte Magnetkies in der Modifikation β zeigt dagegen einen Widerstand derselben Größe wie das von Guinchant[2]) künstlich hergestellte geschmolzene FeS und ebenso wie dieses einen Minimalwert des Widerstandes bei etwa 450°.

Ganz analog liegt der Fall bei Bleiglanz, Schwefelkies usw. Wir haben betont, daß diese Substanzen, wenn sie aus Erzgängen kommen, wegen der Einschlüsse nicht brauchbar sind. Bleiglanz aus Erzgängen von Menthead in Cumberland von F. Streintz gemessen, hat spez. $w = 0{,}025$, wir fanden $w = 0{,}0026$. Wir halten es für unnötig, länger dabei zu verweilen, und wollen nur noch kurz wirkliche direkte Bestimmungen des Übergangswiderstandes und die Methoden zur Auswahl des Materials besprechen.

Es ist oft sehr mühsam, einen zur Messung geeigneten Kristall und überhaupt geeignetes homogenes Material ausfindig zu machen, sowie man nicht die wenigen im Handel leicht rein erhältlichen Schwermetalle untersucht. Es erfordert die Anwendung mineralogischer und chemischer Methoden. Wir können aber den Verf. nur teilweise beistimmen, wenn sie schreiben, daß die Bestimmung des Widerstandes eines Kristalles zu den schwierigsten Aufgaben der messenden Physik gehört. Wir wollen hier kurz die früher angegebenen Vorsichtsmaßregeln aufzählen, die man beachten muß, um brauchbare Messungen anstellen zu können.

1. Der Kontakt wird bis zu Temperaturen von 400° C am besten aus 2 mm dickem, weichstem, reinem Feingold gewählt, nicht mit Stahl poliert und gepreßt, wie es Herr Streintz verwendet. Die Goldplatten werden vor jedem Versuch ausgeglüht, damit sie wieder weich sind. Auf die Goldplatten wird Platinschwarz gebracht.

Das Gold wird einige Stunden unter Druck an den Stab gepreßt, bis es sich genau eingepaßt hat. Wenn man nach den Versuchen das Gold entfernt, so erhält man einen Negativabdruck der Stabfläche. Man kann auch, wie wir das vielfach getan haben, die Stabenden elektrolytisch verkupfern[3]) und Drähte anlöten. Man erhält dann denselben Wert des Widerstandes. Ferner werden von uns auch amalgamierte

1) O. Reichenheim, loc. cit.

2) Es sei ferner noch bemerkt, daß die an inhomogenem Material von Herrn Streintz und uns gefundene scheinbare Druckabhängigkeit des Widerstandes bei Anpressen der Elektroden nichts mit der wahren Abhängigkeit des inneren Widerstandes von allseitigem Druck zu tun hat. Die letztere wurde von B. Beckmann (loc. cit.) gemessen. Sie ist bei Eisenglanz und Pyrit β von derselben Größenordnung wie bei Metallen, kommt also bei unseren Versuchen nicht in Betracht, da man einen so starken einseitigen Druck durch Anpressen der Elektroden nicht ausüben kann. Dagegen zeigt nach den Beobachtungen von F. Montén Schwefelsilber eine so starke Druckabhängigkeit, daß entsprechende Beobachtungen an Silberglanz sich dadurch erklären würde.

1) P. Weiss, Journ. de phys. (4) **4**, 469 u. 829, 1905.

2) J. Guinchant, C. R. **134**, 1225, 1902.

3) O. Reichenheim, Inauguraldissertation, S. 16, Freiburg i. B. 1906.

Kupfer- und Bleielektroden[1]) verwandt und gaben dieselben Widerstandswerte.

2. Die zu untersuchende Substanz muß chemisch analysiert sich als rein erweisen; wir haben die von uns untersuchten Substanzen stets daraufhin geprüft.

3. Die optische Untersuchung polierter Anschliffe nach der von dem einen von uns angegebenen Methode[2]) muß zeigen, daß diese undurchsichtigen Substanzen von Durchwachsungen und Einschlüssen frei sind.

4. Die zu untersuchenden Stücke werden vorher im geschlossenen Porzellantiegel auf 200°—250° erhitzt; hierbei springen die Einschlüsse enthaltenden Kristalle. Was kompakt bleibt, ist meist schon zur Messung geeignet.

5. Das zu untersuchende Stück wird mit zwei an Drähte gelöteten Nadeln ringsum qualitativ auf den elektrischen Widerstand geprüft. Manche homogen erscheinende Kristalle weisen dann isolierende Zwischenschichten auf.

Wenn man dies beachtet, erhält man nach den verschiedensten Methoden immer den gleichen Wert des Widerstandes, ferner die Gültigkeit des Gesetzes von Ohm und Abwesenheit von Polarisation.

Um die Größe der Übergangswiderstände wirklich zu messen, muß die betreffende Substanz als möglichst dünne Platte, so daß ihr Widerstand möglichst klein ist, zwischen die Elektroden gepreßt werden. Dies haben wir für einen Eisenoxydüberzug[3]), Molybdänglanzblätter[4]), Siliziumplatten[4]) durchgeführt und gefunden, daß bei geeigneten Kontakten der Übergangswiderstand, wenn überhaupt vorhanden, kleiner als 0,05 des Plattenwiderstandes sein mußte. Er konnte also bei Untersuchung von Stäben, deren Länge 10—20mal größer als die der Platte war, keinen nennenswerten Fehler verursachen. Man kann behaupten, daß der Übergangswiderstand zwischen weichem, gut angepreßtem Feingold, oder einem elektrolytischen Kupferüberzug oder Amalgam und irgendeinem anderen Material, mag es ein Element oder eine Verbindung, glasig oder kristallisiert sein, stets beliebig klein gemacht werden kann, wenn man genau so verfährt, wie wir angegeben haben.

(Eingegangen 1. November 1911.)

1) Das nach den Herren Streintz und Wellik als einzig brauchbarer Kontakt gefundene Amalgam haben wir längst angewandt (vergl. loc. cit., S. 13); wir können Herrn Streintz den Vorwurf nicht ersparen, daß er unsere Arbeiten kritisiert, ohne dieselben genau gelesen zu haben. Über die Methode des Verkupferns stellt Herr Streintz nur theoretische Betrachtungen an, ohne diese experimentell zu prüfen. Das Verkupfern muß, wie wir gleich bemerken wollen, mit ganz kleinen Stromstärken geschehen, weil sich sonst Gasblasen zwischen Stabende und Kupfer bilden.

2) Zentralbl. f. Min. 1908 und 1909, S. 245.

3) Ann. d. Phys. **32**, 180, Anm., 1910. Auch diese Angabe hat Herr Streintz übersehen und behauptet, wir hätten nur den Übergangswiderstand zwischen Metallen untersucht.

4) Frühere, nicht publizierte, von dem einen von uns ausgeführte Messungen.

Notiz über die Halbschatteninterferometrie.

Von S. Pokrowsky.

In der in dieser Zeitschr. **12**, 620, 1911 veröffentlichten Abhandlung haben C. A. Skinner und L. B. Tuckerman jr. eine Übersicht möglicher Typen von Halbschatteninterferometern gegeben. Indem ich mich dem Urteil der geehrten Verfasser über die Sensibilität ähnlicher Interferometer anschließe, kann ich doch nicht umhin, auf folgendes hinzuweisen.

1. Für die Benutzung in Interferometern polarisierten Lichtes habe ich $^1/_4\,\lambda$- und $^1/_2\,\lambda$-Platten, als ausschließlich einfaches, billiges und infolgedessen für die Mehrzahl der Laboratorien zugängliches Mittel, und nicht polarisierende Prismen in Vorschlag gebracht[1]).

2. Der Hinweis der Verfasser, daß die gleichzeitige Benutzung im Interferometer A. A. Michelsons zweier Platten, einer Quarz- und einer $^1/_4\,\lambda$-Platte, nicht aber der letzteren allein, überflüssig sei, ist gerechtfertigt: doch habe ich diesen „Lapsus" auch selbst kürzlich bemerkt, als ich endlich die Möglichkeit erhielt, ein in unserem Laboratorium vorhandenes Machsches Interferometer in ein Interferometer von A. A. Michelson umzugestalten, welches für die von mir beabsichtigten Untersuchungen bequemer ist.

3. Ich kann mich mit der Behauptung, daß es für Interferometer meines Typus kein bequemes Verfahren gibt, das Intensitätsverhältnis der beiden Strahlen zu justieren, nicht einverstanden erklären. Das kann mit Hilfe der Kathodenzerstäubung bewerkstelligt werden, wie ich darauf schon in meinem Artikel[2]) „Über ein neues Bestimmungsverfahren der scheinbaren Diameter der Sterne mittels der elliptischen Polarisation des Lichtes" hingewiesen habe.

4. Der Umstand, daß die $^1/_4\,\lambda$- und $^1/_2\,\lambda$-Platten für eine bestimmte Wellenlänge abgepaßt werden müssen, kann keine besonderen Unbequemlichkeiten bieten. In vielen Fällen hat dieser Umstand keine Bedeutung, wie z. B. bei der Untersuchung der Einwirkung der Bewegung der Erde auf die Interferenz von Lichtstrahlen (Aufgabe der Aberration).

1) Im Sterninterferometer des zweiten Typus, dessen Beschreibung bald im Druck erscheinen soll, habe ich zur Vereinigung der Strahlen ein etwas modifiziertes polarisierendes Prisma von Glan benutzt.

2) S. Pokrowsky, Journ. Russ. Phys.-Chem. Ges. **42**, Phys. T., 280—326, 1910.

5. Da ich für den ins Auge gefaßten Zweck mich der Erscheinungen der Doppelstrahlenbrechung zu bedienen beabsichtigte, brachte ich im März 1910 genau ebensolchen Interferometer aus zwei Spaten in Vorschlag, wie es in der Folge von Cotton[1]) vorgeschlagen wurde. Es ist mir gelungen, dieses Interferometer durch die Benutzung einer besonderen $^1/_2\ \lambda$-Doppelplatte bedeutend zu vereinfachen[2]). Ein Rhomboeder isländischen Spats bildet zusammen mit der soeben erwähnten Doppelplatte den Hauptteil des Sterninterferometers, welches zur Bestimmung der scheinbaren Diameter der Sterne mit Hilfe elliptischer Polarisation des Lichtes dient und in dem obenerwähnten Artikel beschrieben worden ist.

1) A. Cotton, C. R. **152**, 131—133, 1911.
2) S. Pokrowsky, diese Zeitschr. **12**, 459—460, 1911.

In dem Kalkspatinterferometer verlaufen die interferierenden Strahlen nebeneinander ebenso wie im Jaminschen Apparat. Um sie voneinander zu trennen, kann man sich zweier Rhomboeder aus Glas bedienen, wie es E. Mascart[1]) in seinem Interferometer getan hat. Im allgemeinen kann die praktische Durchführung des neuen Prinzips der Halbschatteninterferometrie in jedem einzelnen Falle je nach dem beabsichtigten Zweck sehr verschieden sein.

1) E. Mascart, Journ. d. Physique, S. 310, 1874.

St. Petersburg, Physikalisches Laboratorium des Elektrotechnischen Instituts.

(Eingegangen 2. September 1911.)

BESPRECHUNGEN.

Otto Fischer, Zur Kinematik des Listingschen Gesetzes. (Abh. d. K. Sächs. Ges. d. Wiss.) Lex. 8. 80 S. mit 2 Tafeln und 32 Figuren im Text. Leipzig, B. G. Teubner. 1909. M. 3.40

Die Arbeit liefert einen Beitrag zur Kinematik des Listingschen Gesetzes, das sich nicht nur am Auge, sondern auch in verschiedenen Extremitätengelenken des lebenden Körpers verwirklicht findet.

Definiert man das Listingsche Gesetz dadurch, daß es eine Primärstellung geben muß, von der aus der Körper beliebig ausgedehnte Drehungen um alle durch den Drehpunkt gehenden Geraden der zu der „Längslinie" senkrechten Ebene auszuführen vermag, so lassen sich alle wichtigen Konsequenzen des Gesetzes auf ganz elementare und anschauliche Weise, ohne alle Rechnung ableiten. Dies wird ausführlich dargelegt. Zudem sind verschiedene Arten von Mechanismen beschrieben und abgebildet worden, welche die Bewegungen nach dem Listingschen Gesetz automatisch hervorrufen, indem sie den Körper für jede beliebige Richtung der Längslinie in die richtige Orientierung zwingen.

Paul Heiberg.

Ed. Donath, Über den Ersatz des Schwefelwasserstoffes in der qualitativen chemischen Analyse. gr. 8. VIII u. 63 S. Leipzig, S. Hirzel. 1909. M. 2.80

R. Kremann u. K. Kaas, Anleitung zu den analytisch-chemischen Übungen für Anfänger. Zweite neubearbeitete Auflage. 8. X u. 109 S. Berlin, Gebrüder Borntråger. 1909. M. 3.—

Schon seit über fünfzig Jahre versucht man, den unangenehmen und gesundheitsschädlichen Schwefelwasserstoff durch ein geeigneteres Reaktionsmittel zu ersetzen, aber erst im Laufe der letzten Jahre sind wirkliche praktische Erfolge erzielt worden, indem der Schwefelwasserstoffgang durch die von Vortmann ausgearbeitete Natriumsulfidmethode ersetzt wurde. Diese hat sich schon in mehreren Universitätslaboratorien gut bewährt. Die Donathsche Zusammenstellung enthält die geschichtliche Darstellung der Bemühungen, einen Ersatz für Schwefelwasserstoff zu finden, und eine eingehende Beschreibung aller hierfür in Betracht kommenden Methoden. Diese gewissenhafte und unparteiische Zusammenstellung kann allen, die sich für diese Frage interessieren, warm empfohlen werden.

Unter den vielen Anleitungen zu analytisch-chemischen Übungen für Anfänger nimmt das Kremannsche Buch einen ausgezeichneten Platz ein. Es ist aus den Bedürfnissen des Laboratoriums heraus geschrieben, und durch die Erfahrungen, die bei seinem Gebrauch im Laboratorium gemacht wurden, in dieser zweiten Auflage noch wesentlich verbessert worden. In seiner Anlage lehnt es sich etwas an das bewährte Büchlein von Pechmann an, doch ist die z. T. veraltete Auffassungsweise durchweg durch eine moderne, auf Ionenlehre und Massenwirkungsgesetz basierende ersetzt worden. Wenn sich auch im einzelnen dem Referenten Fragen aufgedrängt haben, z. B. warum das komplizierte und analytisch nicht besonders wichtige Verhalten der Phosphationen schon im Anfange des Lehrganges (S. 19) behandelt wird, so ist doch das Ganze klar und übersichtlich, aus einem Guß, eine sehr erfreuliche Bereicherung unserer Lehrbuchliteratur.

Riesenfeld.

Jean Reys Abhandlungen über die Ursache der Gewichtszunahme von Zinn und Blei beim Verkalken. Deutsch herausgegeben und mit Anmerkungen versehen von Ernst Ichenhäuser und Max Speter. (Ostwalds Klassiker der exakten Wissenschaften. No. 172.) 8. 56 S. mit zwei Abbildungen im Text. Leipzig, Wilhelm Engelmann. 1909. M. 1.20

M. W. Lomonossow, Physikalisch-chemische Abhandlungen. 1741—1752. Aus dem Lateinischen und Russischen mit Anmerkungen herausgegeben von B. N. Menschutkin und

M. Speter. (Ostwalds Klassiker der exakten Wissenschaften. No. 178.) 8. 61 S. mit Lomonossows Bildnis und 1 Figur im Text. Leipzig, W. Engelmann. 1910. Gebunden M. 1.20

Adolf Wurtz, Abhandlung über die Glykole oder zweiatomige Alkohole und über das Äthylenoxyd als Bindeglied zwischen organischer und Mineralchemie. Aus dem Französischen übersetzt und mit Anmerkungen versehen von M. und A. Ladenburg. (Ostwalds Klassiker der exakten Wissenschaften. No. 170.) Leipzig, Wilhelm Engelmann. 1909. M. 1.80

Die drei vorliegenden, aus drei verschiedenen Jahrhunderten stammenden Abhandlungen geben wertvolle Beiträge zur Geschichte der chemischen Forschung. In der 1630 erschienenen Abhandlung Jean Reys macht dieser zum erstenmal darauf aufmerksam, daß beim Verkalken (Oxydieren) von Metallen nicht, wie man bisher angenommen hatte, eine Gewichtsabnahme, sondern eine Gewichtszunahme stattfindet. Der grundlegende chemische Versuch rührt übrigens nicht von Rey selbst, sondern von einem Apotheker Brun aus Bergerac her, und die Schrift Reys enthält, dem Zeitcharakter entsprechend, kein weiteres experimentelles Material, sondern nur Spekulationen. Daher kommt es wohl auch, daß diese Studie, die zum Teil später erst von Lavoisier wieder ausgesprochene Gedanken schon in recht klarer Form enthält, wenig beachtet wurde und für die Fortschritte der Wissenschaft von geringer Bedeutung war.

Die hundert Jahre später (1741—1752) herausgegebenen Abhandlungen Lomonossows zeigen deutlich, wie sich die Chemie im Laufe der Jahre von philosophisch-mystischen Spekulationen zu einer mathematisch-logisch arbeitenden Wissenschaft durchgerungen hat. Aber auch in Lomonossows Abhandlungen tritt das experimentelle Material noch in den Hintergrund und die deduktive Spekulation herrscht vor.

Demgegenüber ersieht man aus den Abhandlungen von Wurtz den gewaltigen Fortschritt, den die Naturwissenschaft im Anfang des 19. Jahrhunderts gemacht hat. In diesen 1859—1862 veröffentlichten Untersuchungen wird an erster Stelle das experimentelle Material mitgeteilt und daraus werden dann die theoretischen Schlüsse in klarer Weise gezogen. Die vorliegenden Arbeiten von Wurtz besitzen deswegen für die Geschichte der Chemie eine große Bedeutung, weil durch sie der Übergang von der Typentheorie zu der noch heute herrschenden Valenztheorie vorbereitet wird. Durch die Übersetzung und Herausgabe gerade dieser Abhandlungen haben sich die Herausgeber (M. und A. Ladenburg) ein ganz besonderes Verdienst erworben.

Riesenfeld.

Personalien.

(Die Herausgeber bitten die Herren Fachgenossen, der Redaktion von eintretenden Änderungen möglichst bald Mitteilung zu machen.)

Habilitiert: An der Universität Erlangen Dr. Richard Baldus für Mathematik, an der Universität Göttingen Dr. Gustav Kümelin für Physik, an der Universität Neuchâtel Dr. H. Ströle für Mathematik.

Ernannt: Der a. o. Professor für pharmazeutische Chemie an der Universität Bonn Dr. Georg Frerichs zum Geschäftsführer der Chemischen Fabrik am Vorgebirge in Bonn, der Privatdozent an der Universität Leipzig Dr. Karl Drucker zum a. o. Professor für allgemeine und physikalische Chemie ebenda, der a. o. Professor an der Universität Bonn Dr. Eberhard Rimbach zum ord. Honorarprofessor der Chemie ebenda.

Neuer Lehrauftrag: Für Photographie dem Privatdozenten und Assistenten für Physik an der Technischen Hochschule Aachen Dr. Walter Steubing.

Verliehen: Dem ord. Professor der Experimentalphysik an der Universität Freiburg i. Br. Dr. Franz Himstedt der Titel und Rang als Geheimer Rat, dem Honorardozenten für Elemente der niederen Geodäsie an der Technischen Hochschule Wien Vinzenz Pollack der Titel Professor, dem Privatdozenten für Aeronautische Triebwerke an der Technischen Hochschule Berlin Major Dr.-Ing. August v. Parseval der Titel Professor.

In den Ruhestand: Der Vorstand der chemischen Abteilung des hygienischen Laboratoriums des Medizinalkollegiums in Stuttgart Regierungsrat Dr. Spindler.

Gestorben: Der Herausgeber der Zeitschrift für angewandte Mikroskopie und klinische Chemie und Begründer der (eingegangenen) Zeitschrift für Riech- und Geschmackstoffe Apotheker Georg Marpmann in Leipzig, der Elektrotechniker John C. Fuller (ehemaliger Assistent von Michael Faraday), der frühere Professor an der Ecole Supérieure de Pharmazie in Paris Dr. Henri Charles Lutz, das Mitglied der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt in Berlin und Herausgeber der Zeitschrift für Instrumentenkunde Geh. Regierungsrat Professor Dr. Stephan Lindeck, der frühere ord. Professor der Thermochemie an der Universität Moskau Dr. Wladimir Louguinine in Bex (Waadt).

Gesuche.

Angebote.

Für die Redaktion verantwortlich Professor Dr. Friedrich Krüger in Danzig-Langfuhr. — Verlag von S. Hirzel in Leipzig.
Druck von August Pries in Leipzig.

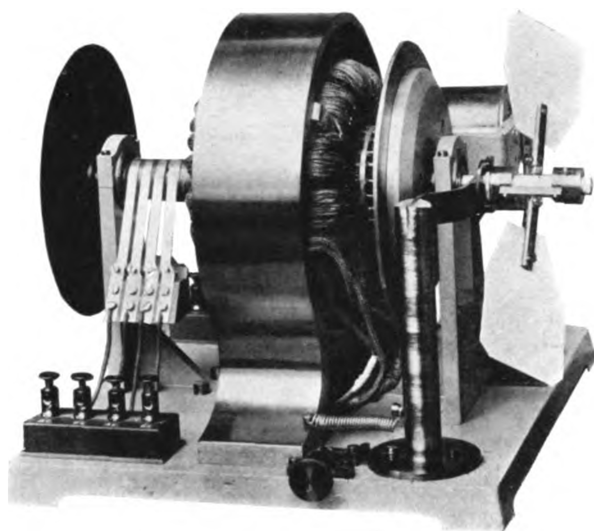


Fig. 1.

Fig. 4.

Fig. 8.

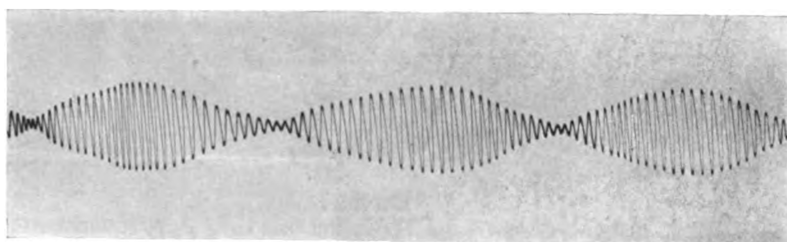


Fig. 5.

Fig. 9.

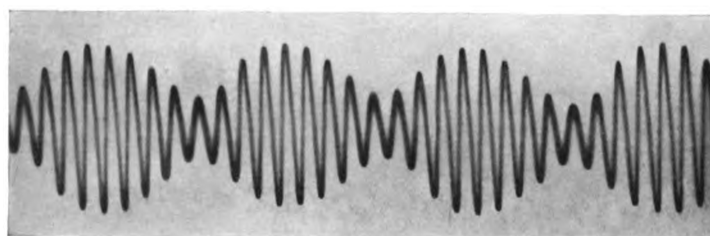


Fig. 6.

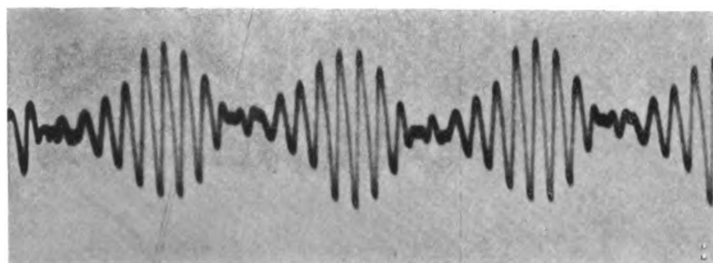


Fig. 7.

Aktiver Niederschlag des Radiums

Fig. 1.

Radium

Fig. 2.

O. v. Baeyer, O. Hahn u. L. Meitner, Magnetische Spektren der β-Strahlen des Radiums.

Verlag von S. Hirzel in Leipzig.

PHYSIKALISCHE ZEITSCHRIFT

No. 25. | 8. Dezember 1911. Redaktionsschluß für No. 26 am 2. Dezember 1911. | 12. Jahrgang.

INHALT:

ORIGINALMITTEILUNGEN.

Über eine monochromatische Temperaturstrahlung des Thalliumdampfes.

Von G. E. Gibson (Carnegie Fellow 1911).

In meiner Breslauer Dissertation[1]) wurde folgender Versuch beschrieben:

Ein etwa 3 mm weites und 10 cm langes Quarzrohr (Fig. 1) wird in der abgebildeten Weise an mehreren Stellen verengt und unten zugeschmolzen. Ein Stück reines Thallium im Gewicht von einigen Milligramm wird in das Rohr gebracht, welches alsdann mittels eines mit Quecksilber gedichteten Glasquarzschliffes mit einer Gaede-Kapselpumpe verbunden und evakuiert wird. Die erste Verengung wird so klein gemacht, daß das Thalliumstück nicht durchzugehen vermag, sondern über ihr hängen bleibt. Um Oxydbildungen möglichst zu vermeiden, wird das Thallium von einer frischen Oberfläche abgeschnitten und möglichst schnell in das Vakuum gebracht. Die benutzten Röhren wurden mit heißer Chromsäuremischung und destilliertem Wasser gewaschen und durch Erhitzen im Luftstrom getrocknet.

Nachdem das höchste Vakuum (weniger als $^1/_{10}$ mm) erreicht war, wurden die Röhrchen bei der gestrichelten Linie [Fig. 1) mit einem Leuchtgas-Sauerstoff-Gebläse abgeschmolzen.

Mit dem ersten Röhrchen nach unten wird nun das Thalliumstück in der kälteren Stelle des Sauerstoff-Gebläses erhitzt und langsam in das zweite Röhrchen destilliert. Bei dem Erhitzen verbindet sich etwa vorhandenes Oxyd mit dem Quarz unter Bildung von unflüchtigem Thalliumsilikat, welches bei der Destillation zurückbleibt. Die Destillation muß so

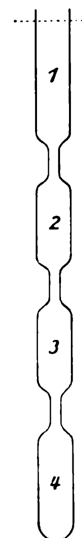


Fig. 1.

ausgeführt werden, daß der heiße Thalliumdampf über den stark erhitzten Quarz geleitet wird. Auf diese Weise wird der Dampf von Oxyd gereinigt.

Wenn das Oxyd nicht vollständig entfernt wird, halten sich die Röhrchen nur kurze Zeit,

1) Jahresber. d. Schles. Ges. f. Vaterländ. Kultur. 1911.

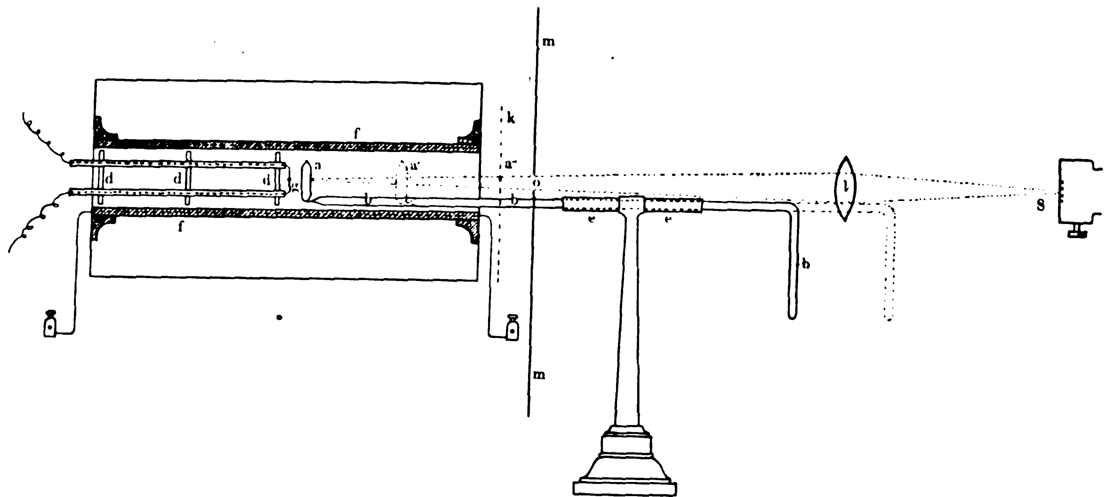


Fig. 2.

da das gebildete Silikat ein Entglasen (Kristallinwerden) des Quarzes verursacht.

Eine Reduktion des Quarzes unter Bildung von Silizium, wie sie Fredenhagen[1]) beschreibt, habe ich nicht beobachtet. Bis 1200° konnte ich sogar den Dampfdruck und die Dampfdichte des Thalliums in Quarzgefäßen bestimmen. (Inaug.-Dissert.)

Nachdem das Thallium vollständig in die zweite Abteilung (Fig. 1) getrieben worden ist, wird das erste Röhrchen mit dem zurückgebliebenen Silikat und etwaigen unflüchtigen Verunreinigungen bei der ersten Verengung abgeschmolzen.

Das zweite Röhrchen wird sodann in derselben Weise erhitzt und bei der zweiten Verengung abgeschmolzen, nachdem ungefähr $^2/_3$ des Thalliums in das dritte Röhrchen überdestilliert sind.

Das vierte Röhrchen wird in derselben Weise durch Destillation aus dem dritten gefüllt und ebenfalls abgeschmolzen.

Das vierte Röhrchen wird nun an einem Ende an ein etwa 10 cm langes Quarzrohr angeschmolzen und in den kälteren Teil des Sauerstoff-Gebläses gebracht, so daß das ganze Röhrchen auf eine Temperatur erhitzt wird, bei welcher der Quarz gerade anfängt zu leuchten. Bei dieser Temperatur (über 1300° C) leuchtet der Dampf schon sehr stark und die grüne Thalliumlinie kann mit einem Taschenspektroskop leicht beobachtet werden. Läßt man das Ende des Röhrchens ein wenig aus der Flamme herausragen, damit das Thallium hierhin kondensiert wird, so beobachtet man, daß das Leuchten heller wird, je näher das flüssige Thallium an die Flamme herangebracht wird. Da die Temperatur des leuchtenden Teiles des Röhrchens hierbei nicht geändert wird, so ist hiermit gezeigt, daß die Helligkeit des Leuchtens mit der Temperatur und daher mit dem Dampfdruck des flüssigen Thalliums steigt.

Es schien mir sehr wahrscheinlich, daß dieses Leuchten des Thalliums durch reine Temperaturstrahlung, nicht durch Chemilumineszenz zustande kommt. Die Professoren Lummer und Pringsheim machten mich auf eine sehr einfache Methode, diese Frage zu entscheiden, aufmerksam. Man braucht nur das oben beschriebene Röhrchen in einem schwarzen Körper zu erhitzen und das emittierte Licht mit einem Spektrometer zu untersuchen. Handelt es sich um reine Temperaturstrahlung, so muß der Dampf dem Kirchhoffschen Gesetz gehorchen, daher muß die grüne Linie bei Temperaturgleichgewicht stets vollkommen verschwinden. Ist das Leuchten dagegen durch Chemilumineszenz verursacht, so kann das Kirchhoffsche Gesetz nicht bei jeder Temperatur erfüllt sein und die grüne Linie wird sich auch bei Temperaturgleichgewicht im allgemeinen hell vom Spektrum des schwarzen Körpers abheben.

Die Versuchsanordnung ist in Fig. 2 abgebildet. Das 30 cm lange und 2,8 cm weite Heizrohr *f* eines elektrischen Ofens wird durch die 3 Porzellandiaphragmen *d* unterteilt. Der Ofen war von der gewöhnlichen Form, wie sie von Heraeus in Hanau geliefert werden. Das Heizrohr bestand aus Marquardtscher Masse, in welcher die Heizspule aus Platinfolie eingebettet war. Die Diaphragmen sind mit je 2 Löchern versehen, durch welche die Zuleitungen eines

1) Fredenhagen, Ann. d. Phys. **20**, 517, 1906.

Le Chatelierschen Pyrometers geführt werden, dessen Lötstelle sich bei *g* befindet.

Eines der oben beschriebenen Thalliumröhrchen *a* wird senkrecht auf das Quarzrohr *b*, welches locker in das Glasrohr *e* hineinpaßt, angeschmolzen. Durch das Gewicht des vertikal nach unten gebogenen Endes von *b* wird das Thalliumröhrchen in vertikaler Stellung erhalten. Durch diese Anordnung kann das Röhrchen an beliebige Stellen des Ofens gebracht werden.

Mittels der Linse *l* wird ein Bild des Röhrchens auf den Spalt des Spektrometers geworfen, welches so aufgestellt ist, daß die Achse des Kollimatorrohres möglichst genau mit der verlängerten Achse des Ofens übereinstimmt. Das Spektrometer war ein Zeißscher „Monochromator", der die *D*-Linien deutlich trennte.

Vor der Öffnung des Ofens befand sich ein Asbestschirm *m*, der bei *o* mit einer 5 mm weiten Öffnung versehen war.

Während der Ofen geheizt wird, empfiehlt es sich, das Röhrchen außerhalb des Ofens bei *a''* zu lassen, um das Entglasen des Quarzes durch langes Erhitzen möglichst zu vermeiden.

Wenn die Temperatur des Ofens ca. 1350° C beträgt und man bringt das kalte Röhrchen an die Stelle *a*, so beobachtet man nach kurzer Zeit die umgekehrte Thalliumlinie als dunkle Linie auf dem kontinuierlichen Spektrum des schwarzen Körpers. Die dunkle Linie wird schwächer, während das Röhrchen die Temperatur des Ofens annimmt und ist nach einigen Minuten vollkommen verschwunden. Bei 1450° ist die Erscheinung schon viel deutlicher. In 3 Minuten verschwindet die Linie vollständig.

Bringt man nun das Röhrchen von *a* an die Stelle *a'*, wo die Temperatur etwas niedriger ist als bei *a*, so ist die umgekehrte Linie sofort wieder zu sehen. Dieses ist nun ein Dauerzustand, da der Dampf bei *a'* dauernd eine niedrigere Temperatur hat, als die von *a* herkommende schwarze Strahlung. Man überzeugt sich leicht davon, daß der Dampf bei dieser Temperatur auch emittiert, indem man das Röhrchen schnell aus dem Ofen an die Stelle *a''* bringt und im selben Augenblick das Licht des Ofens mit einem Asbestschirm bei *k* abblendet. Während der kurzen Zeit, in der das Röhrchen sich auf etwa 1300° abkühlt, ist die Thalliumlinie hell auf dunklem Grund im Spektrometer zu sehen.

Entfernt man die Diaphragmen *d* aus dem Ofen, während das Röhrchen bei *a* bleibt, so erscheint die Linie dauernd hell auf einem dunkleren kontinuierlichen Spektrum. Das kontinuierliche Spektrum rührt zum größten Teil von dem Quarz her, welcher bei dieser Temperatur schon ziemlich stark leuchtet. Bringt man die Diaphragmen wieder in den Ofen, so verschwindet die Linie wieder in sehr kurzer Zeit.

Durch diese Versuche ist wohl einwandfrei bewiesen, daß die Emission der grünen Thalliumlinie hier den Gesetzen der reinen Temperaturstrahlung gehorcht. Das ist in Übereinstimmung mit den Resultaten von E. Bauer[1]), der gezeigt hat, daß man unter Annahme der Anwendbarkeit des Kirchhoffschen Gesetzes auf die in Flammen leuchtenden Salzdämpfe die Temperatur der Flammen aus der Umkehr der von ihnen ausgesandten Spektrallinien richtig bestimmen kann. Dagegen stehen meine Versuche, ebenso wie die von Bauer im Widerspruch mit der im Jahre 1893 von E. Pringsheim[2]) ausgesprochenen Ansicht, daß die Energie der spektralen Strahlung gasförmiger Elemente in Flammen nicht der Wärmebewegung entstammt, sondern direkt aus der chemischen Energie entsteht, und sie widersprechen auch der von Fredenhagen[3]) ausgesprochenen Erwartung, „daß sich die selektiven Emissions- und Absorptionsspektren stets als Folgen von Vorgängen werden nachweisen lassen, die unter Abgabe bzw. Aufnahme von freier Energie verlaufen".

Neuerdings jedoch hat E. Pringsheim[4]) darauf hingewiesen, daß sich in der langen Zeit, die seit seinen Versuchen verflossen ist, unsere Anschauungen über das Wesen der Emission vollständig geändert haben. Die Elektronentheorie hat zu der Annahme geführt, daß die Träger der spektralen Lichtemission nicht die gewöhnlichen Gasatome sind, sondern vielmehr solche Atome, die mit gewissen schwingungsfähigen Elektronen versehen sind. Demnach biete sich die Hypothese dar, daß bei seinen Versuchen es diese mit schwingungsfähigen Elektronen ausgestatteten Atome sind, die sich nicht durch bloße Temperaturerhöhung, sondern nur infolge chemischer Prozesse bilden, daß diese Atome aber, wenn sie einmal gebildet sind, sofort die der leuchtenden Temperatur entsprechende mittlere kinetische Energie annehmen, von der die Strahlung abhängt[5]).

Ob diese Annahme auch für meine Versuche zutrifft, läßt sich bisher nicht entscheiden, jedenfalls ist noch nicht einwandfrei be-

1) E. Bauer, C. R. **148**, 908 u. 1756, 1909; vgl. dagegen F. Kurlbaum und Günther Schulze, Verhdlg. d. D. Phys. Ges. **1906**, S. 239.

2) E. Pringsheim, Wied. Ann. **49**, 364, 1893.

3) C. Fredenhagen, Ann. d. Phys. **20**, 169, 1906.

4) E. Pringsheim, C. R. **151**, 302, 1910.

5) Vgl. hierzu H. Schmidt, Ann. d. Phys. **29**, 1028, 1909.

wiesen, daß bei ihnen das Leuchten des Thalliumdampfes durch bloße Temperaturerhöhung verursacht ist. Es erscheint vielmehr nicht ausgeschlossen, daß bei der hohen Temperatur innerhalb des Quarzrohrs chemische Prozesse vor sich gehen, Quarz ist schon bei 800° für Wasserstoff durchlässig und möglicherweise könnte auch Sauerstoff von außen in das heiße Quarzrohr hineindiffundieren. Endlich tritt bei hoher Temperatur, wie schon angedeutet, eine bei längerer Einwirkung direkt beobachtbare Entglasung des Quarzes auf, welche wahrscheinlich durch Spuren von Oxyd bzw. Silikat beschleunigt wird.

Versuche sind noch im Gange, das event. Hineindiffundieren des Sauerstoffs auszuschließen und auch die optischen Konstanten des Dampfes zu bestimmen, die wegen der genauen Definierbarkeit des Druckes und der Temperatur, wie auch des molekularen Zustands (einatomig) des Dampfes von großem Interesse sein dürften.

Herrn Professor Dr. O. Lummer und Herrn Professor Dr. E. Pringsheim bin ich für das freundliche Interesse, welches sie meiner Arbeit stets entgegenbrachten, zu herzlichem Dank verpflichtet.

Breslau, Physikalisches Institut der Universität, August 1911.

(Eingegangen 30. September 1911.)

Eine absolute Bestimmung der kleinsten Ionisierungsenergie eines Elektrons und die Anwendung der Theorie der Ionisierung durch Stoß auf Gasgemische.

(An absolute determination of the minimum ionizing energy of an electron, and the application of the theory of ionization by collision to mixtures of gases).

Von Edwin S. Bishop.

Die Theorie der „Stoßionisation" ist in schönster Weise von J. S. Townsend ausgebildet und von ihm und anderen[1]) für verschiedene Gase bei niedrigen Drucken bestätigt worden. Der ursprüngliche Zweck dieser Versuche war, die Theorie dieser strengeren Prüfung zu unterziehen, und zwar durch Ausdehnung der Beobachtungen auf weite Druckbereiche und, falls möglich, durch Vorausbestimmung der elektrischen Eigenschaften eines Gemisches von Gasen, wenn die Eigenschaften der reinen Gase, aus denen es zusammengesetzt ist, bekannt sind.

Townsend hat gezeigt, daß ein Ion in einem hinreichend starken elektrischen Felde zwischen einigen der Zusammenstöße mit den Molekülen genügend kinetische Energie erwirbt, um aus den neutralen Molekülen neue Ionen zu erzeugen. Er hat weiter gezeigt, daß, wenn die Feldstärke nicht allzu hoch ist, einzig und allein das negative Ion bei der Erzeugung neuer Ionen wirksam ist. Wenn unter diesen Verhältnissen n_0 Ionen durch die Wirkung des ultravioletten Lichtes an der negativen der beiden parallelen Platten in Freiheit gesetzt werden, zwischen denen das elektrische Feld erregt wird, so ist die Anzahl n der Ionen, welche auf die positive Platte gelangen, durch die Formel

$$n = n_0 e^{\alpha d}$$

gegeben, in welcher e die Basis der Napierschen Logarithmen, α die Anzahl der durch die Zusammenstöße eines negativen Ions beim Durchlaufen einer Gasstrecke von einem Zentimeter erzeugten (positiven oder negativen) Ionen und d der gegenseitige Abstand der beiden Platten in Zentimetern ist. Townsend hat weiter dargetan[1]), daß bei hohen Werten von X/p (Feldstärke in Volt pro cm/Druck in cm) die positiven Ionen ebenfalls durch Stoß neue Ionen hervorbringen. Insofern als sämtliche hier beschriebene Versuche bei weit höheren Drucken ausgeführt worden sind als die von Townsend angewandten, sind die Werte von X/p verhältnismäßig klein, und infolgedessen fand anscheinend keine Ionisierung des Stoßes infolge positiver Ionen statt.

Beschreibung der Apparatur.

Die Leitfähigkeit zwischen den parallelen Platten A und B (siehe Fig. 1) wurde mittels ultravioletten Lichtes von der Zinkfunkenstrecke S erregt, das auf die Aluminiumplatte B fiel. Ein mit Wechselstrom von einem Drehstromgenerator betriebener Scheidelscher Induktor lieferte einen Funken von so gleichmäßiger Stärke, daß eine Ablesungsreihe jederzeit mit einem Fehler von weniger als 3 v. H. wiederholt werden konnte. In Abständen von je vier Zehntelmillimetern wurden über eine Öffnung von einem Zentimeter Durchmesser auf der versilberten Quarzplatte A Linien eingeritzt, um dem Licht den Durchgang zu gestatten. Die Platte A wurde mit dem Kondensator und dem Elektrometer verbunden und durch die Grundplatte E_1 aus Ebonit von der Ionisierungskammer und durch den Ebonitstopfen E_2 von der Ein-

1) Townsend, Nature 62, 9. Aug. 1900; Phil. Mag. Febr. 1901, Juni 1902, Nov. 1903, März 1905; Townsend and Kirkby, Phil. Mag., Juni 1901; Townsend and Hurst, Phil. Mag., Dez. 1904; Hurst, Phil. Mag., Apr. 1906; Gill and Pidduck, Phil. Mag., Aug. 1908.

1) Townsend, Phil. Mag., Nov. 1903.

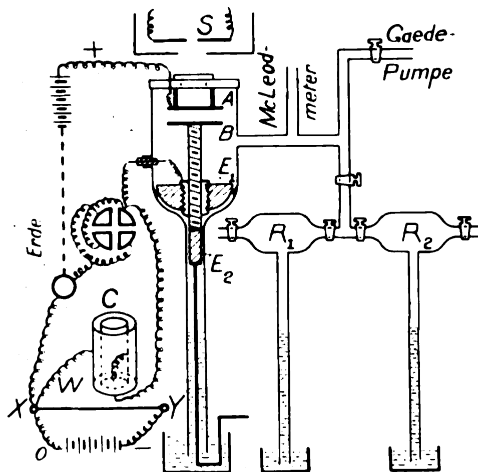


Fig. 1.

stellschraube R isoliert. Der äußere Zylinder des Kondensators C war mit der Induktionswage XY verbunden, an die zur Messung der kleineren Ströme ungefähr sechs Volt angelegt wurden. Die an die Platte A angelegten positiven Potentiale wurden von Sammlerbatterien gewonnen und bewegten sich — je nach dem Gasdruck — zwischen 500 und 3400 Volt. R_1 und R_2 waren Glasbehälter, in denen die zu untersuchenden Gase enthalten waren. Die Gase waren sorgfältig bereitet und vor dem Einlassen in R_1 und R_2 getrocknet worden.

Aus dem Volumen dieser Behälter und ihren Druckänderungen konnte die Menge eines jeden Gases in einem Gemische mit einer Genauigkeit von 0,1 v. H. ermittelt werden. Wenn mittelst einer Gaedepumpe auf $^1/_{1000}$ mm oder weniger ausgepumpt worden war, betrug die Druckzunahme in der Ionisierungskammer während dreier Stunden — der zur Vornahme einer Beobachtungsreihe erforderlichen Zeit — niemals mehr als $^2/_{1000}$ mm, so daß etwaige Verunreinigungen im Gase jedenfalls eine durchaus zu vernachlässigende Wirkung ausübten.

Beobachtungsverfahren.

Das gewünschte positive Potential wurde an die Platte A angelegt, Platte B und sein Verbindungssystem wurden geerdet, und der Schleifdraht W lag bei X (immer auf dem Potential null). Dann wurde der Funke erregt, die Platte B von Erde getrennt und die Zeit, die B brauchte, um eine positive Ladung zu erhalten, die gerade durch die an die Induktionswage XY angelegte Potentialdifferenz aufgehoben wurde, mit Hilfe einer Stoppuhr verzeichnet. Der Elektrometerausschlag konnte während einer Beobachtung in 150 cm Abstand innerhalb eines Bruchteiles eines Millimeters auf dem Nullpunkte gehalten werden. Dieses Verfahren wurde bei jeder Reihe von Werten wiederholt; dabei wurde mit Potentialen angefangen, die beträchtlich unterhalb des Ionisierungspotentials lagen, und bis zu Potentialen fortgeschritten, die Ionisierungsströme lieferten, welche gerade an der Brücke ausgeglichen werden konnten.

Da die Kapazität konstant war, werden diese Ströme proportional V/t sein, wo V die an die Induktionswage angelegte Spannung in Volt und t die Zeit in Sekunden ist, die die Platte B braucht, um das Potential V anzunehmen.

Der gleichmäßige Anstieg in dem sogenannten Sättigungsstrome (siehe Fig. 2) beruht wahr-

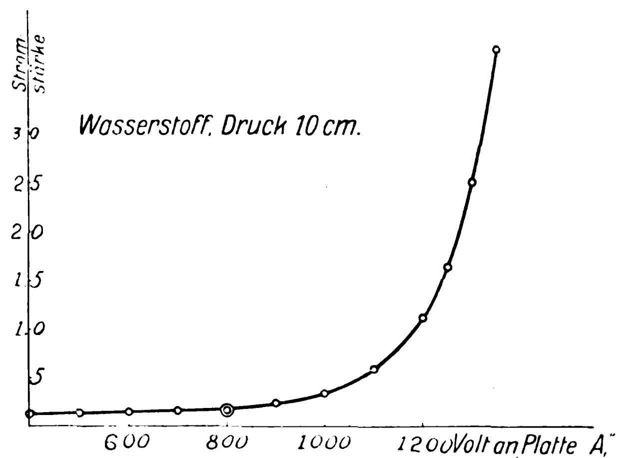


Fig. 2.

scheinlich auf zwei Ursachen: Erstens werden, wenn die Feldstärke gesteigert wird, weniger von den durch die Wirkung des Lichtes frei gewordenen Elektronen rückwärts auf die Platte entladen, und zweitens wird die Energie der Aussendung des Elektrons aus der Platte im Verein mit der Energie, die es seitens des Feldes empfangen hat, genügen, um beim ersten Anprall zu ionisieren, selbst wenn die Feldstärke unterhalb der kleinsten Ionisierungsfeldstärke liegen würde. Wenn indessen die Feldstärke einen solchen Wert erreicht, daß das Elektron zwischen einigen der Zusammenstöße genügend Energie erwirbt, um zu ionisieren, dann wird die Stromstärke bei geringer Zunahme der Feldstärke schnell ansteigen. Dieses Minimum des Ionisierungspotentials konnte entweder aus den Kurven oder aus der Betrachtung der Zahlenwerte gewonnen werden. Der Wert von n_0 in der Formel

$$n = n_0 e^{\alpha d}$$

wurde stets als der Wert der Stromstärke beim Minimum des Ionisierungspotentials angenom-

men. (Zur Erläuterung siehe den zweifach umkreisten Punkt in Fig. 2.)

Bestimmung der kleinsten Ionisierungsenergie.

Bergen Davis hat eine Theorie für die kleinste kinetische Energie abgeleitet, die ein negatives Ion besitzen muß, um ein Molekül durch Stoß zu ionisieren. Er hat gezeigt, daß wenn α die Zahl der ionisierenden Stöße ist, die ein negatives Ion beim Durchlaufen einer Gasstrecke von 1 cm ausführt, wenn l die mittlere freie Weglänge des Ions und λ_0 die kleinste zur Ionisierung führende Weglänge ist, daß dann

$$\alpha = \frac{1}{l} e^{-\frac{\lambda_0}{l}} \left[1 + \frac{\lambda_0}{l} e^{\frac{\lambda_0}{l}} Ei\left(-\frac{\lambda_0}{l}\right) \right]$$

ist. Hieraus hat er eine Tabelle berechnet[1]), welche die Werte von αl und die zugehörigen Werte von λ_0/l angibt. Diese Werte wurden in drei große Kurven eingezeichnet, aus denen die zu den experimentell bestimmten Werten von αl zugehörigen Werte von λ_0/l gewonnen wurden. Das Minimum der Ionisierungsenergie, ausgedrückt durch die Anzahl der Volt, die das Elektron frei durchfallen muß, wird dann sein:

$$\text{Energie (in Volt)} = X l \frac{\lambda_0}{l} = X \lambda_0 .$$

Die mittleren freien Weglängen der Moleküle des Wasserstoffs, der Kohlensäure und der Luft bei 76 cm Druck und 23° C wurden zu 0,0000185 bzw. 0,00000654 und 0,00000983 cm angenommen. Bei anderen Drucken wurden die mittleren freien Weglängen als umgekehrt proportional dem Druck angenommen. Die mittlere freie Weglänge des negativen Ions (Elektrons) wurde in allen Fällen als das $4\sqrt{2}$fache der mittleren freien Weglänge des Gasmoleküls bei dem betreffenden Drucke angenommen[2]). Die erhaltenen Werte von $X\lambda_0$ für die benutzten Gase sind in den Tabellen I, II und III angegeben.

Legt man jedem der vorstehenden Werte von $X\lambda_0$ ein Gewicht proportional dem Druck bei, sintemal die Genauigkeit mehrerer Beobachtungen mit dem Drucke wächst, so ist der Mittelwert aus den Werten von $X\lambda_0$ für Wasserstoff 9,66 Volt, für Kohlensäure 6,21 Volt und

1) Bergen Davis, Phys. Rev., Jan. 1907.

2) Das ist nachweislich der theoretische Wert, da das Elektron so klein ist, daß es vernachlässigt werden kann, und sich mit einer Geschwindigkeit von höherer Ordnung als die der Geschwindigkeit der Moleküle bewegt (siehe J. C. Maxwell, Phil. Mag. (4) 19, 29, 1860).

Tabelle I. Wasserstoff.

Druck 1,0 cm.
$n_0 = 0{,}345$ cm. $d = 0{,}3875$ cm.

X	n/n_0	α	X'	$X\lambda_0$
314,8	1,245	0,544	312,0	9,63
353,5	1,435	0,932	356,3	9,61
392,3	1,640	1,277	390,1	9,56
431,0	2,010	1,802	435,3	9,42
469,7	2,390	2,249	469,8	9,59
508,4	3,130	2,945	518,4	9,61
547,1	3,880	3,499	554,9	9,65
585,8	4,840	4,070	590,0	9,77
621,9	6,200	4,710	626,6	9,83
658,1	8,120	5,404	664,5	9,83
683,9	9,920	5,923	691,0	9,89
			Mittel	9,67

Druck 1,9 cm.
$n_0 = 0{,}318$. $d = 0{,}3875$ cm.

X	n/n_0	α	X'	$X\lambda_0$
451,6	1,11	0,269	472,6	9,29
516,1	1,23	0,534	521,5	9,34
580,6	1,45	0,959	583,1	9,44
645,2	1,74	1,430	639,9	9,77
709,7	2,29	2,138	714,0	9,53
774,2	2,97	2,810	775,2	9,55
838,7	4,03	3,597	840,9	9,57
903,2	5,66	4,472	906,9	9,63
967,7	8,01	5,370	971,3	9,71
1032,2	11,48	6,292	1031,3	9,80
1058,0	13,43	6,697	1057,4	9,86
			Mittel	9,59

Druck 4,0 cm.
$n_0 = 0{,}323$. $d = 0{,}3875$ cm.

X	n/n_0	α	X'	$X\lambda_0$
1032	1,32	0,716	1025	9,70
1161	1,69	1,360	1157	9,69
1290	2,51	2,375	1273	9,69
1355	3,26	3,050	1352	9,69
1419	3,92	3,525	1404	9,81
1484	5,32	4,314	1485	9,61
1548	6,34	4,766	1528	9,66
1613	9,60	5,837	1625	9,45
1677	13,10	6,632	1694	9,50
			Mittel	9,64

Druck 5,0 cm.
$n_0 = 0{,}481$. $d = 0{,}3875$ cm.

X	n/n_0	α	X'	$X\lambda_0$
1161	1,16	0,383	1166	9,96
1290	1,45	0,962	1294	9,88
1419	1,83	1,564	1398	9,52
1548	2,61	2,476	1529	9,57
1677	4,17	3,685	1676	9,67
1806	6,65	4,889	1805	9,67
1871	9,16	5,716	1887	9,51
			Mittel	9,68

Druck 10,0 cm.
$n_0 = 0{,}176$. $d = 0{,}3875$ cm.

X	n/n_0	α	X'	$X\lambda_0$
2323	1,38	0,831	2350	9,83
2581	1,94	1,710	2547	9,74
2839	3,31	3,089	2789	9,47
3097	6,40	4,790	3035	9,64
3226	9,37	5,773	3161	9,74
3355	14,27	6,852	3293	9,81
3484	23,50	8,137	3436	9,82
			Mittel	9,72

Tabelle I (Fortsetzung).

Druck 20,0 cm.

$n_0 = 0,123$. $d = 0,4$ cm.

X	n/n_0	α	X'	$X\lambda_0$
4425	1,56	1,112	4546	9,96
4830	2,43	2,220	4838	9,73
5243	5,32	4,179	5239	9,58
5650	10,97	5,981	5548	9,58
6035	26,90	8,220	5884	9,57
6150	35,90	8,942	5982	9,65
			Mittel	9,68

Druck 30,0 cm.

$n_0 = 0,130$. $d = 0,3$ cm.

6543	1,67	1,709	6696	9,77
6997	2,43	2,960	6977	9,58
7503	3,84	4,485	7264	9,65
8020	6,96	6,467	7586	9,66
8580	13,65	8,702	7906	9,68
9100	33,98	11,740	8293	9,66
			Mittel	9,67

Druck 40,0 cm.

$n_0 = 0,141$. $d = 0,3$ cm.

8570	1,87	2,086	8877	9,75
9130	2,68	3,286	9164	9,68
9693	4,93	5,318	9568	9,55
10257	9,15	7,379	9919	9,60
10827	18,78	9,765	10284	9,57
11390	36,09	11,940	10586	9,66
			Mittel	9,64

Tabelle II. Kohlensäure.

Druck 1,0 cm.

$n_0 = 0,453$. $d = 0,3875$ cm.

X	n/n_0	α	X'	$X\lambda_0$
534,2	1,60	1,213	553,7	5,95
572,9	1,79	1,503	583,8	6,23
609,0	1,95	1,723	605,4	6,41
645,2	2,43	2,291	656,9	6,43
681,3	2,73	2,591	682,3	6,56
720,0	3,16	2,970	713,2	6,65
758,7	3,75	3,412	747,4	6,65
794,8	5,01	4,158	801,9	6,47
833,5	6,07	4,653	836,3	6,26
872,3	7,33	5,141	861,3	6,61
908,4	9,93	5,925	898,0	6,63
			Mittel	6,44

Druck 3,53 cm.

$n_0 = 0,197$. $d = 0,3875$ cm.

1548	1,59	1,197	1558	6,18
1806	3,22	3,017	1810	6,11
1935	5,00	4,152	2009	6,13
2064	7,97	5,357	2066	6,32
2194	12,48	6,508	2177	6,49
2258	18,73	7,554	2272	6,48
			Mittel	6,28

Tabelle II (Fortsetzung).

Druck 5,0 cm.

$n_0 = 0,240$. $d = 0,3875$ cm.

X	n/n_0	α	X'	$X\lambda_0$
2052	1,60	1,213	2122	6,11
2263	2,53	2,395	2316	6,05
2472	4,17	3,683	2491	6,05
2681	7,04	5,038	2655	6,14
2888	14,80	6,947	2862	6,33
2942	18,75	7,556	2923	6,36
			Mittel	6,17

Druck 6,05 cm.

$n^0 = 0,189$. $d = 0,3875$ cm.

2323	1,31	0,697	2407	6,47
2581	2,04	1,840	2634	6,13
2839	3,64	3,343	2865	6,15
3097	7,25	5,112	3096	6,01
3226	13,07	6,624	3272	6,04
3355	19,21	7,618	3380	6,17
			Mittel	6,16

Druck 10,0 cm.

$n_0 = 0,204$. $d = 0,4$ cm.

3855	1,60	1,175	3983	6,39
4060	2,16	1,975	4146	6,26
4248	3,19	2,900	4329	6,14
4453	4,51	3,766	4474	6,19
4653	6,62	4,725	4621	6,23
4858	11,60	6,120	4819	6,17
5040	21,66	7,680	5023	6,10
			Mittel	6,21

Tabelle III. Luft.

Druck 2,64 cm.

$n_0 = 0,498$. $d = 0,3875$ cm.

X	n/n_0	α	X'	$X\lambda_0$
1290	1,25	0,576	1287	10,44
1419	1,59	1,197	1419	10,11
1548	2,00	1,789	1522	10,15
1677	3,21	3,009	1699	10,17
1806	5,02	4,163	1843	10,21
1935	7,53	5,210	1959	10,10
			Mittel	10,20

Druck 4,92 cm.

$n_0 = 0,155$. $d = 0,3875$ cm.

2323	1,43	0,914	2358	10,32
2581	2,14	1,963	2594	10,05
2839	3,53	3,254	2824	9,99
3097	6,64	4,885	3068	10,28
3226	10,13	5,969	3214	10,32
3354	16,25	7,187	3365	10,33
3419	21,60	7,920	3452	10,27
			Mittel	10,22

Tabelle III (Fortsetzung).

Druck 10,0 cm.

$n_0 = 0,197$. $d = 0,4$ cm.

X	n/n_0	α	X'	$X\lambda_0$
4480	1,56	1,112	4576	10,65
4600	1,86	1,551	4709	10,37
4800	2,46	2,250	4892	10,19
4948	3,13	2,852	5033	10,15
5145	4,28	3,635	5200	10,10
5345	5,78	4,386	5348	10,06
5578	8,83	5,445	5542	10,07
5778	11,57	6,114	5656	10,12
5925	15,58	6,857	5778	10,18
6125	23,20	7,851	5933	10,29
			Mittel	10,22

Druck 5,27 cm.

$n_0 = 0,205$. $d = 0,3875$ cm.

2323	1,20	0,471	2365	10,80
2581	1,68	1,332	2613	10,21
2839	2,48	2,344	2825	10,12
3097	4,02	3,592	3042	10,07
3355	7,90	5,334	3301	10,32
3484	15,90	7,130	3535	10,18
			Mittel	10,18

für Luft 10,21 Volt[1]). Die entsprechenden Werte für $Xe\lambda_0$, in Erg ausgedrückt, sind $1,58 \cdot 10^{-11}$, bzw. $1,01 \cdot 10^{-11}$ und $1,67 \cdot 10^{-11}$. Der hierbei benutzte Wert von e war $4,89 \cdot 10^{-10}$, der kürzlich von R. A. Millikan durch Versuche an Öltropfen bestimmte[2]) und von E. Regener[3]) bestätigte Wert.

Lenard[4]) erhielt nach einer ganz direkten Methode für die Ionisierungsenergie der Luft 11 Volt und O. v. Baeyer[5]) nach einer ähnlichen direkten Methode 10 Volt. Wegen einer Übersicht über andere diesen Gegenstand betreffende Arbeiten verweise ich den Leser auf eine in den Proceedings of the Royal Society vom 9. Juni 1910 erschienene Veröffentlichung von Kleeman.

Relative Ionisierungsenergie.

Erste Methode.

Wenn wir die kleinsten Ionisierungsfeldstärken für die verschiedenen Gase als Ordinaten und die zugehörigen Drucke als Abszissen auftragen, so erhalten wir die in Fig. 3 wiedergegebenen geraden Linien.

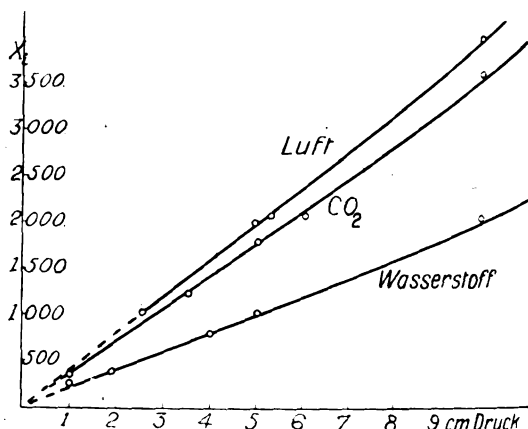


Fig. 3.

Wir erhalten mithin das sehr wichtige Gesetz:

$$X_i/p = \text{konst.},$$

ein Gesetz, das die Bedingungen wenigstens für Drucke von mehr als 1 cm erfüllt. Diese Konstante wurde zu 200 Volt pro cm/cm Druck für Wasserstoff, zu 400 Volt pro cm/cm Druck für Luft[1]) und zu 356 Volt pro cm/cm Druck für Kohlensäure gefunden.

Bei demselben Druck sind die relativen Ionisierungsenergien zweier Gase direkt proportional den mittleren freien Weglängen der beiden Gase und ferner direkt proportional den kleinsten Ionisierungsfeldstärken, oder:

$$E_1/E_2 = X_{i_1}/X_{i_2} \cdot L_1/L_2,$$

wo E_1 und E_2 die zur Ionisierung erforderlichen Energien, X_{i_1} und X_{i_2} die kleinsten Ionisierungsfeldstärken und L_1 und L_2 die mittleren freien Weglängen der beiden Gase sind.

Zweite Methode.

Man kann die mittleren freien Weglängen der Gasmoleküle in den beiden zu vergleichenden Gasen dadurch gleich machen, daß man

1) Die zur Bestimmung dieser Werte benutzten mittleren freien Weglängen wurden der kinetischen Theorie von Meyer entnommen. Die mittlere freie Weglänge für Luft bei 23°, wie sie sich auf Grund des wahrscheinlichsten Wertes für den Koeffizienten der inneren Reibung berechnet, den R. A. Millikan, Phys. Rev., April 1911, S. 386, angegeben hat, ist um 5 v. H. niedriger. Dieser Wert für die mittlere freie Weglänge in Luft liefert einen Wert für die Ionisierungsenergie, der um 4 Proz. kleiner ist als der oben genannte, also 9,8 Volt beträgt. Es ist zu bemerken, daß der Wert von O. v. Baeyer, 10 Volt, der die direkteste Bestimmung darstellt, die ausgeführt worden ist, daß dieser Wert zwischen diesen beiden Werten liegt. Das würde darauf hinweisen, daß die Jeanssche Korrektion für die Beibehaltung von Geschwindigkeiten hier nicht erforderlich ist.

2) R. A. Millikan, Science **32**, 30. Sept. 1910 und Phys. Rev., April 1911.

3) E. Regener, diese Zeitschr. **12**, 135, 1911.

4) Lenard, Ann. d. Phys. (4) **8**, 1902.

5) O. v. Baeyer, Verh. d. D. Phys. Ges. **10**, 100, 1908.

1) P. J. Kirkby (Phil. Mag., Febr. 1902, S. 212) stellt fest, daß der kleinste Wert von X/p, der einen merklichen Wert von α gibt, 40 ist. Das entspricht hier einem Werte von $X/p = 400$, da der von ihm benutzte Druck in Millimetern angegeben ist.

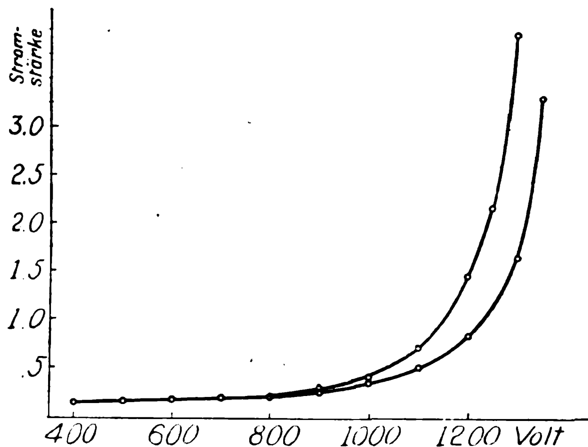


Fig. 4.

die Drucke den mittleren freien Weglängen proportional macht. Dann wird die mittlere freie Weglänge des Elektrons in jedem der Gase dieselbe sein. Wenn man dann den Funken so einstellt, daß n_0 (die dem kleinsten Ionisierungspotential entsprechende Stromstärke) in beiden Gasen dieselbe ist, und dann für jedes Gas die Ionisierungskurve aufnimmt, so wird man die nötigen Daten erhalten. Der Abstand d zwischen den Platten war bei beiden Gasen derselbe. Wenn wir nun auf den beiden Kurven zwei solche Punkte wählen, in denen die Ionisierungsströme gleich sind, in denen also n dasselbe ist, so muß α, die Anzahl der in jedem der Gase durch Stoß erzeugten Ionen, dieselbe sein. Die relative Ionisierungsenergie wird dann

$$E_1/E_2 = V_1/V_2$$

sein, wo V_1 und V_2 die an die Platte A angelegten Potentiale sind, wenn die Drucke in dem Verhältnis

$$p_1/p_2 = L_1/L_2$$

stehen, und wenn n, n_0, α, l und d für beide Gase dieselben sind (siehe Fig. 4 u. 5).

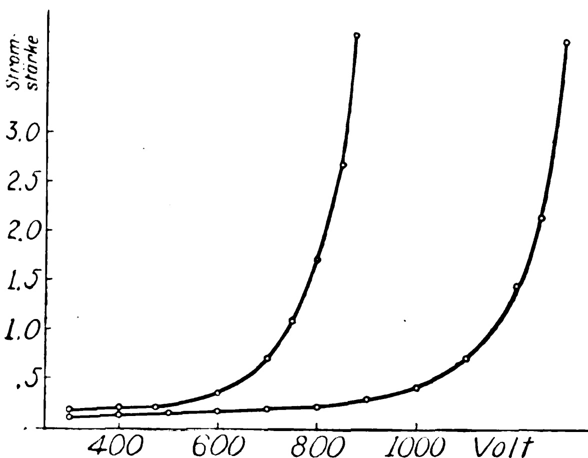


Fig. 5.

Dritte Methode.

Vergleichen wir die aus den Tabellen I, II und III sich ergebenden absoluten Werte miteinander, so erhalten wir für die relative Energie einen Wert, der mit dem nach den beiden ersten Methoden erhaltenen eng übereinstimmt. Das ist zwar keine direkte Methode, dient jedoch zur Kontrolle der hier erhaltenen absoluten Werte. Die Ergebnisse der drei Methoden sind in Tabelle IV angegeben:

Tabelle IV.

Relative Ionisierungsenergie.

	$\frac{E_{Luft}}{E_{Wasserstoff}}$	$\frac{E_{Luft}}{E_{Kohlensäure}}$	$\frac{E_{Wasserstoff}}{E_{Kohlensäure}}$
1. Methode	1,063	1,689	1,589
2. „	1,060	keine Werte bestimmt	1,537
3. „	1,057	1,644	1,556

Methode zur Ermittlung der Feldstärken, die erforderlich sind, um in einem reinen Gase eine gegebene Stromstärke zu erzeugen.

Townsend hat gezeigt, daß für kleine Werte von X/p

$$\frac{\alpha}{p} = f\left(\frac{X}{p}\right)$$

ist, und daß, wenn X/p genügend groß wird, daß sowohl die positiven als auch die negativen Ionen durch Stoß neue Ionen erzeugen, daß dann

$$\frac{\beta}{p} = \varphi\frac{X}{p}$$

ist, wo β die Anzahl der (positiven oder negativen) Ionen ist, die durch die Stöße eines positiven Ions bei dessen Durchgang durch eine 1 cm lange Strecke des Gases erzeugt werden. Aus den Arbeiten von Townsend geht hervor, daß β für die hier benutzten Werte von X/p vollständig zu vernachlässigen sein würde. Auch daraus, daß die hier gewonnenen Werte von α einen konstanten Wert für $X\lambda_0$ für alle Feldstärken und Drucke ergeben, folgt, daß β hier zu vernachlässigen war.

Daß α/p eine Funktion von X/p ist, zeigen die Kurven (siehe Fig. 6), die man erhält, wenn man diese zusammengehörigen Werte aufträgt. Der Schnittpunkt dieser Kurven ist, wie ohne weiteres zu ersehen war, der früher erhaltene Wert der Konstanten X_i/p für die einzelnen Gase. Die allgemeine Gleichung für diese Kurven wurde zu

$$\alpha/p = a(X/p - X_i/p)^b$$

ermittelt, wo $a = 0{,}0002667$ bzw. $0{,}0004029$ und

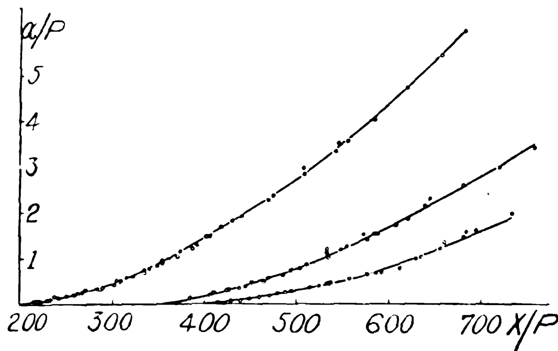


Fig. 6.

0,0001594, wo $b = 1,615$ bzw. 1,515 und 1,615, und wo $X_i/p = 200$ bzw. 356 und 400 für Wasserstoff, Kohlensäure und Luft ist.

Setzen wir a aus der vorstehenden Gleichung in die Gleichung

$$n = n_0 e^{\alpha d}$$

ein, so ergibt sich:

$$\log\text{nat}\,\frac{n}{n_0} = a p d (X/p - X_i/p)^b.$$

In diese letztgenannte Gleichung wurden die beobachteten Werte von n/n_0 (siehe die Tabellen I, II und III) eingesetzt und dann die zugehörigen Werte von X berechnet. Diese berechneten Werte von X sind in den mit X' überschriebenen Spalten angegeben, zum Unterschiede von den in den Spalten mit der Überschrift X angegebenen, wirklich benutzten Feldstärken. Die berechneten und die angewandten Feldstärken stimmen fast in allen Fällen innerhalb der Versuchsfehlergrenzen überein, und die mittlere prozentische Abweichung zwischen ihnen beträgt für irgendeines der Gase weniger als 1,5.

Anwendung auf Gasgemische.

Wenn wir in einem Gasgemische m Prozent eines Gases und $(100 - m)$ Prozent eines andern Gases haben, so bedeutet dies, daß der Partialdruck des ersteren Gases m Prozent des Gesamtdruckes des Gemisches beträgt, und daß daher m Prozent der vorhandenen Moleküle solche des ersteren und $(100 - m)$ solche des letzteren Gases sind. Stellen Q_1 und Q_2 den Querschnitt der Moleküle der beiden Gasbestandteile dar und Q_m den Querschnitt der Moleküle des Gemisches, so haben wir die Beziehung:

$$Q_m = m Q_1 + (100 - m) Q_2$$

oder:

$$Q_m = m Q_1 + (100 - m) Q_1 \frac{L_1}{L_2},$$

weil nach der kinetischen Gastheorie

$$Q_1/Q_2 = L_2/L_1$$

ist. Sind dann l_1 und l_m die mittleren freien Weglängen des Elektrons im reinen Gase und im Gemische, so haben wir:

$$\frac{l_1}{l_m} = \frac{Q_m}{Q_1}.$$

Für Wasserstoff und Luft ist

$$L_{\text{Wasserstoff}}/L_{\text{Luft}} = 1,88.$$

Bezeichnen wir mit

$$Q_{\text{Wasserstoff}} = 100$$

den Querschnitt des reinen Wasserstoffs, bezeichnen Q_{25}, Q_{50} und Q_{75} die Querschnitte von Gemischen aus Wasserstoff und Luft mit 25, bzw. 50 und 75 Proz. Luftgehalt und Q_{Luft} den Querschnitt der Luft, sämtlich bei demselben Druck, so haben wir:

$$\begin{aligned} Q_{\text{Wasserstoff}} &= 100, \\ Q_{25} &= 75 + (25 \cdot 1,88) = 122, \\ Q_{50} &= 50 + (50 \cdot 1,88) = 144, \\ Q_{75} &= 25 + (75 \cdot 1,88) = 166, \\ Q_{\text{Luft}} &= 188. \end{aligned}$$

Hieraus erhellt, daß beispielsweise in einem Gemisch aus 75 Proz. Wasserstoff und 25 Proz. Luft die mittlere freie Weglänge des Elektrons 1,22 mal so klein sein wird wie in reinem Wasserstoff bei demselben Druck, oder gerade so groß, wie sie in reinem Wasserstoff bei einem 1,22 mal so hohen Drucke sein würde. Das Elektron wird sich also hinsichtlich der Ionisierung des Wasserstoffs in irgendeinem Gemisch so verhalten, als ob der Druck $\frac{Q_{\text{Gemisch}}}{Q_{\text{Wasserstoff}}} p$ wäre. Diesen Wert wollen wir den scheinbaren Druck P_1 nennen; es ist also:

$$P_1 = \frac{Q_{\text{Gemisch}}}{Q_{\text{Wasserstoff}}} p.$$

Ebenso wird sich hinsichtlich der Ionisierung der Luft in dem Gemische das Elektron verhalten, als ob der Druck

$$P_2 = \frac{Q_{\text{Gemisch}}}{Q_{\text{Luft}}} p$$

wäre.

Unsere Gleichung für reine Gase wird demnach für Gemische:

$$\log\text{nat}\,\frac{n}{n_0} = m a_1 P_1 d \left(\frac{X}{P_1} - \frac{X_{i_1}}{p}\right)^{b_1} + \\ + (100 - m) a_2 P_2 d \left(\frac{X}{P_2} - \frac{X_{i_2}}{p}\right)^{b_2},$$

wo die Indizes das erste bzw. das zweite Gas bezeichnen.

Für die Ionisierungskurven von Gemischen aus Wasserstoff und Luft (siehe Fig. 7) wird die vorstehende Gleichung:

I. $\log\text{nat}\, n/n_0 =$

$$= 0,0002667 \cdot 5 \cdot 0,3875 \left(\frac{X}{5} - 200\right)^{1,615};$$

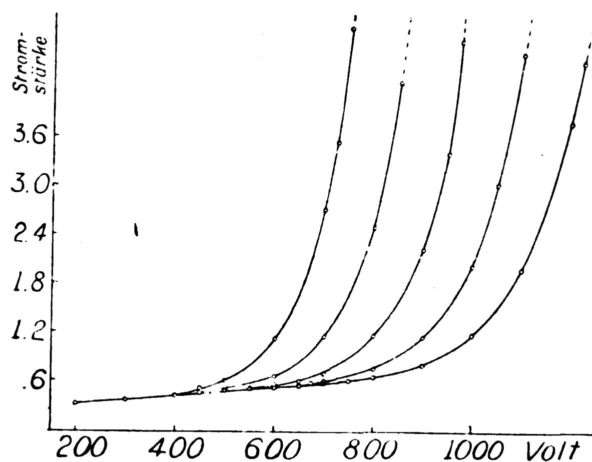


Fig. 7.

II. $\log\text{nat}\, n/n_0 = 0{,}75 \cdot 0{,}0002667 \cdot 6{,}1 \cdot 0{,}3875\left(\frac{X}{6{,}1} - 200\right)^{1{,}615} + 0{,}25 \cdot 0{,}0001594 \cdot 3{,}245 \cdot 0{,}3875\left(\frac{X}{3{,}245} - 400\right)^{1{,}615};$

III. $\log\text{nat}\, n/n_0 = 0{,}50 \cdot 0{,}0002667 \cdot 7{,}2 \cdot 0{,}3875\left(\frac{X}{7{,}2} - 200\right)^{1{,}615} + 0{,}50 \cdot 0{,}0001594 \cdot 3{,}83 \cdot 0{,}3875\left(\frac{X}{3{,}83} - 400\right)^{1{,}615};$

IV. $\log\text{nat}\, n/n_0 = 0{,}25 \cdot 0{,}0002667 \cdot 8{,}3 \cdot 0{,}3875\left(\frac{X}{8{,}3} - 200\right)^{1{,}615} + 0{,}75 \cdot 0{,}0001594 \cdot 4{,}415 \cdot 0{,}3875\left(\frac{X}{4{,}415} - 400\right)^{1{,}615};$

V. $\log\text{nat}\, n/n_0 = 0{,}0001594 \cdot 5 \cdot 0{,}3875\left(\frac{X}{5} - 400\right)^{1{,}615}.$

Durch Einsetzen der in Tabelle V in den Spalten mit der Überschrift X' enthaltenen Werte für X in die vorstehenden Formeln wurden die entsprechenden Werte für n/n_0 erhalten. Auf Grund der Kurven in Fig. 7 war es möglich, zu bestimmen, welcher experimentell gefundene Wert von X denselben Wert für n/n_0 ergeben würde. Diese Werte der Feldstärke sind in der Spalte mit der Überschrift X enthalten. In allen Fällen stimmen die berechneten Werte X' mit den experimentell gefundenen Werten X innerhalb der Versuchsfehlergrenzen überein.

Ich erachtete es für wünschenswert, die Theorie durch Anwendung solcher Gasgemische noch weiter zu prüfen, die sich hinsichtlich ihrer Ionisierungsenergien stark unterschieden, und ich wählte zu diesem Zwecke Gemische von Wasserstoff und Kohlensäure.

Tabelle V. Gemische von Luft und Wasserstoff.

I. 100 Proz. H. $n_0 = 0{,}420$.

X	n/n_0	X'
1128	1,15	1161
1290	1,44	1290
1564	2,77	1548
1817	6,68	1807
1858	8,18	1871
1923	11,10	1935

II. 75 Proz. H, 25 Proz. Luft. $n_0 = 0{,}458$.

X	n/n_0	X'
1388	1,16	1419
1548	1,42	1548
1688	1,85	1677
1814	2,53	1807
1941	3,64	1935
2070	5,46	2064
2173	8,55	2194

III. 50 Proz. H, 50 Proz. Luft. $n_0 = 0{,}496$.

X	n/n_0	X'
1475	1,03	1548
1798	1,39	1807
2059	2,32	2064
2335	4,60	2323
2452	6,83	2452

IV. 25 Proz. H, 75 Proz. Luft. $n_0 = 0{,}548$.

X	n/n_0	X'
1735	1,03	1807
2034	1,34	2064
2334	2,13	2323
2600	3,92	2581
2716	5,57	2710
2830	8,16	2839

V. 100 Proz. Luft. $n_0 = 0{,}600$.

X	n/n_0	X'
2000	1,02	2064
2307	1,30	2323
2581	1,95	2581
2848	3,35	2839
3107	6,46	3097
3166	7,65	3161

Anwendung auf Gemische von Wasserstoff und Kohlensäure.

Unter Verwendung der für die reinen Gase angegebenen Konstanten können wir für diese Gemische eine Reihe von Gleichungen erhalten, ähnlich den für Gemische von Wasserstoff und Luft mitgeteilten, nur durch die benutzten Konstanten von diesen verschieden.

Setzen wir in diese Gleichungen die in den mit X' überschriebenen Spalten der Tabelle VI angegebenen Werte von X ein, so ergeben sich die entsprechenden Werte von n/n_0 derselben Tabelle. Unter Zuhilfenahme der Kurven in Fig. 8 können wir dann die experimentell ermittelten Werte der Feldstärke finden, die denselben Wert von n/n_0 ergeben würden.

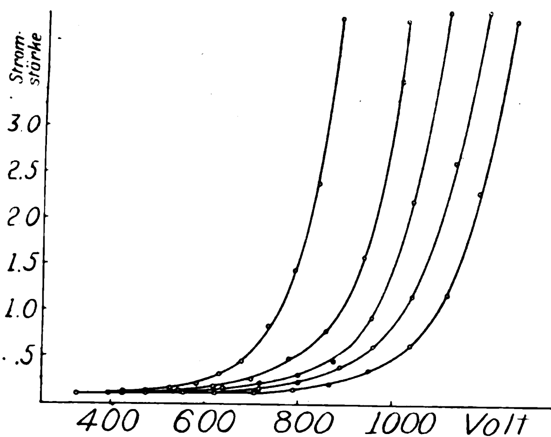


Fig. 8.

Tabelle VI. Gemische von Wasserstoff und Kohlensäure.

I. 100 Proz. H. $n_0 = 0{,}095$.

X	n/n_0	X'
1512	2,47	1500
1730	5,72	1750
1875	9,36	1875
1995	16,0	2000
2133	28,6	2125

II. 75 Proz. H, 25 Proz. CO_2. $n_0 = 0{,}097$.

1600	1,83	1625
1720	2,31	1750
1990	4,92	2000
2272	11,9	2250
2530	33,4	2500

III. 50 Proz. H, 50 Proz. CO_2. $n_0 = 0{,}099$.

1737	1,83	1750
2000	2,96	2000
2265	5,89	2250
2490	13,5	2500
2765	37,1	2750

IV. 25 Proz. H, 75 Proz. CO_2. $n_0 = 0{,}101$.

1990	2,07	2000
2225	3,79	2250
2482	7,74	2500
2763	19,2	2750
3012	42,7	2950

V. 100 Proz. CO_2. $n_0 = 0{,}103$.

2225	2,20	2250
2487	4,49	2500
2763	10,5	2750
3043	28,0	3000
3140	38,6	3075

Die durchschnittliche prozentische Abweichung zwischen den experimentell gefundenen Werten von X und den berechneten Werten von X' beträgt in jeder der Tabellen V und VI für Gemische 0,9 v. H. Die Theorie stimmt also für Gasgemische mit einer Genauigkeit von derselben Größenordnung wie für reine Gase.

Zusammenfassung und Schlußfolgerungen.

1. Die Theorie der Ionisierung durch Stoß ist für Drucke bis zu 40 cm aufwärts bestätigt worden.

2. Die kleinste Ionisierungsenergie ist für jedes Gas konstant, und zwar ist sie von dem Drucke und von der Feldstärke unabhängig, solange letztere hinreichend groß ist, um durch Stoß neue Ionen zu erzeugen.

3. Diese Ionisierungsenergien sind hier für Wasserstoff, Kohlensäure und Luft zu 9,66 Volt bzw. 6,21 Volt und 10,21 Volt ermittelt worden.

4. Die kleinste Ionisierungsfeldstärke ist direkt proportional dem Drucke, es ist also

$$X_i/p = \text{konst.},$$

wenigstens für Drucke über 1 cm.

5. Die relative Ionisierungsenergie zweier Gase wird durch die Gleichungen:

$$E_1/E_2 = X_{i_1}/X_{i_2} \cdot L_1/L_2 \text{ (bei gleichen Drucken)} \quad (1)$$

oder:

$$E_1/E_2 = V_1/V_2 \quad (2)$$

gegeben, wo V_1 und V_2 die an die Platte A angelegten Potentiale sind, wenn die Drucke der beiden Gase im Verhältnis

$$p_1/p_2 = L_1/L_2$$

zueinander stehen, und n, n_0, α, l und d für beide Gase dieselben sind.

6. Die allgemeine Funktion

$$\frac{\alpha}{p} = f\left(\frac{X}{p}\right)$$

ist auf die spezielle

$$\frac{\alpha}{p} = a\left(\frac{X}{p} - \frac{X_i}{p}\right)^b$$

zurückgeführt worden. Diese ergibt im Verein mit der Gleichung

$$n = n_0 e^{\alpha d}$$

die Gleichung:

$$\log \text{nat} \frac{n}{n_0} = a p d \left(\frac{X}{p} - \frac{X_i}{p}\right)^b,$$

welche allen bei diesen Versuchen gefundenen Werten genügt.

7. Vereinigen wir diesen letzten Ausdruck für zwei reine Gase, und bedenken wir, daß der zu benutzende Druck der sogenannte scheinbare Druck ist, so erhalten wir die Gleichung:

$$\log \text{nat} \frac{n}{n_0} = m a_1 P_1 d \left(\frac{X}{P_1} - \frac{X_{i_1}}{p}\right)^{b_1} + \\ + (100 - m) a_2 P_2 d \left(\frac{X}{P_2} - \frac{X_{i_2}}{p}\right)^{b_2},$$

welche den Bedingungen für beliebige Ge-

mische innerhalb des Bereiches dieser Versuche genügt.

Zum Schlusse möchte ich Herrn Professor Michelson für sein dauerndes Interesse an dieser Arbeit danken, ferner Herrn Fred Pearson für die freundliche Hilfe bei der Aufstellung des Apparats, und besonders Herrn Professor Millikan, der mich auf dieses Problem geführt und mir mit seiner wertvollen Hilfe und Aufmunterung zur Seite gestanden hat.

Ryerson Laboratory, Universität Chicago, den 30. August 1911.

(Nach dem Manuskript aus dem Englischen übersetzt von Max Iklé.)

(Eingegangen 15. September 1911.)

Der Einfluß von Oxydbildung und thermischer Behandlung auf den Magnetismus des Kupfers[1]).

Von Feodor Behnsen.

In der Abhandlung von Gray und Roß „Über die Herstellung permanenter Magnete aus Proben nahezu reinen Kupfers“[2]) machen die Verfasser selbst auf zwei sich widersprechende Versuche aufmerksam. Aus dem ersten ist die Folgerung zu ziehen, daß sich reines Kupfer durch geeignete thermische Behandlung in einen magnetisierbaren Zustand versetzen läßt. Wurde nämlich ein dünnes Blech aus Elektrolytkupfer von 0,003 cm Dicke und 27 cm und 6,2 cm Kantenlängen, zu einem dünnen Zylinder aufgerollt, bis zu heller Rotglut erhitzt und dann in kaltem Wasser abgelöscht, so zeigte es nach Anwendung eines starken Magnetfeldes — mehr als 3000 Gauß — einen remanenten Magnetismus von der Stärke $I = 0{,}27$ C.G.S.-Einheiten bei der Temperatur der flüssigen Luft und $I = 0{,}14$ C.G.S.-Einheiten bei Zimmertemperatur. I ist der sogenannte spezifische Magnetismus, auch Intensität der Magnetisierung genannt, das ist das Verhältnis des magnetischen Moments zum Volumen des Magneten.

Ein zweiter Versuch an einem festen Barren Elektrolytkupfer von 30 g Gewicht zeigte dagegen keinen remanenten Magnetismus. Der Barren war in einem konstanten Magnetfelde von 2200 Gauß aus eisenfreier Kupfersulfatlösung elektrolytisch niedergeschlagen; auch nach Erhitzen bis zur Rotglut und Ablöschen in kaltem Wasser war kein Magnetismus festzustellen. Nimmt man nun eine Verunreinigung durch beigemischtes Eisen als Ursache der Magnetisierbarkeit des Kupferblechs an, so wären zur Erzeugung eines Magnetismus der angegebenen Stärke 0,0020 Teile hochgradig magnetischen Eisens erforderlich gewesen. Diese einfache Erklärung lehnen die Verfasser aber ab, weil die chemische Analyse sicher weniger als 0,0004 Teile Eisen ergeben hatte. Nun liegt eine andere Vermutung nahe: bei dem Ablöschen des glühenden Kupfers in kaltem Wasser bildet sich notwendigerweise eine Schicht Kupferoxyd; diese Schicht ist im Verhältnis zur Masse des Kupfers bei den dünnen Blechen mit ihrer großen Oberfläche erheblich größer als bei dem festen Barren. Wenn also Kupferoxyd sich magnetisieren läßt, so ist der Widerspruch zwischen den beiden Versuchen gelöst.

Auf freundliche Anregung und mit gütiger Unterstützung des Herrn Prof. Dr. E. Dorn habe ich es nun unternommen, den Einfluß der Oxydbildung und im Zusammenhange damit den einer verschiedenen thermischen Behandlung auf den Magnetismus des Kupfers näher zu untersuchen.

Zur Feststellung des permanenten Magnetismus wurde der an einem empfindlichen Galvanometer mit Spiegelablesung gemessene Strom benutzt, der durch Bewegen eines Magneten in einem Solenoid induziert wird. Zwei große Spulen von je 20 cm Höhe und 8 cm innerem Durchmesser bildeten das Solenoid; sie wurden übereinandergestellt und mit ihren annähernd gleichen Wicklungen so mit dem Galvanometer verbunden, daß derselbe Strom sie im entgegengesetzten Umdrehungssinne durchfließen mußte. In das Innere der beiden Spulen hing an einer Schnur der zu untersuchende Körper hinein, entweder in Stabform oder als Pulver in einem Glasrohr. Die Schnur ging über eine Rolle in die Hand des Beobachters, und zwei Anschläge sorgten dafür, daß die Bewegung nur von Spulenmitte zu Spulenmitte möglich war. Der durch diese Bewegung hervorgerufene erste Ausschlag des Galvanometers ist dem magnetischen Moment des Körpers proportional. Zwei unter dem Namen Perlnadeln im Handel befindliche, sehr feine Stahlnadeln, deren magnetisches Moment nach der Gaußschen Methode[1]) bestimmt wurde, dienten als Vergleichskörper, um die Größen auf absolutes Maß zurückführen zu können. Zur Magnetisierung der zu untersuchenden Stoffe wurde der große U-förmige Elektromagnet des Instituts verwendet. Da die Substanzen in Stäben von 12 cm Länge

1) Auszug aus der Dissertation. Halle 1911.

2) J. G. Gray u. A. D. Roß, Über die Herstellung permanenter Magnete aus Proben nahezu reinen Kupfers. Diese Ztschr. 10, 59, 1909.

1) F. Kohlrausch, Lehrb. der pr. Physik. 11. Aufl. 1910. S. 372.

oder als Pulver in ebenso langen Glasröhren zur Untersuchung gebracht wurden, mußten die Polschuhe entsprechend weit auseinander gezogen werden; trotzdem betrug die Feldstärke etwas über 3000 Gauß.

Es wurden zunächst zwei von zuverlässigen chemischen Fabriken bezogene Proben von Kupferoxyd (A und B) untersucht; die Substanzen waren als eisenfrei geliefert worden, und auch eine qualitative chemische Untersuchung ergab mit der bekannten Berlinerblau-Reaktion kein Eisen. Trotzdem sind beide Präparate für eine magnetische Untersuchung, die erheblich empfindlicher ist als jede chemische Analyse, nicht rein genug gewesen; denn reines Kupferoxyd muß nach der Reduktion zu metallischem Kupfer ein diamagnetisches Kupfer ergeben, diese beiden Proben lieferten aber ein stark paramagnetisches Reduktionsprodukt. Die Reduktion wurde in der Weise vorgenommen, daß das Oxyd in einem Verbrennungsofen geglüht wurde, während ein mäßiger Wasserstoffstrom aus einer Stahlflasche darüber hinwegstrich; nach dem Erkalten im Wasserstoffstrome wurde das Verbrennungsrohr an beiden Seiten geschlossen und abgeschmolzen, so daß das Kupfer bis unmittelbar vor dem Magnetisieren sich in einer Wasserstoffatmosphäre befand. Auch Proben, die im zugeschmolzenen Rohr magnetisiert und untersucht wurden, lieferten dasselbe Resultat. Es ergaben sich für den spezifischen Magnetismus als Mittelwerte

Kupferoxyd A $I = 0{,}0020$ (C.G.S.)
„ B $I = 0{,}0140$ „

und für die aus den Oxyden gewonnenen Metalle

Kupfer A $I = 0{,}0564$ (C.G.S.)
„ B $I = 0{,}0278$ „

Zu beachten ist die auffällige Zunahme der Magnetisierung durch die Reduktion zu metallischem Kupfer, die namentlich bei der Probe A sehr erheblich ist; dieselbe Erscheinung zeigt sich auch beim induzierten Magnetismus; dort wird auch eine Erklärung gegeben werden.

Alsdann wurden Versuche mit Elektrolytkupfer der Norddeutschen Affinerie in Hamburg angestellt. Parallelepipedische Stäbe von etwa 12 cm, 1 cm und 0,5 cm Kantenlängen wurden aus großen Platten von 0,5 cm Stärke herausgesägt und durch Abätzen mit heißer verdünnter Schwefelsäure von den etwa durch die Bearbeitung mit der Stahlsäge herangebrachten Spuren von Eisen befreit. Als Beweis ihrer Reinheit kann der für die Suszeptibilität bestimmte Wert von $k \cdot 10^6 = -0{,}68$ gelten, der mit dem von St. Meyer[1]) zu $-0{,}66$ angegebenen gut übereinstimmt. Die Proben wurden der verschiedensten thermischen Behandlung unterworfen. Ein Stab wurde unbehandelt magnetisiert, ein anderer im elektrischen Widerstandsofen auf helle Rotglut erhitzt, in kaltem Wasser abgelöscht und dann magnetisiert, ein dritter nach dem Glühen langsam abgekühlt usw., es ließ sich aber in keinem Falle die geringste Spur permanenten Magnetismus nachweisen. Auch stärkeres oder schwächeres Glühen führte zu keinem positiven Resultat. Schließlich wurde durch Zusammennieten zweier etwas breiteren Stücke ein stärkerer Stab von 118,7 g Gewicht angefertigt. Dieser Stab wurde nach dem Glühen und Ablöschen in kaltem Wasser in ein Gefäß mit flüssiger Luft gebracht und in diesem Gefäße der Wirkung des Magnetfeldes ausgesetzt; auch die Untersuchung geschah bei der Temperatur der flüssigen Luft; es ließ sich aber auch hier kein permanenter Magnetismus nachweisen. Langsames Abkühlen, Untersuchen des in flüssiger Luft magnetisierten Stabes bei Zimmertemperatur und umgekehrt, Magnetisieren bei Zimmertemperatur und Untersuchen in flüssiger Luft änderte an dem negativen Resultat nichts. Zur Beurteilung der Empfindlichkeit der Anordnung sei bemerkt, daß sich eine Remanenz von $I = 0{,}00007$ (C.G.S.) für Kupfer durch einen Ausschlag von einem Zehntel Skalenteil angezeigt hätte. Noch günstiger stellte sich eine nur qualitativ brauchbare Anordnung. Wurden nämlich die mit dem magnetisierten Kupferoxyd gefüllten Röhren in vertikaler Stellung bis unmittelbar an die beiden astatisch aufgehängten Magnetsysteme eines Du Bois-Rubensschen Galvanometers herangeschoben, so daß ihre Enden sich etwa in gleicher Höhe mit den oberen und unteren Magnetsystemen befanden, so konnte der Ausschlag noch um das 16fache erhöht werden. Damit wird auch die oben erwähnte obere Grenze für die Magnetisierung des Kupfers entsprechend weiter herabgesetzt, da der Kupferstab auch nach dieser Methode keinen Ausschlag bewirkte.

Nachdem alle Versuche, eine Wirkung des auf den Kupferstäben zum Teil in ziemlich dicker Schicht haftenden Kupferoxyds auf den permanenten Magnetismus der Stäbe festzustellen, gleichfalls gescheitert waren, und nachdem insbesondere sich die Verunreinigung des käuflichen Kupferoxyds ergeben hatte, wurde das Kupferoxyd aus dem vorhandenen Elektrolytkupfer selbst dargestellt. Zu dem Zwecke wurde die im Handel befindliche konzentrierte Salpetersäure durch Destillation eines Gemisches aus gleichen Teilen konzentrierter Schwefelsäure und Salpetersäure gereinigt und

1) St. Meyer, Magnetische Eigenschaften der Elemente. Wied. Ann. 68, 330, 1899.

in der nunmehr eisenfreien Salpetersäure eine Probe Elektrolytkupfer gelöst, deren Diamagnetismus vorher festgestellt worden war. Die zur Fällung nötige Kalilauge wurde durch Auflösen von festem Kaliumhydroxyd in Wasser gewonnen. Durch tropfenweises Versetzen der Kupfernitratlösung mit Kalilauge in der Siedehitze wurde das Kupferoxyd gefällt, bis zum Verschwinden der alkalischen Reaktion ausgewaschen und im Porzellantiegel geglüht. Als Beweis der Reinheit diente wieder der Diamagnetismus des aus diesem Kupferoxyd durch Reduktion gewonnenen Kupfers. Es zeigte sich nun, daß dies reine Kupferoxyd ebensowenig permanent zu magnetisieren ist wie das Elektrolytkupfer; dasselbe Resultat ergab sich bei dem aus Elektrolytkupfer hergestellten Kupferoxydul. Die Darstellung geschah in der bekannten Weise, daß eine eisenfreie Kupfersulfatlösung nach Zusatz von Traubenzucker in der Siedehitze mit Kalilauge versetzt wurde.

Hiermit ist die eingangs erwähnte Vermutung, daß die Oxydbildung bei dem scheinbaren permanenten Magnetismus des Kupfers irgendeine Rolle spiele, als falsch nachgewiesen; der von Gray und Roß beobachtete Magnetismus kann also nur auf Verunreinigungen, d. h. Eisen, beruht haben.

Zur Untersuchung des Einflusses der Oxydbildung und thermischer Behandlung auf den induzierten Magnetismus diente ein Torsionsapparat, der im wesentlichen nach dem Prinzip des von G. Wiedemann[1]) angegebenen gebaut ist. Zwischen die einander parallel gegenüberstehenden, länglich rechteckigen Endflächen der Polschuhe eines Elektromagneten ragte der zu untersuchende Stab aus Elektrolytkupfer, wagerecht an der eisenfreien Torsionswage hängend, so weit hinein, daß die eine Endfläche ganz innerhalb des homogenen Magnetfeldes, die andere möglichst weit außerhalb lag. Die Längsachse des parallelepipedischen Stabes verlief tangential zu dem Kreise, den bei der Torsion das im Magnetfeld befindliche Ende beschrieb; die Stablänge betrug 12 cm. Der an sich schwach paramagnetische Torsionsapparat war durch eine verschiebbare Wismutkugel magnetisch kompensiert. Mit dieser Anordnung läßt sich bei bekanntem Magnetfeld die Suszeptibilität für einen festen Stab einer schwach magnetischen Substanz ohne Beziehung auf eine Vergleichssubstanz ermitteln. Es ergab sich für die Suszeptibilität des Elektrolytkupfers gegen Luft der bereits erwähnte Wert $k \cdot 10^6 = -0{,}68$. Auch zur Ermittlung der Suszeptibilität von Substanzen in Pulverform läßt sich der Torsionsapparat leicht abändern. An Stelle des festen Stabes wird ein Glasrohr eingeklemmt, das mit dem betreffenden Pulver gefüllt ist. Da aber der Querschnitt des Rohres von dem Pulver nicht voll und vor allem nicht gleichmäßig ausgefüllt wird, muß man sich auf eine Vergleichssubstanz beziehen und die Proportionalität der Suszeptibilität mit der Ablenkung — bei gleichem Querschnitt — zur Rechnung benutzen; die Resultate sind dann natürlich nur Näherungswerte. Als Normalsubstanz wurde Wasser verwendet. Hiermit wurden folgende Werte für $k \cdot 10^6$ gefunden:

Cu_2O	(dargestellt aus Elektrolytkupfer)	+ 0,62
CuO	(A)	+ 21,4
CuO	(B) . . . . . . größer als	+ 98,4
CuO	(dargestellt aus Elektrolytkupfer)	+ 18,4
Cu	(A) . . . . . . größer als	+ 154,9
Cu	(B)	+ 192,2
Cu	(dargestellt aus CuO, das seinerseits aus Elektrolytkupfer gewonnen war)	− 0,64

Der letzte Wert, der mit dem nach der direkten Methode gewonnenen für Elektrolytkupfer gut übereinstimmt, zeigt die Reinheit des Kupferoxyds, aus dem das Kupfer gewonnen war. Die mit dem Zusatz „größer als" angegebenen Werte würden sich ergeben, wenn man die — tatsächlich größere — Ablenkung zu 1000 Skalenteilen annimmt. St. Meyer[1]) gibt für das Kupferoxyd der Bezugsquelle A in seiner Originalarbeit zwar $k \cdot 10^6 = +2{,}90$ an, ändert diesen Wert aber in einer Berichtigung zu Winkelmanns[2]) Handbuch in $+19{,}8$ um, was mit dem obigen genügend übereinstimmt. Auffällig ist die geringe Differenz der Suszeptibilitäten für das Kupferoxyd A und das aus Elektrolytkupfer gewonnene Kupferoxyd gegenüber der außerordentlich großen Differenz zwischen den aus den Oxyden reduzierten Kupferarten. Die Zunahme sowohl des induzierten als auch des permanenten Magnetismus infolge der Reduktion des käuflichen Kupferoxyds zu metallischem Kupfer erklärt sich durch folgende Annahme: in dem Kupferoxyd liegt auch das Eisen als nur schwach magnetisierbares Eisenoxyd vor; daher die fast gleichen Werte der Suszeptibilität für reines Kupferoxyd und Kupferoxyd A; durch das Glühen im Wasserstoffstrome reduziert sich auch das Eisenoxyd zu metallischem Eisen, dessen Einfluß auf den Magnetismus ein erheblich größerer ist. Bei

1) G. Wiedemann, Magnetische Untersuchungen. Pogg. Ann. **126**, 1, 1865.

1) St. Meyer, Magnetisierungszahlen anorganischer Verbindungen. Wied. Ann. **69**, 240, 1899.

2) Winkelmann, Handbuch der Physik **5**, 969, 1908. 2. Aufl.

dem Kupferoxyd B, das sowohl induziert als auch permanent stärker magnetisierbar ist als A, ist die Zunahme des Magnetismus durch die Reduktion zu metallischem Kupfer nicht so ausgeprägt. Unwahrscheinlicher ist die von Gray und Roß ausgesprochene Vermutung, daß das Kupfer — beim Glühen — mit den minimalen Mengen Eisen eine Verbindung eingeht, die stärker magnetisch ist, als dem Eisengehalt entspricht.

Da reines Kupfer diamagnetisch ist, reines Kupferoxyd aber paramagnetisch, so ist es leicht einzusehen, daß sich aus dem diamagnetischen Kupfer durch genügende Oxydation ein paramagnetisches Produkt gewinnen lassen muß. Die Ausführung dieses Versuchs ist aber nicht so ganz einfach. Zunächst sei erwähnt, daß sich an den festen Stäben aus Elektrolytkupfer ein Einfluß des infolge des Glühprozesses auf ihnen haftenden Oxyds auf die Suszeptibilität nicht feststellen ließ. Ebensowenig konnte irgendwelche Beeinflussung durch die thermische Behandlung, wie sie bei der Untersuchung des permanenten Magnetismus durchgeführt wurde, beobachtet werden. Auch vollständiges Umschmelzen des Kupfers im elektrischen Widerstandsofen aus kleinen Stücken zu einem festen Stab änderte den Diamagnetismus des Elektrolytkupfers und den Paramagnetismus der beiden anderen Kupferarten nicht. Zersägen des Elektrolytkupfers in kleine dünne Streifen und Oxydieren dieser Streifen durch Erhitzen bis zu schwacher Rotglut lieferte gleichfalls nicht eine solche Menge Oxyd, daß eine Anziehung hervorgerufen werden konnte. Schließlich gelang der Versuch mit dem aus Kupferoxyd, das selbst wieder aus Elektrolytkupfer gewonnen war, durch Reduktion hergestellten pulverförmigen Kupfer; bei der feinen Verteilung, d. h. der relativ sehr großen Oberfläche, genügte sogar schon die natürliche Oxydbildung. Sofort nach dem Einfüllen des Kupfers in das Glasrohr des Torsionsapparats ergab sich eine Ablenkung von 2,5 Skalenteilen im Sinne von Diamagnetismus. In dem Maße nun, wie die Oxydbildung — sichtbar an einer Dunkelfärbung — von dem außerhalb des Magnetfeldes befindlichen offenen Ende des Rohres nach den Polschuhen hin weiterschritt, änderte sich die Ablenkung kontinuierlich nach der anderen Seite zu. Nach 11 Tagen zeigte sich eine Anziehung um 4,3 Skalenteile. Das entspricht einer Änderung der Suszeptibilität von $-0{,}64$ auf $+1{,}11$.

Die Ergebnisse der vorliegenden Untersuchungen lassen sich kurz dahin zusammenfassen:

I. Zum permanenten Magnetismus.

1. Elektrolytkupfer läßt sich nicht magnetisieren und auch durch keine Art thermischer Behandlung in einen permanent magnetisierbaren Zustand bringen.

2. Reines Kupferoxyd und Kupferoxydul sind ebenfalls nicht permanent magnetisierbar.

3. Das käufliche Kupferoxyd dagegen ließ sich magnetisieren; das aus ihm durch Reduktion im Wasserstoffstrom gewonnene Kupfer zeigte einen stärkeren Magnetismus als das Oxyd selbst.

II. Zum induzierten Magnetismus.

1. Elektrolytkupfer ist diamagnetisch und behält seinen Diamagnetismus auch nach jeder Art thermischer Behandlung.

2. Reines Kupferoxyd und Kupferoxydul sind paramagnetisch; durch genügend starke Oxydation kann daher aus diamagnetischem Kupfer ein paramagnetisches Produkt erhalten werden.

3. Das aus dem käuflichen Kupferoxyd durch Reduktion gewonnene Kupfer zeigt einen stärkeren Paramagnetismus als das Oxyd selbst.

Die unter I, 3 und II, 3 angeführten Erscheinungen lassen sich durch folgende Annahme erklären:

Das als Verunreinigung im Kupferoxyd enthaltene Eisen liegt als Eisenoxyd vor, das durch die Reduktion in das erheblich stärker magnetische metallische Eisen verwandelt wird. Unwahrscheinlicher ist die Annahme von Gray und Roß, das Kupfer gehe — beim Glühen — mit geringen Spuren Eisens eine Verbindung ein, die stärker magnetisch sei, als dem Eisengehalt entspreche.

Halle a. S., Physikalisches Institut, 10. Oktober 1911.

(Eingegangen 12. Oktober 1911.)

Über den Einfluß von Elektrodenmaterial und Medium der Funkenstrecke auf die Bildung von Lichtbögen bei Verwendung von Resonanztransformatoren.

(Mitteilung aus dem Kaiserl. Telegr.-Versuchsamt.)

Von Karl Rottgardt.

In einer vor kurzem erschienenen Arbeit[1]): Über Entstehung und Vermeidung von Licht-

1) Diese Zeitschr. 12, 652—657, 1911. Ich möchte hier nachholen, daß der Resonanztransformator dort nur erwähnt wird, weil allein bei seiner Verwendung die Ladeverhältnisse der Funkenstrecke übersehen werden können, es also nur mit ihm möglich ist, eine wissenschaftliche Untersuchung der dort und jetzt vorliegenden Art durchzuführen.

bögen bei Verwendung von Resonanztransformatoren wird gezeigt, welchen Einfluß die elektrischen Bemessungen des an die Funkenstrecke angehängten Schwingungskreises, die Einschaltung von skin- und selbstinduktionsfreien Widerständen in diesen Schwingungskreis und die Kopplung eines abgestimmten Sekundärkreises auf die Lichtbogenentstehung ausübt. Dieser Untersuchung sollte eine weitere folgen, die nach derselben dort angewandten Methode feststellt, wie Elektrodenmetall und das Dielektrikum zwischen den Elektroden der Funkenstrecke hinsichtlich der Lichtbogenbildung wirken. Da bald nach Beginn die Arbeit abgebrochen werden mußte, ohne daß sie in absehbarer Zeit wieder aufgenommen werden kann, wird im folgenden über die bisher erzielten Ergebnisse kurz berichtet.

Versuchsanordnung und Methode. Die Versuchsanordnung ist in der oben erwähnten Arbeit beschrieben und dort in der Fig. 1 gezeichnet. Die Untersuchungsmethode, die ebenfalls die gleiche ist, ist kurz folgende: Stellte sich nach Anlegen der Spannung in der Funkenstrecke ein Lichtbogen her, so wurde in den an die Funkenstrecke angehängten Schwingungskreis bei einer bestimmten, den Elektroden zugeführten Leistung Widerstand eingeschaltet, der so lange vergrößert wurde, bis der Lichtbogen in einen Funken überging, der saubere Schwingungen lieferte. Die Qualität des Funkens wurde mittels rotierender Heliumröhren untersucht; betreffs der Art deren Anwendung wird auf die vorerwähnte Arbeit verwiesen. Die Änderung z. B. der elektrischen Dimensionen des Schwingungskreises (Wellenlänge) bei gleichen Verhältnissen in der Funkenstrecke (Elektrodenabstand und -material, Dielektrikum) bedingen Größenänderung des zur Aktivierung einzuschaltenden Widerstandes. Dessen Größe charakterisiert die Neigung zur Lichtbogenbildung unter den zur Untersuchung stehenden Verhältnissen.

Einfluß des Elektrodenmetalls. Um vergleichende Werte darüber zu erhalten, wie die Lichtbogenbildung von dem Elektrodenmetall der Funkenstrecke abhängt, wurde umgekehrt verfahren. In den Schwingungskreis, dessen elektrische Dimensionen (Kapazität und Selbstinduktion) jetzt konstant blieben, wurde ein bestimmter Graphitwiderstand eingeschaltet, und dann bei gleichem Elektrodenabstand für die verschiedenen Metalle als Elektroden die Stromstärke festgestellt, die in die Erregerwicklung des den Transformator speisenden Hochfrequenzumformers gesandt werden muß, damit noch Funken übergehen, die saubere Schwingungen liefern. Die Neigung zur Lichtbogenbildung des einzelnen Metalls ist dann um so größer, je kleiner die so gefundene Stromstärke ist.

Die folgende Tabelle gibt einige so festgestellte Zahlen:

Dielektrikum in der Funkenstrecke: Luft. Elektrodenabstand: 4 mm.

Periodenzahl des Speisestroms	Dimensionen des Schwingungskreises		Eingeschalteter Widerstand	Stromstärke in A für die untersuchten Metalle					
	C in μF	L in cm	Ohm	*Ag*	*Cu*	*Al*	Messing	*Fe*	*Zn*
508	$1{,}74 \cdot 10^{-3}$	$13{,}25 \cdot 10^{5}$	169	0,25	0,225	0,22	0,25	0,265	0,263
			300	0,26	0,24	0,212	0,245	0,285	0,305
		$24{,}4 \cdot 10^{5}$	300	0,235	0,207	0,22	0,23	0,262	0,27
520	$2{,}58 \cdot 10^{-3}$	$24{,}4 \cdot 10^{5}$	169	0,26	0,228	0,20	0,24	0,30	0,29
			300	0,287	0,29	—	—	—	0,32

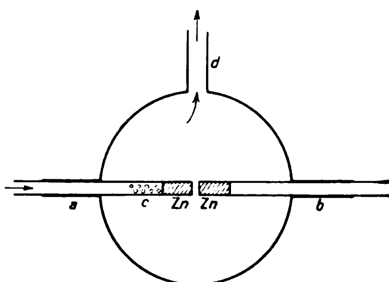
Bei den geringen Unterschieden dieser Zahlen muß man beachten, daß durch sie die sehr erheblichen Änderungen der vom Umformer gelieferten Spannungen bedingt werden. Inwieweit etwa die für die einzelnen Metalle verschiedene Funkenverzögerung u. a. das Resultat beeinflussen, ist nicht untersucht worden. Eigenartig ist, daß die für die Stoßerregung günstigsten Metalle mehr zur Lichtbogenbildung zu neigen scheinen.

Einfluß des Dielektrikums der Funkenstrecke. Um den Einfluß des Dielektrikums der Funkenstrecke festzustellen, wurden Kurven aufgenommen[1]), die die Abhängigkeit des zur Aktivierung benötigten Widerstandes von der Stromstärke der Maschinenerregung bei gleichem Elektroden-Abstand (4 mm) und -Material (Zink) für die verschiedenen Gase angeben.

Die untersuchten Gase sind: Wasserstoff, Sauerstoff, Luft und Kohlensäure; H_2, O_2 und CO_2 wurden aus Bomben entnommen.

Die Zinkelektroden waren in Messingröhren von 10 mm Durchmesser eingelassen, die, wie die

1) Diese Zeitschr., loc. cit.



beigefügte Figur zeigt, in die beiden Ansätze a und b der Glaskugel vom Durchmesser 80 mm eingesetzt waren. Eine der Messingröhren war mit zahlreichen Löchern versehen (vergl. Figur bei c), so daß die Gase in der durch den Pfeil angedeuteten Weise zugeleitet werden konnten und durch den Ansatz d wieder ausströmten.

Die elektrischen Dimensionen des Schwingungskreises waren $C = 2{,}58 \cdot 10^{-3}\,\mu F$ und $L = 24{,}4 \cdot 10^{5}$ cm.

Die Ergebnisse waren für:

1. Wasserstoff: Schon bei der geringsten Maschinenerregung, die angewandt werden konnte — 0,13 A —, bei der in anderen Gasen überhaupt kein Funkenübergang stattfand, setzte die Entladung als Lichtbogen ein, der sich selbst durch Einschalten von 500 Ohm nicht aktivieren ließ.

2. Sauerstoff: Es ist Aktivierung durch Widerstandseinschaltung möglich, so daß sich die oben erwähnten Kurven aufnehmen lassen: bei 0,276 A sind 500 Ohm notwendig.

3. Luft und

4. Kohlensäure: Es werden Kurven aufgenommen, die ziemlich gleich verlaufen: bei 0,275 A sind 175 Ohm, bei 0,36 A sind 500 Ohm notwendig.

Die Reihenfolge der untersuchten Gase nach der Neigung zur Lichtbogenbildung dürfte H_2, O_2, CO_2, Luft sein. Eigentümlich ist, daß das zur Stoßerregung günstigste Gas (Wasserstoff) am meisten zur Lichtbogenbildung neigt.

(Eingegangen 23. Oktober 1911.)

Die Messung vertikaler Luftströmungen.

Von Paul Ludewig.

In einer in dieser Zeitschrift[1]) erschienenen Mitteilung hat der Verfasser ein registrierendes Vertikalanemometer zur Benutzung im Freiballon beschrieben. Dieses Instrument sollte zusammen mit dem Bestelmeyerschen Variometer dazu dienen, bei Freiballonfahrten vertikale Luftströmungen zu messen. Im folgenden soll über einige der erhaltenen Resultate berichtet werden[2]).

Die konstruktive Anordnung des fertigen Anemometers zeigt Fig. 1. Quer durch den das Windrädchen umschließenden Zylinder läuft ein Rohr, das den Lichtstrahl einer kleinen von dem links sichtbaren Akkumulator gespeisten Glühlampe leitet. Eine in der rechten Hälfte des Rohres sitzende Zylinderlinse konzentriert das Bild. Rechts befindet sich der Kasten zur Aufnahme des photographischen Papiers. Ein darin eingebautes Uhrwerk zieht den Streifen von der einen Trommel über ein

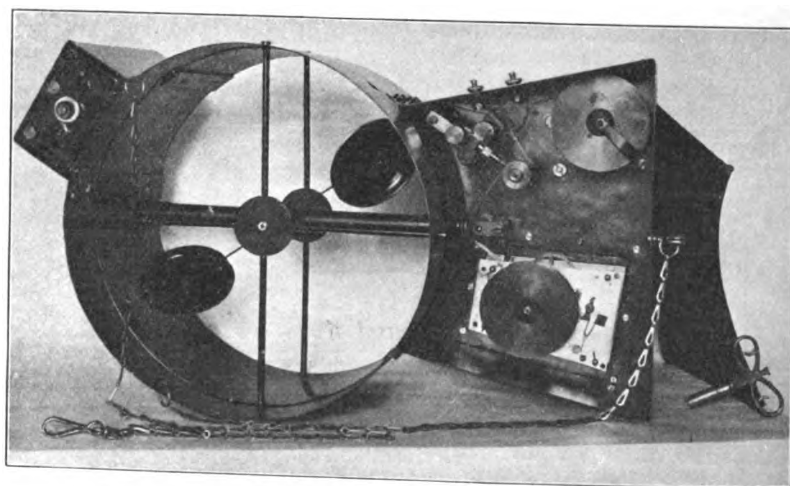


Fig. 1.

1) Phys. Zeitschr. 11, 543, 1910.

2) Eine ausführliche Beschreibung, in der außer den hier mitgeteilten beiden Fahrten noch eine dritte beschrieben ist, findet sich in: P. Ludewig, Die Messung vertikaler Luftströmungen. Verlag von S. Hirzel. Leipzig 1911.

paar Rollen auf die andere. Um das Bild des abgeblendeten Lichtstrahls möglichst scharf auf den Papierstreifen zu bekommen, ist am Ende des Rohres direkt vor dem Auftreffen auf den Streifen eine Blende mit 3 feinen Löchern eingesetzt.

Zur Eichung des Windrädchens wurde folgendermaßen verfahren. In dem unter der Sternwarte des Physikalischen Vereins zu Frankfurt a. M. vorhandenen 25 m tiefen Schacht (Fig. 2) befinden sich, über die ganze

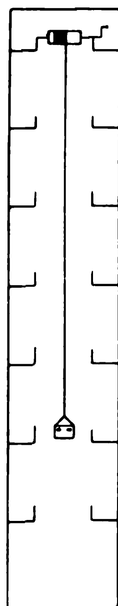


Fig. 2.

Länge verteilt, mittels Doppeltüren abschließbare Galerien, die in der Mitte ein Loch von ca. 1,5 m Durchmesser freilassen. Über der Öffnung der obersten Galerie wurde eine Rolle eingebaut, auf die sich ein Stahldraht aufwickelte. Das an seinem Ende hängende Windrädchen wurde nach dem Takte eines Metronoms herauf- und heruntergezogen. Auf der untersten und zweitobersten Galerie stand ein Beobachter, der beim Durchgang des Windrädchens ein Zeichen gab und eine Stoppuhr auslöste. Die beiden erwähnten Galerien befinden sich 17,9 m voneinander entfernt. Über diese Strecke konnte also die Messung erstreckt werden. Es gelang so, Vertikalgeschwindigkeit bis zu 0,9 m/sec zu erreichen. Die erhaltenen Resultate sind in der Tabelle 1 wiedergegeben. Die Fig. 3 veranschaulicht das Resultat graphisch. Wie man sieht, besteht eine verschiedene Empfindlichkeit beim Hinauf- und Her-

Tabelle 1. Eichung des Anemometers (vgl. Fig. 2).

Beim Hinaufziehen		Beim Herunterlassen	
m/sec	Halbe Umdrehungen des Anemometers pro Sekunde	m/sec	Halbe Umdrehungen des Anemometers pro Sekunde
0,89	3,30	0,88	3,80
0,79	3,11	0,85	3,62
0,74	2,75	0,78	3,39
0,72	2,83	0,72	3,20
0,72	2,80	0,69	3,08
0,61	2,24	0,59	2,47
0,59	2,16	0,59	2,42
0,47	1,69	0,47	1,95
0,47	1,69	0,47	1,88
0,45	1,63	0,45	1,74
0,44	1,58	0,45	1,76
0,40	1,46	0,40	1,56
0,39	1,46	0,40	1,53
0,39	1,49	0,39	1,55
0,29	1,14	0,29	1,18
0,27	0,90	0,27	0,94
0,27	0,93	0,27	0,99
0,27	0,91	0,17	0,46
0,17	0,32	0.17	0,46
0,17	0,34		
0,17	0,39		

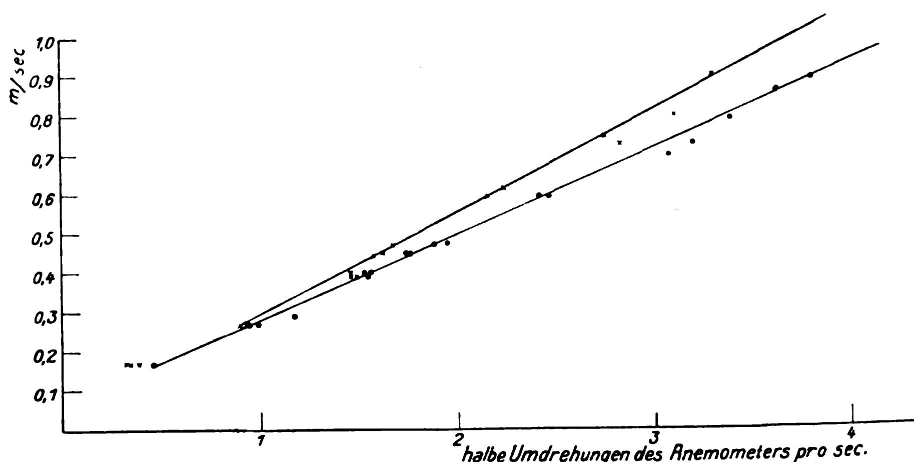


Fig. 3. Eichung des Anemometers (×× beim Hinaufziehen, ●● beim Herunterlassen.)

abziehen, die darauf zurückzuführen ist, daß die Löffel des Wiechertschen Windrädchens beide nach derselben Seite ausgehöhlt sind. Der Einfluß der Reibung in den Achsenlagern bei der verschiedenen Richtung ist zu gering, um den Unterschied zu erklären.

Die Eichung bei größeren Windgeschwindigkeiten wurde nicht durchgeführt, da die folgenden Kurven bei großen Windgeschwindigkeiten Unsicherheiten ergaben, die eine genaue Eichung unnötig machen und eine geradlinige Extrapolation nach der Seite der größeren Windgeschwindigkeit als zulässig erscheinen lassen.

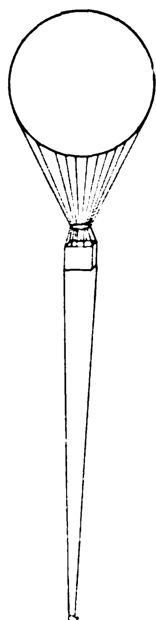


Fig. 4.

Bei den im folgenden näher beschriebenen Ballonfahrten wurde das Windrädchen 25 bis 30 m unterhalb des Korbes aufgehängt. Es ist damit erreicht, daß man die Windbewegung mißt, die nicht von dem Ballon selbst beeinflußt wird. Der Apparat wurde an zwei Stricken aufgehängt, um eine Drehung relativ zum Ballon auszuschließen (vgl. Fig. 4). Außerdem führte noch eine elektrische Doppelleitung zum Ballonkorb, die oben mit einem Schalter verbunden war. Es war so möglich, vom Korb aus das Zeitmarkenlämpchen, das unabhängig von dem zur Registrierung dienenden Lämpchen Marken auf das photographische Papier zu machen gestattete, einzuschalten. Die Messung wurde in der Weise ausgeführt, daß eine Stunde lang in jeder Viertelminute eine Ablesung am Variometer gemacht und im gleichen Augenblick eine Zeitmarke gegeben wurde. Dadurch, daß in jeder vollen Minute zwei Kontakte und in jeder Viertelminute ein Kontakt gemacht wurde, erreichte man, daß nach der Entwicklung des Streifens die zu den einzelnen Variometerablesungen zugehörenden Streifenabschnitte leichter bestimmt werden konnten.

Fahrt am 22. Januar 1911.

112. Fahrt des Ballons Ziegler (1500 m³) von Griesheim-Elektron mit 1000 cbm Wasserstoff. Kein Pöschelring.

Bei der Fahrt befand sich in ca. 800 m eine Wolkenschicht, die der nicht pralle Ballon nach kurzem Aufgehaltenwerden durchstieß, um dann auf ca. 2500 m zu steigen. Von dort fiel er langsam auf die Wolken hinab bei starker Sonnenbestrahlung. Glatte Landung bei Lengfeld, südöstlich Dieburg.

Während der Ballon auf die Wolken herabfiel, wurde registriert. Der Fall ist nicht gleichmäßig, sondern wellenförmig. Die näheren Einzelheiten ergeben die Kurven Fig. 5 und 6.

In diesen Kurven ist als Abszisse die Zeit in Minuten aufgetragen. Die obere Kurve enthält die Angaben des Bestelmeyerschen Variometers aus den Ablesungen, die alle Viertelminuten im Ballonkorb gemacht wurden. Die Einheit der Ordinate ist dabei 1 m pro Sekunde. Die Ablesungen erstrecken sich über eine Stunde. Die untere Kurve gibt einen Aufschluß über die vertikale Windbewegung am Ballon. Als Ordinate ist hier eingezeichnet die Umdrehungszahl des Windrädchens. Leider ist bei dieser Fahrt die oben mitgeteilte Eichung des Apparates nicht zu verwerten, da die Flügel des Windrädchens verstellt waren. Die Eichung gilt nur für die Fahrt am 18. Februar (siehe unten). Es ist daher zwischen den beiden mitgeteilten Kurven nur ein qualitativer Vergleich möglich, der bei dieser Fahrt zur Beurteilung vorhandener Vertikalströme genügend ist.

Bei einem Vergleich fällt die große Symmetrie der beiden Kurven in die Augen. Es ist daher mit Sicherheit zu schließen, daß bei dieser Fahrt keine vertikalen Windbewegungen vorhanden waren.

Daneben ist der periodische Charakter der Kurven bemerkenswert. Es wurde nur Ballast gegeben an der bezeichneten Stelle. Der dort einsetzende Fall geht zurück. Der Ballon steigt ein wenig, um dann wieder ins Fallen zu kommen, und nun wiederholt sich dies Spiel ohne jede Ballastabgabe und ohne Ventilzug, bis der Ballon auf der Wolkendecke schwimmt, was etwa am Ende der Stunde eintritt.

An diesem eigentümlichen Pendeln um eine gleichmäßige Fallgeschwindigkeit scheint die Temperatur des Füllgases schuld zu sein. Beim

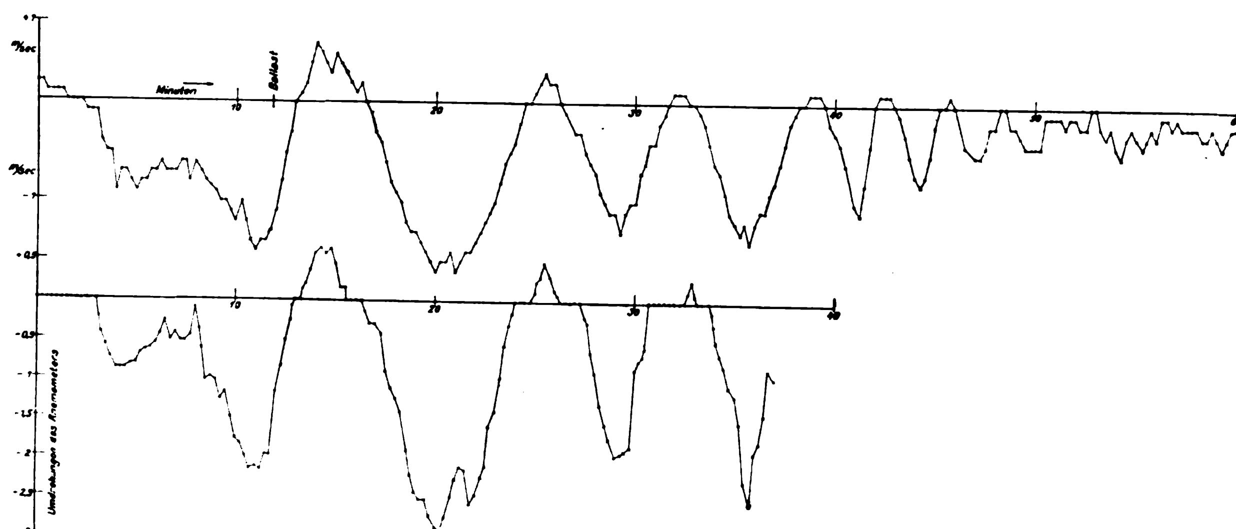


Fig. 5 u. 6.

Fallen kommt der Ballon in die Nähe der Wolkenschicht und wird durch Strahlung erwärmt, so daß er wieder zu steigen anfängt. Daraus resultiert wieder eine Abkühlung. Der Ballon fällt von neuem, und so wiederholt sich das Spiel.

Fahrt am 18. Februar 1911.

Die bei dieser Fahrt erhaltenen Resultate erlauben nicht nur einen qualitativen Überblick, sondern lassen auch eine quantitative Auswertung zur direkten Bestimmung der Vertikalkomponente des Windes zu. Dabei ist die kurz nach der Fahrt angefertigte, oben mitgeteilte Eichung des Windrädchens benützt.

Die Fahrt ist insofern bemerkenswert, als sie unter außergewöhnlichen meteorologischen Verhältnissen vor sich ging. Die Wetterkarte des Tages zeigt für Mitteldeutschland einen starken Luftdruckgradienten, der einen sehr heftigen horizontalen Wind und für die Fahrt eine Durchschnittsgeschwindigkeit von 75 km pro Stunde zur Folge hatte.

Der Fahrtbericht des Führers, Herrn Paul Merzbach, Offenbach, lautet folgendermaßen:

Ballon Moenus des Frankfurter Vereins für Luftschiffahrt mit 900 cbm Wasserstoff. Pöschelring. (Siehe nebenstehende Tabelle.)

Durch die Auswertung des mit dem Windrädchen aufgenommenen 20 m langen Streifens ergab sich eine so komplizierte und sekundlich sich ändernde Windbewegung, daß es an dieser Stelle zu viel Platz erfordern würde, alles wiederzugeben. Die Fig. 7 und 8 sollen zunächst eine Übersicht über den ganzen Verlauf der Stunde gestatten, während welcher

Zeit	Höhe	Ballast	
9^{00}	—	—	Abfahrt von Griesheim-Elektron
9^{05}	1000	12	Frankfurter Hauptbahnhof
9^{08}	650	—	Offenbach
9^{22}	270	9	Dietesheim, Main überquert
9^{25}	400	—	Hanau
9^{30}	700	—	Zwischen Niederrodenbach und Langensebold Bahnlinie gekreuzt
9^{43}	830	—	Südlich Gelnhausen Nimbuswolken ca. 500 m. Starke Bö. Variometer zeigt 3 m/sec Fall. Windrädchen steht still
10^{06}	900	—	Leichte Sonnenbestrahlung
10^{20}	920	—	Heilig Kreuz (Rhön)
10^{28}	—	—	Beginn der Registrierung
10^{35}	800	—	Südlich Kissingen
10^{50}	800	—	Sonne
11^{00}	700	—	Friesenhausen
11^{03}	800	—	Hofheim (Unterfranken). Nebel- und Schneelandschaft
11^{20}	880	—	Lichtenfels
11^{45}	800	—	Stadt Steinach — Helmbrechts
11^{55}	900	$5^1/_2$	Fahrt im Nebel, stark steigend, ohne Orientierung
12^{25}	1320	—	Roßbach (?)
12^{30}	1600	—	7 Sek. Ventilzug
12^{35}	585	$4^1/_2$	Glatte Landung bei Bad Elster

Fahrtdauer 3 Stunden 35 Minuten.
260 km Luftlinie.

registriert wurde. Die obere Kurve enthält die in jeder Viertelminute abgelesenen Angaben des Variometers, die untere die in jeder vollen Minute am Barometer abgelesene Höhe des Ballons. Wie man besonders aus der oberen Kurve mit ihren Einzelheiten sieht, ist der Ballon stark hinauf- und heruntergerissen. Während der ganzen Stunde ist nur in der 29. und 30. Minute Ballast gegeben, um den dort einsetzenden Fall abzubremsen. Während der Zeit von der 10. bis zur 20. Minute und von der 38. bis zur 55. Minute befand sich der Ballon ohne Orientierung im Nebel, der allerdings nicht vollkommen dicht, sondern zerrissen war,

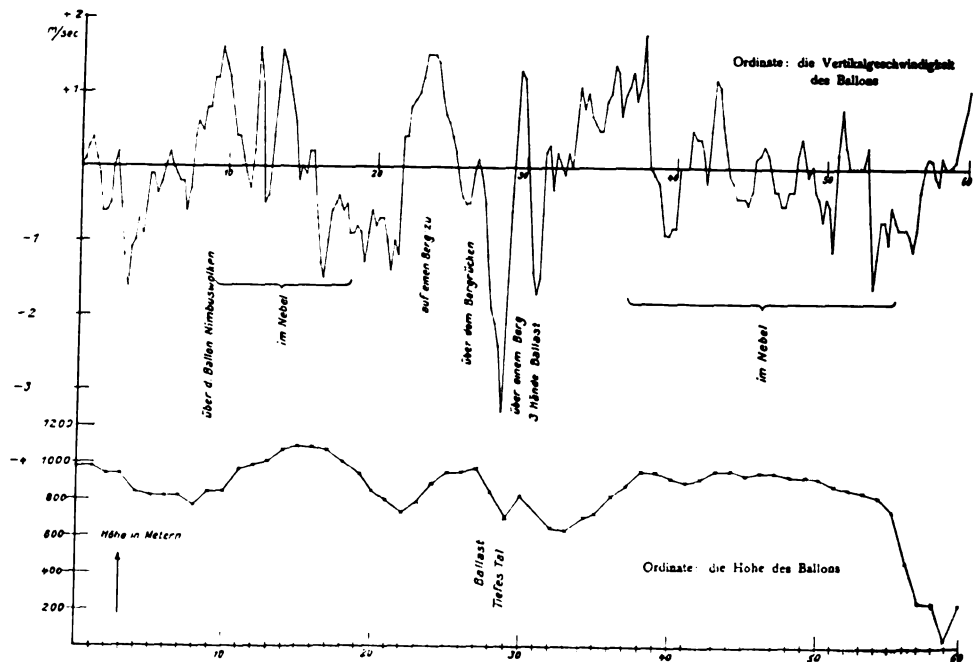


Fig. 7 u. 8.

so daß der Ballon auch ab und zu Sonnenbestrahlung bekam. Dagegen war während der Zeit von der 20. bis zur 35. Minute der Durchblick zur Erde frei und der Ballon nur in geringer Höhe über dem hier sehr bergigen Terrain. Wie man aus den eingeschriebenen Bemerkungen ersieht, folgt der Ballon dem Profil des Geländes. Diese besonders interessante Strecke der Fahrt ist in Fig. 9 eingehend dargestellt.

Bei der Aufzeichnung der Kurven sind die einzelnen abgelesenen Punkte jeweils durch gerade Linien verbunden. Diese Verbindungslinien geben naturgemäß nicht an jeder Stelle den wahren Wert der zurzeit bestehenden Vertikalgeschwindigkeit usw. Es läßt sich aber der Verlauf der Kurven durch eine derartige Maßnahme angenähert darstellen. Die Kurven sind also unter diesem Gesichtspunkt zu betrachten.

Die Fig. 9 enthält in den beiden oberen Kurven I und II die zur Bestimmung der Vertikalkomponente des Windes nötigen Kurven, nämlich in der Kurve I die Vertikalbewegung des Ballons relativ zur Meereshöhe und in der Kurve II die Windbewegung relativ zum Ballon. Bei dieser letzten Kurve ist der außerordentlich schnell wechselnde Verlauf besonders bemerkenswert. Der Charakter dieser Kurve ist nicht nur in diesen Minuten ein

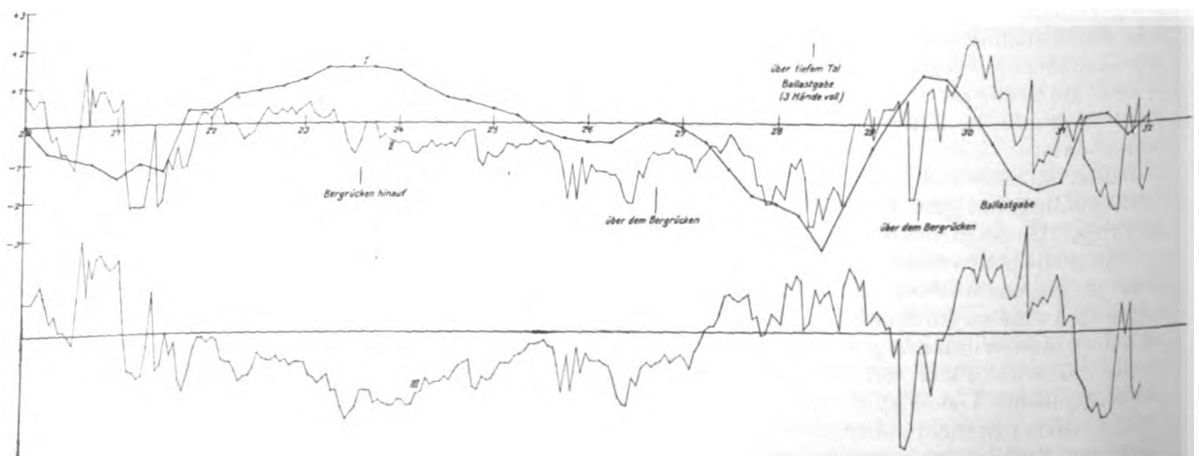


Fig. 9.

derartig komplizierter. Er bleibt so während der ganzen Fahrt.

In der unteren Kurve III ist die durch Subtraktion der oberen Kurven erhaltene wahre Windbewegung dargestellt. Dabei ist das Vorzeichen so genommen, daß einer Windströmung von unten nach oben das negative, einer Windströmung von oben nach unten das positive Vorzeichen gegeben ist. Das wichtige Resultat, das wir aus den Kurven ziehen, ist: Es bestehen bei dieser, allerdings außergewöhnlichen Wetterlage in einigen hundert Metern über dem Boden starke, schnell wechselnde, vertikale Bewegungen, deren Stärke bis zu 3 m/sec ansteigt.

Daneben ergibt sich, daß gerade in dieser Zeit die Ballonbewegung in hohem Maße von dem Profil des Geländes beeinflußt ist. Es läßt sich nun bei einem Vergleich der Kurven I und II der Einfluß des Geländes, insbesondere das Auftreten von Berg- und Talwinden und ihre Wirkung auf die Ballonbewegung im einzelnen verfolgen:

Während der 20. Minute setzen starke Windbewegungen in der Richtung von oben nach unten ein, die den Ballon herabziehen. Daher oben der negative Ausschlag am Variometer. Ein dann einsetzender Windstoß von unten (21,2 Minute) läßt den Fall etwas zurückgehen, der dann durch einen kurzen Windstoß von oben (21,4 Minute) wieder stärker wird. Es folgt dann bis zur 27. Minute eine dauernde Strömung in der Richtung von unten nach oben, welche wechselnd und stoßweise verläuft. Dieser Windströmung entsprechend zeigt das Variometer dauernd einen Anstieg des Ballons. Während dieser Zeit eilt der Ballon einen Bergrücken hinauf. Die registrierte Windbewegung ist also nichts anderes wie die Vertikalkomponente des den Berghang emporgleitenden Windes. Die Kurve II zeigt ferner, daß der Ballon dieser Windbewegung nicht vollkommen folgt, sondern eine eigene Vertikalgeschwindigkeit besitzt, die am Anfang größer, während des größeren zweiten Teils kleiner als die vertikale Windgeschwindigkeit ist. Sobald der Ballon die Höhe des Berges erreicht (in der Mitte der 26. Minute), wird die Windströmung unregelmäßig, um dann beim Hinabgleiten auf der anderen Seite des Berges die Richtung zu wechseln. Der Ballon fällt unter kurz dauernden Windstößen von oben so stark, daß eine Ballastabgabe gerade über dem Tal nötig ist. Der außerordentlich starke Fall scheint hier nur zum Teil seinen Grund in den Vertikalwinden zu haben. Der lang andauernde vorhergehende Anstieg beim Hinaufeilen am Bergabhang scheint den Ballon weit über seine Gleichgewichtslage emporgehoben zu haben, so daß jetzt beim Aufhören des Windes von unten zwei Ursachen den Ballon zum Fallen bringen. Kurz nach dem starken Fall sendet der Bergrücken auf der anderen Seite des Tales einen starken Windstoß von unten. Unter seinem Einfluß und infolge der Ballastabgabe fängt der Ballon wieder an zu steigen, um jenseits des Bergrückens unter starken Windstößen von oben wieder zu fallen, worauf wieder Ballastabgabe erfolgt.

Bei den mitgeteilten Versuchen bin ich in außergewöhnlichem Maße unterstützt worden. Großen Dank schulde ich dem Frankfurter Verein für Luftschiffahrt, speziell der wissenschaftlichen Kommission des Vereins (Vorsitzender Herr Prof. Wachsmuth), die einen Teil der Mittel zum Bau des registrierenden Anemometers zur Verfügung stellte und ferner mehrere Fahrten zur Erprobung des Instruments pekuniär unterstützte. Die Fertigstellung des Apparats wurde von der Firma Spindler & Hoyer-Göttingen übernommen.

Herrn Dr. Linke, dem Direktor der meteorologischen Abteilung des Physikalischen Vereins zu Frankfurt a. M. bin ich für seine weitreichende Unterstützung zu größtem Dank verpflichtet.

Besonderes Interesse fand ich bei den Führern der Ballonfahrten, nämlich den Herrn H. Rotzoll — der mich auch bei einem Teil der Auswertung unterstützte —, Herrn Marburg, Herrn Merzbach und Herrn Direktor O. Neumann.

Bei den Ablesungen im Ballon bin ich in tatkräftigster Weise unterstützt von den Herren: Reg.-Baumeister Lehr-Frankfurt a. M. und cand. phil. Ehrhardt-Heidelberg.

Ihnen allen sage ich auch an dieser Stelle meinen herzlichsten Dank.

Meteorologische Abteilung des Physikalischen Vereins zu Frankfurt a/M.

(Eingegangen 18. Oktober 1911.)

Über die Veränderung von Absorptionslinien durch fremde Gase.

(Bemerkung zu Mitteilungen von Chr. Füchtbauer[1]) und G. Hertz[2]).)

Von Eva v. Bahr.

In dieser Zeitschrift hat Chr. Füchtbauer neulich die Resultate einer interessanten Unter-

1) Chr. Füchtbauer, diese Zeitschr. 12, 722, 1911.
2) G. Hertz, Verh. d. Deutsch. Phys. Ges. 1911, S. 617.

suchung über den Einfluß des Druckes auf die Absorptionslinien von Jod und Brom mitgeteilt. Es hat sich gezeigt, daß diese Linien mit wachsendem Druck sich verbreitern, daß sie aber dabei in ihrem Schwerpunkt schwächer werden, gerade wie man es nach Lorentz' Theorie der Dämpfung durch Molekularstöße erwarten kann.

Füchtbauer meint nun, daß die von Ångström[1]) und mir[2]) beobachteten Erscheinungen in den ultraroten Absorptionsspektren der Gase durch seine Versuche eine einfache Erklärung finden. Eine wirkliche Verstärkung der Absorption mit dem Drucke sollte auch hier nicht stattfinden, sondern nur eine Verbreiterung der einzelnen Linien.

In dem Berichte über meine Untersuchungen über die qualitative Änderung der Absorption habe ich eben darauf hingewiesen, daß meine Resultate sich gut mit der Annahme vereinigen lassen, daß die Absorptionsbanden bei geringem Drucke aus einzelnen Linien bestehen, die aber mit dem Drucke rasch breiter werden. Dieselben Versuche zeigen aber unzweideutig, daß ohnedies auch eine wirkliche Verstärkung der Absorption stattfindet. Von zwei gleichen Rohren ist das eine (A) mit Stickstoffoxydul und Luft bis zu einem Drucke von 6—700 mm gefüllt, das andere (B) mit reinem Stickstoffoxydul in solcher Menge, daß die beiden Rohre quantitativ dieselbe Absorption geben. Haben die Rohre eine qualitativ verschiedene Absorption, so müssen sie zusammen eine größere Absorption bewirken, als wenn man zwei Rohre B, d. h. zwei Rohre mit derselben Menge absorbierenden Gases und demselben Druck, hintereinander setzt. Dies ist auch tatsächlich der Fall, wenn B einen sehr niedrigen Druck hat, aber schon, wenn der Druck in B 50 mm beträgt, ist der Unterschied unsicher. Bei einem Drucke in B von 70–80 mm habe ich dieses Zeichen qualitativ verschiedener Absorption nicht mehr beobachten können, und doch ist die Zunahme der Absorption des Stickstoffoxyduls auch bei Drucken von 100—700 mm ziemlich groß.

Diese Verstärkung der Absorption muß durch eine vermehrte Anzahl gleichzeitig absorbierender Teilchen bedingt sein und kann nicht durch Lorentz' Theorie erklärt werden. Außerdem nimmt diese Theorie nur Rücksicht auf die Anzahl der Molekularstöße. Nach derselben müssen darum verschiedene Gase bei demselben Drucke eine sehr verschiedene Einwirkung haben. Dies ist aber in den ultraroten Absorptionsspektren der Gase nicht der Fall.

Zwar haben meine Untersuchungen gezeigt, daß eine Zusammenpressung des absorbierenden Gases bisweilen eine andere Einwirkung als die Druckerhöhung durch Zufügung fremder Gase bewirkt, so z. B. für Kohlensäure bei 4,3 μ und für Methan. G. Hertz[1]) hat neulich diese Beobachtung für Kohlensäure bei 14 μ bestätigt und hat auch einen Unterschied zwischen der Einwirkung des Wasserstoffes und der der Luft beobachtet. Die Unterschiede sind indessen immer klein.

Hertz hat jedoch versucht, die Zunahme der Absorption der Kohlensäure als eine Funktion nur von der Zahl (N) der Zusammenstöße darzustellen. Die Übereinstimmung, die er hierbei gefunden hat, ist aber eine rein zufällige und beruht nur darauf, daß die Vergleichung zwischen Luft und Wasserstoff bei relativ hohen Drucken ausgeführt ist, wo die Zunahme der Absorption für Kohlensäure unbedeutend ist. Hertz gibt folgende Zahlen für 2,68 μ:

Druck	$k \cdot N$	Abs. in Proz.
91 mm CO_2	5,3	27,4
400 mm CO_2	22,5	41,2
91 mm CO_2 + 309 mm Luft	22,3	40,6
91 mm CO_2 + 309 mm H_2	48,6	43,4

Wenn man aber statt 309 mm nur 121 mm Wasserstoff zuführt, bekommt man dieselbe Zahl Zusammenstöße wie mit 309 mm Luft, und man müßte dann nach Hertz auch dieselbe Absorption (40,6 Proz.) erhalten. Eine durch Wasserstoff bewirkte Druckerhöhung von 91 bis zu 212 mm sollte also eine Zunahme der Absorption von 13,2 Proz. geben, die weitere Druckerhöhung von 212—400 mm eine Zunahme von nur 2,8 Proz. Aus den Resultaten meiner Untersuchungen ist aber leicht zu ersehen, daß dies nicht richtig ist. Die Zunahme zwischen 91 und 212 mm beträgt nur etwas mehr als die Hälfte der Zunahme zwischen 91 und 400 mm.

Meine genauesten Messungen sind mit Kohlenoxyd ausgeführt worden. Für dieses Gas habe ich eine Zunahme der Absorption von 18,1 bis auf 48,1 Proz. beobachtet, wenn der Druck von 70 bis auf 760 mm erhöht wurde, gleichgültig, ob die Erhöhung durch Zusammenpressung des Kohlenoxyds oder durch Zuführung von Wasserstoff bewirkt wurde. Die Unsicherheit in dieser Bestimmung schätze ich auf höchstens 0,3. Wenn ein Unterschied zwischen den Einwirkungen überhaupt vorliegt, beträgt er also in diesem Falle nicht mehr als

1) K. Ångström, Ark. f. Mat., Astr. och Fysik 4, Nr. 30, 1908.

2) E. v. Bahr, Diss. Uppsala 1908; Ann. d. Phys. **29**, 780, 1909 und **33**, 585, 1910.

1) G. Hertz, a. a. O.

1 Proz. der gesamten Zunahme der Absorption. Für die Zahl der Zusammenstöße (N) in den verschiedenen Fällen findet man:

Druck	$k \cdot N$	Abs. in Proz.
70 mm CO	1	18,1
760 mm CO	10,8	48,1
70 mm CO + 342 mm H_2	10,8	38,5
70 mm CO + 690 mm H_2	20,8	48,1

Zwischen Drucken von 100 mm und 5 Atm. habe ich für Kohlenoxyd auch immer dieselbe Einwirkung auf die Absorption gefunden, gleichgültig, ob ich zur Druckerhöhung Wasserstoff oder Sauerstoff anwandte.

Möglich ist ja, daß spätere noch genauere Messungen kleine Unterschiede in den Einwirkungen verschiedener Gase zeigen können. Aus dem vorher Gesagten ist jedoch ersichtlich, daß wenigstens in erster Annäherung der Gesamtdruck und nicht die Zahl der Zusammenstöße für die ultrarote Absorption der Gase entscheidend ist.

Upsala, Oktober 1911.

(Eingegangen 22. Oktober 1911.)

VORTRÄGE UND DISKUSSIONEN VON DER 83. NATURFORSCHERVERSAMMLUNG ZU KARLSRUHE.

Aus der Sektion für Physik:

Br. Glatzel (Charlottenburg), Die Trägheit von Selenzellen.

Die Trägheit der Selenzellen ist eine Erscheinung, welche bisher trotz zahlreicher Untersuchungen recht wenig geklärt worden und die einer allgemeineren praktischen Verwendung der an sich recht großen Lichtempfindlichkeit des Selens außerordentlich hinderlich ist. Man pflegt diese Trägheit durch sogenannte Trägheitskurven darzustellen, welche die zeitliche Änderung des Stromes in einer Selenzelle sowohl bei Belichtung als auch bei Verdunkelung wiedergeben. Zuerst wurden derartige Kurven in der Weise aufgenommen, daß man mit einem Galvanometer oder Amperemeter innerhalb längerer Zeiträume, etwa von Minute zu Minute, nach erfolgter Belichtung bezw. Verdunkelung die Ausschläge des Instrumentes beobachtete und nach diesen Ablesungen die Trägheitskurven zeichnete[1]). Diese Kurven hatten jedoch nur für diejenigen Anwendungsgebiete der Selenzellen Bedeutung, bei denen es sich um Wiedergabe langsamer Lichtschwankungen handelte. Als dann aber die Selenzellen auch für die elektrische Aufzeichnung schneller Belichtungsänderungen, wie sie z. B. bei photoelektrischen Bildübertragungen auftreten, ausgenutzt werden sollten, gewann das Studium „kurzzeitiger Trägheitskurven" größere Bedeutung. Derartige Kurven, welche unter Benutzung eines Siemensschen Oszillographen für sehr kurze Belichtungs- und Verdunkelungszeiten aufgenommen waren, habe ich in einer früheren Arbeit[2]) mitgeteilt.

Versucht man nun, den Kurvenverlauf während der Belichtung und Verdunkelung analytisch festzulegen, so findet man im allgemeinen Exponentialkurven höherer Ordnung[1]), welche einer rechnerischen Behandlung recht schwer zugänglich sind. Da aber an dem prinzipiellen Verlauf der im folgenden behandelten Vorgänge nur wenig geändert wird, wenn man einfache Exponentialkurven zugrunde legt, so soll von dieser Annahme ausgegangen werden. Die Abweichungen, welche durch den tatsächlichen Verlauf der Kurven bedingt sind, können dann an der Hand der Resultate diskutiert werden. Dementsprechend wird die Belichtungsträgheit dargestellt durch

$$J_B = 1 - e^{-\alpha t}$$

und die Verdunkelungsträgheit durch

$$J_D = e^{-\beta t}.$$

Für die später verwendete Zelle I (Platinzelle) war[2])

$$\alpha = 279, \qquad \beta = 20{,}5,$$

für Zelle II (Kupferzelle)

$$\alpha = 20{,}3, \qquad \beta = 21{,}7.$$

Es sollte nun festgestellt werden, wie sich die Zellen bei intermittierender Belichtung verhalten. Hierüber liegt bisher nur eine etwas ausführlichere Arbeit von Majorana[3]) vor. Dieser untersuchte zunächst, ob der Widerstand der Selenzelle bei intermittierender Belichtung von der Zahl der sekundlichen Belichtungen und Verdunkelungen abhängig ist, und kam dabei zu dem gleichen Resultat, wie bereits früher Bellati und Romanese[4]), daß nämlich dieser Widerstand unabhängig von der Zahl der Intermittenzen pro Sekunde ist. Ich werde im folgenden zeigen, daß dieses Resultat nicht streng

1) Majorana, Rend. Linc. (5) **3**, 183, 1894; Ruhmer, diese Zeitschr. **3**, 468, 1902.

2) Br. Glatzel, Elektrotechn. Zeitschr. **31**, 1062, 1910.

1) Sperling, Beitr. zur Kenntnis der Selenzellen, Diss., Göttingen 1908.

2) Nach der unten angegebenen Methode bestimmt.

3) Quirino Majorana, Linc. Rend. (5) **5**, 45, 1896.

4) Bellati u. Romanese, Atti del R. Istituto Veneto di sc. let. ed arti **7**, 5, 1881.

richtig ist. Majorana stellte ferner experimentell fest, wie sich der Widerstand der Zelle ändert, wenn er das Verhältnis zwischen Belichtungszeit t_1 und Verdunkelungszeit t_2 verschieden wählte. Den Verlauf dieser Kurve $W = f\left(\frac{t_1}{t_2}\right)$ konnte er dann auch analytisch durch eine Hyperbel[1]) darstellen, wenn er für den Verlauf der Trägheitskurven bei Belichtung und Verdunkelung reine Exponentialkurven zugrunde legte. Für die nachstehenden Untersuchungen soll, wie bereits erwähnt, die gleiche Annahme gemacht werden.

I. Theoretischer Teil.

Die Belichtungsträgheit der Selenzelle entspreche also dem Gesetz

$$J_B = 1 - e^{-\alpha t},$$

die Verdunkelungsträgheit

$$J_D = e^{-\beta t},$$

die Dauer der Belichtung sei t_1, diejenige der Verdunkelung t_2. Nach der ersten Belichtung durchfließt die Selenzelle der Strom J_1, nach der zweiten J_2 usf. Der nach der ersten Wiederverdunkelung übrig bleibende Strom sei J_1', nach der zweiten J_2' usf. Schematisch ist der bei intermittierender Belichtung sich abspielende Vorgang in Fig. 1 dargestellt[2]).

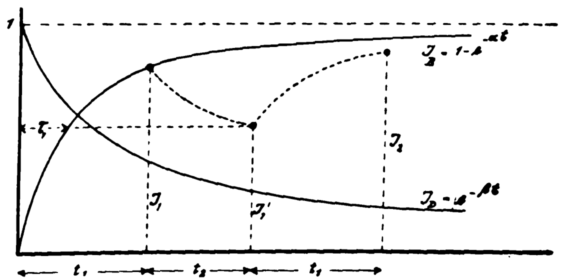


Fig. 1.

Es soll ferner die Annahme gemacht werden, daß der Exponent der Trägheitskurve unabhängig von der Vorbelichtung der Zelle ist, daß er also seinen Wert auch für die zweite, dritte usw. Belichtung beibehält. Diese Voraussetzung, welche dem tatsächlichen Verhalten einer Selenzelle nicht entspricht, ist lediglich mit Rücksicht darauf gemacht, die Vorgänge einer übersichtlichen rechnerischen Behandlung zugänglich zu machen.

Der Zellenstrom wird also bei der ersten Belichtung nach der Zeit t_1 den Wert J_1 erreichen, so daß

$$J_1 = 1 - e^{-\alpha t_1}$$

ist. Die Wiederverdunkelung setzt nun nicht bei dem Wert 1, sondern J_1 ein, so daß nach der Zeit t_2 der Wert

$$J_1' = J_1 e^{-\beta t_2}$$

erreicht wird.

Bei der zweiten Belichtung beginnt der Vorgang bei J_1', was einer Parallelverschiebung der Belichtungskurve um den Betrag τ_1 entspricht, so daß sich ergibt:

$$J_2 = 1 - e^{-\alpha(t_1+\tau_1)}.$$

Nach dem gleichen Schema folgen die übrigen Werte:

$$\begin{aligned}
J_1 &= 1 - e^{-\alpha t_1}, & J_1' &= J_1 e^{-\beta t_2},\\
J_2 &= 1 - e^{-\alpha(t_1+\tau_1)}, & J_2' &= J_2 e^{-\beta t_2},\\
J_3 &= 1 - e^{-\alpha(t_1+\tau_2)}, & J_3' &= J_3 e^{-\beta t_2},\\
&\ldots\ldots & &\ldots\ldots\\
J_n &= 1 - e^{-\alpha(t_1+\tau_{n-1})}, & J_n' &= J_n e^{-\beta t_2}.
\end{aligned}$$

Zur Bestimmung von $\tau_1, \tau_2 \ldots \tau_n$ dienen folgende Gleichungen:

$$\begin{aligned}
\tau_1 &: 1 - e^{-\alpha\tau_1} = J_1', & e^{-\alpha\tau_1} &= 1 - J_1',\\
\tau_2 &: 1 - e^{-\alpha\tau_2} = J_2', & e^{-\alpha\tau_2} &= 1 - J_2',\\
\tau_2 &: 1 - e^{-\alpha\tau_3} = J_3', & e^{-\alpha\tau_3} &= 1 - J_3',\\
&\ldots\ldots & &\ldots\ldots\\
\tau_n &: 1 - e^{-\alpha\tau_n} = J_n', & e^{-\alpha\tau_n} &= 1 - J_n'.
\end{aligned}$$

Für J_n ergibt sich dann:

$$\begin{aligned}
J_n &= 1 - e^{-\alpha t_1} \cdot e^{-\alpha\tau_{n-1}},\\
J_n &= 1 - e^{-\alpha t_1}(1 - J_{n-1} e^{-\beta t_2}).
\end{aligned}$$

Es möge nun gesetzt werden

$$1 - e^{-\alpha t_1} = J_1, \quad e^{-\alpha t_1} = B_1, \quad e^{-\beta t_2} = B_2,$$

dann wird

$$\begin{aligned}
J_n &= 1 - B_1 + B_1 B_2 J_{n-1},\\
J_{n-1} &= 1 - B_1 + B_1 B_2 J_{n-2},\\
&\ldots\ldots\\
J_1 &= 1 - B_1.
\end{aligned}$$

Die Ausführung der einzelnen Substitutionen ergibt für J_n folgende Reihe

$$J_n = J_1 (1 + B_1 B_2 + B_1^2 B_2^2 + \cdots B_1^n B_2^n).$$

Da B_1 und $B_2 < 1$, so ist die Reihe konvergent, mithin

$$J_n = J_1 \frac{B_1^n B_2^n - 1}{B_1 B_2 - 1}.$$

Die Grenzwerte, welche J_n und J_n' für $n = \infty$ erreichen, werden demnach

$$\lim_{n=\infty} J_n = \frac{J_1}{1 - B_1 B_2} = \frac{1 - e^{-\alpha t_1}}{1 - e^{-\alpha t_1} e^{-\beta t_2}} \qquad (1)$$

$$\lim_{n=\infty} J_n' = e^{-\beta t_2} \cdot \frac{1 - e^{-\alpha t_1}}{1 - e^{-\alpha t_1} e^{-\beta t_2}}. \qquad (2)$$

1) Diese Folgerung ist aber, wie sich aus den nachstehenden Betrachtungen ergeben wird, nur zutreffend, wenn t_1 unendlich klein ist.

2) Ähnliche Erscheinungen, wie bei der intermittierenden Belichtung von Selenzellen, beobachtet man auch bei Belastung elektrischer Apparate mit intermittierendem Strom. Im einzelnen verweise ich auf folgende Arbeiten: E. Oelschläger, Elektrotechn. Zeitschr. **21**, 1058, 1900; H. Ebeling, Ann. d. Phys. **27**, 391, 1908; K. Schmiedel, Elektrotechnik und Maschinenbau (Wien) **29**, 555, 1911.

Der die Selenzelle durchfließende Strom klettert also allmählich hinauf und pendelt dann zwischen den beiden Grenzwerten J_∞ und J'_∞ hin und her, wobei

$$J_\infty = \lim_{n=\infty} J_n, \qquad J'_\infty = \lim_{n=\infty} J_n'$$

ist. Für endliches n kann man die oberen Spitzen der Kletterkurve berechnen nach

$$J_n = (1 - e^{-\alpha t_1}) \cdot \frac{1 - e^{-\alpha t_1 n} \cdot e^{-\beta t_2 n}}{1 - e^{-\alpha t_1} \cdot e^{-\beta t_2}} \qquad (3)$$

und die unteren nach

$$J_n' = e^{-\beta t_2} (1 - e^{-\alpha t_1}) \cdot \frac{1 - e^{-\alpha t_1 n} \cdot e^{-\beta t_2 n}}{1 - e^{-\alpha t_1} \cdot e^{-\beta t_2}} \cdot \qquad (4)$$

Es fragt sich nun, auf welcher Kurve liegen die Werte J_n und J_n'. Führen wir in die Gleichungen (3) und (4) J_∞ und J'_∞ ein, so ergibt sich:

$$J_n = J_\infty (1 - e^{-(\alpha t_1 + \beta t_2) n}),$$
$$J_n' = J'_\infty (1 - e^{-(\alpha t_1 + \beta t_2) n}).$$

Hierbei sind J_∞ und J'_∞ für die Kurven reine Konstanten, welche lediglich von den gegebenen Werten α, β, t_1, t_2 abhängen. Der Verlauf von J_n und J_n' wird also durch einfache Exponentialkurven dargestellt. Es genügt demnach die Behandlung der Größe

$$1 - e^{-(\alpha t_1 + \beta t_2) n}.$$

Um den Schnittpunkt der Kurve mit der Abszissenachse zu finden, setzen wir

$$1 - e^{-(\alpha t_1 + \beta t_2) n} = 0, \text{ d. h. } n = 0.$$

Die Bedeutung von $n = 0$ ergibt sich aus der Betrachtung der Werte der Abszissen T für $n = 1, 2, 3 \ldots$.

$$n = 1 : T = t_1,$$
$$n = 2 : T = t_1 + t_2 + t_1,$$
$$n = 3 : T = t_1 + t_2 + t_1 + t_2 + t_1,$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots$$
$$n = n : T = (t_1 + t_2)(n - 1) + t_1.$$

Setzen wir in der letzten Gleichung $n = 0$, ein Analogieschluß, welcher erlaubt ist, da wir ja die Kurve nach den Punkten $n = 1, 2, 3 \ldots$ vervollständigen wollen, so ergibt sich:

$$n = 0 : T = -t_1 - t_2 + t_1 = -t_2.$$

Für die unteren Spitzen der Kletterkurve folgt durch eine analoge Betrachtung

$$n = n_1 : T = n_1 (t_1 + t_2),$$
$$n = 0 : T = 0.$$

Wir kommen also zu folgendem Ergebnis: „Die oberen Spitzen der Kletterkurve liegen auf einer einfachen ansteigenden Exponentialkurve, welche bei $-t_2$ beginnt und sich nach ∞ vielen Betriebsdauern dem Werte

$$J_\infty = \frac{1 - e^{-\alpha t_1}}{1 - e^{-\alpha t_1} e^{-\beta t_2}}$$

nähert."

„Die unteren Spitzen der Kletterkurve liegen auf einer einfachen ansteigenden Exponentialkurve, welche im Punkte 0 beginnt und bis zu dem Werte

$$J'_\infty = e^{-\beta t_2} \frac{1 - e^{-\alpha t_1}}{1 - e^{-\alpha t_1} \cdot e^{-\beta t_2}}$$

ansteigt."

Auch der Exponent dieser Exponentialkurven läßt sich ermitteln. Wir setzen nach dem oben Abgeleiteten:

$$\left.\begin{aligned} J_n = J_\infty (1 - e^{-\alpha t_1 n} \cdot e^{-\beta t_2 n}) &= \\ = f\{(t_1 + t_2)(n - 1) + t_1\}& \\ = f\{t_1 n + t_2 n - t_2\}& \end{aligned}\right\} \qquad (5)$$

und

$$\left.\begin{aligned} J_n' = J'_\infty (1 - e^{-\alpha t_1 n} \cdot e^{-\beta t_2 n}) &= \\ = f\{n t_1 + n t_2\}&. \end{aligned}\right\} \qquad (6)$$

Die Kurve J_n sei eine Exponentialkurve mit dem Exponenten γ und der Abszisse T, welche im Nullpunkt um τ verschoben ist, also

$$J_n = J_\infty (1 - e^{-\gamma (T + \tau)}). \qquad (7)$$

Aus (5) und (7) folgt:

$$\gamma (T + \tau) = \alpha t_1 n + \beta t_2 n,$$
$$\gamma (t_1 n + t_2 n - t_2 + \tau) = \alpha t_1 n + \beta t_2 n.$$

Setzt man

$$t_2 = c t_1,$$

so ist

$$\gamma (t_1 n + c t_1 n - c t_1 + \tau) = \alpha t_1 n + \beta c t_1 n.$$

Diese Gleichung wird erfüllt durch

$$\gamma = \frac{\alpha + \beta c}{c + 1} = \frac{\alpha t_1 + \beta t_1}{t_1 + t_2} \qquad (8)$$

$$\tau = c t_1 = t_2. \qquad (9)$$

In analoger Weise ergibt sich für

$$J_n' = J'_\infty (1 - e^{-\gamma (T + \tau)}),$$

$$\gamma = \frac{\alpha t_1 + \beta t_2}{t_1 + t_2}, \qquad (10)$$

$$\tau = 0 \qquad (11)$$

und in dem Spezialfall $t_1 = t_2$

$$\gamma = \frac{\alpha + \beta}{2}. \qquad (12)$$

Die beiden Exponentialkurven für J_n und J_n' haben also denselben Exponenten und sind lediglich um t_2 gegeneinander verschoben. Um festzustellen, wie sich der Grenzwert J_∞ ändert, wenn wir die Zahl der Belichtungen pro Sekunde anders wählen, setzen wir $t_2 = a t_1$ und betrachten den Fall $t_1 = t_2$. Die relative Änderung ist dann

$$\frac{\Delta J_\infty}{J_\infty} = \frac{\dfrac{1 - e^{-\alpha t_1}}{1 - e^{-\alpha t_1} \cdot e^{-\beta t_1}} - \dfrac{1 - e^{-a \alpha t_1}}{1 - e^{-a \alpha t_1} \cdot e^{-\beta a t_1}}}{\dfrac{1 - e^{-\alpha t_1}}{1 - e^{-\alpha t_1} \cdot e^{-\beta t_1}}}.$$

Durch Reihenentwickelung folgt hieraus in erster Annäherung:

$$\left.\begin{aligned} \frac{\Delta J_\infty}{J_\infty} &= \frac{\frac{\alpha}{\alpha+\beta}\left(1+\frac{\beta}{2}t_1\right)-\frac{\alpha}{\alpha+\beta}\left(1+\frac{\beta}{2}at_1\right)}{\frac{\alpha}{\alpha+\beta}\left(1+\frac{\beta}{2}t_1\right)} \\ \frac{\Delta J_\infty}{J_\infty} &= (1-a)\frac{\beta}{2}t_1. \end{aligned}\right\} \quad (13)$$

Dieses Resultat besagt, daß J_∞ sich mit der sekundlichen Belichtungszahl ändert, jedoch ist die Änderung um so kleiner, je kleiner t_1, und o, wenn $t_1 = 0$ ist. Da nun Majorana mit sehr kleinen Belichtungszeiten arbeitete, so ist es erklärlich, daß er keine Änderungen feststellen konnte. Die Abhängigkeit $J_\infty = f(t)$, wenn $t_1 = t_2$ ist, ergibt sich aus

$$J_\infty = \frac{\alpha}{\alpha+\beta}\left(1+\frac{\beta}{2}t\right),$$

d. h. eine lineare Beziehung, welche für $t = 0$ den Grenzwert

$$J_\infty = \frac{\alpha}{\alpha+\beta} \quad (14)$$

liefert. Dieser fällt mit J'_∞ zusammen. Dieses Resultat hat insofern eine Bedeutung, als es einen einfachen Weg zur Bestimmnng von α/β enthält. Man mißt nämlich bei sehr schnell intermittierender Belichtung mit einem eingeschalteten Amperemeter J_∞ und bestimmt außerdem für Dauerbelichtung J_{max}. Es ist dann

$$\frac{\alpha}{\beta} = \frac{J_\infty}{J_{max} - J_\infty}.$$

Um α und β selbst zu finden, ist die Bestimmung eines Wertepaares JJ' erforderlich, was nur mit Hilfe eines Oszillographen möglich ist. Es braucht hierfür jedoch nicht die Kurve photographisch registriert zu werden, sondern es genügt, an einer geeichten Skala die Werte von J_∞ und J'_∞ abzulesen. Aus diesen folgt:

$$\left.\begin{aligned} \frac{J'_\infty}{J_\infty} &= e^{-\beta t} \\ \beta &= \frac{1}{t}\ln\frac{J_\infty}{J'_\infty}. \end{aligned}\right\} \quad (15)$$

Da diese Methode zur Bestimmung von α und β im Gegensatz zu der, überdies recht mühsamen, Auswertung der Trägheitskurven Werte ergibt, welche genau definiert sind, so wird es zweckmäßig sein, in Zukunft stets die Trägheitseigenschaften von Selenzellen durch derartig ermittelte Konstanten α und β zu charakterisieren und so einen absoluten zahlenmäßigen Vergleichsmaßstab für Selenzellen zu schaffen, den es bisher nicht gegeben hat. Auch das Aussuchen von zusammenpassenden Zellen für die Kornsche[1]) Kompensationsschaltung wird hierdurch wesentlich erleichtert. Ferner läßt sich nunmehr auch in exakter Weise die Abhängigkeit der Trägheit einer Selenzelle von der Temperatur und Wellenlänge des auffallenden Lichtes sowie vom Elektrodenmaterial feststellen. Das gleiche Verfahren ist ferner zur Trägheitsbestimmung anderer Vorgänge, z. B. bei Apparaten, die auf Wärmewirkungen beruhen, anwendbar. Ich werde in Kürze Näheres hierüber mitteilen.

1) A. Korn, diese Zeitschr. 8, 19, 1907; 10, 793, 1909.

Endlich können wir noch ermitteln, wie sich J_∞ ändert, wenn wir das Verhältnis zwischen Belichtungszeit t_1 und Verdunkelungszeit t_2 verändern. Nehmen wir

$$t_1 = \text{const}$$

und

$$t_2 = a t_1,$$

so wird

$$J_\infty = \frac{1-e^{-\alpha t_1}}{1-e^{-(\alpha+a\beta)t_1}}. \quad (16)$$

Diese Funktion

$$J_\infty = f(a)$$

stellt eine hyperbelähnliche Kurve dar, deren eine Asymptote parallel der Abszissenachse liegt und die Ordinate $1-e^{-\alpha t_1}$ hat und deren andere Asymptote mit der Abszisse

$$a = -\frac{\alpha}{\beta}$$

parallel zur Ordinatenachse liegt. Durch Reihenentwickelung findet man

$$J_\infty = \frac{\alpha}{\alpha+a\beta}\left(1+\frac{a\beta}{2}t_1\right).$$

Diese Gleichung stellt für kleine Werte von t_1 eine Hyperbel

$$J_\infty = \frac{\alpha}{\alpha+a\beta}$$

dar, so daß also die oben erwähnte Majoranasche Schlußfolgerung nur mit der Einschränkung, t_1 unendlich klein, streng gültig ist.

Experimenteller Teil[1]).

Die vorstehend abgeleiteten Resultate konnten nun durch oszillographische Aufnahmen an Selenzellen bestätigt werden. Diese Aufnahmen gaben gleichzeitig einen Anhalt dafür, in welchem Umfange die der Rechnung zugrunde gelegten Voraussetzungen zutreffend sind. Sieht man davon ab, daß die Trägheitskurven nicht einfache Exponentialkurven, sondern solche höherer Ordnung sind, so handelte es sich zunächst darum, festzustellen, inwieweit die Annahme zulässig ist, daß die Exponenten α und β konstant sind, d. h. auch nach der ersten, zweiten usw. Belichtung noch dieselben Werte haben. Um dies zu er-

1) Zu besonderem Dank bin ich der Firma Siemens & Halske verpflichtet, welche mir in liebenswürdigster Weise die Ausführung der oszillographischen Aufnahmen im Wernerwerk ermöglicht hat.

mitteln, wurde eine Trägheitskurve aufgenommen für eine Belichtungsänderung von o auf J und eine zweite für eine Änderung von J_0 auf J, d. h. also die Trägheitskurve ohne und mit Vorbelichtung. Fig. 2 zeigt die oszillographisch erhaltenen Kurven, welche, um den Vergleich zu erleichtern, so aufgenommen sind, daß der Maximalausschlag in beiden Fällen der gleiche war.

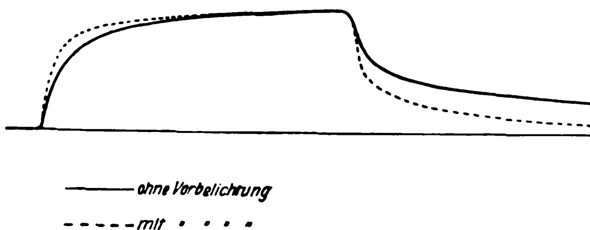


Fig. 2[1]).

Es ist aus dieser Figur ohne weiteres ersichtlich, daß die Anwendung der Vorbelichtung eine wesentliche Herabsetzung der Trägheit, d. h. also eine Vergrößerung von α und β zur Folge hat, eine Tatsache, welche bereits seit längerer Zeit bei fernphotographischen Übertragungen nach der Selenmethode als Ergänzung zu der Kornschen Kompensationsschaltung verwendet worden ist. Dieser günstige Einfluß auf die Trägheit der Selenzelle ist jedoch nicht durch beliebige Steigerung der Vorbelichtungsintensität dauernd zu erhöhen, vielmehr ist die Wirkung bei schwachen Vorbelichtungen am stärksten, um dann mit steigender Vorbelichtungsintensität allmählich geringer zu werden. Infolgedessen ist auch der Einfluß der vorhergehenden Belichtung bei intermittierender Bestrahlung bei den ersten Werten von J und J' am größten, während bereits nach etwa fünf bis sechs Intermittenzen α und β konstante Werte angenommen haben. Diese Erscheinung ist in den Oszillogrammen der Fig. 3 deutlich erkennbar. Nach

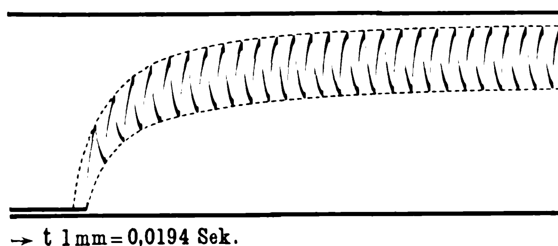


Fig 3.

den im ersten Teil angegebenen Berechnungen werden die Kurven der J- und J'-Werte durch zwei Exponentialkurven mit gleichen Exponenten dargestellt, welche um t_2 parallel zueinander verschoben sind. Im Oszillogramm ist dies für die ersten Intermittenzen nicht der Fall, vielmehr laufen hier die beiden Umhüllungskurven enger zusammen. Dagegen ist nach fünf bis sechs Intermittenzen die Bedingung der Parallelität bereits erfüllt, hier also die Rechnung einwandfrei gültig. Zur Kontrolle der Rechnung wurden nun die Exponenten der Trägheitskurven konstant angenommen und unter dieser Voraussetzung die Kletterkurve konstruiert. Es geschah dies in der Weise, daß nach den für eine Zelle oszillographisch ermittelten Trägheitskurven Schablonen angefertigt wurden, mittels derer die im I. Teil beschriebene Konstruktion der Kletterkurve durch Parallelverschiebung der Kurven durchgeführt wurde. Das Resultat ist in Fig. 4 wiedergegeben und zeigt, daß in diesem

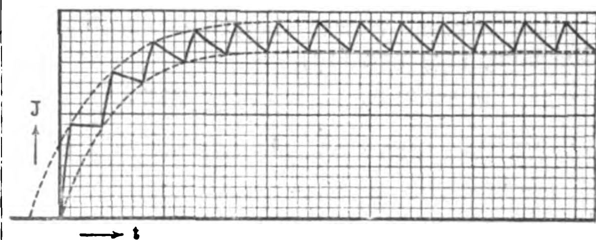


Fig. 4.

Falle, α und β konstant, die Bedingung der Parallelverschiebung beider Umhüllungskurven um die Größe t_2 für den gesamten Kurvenzug erfüllt ist.

Es war ferner abgeleitet worden, daß die Umhüllungskurven für $t_1 = t_2$ Exponentialkurven mit den Exponenten $\frac{\alpha + \beta}{2}$ sind. Besitzt also eine Zelle größere Werte von α und β, so muß ihre Umhüllungskurve wesentlich schneller ansteigen als für eine Zelle mit geringerer Trägheit. Für die Kupferzelle Nr. III war ermittelt worden:

$$\alpha = 153\,, \qquad \beta = 20{,}9$$

und für Zelle Nr. II:

$$\alpha = 20{,}3\,, \qquad \beta = 21{,}7\,.$$

Entsprechend diesen Werten steigt die Kletterkurve für Zelle Nr. II wesentlich langsamer an als für Zelle Nr. III, wie aus dem Oszillogramm (Fig. 5) ersichtlich ist.

Was die experimentelle Bestimmung von α und β anbetrifft, so ergab die Messung für Zelle Nr. I:

$$\frac{\alpha}{\beta} = \frac{J_\infty}{J_{\max} - J_\infty} = \frac{30}{2{,}2} = 13{,}65$$

und

$$\frac{J_\infty}{J'_\infty} = \frac{30}{12{,}7}\,, \quad t_1 = 0{,}0417\,.$$

1) Nach den Oszillogrammen gezeichnet. Desgl. die Figuren 3, 5, 6, 7, 8.

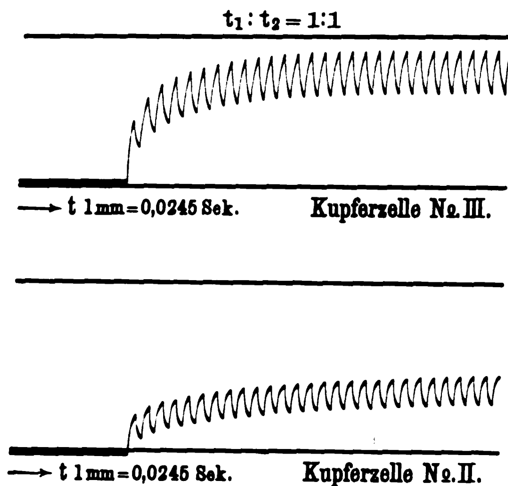


Fig. 5.

Aus diesen Werten berechnet sich nach Gleichung (14) und (15)

$$\alpha = 279, \qquad \beta = 20{,}5.$$

III. Versuche an Selenelementen.

Im Anschluß an diese Untersuchungen wurden Messungen an Selenelementen vorgenommen, bei welchen, wie zuerst von Fritts[1]) und Uljanin[2]) festgestellt worden ist, durch Belichtung elektromotorische Kräfte erzeugt werden[3]). Der hierbei sich abspielende lichtelektrische Vorgang verläuft, soweit man es nach der Einstellungsgeschwindigkeit eines eingeschalteten Galvanometers beurteilen kann, im allgemeinen schneller als bei den üblichen Selenzellen Bidwellscher Form. Es war daher von Wert, einmal durch genauere Messungen die bei derartigen Selenelementen vorhandenen Trägheitsverhältnisse festzustellen. Da jedoch die Uljaninschen Zellen nur sehr geringe Stromstärken ergeben, welche für oszillographische Aufnahmen nicht ausreichend sind, so wurde die von Reinganum[4]) vorgeschlagene Form des Selenelementes benutzt, bei welcher sowohl die aktive Selenelektrode wie auch die zweite Zuleitungselektrode sich in verdünnter schwefliger Säure (3,12 Proz.) befinden. Im einzelnen werde ich auf die von mir benutzten Anordnungen der Zellen in einer demnächst erscheinenden Arbeit ausführlicher eingehen. Hier mag nur erwähnt werden, daß ich in einem Schließungskreis von etwa 30 Ohm Widerstand bei Verwendung einer Hilfsspannung nach dem Reinganumschen Vorgang eine Stromänderung von etwa 1,5 Milliampere erzielen konnte, wenn der Faden einer Nernstlampe von 110 Volt, 1 Amp. auf der Oberfläche der Selenelektrode abgebildet wurde. Untersucht wurden zwei Arten von Selenzellen. Bei der einen war das Selen auf einem Platinblech, bei der anderen auf einer Kohleplatte als Selendampf in sehr dünner Schicht niedergeschlagen und dann sensibilisiert worden.

Im folgenden sollen kurz die Resultate, welche sich auf die Trägheitserscheinungen an derartigen Zellen beziehen, mitgeteilt werden.

Die drei Oszillogramme der Fig. 6 stellen die Trägheitskurve und das Verhalten der Platinzelle bei zwei verschieden schnell intermittierenden Belichtungen dar. Die Zeiten selbst sind aus den Angaben der Figur zu entnehmen.

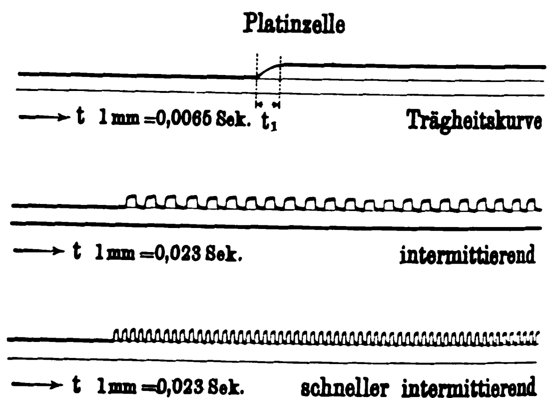


Fig. 6.

Die scheinbare Trägheit der Zelle bei Belichtung und Verdunkelung (t_1) ist lediglich dadurch hervorgerufen, daß die mechanische Vorrichtung, welche die Belichtung bewirkt, stets eine gewisse Zeit braucht, um sich voll zu öffnen. Bei meinen Versuchen verwendete ich eine rotierende Scheibe, welche ein rundes Loch enthielt, das vor einem feststehenden Schlitz vorbeilief. Die Zeit nun, welche vergeht, bis die Öffnung in der Scheibe voll vor dem Schlitz steht, konnte aus der bekannten Umdrehungszahl des Motors berechnet werden und stimmte mit der aus dem Oszillogramm ermittelten Zeit überein. Für Belichtung und Verdunkelung ist daher auch diese Zeit gleich. Nach vollem Einsetzen der Belichtung verläuft dann die Kurve parallel zur Abszissenachse, d. h. die Platinzelle besitzt keine meßbare Trägheit. Der gleiche Schluß muß auch aus den Aufnahmen bei intermittierender Belichtung gezogen werden. Man erhält nicht, wie bei dem Selen, eine Kletterkurve, sondern der Strom in der Zelle schwankt entsprechend den Belichtungsänderungen zwischen einem Maxi-

1) Fritts, Sill. Journ. (3) **26**, 465, 1883.
2) Uljanin, Wied. Ann. **34**, 241, 1888.
3) Vgl. Korn-Glatzel, Handbuch der Phototelegraphie und Telautographie, Verlag O. Nemnich, Leipzig 1911.
4) Reinganum, diese Zeitschr. **7**, 786, 1906; **8**, 293, 1907.

mal- und einem Minimalwert — dem Wert des Dauerstromes, hervorgerufen durch die angelegte Hilfsspannung — hin und her. Die Abrundung der Kurven an den Belichtungs- und Verdunkelungsstellen hat wiederum ihre Ursache in der nicht vollkommen momentan erfolgenden Belichtungsänderung. Bei schnellen Intermittenzen ist dieser Einfluß naturgemäß größer als bei langsamer Belichtungsänderung. Daß aber eine Platinzelle nicht unter allen Umständen trägheitslos arbeitet, ist aus dem Oszillogramm der Fig. 7 ersichtlich.

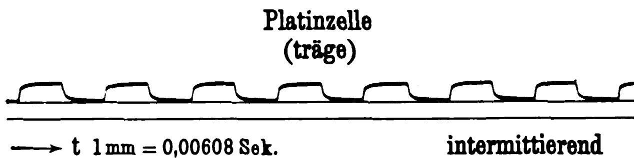


Fig. 7.

Bei dieser Zelle war die schweflige Säure bereits mehrere Tage alt und hatte infolgedessen ihre reduzierende Wirkung zum Teil verloren. Im einzelnen auf die Gründe dieser Erscheinung einzugehen, würde mich an dieser Stelle zu weit führen.

Im starken Gegensatz zu dem Verhalten der Platinzelle steht das der Kohlezelle, wie aus den in Fig. 8 dargestellten Oszillogrammen hervor-

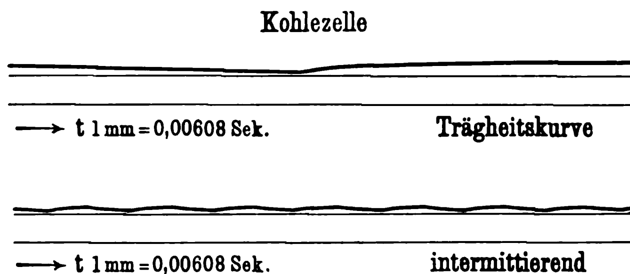


Fig. 8.

geht. Die Trägheit ist eine ziemlich hohe, so daß die schnellen Belichtungsänderungen nur sehr ungenau wiedergegeben werden. Sie hat weiterhin zur Folge, daß man auch bei Kohlezellen ein Klettern in der oben beschriebenen Weise beobachten kann.

Das interessanteste Resultat, welches sich bei diesen Versuchen ergab, ist jedenfalls, daß man in einem geeignet hergestellten Platin-Selenelement tatsächlich einen Apparat zur Verfügung hat, welcher praktisch trägheitslos arbeitet und gegenüber den ebenfalls trägheitslos sich verhaltenden lichtelektrischen Zellen den großen Vorzug besitzt, daß er verhältnismäßig starke Ströme zu liefern vermag. Infolgedessen wird ein derartiges Platin-Selenelement für viele Zwecke recht brauchbar sein. So konnten z. B. fernphotographische Übertragungen, zunächst allerdings über künstliche Leitungen von niedrigem Widerstand, ausgeführt werden, und zwar mit einem Kornschen Phototelegraphen unter Ersatz der Selenzelle durch ein Selenelement.

Ein Teil der Mittel für vorstehende Untersuchungen wurde mir von dem Kuratorium der Jagor-Stiftung zu Berlin zur Verfügung gestellt. Ich erlaube mir, auch an dieser Stelle meinem Dank hierfür Ausdruck zu geben.

Charlottenburg, Technische Hochschule, September 1911.

Aus der Abteilung für angewandte Mathematik und Physik, einschließlich Instrumentenkunde, Ingenieurwesen und Elektrotechnik:

H. Blasius (Berlin), Das Ähnlichkeitsgesetz bei Reibungsvorgängen.

1. Bei den Interpolationsformeln der Hydraulik, die die Druckverteilung in bewegtem Wasser betreffen, wählt man als Ansatz die Proportionalität der Druckhöhe $h = \frac{p}{\gamma}$ zur Geschwindigkeitshöhe $\frac{v^2}{2g}$:

$$h = c \cdot \frac{v^2}{2g}.$$

Die Kräfte werden dann proportional zu den vorkommenden Flächen F:

$$K = k \cdot \gamma F \frac{v^2}{2g}.$$

Die Bestimmung dieser Konstanten c und k erfolgt meist durch Eichung bzw. durch den Modellversuch. Hierbei ist nun zu beachten, daß c und k nur dann wirklich konstant sind — also für zwei Vorgänge denselben Wert annehmen —, wenn der Stromlinienverlauf bei beiden Vorgängen ähnlich ist. Bei Modellversuchen mit Schiffen z. B. ist dies nur der Fall, wenn die Geschwindigkeiten der verglichenen Vorgänge im Verhältnis der Wurzel aus dem Längenverhältnis der ähnlichen Körper stehen. Mit anderen Worten: der Koeffizient k ist Funktion von $\frac{v^2}{2gl}$ — vom Verhältnis der Geschwindigkeitshöhe zu irgendeiner Längengröße am Schiff bzw. Modell — geschrieben:

$$k = k\left(\frac{v^2}{2gl}\right).$$

Diese von Froude in die Praxis eingeführte Modellregel wird abgeleitet aus der Erwägung, daß die Beschleunigungen in der Wasserströmung bei den verglichenen Vorgängen gleiche Werte haben müssen, weil die Schwerebeschleu-

nigung bei beiden dieselbe ist. Die Aussage, daß der Koeffizient:

$$k = \frac{K}{\gamma F \frac{v^2}{2g}} \text{ Funktion von } \frac{v^2}{2gl}$$

ist, entspricht auch dem allgemeinen physikalischen Prinzip, daß schließlich nur Gleichungen zwischen dimensionslosen Größen, reinen Zahlen, auftreten können. Maßgebend für die Anzahl der „reinen Zahlen", die aus den vorkommenden Längen und Geschwindigkeiten gebildet werden können, sind die in den Grundgleichungen auftretenden Materialkonstanten und universellen Konstanten, in diesem Falle γ und g.

2. Das vorstehende bekannte Ähnlichkeitsgesetz gilt seiner Ableitung nach nur für Vorgänge, bei denen neben der Trägheit die Schwerkraft auftritt, es versagt, wenn es sich um Reibungsvorgänge handelt. Hier tritt z. B. die Schubspannung der laminaren Reibung:

$$\tau_{xy} = \mu \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right)$$

als neue Kraft auf. Mit ihr natürlich auch Normalspannungen von ähnlichem Typus. Die neue Materialkonstante μ, statt deren man auch häufig den „kinematischen Reibungskoeffizienten" $\nu = \frac{g\mu}{\gamma}$ einführt, ist abhängig von der Temperatur. ν hat die Dimension $\frac{\text{Länge}^2}{\text{Zeit}}$, und ist bei 10^0 C: $\nu = 0{,}0131 \frac{\text{cm}^2}{\text{sec}}$, bei 20^0 C: $\nu = 0{,}0101 \frac{\text{cm}^2}{\text{sec}}$. Bei Vorgängen, bei denen die innere Reibung eine Rolle spielt, dagegen eine freie Oberfläche nicht auftritt, kann man nun das neue Ähnlichkeitsgesetz aufstellen, daß die Konstanten c und k der Druckhöhen bzw. Kräfte Funktionen von $\frac{vl}{\nu}$ sind, geschrieben:

$$k = k\left(\frac{vl}{\nu}\right),$$

wobei v und l die jeweils maßgebenden Geschwindigkeiten und Längen bedeuten. Dies Gesetz ist von Reynolds[1]) aus dem Vergleich der in den Grundgleichungen auftretenden Trägheits- und Reibungskräfte abgeleitet worden. Man bemerkt auch, daß $\frac{vl}{\nu}$ neben dem Koeffizienten k die einzige dimensionslose Größe ist, die sich aus den vorhandenen Materialkonstanten bilden läßt. Die universelle Konstante g kommt nicht vor, wenn keine freie Oberfläche vorhanden ist.

3. Vorgänge, bei denen dieses Gesetz in Kraft tritt, sind der Druckverlust in Röhren, die Oberflächenreibung an Platten, sowie die Drucke und Kräfte, die eingetauchte Körper in tiefem Wasser ohne freie Oberfläche erfahren. Letzteres trifft also besonders beim Widerstand von Ballonkörpern in Luft zu. Denn die Ausdehnung des „Kielwassers", die Lage seiner Ablösungsstelle[1]) und die Drucke in demselben sind nur bestimmt durch die Reibungskräfte und die Trägheit. Bei allen diesen Vorgängen sind die Koeffizienten der hydraulischen Formeln Funktionen der obengenannten Reynoldsschen Zahl $\frac{vl}{\nu}$. Schreibt man z. B. die Formel für den Druckverlust in Röhren (vom Durchmesser d)

$$h = \lambda \cdot \frac{l}{d} \cdot \frac{v^2}{2g},$$

so ist aus dem Ähnlichkeitsgesetz zu schließen daß λ Funktion von $\frac{vd}{\nu}$ ist.

4. Der Anwendungsbereich des Reynoldsschen Ähnlichkeitsgesetzes ist nach Absatz 3 ein sehr weiter; trotzdem ist dieses vor 30 Jahren aufgestellte Gesetz kaum in die Praxis eingedrungen, und die für λ aufgestellten und benutzten Interpolationsformeln entsprechen zum großen Teil nicht dem Gesetz, sind jedenfalls nicht unter bewußter Anwendung desselben aufgestellt. Es würde aber das Interpolationsgeschäft bedeutend vereinfachen und sicherer machen, wenn man λ von vornherein nur als Funktion der einen Veränderlichen $\frac{vd}{\nu}$ auftragen und interpolieren wollte, als wenn man, wie bisher, die Abhängigkeit von den zwei Veränderlichen, Durchmesser und Geschwindigkeit, und auch noch von der Temperatur zu behandeln hat. Dasselbe gilt von den anderen in Absatz 3 genannten Vorgängen.

5. Es war daher notwendig, die Gültigkeit des Gesetzes zunächst einmal experimentell sicherzustellen. Für glatte Rohre, gezogene Messing-, Kupfer- und Bleirohre sowie Glasrohre, habe ich mich unter Benutzung der Versuche von Saph-Schoder, Reynolds und Lang sowie eigener, an der Versuchsanstalt für Wasserbau und Schiffbau zu Berlin ausgeführter Versuche von seiner Gültigkeit überzeugt[2]). Über die Form der Ab-

1) Reynolds, Phil. Transact. of the Royal Soc. of London 174, 935, 1883.

1) Nach der Prandtlschen Theorie. Vgl. Föppl, Technische Mechanik 6, 371.

2) Ein ausführlicher Bericht über diese Untersuchungen wird später zugleich mit noch weiteren Versuchen in der Zeitschrift und den Forschungsheften des Vereins deutscher Ingenieure erscheinen.

hängigkeit $\lambda\left(\frac{vd}{\nu}\right)$ sagt das Reynoldssche Ähnlichkeitsgesetz nichts aus. Am besten erscheint mir hier eine Potenzformel:

$$\lambda = 0{,}316 \sqrt[4]{\frac{\nu}{vd}}\,.$$

Für rauhe Röhren bedarf das Gesetz einer Verallgemeinerung: λ wird Funktion von zwei Veränderlichen: von $\frac{vd}{\nu}$ und dem Verhältnis zwischen Rauhigkeit und Durchmesser. Für die Oberflächenreibung an glatten Platten, die in ihrer Ebene durchs Wasser gezogen werden, ergab die Auswertung der Versuche von Gebers[1]) ebenfalls eine Bestätigung des Gesetzes. Für den Widerstand von Drähten in Luft liegen Versuche aus der von Prof. Prandtl geleiteten Versuchsanstalt für Luftschiffahrt zu Göttingen vor[2]), die das Gesetz ebenfalls bestätigen.

6. Es ist danach kein Zweifel, daß die Einführung des Gesetzes in die Praxis notwendig ist. Die Aussage, daß die Koeffizienten Funktionen von $\frac{vd}{\nu}$ sind, liefert für Reibungsvorgänge die Ähnlichkeitsregel, daß der Modellversuch dann den richtigen Wert von c, k oder λ ergibt, wenn die Reynoldssche Zahl $\frac{vl}{\nu}$ bzw. $\frac{vd}{\nu}$ für Modell und Wirklichkeit denselben Wert hat, wenn also die Geschwindigkeiten im umgekehrten Verhältnis der Längen sich ändern: Sind die Abmessungen des Modells $^1/_{10}$ der Wirklichkeit, so muß man die Geschwindigkeiten beim Modell aufs Zehnfache der in Wirklichkeit vorhandenen Geschwindigkeiten steigern, während sie beim Studium von Schwerkraftsvorgängen im Verhältnis $1/\sqrt{10}$ herabgesetzt werden konnten. Diese Anforderungen, die der Modellversuch bei Reibungsvorgängen stellt, sind also ganz andere, als sie die Versuchsanstalten bisher gewöhnt sind, und es ist gerade deswegen äußerst wichtig, eindringlichst auf dieses Gesetz hinzuweisen. Da die Vorgänge in der Natur, um deren Darstellung im Modell es sich handelt, meist sehr große Abmessungen besitzen, so wird es sich stets um sehr große Reynoldssche Zahlen $\frac{vl}{\nu}$ handeln. Versuche in kleinerem Maßstabe haben also nur dann praktischen Wert, wenn die Messungen durch Steigerung der Geschwindigkeit bis zu hohen Reynoldsschen Zahlen hinaufgetrieben werden. Bei der Ausgestaltung der vorhandenen, sowie bei der Neueinrichtung etwa geplanter Versuchsanstalten muß dieser Gesichtspunkt berücksichtigt werden!

7. Das Auftreten von ν im Nenner der Zahl $\frac{vl}{\nu}$ weist darauf hin, die Werte von c, k, λ mit solchen Flüssigkeiten zu bestimmen, bei denen die Zähigheit ν sehr kleine Werte hat, so daß man schon bei verhältnismäßig geringen v und l hohe Reynoldssche Zahlen erreicht. Diese Überlegung läßt es als vorteilhaft erscheinen, Modellversuche für Luftschiffe in Wasser vorzunehmen, da ν für Wasser nur $^1/_{10}$ bis $^1/_{20}$ von dem für Luft ist!

1) Gebers, Ein Beitrag zur experimentellen Ermittelung des Wasserwiderstandes gegen bewegte Körper. Verlag des Schiffbau. 1908.

2) Föppl, Zeitschr. f. Motorluftschiffahrt und Flugtechnik 1910, Heft 20.

H. Blasius (Berlin), Stromfunktionen für Flügel und Turbinenschaufeln.

1. Bei der Berechnung des Auftriebs, den gekrümmte Flügel in einer Flüssigkeitsströmung erfahren, kann man mit Hilfe des Impulssatzes nur aussagen, daß der Auftrieb der Dichte und dem Quadrat der Geschwindigkeit proportional ist. Die Berechnung dieses Proportionalitätsfaktors in seiner Abhängigkeit von der Wölbungshöhe sowie die Bestimmung der Neigung der Eintritts- und Austrittstangente erfordert die Herstellung des vollständigen Ausdruckes für die Geschwindigkeitsverteilung. Ebenso führt in der Turbinentheorie der Impulssatz nur zur Eulerschen Formel, nach der sich die Kraft berechnen läßt unter der Annahme, daß die eintretende und austretende Strömung in parallelen Fäden fließt. Dies ist aber bei endlichem Schaufelabstand erst im Unendlichen der Fall. Die Neigung der Eintrittstangente der Schaufel selbst dagegen ist steiler als die Stromrichtung im Unendlichen, während die Stromlinien zwischen den Schaufeln in flacherem Bogen fließen. Die Berechnung der Unterschiede dieser Neigungen und ihrer Beziehungen zur Wölbung und zum Abstand der Schaufeln erfordert auch hier die Herstellung der Stromfunktionen für die Geschwindigkeitsverteilung.

2. Zur Ausführung dieser Aufgabe ist die Bemerkung wichtig, daß der Auftrieb mit einer Zirkulation ($2\pi c$) um Flügel bzw. Turbinenschaufel verbunden ist. Die Ableitung dieser Beziehung findet sich in der unten aufgeführten Literatur[1]). Unter diesem Gesichtspunkt sind von Kutta, Joukowsky und von mir eine

1) Kutta, Illustr. aeronaut. Mitteilungen 1902; Münchener Berichte 1910 u. 1911; Joukowsky, Zeitschr. f. Flugtechnik u. Motorluftschiffahrt 1910; Blasius, Zeitschr. f. Mathematik u. Physik 59, 43 u. 225.

Reihe von Stromfunktionen für Flügel hergestellt worden. Für die Strömung durch Turbinenschaufeln haben Prášil, Lorenz und v. Mises[1]) einige Strömungen angegeben für den Fall unendlich dichter Schaufelstellung, die also über die obigen Fragen noch keinen Aufschluß liefern.

3. Ich habe mich, abweichend von den Vorgängern, bei der Berechnung solcher Stromfunktionen von Betrachtungen über die bei solchen Funktionen auftretenden Singularitäten leiten lassen. Außer dem obengenannten Gedanken der Zirkulation muß da noch bemerkt werden, daß die auftretenden Funktionen an den Flügel- bzw. Schaufelkanten verzweigt sein müssen. Es handelt sich also um mehrwertige Funktionsausdrücke, von denen ein Zweig den physikalischen Vorgang darstellt, während man durch die Schaufeln, welche Verzweigungsschnitte darstellen, zu den analytischen Fortsetzungen gelangt. Die Zirkulation um die Flügel bzw. Schaufeln läßt auf das Auftreten logarithmischer Singularitäten des Potentials und der Stromfunktion in den nichtphysikalischen Blättern der Riemannschen Fläche schließen. Die Geschwindigkeitsverteilung $u - iv$ hat demnach einen oder mehrere Pole in der analytischen Fortsetzung.

4. Diese Betrachtung über die charakteristischen Singularitäten legt bei zweidimensionalen Strömungen den funktionentheoretischen Gedanken nahe, daß durch die Kenntnis der Singularitäten die Funktion bis auf eine Konstante eindeutig bestimmt ist. Aus möglichst einfachen Annahmen über die Zahl und Lage der Singularitäten wird man also die einfachsten Ausdrücke für derartige Strömungen herstellen können. Man verzichtet dabei allerdings darauf, die Form des Flügels vorzugeben, diese muß vielmehr erst aus der Stromfunktion errechnet werden. Andererseits aber ist man in der Lage, durch Hinzunahme weiterer Singularitäten die Strömung in mannigfaltiger Weise zu variieren und sich so den gewünschten Formen beliebig anzupassen.

5. In meiner oben genannten Arbeit habe ich für einen Flügel als einfachsten Ausdruck für die Geschwindigkeitsverteilung die Funktion:

$$w = a + 2ci(z + \sqrt{z^2 - 1})$$

aufgestellt, wobei $z = x + iy$ die Ebene der Koordinaten ist; $w = u - iv$ stellt die beiden Komponenten der Geschwindigkeit dar. Diese Funktion hat Verzweigungspunkte bei $z = \pm 1$, nimmt im Unendlichen des einen Blattes, in welchem sich die $\sqrt{z^2 - 1}$ wie $-z$ verhält, den Wert a an und ist in diesem „physikalischen" Blatt regulär. $2\pi c$ ist der Wert der Zirkulation. Im Unendlichen des zweiten Blattes

$$(\sqrt{z^2 - 1} \sim + z)$$

liegt ein einfacher Pol. Im komplexen Potential $\chi = \varphi + i\psi$, das als $\int w \cdot dz$ auszurechnen ist, tritt die geforderte logarithmische Singularität auf.

6. Weiterhin sind in der genannten Arbeit Funktionen mit anderer Lage des Poles im zweiten Blatt aufgebaut, welche Strömungen um Flächen von endlicher Dicke, sowie um unsymmetrische Flächen darstellen. Bezeichnet man den für die Singularitäten wesentlichen Anteil obiger Funktion mit

$$\tau = i(z + \sqrt{z^2 - 1}),$$

so lassen sich diese allgemeineren Ausdrücke aufbauen als gebrochen-lineare Funktionen von τ:

$$w = a - ib + 2c\tau_0 \cdot \frac{\tau}{\tau_0 - \tau},$$

wobei τ_0 den Wert von τ an der Stelle des Poles bedeutet. Die Richtung b/a im Unendlichen bleibt natürlich nicht willkürlich, denn da keine Singularität im vorderen Verzweigungspunkte liegt, so wird nur der Fall des stoßfreien Eintritts dargestellt. Weitere Verallgemeinerungen sind im letzten Absatz der betreffenden Abhandlung angedeutet.

7. Um zu Ausdrücken für die Strömung durch Turbinenschaufeln[1]) zu gelangen, muß man die z-Ebene des vorigen Absatzes abbilden auf einen Streifen einer neuen Ebene

$$(\zeta = \xi + i\eta).$$

Es geschieht dies durch die bekannte Abbildung:

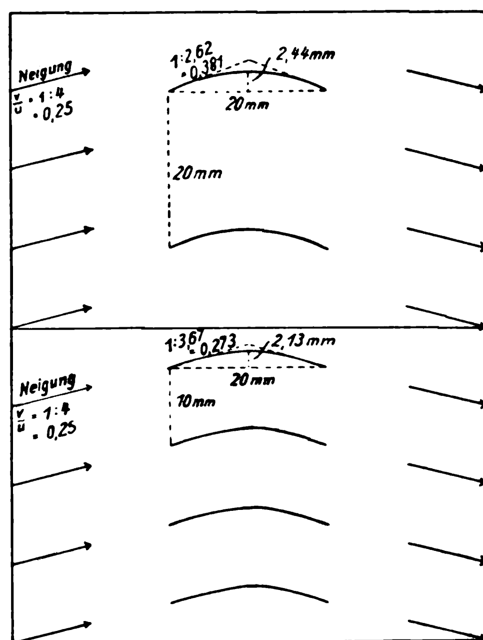
$$\frac{z - q}{p - z} = e^{\zeta/\vartheta} \quad \text{oder} \quad z = \frac{p\, e^{\zeta/\vartheta} + q}{e^{\zeta/\vartheta} + 1},$$

wobei p, q, ϑ verfügbare Parameter sind. In der ζ-Ebene erscheinen dann unendlich viele Paare von Verzweigungspunkten, zwischen denen sich die Profile der Schaufeln erstrecken. Länge und Abstand hängen von den Parametern ab. Die obige Funktion $w(z)$ erhält als periodische Funktion von ζ im zweiten Blatt dieser ζ-Ebene unendlich viele Pole. Die Lage derselben bestimmt das Schaufelprofil, und es lassen sich Schaufeln von endlicher Dicke unsymmetrische Profile und schiefe Lage darstellen. Das komplexe Potential $\chi = \int w \cdot d\zeta$ ist neu zu integrieren.

8. In nebenstehender Figur sind als Beispiel zwei symmetrische Profile gegenübergestellt, bei denen das Verhältnis von Abstand zu Schaufellänge $= 1$ bzw. $= \frac{1}{2}$ ist. Die Schaufellänge ist beide Male 20 mm, die Stromrichtung im Unendlichen $\frac{v}{u} = \frac{1}{4}$. Die Parameterwerte sind

1) Prášil, Schweizerische Bauzeitung **41**, 207, 1903; **48**, 277, 1906; Lorenz, Neue Theorie und Berechnung der Kreiselräder. München, Verlag Oldenbourg; v. Mises, Zeitschr. f. Mathematik u. Physik **57**, 1, 1909.

1) Eine ausführliche Darstellung wird in der Zeitschrift für Mathematik und Physik erscheinen.



$p = 1{,}090 = -q$; $\vartheta = 3{,}18$ mm; $\frac{c}{a} = 0{,}191$ im ersten, $p = 1{,}0037 = -q$; $\vartheta = 1{,}59$ mm; $\frac{c}{a} = 0{,}136$ im zweiten Falle. Die Neigung der Eintritts- und Austrittstangenten ist im ersten Falle bedeutend größer als die Stromneigung im Unendlichen. Die Wölbung ist im ersten Falle höher, im zweiten dagegen schärfer. Übrigens sind die Angaben über die Wölbung nur aus einer angenäherten Formel berechnet und daher nicht zuverlässig.

9. Von diesen Serien paralleler Schaufelreihen in der ζ-Ebene, die als Abwicklung von Axialturbinen angesehen werden können, kann man zur Darstellung von Strömungen durch Radialturbinen von bestimmter Schaufelzahl n übergehen, indem man in das komplexe Potential $\chi(\zeta)$ die neuen Koordinaten $Z = \Xi + iH$ durch:

$$Z = \Theta \cdot c^{\zeta/n\vartheta}$$

einführt. Im Nullpunkt der Z-Ebene liegt dann eine Quelle, und n-Schaufeln liegen unter gleichen Winkeln $2\pi/n$ um den Nullpunkt herum. Die Konstante Θ bestimmt nur den Maßstab der Figur. Form und Länge der Schaufeln sind abhängig von den Parametern p und q sowie c/a, die in der ursprünglichen Funktion w stecken bzw. durch die Abbildung auf die ζ-Ebene hineingekommen sind. Die Relativbewegung in bezug auf ein rotierendes Schaufelsystem kann man darstellen, indem man die Stromfunktion der gleichförmigen Rotation $\psi_\omega = \frac{\omega}{2}(\Xi^2 + H^2)$ addiert. Die Form der Schaufelprofile wird dadurch natürlich beeinflußt.

10. Bei allen diesen Ansätzen handelt es sich allerdings zunächst nur um zweidimensionale Strömungen durch leitradlose Turbinen oder Pumpen, bei denen Reibung und Wirbelablösung nicht berücksichtigt sind. Immerhin scheint mir die Methode des Ansatzes geeigneter Singularitäten noch weitere Resultate zu versprechen. Es läßt sich z. B. der Fall der Strahlbildung einigermaßen durch komplexes c darstellen.

ZUSAMMENFASSENDE BERICHTE.

Bericht über die Versammlung der British Association for the Advancement of Science zu Portsmouth, 30. Aug. bis 6. Sept. 1911.

Von J. Robinson.

H. H. Turner, Die charakteristischen Züge der beobachtenden Naturwissenschaften.

Einer der hervortretenden Züge in der Geschichte der Naturwissenschaften ist die Tatsache, daß großen Fortschritten oftmals die Hypothesen den Weg gewiesen haben, und zwar so häufig, daß gewisse ausgezeichnete Männer der Ansicht gewesen sind, dies sei die einzige Methode für einen Fortschritt, und es sei nutzlos, Tatsachen zusammenzutragen, sofern es sich dabei nicht um die Prüfung irgendeiner Theorie handelt. Im Jahre 1886 sprach sich Sir G. H. Darwin vor der British Association folgendermaßen aus:

„Ein reiner Katalog von Tatsachen, mag er auch noch so gut geordnet sein, hat niemals zu irgendwelcher bedeutenden wissenschaftlichen Verallgemeinerung geführt. Auf allen Gebieten nämlich sind die Tatsachen so zahlreich und so vielseitig, daß sie uns nur dann zu einer Schlußfolgerung führen, wenn sie von dem Lichte irgendeines führenden Gedankens geleitet werden. Eine Theorie ist somit eine Notwendigkeit für den Fortschritt der Naturwissenschaften, und wir können sie als den Zweig eines lebenden Baumes ansehen, dessen Nahrung Tatsachen sind."

Charles Darwin und de Morgan waren derselben Ansicht. Nach ihnen müßte man

meinen, daß die bloße Beobachtung rein mechanisch sei und an und für sich zu nichts führe. Ein paar Beispiele werden dartun, daß ausgezeichnete Fortschritte durch bloße Beobachtung ohne die Hilfe der Hypothese gemacht worden sind.

1. M. Teisserenc de Bort ließ Ballons steigen, um die Temperatur der Atmosphäre in verschiedenen Höhen zu messen, und entdeckte so die isotherme Schicht.

2. Sir William Huggins leitete die Bestimmung der Geschwindigkeiten der Himmelskörper in der Sehlinie mit Hilfe der Spektroskopie in die Wege. W. M. Campbell empfand in seiner Stellung als Direktor der Licksternwarte, daß es wünschenswert sei, die Geschwindigkeit in der Sehlinie für möglichst viele Sterne zu messen, und glaubte, das Ergebnis würde irgendwie dem Fortschritte der Naturwissenschaften zugute kommen. Er hat bis jetzt eine große Menge Beobachtungsmaterial gesammelt und läßt dies jetzt seine eigene Geschichte erzählen. Wenn man die Sterne nach ihrem Spektraltypus in Klassen ordnet, so unterscheiden sich ihre durchschnittlichen Geschwindigkeiten; und wenn man die Spektraltypen in der besonderen Weise ordnet, die wir aus ganz unabhängigen Gründen für die Reihenfolge der Entwicklung der Sterne halten, so findet man ein stetiges Anwachsen der Geschwindigkeiten, das heißt, je älter ein Stern ist, um so rascher bewegt er sich.

Für die Behandlung der großen Menge meteorologischen Beobachtungsmaterials hat Prof. Schuster 1902 eine Methode vorgeschlagen. Betrachten wir die Aufzeichnung irgendeines meteorologischen Elements, wie etwa Temperatur oder Regen. Wenn wir diese Aufzeichnungen in üblicher Weise in die Form eines Diagramms bringen, so erhalten wir eine gewellte Linie. Der Anblick dieser komplizierten Gebilde ist beinahe lähmend, zumal für den, der das Problem auf andere Weise angreifen wollte und durch die nachdrückliche Versicherung abgeschreckt worden ist, daß es nutzlos sei, dies ohne das Rüstzeug irgendwelcher leitenden Hypothesen zu tun. Die meisten offensichtlichen Hypothesen sind natürlich versucht worden, und die Mehrzahl von ihnen hat versagt. Prof. Schuster verdanken wir den Rat von vitaler Bedeutung, die Hypothese beiseite zu lassen und die Aufzeichnungen vollständig zu analysieren. Die Arbeit ist natürlich groß, denn es ist eine fast unendliche Reihe von Möglichkeiten zu prüfen. Haben wir beispielsweise Aufzeichnungen über den Regenfall von 90 Jahren, so müssen wir eine Periode von 9 Jahren versuchen, eine solche von 10 Jahren usw.

Wir wollen einen Blick auf ein paar Beispiele für den Nutzen dieser Schusterschen Methode werfen. Schuster hat sie auf die Beobachtung der Sonnenflecken angewendet. Man ist lange der Ansicht gewesen, daß eine Periode von $11^1/_8$ Jahren den Sachverhalt darstelle. Schuster unternahm eine Analyse des Periodogramms und entdeckte zwei gänzlich neue Tatsachen:

1. daß noch andere deutliche Periodizitäten bestehen, nämlich solche von ungefähr 4, 8 und 14 Jahren;

2. daß die Periode von 11 Jahren nicht beständig in Wirksamkeit gewesen ist, daß sie vielmehr im 18. Jahrhundert viel weniger ausgeprägt gewesen ist als die Perioden von 8 und von 14 Jahren.

Es scheint eine weitere höchst interessante Tatsache daraus hervorzugehen, nämlich die, daß mehrere der Periodizitäten Unterschwingungen einer größeren Periode von etwa 33 Jahren oder darüber sind, und daß es sehr wohl möglich ist, daß sich schließlich ein Zusammenhang mit dem Meteorschwarm der Leoniden wird herstellen lassen, der mit dieser Periode umläuft.

Ein weiteres Beispiel für den Nutzen dieser Methode ist die Anwendung auf den Regenfall an Beobachtungsstationen. Schuster und Turner scheinen Perioden von 600 Tagen und von 150 Tagen für Greenwich und von 594 Tagen und $148^1/_2$ Tagen für Padua gefunden zu haben, also für jede Station zwei Perioden, bei denen jedesmal das Verhältnis 4:1 beibehalten ist.

Redner erwähnte ferner andere Methoden zur Analyse von Beobachtungsmaterial. Die Methode von Karl Pearson ist einigermaßen von der Methode der kleinsten Quadrate abhängig.

Für gründliche Untersuchungen ist auch der Plan zu empfehlen, dem der amerikanische Geologe Prof. T. C. Chamberlin in seiner Arbeit „The method of Multiple Working Hypothesis“ das Wort geredet hat.

H. H. Turner, Bemerkung über das Periodogramm der Erdbebenfrequenz von sieben Jahren bis zu zwanzig Jahren.

Professor Turner hat die von Schuster angegebene Methode zur Analyse von Beobachtungen (siehe die vorstehende Ansprache an die Abteilung) auf Erdbeben angewandt. Das wurde durch die Veröffentlichung des „Catalogue of Large Earthquakes“ von Professor Milne ermöglicht. Unter Anwendung der Schuster-

schen Methode vermochte Professor Turner nicht zu finden, daß irgendeine Periodizität im Auftreten von Erdbeben zwischen 7 Jahren und 20 Jahren vorliegt.

J. W. Nicholson, Über die Atomstruktur der Elemente mit theoretischen Bestimmungen ihrer Atomgewichte.

Diese Arbeit lehrt, daß es möglich ist, eine mathematisch genaue Darstellung der Struktur der Atome aller einfacheren Elemente zu erhalten. Diese Darstellung bringt die Elemente als Verbindungen von vier Elementen oder „Protylen" in einfachen Verhältnissen zum Ausdruck. Die Theorie gründet sich auf die Auffassung, daß positive Elektrizität in Volumenverteilung von gleichmäßiger Dichte existiert. Die träge Masse des Atoms wird als die Summe der trägen Massen der positiven und negativen Ladungen angesehen, von denen die letzteren von niedrigerer Größenordnung sind.

Die vier Elementaratome oder Protyle werden mit vier Elementarsubstanzen identifiziert. Als das Atom mit zwei Elektronen wird „Coronium" angesehen, das Gas, das leichter ist als Wasserstoff, und das sich in der Sonnenkorona findet. Das Atom mit drei Elektronen ist Wasserstoff. In dem Atom mit vier Elektronen, das einstweilen mit „Nebulium" identifiziert wird, wird die Grundlage der am wenigsten entwickelten Nebel vermutet. Das Atom mit fünf Elektronen, das leichter ist als Helium, würde im chemischen Sinne sehr aktiv sein und ist „Protofluorin" genannt worden.

Es ist möglich, alle Atomgewichte durch Gruppierung dreier dieser „Protyle" aufzubauen. Helium erscheint als die einfachste chemische Verbindung und besteht aus einem Atom „Nebulium" und einem Atom „Protofluorin". Auf Grund dieser Theorie läßt sich beweisen, wieso das Gas inert sein muß. Eine auffallende Bestätigung der Theorie findet sich in dem Auftreten des Heliums unmittelbar nach den drei hellen Linien in den entwickelteren Nebeln.

Einige Beispiele der Berechnung der Atomgewichte sind folgende:

Bezeichnet man die „Protyle" mit *Cn, H, Nu, Pf,* so sind die Atomgewichte:

$$Cn = 0{,}5128$$
$$H = 1{,}008$$
$$Nu = 1{,}6281$$
$$Pf = 2{,}3615$$

und:

Element	Formel	Atomgewicht	
		berechnet	beobachtet oder vorausgesagt
Helium	$He = Nu\,Pf$	3,99	3,99
Argon	$5\,He$	39,88	39,88
Krypton	$5\,\{Nu_4(Pf\,H_3)\}$	83,0	82,9
Xenon	$5\,\{He_4\,(Pf\,H_3)\}$	130,29	130,2
Ra-Emanation	$2\,\{3\,He_4(Pf\,H_3)\cdot 2\,Nu_4\,(Pf\,H_3)\}$	222,8	222,4
Neon	$2\,(Pf\,H)_3$	20.21	20,2

Diskussion über das Relativitätsprinzip.

Herr E. Cunningham: Die Gesetze der Newtonschen Dynamik fordern zwar ein absolutes Bezugssystem, in bezug auf welches Geschwindigkeiten gemessen werden; sie sind aber gleichfalls für jedes beliebige andere Bezugssystem befriedigt, das sich gegen das erstere mit einer gleichförmigen Translationsgeschwindigkeit bewegt. Trotz des Umstandes, daß sie für zwei Systeme, deren relative Bewegung nicht gleichförmig ist, nicht gilt, ist diese begrenzte Relativität häufig mit einem philosophischen Diktum über die Relativität aller Lagen verknüpft worden. Das Entstehen des Ätherbegriffes hat diese Tendenz für einige Zeit beiseite gesetzt, aber die Entdeckung, daß es möglich sei, die Gleichungen der neuen Theorie so zu deuten, daß ihre Form für zwei in gleichförmiger relativer Bewegung begriffene Bezugssysteme dieselbe ist, hat diese Assoziation neu belebt und viele zur Annahme der Relativität als einer Arbeitshypothese geführt.

Innerhalb des Erscheinungsgebietes, in welchem die einzigen bestimmenden Gesetze die der Elektronentheorie sind — eine Beschränkung, in der enthalten ist, daß Raum und Zeit mit Instrumenten gemessen werden, die ihrerseits dieser Theorie gemäß zusammengesetzt sind —, wird die Relativitätshypothese eine mathematisch beweisbare Tatsache in dem Sinne, daß wir nicht imstande sind, ein einzelnes Bezugssystem auszuwählen und zu sagen, dies sei das einzige, für welches jene Gesetze gelten. Wenn wir irgendein solches System finden können, dann erfüllt jedes beliebige derartige System, das sich relativ zu ihm gleichförmig bewegt, dieselbe Anforderung.

Wenn die Elektronentheorie nicht als Grundlage angenommen wird, so wird das Relativitätsprinzip eine Arbeitshypothese, die durch eine gewisse Menge experimentellen Beweismaterials gestützt wird, und die zwar imstande ist, zwischen angegebenen physikalischen Gesetzen zu entscheiden, aber sie nicht eindeutig vorauszusagen vermag. Wenn man bei-

spielsweise irgendein beliebiges System von Beziehungen zwischen der elektrischen und der magnetischen Kraft und zwischen der elektrischen und der magnetischen Polarisation an einem in der Materie ruhenden Punkte annimmt, so lassen sich entsprechende Beziehungen für dieselbe Materie im Zustande der Bewegung bilden, die mit dem Relativitätsprinzip im Einklange stehen.

Im Vordergrunde der Erörterung des Prinzips steht die Transformation zwischen Raum und Zeit:

$$\left.\begin{aligned} x' &= \beta(x - vt), \\ y' &= y, \\ z' &= z, \\ t' &= \beta(t - vxc'). \end{aligned}\right\} \quad \text{(I)}$$

Diese Transformation enthält keinerlei metaphysisches Argument über die Natur der Zeit. Sie sagt einfach aus, daß, wenn ein Beobachter *O* die Bewegung der Punkte eines Systems durch eine Reihe von Beziehungen beschreibt, welche die Raumkoordinaten (x, y, z) mit der Zeitvariabeln t verbinden, und wenn man diese Beziehungen algebraisch in solche verwandelt, die (x', y', z') mit t' verbinden, daß dann, falls man durch diese neuen Beziehungen ein bewegtes System abbildet und (x', y', z') als Raumkoordinaten und t' als Zeitvariable wählt, die Bewegung des neuen Systems von denselben allgemeinen Gesetzen beherrscht wird wie die des ersten, so daß im Lichte dieser Gesetze allein weder (x, y, z, t) noch $(x', y', z' t')$ als Maßsystem zu bevorzugen ist.

Aus den Beziehungen (*I*) können wir Beziehungen gewinnen, welche die Geschwindigkeiten und Beschleunigungen eines bewegten Punktes in den beiden Maßsystemen miteinander verbinden. Angenommen, zwei kleine Teilchen *A* und *B* beeinflussen sich gegenseitig in der Weise, daß die erzeugten Beschleunigungen gegebene Funktionen ihrer durch (x, y, z, t) gemessenen Lagen und Geschwindigkeiten zur gleichen Zeit sind, also:

$$f_A = F_A(P_A, P_B, v_A, v_B),$$
$$f_B = F_B(P_A, P_B, v_A, v_B).$$

Nach dem Relativitätsprinzip müssen diese Gleichungen mit

$$f'_A = F_A(P'_A, P'_B, v'_A, v'_B),$$
$$f'_B = F_B(P'_A, P'_B, v'_A, v'_B)$$

identisch sein.

In der Newtonschen Dynamik ist $f_A : f_B$ eine konstante Skalargröße, die von P_A, P_B, v_A, v_B unabhängig ist: die „Hypothese des konstanten Massenverhältnisses". Diese Hypothese ist mit der obigen Forderung unvereinbar, so daß der Ausdruck „Masse" seine Bedeutung als Konstante des Körpers verliert.

Es ist jedoch möglich, unendlich viele Formen der Funktionen F_A, F_B zu finden, welche die Forderung erfüllen und sich für $v_A = v_B = 0$ auf gegebene Funktionen von P_A, P_B reduzieren. Zwei solche Formen sind für den Fall der Beschleunigung der Erde gegen die Sonne diskutiert worden mit dem Schlusse, daß die Modifikationen, die an dem Newtonschen Gesetz vorgenommen werden müssen, um das Relativitätsprinzip aufrecht zu erhalten, daß diese Modifikationen zu Abweichungen in den Planetenbewegungen von den seitens der bestehenden Theorie vorausgesagten führen, die zurzeit außerhalb der Reichweite der Beobachtung liegen.

Herr W. F. G. Swann erörterte die Frage, inwiefern die aus der Transformation der elektromagnetischen Gleichungen abgeleiteten Ergebnisse eine Grundlage bilden für die Erklärung der Kontraktion der Dimensionen, die ein Stück Materie erfährt, wenn es in Bewegung gesetzt wird, sowie für die Erklärung der Veränderungen der relativen Phasen und Perioden der verschiedenen Elektronenbewegungen, die das Relativitätsprinzip fordert. Sir Joseph Larmor bemerkt in seinem Werke „Aether and Matter", daß, wenn man das Elektron als einen singulären Punkt im Äther annimmt, die elektromagnetischen Gleichungen für freien Äther zur Bestimmung der Bewegungen der singulären Punkte für alle Zeiten ausreichen, wenn in einem Augenblicke das vollständige Feld gegeben ist.

Die Transformation führt zu dem Ergebnis, daß, wenn *S* ein System ist, das als Ganzes in Ruhe ist, und dessen spontane Veränderungen durch das Schema bestimmt sind, daß dann irgendein anderes System *S'* existieren kann (wenigstens, soweit es dem elektromagnetischen Schema genügt), das sich parallel zur x-Achse mit der Geschwindigkeit v bewegt und zu dem System *S* folgendermaßen in Beziehung steht:

Wenn $f_1, g_1, h_1, a_1, b_1, c_1$ die Ätherverschiebungen und magnetischen Vektoren von *S* als Funktionen von (x_1, y_1, z_1, t_1) sind (wo x_1, y_1, z_1 auf einen festen Anfangspunkt bezogen sind), und wenn (f, g, h, a, b, c) sich auf das bewegte System beziehen, so sind

$$f,\ \varepsilon^{1/2}\left(g - \frac{v}{4\pi}\frac{c}{C^2}\right),\quad \varepsilon^{1/2}\left(h + \frac{v}{4\pi}\frac{b}{C^2}\right),$$
$$a,\ \varepsilon^{1/2}(b + 4\pi v h),\quad \varepsilon^{1/2}(c - 4\pi v g),$$

dieselben Funktionen von

$$\varepsilon^{1/2} x,\ y,\ z \quad \text{und} \quad \left(\varepsilon^{1/2} t - \varepsilon^{1/2}\frac{v\,x}{C^2}\right)$$

wie

$$f_1,\ g_1,\ h_1,\ a_1,\ b_1,\ c_1$$

von

$$x_1, y_1, z_1, t_1.$$

Hier sind x, y, z auf den bewegten Anfangspunkt bezogene Koordinaten, ferner

$$\varepsilon^{-1} = \left(1 - \frac{v^2}{C^2}\right)$$

und

C = Lichtgeschwindigkeit.

Der Schluß, der hieraus in „Aether and Matter" gezogen wird, ist der, daß S' das System ist, zu dem S wird, wenn man es in Bewegung versetzt.

Herr Swann zeigte, daß es keineswegs genügt, darzutun, daß ein System seine spontanen Änderungen im Einklange mit dem elektromagnetischen Schema erfährt, um darzutun, daß es ein existenzfähiges System ist, denn man kann sich Systeme denken, die zwar mit dem elektromagnetischen Schema in Einklang stehen, aber in Wirklichkeit keine Existenzmöglichkeit besitzen. Hierfür wurde ein Beispiel gegeben. Wenn die Felder, die von zwei sich parallel zueinander mit derselben Geschwindigkeit bewegenden Elektronen herrühren, superponiert werden, so erhält man ein resultierendes Feld, das dem elektromagnetischen Schema genügt, das aber natürlich nicht existieren kann, weil die Elektronen sich gegenseitig abstoßen würden. Die Erklärung für die anscheinende Absurdität findet sich in dem Umstande, daß man die Elektronen und ihre Felder nicht mit Hilfe elektromagnetischer Operationen aus irgendwelchem tatsächlich bestehenden Zustande in den angegebenen versetzen kann. Um es allgemeiner zu fassen, nehmen wir an, wir beschließen, das elektromagnetische Schema als vollständige Grundlage für die Erklärung aller Dinge anzunehmen, und nehmen weiter an, es wäre uns das Feld an jedem Punkte des Weltalls in irgendeinem Augenblick gegeben. Die elektromagnetischen Gleichungen sind absolut ausreichend, um uns die zukünftige und vergangene Geschichte des Weltalls zu erzählen, und von allen denkbaren Systemen, welche dem elektromagnetischen Schema genügen, sind nur solche existenzfähig, die sich aus dem tatsächlich existierenden Weltall entwickeln können. Das tatsächliche Universum verdankt einige seiner Eigenschaften dem Umstande, daß seine spontanen Veränderungen im Einklang mit dem elektromagnetischen Schema erfolgen, und andere verdankt es der Individualität des besonderen Systems, das zu Anbeginn in Gang gesetzt wurde. Da wir das Feld in jedem Teile des Universums in irgendeinem Augenblick nicht kennen können, werden wir dazu getrieben, gewisse „Hilfsgesetze" zu formulieren, beispielsweise die gewöhnlichen „Gesetze der Dynamik", welche den Begriff zwischen den singulären Punkten wirkender Kräfte enthalten; die Aufgabe solcher Gesetze besteht darin, die Gesamtzahl möglicher Systeme, die das Schema befriedigen, einzuschränken.

Betrachten wir wieder S und S'. Obgleich S' mit dem elektromagnetischen Schema verträglich ist, so ist es nicht der einzige Faktor zur Bestimmung, ob es das System ist, das sich tatsächlich aus S entwickelt hat. Wenn wir die Hilfsgesetze in Gestalt dynamischer Betrachtungen auf das System S' anwenden, so finden wir, daß dieses System nicht mit ihnen in Einklang steht, und tatsächlich sind die einzigen Gesetze, mit denen S' in Einklang steht, die aus dem Relativitätsprinzip selbst abgeleiteten. Mit anderen Worten: Die Wirkungen, die nach den Forderungen des Relativitätsprinzips an einem Stück Materie hervorgebracht werden müssen, wenn es in Bewegung versetzt wird, sind nur durch die Postulierung des Relativitätsprinzips selbst zu verwirklichen.

Herr Lewis (Massachusetts) stellte fest, daß vor der Zeit der Relativität Tatsachen bestanden, die durch die Newtonsche Mechanik nicht erklärt wurden. Beispielsweise führten die Maxwellschen Gesetze zum „Lichtdruck", der eine gewisse Modifikation der Newtonschen Mechanik hätte herbeiführen müssen. Infolge dieses vom Lichte ausgeübten Druckes gelangte man entweder zu einer direkten Negierung des Newtonschen Gesetzes, oder man mußte annehmen, daß das Licht Masse hat. Nehmen wir also an, eine Lampe von der Masse m_1 sende eine Sekunde lang Licht aus. Die Lampe wird ein wenig zurückgestoßen, und somit wird der Schwerpunkt verändert, wenn wir nur die Lampe allein betrachten. Betrachten wir den Schwerpunkt als feststehend, dann muß die ausgesandte Strahlung Masse besitzen. Die Masse dieser Strahlung sei m, dann ist:

$$m_1 v = mc,$$

wo

v = Geschwindigkeit, mit der die Lampe zurückgestoßen wird,

c = Lichtgeschwindigkeit

ist. Es ist aber:

$$m_1 v = mc = \frac{E}{c},$$

wo

E = sekundlich ausgesandte Energiemenge

ist. Folglich ist:

$$m = \frac{E}{c^2},$$

und das ergibt einen Ausdruck für die Masse der Strahlung. Damit die Newtonschen Gesetze gelten, müssen wir also die Begriffe „Masse“ und „Energie“ als eins ansehen.

Herr Lewis ging nun dazu über, zu zeigen, wie man die Beziehung zwischen den Massen m und m_0 eines Körpers in Bewegung und in Ruhe leicht erhalten kann. Ein in Bewegung begriffener Körper hat eine größere Masse, als wenn er in Ruhe ist. Für diesen Körper gilt:

$$\frac{dE}{dM} = v,$$

oder:

$$\frac{d(mc^2)}{d(mv)} = v,$$

wo:

M = Bewegungsgröße $= mv$,
$E = mc^2$,
c = Lichtgeschwindigkeit,
v = Geschwindigkeit des Körpers

ist.

Durch Integration dieser Gleichung erhalten wir:

$$m = m_0 \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}},$$

wo

$$\beta = \frac{v}{c}$$

ist.

An der Diskussion beteiligten sich weiter die Herren Zeeman (Amsterdam), Bateman, Love, Mac Greggor und Burton.

W. H. Bragg, Korpuskularstrahlen.

Wir bezeichnen einen Strahl als korpuskular, wenn die Energie, deren Träger der Strahl ist, nicht über ein weiteres Gebiet verteilt ist als das seiner Bewegung. In diesem Sinne sind α- und β-Strahlen korpuskular, Schallwellen und Ätherwellen nicht. Das Ziel der vorliegenden Arbeit ist, einiges Material zugunsten der Ansicht beizubringen, daß Röntgenstrahlen und γ-Strahlen ebenfalls korpuskular sind.

Röntgenstrahlen und γ-Strahlen haben dieselbe Natur. Sie zeigen keine Brechung, keine Interferenz, wohl aber Polarisation. Herr Bragg fragt nun, ob sie Phosphoreszenz oder Ionisation hervorbringen können, denn der Röntgenstrahl erzeugt bei seinem Durchgange durch ein Gas einen β-Strahl, der für die Phosphoreszenz und Ionisation aufkommen kann. Aus diesen Erscheinungen dürfen wir aus diesem Grunde nicht viel Aufschluß über die Natur des Röntgenstrahles zu erhalten hoffen, und wir wollen deshalb unser Augenmerk ganz der Bildung des β-Strahles beim Auftreffen eines Röntgenstrahles auf ein Metall zuwenden.

Ein Röntgenstrahl und ein Atom erzeugen zusammen einen β-Strahl. Die Geschwindigkeit des β-Strahles hängt von dem Röntgenstrahl ab. Seine Richtung hängt ebenfalls in gewissem Maße von jener des Röntgenstrahles ab. Herr Bragg ist der Meinung, daß dies zugunsten der Ansicht spricht, daß die Energie des β-Strahles aus dem Röntgenstrahl stammt.

Eine Schwierigkeit bei der Auffassung, daß die Röntgenstrahlen Impulse im Äther sind, besteht nach Bragg darin, daß wir dann für die Erzeugung von β-Strahlen annehmen müssen, daß entweder 1. einige der Atome sich in einem Zustande instabilen Gleichgewichts befinden und beim Zusammenstoß mit einem Röntgenstrahl einen β-Strahl abgeben, oder daß 2. der Röntgenstrahl einem Atom Energie zuführt, die sich ansammelt, bis sie genügt, um das Atom umzustoßen und einen β-Strahl zu entbinden. Herr Bragg meint, daß es besser sei, anzunehmen, daß jeder Röntgenstrahl genügend Energie zur Erzeugung eines β-Strahles mitführt. In diesem Falle betrachten wir den Röntgenstrahl als das Gewehr und das Atom als den Abzug. Diese Ansicht erklärt auch die experimentell gefundene Tatsache, daß die Geschwindigkeit des β-Strahles nicht von der Entfernung der Röntgenröhre von dem Metalle abhängt. Diese Auffassung geht also dahin, daß der Röntgenstrahl korpuskular ist, da er keine Energie unterwegs verliert. Eine andere Tatsache, die mit dieser Auffassung in Einklang steht, ist die, daß der β-Strahl, der den Röntgenstrahl hervorbringt, von derselben Ordnung ist wie der β-Strahl, der von dem Röntgenstrahl hervorgebracht wird.

Zur Erklärung der Barklaschen Versuche, nach denen die Geschwindigkeit des vom Röntgenstrahl erzeugten β-Strahles mit dem Atomgewichte des von dem Röntgenstrahl getroffenen Metalls zunimmt, nimmt Herr Bragg an, daß die Röntgenstrahlen nicht homogen sind, sondern daß es verschiedene Arten gibt, die er als Eisen-Röntgenstrahl, Zink-Röntgenstrahl usw. bezeichnet. Ein Zink-Röntgenstrahl hat mehr Energie als ein Eisen-Röntgenstrahl, usf., entsprechend dem Atomgewicht. Ein Zink-Röntgenstrahl kann einen β-Strahl erzeugen, wenn er auf Zink oder irgendein Metall fällt, das leichter ist, aber nicht, wenn er auf ein schwereres Metall fällt. Einige mit dieser

Ansicht in Einklang stehende Tatsachen hat kürzlich Herr Whiddington erhalten. Er hat nämlich gezeigt, daß ein gewisser Zusammenhang zwischen der Geschwindigkeit der Kathodenstrahlen besteht, welche die Röntgenstrahlen hervorrufen, und dem Atomgewicht der Metalle, auf die die Röntgenstrahlen fallen müssen, um β-Strahlen zu erzeugen. Wenn also der Kathodenstrahl schnell ist, kann der erzeugte Röntgenstrahl einen β-Strahl aus Metallen von jedem beliebigen Atomgewicht hervorbringen. Wenn die Kathodenstrahlen langsam sind, so kann der Röntgenstrahl aus den schweren Metallen keinen β-Strahl hervorbringen.

Herr Bragg hat die Ionisation in einem Luftraume gemessen und gefunden, daß sie der Ionisation entspricht, die man von den β-Strahlen erhalten müßte, die von den Röntgenstrahlen erzeugt werden. Da also die β-Strahlen ein Gas tatsächlich ionisieren, so liegt kein Beweis dafür vor, daß Röntgenstrahlen direkt ionisieren können.

Herr Bragg meint, daß ein weiterer Punkt zugunsten seiner Theorie in dem neuen Versuch von C. T. R. Wilson liegt. Herr Wilson ließ Röntgenstrahlen durch einen Nebel hindurchgehen. Er vermochte den Verlauf eines einzelnen Röntgenstrahles eine ziemlich lange Strecke weit zu verfolgen und nahm sogar den Verlauf der Röntgenstrahlen photographisch auf. Der Röntgenstrahl zeigt eine Strecke weit einen geradlinigen Gang und verändert dann seinen Lauf. Herr Bragg meint, daß dies davon herrührt, daß der Röntgenstrahl aufhört und der β-Strahl erzeugt wird.

Die Ansichten des Herrn Bragg wurden von Sir Wm. Ramsay und von den Herren Gill und Lindemann diskutiert.

W. J. Humphreys, Die Erde als Strahler.

Die Erde absorbiert Wärme von der Sonne und strahlt, als Ganzes betrachtet, genau dieselbe Wärmemenge aus. Wir wissen, daß dem so sein muß, denn die Jahreszeiten sind Jahr für Jahr dieselben. Diese Gleichheit gilt nur, wenn wir die ganze Erde und ein ganzes Jahr betrachten. Wenn wir nur einen Punkt auf der Erdoberfläche betrachten, so werden wir höchstwahrscheinlich eine Ungleichheit zwischen diesen Größen finden. Beispielsweise ist am Äquator die verlorene Wärmemenge geringer als die dort aufgenommene, und umgekehrt in höheren Breiten.

Herr Humphreys ist der Ansicht, daß die Wärmemenge, welche die Erde ausstrahlt, gemessen werden kann, indem man die Temperatur der isothermen Schicht über dem betreffenden Punkte der Erdoberfläche nimmt, denn in dieser Schicht findet keine Konvektion und sehr wenig Leitung statt. Nun kennen wir die mittlere Temperatur der isothermen Schicht. Sie ist am kältesten über dem Äquator, am wärmsten unter etwa 50° Breite, und kühlt sich dann wieder gegen die Pole hin ab. Das effektive Strahlungsniveau über der Erde können wir zu ungefähr 4 km annehmen und können somit alle Wolken unterhalb dieses Niveaus für den vorliegenden Zweck als Teil der Erde ansehen. Nun werden alle etwa oberhalb dieses Niveaus befindlichen Wolken die austretende Strahlung insofern beeinflussen, als sie sie absorbieren werden. Am Äquator sind viele Cirruswolken, sehr viel mehr als über höheren Breiten. Dies sind die höchsten Wolken und absorbieren die austretende Strahlung, erklären also die niedrigere Temperatur der isothermen Schicht am Äquator.

L. Vegard, Über die Strahlung, welche das Nordlicht hervorbringt.

Ausgehend von der durch Birkeland vertretenen Ansicht, daß Nordlichter durch elektrische Sonnenstrahlung verursacht werden, behandelt der Redner das Problem, ihre physikalischen Eigenschaften zu bestimmen.

Aus der Form und der Struktur der Leuchterscheinung ergibt sich eine Methode, zu untersuchen, in welcher Weise die Sonnenstrahlen von der Materie absorbiert werden, und der Redner gelangt zu dem Schlusse, daß das Gesetz der Absorption der Sonnenstrahlen im wesentlichen dasselbe ist wie das der Absorption der α-Strahlen. Diese Übereinstimmung hinsichtlich des Absorptionsgesetzes hat den Redner bestimmt, weitere Folgerungen aus der Hypothese zu ziehen, daß gewisse Nordlichtformen von α-Strahlen verursacht werden.

Aus der Beziehung zwischen Reichweite und Geschwindigkeit ergibt sich, daß α-Strahlen bis zu Höhen von 70—300 km herab gelangen werden; das ist der Raum, der bei den meisten Nordlichtformen tatsächlich beobachtet worden ist. Des Weiteren geht aus Berechnungen hervor, daß ein α-Strahl die Atmosphäre in einem Winkelabstand von etwa 17° von der magnetischen Achse treffen wird, und das gibt die richtige Lage der Nordlichtzone.

Um die dünnen Banden in den Draperien zu erklären, ist eine homogene Strahlung erforderlich, und Homogenität ist in der Tat eine Eigenschaft der von einer einzelnen radioaktiven Substanz ausgehenden α-Strahlen.

Die Eigentümlichkeit der Draperien, Serien

äquidistanter Banden aufzuweisen, wird durch die Annahme erklärt, daß die Strahlung aus homogenen Gruppen besteht, die unter denselben Anfangsbedingungen entstehen. Solche zur Bildung paralleler Banden erforderlichen Strahlungen werden vorliegen, wenn die Strahlungsquelle auf der Sonne eine radioaktive Substanz und deren verschiedene Zerfallsprodukte enthält. Die parallelen Banden werden eine Art magnetischen Spektrums der für die radioaktiven Substanzen in der Strahlungsquelle charakteristischen α-Strahlen liefern.

F. R. Watson, Die Wirkungen von Luftströmungen auf den Schall.

Dieses Problem bildet einen Teil des Problems, den Echo- und Widerhallerscheinungen im Hörsaal der Universität Illinois abzuhelfen. Die Theorie lehrt, daß, wenn das Ventilationssystem so angelegt wird, daß ein breites Blatt warmer Luft sich über den Kopf des Redners hin bewegt und im Rücken der Hörer abgesaugt wird, daß es dann wie eine Scheidewand wirken und die Äußerungen des Redners mehr oder minder vollständig auf das Auditorium zu reflektieren und brechen wird. Lord Rayleigh hat gezeigt, daß die Reflexion an der Grenzfläche gasförmiger Medien von dem Unterschiede in der Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalles in den beiden Medien abhängt. Setzen wir

$$V = \sqrt{\frac{\gamma p}{\varrho}},$$

so vermindert eine Temperaturzunahme ϱ und erhöht somit V. Eine Totalreflexion kann bei sehr schräger Inzidenz erfolgen. Bei konstanter Temperatur beeinflussen Änderungen von p das V nicht, da p konstant bleibt. Bei Anwesenheit von Kohlensäure ist γ kleiner und V nimmt ab. Die Brechung hängt auch von dem Verhältnis der Geschwindigkeiten ab, so daß der Schall, der in den bewegten Strom eindringt, in der Richtung des Stromes gebeugt wird, wobei die Möglichkeit einer Totalreflexion an der oberen Grenzfläche des Stromes gegeben ist. Ferner führt bewegte Luft den Schall mit. Diese Faktoren wirken dahin, den Schall den Hörern zuzuwenden, und obschon jede Einzelwirkung gering ist, kann doch die Gesamtwirkung groß sein. Die Versuche bestätigen die Theorie und zeigen, daß Reflexion an heißen Gasen erfolgt, die aus Gasbrennern aufsteigen, so daß stehende Wellen auftreten.

W. M. Hicks, Die Abhängigkeit des Spektrums eines Elementes von seinem Atomgewicht.

Außer den bekannten Serienlinien eines Spektrums hängt eine große Anzahl anderer Linien unmittelbar mit ihnen in derselben Weise zusammen, wie die zweite und dritte Gruppe einer Duplett- oder Triplettserie von der ersten Gruppe oder die Trabanten einer D-Serie von der intensiveren Gruppe abhängen. Der Zusammenhang läßt sich folgendermaßen darstellen: Die Schwingungszahl einer Linie wird durch eine Formel von der Gestalt

$$\frac{N}{(1+D_1)^2} - \frac{N}{(m+D)^2}$$

gegeben, die sich etwa für eine S_1-Serie als $S(D_1) - VS(m)$ schreiben läßt. Dann wird die S_2-Serie durch $S(D_1 - W) - VS(m)$ bezeichnet. Als Beispiel für einen Typus der in Rede stehenden Beziehung können unter vielen andern die folgenden gelten:

Element	λ	x		
Mg	4730,42	$S_1(D_1 - 32W_1 - 24W_2) - VS(1)$	0	0,25
	4571,33	$S_1(D_1 - 45W_1 - 14W_2) - VS(1+W_2)$	0	0,05
Ca	6169,87	$S_1(D_1) - V_1(1-W_2)$	— 0,02	0,10
	6439,36	$S_1(D_1 + 20W_1 + 10W_2) - VS(1+W_2)$	0	0,10
	6462,75	$S_1(D_1 + 5W_1 + 5W_2) - VS(1+W_2)$	— 0,04	0,10
Sr	6550,33	$S_1(D_1 - 6W_2) - VS_1$	0	0,20
	6408,65	$S_1(D_1 - 7W_2) - VS(1+2W_2)$	0	0,10

In dieser Tabelle gibt die zweite Spalte die Wellenlänge an, die dritte die Abhängigkeit von dem Gliede mit dem Atomgewicht, die vierte die Differenz zwischen berechnetem und beobachtetem Werte und die letzte die Grenzen der möglichen Fehler. Die Beispiele sind aus den scharfen Serien gewählt, aber die übrigen Serien weisen ähnliche Zusammenhänge auf.

J. Milne, Bericht über die Erdbebenforschung.

Ein interessanter Abschnitt dieses Berichtes lehrt, daß weit auseinander liegende Gebiete, wie beispielsweise Italien und Japan, im allgemeinen zur selben Zeit tätig oder ruhig sind. Der Grund hierfür kann entweder in der Tätigkeit irgendeiner allgemeinen Aktivität gesucht werden, welche diese Gebiete gleichzeitig

in Mitleidenschaft zieht, oder in der Annahme, daß Erdwellen, die von einem Erdbebenzentrum ausstrahlen, plötzliche Entspannungen an weit auseinander liegenden Orten herbeiführen, wo Gesteine auf dem Punkte stehen, nachzugeben. Durch diesen letztgenannten Prozeß kann ein Erdbeben zum Ausgangspunkt vieler Erdbeben werden, die größer oder kleiner sind als es selbst. Herr Milne bespricht einige Beispiele hierfür, nämlich:

1. das Erdbeben von Guatemala am 19. April 1902,
2. das Erdbeben von Arica am 26. Dezember 1906.

Die Existenz dieser mehrfachen Störungen läßt nicht nur vermuten, daß von Zeit zu Zeit die seismische Spannung auf der ganzen Welt nachlassen kann, sondern sie erklärt auch zum Teil die lange Dauer von Erdbeben, die so häufig auf Stationen verzeichnet wird, die weit von ihrem Ursprungsorte entfernt sind.

Herr Milne hat neuerdings einige Messungen über die Biegung von Kanalbetten beim Steigen oder Fallen der Gezeiten in ihnen gemacht. Er hat gefunden, daß diese Biegung des Kanals im Solent durchaus meßbar ist und ebenso im Irischen Meer. Der größte Ausschlag wurde bei Ryde (am Solent) gefunden.

Die geographische Verteilung großer Erdbeben läßt vermuten, daß das Band geringster Festigkeit der Erdkruste nahezu parallel zur Ekliptik, aber etwa 20° nördlich von dieser, verläuft.

P. V. Bevan, Absorption und Dispersion in Metalldämpfen.

Die neue Methode von Wood zur Untersuchung des Spektrums von Metallen hat viel zu unserer Kenntnis des Natriumspektrums beigetragen; hat er doch 48 Linien der Hauptserie beobachtet. Die Methode besteht darin, weißes Licht durch den Dampf des Metalls hindurchgehen zu lassen und so ein Absorptionsspektrum zu erhalten. Herr Bevan hat dieses Verfahren auf die übrigen Alkalimetalle ausgedehnt. Von dem Emissionsspektrum waren nur 7 Linien beim Natrium, 9 beim Kalium, 5 beim Rubidium, 9 beim Cäsium und 9 beim Lithium bekannt. Die neue Absorptionsmethode hat uns mit 48 Linien beim Natrium, 24 beim Kalium, 30 beim Rubidium, 31 beim Cäsium und 41 beim Lithium bekannt gemacht.

Die Erscheinung der Dispersion in Metalldämpfen bietet großes Interesse wegen ihrer Bedeutung für die Theorie der Optik und für die Anschauungen, die wir über die Natur des Atoms und der schwingenden Systeme daraus ableiten können, welche die Spektrallinien hervorbringen. Anomale Dispersion ist bei sämtlichen Alkalimetallen und bei mehreren anderen Metallen beobachtet worden. Die Ergebnisse dieser Versuche bestehen anscheinend darin, daß besondere Moleküle an den optischen Erscheinungen beteiligt sind. Der Effekt der anomalen Dispersion tritt bei allen Linien auf. Absolute Messungen hierüber sind von Wood und von St. Loria beim Natrium angestellt worden, und aus diesen können wir, wenn wir die Dichte des Dampfes kennen, eine Schätzung über die Anzahl der Elektronen gewinnen, die an der Wirkung auf das Licht beteiligt sind, vorausgesetzt, daß wir die Drudesche Dispersionstheorie als gültig ansehen. Die Messungen des Herrn Bevan waren sämtlich relativ, und die Anwendung der Drudeschen Theorie auf sie ergab sehr gute Übereinstimmung. Es scheint, daß jede einzelne Linie in der Serie vermutlich von einer besonderen Atomgruppe herrührt, so daß Zeichen dafür vorliegen, daß der komplexe Charakter des Spektrums nicht von einer Komplexität des einzelnen individuellen Atoms herrührt, sondern von tatsächlich vorhandenen Verschiedenheiten am Atom.

Wm. C. Mc. C. Lewis, Die Zusammendrückbarkeit des Quecksilbers.

Es ist vor kurzem gezeigt worden[1]), daß nachstehender Ausdruck innerhalb der Fehlergrenzen für die meisten normalen Flüssigkeiten gilt:

$$L = -\frac{T\alpha}{\varrho\beta},$$

wo

L = latente Verdampfungswärme der Flüssigkeit,
T = absolute Temperatur,
α = Ausdehnungskoeffizient der Flüssigkeit,
β = Zusammendrückbarkeitskoeffizient der Flüssigkeit,
ϱ = Dichte der Flüssigkeit ist.

Beim Quecksilber ist jedoch die Unstimmigkeit zwischen beobachteten und berechnetem L groß. α und ϱ sind ziemlich genau bekannt, so daß möglicherweise der Wert von β, wie ihn P. Bridgeman[2]) bestimmt hat, nicht genau ist. Als mögliche Fehlerquellen bei seiner Bestimmung kann man vermuten:

1) Phil. Mag., Juli 1911.
2) Proc. Amer. Acad. **44**, 255, 1909.

1. Wirkungen, die von einer Schicht absorbierter Luft oder Feuchtigkeit zwischen den Gefäßwandungen und dem Quecksilber herrühren;
2. daß die Flüssigkeit (ein Melassengemisch), in die der Kolben getaucht worden war, ehe er in das Quecksilber eingeführt wurde, nicht völlig beseitigt worden war;
3. das unvermeidliche Vorbeigleiten des Quecksilbers am Kolben.

Alle diese Wirkungen wirken in derselben Richtung, das heißt, sie bringen eine zu große Volumenabnahme, also zu hohe Werte der Zusammendrückbarkeit, zuwege. [Der von Bridgeman experimentell gefundene Wert ist $3{,}70 \cdot 10^{-6}$ per $\frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$, der aus obiger Formel berechnete Wert $1{,}30 \cdot 10^{-6}$ per $\frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$].

Diskussion über die Grundlagen des Fluges.

Herr A. E. Berriman: Die Probleme, die einen Aeroplan betreffen, lassen sich roh in zwei Klassen teilen: 1. in solche, die den Auftrieb und den Widerstand der Flächen betreffen, und 2. in solche, die die Stabilität betreffen. Es ist nachgewiesen worden, daß der Auftrieb eines Aeroplans proportional dem Quadrate seiner Geschwindigkeit und dem Ablenkungswinkel der Fläche ist. Der Widerstand gegen einen Aeroplan zerfällt in zwei Teile, nämlich a) Oberflächenreibung und b) Körperwiderstand. Für die Oberflächenreibung benutzt man allgemein eine von Zahn herrührende Formel, in der der Reibungswiderstand sich wie das Quadrat der Geschwindigkeit ändert. Der Körperwiderstand müßte auf ein Minimum verringert werden, wenn man die gesamten Hauptmassen in Gehäuse von Stromlinienform einschließen würde. Herr Berriman diskutierte die von ihm als „Flugkoeffizienten" bezeichnete Größe, das ist der „Widerstand per Einheit der Belastung". Der Redner zeigt, daß diese Größe von der Geschwindigkeit unabhängig ist, aber von dem Winkel der Fläche abhängt, und daß er einen Mindestwert hat, der von dem Koeffizienten der Oberflächenreibung abhängig ist.

Die Stabilität ist bei einer Flugmaschine entweder natürlich als ein Ergebnis der Gestalt oder automatisch als das Ergebnis eines selbsttätigen Mechanismus, oder durch menschliche Intelligenz geregelt. In der Richtung der automatischen Stabilität sind keine besonderen Fortschritte gemacht worden, obschon die Verwendung des Gyroskops und der Windflügel zur Betätigung von Relais-Vorrichtungen öfters vorgeschlagen worden sind. Die natürliche Stabilität in ihrer elementaren Form läßt sich leicht an Papiermodellen zeigen. An praktischen Aeroplanen beruht die natürliche Stabilität in der longitudinalen vertikalen Ebene hauptsächlich auf dem Prinzip des zweiflächigen Winkels. Die natürliche Stabilität in der seitlichen Vertikalebene beruht gewöhnlich ebenfalls auf demselben Prinzip, aber man hat auch andere Systeme versucht, darunter das des gewölbten Flügels. Der gewölbte Flügel und der Zweiflächenwinkel sind im Prinzip scheinbar diametral entgegengesetzt. Es wird auf zwei Arten der Stabilität aufmerksam gemacht, die „starre" und die „rollende". Der exzentrische Schwerpunkt, in dem die Hauptmassen tief unter dem Druckzentrum untergebracht sind, wird häufig als Stabilisierungsprinzip angegeben, aber das dauernde Vorhandensein eines Kräftepaares zwischen dem Schwerpunkt und dem Zentrum des Druckes weisen auf das leichte Auftreten ausgesprochener Schwankungen hin.

Abgesehen von der Frage nach der Stabilität ist der Fortschritt im Flugmaschinenbau hauptsächlich ein Problem der Erhöhung des Wirkungsgrades der Maschine, gerade wie in jedem anderen Zweige des Maschinenbauwesens. Ehe man eine ununterbrochene Reise über den Atlantischen Ozean wird machen können, wird man zeigen müssen, daß man einen Aeroplan zu bauen vermag, der mindestens 1500 englische Pfund (rund 680 kg. D. Übers.) nutzbarer Ladung bei einer Geschwindigkeit von 60 englischen Meilen (rund 96 km) stündlich zu tragen vermag, und zwar unter einem Gleitwinkel, welcher der Größenordnung 1:7 näher kommt als der Gleitwinkel von 1:4 oder 1:5, der heutzutage die Leistung eines guten modernen Fliegers darstellt.

Herr W. N. Shaw wies nach, daß die Berechnungen des Herrn Berriman unter der Annahme gemacht seien, daß sich der Aeroplan in ruhender oder gleichförmig bewegter Luft bewege. Natürlich hat der Luftreisende mit Winden von veränderlicher Geschwindigkeit zu kämpfen. Beispielsweise kann ein Wind von einer Durchschnittsgeschwindigkeit von 20 Meilen in der Stunde leicht zwischen 10 und 30 Meilen in der Stunde schwanken. In solchem Falle würden die auf den Aeroplan wirkenden Kräfte gemäß dem gewöhnlichen Gesetze im Verhältnis 1:9 schwanken. Diese Schwankungen der Windgeschwindigkeit herrschen über Land mehr vor als über dem Meere. Diese Schwankung in den wirkenden Kräften ist ein Argument zugunsten großer Geschwindigkeiten der Maschine, da unter solchen Bedin-

gungen die von Änderungen in der Windgeschwindigkeit herrührenden Schwankungen geringere Wirkung ausüben. Eine der großen Schwierigkeiten für die Flieger besteht darin, daß sie oft sogenannten „Löchern in der Luft" begegnen, wo dann die Maschine plötzlich sinkt. Die „Löcher" rühren vielleicht von absteigenden Wirbelströmen in der Nähe von Klippen her, doch wissen die meisten Flieger diese zu vermeiden. Sie können auf irgendwelcher unbekannten Vertikalbewegung der Luft beruhen oder auf Verdünnungsgebieten zwischen den Stößen hohen Druckes, die häufig mit einer Geschwindigkeit von 17 in der Minute aufeinander folgen. Eine andere Schwierigkeit liegt darin, daß die Stöße nicht nur in Geschwindigkeit wechseln, sondern auch in Richtung, und daß anscheinend zwischen Geschwindigkeitsänderung und Richtungsänderung kein Zusammenhang besteht.

Herr J. E. Petavel: Sicherheit ist der wichtigste Faktor. Stabilität ließe sich in einem gleichförmigen Medium leicht erreichen, aber bei den sehr schwankenden Verhältnissen in der Luft ist vollkommene Stabilität nicht zu erreichen und sollte tatsächlich nicht als Notwendigkeit betrachtet werden. Vermutlich ist das einzige erfolgreiche Mittel, Stabilität zu gewährleisten, bislang der richtige Bau der Tragflächen. Ein weiteres Mittel, die Stabilität zu erhöhen, ist die Steigerung der Geschwindigkeit, aber das führt zu einer neuen Gefahr, denn beim Landen muß man ein Mittel haben, die Geschwindigkeit zu verringern. Eine Gyroskopanordnung wirkt nicht auf Stabilitätssteigerung hin, sondern vermehrt nur die Rotationsträgheit. Manche Maschinen wirken als Gyroskope und verursachen Störungen, wenn der Aeroplan eine scharfe Wendung macht. Eine Wendung nach der einen Richtung läßt den Apparat steigen, eine solche nach der anderen Richtung ihn sinken.

Herr Worby Beaumont meint, der Hauptangriffspunkt vom Standpunkte des Ingenieurs sei die Maschine selbst. In dieser Hinsicht ist es zweifelhaft, ob an mechanischem oder thermodynamischem Wirkungsgrad ein Gewinn zu erwarten ist. Es scheint dem Redner, daß die Gewichtsverminderung der Maschine nunmehr an ihrer mit Nutzen erreichbaren Grenze angelangt ist, und daß es vernünftiger sein wird, das Augenmerk auf Haltbarkeit zu richten. Was Maschinen mit rotierenden Zylindern anlangt, so ist es sehr wahrscheinlich, daß in Zukunft Versuche mit feststehenden Zylindern gemacht und so die Schwierigkeiten vermieden werden, die sich aus der Verwendung rotierender Zylinder ergeben.

Herr J. S. Dines meint, daß die Erforschung der Atmosphäre zu lehren scheint, daß der Wind in Höhen von mehr als 100 Fuß beständiger ist als unterhalb dieses Niveaus. Es würde demnach scheinen, daß der Sicherheit halber ein Aeroplan in geringen Höhen größere Geschwindigkeit haben müßte als in großen, und das wird natürlich zu Schwierigkeiten beim Landen führen.

J. Walker, Lösungstheorien.

Vor 21 Jahren war die Abteilung für Chemie der British Association auf der Versammlung zu Leeds der Schauplatz einer großen Diskussion über die Natur der Lösungen. Es war das erste Mal, daß ich eine Versammlung der British Association besuchte, und ich erinnere mich wohl des anregenden Einflusses der lebhaften Diskussion auf alle Teilnehmer. Wenn ich heute auf dem ehrenvollen Platze eines Vorsitzenden der Abteilung rede, so glaube ich, nichts Besseres tun zu können, als die Stellung der Frage im gegenwärtigen Zeitpunkte zu schildern. Und das erscheint mir um so angebrachter, als unsere Wissenschaft in diesem Jahre das Hinscheiden van't Hoffs, des Begründers der modernen Theorie der Lösung, zu beklagen gehabt hat, dessen Name einer der größten auf dem Gebiete der theoretischen Chemie bleiben wird und in Zukunft, wie ich glaube, fast als der größte angesehen werden wird. Van't Hoff hatte der Hoffnung Ausdruck gegeben, dieser Versammlung beizuwohnen, wie er es vor 21 Jahren getan hat. Die Hoffnung hat sich nicht erfüllt: seine Aktivität ist in das Gleichgewicht des Todes untergetaucht. Aber seine Gedanken sind ein untrennbarer Teil des chemischen Rüstzeugs eines jeden unter uns, und wir wissen, daß — welche Form die Grundbegriffe der Chemie auch annehmen mögen — die quantitative Auffassung des osmotischen Druckes für die Theorie der Lösung das sein wird, was die quantitative Auffassung des Atoms für die chemische Zusammensetzung und die chemischen Eigenschaften ist. Ich muß nämlich nachdrücklich den Umstand betonen, daß die Chemie im wesentlichen eine quantitative Wissenschaft ist, und daß keine chemische Theorie, ja, keine partielle chemische Theorie, Erfolg haben kann, wenn sie nicht quantitativen Charakters ist. Ich möchte hier die Worte Lord Kelvins anführen: „Ich sage häufig: Wenn man messen kann, worüber man spricht, und es zahlenmäßig ausdrücken kann, dann weiß man etwas darüber; wenn man es aber nicht messen kann, wenn man es nicht zahlenmäßig ausdrücken kann, so ist die

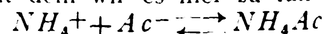
Kenntnis davon nur spärlich und unbefriedigend. Es mag der Anfang einer Kenntnis sein, aber man ist kaum in seinem Denken zum Stadium des Wissens vorgedrungen."

Eine allgemeine Theorie der Lösung nun muß auf alle Klassen von Lösungen anwendbar sein, und hierin liegt die Bedeutung der van't Hoffschen Theorie des osmotischen Druckes. Sie ist in gleicher Weise anwendbar auf Gasgemische, auf Gemische inerter Flüssigkeiten und auf Gemische wie das von Schwefelsäure und Wasser, und sie hat weiter den Vorteil, daß, solange die betrachteten Lösungen verdünnt sind, die Beziehungen zwischen dem osmotischen Druck und anderen leicht meßbaren Eigenschaften der Lösungen einfach sind. Leider ist es üblich gewesen, die Theorie des osmotischen Druckes für Lösungen der Hydrattheorie, oder allgemeiner der Solvattheorie, entgegenzustellen, welche eine Verbindung zwischen gelöstem Körper und Lösungsmittel annimmt. Die Solvattheorie ist erstens keine allgemeine Theorie und zweitens mit der Theorie des osmotischen Druckes durchaus vereinbar. Sie steht tatsächlich in bezug auf eine allgemeine Theorie der Lösungen in derselben Reihe wie die Theorie der elektrolytischen Dissoziation von Arrhenius. Diese Ionisationstheorie gilt für eine gewisse Klasse von Lösungen, nämlich für solche, welche die Elektrizität leiten, und sie ist ein vollkommener und notwendiger Bundesgenosse zur Erklärung der numerischen Werte des osmotischen Druckes, den man bei solchen Lösungen findet. Ebenso ist die Hydrat-, oder allgemeiner die Solvattheorie nur auf solche Lösungen anwendbar, bei denen eine Verbindung zwischen Lösungsmittel und gelöstem Stoffe eintritt, und sie wird ohne Zweifel gelegentlich wertvolle Aufschlüsse in bezug auf den osmotischen Druck geben, zumal bei konzentrierten Lösungen, wo die Affinität zwischen Lösungsmittel und gelöstem Stoff am klarsten ist. Sie kann uns nichts über solche Lösungen aussagen, in denen der eine Bestandteil, oder beide, inaktiv ist, gerade so wie die Theorie der elektrolytischen Dissoziation uns nichts über solche Lösungen auszusagen vermag, welche die Elektrizität nicht leiten.

Der große praktische Vorteil, den die Chemiker dem Genius eines van't Hoff verdanken, ist die Annäherung der Substanzen in verdünnter Lösung an Substanzen im gasförmigen Zustande. Hier gehorchen alle Stoffe denselben physikalischen Gesetzen, und es bietet sich eine sichere Grundlage für die Rechnung, die meßbare physikalische Größen ohne Rücksicht auf die chemische Natur der Stoffe und der Lösungsmittel, in denen sie gelöst sind, miteinander verbindet, vorausgesetzt nur, daß die Lösungen keine Elektrolyte sind. Wenn die Lösungen Elektrolyte sind, so liefert die Dissoziationstheorie von Arrhenius, die unabhängig von der van't Hoffschen Theorie des osmotischen Druckes entwickelt worden ist, die notwendige Ergänzung, und für wässerige Lösungen liefert sie eine einfache Grundlage für die Rechnung. Van't Hoff hat der Wissenschaft den zahlenmäßig bestimmbaren Begriff des osmotischen Druckes geschenkt; Arrhenius hat den zahlenmäßig bestimmbaren Begriff des Aktivitätskoeffizienten von Elektrolyten in wässeriger Lösung, oder des Ionisierungsgrades, wie wir ihn heute nennen, beigesteuert.

In letzter Zeit hat sich in manchen thermodynamischen Lagern ein Streben gezeigt, die Bedeutung des Begriffes des osmotischen Druckes zu verkleinern. Es ist ganz richtig, daß er vom mathematisch-thermodynamischen Gesichtspunkt an die zweite Stelle verwiesen werden und sogar ganz entbehrt werden kann, denn er hängt thermodynamisch mit anderen Größen zusammen, die man für ihn einsetzen kann. Aber man kann die Frage aufwerfen, ob die Anhänger der thermodynamischen Methode ohne den Begriff jemals zu den Ergebnissen gelangt sein würden, die van't Hoff durch den osmotischen Druck erzielt hat. Van't Hoff war in der Thermodynamik nur ein Amateur, aber die Ergebnisse, die er auf diesem Gebiete erreicht hat, besitzen dauernde Bedeutung, und seine Arbeiten und der Begriff des osmotischen Drucks haben der Chemie einen mächtigen Anstoß zur Pflege der Thermodynamik gegeben.

Ich möchte nun die Aufmerksamkeit auf einen Gesichtspunkt lenken, der, soviel ich weiß, noch nicht in vollem Umfange berücksichtigt worden ist. Wir können uns zunächst einmal die Frage vorlegen: Sind die Ionen in der Lösung das Anormale, oder ist es der nichtionisierte Stoff? Eine einfache Erwägung würde sogleich zeigen, daß es der nichtionisierte Teil ist. Wir haben beispielsweise in der Essigsäure einen Stoff, der sich normal verhält, so daß sowohl die Ionen H^+ und Ac^- als das undissoziierte Molekül HAc normal sind. Ähnlich verhalten sich im Ammoniumhydroxyd die Ionen NH_4^+ und OH^- sowie die nichtionisierten Teile NH_3 und NH_4OH sämtlich normal. Wenn wir die beiden Lösungen mischen, so entsteht ein Stoff, Ammoniumazetat, der sich anormal verhält. Unter der Annahme nun, daß das Gleichgewicht, mit dem wir es hier zu tun haben,



$$NH_4^+ + Ac^- \rightleftarrows NH_4Ac$$

ist, welche von diesen Molekülarten ist nun anormal im Zusammenhange zwischen ihrer Konzentration und ihrer Aktivität? Vermutlich nicht die Ionen NH_4^+ und Ac^-, denn es hatte sich ergeben, daß diese in den Lösungen von Essigsäure und von Ammoniak normal wirkten. Eher ist anzunehmen, daß die anormale Substanz das undissoziierte Ammoniumazetat ist, denn dieses tritt nur in der anormalen Azetatlösung auf und nicht in der normalen Essigsäure und dem normalen Ammoniak. Zu dieser Ansicht, daß gerade der nichtionisierte Teil des Elektrolyts anormales Verhalten zeigt, und nicht die Ionen, sind von anderen Grundlagen aus Noyes und andere Forscher gelangt, und ich hoffe, weiterhin Gründe abzuleiten, welche diese Ansicht stützen.

Das Experiment lehrt tatsächlich, daß die Reaktion — mag man nun als Lösungsmittel Wasser nehmen oder ein Gemisch aus Wasser und Alkohol — auf Ionen bezogen streng bimolekular ist; auf den nichtionisierten Stoff bezogen ist sie nicht monomolekular, das heißt nicht proportional c_u, sondern vielmehr proportional einer anderen als der ersten Potenz von c_u, nämlich $c_u^{-1,4}$.

Das ist meines Erachtens ein sehr kräftiger Beweis dafür, daß im Falle des anormalen Elektrolyts Ammoniumcyanat das anormale Verhalten des Ionisationsgleichgewichts ganz und gar dem nichtionisierten Teile zuzuschreiben ist. Ammoniumcyanat unterscheidet sich aber in keiner Hinsicht in bezug auf seine elektrolytische Leitfähigkeit von den Hunderten anderer anormaler binärer Elektrolyte mit einwertigen Ionen, und ich neige deshalb zu dem Schlusse, daß es im allgemeinen der nichtionisierte Teil dieser Elektrolyte ist, dem wir das anormale Verhalten zuschreiben müssen.

Nernsts Prinzip des konstanten Produkts der Ionenlöslichkeit liefert weiteres Material dafür, daß die Ionen in Lösung normal wirken.

Wir müßten nun, unter der Annahme, daß die Ionen sich normal verhalten, erwarten, daß das Prinzip des konstanten Löslichkeitsprodukts Ergebnisse von demselben Genauigkeitsgrade bei verdünnten Lösungen liefert, ob die betrachteten Elektrolyte normal oder anormal sind. Das ist, wie gesagt, tatsächlich der Fall.

Um die Sache kürzer darzustellen: Bei dem Gleichgewicht zwischen Elektrolyten werden wir eine Übereinstimmung zwischen Theorie und Experiment erzielen, ob wir das Massenwirkungsgesetz anwenden, oder ein empirisches Gesetz wie die van't Hoffsche Verdünnungsformel, vorausgesetzt nur, daß wir das anormale Verhalten dem nichtionisierten Teile des Elektrolyts zuschreiben. Beispielsweise können wir die gewöhnlichen Formeln für die Hydrolyse oder für isohydrische Lösungen ebenso leicht für anormale Elektrolyte ableiten wie für normale und finden in beiden Fällen die befriedigendste Übereinstimmung mit dem Experiment.

Durch diese eine einfache Annahme, für die ich einige direkte Beweise gegeben habe, ist es also möglich, eine Grundlage für die Rechnung mit anormalen Elektrolyten zu finden. Das Problem, weshalb gewisse Elektrolyte normal sind und andere anormal, wird natürlich durch diese Annahme keineswegs berührt. Das ist ein Gegenstand für weitere Untersuchung und Forschung.

Arrhenius hat die Lehre von der elektrolytischen Dissoziation oder den freien Ionen nicht begründet: Sie wurde 1857 von Clausius verkündet und blieb verhältnismäßig unfruchtbar. Arrhenius' Werk besteht darin, meßbare Größen in die Lehre einzuführen und ihre einfache quantitative Anwendbarkeit auf wässerige Lösungen darzutun; sogleich wurde sie fruchtbar. Und sobald ein einfaches quantitatives Prinzip für Hydrate in Lösungen entwickelt sein wird, wird diese Lehre ebenfalls fruchtbar werden.

Es ist jetzt sicherlich an der Zeit, alles zu vergessen, was Unbedeutendes und Unüberlegtes seitens der Anhänger der Theorien des osmotischen Drucks und der elektrolytischen Dissoziation auf der einen Seite, von denen der Hydrattheorie auf der anderen Seite in Wort und Schrift gesagt worden ist. Die Theorien sind durchaus nicht unvereinbar; sie ergänzen sich vielmehr, und die Forscher können, indem jeder seiner Neigung folgt, auf beiden Wegen Nutzen schaffen.

(Teils nach Manuskripten, teils nach Korrekturbogen im Auszug aus dem Englischen übersetzt von Max Iklé.)

(Eingegangen 22. September 1911.)

BESPRECHUNGEN.

Ernst Sommer, Über die Radioaktivitätsverhältnisse der natürlichen Heilquellen des deutschen Sprachgebietes. gr. 8. 58 S. München, Verlag der Ärztlichen Rundschau (Otto Gmelin). 1909. M. 2.—

C. Schiffner, Radioaktive Wässer in Sachsen. I. Teil. Lex.-8. 57 S. mit 16 Abbildungen. Freiberg i. S., Craz & Gerlach (Joh. Stettner). 1908. M. 2.—

C. Schiffner u. M. Weidig, Radioaktive Wässer in Sachsen. II. Teil. Lex.-8. 86 S. mit 19 Abbildungen. Freiberg i. S., Craz & Gerlach (Joh. Stettner). 1909. M. 3.—

Das Sommersche Buch enthält eine Zusammenstellung aller Heilquellen des deutschen Sprachgebietes, wobei das Jahr, seitdem sie zu Heilzwecken benutzt werden, der Charakter der Quelle, die Radioaktivität in Mache-Einheiten und der Name des Untersuchers hinzugefügt ist. Zum Schluß werden die Quellen nochmals, nach steigender Radioaktivität geordnet, angeführt. Das so gewonnene statistische Material wird für manche von Wert sein.

Nachdem in den Gruben der Uranerzlager von St. Joachimsthal in Böhmen nahe der sächsischen Grenze stark radioaktive Wässer gefunden waren, schien es wissenschaftlich wertvoll und vielleicht auch von ökonomischer Bedeutung, die Quellen Sachsens auf ihren Radioaktivitätsgehalt hin systematisch durchzuprüfen. Das Ergebnis dieser langwierigen und gewissenhaften Untersuchungen stellen Schiffner und Weidig in den beiden vorliegenden Abhandlungen zusammen. Das Ergebnis ist, daß, wie zu erwarten war, das Auftreten stark aktiver Wässer keineswegs an das Vorhandensein bekannter oder gar abbauwürdiger Uranerzlagerstätten lokal gebunden ist. Sachsen besitzt einen Überfluß an aktiven Wässern, womit aber, wie die Verfasser betonen, nicht etwa gesagt sein soll, daß sich daraus ein Nutzen für das Land wird ziehen lassen.

Riesenfeld.

Ph. A. Guye, La Fixation Industrielle de l'Azote. (Separatabdruck aus „Bulletin de la Société chimique de France".) 68 S.

Der vorliegende Vortrag, den der auf dem Gebiet der Stickstoffaktivierung selbst hervorragend tätige Autor am 24. Mai 1909 vor der Französischen Chemischen Gesellschaft (Paris) gehalten hat, gibt einen sehr guten Überblick über die verschiedenen Seiten dieses aktuellen Problems, und zwar insbesondere über die Oxydation des atmosphärischen Stickstoffs.

Das Problem, das durch die Salpetererschöpfung der Technik und Wissenschaft gestellt wird, wird zunächst vom sozialen, agrikulturchemischen und militärischen Standpunkt beleuchtet, sodann werden die natürlichen Reserven für Stickstoffverbindungen betrachtet und endlich die bis jetzt gefundenen gangbaren Wege zur Lösung des Problems besprochen. Es sind dies die Gewinnung des Ammoniaks aus Torf oder durch Synthese, die Herstellung des Cyanamids und endlich vor allem die Gewinnung der Stickoxyde aus Luft durch elektrische Entladungen. Bei dieser letzten Lösung wird die Historie, die theoretische und praktische Seite (Einrichtung der elektrischen Öfen, Wirksamkeit des Lichtbogens und Umwandlung der Stickoxyde in Salpetersäure) eingehend behandelt. Der Vortrag ist für den Physiker, der über diese jeden Naturwissenschaftler interessierende Frage orientiert sein will, sehr empfehlenswert.

K. Jellinek.

Personalien.

(Die Herausgeber bitten die Herren Fachgenossen, der Redaktion von eintretenden Änderungen möglichst bald Mitteilung zu machen.)

Habilitiert: An der Universität Berlin Dr. Konrad Knopp für Mathematik, an der Universität Freiburg i. Br. Dr. Wolfgang Lenhard für Chemie, an der Technischen Hochschule Stuttgart Dr. Karl Kommerell für Mathematik.

Ernannt: Der Direktor des Istituto Fisico del Collegio S. Luigi in Bologna Dr. Giovanni Costanzo zum ord. Professor der Physik, der physikalischen Chemie und Radioaktivität und zum Direktor der dazu gehörigen beiden Laboratorien an der Escola Polytechnica (Institut supérieure Technique) in Lissabon, der Privatdozent an der Universität Lemberg Dr. Stanislaus Opolski zum a. o. Professor der Chemie ebenda, die Privatdozenten an der Universität Berlin Professor Dr. Wilhelm Traube (anorganische Chemie) und Dr. Johannes v. Wartenberg (Chemie) zu a. o. Professoren ebenda.

Berufen: Der ord. Professor an der Technischen Hochschule Stuttgart Dr. Georg Faber zum ord. Professor der Mathematik an der Universität Königsberg.

Verliehen: Dem Assistenten an der Zoologischen Station Neapel, früheren Privatdozenten der Chemie an der Universität Leipzig Dr. Martin Henze und dem Privatdozenten für analytische Chemie an der Technischen Hochschule Wien Dr. Anton Skrabal der Titel Professor, dem ord. Honorarprofessor der mathematischen Physik und Geodäsie an der Universität Gießen Dr. Karl Fromme der Titel Geh. Hofrat.

Gestorben: Der ord. Professor der Mathematik an der Universität Edinburgh Dr. George Chrystall, der Chemiker Geheimer Kommerzienrat Dr. Eugen de Haën (Begründer und Mitinhaber der Chemischen Fabrik „List" in Seelze-Hannover, der frühere Professor der Mathematik an der Carnell University in Ithaca Dr. George William Jones, der Privatdozent für Elektrotechnik an der Technischen Hochschule Berlin und Stadtelektriker der Stadt Berlin Professor Dr. Martin Kallmann.

Gesuche.

Für die Redaktion verantwortlich Professor Dr. Friedrich Krüger in Danzig-Langfuhr. — Verlag von S. Hirzel in Leipzig.
Druck von August Pries in Leipzig.

PHYSIKALISCHE ZEITSCHRIFT

No. 26. | 21. Dezember 1911. Redaktionsschluß für No. 1 am 22. Dezember 1911. | 12. Jahrgang.

INHALT:

An unsere Leser!

Mit dem Beginn des neuen Jahrgangs sehen wir uns leider genötigt, den Jahrespreis der Physikalischen Zeitschrift auf M. 30.— zu erhöhen.

Der Berechnung des bisherigen Preises lag ein durchschnittlicher Umfang von 4 Bogen pro Nummer = 100 Bogen des ganzen Jahrganges zugrunde. Die wissenschaftliche Produktion ist aber inzwischen wieder dermaßen gestiegen, daß wir trotz strengster Auslese längst über jenen Umfang hinausgehen mußten. Die beiden letzten Jahrgänge enthalten durchschnittlich $6^1/_2$ Bogen in jeder Nummer, so daß jeder dieser beiden Jahrgänge statt 100 Bogen deren über 160 gebracht hat. Auf eine Verminderung der wissenschaftlichen Produktion ist nun nicht zu rechnen. Dazu kommt aber, daß am 1. Januar 1912 zum dritten Male während des Bestehens der Zeitschrift eine außergewöhnliche Steigerung des Druckertarifs in Kraft tritt. Bisher hat die Verlagsbuchhandlung solche Steigerungen stets ohne Erhöhung des Preises der Zeitschrift auf sich genommen. Diesmal ist ihr dies in Verbindung mit der großen Umfangsvergrößerung leider nicht möglich.

Wir hoffen, daß sich unsere Leser diesen Gründen nicht verschließen werden.

Herausgeber, Redaktion und Verlag der Physikalischen Zeitschrift.

E. Riecke. H. Th. Simon. F. Krüger. S. Hirzel.

ORIGINALMITTEILUNGEN.

Über den Nachweis anomaler Dispersion in leuchtendem Quecksilberdampf.

Von Peter Paul Koch u. Walter Friedrich.

(Mit Tafel XV.)

Vorbemerkungen.

Die bisherigen experimentellen Untersuchungen haben an einer großen Anzahl von Spektrallinien leuchtender und nichtleuchtender Dämpfe die Erscheinung der anomalen Dispersion nachgewiesen. Zu den Emissionslinien, an denen nach Kenntnis der Verfasser ein direkter Nachweis anomaler Dispersion bis

jetzt noch nicht aufgefunden worden ist, gehören unter anderen die des Quecksilbers[1]). Dagegen liefern die Versuche, die Dufour[2]) vor kurzem an einem im magnetischen Feld rotierenden Quecksilberlichtbogen angestellt hat, einen indirekten Nachweis für die Existenz der Anomalie an einer violetten Quecksilberlinie (Angabe der Wellenlänge fehlt). Es ergab sich nämlich die wohl kaum anders erklärbare Tatsache, daß die durch den Dopplereffekt gemessene Geschwindigkeit der infolge der Rotation des Lichtbogens auf den Beobachter zukommenden leuchtenden Teilchen wesentlich kleiner war als die der vom Beobachter weggehenden, obwohl beide Arten von Teilchen sich zweifellos mit der gleichen objektiven Geschwindigkeit bewegten. In einer von Cotton verfaßten Schlußbemerkung zur Arbeit Dufours wird die Möglichkeit des direkten Nachweises der derart indirekt dargetanen Dispersionsanomalie bezweifelt, da die letztere sich den Meßergebnissen zufolge innerhalb eines sehr schmalen Wellenlängenbezirks abspielt. Es wird deshalb der Vorschlag gemacht, eine schon früher von R. W. Wood[3]) zur Messung der anomalen Dispersion in nichtleuchtendem Natriumdampf in der Nachbarschaft der D-Linien angewandte, mehr indirekte Methode auch für die Quecksilberlinien zu benutzen. Da dem vorgeschlagenen Verfahren jedoch gewisse Umständlichkeiten anhaften, die bei den üblichen direkteren Methoden zur Aufsuchung anomaler Dispersion in der Nähe von Spektrallinien fehlen, schien es von Vorteil, zunächst einmal einen Versuch mit diesen letzteren Methoden anzustellen und dabei vor allem einen Spektralapparat mit möglichst hohem Auflösungsvermögen zu verwenden. Im vorliegenden Fall kam entweder ein Stufengitter nach Michelson oder ein Interferenzspektroskop mit planparalleler Platte nach Lummer und Gehrcke mit gutem Erfolg zur Verwendung.

Versuchsanordnung.

Es wurde die Versuchsanordnung benutzt, wie sie zuerst von Puccianti[4]) beschrieben worden ist. Das Schema der Aufstellung ist in Fig. 1 dargestellt. Licht von der Emissionslampe E wird durch die Linse L_1 parallel gemacht und an der Platte P_1 des Jaminschen Interferentialrefraktors Zehnderscher Konstruktion[1]) in 2 Bündel geteilt. Von diesen wird das eine an dem Spiegel S_1 reflektiert und tritt durch die planparallele Platte P_2 hindurch nach dem Kollimator C des Spektralapparates zu aus, während das andere, am Spiegel S_2 reflektiert, die Absorptionslampe A durchsetzt und schließlich von P_2 gleichfalls nach dem Kollimator C hingelenkt wird. Die Linse L_2 entwirft von den im Interferentialrefraktor entstandenen Streifen ein scharfes Bild auf die Spaltebene des Kollimators.

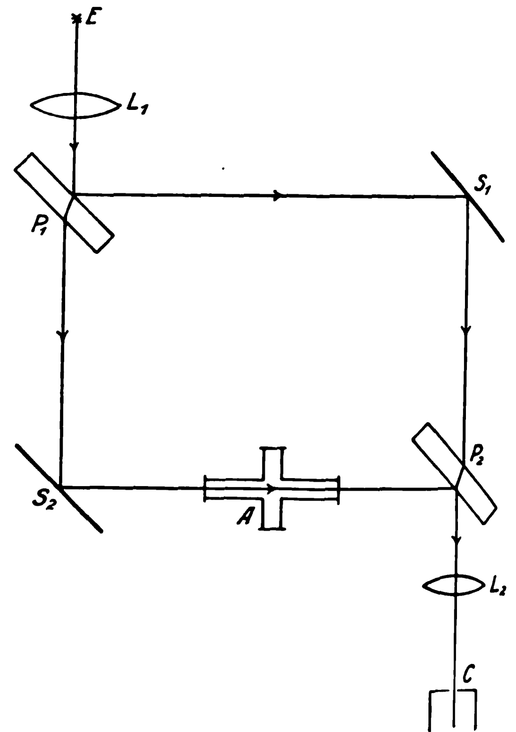


Fig. 1. Schema der Versuchsanordnung.

Einzelheiten der Anordnung.

Die Emissionslampe E war eine aus der 110-Volt-Leitung gespeiste Hochdruck-Quarzglas-Quecksilberbogenlampe, geliefert von der Quarzlampen-Gesellschaft m. b. H. zu Hanau a. M. Durch geeignete Belastung, die sich zwischen ca. 30 Volt Klemmenspannung an den Polen der Lampe bei 4,5 Amp. Lampenstrom und ca. 70 Volt bei 5,0 Amp. bewegte, konnte den emittierten Linien eine passende Breite gegeben werden, derart, daß sie für die benutzten hochauflösenden Spektralapparate als ein Stück kontinuierliches Spektrum erschie-

1) An der im ultravioletten Teil des Spektrums gelegenen durch nichtleuchtenden Quecksilberdampf erzeugten Absorptionslinie $\lambda = 2536$ Å.-E. hat R. W. Wood, diese Zeitschr. **10**, 466, 1909; Phil. Mag. (VI) **18**, 249, 1909 anomale Dispersion festgestellt.

2) Dufour, C. R. **151**, 60, 1910; Journ. de Phys. (V) **1**, 109, 1911.

3) R. W. Wood, Phil. Mag. (VI) **8**, 293, 1904.

4) Puccianti, Mem. Spettr. Ital. **33**, 133, 1904.

1) Zehnder, Zeitschr. f. Instr.-K. **11**, 275, 1891.

nen. Die Absorptionslampe *A* bestand gleichfalls aus Quarzglas. Sie hatte Kreuzform, so daß sie in Quer- und Längsdurchsicht benutzt werden konnte, und war an den vier Enden durch aufgekittete planparallele Platten aus Quarzglas verschlossen. In Fig. 2 sind die Hauptausmaße der Lampe eingetragen. Be-

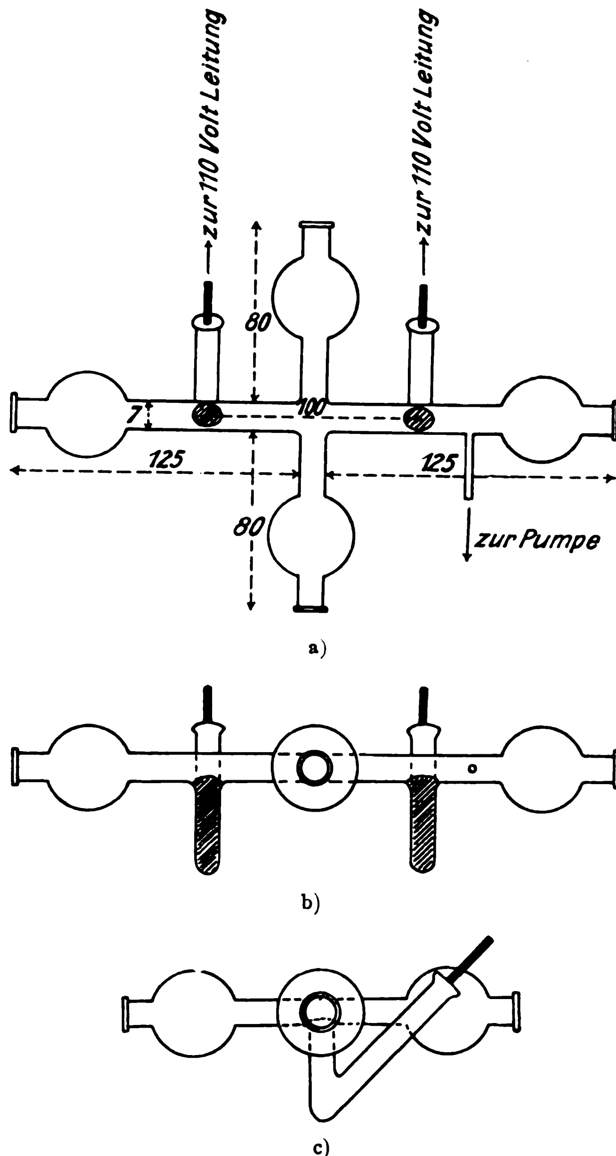


Fig. 2. Absorptionslampe.
a) von oben. b) bei Querdurchsicht. c) bei Längsdurchsicht. Längenangaben in Millimeter.

lastet wurde mit 3—5 Amp. bei ca. 25 Volt Klemmenspannung, so daß die von der Absorptionslampe emittierten Linien wesentlich schmäler waren als die den kontinuierlichen Hintergrund bildenden Linien der Emissionslampe. Um Dauerbetrieb der Absorptionslampe zu ermöglichen, waren die Kittstellen der planparallelen Endplatten durch aufgeschobene ringförmige, mit Wasser gefüllte Kühlgefäße geschützt, die in Fig. 2 nicht mit aufgezeichnet sind. Die Lampe wurde evakuiert mit einer Quecksilberfallpumpe Zehnderscher Konstruktion[1]). Ein Luftrest von einigen Tausendstel Millimeter Quecksilberdruck erleichterte die Zündung, welche meist mittels einer Außenhilfselektrode durch ein kleines Induktorium bewerkstelligt wurde. Sehr bald nach dem Zünden der Lampe bildeten sich schwach rötlich leuchtende Dampfstrahlen[2]), die vom Bogen aus in die Seitenansätze der Lampe hineinverliefen, die planparallelen Quarzfenster mit Quecksilbertröpfchen beschlugen und so die Interferenzstreifen undeutlich machten. Durch mit Wasser befeuchtete Wattebäusche, die zwischen Bogen und Verschlußplatten um die Lampenröhre gewickelt wurden, ließ sich die Entstehung der Dampfstrahlen wenigstens so lange hintanhalten, bis die Interferenzstreifen durch die Vorgänge im leuchtenden Bogen selbst in Unruhe gerieten, wohl im Zusammenhang mit Schwankungen des Dampfdrucks. Damit war ohnedies jede Beobachtungsmöglichkeit zu Ende, bis die Lampe sich wieder abgekühlt hatte. Das benutzte Stufengitter ist Ann. **34**, 384, 1911 beschrieben. Es hat 33 Platten von 0,997 cm Dicke, und sein Dispersionsgebiet beträgt für die grüne Quecksilberlinie (5461 Å.-E.) rund 0,48 Å.-E., für die beiden gelben Quecksilberlinien (5769 und 5790 Å.-E.) rund 0,54 Å.-E. Der planparallele Streifen nach Lummer-Gehrcke ist gleichfalls Ann. **34**, 427, 1911 beschrieben. Er ist 0,423 cm dick, 13,0 cm lang, und sein Dispersionsgebiet beträgt für die grüne Quecksilberlinie 0,30 Å.-E.

Versuchsergebnisse.

An der von der Absorptionslampe erzeugten grünen Quecksilberlinie 5461 Å.-E. und zwar an der Hauptlinie dieser komplizierten Linienstruktur (im folgenden kurz als Absorptionslinie bezeichnet) ist schon bei Querdurchsicht durch die Absorptionslampe die Erscheinung der anomalen Dispersion mit der geschilderten Versuchsanordnung deutlich wahrzunehmen. Sie erstreckt sich dann allerdings nur auf einen Bruchteil des Dispersionsgebiets, schätzungsweise auf 0,05 Å.-E. zu beiden Seiten der Absorptionslinie. Da die von der Emissionslampe gelieferte, den Hintergrund für das geschilderte Phänomen ab-

1) Zehnder, Ann. d. Phys. **10**, 623, 1903.
2) J. Stark, diese Zeitschr. **4**, 440, 1903; Matthies, Verh. d. d. Phys. Ges. **12**, 754, 1910.

gebende verbreiterte Linie gerade am Ort der von der Absorptionslampe erzeugten Absorptionslinie Linienumkehr zeigt, die mit wachsendem Dampfdruck in der Emissionslampe breiter wird, muß man, um die Erscheinung gut sehen zu können, die Belastung der Emissionslampe ziemlich niedrig halten. Andernfalls fehlen in der Emission dieser Lampe gerade die Wellenlängen zu beiden Seiten der Absorptionslinie, für die das Umbiegen der Interferenzstreifen am deutlichsten stattfindet. Die in Fig. 3[1]) als Positive reproduzierten Photogramme geben einen ungefähren Eindruck vom Aussehen der Erscheinung im Stufengitter bei Querdurchsicht durch die Absorptionslampe. Die Expositionsdauer war 10″ auf Hauff-Flavin-Platte. Fig. 3a zeigt den Fall, daß der Quecksilberdampf in der Absorptionslampe nicht leuchtet, Fig. 3b den, daß er leuchtet. Die vom Interferentialrefraktor erzeugten Interferenzstreifen liegen horizontal, die vom Stufengitter gelieferten Spektrallinien vertikal. Die vertikale dunkle Linie, zu deren rechter Seite die schmalere, zu deren linker die breitere helle vertikale, von den Interferenzstreifen durchzogene Linie verläuft, ist die Linienumkehr der Emissionslinie. Das Stufengitter steht für diese letztere ungefähr in der Einfachordnungsstellung[2]). Aus der Tatsache, daß beim Einlassen von Luft in die Absorptionslampe die horizontalen Interferenzstreifen nach unten wanderten, und daß links von der Linienumkehr die größeren Wellenlängen liegen, ergibt sich, daß der Verlauf der anomalen Dispersion bei der Absorptionslinie der normale ist, d. h. daß der Brechungsexponent des leuchtenden Quecksilberdampfes auf der roten Seite der Linie größer ist als auf der violetten. Man erkennt außerdem, daß das Abbiegen der Interferenzstreifen auf der violetten Seite der Linie deutlich stärker stattfindet als auf der roten. Die Gesamtverschiebung der Streifen war, soweit man bis unmittelbar neben die Absorptionslinie beobachten konnte, von der Größenordnung einer Wellenlänge. Aus dem reproduzierten Photogramm ist dies nicht sehr deutlich zu ersehen, wurde jedoch durch okulare Beobachtung festgestellt. An den Satelliten der grünen Quecksilberlinie war bei Querdurchsicht niemals eine Dispersionsanomalie mit Sicherheit zu beobachten.

Bei Längsdurchsicht durch die Absorptionslampe war das Umbiegen der Interferenzstreifen aus der horizontalen Lage schon in sehr viel größerem Abstand von der Absorptionslinie erkennbar. Es stellten sich nämlich die Streifen beim Entzünden der Absorptionslampe bis zum Rande des Dispersionsgebietes, also auf $+0{,}24$ Å.-E., zu beiden Seiten der Hauptlinie schief, so daß mit dem Stufengitter nicht festzustellen war, in welcher Entfernung von der Hauptlinie die Interferenzstreifen wieder horizontal verliefen. Auch an den beiden Satelliten größerer Wellenlänge ($+0{,}09$ bzw. $+0{,}14$ Å.-E.) wurden hier und da Anzeichen für das Vorhandensein der Anomalie beobachtet. Versuche, die Erscheinungen bei Längsdurchsicht photographisch festzuhalten, schlugen fehl, weil die Streifen noch wesentlich unruhiger waren als bei Querdurchsicht.

An den beiden gelben Quecksilberlinien (5769 und 5790 Å.-E.), die von der Emissionslampe als breite Spektralbänder ohne Linienumkehr emittiert wurden, war bei Querdurchsicht weder an den Hauptlinien noch an den Satelliten ein Abbiegen der Interferenzstreifen zu beobachten. Dagegen war die Erscheinung mit Sicherheit zu sehen an den Hauptlinien, nicht aber an den Satelliten bei Längsdurchsicht.

Die blaue Quecksilberlinie (4359 Å.-E.) erschien im Stufengitter recht lichtschwach, so daß die horizontalen Interferenzstreifen überhaupt nicht mehr wahrgenommen werden konnten. Im Interferenzspektroskop nach Lummer-Gehrcke war dies zwar der Fall, allein die Streifen wurden beim Entzünden der Absorptionslampe so unruhig, daß sichere Beobachtungen nicht möglich waren. Angesichts der Schwierigkeiten, die sich beim Photographieren der Erscheinung an der grünen Quecksilberlinie ergeben hatten, bei der immerhin noch sämtliche Einstellungen visuell hatten vorgenommen werden können, wurde von photographischen Versuchen an der blauen und erst recht an den violetten Linien abgesehen.

Ganz ähnlich wie durch Verwendung von Stufengitter und Interferenzspektroskop die Erscheinung der anomalen Dispersion an den Hauptlinien einiger Quecksilberlinienstrukturen zum Vorschein gekommen ist, steht zu erwarten, daß auch an den Satelliten das Phänomen mit Sicherheit aufgefunden werden wird, wenn man nur das Auflösungsvermögen des benutzten Spektralapparates hoch genug treibt. Denn die Satelliten scheinen im allgemeinen noch schmäler zu sein als die Hauptlinien. Leider sind gerade die interferenzspektroskopischen Methoden, die zurzeit allein die geforderten hohen Auflösungsvermögen zu realisieren gestatten, zur Durchführung dieser Untersuchung

1) Auf Tafel XV.
2) A. A. Michelson, Journ. de Phys. (III) 8, 310, 1899.

wenig geeignet, da wegen der Enge des Dispersionsgebiets und der Nachbarschaft der Satelliten und Hauptlinien meist eine gegenseitige Überlagerung gerade dann eintritt, wenn genügende Auflösung erreicht ist. Dagegen erscheint es aussichtsreich, das hier benutzte Verfahren auf eine Reihe von isoliert stehenden Emissionslinien anzuwenden, an denen mit geringerem Auflösungsvermögen vergeblich nach anomaler Dispersion gesucht worden ist.

Jedenfalls wird man erst dann zugeben können, daß mit Sicherheit dargetan ist, daß an einer bestimmten Emissions- oder Absorptionslinie anomale Dispersion fehlt, wenn gezeigt worden ist, daß der zur Auflösung benutzte Spektralapparat die fragliche Linie in ein Band auseinander legt, dessen Intensitätsverteilung im wesentlichen durch die Lichtquelle und nicht durch den zerlegenden Apparat bedingt ist.

Sehr viel tiefer gehende Aufschlüsse über den Mechanismus der Lichtemission, als durch den bloßen Nachweis des Vorhandenseins anomaler Dispersion an den schärfsten realisierbaren Spektrallinien zutage treten können, würde man erhalten bei der Durchmessung des Verlaufs der Anomalie innerhalb des spektralen Bereichs derartiger Linien. Über diesbezügliche Versuche hofft man später berichten zu können.

München, Physik. Institut der Universität, 10. November 1911.

(Eingegangen 14. November 1911.)

Über die Temperaturabhängigkeit des thermischen Ausdehnungskoeffizienten.

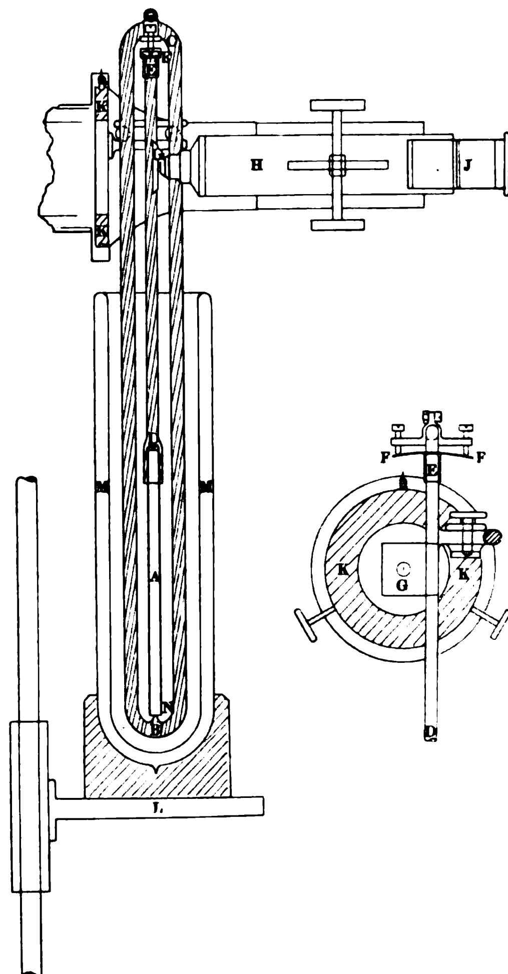
(Aus dem physikalisch-chemischen Institut der Universität Berlin.)

Von Charles L. Lindemann.

Grüneisen[1]) hat neuerdings auf thermodynamischem Wege gezeigt, daß sich aus dem Nernstschen Wärmetheorem folgern läßt, daß bei einatomigen Substanzen der Quotient vom thermischen Ausdehnungskoeffizienten durch spezifische Wärme unabhängig von der Temperatur sein muß, sofern sich die spezifische Wärme durch eine Gleichung der Form $C_p = F\left(\frac{T}{v}\right)$ darstellen läßt und sofern $\frac{dv}{dp}$ von der Temperatur unabhängig ist. Nernst und Lindemann[2]) haben kürzlich eine Formel aufgestellt, die aus der Summe zweier Einsteinschen Formeln besteht, deren Frequenzen um eine Oktave gegeneinander verschoben sind, und welche den Verlauf der spezifischen Wärme ausgezeichnet wiedergibt. Diese Funktion genügt der obigen Bedingung, abgesehen vom Korrektionsglied von C_p und C_v, unter der hierbei zulässigen Annahme, daß ν konstant bleibt. Da dies der Fall ist, erschien es von Interesse, die Grüneisensche Beziehung auf experimentellem Wege bei sehr tiefen Temperaturen zu prüfen.

Experimenteller Teil.

Da bei dieser Untersuchung mit flüssigem Wasserstoff gearbeitet werden mußte, und da derselbe in großen Mengen schwer zu erhalten und aufzubewahren ist, wurde eine Anordnung getroffen, die bei einem recht kleinen Kühlbad eine möglichst rasche und zuverlässige Bestimmung der Ausdehnung gestattet. Die etwa 100 mm lange Stange A der zu messenden Substanz wird in einem länglichen, allseitig geschlossenen Rahmen aus geschmolzenem Quarz BC so eingepaßt, daß sein unteres Ende auf



1) Verh. der phys. Ges. 13, Nr. 11, 1911.

2) Berl. Ber. 12, 494, 1911.

einer konischen, unten am Rahmen angeschmolzenen Spitze N ruht, währenddem sein oberes Ende von einer beweglichen Quarzstange DE geführt wird, die durch eine regulierbare Doppelfeder F beliebig belastet werden kann. An dieser Stange ist ein Objektmikrometer G (1 mm in 100 Teile) befestigt, dessen Verschiebung bei Temperaturwechsel durch ein fest mit dem Quarzrahmen verbundenes, mit Okularmikrometer J (1' Teil 0,0036 mm) ausgestatteten Zeiß-Mikroskop H auf 0,0005 mm abgelesen werden kann. Um das Objektmikrometer beliebig einstellen zu können, so daß immer durch die Mitte der Mikroskoplinse gemessen wird, ist das ganze Quarzgestell unmittelbar mit dem verschiebbaren Tische K des Mikroskops verbunden. Auf einem senkrecht verschiebbaren Tische L werden die auswechselbaren Gefäße M herangehoben, welche die verschiedenen Temperaturbäder enthalten.

Mit dieser Anordnung kann naturgemäß nur die Differenz der Ausdehnungen der Substanzen und des Quarzes gemessen werden. Letztere ist jedoch in den höheren Temperaturintervallen so außerordentlich gering, daß sie innerhalb der Versuchsfehler fällt. Im Intervalle -40^0 bis -120^0 hebt sich die positive gegen die negative Ausdehnung weg[1]). Da die Ausdehnung des Quarzes bei der Temperatur des flüssigen Wasserstoffs noch unbekannt, aber wahrscheinlich sehr klein ist, wurde sie durchweg gleich Null angenommen.

Aluminium, Kupfer, Zink, Silber und Blei wurden untersucht, da der Verlauf ihrer Atomwärmen besonders genau bestimmt ist. Die Untersuchung einiger Nichtmetalle ist noch nicht abgeschlossen. Die Stäbe aus Kupfer, Aluminium und Zink waren aus sogenannten technisch reinen Metallen. Blei und Silber waren chemisch rein und aus demselben Material, das zur Messung der Atomwärme benutzt worden war. Es wurde in den Intervallen Zimmertemperatur, flüssiger Sauerstoff, flüssige Luft und flüssiger Wasserstoff gemessen und in den meisten Fällen 15—20 Beobachtungen gemacht, deren Übereinstimmung auf eine für die vorliegenden Zwecke genügende Genauigkeit schließen ließ. Daß ohne besonders große Vorsichtsmaßregeln eine sehr große Genauigkeit nicht erzielt werden kann, liegt im Wesen der Methode. So läßt sich eine Seitenverschiebung, die ein Nachstellen des Mikroskops erforderlich macht, bei dieser Anordnung kaum vermeiden. Die Resultate dürften jedoch im allgemeinen auf einige Prozente genau sein. Die Übereinstimmung mit den von anderen Autoren gefundenen Zahlen ist befriedigend.

Tabelle 1.

Substanz	T_1	T_2	T	ΔT	Δl	$\alpha \cdot 10^6$
Al	82,3	393,0	187,7	210,7	$0{,}0_2354$	168
Al	80,9	90,0	85,5	9,1	$0{,}0_4893$	98
Al	20,4	80,8	50,6	60,4	$0{,}0_3231$	38
Cu	85,8	292,4	189,1	206,6	$0{,}0_2256$	124
Cu	80,3	90,0	85,2	9,7	$0{,}0_4725$	75
Cu	20,4	80,5	50,5	60,1	$0{,}0_3293$	49
Zn	82,3	291,2	186,8	208,9	$0{,}0_2195$	93
Zn	81,5	90,9	86,2	8,5	$0{,}0_4550$	65
Zn	20,4	82,0	51,2	61,6	$0{,}0_3202$	34
Ag	81,5	291,7	186,6	210,2	$0{,}0_2328$	156
Ag	82,2	90,0	86,1	7,8	$0{,}0_3103$	132
Ag	20,4	80,0	50,2	59,6	$0{,}0_3583$	98
Pb	83,0	292,6	187,8	209,6	$0{,}0_2557$	266
Pb	82,6	90,0	86,3	7,4	$0{,}0_3150$	203
Pb	20,4	81,2	50,8	60,8	$0{,}0_2120$	198

Wie oben erwähnt, kann die Grüneisensche Beziehung streng genommen nur für den Fall gelten, daß sich die spezifische Wärme durch eine Gleichung der Form $C_p = F(T)$ darstellen läßt. Dies ist nach den Untersuchungen von Nernst-Lindemann[1]) zutreffend, wenn man von dem durch die Arbeitsleistung gegen die Kohäsionskräfte bedingten Korrektionsglied absieht, was um so eher berechtigt ist, da es bei den hier in Betracht kommenden tiefen Temperaturen nie mehr wie 2 Proz. ausmacht. Da ein großes Temperaturintervall in Betracht kam, mußte die mittlere Atomwärme berechnet werden. Es wurde die obenerwähnte Formel ohne Berücksichtigung des Korrektionsglieds, nämlich

$$C_v = \frac{3}{2} R \left(\frac{\left(\frac{\beta\nu}{T}\right)^2 e^{\frac{\beta\nu}{T}}}{\left(e^{\frac{\beta\nu}{T}} - 1\right)^2} + \frac{\left(\frac{\beta\nu}{2T}\right)^2 e^{\frac{\beta\nu}{2T}}}{\left(e^{\frac{\beta\nu}{2T}} - 1\right)} \right)$$

zugrunde gelegt, in der die Werte der Eigenfrequenzen der oben zitierten Arbeit entnommen wurden. Es wurde durchweg mit der Atomwärme bei konstantem Volumen gerechnet, da die Größe der Korrektion für die Ausdehnung in diesen Gebieten innerhalb der Versuchsfehler fällt. Wie folgende Tabelle zeigt, bestätigen im großen ganzen die Resultate die Grüneisensche Beziehung.

Wenn auch die Abweichungen stellenweise die Versuchsfehler übertreffen dürften, so läßt sich daraus, daß dieselben keine bestimmte Richtung zeigen, und namentlich aus der ausgezeichneten Übereinstimmung des Al, dessen

1) Kaye, Phil. Mag. **20**, 1910.

1) Zeitschr. f. Elektrochem. **17**, 817, 1911.

Tabelle 2.

Substanz	Temperatur-Intervall	$\alpha \cdot 10^6$	C_v	$\frac{\alpha}{C_v} \cdot 10^5$
Al	82,3—293	168	4,48	3,81 · 0,99
Al	80,9— 90,0	98	2,50	3,81 · 1,03
Al	20,4— 80,8	38	1,03	3,81 · 0,98
Cu	85,8—292,4	124	4,94	2,63 · 0,96
Cu	80,3— 90,0	75	3,35	2,63 · 0,86
Cu	20,4— 80,5	49	1,55	2,63 · 1,21
Zn	82,3—291,2	93	5,33	1,55 · 1,13
Zn	81,5 — 90,9	65	4,20	1,55 · 0,99
Zn	20,4— 82,0	34	2,45	1,55 · 0,87
Ag	81,5—291,7	156	5,45	3,02 · 0,95
Ag	82,2— 90,0	132	4,36	3,02 · 1,00
Ag	20,4— 80,0	98	3,05	3,02 · 1,04
Pb	83,0—292,6	266	5,88	4,11 · 1,10
Pb	82,6 — 90,0	203	5,60	4,11 · 0,88
Pb	20,4— 81,2	198	4,72	4,11 · 1,02

Atomwärme in dem hier in Betracht kommenden Temperaturgebiete auf weniger als $^1/_4$ des normalen Wertes fällt, und welches deswegen besonders genau gemessen wurde, schließen, daß der Quotient $\frac{\alpha}{C_p}$ wenigstens bei den Metallen von der Temperatur unabhängig ist.

Die Diskussion der Resultate wurde gemeinsam mit F. A. Lindemann unternommen, dem ich für manche Anregung zu Danke verpflichtet bin.

Zum Schluß sei mir gestattet, Herrn Prof. Nernst auch an dieser Stelle für die Anregung zu dieser Arbeit sowie für sein stetes förderndes Interesse bei der Ausführung derselben meinen aufrichtigsten Dank auszusprechen.

(Eingegangen 26. Oktober 1911.)

Über einen lichtstarken Spektrographen.

Von J. Zenneck.

(Mit Tafel XVI.)

Vor ungefähr zwei Jahren war ich vor die Aufgabe gestellt, mir möglichst rasch einen sehr lichtstarken Spektrographen zu beschaffen. Er sollte im sichtbaren Gebiet so große Dispersion haben, daß z. B. die *Na*-Linien noch scharf auf der Platte getrennt werden. Bei zu kleiner Dispersion und nachheriger Vergrößerung stört das Korn der Platte sehr bald, oder es kann bei Verwendung von Platten mit sehr feinem Korn der Vorteil, den man durch die Lichtstärke des Spektrographen erreicht, durch die Unempfindlichkeit der Platten verloren gehen. Da die damals käuflichen Spektrographen, von denen ich durch die Literatur oder durch die Kataloge der betr. Firmen Kenntnis bekam[1]), den Anforderungen, die ich stellen mußte, nicht genügten, so habe ich mir durch den Laboratoriums-Mechaniker einen Spektrographen anfertigen lassen.

Seine allgemeine Anordnung ist aus den Fig. 1—4[2]) ersichtlich. Es bedeutet darin C den Kondensator, S den Spalt, O_1 das Kollimatorobjektiv, P_1—P_4 die Prismen, O_2 das Kameraobjektiv, K die Kamera. Sowohl Kollimator- als Kameraobjektiv sind um konische Zapfen Z_1 bzw. Z_2 drehbar (Fig. 1 und 2). Die Kamera ist nicht nur mittels Triebs und Zahnstange verschiebbar, sondern kann auch schief gegen die optische Achse des Apparats gestellt werden.

Der Kondensator C ist ein Kinematographenobjektiv der Firma E. Busch A.-G. (Rathenow) Mod. W. $f = 107$ mm mit dem Öffnungsverhältnis f: ca. 2,1 das Kollimator- und das Kameraobjektiv sind beide Petzvalobjektive derselben Firma, System III, Nr. 5, $f = 230$ mm, Öffnungsverhältnis f: 3,1. Die Prismen P_2—P_3 haben einen brechenden Winkel von 60°, die Halbprismen P_1—P_4 von 30°. Die Höhe der Prismen beträgt 70 mm, ihre Seitenlänge 80 mm. Alle Prismen sind durch die Firma B. Halle Nachf. (Berlin-Steglitz) aus Flintglas Nr. O 102 der Firma Schott & Gen. (Jena) geschliffen. Der Spalt ist von A. Hilger (London) bezogen[3]).

Für den Fall, daß einzelne Teile des Spektrums stark vergrößert aufgenommen werden sollen, wird bei T (Fig. 3) ein Telenegativ von Voigtländer (Braunschweig) eingesetzt, das bei ca. 3maliger Vergrößerung von der Blende f: 10 ab[4]) gute Bilder lieferte. Zur okularen Beobachtung kann statt der photographischen Platte eine Metallplatte mit eingeschraubtem Fernrohrokular in die Kamera eingesetzt werden. Außerdem hatten wir für manche Versuche einen besonderen Arm mit lichtstarkem Fernrohr von Steinheil, der an Stelle des

1) Darin ist inzwischen eine Änderung eingetreten. H. Bärwald, Ann. d. Phys. **34**, 833, 1911 berichtet von einem Spektrographen mit dem Öffnungsverhältnis f: 3, den die Firma Steinheil auf Anregung von Herrn W. Wien gebaut hat.

2) Die Grundplatte des Apparats (Fig. 4) ist nicht günstig; besser würde die in Fig. 1 gezeichnete Form sein.

3) Herr Dießelhorst (Braunschweig) war so freundlich, mir 4 Prismen aus Jenaer Glas O 4062 und einen Hilgerschen Spalt, die ich seinerzeit für das Braunschweiger Institut angeschafft hatte, zu den Vorversuchen zu überlassen. Ich möchte ihm auch an dieser Stelle meinen verbindlichen Dank aussprechen. Die Prismen aus dem Glas O 4062, ebenfalls von der Fa. B. Halle Nachf. geschliffen, hatten etwas kleinere Dispersion, waren aber sonst ebensogut brauchbar, wie die Prismen aus dem Glase O 102.

4) Bezogen auf die Brennweite des Objektivs ohne Telenegativ.

Fig. 1.

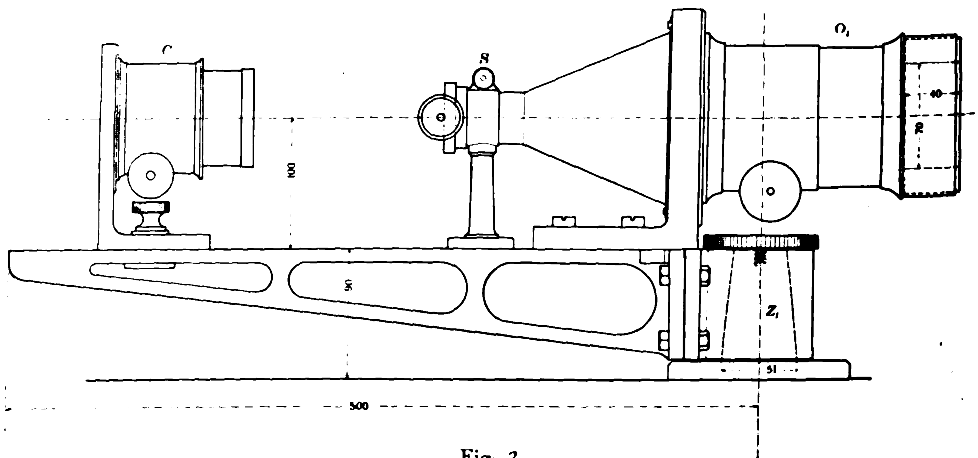


Fig. 2.

Kameraarms auf den Zapfen *Z* aufgesetzt werden konnte.

Die optische Leistung des Spektrographen ohne Telenegativ wird durch die Lichtbogen-Aufnahmen (Fig. 5a u. b[1])), bei denen die Orientierung des Apparats dieselbe war, illustriert; sie sind mit voller Öffnung und der Spaltbreite 0,03 mm auf die Platten Panchromatic A von Wratten & Wainwright (London) aufgenommen und 4mal vergrößert. Von vorzüglicher Schärfe bei der von uns vorgenommenen Orientierung sind einerseits rot

1) Fig. 5a = Effektbogenlampe, Fig. 5b = Eisen-Kohle-Bogen. (Die Figuren 5—7 befinden sich auf Tafel XVI.)

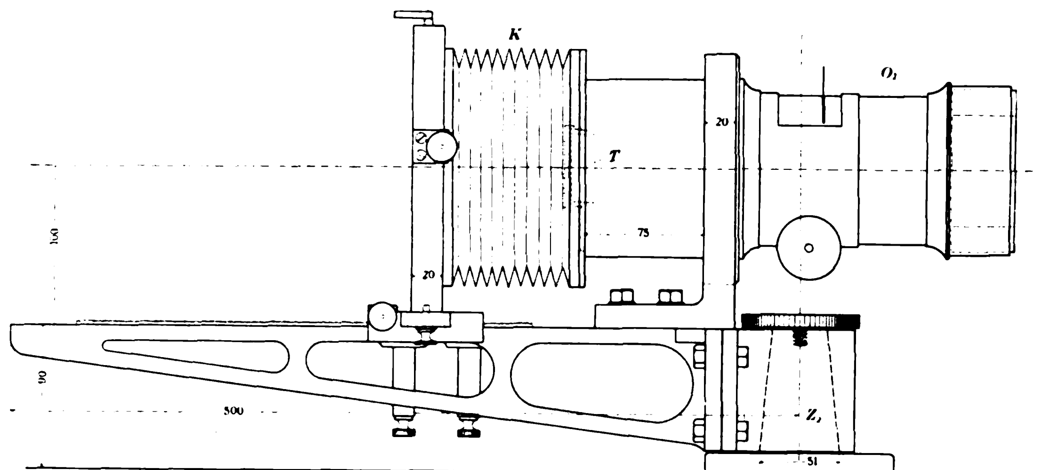


Fig. 3.

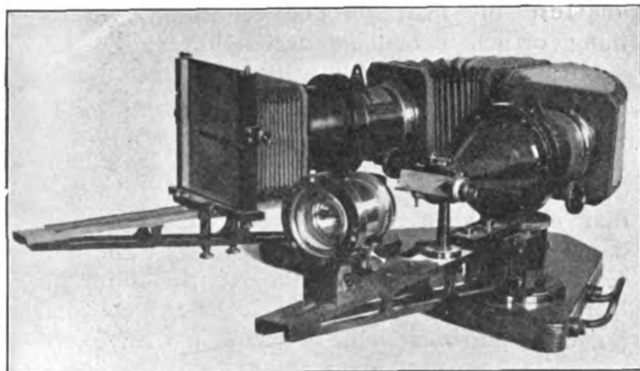


Fig. 4.

und gelb (bis ca. 530 $\mu\mu$) und andererseits blau bis zum Anfang des Ultravioletts (von ca. 490—380 $\mu\mu$), etwas weniger scharf, aber, wie die Fig. 5b zeigt, immer noch recht gut, ist grün (von ca. 530—490 $\mu\mu$). Eine starke Vergrößerung der Aufnahmen (Fig. 5) an der Stelle der *Na*-Linien ist in Fig. 6 dargestellt; obwohl der Abstand der beiden *Na*-Linien auf der Platte nur 0,05 mm[1]) ist, sind sie doch nahezu so scharf getrennt, als es das Korn der Platte zuläßt. Eine Aufnahme mit Teleobjektiv f: 10 ist in Fig. 7 reproduziert.

Für die Lichtstärke des Spektrographen mögen folgende Angaben einen gewissen Anhalt bieten. Bei einer Spaltbreite von 0,03 mm erhält man von einem Heliumrohr der Firma R. Götze, Type C (Kapillarrohr parallel zum Spalt) bei ca. 4-M.-A.-Strom die Linien 587 (gelb), 447 (blau), 388 (ultraviolett) auf Platten Panchromatic A von Wratten & Mainwright normal exponiert in ca. 1 Sekunde, von einer Wasserstoff-Kanalstrahlenröhre (Durchmesser 30 mm, Länge des Kanalstrahlenraums 150 mm, Druck maximaler Helligkeit der Kanalstrahlen) bei ca. 8 M.A.Strom normal exponierte Aufnahmen des Dopplereffekts der Linie H_γ in ca. 1—3 Minuten.

1) Die Dispersion des Spektrographen ist verhältnismäßig gering. Es scheint nicht möglich zu sein, Prismen der oben angegebenen Größe von genügender Homogenität aus den stark dispergierenden Gläsern herzustellen.

Der Spektrograph hat mir trotz seines verhältnismäßig billigen[1]) Preises bei spektrographischen Aufnahmen allerart so gute Dienste geleistet, daß ich glaubte, ihn hier beschreiben zu dürfen[2]), obwohl die optischen Firmen sicher in der Lage sein werden, bessere zu bauen.

Ludwigshafen a. Rh., Physikalisches Laboratorium der Badischen Anilin- und Sodafabrik[3]).

1) Der Preis des gesamten optischen Teils mit Spalt und Telenegativ war etwa 1060 Mark.
2) Er kann von dem Mechaniker Cremer (Physikal. Institut der technischen Hochschule Danzig) bezogen werden.
3) Die Vorversuche sind durch Herrn Dr.-Ing. A. König, die Orientierung durch Herrn Dr. B. Strasser ausgeführt worden. Ich möchte beiden Herren für ihre Mitarbeit meinen besten Dank aussprechen.

(Eingegangen 27. November 1911).

Über die Zersetzung von NO_2 im Glimmstrom.

Von J. Zenneck und B. Strasser.

(Mit Tafel XVII u. XVIII.)

1. Die Versuchsanordnung war die in Fig. 1 abgebildete. Aus einem Gefäß *R*, in dem sich ein flüssiges, reines N_2O_4 befand, wurde das Gas in kontinuierlichem Strom durch die Kapillare *K* und das U-förmige Entladungsrohr von ca. 5 mm lichter Weite mit Hilfe einer

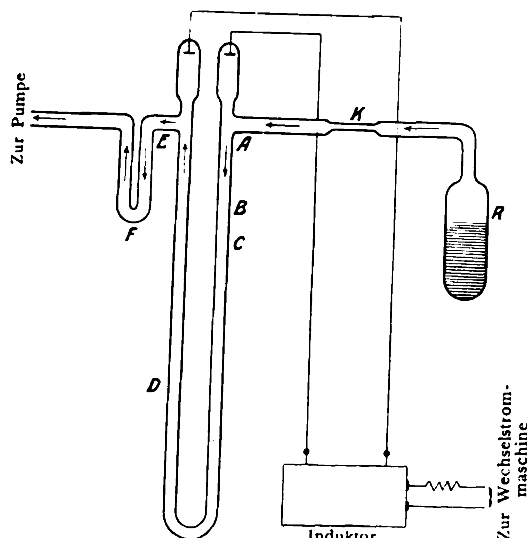


Fig. 1.

Gaedepumpe, der eine Leyboldsche Ölpumpe vorgeschaltet war, hindurchgesaugt. Das Gefäß R konnte in einem Dewarschen Becher mit verschiedenen Kühlflüssigkeiten (Eis und Kochsalz, feste Kohlensäure und Äther) eingetaucht werden. Dadurch konnte die Dampfspannung des flüssigen N_2O_4 variiert und dadurch und durch die Kapillare K der Druck im Entladungsrohr geändert werden. Er wurde meist so eingestellt, daß bei A ungefähr ein Druck von 1 mm Quecksilber herrschte. Dann betrug die Gasgeschwindigkeit bei A ungefähr 8 m/sec.

2. Die effektvolle Erscheinung[1]), die man im Entladungsrohr bei geeigneter Stromstärke beobachtet, ist die folgende. Zwischen A und B (Fig. 1) ist die Farbe gelb mit einem Stich ins Orange, von B—C violettblau (II), von C—D grünlichgelb (III), von D—E hellrot (IV). Hinter dem Entladungsrohr auf der Strecke von E bis über F hinaus ist die Farbe mattgelb („Nachleuchten").

Schwächt man den Strom bei konstanter Gasgeschwindigkeit, so verlängern sich die Strecken der einzelnen Farben I—IV (es dehnt sich z. B. orangegelb bis ungefähr C aus), verstärkt man den Strom, so verkürzen sie sich. Umgekehrt entspricht einer erhöhten Gasgeschwindigkeit eine Verlängerung der Strecken I—IV, einer Erniedrigung der Gasgeschwindigkeit eine Verkürzung derselben.

Diese Beobachtung legte schon die Vermutung nahe, daß es sich bei dem Versuch um

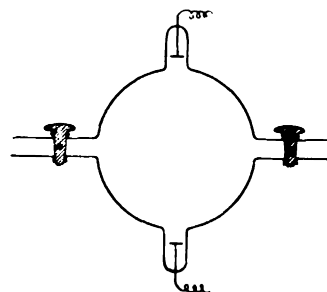


Fig. 2.

eine Zersetzung von N_2O_4 bzw. NO_2 handelt und daß die verschieden gefärbten Strecken I—IV zeitlich aufeinander folgende Stadien der Zersetzung darstellen, die man bei der gewählten Anordnung örtlich nebeneinander sieht.

Bestätigt wird diese Auffassung durch folgenden Versuch. An die Stelle des U-förmigen Entladungsrohrs von Fig. 1 wird ein weiteres Rohr der Form Fig. 2 eingeschaltet. Man läßt das Gas längere Zeit hindurchströmen, ohne den elektrischen Strom einzuschalten, dreht dann die beiden Hähne H_1 und H_2 ab und schickt nun Strom durch die Röhre hindurch. Dann sieht zuerst das ganze Rohr gelbrot aus (I), diese Färbung geht langsam in blauviolett über (II), springt dann mehr oder weniger plötzlich in grüngelb (III) um und wird schließlich langsam hellrot (IV). Man erhält also hier tatsächlich die 4 verschiedenen Stadien zeitlich hintereinander.

3. Die Spektren der 4 Stadien sind in den Fig. 3—6[1]) reproduziert. Sie sind sämtlich mit dem in dieser Zeitschrift **12**, 1199, 1911 beschriebenen lichtstarken Spektrographen bei voller Öffnung f : 3,1 und ca. 0,03 mm Spaltweite aufgenommen.

Das Spektrum des Stadiums IV (Fig. 6) ist in der Hauptsache, wie ein Vergleich mit Fig. 7, einer Aufnahme von reinem Stickstoff unter denselben Bedingungen, zeigt, das Stickstoffspektrum mit einigen O-Linien, deren hauptsächlichste in Fig. 6 bezeichnet ist.

Das Spektrum des Stadiums III ist im wesentlichen das NO-Spektrum, d. h. dasjenige Spektrum (Fig. 8), welches man bei A (Fig. 1) erhält, wenn man aus einem Gasreservoir, das

1) Sie würde durch den einen von uns (Z.) auf der Naturforscherversammlung in Karlsruhe vorgeführt. (Vgl. diese Zeitschr. **12**, 972, 1911.)

1) Über die hauptsächlichsten Banden im Spektrum von NO_2 und NO hat schon Herr G. Gehlhoff (Ann. d. Phys. **24**, 567 ff., 1907) einige Angaben gemacht, die mit den Aufnahmen von Fig. 3 im allgemeinen gut übereinstimmen. — Seine Anordnung war im übrigen weniger geeignet, um die einzelnen Zersetzungsstadien hervortreten zu lassen. (Die Figuren 3—8, 10 u. 12 befinden sich auf Tafel XVII u. XVIII.)

an Stelle von R gebracht wurde, reines unzersetztes NO dem Entladungsrohr zuführt. In diesem Fall erhält man dann auch bei A das grünlichgelbe Licht, das in **2.** als Stadium III bezeichnet wurde; es geht auf dem Wege nach E allmählich in die hellrote Entladung (IV) über. Man erhält also genau die Erscheinung, wie sie unter **2.** beschrieben wurde, es fehlen aber die ersten beiden Stadien I und II.

Das Spektrum des I. Stadiums (Fig. 3) kann entweder dasjenige von NO_2 oder dasjenige von N_2O_4 sein. Um dies zu entscheiden, wurde zwischen das Entladungsrohr und die Kapillare K ein Gefäß von der Form Fig. 9 gebracht und dieses in ein Wasserbad von ca. 70° gestellt. Nach den thermochemischen Gleichgewichtsbedingungen besteht dann das Gas, das sich ziemlich lange in dem Gefäß aufhalten muß, bei den hier in Betracht kommenden Drucken, praktisch vollkommen aus NO_2. Das Spektrum an der Stelle A blieb dadurch ungeändert; es ist also in demselben Sinne als dasjenige von NO_2 zu betrachten, wie das Spektrum von Fig. 8 als dasjenige von NO.

Das Spektrum des II. Stadiums unterscheidet sich von demjenigen von NO_2 hauptsächlich durch fast vollständiges Fehlen des kontinuierlichen Teils, von demjenigen von NO (Fig. 8) durch die verschiedene Intensitätsverteilung[1]). Es liegt nahe[2]), anzunehmen, daß das Gas des II. Stadiums eine labile Zwischenform zwischen NO_2 und NO, vielleicht das bisher nur in flüssigem Zustande bekannte N_2O_3, darstellt.

Wenn das richtig ist, würde also die Zersetzung von NO_2 zu N_2 und O_2 auf dem Wege über N_2O_3 und NO vor sich gehen.

4. Es wurde auch versucht, das Spektrum des unzersetzten N_2O_4 zu erhalten, und es wurde demnach das Gas in einen Zustand gebracht, in dem es beim Eintritt in den Entladungsraum nach den thermochemischen Gleichgewichts-Bedingungen praktisch vollkommen aus N_2O_4 besteht. Zu diesem Zweck wurde das Gefäß von Fig. 9 zwischen dem Gefäß R (Fig. 1) mit dem flüssigen N_2O_4 und der Kapillare K eingeschaltet und beide Gefäße auf ca. —50° gehalten. Das Gefäß von Fig. 9 wurde als Entladungsgefäß benützt und das Spektrum in dem engen Teil GH mit Hilfe eines Spiegels, der um 45° gegen die Horizontale geneigt

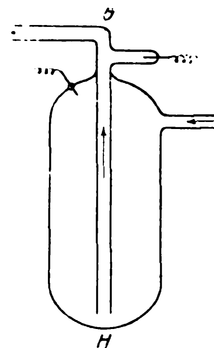


Fig. 9.

war, von oben photographiert. Das Spektrum war dasjenige von Fig. 10. Es unterscheidet sich von dem NO_2-Spektrum von Fig. 3 nur dadurch, daß der kontinuierliche Grund gegenüber den Linien und Banden noch mehr hervortritt und die Banden noch verwaschener sind.

5. Untersucht wurde ferner noch die Frage, welche der verschiedenen Zersetzungsstadien starkes Nachleuchten geben.

Man kann dies in der Weise untersuchen, daß man die verschiedenen Stadien durch Regulierung des Stroms bzw. der Gasgeschwindigkeit (vgl. **2.**), unter Umständen bei gleichzeitiger Verkürzung des Rohres von Fig. 1, an die Stelle E legt, so daß das Gas aus dem zu prüfenden Stadium in den stromlosen Teil des Entladungsrohres gelangt. Eine andere Methode besteht darin, daß man das Entladungsrohr von Fig. 1 an den verschiedensten Stellen mit seitlichen Röhren von 10—20 cm Länge versieht und diese blind endigen läßt. In einer solchen seitlichen Röhre, durch die das Gas nicht hindurchströmt, in die es vielmehr nur durch Diffusion gelangt, läßt sich das Nachleuchten ebenfalls beobachten[1]). Eine andere Methode endlich war die, daß man das Entladungsrohr in einem Moment beobachtete, in dem der Wechselstrom, der die Röhre speiste, durch Null hindurchging. Es läßt sich dies bequem erreichen, indem man auf die Achse eines Synchronmotors eine Scheibe der in Fig. 11 abgebildeten Form — der Synchronmotor war 4polig — aufsetzt und dieselbe als Diaphragma zwischen Röhre und Beobachter einschaltet. Wenn man durch die Scheibe in verschiedenen Abständen von der Achse hin-

1) Und zwar nicht nur zwischen den verschiedenen Partien des Spektrums, z. B. violett gegenüber grün, sondern auch innerhalb der Banden. — Der erstere Unterschied kommt in den positiven Vergrößerungen von Fig. 3 u. 4 viel schlechter zum Ausdruck als in den Originalnegativen.

2) Vgl. den Versuch in **2** mit dem Rohre von Fig. 2.

1) Das ist schon von Herrn Gehlhoff (l. c. 569) angegeben worden: „Besonders auffällig war aber, daß das gelbe Licht . . . sich selbst in benachbarte Glasröhren fortpflanzte".

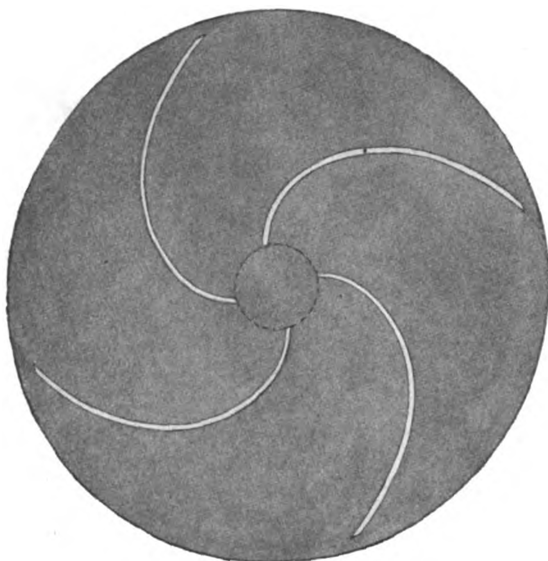


Fig. 11.

durchvisiert, sieht man das Entladungsrohr in den verschiedenen Phasen des Wechselstroms[1]).

Alle 3 Methoden lieferten übereinstimmend das Resultat, daß man starkes Nachleuchten im Stadium I erhält, keines oder kein merkliches im Stadium II, besonders starkes im Stadium III und besonders beim Übergang zum Stadium IV. Das Nachleuchten im Stadium IV ist um so schwächer, je weiter entfernt die betreffende Stelle vom Stadium III ist, je weiter also die Zersetzung des Gases zu N_2 und O_2 fortgeschritten ist. Das Spektrum des Nachleuchtens ist in Fig. 12 abgebildet. Es besteht unter den Bedingungen der vorliegenden Versuche im langwelligen Teil des Spektrums aus einem kontinuierlichen Grund[2]), während im Blau und Violett und dem durch Flintglas noch durchlässigen Teil des Ultravioletts einzelne Linien, welche mit den Köpfen der Stickstoffbanden zusammenfallen, hervortreten.

1) Ähnliche Methoden sind schon vielfach verwendet worden.

2) P. Lewis, Ann. d. Phys. 2, 466, 1900. — Bei okularer Beobachtung sieht man wegen der sehr geringen Lichtstärke nur den kontinuierlichen Teil von Orange bis Grün.

Ludwigshafen a. Rh., Physikalisches Laboratorium der Badischen Anilin- und Sodafabrik.

(Eingegangen 27. November 1911.)

Die Resonanzspektren des Joddampfes und ihre Vernichtung durch Gase der Heliumgruppe.

(The Resonance Spectra of Jodine Vapor and their Destruction by Gases of the Helium Group.)

Von R. W. Wood.

(Mit Tafel XIX.)

Bald nach der Entdeckung des durch die Strahlungen einer Quecksilberdampflampe erregten Resonanzspektrums des Joddampfes im Vakuum haben J. Franck und ich[1]) die merkwürdige Wirkung der Gegenwart kleiner Spuren Helium beschrieben, das scharf definierte Resonanzspektrum in das vollständige Bandenspektrum zu verwandeln, wie es durch weißes Licht erregt wird. Wir haben gezeigt, daß das Bandenspektrum als schwacher Hintergrund erschien, wenn das Helium unter einem Drucke von weniger als 1 mm stand, während ein Druck von 5—10 mm das Resonanzspektrum gänzlich vernichtete, wobei das Bandenspektrum dessen Stelle einnahm. Die in beiden Fällen ausgestrahlte gesamte Lichtmenge war ungefähr dieselbe, und das Helium schien als ein Agens zu wirken, das die Energie von dem erregten Elektronensystem auf sämtliche übrigen Systeme übertrug, die in Ruhe blieben, wenn der Joddampf sich im Vakuum befand.

In der vorliegenden Arbeit beabsichtige ich, die eingehendere Untersuchung der Resonanzspektren aufzunehmen und die Wirkung der übrigen Gase der Heliumgruppe sowie die merkwürdige Polarisation des Lichtes zu erforschen, das der Dampf aussendet, wenn er von monochromatischen Strahlungen und von weißem Licht erregt wird.

Ich habe eine Anzahl Verbesserungen an der Anordnung der Apparatur angebracht, und es ist nunmehr die Möglichkeit gegeben, das Resonanzspektrum in einer Vorlesung über Optik mit Hilfe einer käuflichen Cooper-Hewitt-Lampe (aus Glas) und eines kleinen Taschenspektroskops zu zeigen. Ich benutzte eine Glasröhre von 2—3 cm Durchmesser und 30 cm Länge. Das eine Ende wird zu einer kleinen Kugel aufgeblasen, deren Durchmesser nur wenig größer ist als jener der Röhre, wobei sorgfältig darauf zu achten ist, das Glas möglichst schlierenfrei zu erhalten. Besonders wichtig ist es, den kleinen Glastropfen los zu werden, der sich gewöhnlich an der Stelle bildet, wo die Röhre ausgezogen wird. Die Röhre wird nun sorgfältig getrocknet und nach Einführung einiger weniger kleiner Jodkristalle am andern Ende zu einer dickwandigen Kapillaren ausgezogen, dann mittels einer Quecksilberluft-

1) Diese Zeitschr. 12, 81, 1911.

pumpe stark ausgepumpt und zugeschmolzen. Dann wird sie längs der Cooper-Hewitt-Lampe so angeordnet, daß sie diese fast berührt; es wird die nicht durch Linsen konzentrierte direkte Strahlung benutzt. Blickt man längs der Röhrenachse durch die Kugel, so sieht man das gelbliche Fluoreszenzlicht, und das Spektroskop weist das aus vereinzelten hellen Linien zusammengesetzte diskontinuierliche Resonanzspektrum auf. Wenn man das Licht des Kohlebogens, oder noch besser Sonnenlicht, auf die Mitte der Röhre, möglichst nahe an der Kugel, konzentriert, so erscheint das von weißem Lichte erregte charakteristische Bandenspektrum. Die Leichtigkeit, mit der sich dieser Versuch ausführen läßt, verleiht ihm Interesse in Anbetracht der Bedeutung der Resonanz- und Bandenspektren im Zusammenhange mit der Theorie der Elektronenstrahlung. Wenn man Helium zur Verfügung hat, kann man eine zweite Röhre herrichten, um die Umwandlung des Resonanzspektrums in das Bandenspektrum zu zeigen. Die Röhre wird hergestellt wie die vorige und das Gas eingeleitet, bis das Manometer einen Druck von ungefähr 5 mm anzeigt; darauf wird sie von der Pumpe abgeschmolzen. Die Röhren halten sich unbegrenzt, erfordern keine Erhitzung und lassen sich in 2—3 Minuten für die Vorführung aufbauen. Der einzige Vorteil der bei der vorliegenden Untersuchung benutzten Quecksilberbogenlampen aus Quarzglas liegt in der größeren Leuchtkraft, die dem Lichte innewohnt. Die Verwendung von Glaskugeln zum Studium der Fluoreszenz habe ich aufgegeben, da ich gefunden habe, daß Röhren ähnlich den oben beschriebenen größere Helligkeit liefern, und daß sich bei ihnen weit weniger Störungen aus der Reflexion des Bogenlichts an den Wandungen ergeben. Es wird sich als vorteilhaft herausstellen, das Ende der Röhre mit schwarzem Tuch zu umwickeln; das ergibt einen dunkeln Hintergrund, von dem sich das Fluoreszenzlicht abhebt.

Die vorliegende Untersuchung wurde im Laboratorium der Royal Institution angestellt, das mir durch die Liebenswürdigkeit von Sir James Dewar zur Verfügung stand; die Untersuchung mancher Punkte wurde durch das riesige Nicolsche Prisma, die Kondenserlinsen und andre Apparate ermöglicht, die man in physikalischen Laboratorien für gewöhnlich nicht findet. Sehr zu Dank verpflichtet bin ich ferner Herrn Twyman von der Firma Adam Hilger and Son, der mir Echelons, Spektrographen und sonstige optische Apparate zur Verfügung stellte, sowie Herrn Kenneth Mees, der mir in liebenswürdigster Weise seinen kleinen Prismenspektrographen lieh, mit dem die meisten der Photogramme dieser Veröffentlichung hergestellt wurden.

Dank den Verbesserungen an der Methode zur Beleuchtung des Dampfes war es möglich, das Resonanzspektrum mit genügender Helligkeit zu erhalten, um seine Untersuchung mit Hilfe des Stufengitters zu gestatten; das ist von großer Wichtigkeit im Hinblick auf die geplante Untersuchung auf einen möglichen Zeemaneffekt hin. Ich habe in dem Laboratorium des Herrn Cotton in Paris mit einem großen Weißschen Elektromagnet nach dem Effekt gesucht, aber damals war es unmöglich, das Spektrum mit einer Helligkeit zu erhalten, die ausgereicht hätte, um seine Untersuchung mit irgendeinem Spektroskop von hohem Auflösungsvermögen zu gestatten, und so war denn nichts erreicht worden.

Die Anordnung der Apparatur, die ich in der Royal Institution aufgebaut habe, ist in Fig. 1[1]) veranschaulicht: Zwei große Quarzglas-Quecksilberbogenlampen von der Westinghouse-Cooper-Hewitt-Co. in London wurden zur Beleuchtung des Dampfes benutzt. Ich habe nämlich diese Lampen als viel wirksamer befunden als irgendwelche der früher von mir benutzten Lampen. Eine dieser beiden Lampen war oberhalb der Röhre angebracht, und die Strahlen wurden, nachdem sie mittels einer Kondenserlinse von 25 cm Apertur im Mittelpunkte der Kugel vereinigt worden waren, mit Hilfe eines unterhalb der Röhre aufgestellten Hohlspiegels zurückgeworfen. (Die Röhre befand sich im Krümmungsmittelpunkte des Spiegels.) Auf diese Weise wurde erreicht, daß eine Lampe die Arbeit von zweien leistete. Die andere Lampe war mit einer ähnlichen Linsen- und Spiegelanordnung auf der einen Seite der Röhre angebracht. Die Quecksilberbogenlampen waren ungefähr 12 cm lang, und ihre mittels der Kondenserlinsen und der Spiegel längs der Achse der Jodröhre erzeugten Bilder hatten dieselben Abmessungen. Diese Anordnung liefert anscheinend sehr nahezu den Höchstbetrag der möglichen Beleuchtung, denn die einzige Verbesserung, die ich noch auszudenken imstande gewesen bin, ist eine Jodröhre, die vollständig von einem Quecksilberlichtbogen umgeben wäre, der in einer langen, eng gewundenen, spiralförmigen Quarzglasröhre brennt. Ich hatte auch eine Quecksilberbogenlampe aus Glas gebaut, durch welche die Jodröhre axial mitten hindurchging, aber es ist mir bisher noch nicht gelungen, sie recht gut zum Arbeiten zu bringen.

1) Die Figuren befinden sich sämtlich auf Tafel XIX.

Ich habe gefunden, daß ich mit der eben beschriebenen Anordnung mit einem Hilgerschen Wellenlängenspektrographen ein vollkommen ausexponiertes Photogramm des Resonanzspektrums in weniger als zwei Stunden erhalten konnte, während bei den früheren Versuchen Expositionen von 18—24 Stunden notwendig gewesen waren. Die stark erhöhte Helligkeit der Fluoreszenz, die man durch Verwendung einer Röhre erhält, kann man folgendem Umstand zuschreiben: Es stellte sich heraus, daß bei Benutzung einer großen Kugel, wie bei den früheren Versuchen, wenn das Licht mittels eines hinter der Kugel aufgestellten Hohlspiegels in den Brennpunkt zurückgeworfen wurde, der Kegel des von diesem reflektierten Strahlenbündel erzeugten Fluoreszenzlichtes so schwach war, daß er zur Gesamtlichtstärke sehr wenig beitrug. Das war die Folge der Absorption der erregenden Frequenzen seitens des Joddampfes. Es liegt auf der Hand, daß, wenn wir eine Kugel anwenden und das Licht in ihrem Brennpunkte vereinigen, von der verfügbaren Energie viel verloren geht, ehe die Strahlen zur Vereinigung gelangen. Diese Schwierigkeit wird durch die Verwendung einer Röhre vermieden, denn die erregenden Strahlen durchlaufen nur das unter Beobachtung stehende kleine Volumen Joddampf.

Die grüne Linie und beide gelben Linien des Quecksilberlichtbogens sind imstande, Resonanzspektren zu erregen, die einzeln für sich gezeigt werden können. Schaltet man zwischen den Lichtbogen und die Jodröhre einen Glastrog mit einer starken Eosinlösung ein, so erscheint das von den beiden gelben Linien erregte Resonanzspektrum. Dieses besteht aus einer schönen Serie äquidistanter Dupletts, insgesamt fünfzehn (30 Linien), und zwar liegen zwei Dupletts unterhalb und zwölf oberhalb der erregenden gelben Linien. Die von der Quecksilberlinie 5790 Å.-E. erregte Serie äquidistanter Linien ist viel intensiver als die von der Linie 5770 Å.-E. erregte, ein Umstand, den man mit Sicherheit auf eine engere Übereinstimmung zwischen der Wellenlänge der weniger brechbaren gelben Quecksilberlinie und jener einer der Absorptionslinien des Joddampfes zurückführen kann.

Das gelbe Licht läßt sich mit Hilfe einer gesättigten Lösung von Neodymchlorid aus der erregenden Strahlung ausschalten, und man erhält in diesem Falle die von der grünen Quecksilberlinie erregte Serie.

Photogramme der auf diese Weise erhaltenen Spektren sind in den Fig. 2—6 wiedergegeben. Fig. 2 ist die Zusammensetzung der drei durch die Gesamtstrahlung des Quecksilberlichtbogens erregten Resonanzspektren; die grüne und die beiden gelben Erregerlinien sind durch Pfeile bezeichnet. Das in der Mitte hindurchgehende kurzlinige Spektrum ist das Neonspektrum, das wegen seines großen Reichtums an orangefarbenen und roten Linien bei der vorliegenden Untersuchung als Vergleichsspektrum benutzt wurde. Fig. 3 zeigt dasselbe Spektrum ohne die Neonlinien. Die Verbreiterung der Linien rührt von einer Überexposition her, während die schwächeren Linien scharf erscheinen. Die von der grünen Quecksilberlinie für sich allein erregte Serie ist in Fig. 4 wiedergegeben. Sie stellt einen der schönsten Fälle eines aus äquidistanten Linien sich aufbauenden Resonanzspektrums dar, den ich bislang gefunden habe; habe ich doch 18 Glieder photographiert und ausgemessen. Die allmähliche Abnahme des gegenseitigen Abstandes zwischen den Gliedern der Reihe bei der Annäherung an das rote Ende des Spektrums beruht natürlich darauf, daß die photographische Aufnahme mit einem Prismenspektrographen gemacht worden ist. Tatsächlich wächst der Zwischenraum zwischen den Linien mit zunehmender Wellenlänge ein wenig. Die mehr oder minder regelmäßige Abwechslung zwischen sehr starken und sehr schwachen Linien, die für so viele von den Resonanzspektren des Natriumdampfes charakteristisch ist, tritt sehr deutlich hervor; in der Tat erinnert dieses Spektrum unwiderstehlich an das von der Kadmiumlinie 4800 Å.-E. erregte Resonanzspektrum des Natriums, in welchem auf die erregende Linie eine starke Linie, dann eine schwache Linie, dann vier starke Linien, eine schwache Linie und weitere vier starke Linien folgen. Beim Jod folgen auf die erregende Linie eine starke Linie, dann eine schwache Linie, eine starke Linie, eine schwache Linie, zwei starke Linien, eine schwache Linie, dann weiter: stark, schwach, stark, zwei schwache, stark, schwach, stark. — Fig. 5 ist ein Photogramm der von den beiden gelben Quecksilberlinien erregten Resonanzspektren; die grüne Quecksilberlinie ist dabei durch den Eosintrog ausgeschaltet worden. Hier finden wir 15 Linienpaare, die uns an die Wiederholung des Magnesiumtripletts beim Resonanzspektrum des Natriumdampfes erinnern. Bei den früheren Untersuchungen am Jod hatte ich geglaubt, daß die von der langwelligeren der beiden gelben Linien erregte Serie mit der von der grünen Linie erregten zusammenfiele. Die bei der vorliegenden Untersuchung angewandte höhere Dispersion lehrt, daß dies nicht der Fall ist, ob-

schon die Koinzidenz mit so großer Annäherung erreicht wird, daß nur die schärfsten Photogramme, die mit einem so feinen Spalt aufgenommen worden sind, daß es unmöglich ist, sie zu reproduzieren, die Trennung zeigen. Der größere Wert der Zwischenräume in der von der gelben Linie 5790 Å.-E. erregten Serie hat zur Folge, daß die Linien dieser Serie so stark mit den Linien der von der grünen Quecksilberlinie erregten Serie „außer Tritt" geraten, daß die mangelnde Koinzidenz in den wiedergegebenen Photogrammen im roten Spektralgebiet deutlich zu sehen ist (vergleiche die Fig. 4 u. 5).

Die Umwandlung des Resonanzspektrums in das Bandenspektrum wird durch das in Fig. 6 wiedergegebene Photogramm veranschaulicht, dem das Neonspektrum übergelagert ist. Der dunklere Teil des Spektrogramms ist mit Quecksilberchlorid verstärkt worden, um die Banden deutlicher herauszubringen. Dieses Photogramm wurde mit einer großen Glaskugel aufgenommen, die neben dem Jod Helium unter einem Druck von 5 mm enthielt. Das Verhalten der übrigen Gase der Heliumgruppe in dieser Hinsicht ist gleichfalls untersucht worden und wird sogleich erörtert werden.

Die Wellenlängen der Linien in den verschiedenen Serien sind mit großer Sorgfalt auf Grund einer großen Anzahl von Photogrammen bestimmt worden. Für die starken Linien wurden Aufnahmen mit kurzen Expositionszeiten mit einem sehr feinen Spalt gemacht, weil die langen Expositionen, die notwendig waren, um die schwachen Linien herauszubringen, zu einer so starken Verbreiterung der starken Linien führten, daß deren genaue Ausmessung unmöglich war.

Die Wellenlängen der Linien sind in der nachstehenden Tabelle angegeben. In der Spalte „*A*" haben wir die von der grünen Linie 546 $\mu\mu$ erregte Serie, in der Spalte „*B*" die von der gelben Linie 5769,5 Å.-E. erregte und in der Spalte „*C*" die von der gelben Linie 5790,5 Å.-E. herrührende. Die erregenden Linien sind durch fetten Druck hervorgehoben. In den Spalten „*a*", „*b*" und „*c*" finden wir die Wellenlängendifferenzen der Linien der entsprechenden Serien. Die Spalte „*d*" gibt die Wellenlängendifferenzen zwischen den Gliedern der fünfzehn Linienpaare wieder, die von den beiden gelben Linien erregt werden (also zwischen den Serien „*B*" und „*C*").

Wie es auf Grund der Tabelle scheint, haben die Wellenlängendifferenzen das Streben, bei Annäherung an das rote Ende der einzelnen Serien größer zu werden. Es zeigt sich ferner eine gewisse Schwankung, das heißt, die Differenzen wachsen nicht stetig und gleichmäßig. Ich bin der Ansicht, daß die Wellenlängen in den meisten Fällen bis auf eine Ångström-Einheit oder etwas weniger als richtig betrachtet werden können. Wie ich aber in einer früheren Veröffentlichung gezeigt habe, kann die gemessene Wellenlänge einer Linie infolge von Absorption ein wenig fehlerhaft sein, das heißt, die eine Seite der Emissionslinie kann durch eine benachbarte Absorptionslinie verschoben sein, so daß ihr Schwerpunkt verrückt erscheint. Dies kann vielleicht die Ursache der beobachteten Unregelmäßigkeiten sein. Wenn die Zwischenräume genau konstant wären, so könnten die Wellenlängen der Linien der Serien durch folgende Formel dargestellt werden:

$$\lambda = \lambda_0 \pm mk;$$

in dieser Formel ist λ_0 die Wellenlänge der er-

A	*B*	*C*	*a*	*b*	*c*	*d*	*e*
	6810,0	6850,0				40,0	
6726,0	....	....		$92,5 = \frac{185}{2}$	$95,0 = \frac{190}{2}$	...	
....	6625,0	6660,0	$84,0 = \frac{168}{2}$			35,0	74.4
6558,0	6546,0	6578,0		79,0	82,0	32,0	
....	6460,0	6490,0	$81,5 = \frac{163}{2}$	86,0	88,0	30,0	73,1
6395,0	6373,0	6402,0		87,0	88,0	29,0	
6313,0	6296,0	6323,0	82,0	77,0	79,0	27,0	71,8
6235,5	6217,5	6240,0	77,5	78,5	83,0	22,5	71,0
6159,5	6140,0	6161,0	76,0	77,5	79,0	21,0	70,4
6084,5	6063,5	6084,5	75,0	76,5	76,5	21,0	69,8
6009,5	5985,0	6009,5	75,0	78,5	75,0	24,5	69,3
5936,0	5910,0	5936,0	73,5	75,0	73,5	26,0	68,6
5864,0	5840,5	5864,0	72,0	69,5	72,0	23,5	67,9
5792,0	**5769,5**	**5790,5**	72,0	71,0	73,5	21,0	67,2
5723,5	5698,0	5723,5	68,5	71,5	67,0	25,5	66,2
5657,0	5630,0	5658,5	66,5	68,0	65,0	28,5	65,6
5588,5			68,5				65,3
5524,5			64,0				63,7
5461,0			63,5				63,5
5396,6			64,4				64,4
5337,5			59,1				62,7

regenden Linie, *m* eine natürliche ganze Zahl, 1, 2, 3 usw., und *k* die gemeinsame Differenz. Den Wert von *k* erhält man, indem man die Differenz zwischen der Wellenlänge der erregenden Linie und jener irgendeiner anderen Linie bildet und sie durch den besonderen Wert von *m* dividiert, der die Stellung der in Rede stehenden Linie in der Serie bestimmt. Diese Anordnung ist in einer früheren Arbeit von Wood und Hackett[1]) über die Resonanzspektren des Natriums angewandt worden, weil sie die doppelte Diskrepanz vermeidet, die bei Verwendung der anderen Anordnung entsteht. Die auf diese Weise erhaltenen Werte von *k* für die von der grünen Quecksilberlinie erregten Serie sind in der Spalte „*e*" mitgeteilt, die mit der Spalte „*a*" zu vergleichen ist.

Beim Natriumdampf wurde die Zunahme des Wertes von *k* mit zunehmender Wellenlänge in vielen Fällen beobachtet, obschon die Zunahme nicht so ausgeprägt war wie beim Jod.

Umwandlung von Resonanzspektren durch Gase der Heliumgruppe.

Die Einführung von Helium in die Vakuumröhre mit Jodfüllung führt, wie bereits gezeigt worden ist, zur Entwicklung des Bandenspektrums, das man erhält, wenn man den Dampf mit weißem Licht erregt. Ein Photogramm des Bandenspektrums mit den übergelagerten Resonanzlinien, das vom Lichte des Quecksilberbogens erregt wurde, während der Joddampf mit Helium unter einem Drucke von 5 mm vermischt war, ist in Fig. 6 wiedergegeben. Das Bandenspektrum erscheint schwach, wenn das Helium unter einem Drucke von 1 mm oder darunter steht, und mit zunehmendem Drucke des Heliums nimmt auch die Intensität des Bandenspektrums zu, während jene des Resonanzspektrums abnimmt, so daß jedoch die gesamte ausgesandte Lichtmenge ungefähr dieselbe bleibt. Es ist noch eine offene Frage, ob beide Spektren gleichzeitig von demselben Molekül ausgesandt werden. Ich bezweifle das sehr, denn es erscheint wahrscheinlicher, daß, wenn das Helium unter sehr niedrigem Drucke steht, das Bandenspektrum nur von jenen Molekülen ausgesandt wird, die sich im Augenblicke gerade innerhalb der Einflußsphäre eines Heliummoleküls befinden. Es ist möglich, daß eine augenblickliche Verbindung zwischen einem Heliumatom und einem Jodatom, entweder normal, oder unter der Einwirkung des Lichtes, bestehen kann. Sir J. J. Thomson hat gefunden, daß derartige augenblickliche Verbindungen zwischen Atomen in Vakuumröhren vorkommen, die Kanalstrahlen liefern, was die Chemiker als unmöglich erachten würden. Es würde äußerst interessant sein, die positiven Strahlen, die in einem Gemisch von Helium und Jod erregt werden, nach der wunderschönen Methode von Thomson zu untersuchen.

Es erschien von größter Wichtigkeit, das Verhalten der übrigen Gase der Heliumgruppe in dieser Hinsicht zu untersuchen. Wie nämlich in einer früheren Untersuchung von Wood und Franck gezeigt worden ist, sind die gewöhnlicheren Gase, Wasserstoff, Stickstoff, Sauerstoff usw., gänzlich ohne Einfluß auf die Entwicklung des Bandenspektrums. Dank der Freundlichkeit und dem Interesse von Sir William Ramsay und Professor Collie standen mir die Gase Argon, Neon, Krypton und Xenon zur Verfügung.

Wir wollen das Verhalten der Gase in der Reihenfolge ihrer Molekulargewichte betrachten.

In Helium, dessen Molekulargewicht 4 ist, ist bei einem Drucke von 10 mm das Bandenspektrum sehr stark und kaum eine Spur des Resonanzspektrums vorhanden. In Neon (Molekulargewicht 20) ist bei demselben Druck das Resonanzspektrum verhältnismäßig viel stärker. Das steht teilweise in Einklang mit der Anschauung, die Franck und Wood in einer früheren Arbeit mit Bezug auf die Beziehung zwischen der Affinität eines Gases gegenüber Elektronen und seiner Wirksamkeit für die Vernichtung der Fluoreszenz geäußert haben. Nach den Untersuchungen von Franck hat Neon die geringste Elektronenaffinität von sämtlichen Gasen, sogar eine noch geringere als Helium. Nach unserer Theorie vernichtet ein Gas, wenn es eine große Affinität gegen Elektronen hat, die Emission aller jener fluoreszierenden Moleküle vollkommen, die sich im Augenblick gerade innerhalb der Wirkungssphäre eines der Gasmoleküle befinden, ohne indessen die Natur der Strahlung jener Jodmoleküle zu beeinflussen, die sich im Augenblick gerade außerhalb der Wirkungssphäre befinden. Das bedeutet, daß in dem Maße, wie der Druck des Gases gesteigert wird, mehr und mehr Jodmoleküle sich in einem gegebenen Augenblick innerhalb der Wirkungssphäre befinden und immer weniger und weniger von ihnen Licht aussenden. Das Resonanzspektrum verbleicht daher allmählich, ohne daß eine Spur des Bandenspektrums erscheint. Bei einem Gase mit geringer Affinität zu Elektronen finden wir, daß es unter verhält-

1) Wood and Hackett, Astrophys. Journ. 30, Nr. 5. 1909.

nismäßig hohem Drucke zugegen sein kann, ohne daß irgendwelche große Verringerung im Gesamtbetrage des vom Jod ausgesandten Lichtes stattfindet, und daß es auf irgendeine Weise, über deren Natur wir einstweilen keinerlei Vermutungen äußern können, dahin wirkt, die Energie von dem erregten Elektronensystem auf alle übrigen im Molekül vorhandenen Systeme zu übertragen. Es entsteht nunmehr die Frage, ob die Wirksamkeit dieser Gase, die dahin geht, das Bandenspektrum zu entwickeln, von ihrem Molekulargewicht oder von irgendeiner anderen Eigenschaft abhängig ist. Neon ist fünfmal so schwer wie Helium; dennoch ist bei demselben Drucke (10 mm) das Resonanzspektrum verhältnismäßig viel stärker. Wir können über die genauen Beziehungen nichts ganz Sicheres aussagen, solange nicht photometrische Messungen der Intensität des Resonanzspektrums des Jods und seines Bandenspektrums in den Gasen der Heliumgruppe bei verschiedenen Drucken angestellt worden sind.

In Argon ist bei 6 mm Druck die gesamte ausgesandte Lichtmenge viel kleiner als in Neon und Helium bei 10 mm Druck, aber das Resonanzspektrum ist im Verhältnis zum Bandenspektrum stärker als in Neon bei 10 mm Druck. In Krypton (Molekulargewicht 83) bei 1,7 mm Druck ist die Intensität des ausgesandten Lichtes auf ungefähr die Hälfte ihres ursprünglichen Wertes herabgesetzt, und das Spektroskop zeigt nur eine ganz schwache Spur des Bandenspektrums, während praktisch alles Licht in den Resonanzlinien lokalisiert bleibt, wie es bei den gewöhnlichen Gasen der Fall ist. In Xenon (Molekulargewicht 130) ergibt sich bei 1,5 mm Druck die Intensität als auf etwa ein Viertel ihres ursprünglichen Wertes herabgesetzt, ohne irgendwelche Spur des Bandenspektrums. Helium, das leichteste dieser Edelgase, scheint somit für die Entwicklung des Bandenspektrums das wirksamste zu sein. Ich hatte erwartet, Neon wirksamer zu finden als Helium, weil es nach Franck eine geringere Affinität für Elektronen hat und höchst bemerkenswerte elektrische Eigenschaften zeigt. Herr Professor Collie zeigte mir eine ungefähr ein halbes Meter lange Röhre, die Neon unter einem Drucke von anderthalb Atmosphären enthielt, und durch welche die Entladung eines Induktors lieber hindurchging als durch eine zu der Röhre parallel geschaltete Luftfunkenstrecke von weniger als einem Zentimeter. In Neon ist jedoch die Intensität des ausgesandten Lichtes ungefähr dieselbe wie in Helium unter demselben Drucke, und sie ist viel mehr auf die Resonanzlinien lokalisiert.

Dieser Punkt erfordert eine eingehendere Untersuchung, denn ich war nicht in der Lage, auf diesen Teil der Untersuchung mehr als die zwei bis drei letzten Tage unmittelbar vor meiner Abreise von London zu verwenden.

Polarisation des Lichtes in Resonanzspektren.

Die Polarisation des Lichtes fluoreszierender Gase ist von mir vor mehr als drei Jahren entdeckt worden[1]). Sie ergab sich beim Natrium- und Kaliumdampf als viel stärker als beim Joddampf. Dieser Punkt wurde wegen seiner großen Wichtigkeit im Hinblick auf die Entstehungsgeschichte der Resonanzspektren wieder aufgenommen, und ich finde nunmehr, daß es möglich ist, beim Joddampf eine beinahe so starke Polarisation zu finden, wie ich sie früher beim Natrium beobachtet hatte. Das rührt vermutlich von dem Umstande her, daß ich bei der früheren Arbeit kleine Glaskugeln benutzt hatte, die sehr wohl unzureichend entluftet gewesen sein können. Bei den Resonanzspektren fühlte ich mich von meinen Beobachtungen nie ganz befriedigt, obschon ich Ergebnisse erhielt, die ich als brauchbare Beweise dafür ansah, daß bei Erregung der Fluoreszenz mit polarisiertem monochromatischen Licht das Licht in sämtlichen Linien des Resonanzspektrums polarisiert war. Das ist in der vorliegenden Arbeit nach einer Methode bestätigt worden, die keinen Zweifel zuläßt.

Der prozentische Betrag der Polarisation wurde zunächst bei Joddampf bestimmt, der mit polarisiertem weißen Lichte erregt worden war, und zwar nach der Methode, die ich bei der früheren Untersuchung angewandt hatte.

Es stellte sich heraus, daß die Savartschen Streifen durch zwei Glasplatten unter einem Winkel von 43° und durch eine Glasplatte unter einem Winkel von 56° vernichtet werden konnten, und der Betrag der Polarisation ergibt sich in beiden Fällen zu 17 v. H. Für Natriumdampf fand ich eine Polarisation von 20 v. H. oder bei sehr verdünntem Dampfe bei niedriger Temperatur sogar von 30 v. H. Die Polarisation war leicht zu beobachten, wenn die Fluoreszenz durch den Quecksilberlichtbogen erregt wurde, und zwar erwies sich die große Glaskugel von 20 cm Durchmesser, die ich benutzte, um die Fluoreszenz einem großen Auditorium vorzuführen, als am besten geeignet für die Untersuchung. Das Licht des Bogens wurde zunächst mit Hilfe eines großen Kondensers parallel gemacht, ging dann durch ein Nicolsches Prisma von ungefähr 13 cm Öffnung und wurde schließlich durch einen zweiten Kondenser im Mittelpunkte der Kugel vereinigt. Auf einer Seite

1) Wood, Phil. Mag. 1908.

der Kugel wurde eine große Savartsche Platte angebracht, und die Streifen wurden durch ein zweites großes Nicol betrachtet. Es war zunächst notwendig, alle Reflexionen polarisierten Lichtes an den Wänden der Kugel und des Zimmers zu beseitigen. Das wurde mit Hilfe passend aufgestellter Schirme und eines Hintergrundes aus schwarzem Samt bewerkstelligt. Um mich davon zu überzeugen, daß die Streifen ganz und gar von dem fluoreszierenden Joddampf herrührten, berührte ich die Wand der Kugel mit einem Stückchen Watte, das mit flüssiger Luft getränkt war. Dadurch wurde der Dampf sofort kondensiert und die Fluoreszenz sowie jede Spur der Streifen vernichtet, und der Hintergrund erschien vollkommen schwarz. Es ist natürlich notwendig, die Kugel in solcher Stellung zu halten, daß keine der inneren Reflexionen aus der Gegend kommt, in der man die Streifen beobachtet.

In Fig. 7 sehen wir ein Photogramm der Fluoreszenz des vom Quecksilberlichtbogen erregten Dampfes ohne Nicols und ohne Savartsche Platte, und in Fig. 8 ein Photogramm der Savartschen Streifen, die den Kegel des Fluoreszenzlichtes kreuzen. Ich glaubte, daß sich möglicherweise der prozentische Betrag durch Verringerung der Dichte des Joddampfes steigern ließe. Die geneigten Platten, durch welche die Polarisation kompensiert wurde, wurden unter einem solchen Winkel eingestellt, daß sie eben das Verschwinden der Streifen herbeiführten; unter diesen Bedingungen führte jede Zunahme des Polarisationsbetrages das Auftreten der Streifen herbei.

Nun wurde die Außenseite der Kugel mit Watte berührt, die mit flüssiger Luft getränkt war; die Folge davon war eine rasche Kondensation des Joddampfes. Der Fluoreszenzlichtkegel verblaßte allmählich, aber die Savartschen Streifen erschienen nicht wieder, obwohl die beim Natriumdampf erhaltenen Ergebnisse mich annehmen ließen, daß bei den niedrigsten mit sichtbarer Fluoreszenz vereinbaren Dampfschichten eine gesteigerte Polarisation zu erwarten sei. Eine Erwärmung der Kugel zwecks Erhöhung der Dampfdichte über den Wert hinaus, den sie bei Zimmertemperatur hat, setzte anscheinend den Betrag der Polarisation nicht herab, obwohl die Intensität der Fluoreszenz beträchtlich herabgemindert wurde.

Danach wurde die Polarisation der Resonanzlinien untersucht. Diesen Punkt betrachte ich als einen der wichtigsten in der ganzen Untersuchung, denn wenn die von polarisiertem monochromatischem Lichte erregten hellen Linien ihrerseits polarisiert sind, so ist das ein Zeichen dafür, daß die gerichtete Bewegung, über die die Lichtwellen zum resonierenden Elektron hingehen, als gerichtete Bewegung auf die übrigen Elektronen, oder was die Emissionszentren der hellen Linien des Resonanzspektrums sonst sein mögen, übergegangen ist. Die Savartschen Streifen wurden gebildet wie zuvor und durchschnitten senkrecht den horizontalen Fluoreszenzlichtkegel, der durch das vom Quecksilberlichtbogen ausgehende polarisierte Licht erregt wurde. Ein Schirm aus schwarzem Papier mit einer ungefähr 3 cm langen und 2 mm hohen horizontalen Öffnung wurde nun zwischen die Kugel und die Savartsche Platte so aufgestellt, daß die Öffnung den hellsten Teil des Fluoreszenzkegels bedeckte. Wenn man durch den Analysator hindurchsah, so sah man die Öffnung hell erleuchtet, mit Ausnahme der dunklen Stellen, wo sie die Savartschen Streifen bedeckte. Ein geradsichtiges Prisma mit hoher Dispersion wurde nun in solcher Orientierung vor das Auge gehalten, daß es vertikale Dispersion ergab. Es war deutlich ein vertikales Spektrum oder eine Reihe von Bildern der Öffnung zu sehen, die den hellsten Linien des Resonanzspektrums entsprachen, und die Streifen schnitten quer durch alle diese Bilder (siehe Fig. 9) und waren in den Bildern, die solchen Wellenlängen entsprachen, welche in dem Quecksilberlichtbogen nicht vorhanden sind, gerade so deutlich wie in den Bildern, die von Licht herrührten, das ohne Wellenlängenänderung von dem Dampfe wieder ausgesendet wird (Resonanzstrahlung). Diese Methode war weit befriedigender als die beim Natriumdampf zu demselben Zwecke angewandte und lieferte Ergebnisse, hinsichtlich derer kein Zweifel möglich war. Der Zusatz von Helium scheint den Betrag der Polarisation herabzusetzen, denn in der Kugel, die Helium unter einem Drucke von 10 mm enthielt, wurde die Polarisation nur zu 13 v. H. ermittelt gegenüber 17 v. H., die gefunden wurden, als sich der Joddampf im Vakuum befand. In Helium unter 10 mm Druck wird das Resonanzspektrum vollständig durch das Bandenspektrum ersetzt, und der Umstand, daß noch eine Polarisation vorhanden ist, ist ein Zeichen dafür, daß die polarisierte Schwingung auf die übrigen Elektronensysteme übergegangen ist.

Resonanzspektren mit dem Stufengitter.

Durch die Liebenswürdigkeit des Herrn Twyman, der mir eine Anzahl von der Hilger-Company hergestellter Stufengitter zur Ver-

fügung stellte, war ich in der Lage, eine vorläufige Untersuchung über das Auftreten von Resonanzspektren mit hohem Auflösungsvermögen anzustellen. Die erste Untersuchung war sehr entmutigend, denn die Breite der Linien erwies sich als so groß wie der Abstand zwischen den einzelnen Ordnungen, oder als noch größer. Ich beobachtete aber sogleich, daß dieselben Verhältnisse bei den erregenden Strahlungen des Quecksilberlichtbogens herrschten, und zwar wegen der großen Dichte des Quecksilberdampfes in der rotglühenden Quarzglasröhre. Ich löschte deshalb die Quecksilberdampflampe und ließ sie abkühlen. Als ich die Lampe wieder entzündete, war die Fluoreszenz des Joddampfes anfangs zu schwach, um eine Beobachtung mit dem Stufengitter zu gestatten; als sie aber allmählich in dem Maße heller wurde, wie die Temperatur und die Intensität der Quecksilberlampe zunahmen, erschienen die Linien und wurden deutlich schmaler beobachtet als der Abstand zwischen den einzelnen Ordnungen. Überdies schien ihre Breite dieselbe zu sein wie die der erregenden Linien des Bogens, die wegen des diffusen Lichtes viel stärker hervortraten als die Resonanzlinien. In demselben Maße wie die Bogenlinien breiter wurden, nahmen auch die Resonanzlinien an Breite zu, bis sie infolge des gegenseitigen Übereinandergreifens der einzelnen Ordnungen zu *einem* kontinuierlichen Bande verschmolzen. Die Rechnung zeigte, daß die Breite der Linien, als sie zuerst im Stufengitter zu beobachten waren, von der Größenordnung des zwanzigsten Teiles des gegenseitigen Abstandes der *D*-Linien war. Es erscheint wahrscheinlich, daß man bei weiterer Verbesserung der Bedingungen eine noch eingehendere Untersuchung der Resonanzspektren mit dem Stufengitter wird anstellen können. Zu diesem Zwecke wird man die Fluoreszenz durch einen in Glas brennenden Quecksilberbogen von niedrigerer Temperatur erregen müssen. Vermutlich würde man die gewünschten Ergebnisse mit einer langen Jodröhre erhalten können, die längs der Achse einer Cooper-Hewitt-Lampe so verlaufen würde, daß sie mit Ausnahme der Enden vollständig von dem Bogen umhüllt wäre.

Es ist mir gelungen, Resonanzspektren des Joddampfes mit anderen monochromatischen Erregungsarten zu erhalten, doch habe ich sie bisher noch nicht untersucht.

(Nach dem Manuskript aus dem Englischen übersetzt von Max Iklé.)

(Eingegangen 22. September 1911.)

Über Interferenzpunkte an einem System rechtwinkliger Prismen.

Von Hans Schulz.

Gelegentlich einiger Arbeiten mit einem System von zwei rechtwinkligen Prismen, wie es zu der Erzeugung der Lummer-Haidingerschen Ringe verwendet wird[1]), wurde ich auf eine Erscheinung geführt, deren eingehende Behandlung mir des Interesses wert erschien. Es zeigte sich bei passender Anordnung der Prismen ein eigentümliches System farbiger Punkte, welches nur durch Überlagerung zweier Interferenzstreifensysteme hervorgerufen sein konnte. Um über den Ursprung dieser beiden Interferenzstreifensysteme Klarheit zu erhalten, soll zunächst der Strahlenverlauf in der Anordnung betrachtet werden, in der ich sie experimentell am besten beobachten konnte.

Legt man zwei rechtwinklige Prismen mit den Hypotenusenflächen derart aneinander, daß zwischen beiden Hypotenusenflächen eine dünne Luftschicht entsteht, und blickt senkrecht zu dieser Luftschicht nach einer durch eine Quecksilberlampe erleuchteten Mattscheibe, so sieht man in dem Teil $AA'\,B'B$ ein Interferenzstreifensystem, wie es in Fig. 1 angedeutet ist.

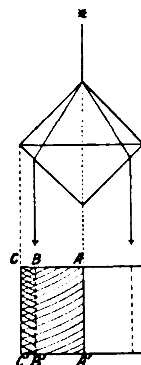


Fig. 1.

Die Gestalt der Streifen ist abhängig von der Form der Luftschicht zwischen beiden Kathetenflächen. Im Teil $BB'\,C'C$ sieht man, wenn auch infolge seiner geringen Intensität äußerst schwach, zwei gekreuzte Streifensysteme, sobald die Streifen im Teil $AA'\,B'B$ nicht parallel oder senkrecht zur Kante AA' liegen. Wie aus der Fig. 1 hervorgeht, entspricht der Teil $AA'\,B'B$ den Gebieten, in welchen die Strahlen nach zweimaliger Brechung das Prisma verlassen, während in den schmäleren Zonen $BB'\,C'C$ nur Licht austreten kann, welches im Innern der Prismen mehrfach reflektiert worden

1) Lummer, Ann. d. Phys. (4) **22**, 54, 1907.

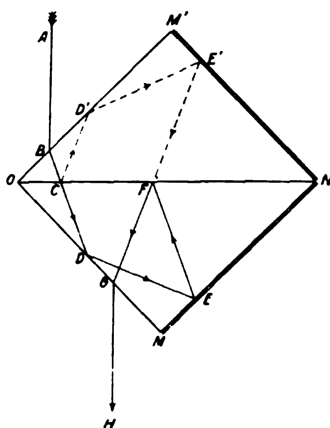


Fig. 2.

ist. In Fig. 2, in der ONM bzw. ONM' die rechtwinkligen Prismen bezeichnen, zwischen deren Hypotenusenflächen sich eine dünne Luftschicht befindet, fällt ein Strahl AB unter 45^0 auf die Fläche OM' auf. Dieser Strahl wird in C teils reflektiert, teils gebrochen, um in seinen Teilen längs $CDEFG$ bzw. $CD'E'FG$ zu verlaufen und längs GH parallel zu B auszutreten. Es geht hieraus hervor, daß in der Tat in den Gebieten $BB'C'C$ (vergl. Fig. 1) mehrfach reflektierte Strahlen zum Austritt gelangen werden, welche sehr geringe Intensität besitzen, da bei E bzw. E' der größte Teil der Intensität aus den Prismen austritt, während ein geringer Teil im Prisma verbleibt und zu der Erscheinung in dem eben erwähnten Strahlengebiet Veranlassung gibt. Durch Versilberung der Flächen NM bzw. NM' muß somit die Intensität der Erscheinung merklich erhöht werden, was sich bei dem Versuch bestätigte. Gleichzeitig trägt die Versilberung dazu bei, daß das vor der Versilberung enge Gebiet der gekreuzten Interferenzsysteme sich erweitert, da die Gebiete $AA'BB'$ vollkommen verschwinden, weil alles längs der Fläche OM' in das Prisma $OM'N$ eintretende Licht gezwungen ist, im Prisma zu verbleiben und erst nach mehreren Reflexionen, wie beschrieben, austreten kann.

Die Entstehung der Interferenzerscheinung ist also auf folgende Weise zu erklären:

Der längs $CDEF$ verlaufende Teil des Strahles AB wird bei C in der dünnen Luftschicht in eine Anzahl Strahlen aufgespalten, welche zu einer Interferenzerscheinung im durchgehenden Licht Veranlassung geben, die aber durch die drei nachfolgenden Reflexionen bei D, E und F längs einer, zum Prismenhauptschnitt senkrechten Geraden, gespiegelt erscheint. Der zweite Teil des Strahles, welcher längs $D'E'F$ verläuft, erzeugt diese Interferenz-Erscheinung beim Durchgange durch die Luftschicht ON im Punkte F. Sie erscheint dem bei H befindlichen Beobachter direkt. Auch wenn man die reflektierten Interferenzphänomene betrachtet, so ergibt sich, daß die dem reflektierten Phänomen zukommenden Interferenzstreifen gekreuzt erscheinen müssen.

Bei dünner, nicht planparalleler Luftschicht entstehen die Interferenzen gleicher Dicke in der Luftschicht selbst. Es müssen also bei geeigneter Betrachtungsweise beide Komponenten der gekreuzten Interferenzen vom Beobachter getrennt wahrgenommen werden können, da ja die Entfernungen der Orte der Einzelsysteme vom Auge des Beobachters verschieden sind. In der Tat findet man, daß bei Beobachtung mit einem Fernrohr großer Brennweite bei Interferenzen gleicher Dicke stets nur ein System mit möglichster Schärfe eingestellt werden kann. Dieselbe Schwierigkeit machte sich auch bei dem Versuch geltend, die Interferenzpunkte zu photographieren. Nur mit relativ kleiner Brennweite gelang es, beide Systeme gleichzeitig genügend scharf zu erhalten. Auch die Erweiterung der Zone, in welcher die gekreuzten Interferenzstreifen entstehen können, entspricht vollkommen der oben angegebenen Theorie. In Fig. 3 sind die Grenzstrahlen der

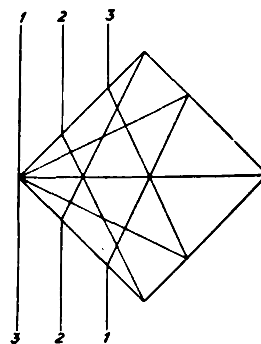


Fig. 3.

Erscheinung angegeben; die Umkehr der Strahlen in den Ecken des Prismas erklärt sich durch zweimalige Reflexion; es muß also die Erscheinung symmetrisch zu dem Bilde der Prismenkanten M und M', welches längs des Strahles 2 (Fig. 3) entsteht, gelagert sein. Eine Reproduktion nach einer photographischen Aufnahme (Fig. 4) zeigt in der Tat dieses Verhalten[1]). Auch bei planparalleler Luftschicht zwischen den Hypotenusenflächen entstehen gekreuzte Interferenzen, welche aber im Gegen-

1) Aufgenommen mit Quecksilberdampflampe. Belichtung ca. 15 Sekunden.

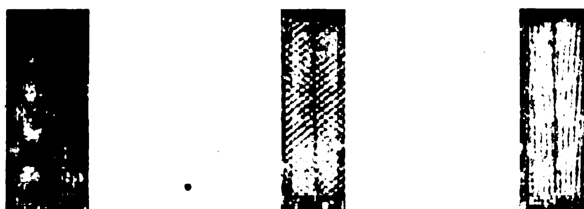


Fig. 4.

satz zu den Interferenzen gleicher Dicke gleichzeitig scharf erscheinen, da der Ort beider Systeme im Unendlichen liegt.

Es folgt für die Interferenzen gleicher Neigung unmittelbar, daß die Intensitätsverteilung in Abhängigkeit vom Einfallswinkel in der Luftschicht gegeben ist durch die Formel

$$I = \frac{4r^2 \sin^2 \delta/_2 \cdot (1 - r^2)^2}{[(1 - r^2)^2 + 4r^2 \sin^2 \delta/_2]^2},$$

wobei

$$\delta = \frac{4\pi n d \cos\gamma}{\lambda}.$$

Es ist darin mit d die Dicke der Luftschicht, mit n der relative Brechungsindex, mit γ der Einfallswinkel und mit λ die benutzte Wellenlänge bezeichnet. r ist der Reflexionskoeffizient, der für unversilberte Hypotenusenflächen bei senkrechter Inzidenz $r = 0{,}04$ ist. Je höher nun der Reflexionskoeffizient wird, desto günstiger wird die Intensitätsverteilung für die Beobachtung, wie es ja auch schon von Lummer, Pérot und Fabry für die Interferenzen an planparallelen Platten nachgewiesen worden ist. In Fig. 5 sind die Intensitäts-

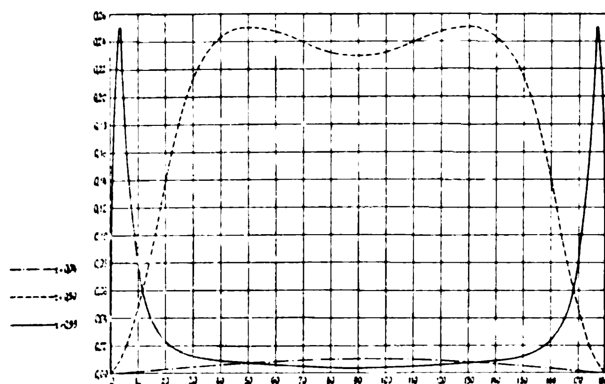


Fig. 5.

verteilungen für $r = 0{,}04$; $r = 0{,}50$ und $r = 0{,}95$ dargestellt. Wie hieraus hervorgeht, ist eine Eigentümlichkeit der hier beschriebenen Anordnung die, daß die Interferenzstreifen infolge der Überlagerung von reflektierten und durchgelassenen Phänomenen bei passender Wahl des Reflexionskoeffizienten ein Doppelstreifensystem zeigen, wie es sonst nur in polarisiertem Licht auftreten kann. Bei passender Versilberung der Hypotenusenflächen gelang es mir, die gekreuzten Doppelstreifensysteme zu sehen. Die Doppelstreifen waren haarscharf und glänzend, was auch nach der in Fig. 5 wiedergegebenen Intensitätsverteilung zu erwarten ist. Für $r = 0{,}95$ zeigt sich, daß das äußerst schmale Maximum eine Intensität besitzt, die nahezu ein Viertel derjenigen des einfallenden Lichtes ist, so daß die Beobachtung auch bei nicht allzu hellen Lichtquellen möglich ist.

Auf die Auflösungsfähigkeit dieses Systems und die Möglichkeit seiner Benutzung zur Unterscheidung kleinster Wellenlängendifferenzen will ich noch später zurückkommen.

Für die Hilfe bei der Anfertigung der photographischen Aufnahmen möchte ich nicht verfehlen, Herrn Hans Schmidt auch an dieser Stelle meinen Dank auszusprechen.

Friedenau, Optische Anstalt C. P. Goerz, den 13. Oktober 1911.

(Eingegangen 27. Oktober 1911.)

Über den Nachweis der Aktiniumemanation in aktiniumhaltigen Mineralien.

Von G. v. Hevesy.

Gelegentlich seiner Untersuchungen über die relative Aktivität der radioaktiven Bestandteile von Uranmineralien, fand Boltwood[1]), daß in der durch Lösungen von Uranmineralien streichenden Luft sich keine Aktiniumemanation nachweisen läßt, obzwar die dem Aktinium zukommende Aktivität etwa ¼ der gesamten Uranaktivität ausmacht und die Abgabe von Emanation durch die pulverisierte feste Substanz sich auch mit Leichtigkeit nachweisen ließ. Herr Prof. Rutherford veranlaßte mich zu untersuchen, wie weit hier ein prinzipiell verschiedenes Verhalten der Aktiniumemanation vorliegt, da bekanntlich Thorium und Radiumemanation aus den Lösungen ihrer Salze leichter entweichen als aus der festen Substanz.

Nachdem gezeigt wurde, daß die durch einen Luftstrom mitgeführte Aktiniumemanation durch Wasser bzw. wässerigen Lösungen streichen kann und daß ein rascher Luftstrom, unter gewissen Vorsichtsmaßregeln, sogar mehr Emanation aus der Lösung eines Aktiniumpräparates herauszutreiben vermag als aus dem festen Präparate, wurden Versuche mit

1) Amer. Journ. of Science **25**, 270, 1908.

Pechblende-Lösungen angestellt. Die oben erwähnten Vorsichtsmaßregeln sind die folgenden: Der Raum zwischen dem kleinen Waschfläschchen, das die aktiniumhaltige Lösung enthält, und dem Emanations-Elektroskop, in welchem die Emanation nachgewiesen wird, wird möglichst klein gewählt. Man zieht ferner vor, das unvermeidliche Volumen mit Wasser — oder anderer wenig absorbierender Flüssigkeit — zu füllen, als mit Luft. Durch ein Luftvolumen wirbelt nämlich die emanationshaltige Luft hindurch, durch ein Flüssigkeitsvolumen streicht sie in der Form eines schmalen Zylinders. Im ersten Falle hat die kurzlebende Emanation mehr Zeit zu zerfallen als im zweiten. Strich die emanationshaltige Luft durch die leere, 5 ccm fassende Waschflasche, so wurde nur etwa ⅓ der Emanationsmenge im Elektroskop von dieser nachgewiesen, welche hereingelangte, falls die Waschflasche 4 ccm Wasser enthielt, trotzdem daß Wasser die Emanation nicht unerheblich absorbiert! (Siehe dazu die folgende Abhandlung.)

Versuche Aktiniumemanation in Pechblendelösungen nachzuweisen.

Etwa 1 g feinpulverisierte Joachimsthaler Pechblende löste man in heißer konzentrierter Salpetersäure, filtrierte von der unaufgelöst gebliebenen Kieselsäure ab, kochte die Lösung mehrere Stunden hindurch, um die Radiumemanation zu entfernen, und dampfte die Lösung auf wenige Kubikzentimeter ein. 2,5 ccm dieser Lösung wurden in eine Waschflasche von 3,5 ccm Inhalt gefüllt und die Waschflasche in den aus der mit komprimierter Luft, Trockenvorrichtung und Elektroskop bestehenden Versuchskreis geschaltet. Die mit 0,4 ccm pro Sekunde strömende Luft zeigte eine Aktivität von 2 Teilstrichen pro Minute, die mit 0,6 ccm streichende Luft eine von 3 Teilstrichen pro Minute. Eine Wiederholung der Versuche mit etwa 1,5 g Pechblende ergab bei der Geschwindigkeit von 0,4 ccm pro Sekunde die Aktivität von 3 Teilstrichen pro Minute.

Der Nachweis, daß die von uns gemessene Aktivität tatsächlich von dem Zerfall der in die Ionisierungskammer gelangten Emanation des Aktiniums und nicht durch die des Thoriums oder Radiums herrührt, bietet, dank dem großen Unterschiede, welche die Perioden dieser Produkte aufweisen, keine Schwierigkeit. Die Halbwertszeit der Aktiniumemanation beträgt 3,9, die des Thoriums 53,5, die des Radiums $3{,}3 \cdot 10^5$ sec; unterbricht man den die Emanation mit sich führenden Luftstrom und setzt die elektroskopische Beobachachtung ohne Unterbrechung fort, so muß im Falle der Aktiniumemanation bereits im Laufe der ersten Minute praktisch verschwinden, im Falle der Thoriumemanation ein beträchtlicher Teil verschwunden sein, im Falle der Radiumemanation jedoch die ursprüngliche Aktivität unvermindert vorhanden sein.

Nach der Unterbrechung des die Emanation mitführenden Luftstromes, der eine Aktivität von 3,05 erzeugte, beobachtete man in der ersten halben Minute eine Gesamtaktivität von 0,5 Teilstrichen pro Minute, gleich 16 Proz. der Emanationsaktivität, statt der theoretischen 18 Proz. (berechnet nach der Formel

$$J_t = \frac{J_0}{30} \int_0^{30} e^{-\lambda t} dt).$$

In einem anderen Falle wurde die Aktivität zwischen 30 und 60 sec nach der Unterbrechung gemessen und ergab 14 Proz. der Emanationsaktivität statt dem berechneten von 10 Proz. (berechnet nach der Formel $J_t = \frac{J_0}{30} \int_{30}^{60} e^{-\lambda t} dt$).

Mit Rücksicht auf die gemessenen geringen Aktivitäten ist diese Übereinstimmung eine genügend gute; überlegt man noch, daß im Falle von Radiumemanation die Aktivität durch Unterbrechung des Luftstromes überhaupt nicht beeinflußt wird und daß die benutzte Pechblende nach Boltwood[1]) kein Thorium enthält, so folgt aus dem Obigen, daß die von uns beobachtete, aus der Pechblende-Lösung herrührende Emanation die des Aktiniums war.

1) Boltwood l. c.

(Eingegangen 14. November 1911.)

Über die Löslichkeit von Aktiniumemanation in Flüssigkeiten und Kohle.

Von G. v. Hevesy.

Bei der Ermittlung der Löslichkeit der Radiumemanation in Wasser und in verschiedenen organischen Flüssigkeiten wendeten v. Traubenberg[1]), Himstedt[2]), Mache[3]), Hofmann[4]), Kofler[5]) usw. die bekannte statische Methode an, schüttelten die Flüssigkeit mit emanationshaltiger Luft, bis vollständige Verteilung der Emanation zwischen den zwei Phasen eintrat, und ermittelten danach die noch vorhandene Aktivität der Luft bzw. der Flüssigkeit. Da die Lebensdauer der Radiumemanation eine sehr große ist im Verhältnis zu der, zu ihrer Ver-

1) Diese Zeitschr. 5, 130, 1904.
2) Diese Zeitschr. 5, 210, 1904.
3) Wiener Ber. 113, 1329, 1904.
4) Diese Zeitschr. 6, 337, 1905.
5) Diese Zeitschr. 9, 6, 1908.

teilung zwischen den zwei Phasen erforderlichen Zeit, so bietet hier die Anwendung der obenerwähnten statischen Methode keine Schwierigkeiten.

Anders bei der Ermittlung der Löslichkeit von Thoriumemanation. Die kurze Halbwertzeit dieses Produktes, die kaum eine Minute beträgt, erschwert die Ausführung der Versuche; da jedoch, wie Klaus[1]) fand, eine praktisch vollkommene Verteilung der Thoriumemanation zwischen Luft und kräftig geschütteltem Petroleum bereits nach anderthalb Minuten stattfindet, also nach einer Zeit, wo noch 30 Proz. der ursprünglich anwesenden Emanation unzerfallen vorhanden ist, konnte letzterer noch die Löslichkeit von Thoriumemanation in Wasser und Petroleum nach der Schüttelmethode ermitteln.

Die Halbwertzeit der Aktiniumemanation beträgt nur 3,9 sec, schütteln wir die letztere enthaltende Luft mit einer Flüssigkeit, und nehmen wir an, daß die Gleichgewichtsverteilung, wie im Falle der Thoriumemanation, anderthalb Minuten erfordert, so ist nach dem Ablaufe dieser Zeit nur noch das $9 \cdot 10^{-8}$fache der ursprünglich anwesenden Emanationsmenge vorhanden. Da demnach die Ermittlung der Löslichkeit der Aktiniumemanation in Flüssigkeiten nach der „Schüttelmethode" ausgeschlossen erschien, wurde eine dynamische „Strömungsmethode" angewandt.

Die Grundlage dieser Methode ist die folgende: Läßt man einen emanationshaltigen Luftstrom durch eine Flüssigkeit rieseln, so wird ein Teil der Emanation von der letzteren absorbiert, und die Verminderung der Aktivität des Luftstromes bietet ein Maß der absorbierten Emanationsmenge. Im Gegensatze zur Schüttelmethode, wo eine möglichst weitgehende Konvektion erstrebt wird, sucht man diese hier gänzlich zu vermeiden und allein Absorptions- und Diffusionsvorgänge zuzulassen — zwei Vorgänge, von welchen der erstere, die Absorption der Grenzschicht, nach unserer Annahme — die durch die Erfahrungen der Absorptionschemie[2]) gestützt wird — momentan stattfindet, und der zweite, der Diffusionsvorgang, rechnerisch verfolgt werden kann. Diese Überlegung ist jedoch nur bei der quantitativen Ermittlung der Löslichkeit erforderlich, bei der zuerst zu besprechenden qualitativen Bestimmung der Löslichkeit können so Konvektion wie Diffusion wirksam sein, vorausgesetzt, daß die relativen äußeren Bedingungen in allen Fällen dieselben sind.

1) Diese Zeitschr. 6, 820, 1905.
2) Siehe z. B. Freundlich, Kapillarchemie, und Mac Bain, Zeitschr. f. phys. Chemie 68, 481, 1910.

Qualitative Ermittlung der Löslichkeit der Aktiniumemanation in Flüssigkeiten.

Schalten wir eine absorbierende Flüssigkeit zwischen die Quelle der Aktiniumemanation und der Ionisierungskammer des Elektroskops, so kommt das auf dasselbe heraus, wie wenn wir den Weg der Emanation, oder die Zeit, welcher die Emanation bedarf, um von ihrer Quelle in die Ionisierungskammer zu gelangen, verlängert hätten. Ist die beobachtete Aktivität im Falle einer nicht absorbierenden Flüssigkeit $Ie^{-\lambda t}$ — wo t die Zeit bedeutet, welcher die Emanation bedarf, um die Ionisierungskammer zu erreichen — so wird sie im Falle einer absorbierenden Flüssigkeit $Ie^{-\lambda t'}$, und $Ie^{-\lambda t'}$ bzw. t' wird zum qualitativen Maße der Löslichkeit.

Die Aktivität, welche nach dem Hindurchschreiten eines Aktiniumemanation enthaltenden Luftstromes durch die betreffende 3 cm hohe Flüssigkeitsschicht beobachtet wurde, ist aus der Tabelle 1 zu ersehen. Die Werte stellen den Mittelwert von 5 voneinander wenig verschiedenen Bestimmungen dar, und beziehen sich auf Zimmertemperatur und die Strömungsgeschwindigkeiten von 0,12, 0,15 bzw. 0,20 ccm pro sec. Sie sind mit der Hilfe des weiter unten beschriebenen Emanationselektroskopen ermittelt.

Tabelle 1.

Strömungsgeschwindigkeit in ccm per sec	0,12	0,15	0,20
Wässerige KCl-Lösung ges. bei 18°	5,5	21,2	60,5
Konz. H_2SO_4	3,5	19,3	58,0
Wasser	3,0	16,4	52,5
Äthylalkohol	1,8	14,0	43,5
Amylalkohol	0,8	3,2	29,8
Azeton	—	—	28,4
Benzaldehyd	—	2,9	22,8
Benzol	—	2,2	22,5
Toluol	—	2,0	16,5
Petroleum	—	1,7	9,2
Schwefelkohlenstoff	—	—	3,0

Dem für Azeton angegebenen Werte kommt nicht dieselbe Sicherheit zu wie den übrigen in der Tabelle enthaltenen Zahlen, da schon nach dem Ablaufe von einer Minute merkliche Azetonmengen aus der Absorptionsflasche heraus in die Ionisierungskammer verdampften und die Schwefelisolation des Elektroskops verschlechterten. Diese Verschlechterung der Isolation, die nach längerer Zeit auch bei den mit Benzol und Schwefelkohlenstoff ausgeführten Versuchen beobachtet wurde — und die möglicherweise von der Bildung einer verhältnismäßig gut leitenden Schwefellösung an der Oberfläche der Schwefelisolation herrührt —, konnte durch Ausspülen des Elektroskops mit einem trockenen, raschen Luftstrom wieder rückgängig gemacht werden.

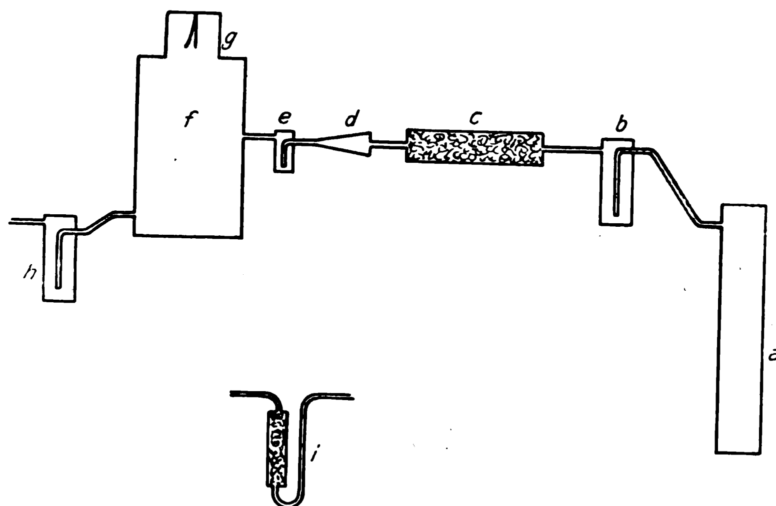


Fig. 1.

In der Tabelle 2 sind die Flüssigkeiten nach zunehmendem Absorptionsvermögen für Radium-, Thorium- bzw. Aktiniumemanation geordnet, nach den Messungen von v. Traubenberg[1]), Ramstedt[2]), Boyle[3]) und des Verfassers.

Flüssigkeiten nach zunehmendem Absorptionsvermögen geordnet für:

Tabelle 2.

Radiumemanation (Traubenberg, Ramstedt)	Thoriumemanation (Boyle)	Aktiniumemanation (Verfasser)
Wässerige Salzlösungen.	—	Wässerige Salzlösungen
—	Konz. Schwefelsäure	Konz. Schwefelsäure
Wasser	Wasser	Wasser
Äthylalkohol	Äthylalkohol	Äthylalkohol
—	—	Amylalkohol
Azeton	—	Azeton
Benzol	—	Benzol
Toluol	—	Toluol
Petroleum	Petroleum	Petroleum
Schwefelkohlenstoff	—	Schwefelkohlenstoff

Mac Daniel[4]) untersuchte kürzlich die Löslichkeit verschiedener Gase in organischen Flüssigkeiten und fand, daß die Reihenfolge, in welcher die letzteren Gase absorbieren, ebenso stark von der Eigenart der absorbierten Gase wie von der Natur der absorbierenden Medien abhängt, und daß eine ähnliche Reihenfolge der Flüssigkeiten nur im Falle verwandter Gase zu erwarten ist.

Wie aus der Tabelle 2 ersichtlich, ist die Reihenfolge der Flüssigkeiten — nach ihrem Absorptionsvermögen für die betreffende Emanation geordnet — im Falle aller drei Emanationen ohne Ausnahme dieselbe, woraus wir auf die nahe chemische Verwandtschaft aller drei Emanationen schließen können. Da die Radiumemanation bekanntlich in die Reihe der Edelgase gehört, müssen wir die Emanation des Thoriums und des Aktiniums auch in diese Gruppe einteilen.

Experimentelles.

Bei allen hier beschriebenen Versuchen diente als Quelle der Aktiniumemanation etwa 10 mg eines Aktiniumpräparates, das, in Seidenpapier gewickelt, in einer Glasröhre untergebracht war. Die Stärke dieses, mir von Herrn Professor Rutherford gütigst überlassenen Präparates betrug nach Boltwood[1]) etwa 20000 Uraneinheiten. Ließ man durch die das Aktinium enthaltende Glasröhre, welche in der Fig. 1 mit (*d*) bezeichnet ist, Luft streichen, so führte dieser die Emanation mit sich; ein Teil der letzteren wurde beim Hindurchströmen durch die absorbierende Flüssigkeit, die sich in (*e*) befand, absorbiert, der andere Teil gelangte in die Ionisierungskammer des Elektroskops (*g*) mit dem ihn mitführenden Luftstrom, der nach dem Verlassen der Ionisierungskammer durch den Tropfenzähler (*h*) strömte. Den sehr gleichmäßigen Luftstrom lieferte ein unter

1) l. c.
2) Le Radium **8**, 253, 1911.
3) Bulletin of the Macdonald Phys. Build. **1**, 52, 1910.
4) Journ. of Phys. Chem. **15**, 608, 1911.

1) Proc. Roy. Soc. **85**, A 77, 1911.

150 Atm. Druck mit Luft gefüllter Zylinder; um den Luftstrom zu trocknen, war eine mit Schwefelsäure getrocknete Waschflasche (*b*) und eine mit Phosphorpentoxyd gefüllte Röhre (*c*) in den Versuchskreis geschaltet. Da der Luftstrom zuerst etwas mehr Aktiniumemanation mitführte als später, ließ man vor jedem Versuch 30 Minuten lang einen Luftstrom durch die das Aktinium enthaltende Röhre streichen.

Das verwendete Emanationselektroskop bestand aus einer zylindrischen Ionisierungskammer von 7,2 cm Durchmesser und 500 cm³ Inhalt, sie trug ein kleines, geschlossenes Kupfergehäuse, welches mit zwei Glimmerfenstern versehen war und das Goldblättchen trug, wie auch die durch eine Schwefelisolation hindurch 8 cm tief in die Ionisierungskammer hereinragende stabförmige Elektrode.

Es zeigte sich günstiger, nicht die Aktivität des in der Ionisierungskammer erzeugten aktiven Niederschlags, sondern die der Emanation zu messen, und daraus die dem aktiven Niederschlag zukommende Aktivität abzuziehen. Letzterer wurde nach jedem Versuch, nach Unterbrechung des emanationshaltigen Luftstromes, sogleich — jedoch nicht vor dem Ablaufe von 40 sec, nach welcher Zeit die in der Ionisierungskammer vorhandene Emanation bis auf 0,2 Proz. ihres ursprünglichen Wertes zerfallen war — gemessen. Bei den meisten Versuchen war die Korrektion, welche das Vorhandensein des aktiven Niederschlags erforderte, nur eine geringe.

Es wurden Versuche mit verschieden dimensionierten Absorptionsflaschen ausgeführt, unabhängig von der Gestalt der letzteren zeigte sich stets dieselbe Reihenfolge der Absorptionsfähigkeit der untersuchten Flüssigkeiten für Aktiniumemanation. Es zeigte sich auch, daß die in die Ionisierungskammer gelangende Emanationsmenge unabhängig von der horizontalen Dimension der absorbierenden Flüssigkeitszylinder ist, jedoch wesentlich von der vertikalen Dimension, d. h. der Höhe der Flüssigkeitsschicht, abhängt. Dieser Erfahrung entsprechend, die übrigens unmittelbar aus unseren noch zu besprechenden Anschauungen über den Lösungsvorgang der Aktiniumemanation folgt, wurde auf die gleiche Höhe der zu vergleichenden Flüssigkeitsschichten besonders geachtet.

Quantitative Ermittlung der Verteilung einer kurzlebenden Emanation zwischen Luft und einer flüssigen Phase.

Es ströme ein gleichmäßiger, emanationshaltiger Luftstrom durch die vertikale, schmale Flüssigkeitsschicht hindurch, wir betrachten den letzteren als einen Luftzylinder, eingebettet in einen konzentrischen Flüssigkeitszylinder. Herrscht stationärer Zustand, so wird die Emanation sich, ihrem Verteilungskoeffizienten entsprechend, zwischen der strömenden Luft und der umgrenzenden Flüssigkeitsschicht verteilen. Von dieser Verteilung nehmen wir an, daß sie aus zwei Vorgängen besteht, erst findet momentan eine Gleichgewichtsverteilung zwischen einer sehr dünnen, angrenzenden Schicht der Flüssigkeit und der gasförmigen Phase statt, dann ein langsamer, von der Grenzschicht nach dem Innern der Flüssigkeit gerichteter Diffusionsvorgang.

Die Richtigkeit dieser Annahme, zu welcher uns die Erfahrungen der physikalischen Chemie[1]) über den Reaktionsmechanismus führen, fand im Falle der Wasserstoffabsorption durch Kohle eine direkte experimentelle Bestätigung durch die Versuche von Mac Bain[2]). Letzterem ist es gelungen, eine Probe Kohle mit Wasserstoff, in Form einer festen Lösung, schwer zu beladen und zu gleicher Zeit die Oberfläche fast ganz vom absorbierten Wasserstoff zu befreien, wie auch umgekehrt die Oberfläche allein mit Wasserstoff zu beladen und zu zeigen, daß die Oberflächenkondensation momentan erfolgt, die Diffusion dagegen ungefähr 12 Stunden in Anspruch nimmt.

Damit ist unsere Annahme sehr wahrscheinlich gemacht, daß, wenn ein aktiniumemanationshaltiger Luftstrom durch unseren vertikalen Flüssigkeitszylinder strömt, sich das Gleichgewicht zwischen der Luftphase und der Grenzschicht der Flüssigkeit momentan einstellt. Ob die Grenzschicht mit der molekularen Schicht identisch ist, ihre Schichtdicke demnach von der Größenordnung 10^{-7}, oder aber von der von 10^{-6} oder 10^{-5} ist, ist in unserem Falle, wie wir weiter unten sehen werden, belanglos.

Der zweite Teil des Vorganges, die langsame Diffusion der Aktiniumemanation nach dem Flüssigkeitsinnern zu, scheint das schnelle Erreichen eines stationären Zustandes zu verhindern, jedoch lehrt uns die Differentialgleichung der Diffusion radioaktiver Substanzen, die eine Erweiterung der Fickschen Differentialgleichung darstellt, daß der Diffusionsvorgang — dank der sehr kleinen Periode der Aktiniumemanation — sich nur auf eine sehr kleine Entfernung von der Grenzschicht beschränkt, so daß auch der zweite Teil des Vorganges, der in der Verteilung der Emanation im Innern der Flüssigkeit durch Diffusion besteht, sehr schnell stattfindet.

Im folgenden sei zunächst die Differentialgleichung der Diffusion radioaktiver Substanzen

1) Siehe Nernst, Theoretische Chemie. Freundlich, l. c. usw.

2) Zeitschr. f. phys. Chem. 68, 481, 1910.

besprochen und daran anschließend wird das Volumen berechnet, in welches durch Diffusion noch Aktiniumemanation gelangen kann. Letzteres wird uns das Glied v_1 der Gleichung $\eta = \frac{A_1 \cdot v_2}{A_2 \cdot v_1}$ liefern, wo η den Verteilungskoeffizienten bedeutet, A_1 und A_2 die in den zwei Phasen vorhandenen Emanationsmengen, v_2 das leicht ermittelbare Luftvolumen, v_1 das „wirksame" Flüssigkeitsvolumen. Es ist eben die letzte Größe, die bei ähnlichen Betrachtungen am schwersten zugänglich ist, in unserem Falle jedoch, dank der kurzen Periode der Aktiniumemanation, leicht ermittelt werden kann.

Die Differentialgleichung lautet, falls die Diffusion nur in einer (in unserem Falle in horizontaler) Richtung stattfindet:

$$\frac{\partial c}{\partial t} = D \frac{\partial c^2}{\partial x^2},$$

wo c = Konz., t = Zeit, x = Entfernung, D = Diffusionskonstante.

Im Falle einer radioaktiven Substanz, die mit der Konstante λ abfällt, erhält die linke Seite der Gleichung ein lineares Zusatzglied gleich λc, sie lautet demnach

$$\frac{\partial c}{\partial t} = D \frac{\partial c^2}{\partial x^2} - \lambda c.$$

Im stationären Zustande wird

$$\frac{\partial c}{\partial t} = 0, \quad D \frac{\partial c^2}{\partial x^2} = \lambda c.$$

Die Integration ergibt

$$c = P e^{-\sqrt{\frac{\lambda}{D}} x} + Q e^{-\sqrt{\frac{\lambda}{D}} x},$$

für

$$x = \infty$$

wird

$$c = 0, \qquad Q = 0,$$

für

$$x = 0$$
$$c = c_0,$$

woraus

$$c = c_0 e^{-\sqrt{\frac{\lambda}{D}} x}. \qquad (1)$$

Aus Gleichung (1) können wir, falls D und λ bekannt, die zu jedem x gehörige Konzentration c in Bruchteilen der Grenzschichtkonzentration c_0 berechnen. Diese Werte sind in der Kolumne 3 der Tabelle 3 für Aktiniumemanation, in der Kolumne 6 für Thoriumemanation enthalten.

Die Diffusionskonstante der Aktiniumemanation in Flüssigkeiten ist zwar experimentell nicht ermittelt worden, doch wurde für die Diffusionskonstante der Radiumemanation[1]) in Wasser

1) Wallstabe, diese Zeitschr. 4, 721, 1903.

Tabelle 3.

Aktiniumemanation. Thoriumemanation.

x in cm	$\sqrt{\frac{\lambda}{D}} x$	c in Vielfachen von c_0	x in cm	$\sqrt{\frac{\lambda}{D}} x$	c in Vielfachen von c_0
1	400	0	1	105	0
0,1	40	0	0,1	10,5	0,00001
0,02	8	0,0003	0,08	8,40	0,0002
0,01	4	0,0183	0,05	5,25	0,005
0,005	2	0,135	0,04	4,20	0,015
0,0001	0,4	0,670	0,01	1,05	0,350
0,00005	0,2	0,819	0,005	0,53	0,595
$1,10^{-5}$	0,04	0,960	$1,10^{-3}$	0,11	0,900
$1,10^{-6}$	0,004	0,996	$1,10^{-4}$	0,011	0,990
$1,10^{-7}$	0,0004	0,9996	$1,10^{-5}$	0,0011	0,9990

$D = 0,1\ \text{cm}^2\ \text{Tag}^{-1}$, $\lambda = 1,8 \cdot 10^{-1}$, $D = 0,1\ \text{cm}^2\ \text{Tag}^{-1}$ $\lambda = 1,78 \cdot 10^{-2}$.

der Wert $0,07\ \text{cm}^2\ \text{Tag}^{-1}$ gefunden, und da sich entsprechend der schnelleren Diffusion in Luft[1]) auch eine schnellere Diffusion der ersteren in Flüssigkeiten erwarten läßt, wurde für D der Wert $0,1\ \text{cm}^2\ \text{Tag}^{-1}$ angenommen. (Der Einfluß des durch diese Annahme verursachten etwaigen Fehlers wird weiter unten besprochen.)

Aus den Zahlen der Tabelle 3 und aus den Fig. 2 und 3 ist ersichtlich, daß etwa 0,01 cm

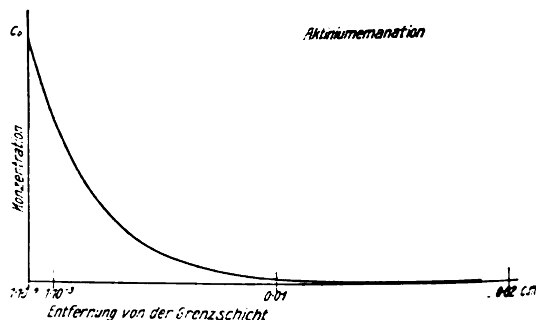


Fig. 2.

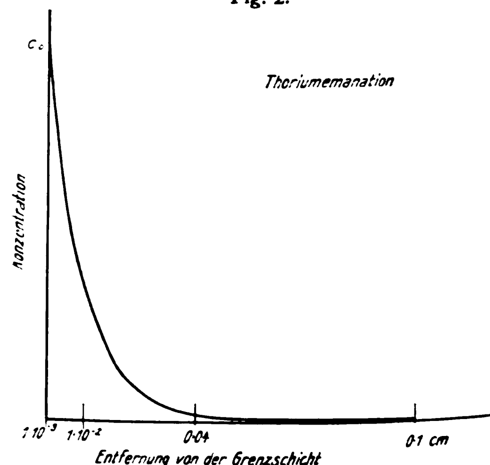


Fig. 3.

1) Debierne, Le Radium 4, 225, 1907; Chaumont, Le Radium 6, 106, 1909; Russ. Phil. Mag. 22, 420, 1909.

die Entfernung von der Grenzfläche Flüssigkeit/Luft ist, in welcher sich praktisch noch Aktiniumemanation befindet. Das „wirksame" Flüssigkeitsvolumen wird demnach die Differenz der Volumina zweier Zylinder sein, deren eines die Luftsäule mit dem Radius r_1, das andere der Zylinder mit dem Radius $r_1 + r_2$ ist, wo r_2 die obige Schichtdicke von 0,01 cm bedeutet.

Wollen wir die in dem „wirksamen" Volumen vorhandene gesamte Emanationsmenge berechnen, so genügt nicht etwa die Grenzschichtkonzentration — welche dem Verteilungsgleichgewichte zwischen den zwei Phasen entspricht — mit diesem Volumen zu multiplizieren, denn trotz Gleichgewichtszustands ist ein stationärer Abfall der Emanationskonzentration, in horizontaler Richtung nach dem Innern der Flüssigkeit gerichtet, vorhanden, und es wäre die so berechnete Emanationsmenge eine zu große. Vielmehr müssen wir das „wirksame" Volumen mit der Durchschnittskonzentration $\alpha c_0'$ multiplizieren[1]), oder, was dasselbe ist, die Grenzschichtkonzentration mit einem solchen Volumen, in welchem die jetzt vorhandene Emanationsmenge in derselben Konzentrationsmenge vorhanden wäre wie in der Grenzschicht. Die in der Flüssigkeit vorhandene Emanationsmenge wird demnach gleich

$$c_0' \alpha v = \frac{c_0' v}{r_2} \int_{x=0}^{x=r_2} e^{-\sqrt{\frac{\lambda}{D}} x} dx. \quad (2)$$

Es wird trotz erreichtem Gleichgewichtsstande innerhalb der flüssigen Phase die Konzentration einen stetigen Abfall erreichen, und auch in der Luftsäule wird wegen dem zeitlichen Abfall der Emanation die Konzentration der letzteren mit steigender Höhe abnehmen.

Bezeichnen wir mit c die Emanationskonzentration am Boden der Waschflasche, so wird in der gesamten Luftsäule w die Emanationsmenge

$$w c' = w' c = \frac{c w}{h} \int_{y=0}^{y=h} e^{-\frac{\lambda}{q} y} dy \quad (3)$$

vorhanden sein.

Und in der flüssigen Phase, wo der vertikale Abfall gleichfalls vorhanden sein wird, ist die Emanationsmenge

$$v' c_0 \alpha = v c_0 \alpha \int_{y=0}^{y=h} e^{-\frac{\lambda}{q} y} dy \quad (4)$$

vorhanden. (Vergl. auch Gl. (2).)

Zur Berechnung des Verteilungskoeffizienten η zwischen der flüssigen und der gasförmigen Phase führt uns folgende Überlegung.

Nach dem Grundgesetze der radioaktiven Umwandlungen ist die in der flüssigen Phase zerfallende Emanationsmenge proportional der vorhandenen, oder nach der Gleichung (4) gleich

$$\lambda v' c_0 \alpha = \lambda v' x c \alpha,$$

wenn

$$c_0 = x c.$$

Die Luftsäule wird, da ein Teil der Emanation von der Flüssigkeit absorbiert wurde, nur noch die Emanation $w c' - \lambda x c' v \alpha$ enthalten, woraus sich in der Luftphase eine „mittlere" Emanationskonzentration von

$$c' - \lambda x c' \alpha \frac{v}{w}, \quad (5)$$

in der flüssigen Phase eine von

$$x c' \alpha \quad (6)$$

berechnet.

Um die Größe x zu finden, überlegen wir, daß in der Luftphase pro Zeiteinheit die Emanationsmenge

$$w c' \left(1 - \lambda x \frac{\alpha v}{w}\right)(A - 1) \quad (7)$$

zerfällt.

Der durch die Gl. (7) dargestelle Verlust + der Verlust in der Flüssigkeit pro Zeiteinheit — durch Gleichung (4) dargestellt — ist proportional der Differenz der Ionisierungsströme, dessen einer gemessen wird, wenn der emana-

---

1) Es wäre richtiger, die Differentialgleichung der zylindrischen Diffusion zu betrachten, wonach:

$$\frac{\partial c^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial c}{\partial r} - c = 0.$$

Die Integration dieser Differentialgleichung führt zu der Hankelschen Zylinderfunktion

$$i H_0^{(1)}(iy) = \frac{2}{\pi} \left[-1 + \left(1 - ln \frac{g y}{2}\right) I_0 i y + \frac{1}{2} \frac{y^4}{16 \cdot 2'} - \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3}\right) \frac{y^6}{3'^2 \cdot 64} + \cdots \right.$$

(Siehe Jahnke und Emden, Funktionstafeln, S. 95.)

Die diese Funktion darstellende Kurve erinnert von $x = 0{,}2$ an außerordentlich an die die logarithmische Funktion darstellende, auch hier ist $y = 4$ dieser Punkt, bei welchem die Kurve praktisch auf Null abfällt und $x = 0{,}01$ die von der Trennungsfläche Flüssigkeit/Luft gerechnete Entfernung, in welche durch Diffusion praktisch keine Emanation mehr gelangen kann. Wollen wir die mit α bezeichnete Konstante berechnen, so müssen wir den ganzen Gang der obenerwähnten Kurve kennen, was jedoch nur durch eine hypothetische Annahme über die Dicke der Absorptionsschicht möglich wird. Um unsere weiteren Betrachtungen durch eine solche nicht zu belasten, ziehen wir vor, die Differentialgleichung für die Diffusion in der Ebene zu betrachten, um so mehr, da der Lauf der $i_0 H_0^{(1)}(ix)$-Kurve sich praktisch mit dem der logarithmischen Kurve — in dem uns interessierenden Intervalle deckt.

Wir möchten erwähnen, daß physikalisch die Größe α die Zahl bedeutet, mit welcher das „wirksame Volumen" multipliziert dieses Volumen erhalten wird, in welchem die im ersteren vorhandene Emanation gleichmäßig vorhanden wäre. Mathematisch wird durch die Einführung der Größe α die Willkür beseitigt, die dadurch auftritt, daß wir bei $x = 4$ den „praktischen" Nullpunkt der asymptotisch abnehmenden Kurve annehmen.

tionshaltige Luftstrom, ohne das Absorptionsgefäß zu passieren, in die Ionisierungskammer gelangt, der andere, falls der Luftstrom unterwegs die betreffende Lösung passierte.

Die Gleichungen

$$\lambda x c' v \alpha + w c' \left(1 - \lambda x \frac{\alpha}{w}\right)(A - 1) = K[I - i], \tag{8}$$

$$w c' (A - 1) = K[I - i'], \tag{9}$$

wo

$$A = \frac{1}{h} \int_{y=0}^{y=h} e^{-\frac{\lambda y}{q}} dy - 1.$$

I = Ionisierungsstrom, ohne das Absorptionsgefäß zu passieren,
i = Ionisierungsstrom nach dem Hindurchströmen durch eine absorbierende,
i' durch eine nichtabsorbierende Flüssigkeit, wie Quecksilber,

ferner die Gleichungen (5) und (6) ergeben für den absoluten Verteilungskoeffizienten zwischen den zwei Phasen den Wert

$$\eta = \frac{\frac{w A (R - 1)}{v \alpha \lambda (1 - A)}}{1 - A \frac{(R - 1)}{1 - A}}, \tag{10}$$

und für die relative Löslichkeit der Emanation in zwei Flüssigkeiten

$$\frac{\eta_2}{\eta_1} = \frac{R_2 - 1}{R_1 - 1} \cdot \frac{1 - A R_1}{1 - A R_2}, \tag{11}$$

$$R = \frac{I - i}{I - i'}.$$

Der Verteilungskoeffizient der Aktiniumemanation zwischen Wasser und Luft.

Den Verteilungskoeffizienten η liefert — da $R - 1$ (siehe Tabelle 4) sehr klein ist — in unserem Falle statt der Gleichung (10) die folgende:

$$\eta = \frac{w I (R - 1)}{\alpha v \lambda (1 - A)}, \tag{12}$$

wo

$$w = 4 \pi r_1^2 R = 0{,}06 \text{ cm}^3,$$
$$v = 8 \pi r_1 r_2 + 4 \pi r_2^2 = 0{,}034 \text{ cm}^3,$$
$$\alpha = \frac{1}{r_2} \int_{x=0}^{x=r_2} e^{-\sqrt{\frac{\lambda}{D}} x} \alpha x = 0{,}246,$$
$$\frac{w}{\alpha v} = 8{,}34.$$

Die Werte von I, i, i', welche den Mittelwert von zehn Bestimmungen darstellen, ferner die von $R - 1$, A und η sind in der Tabelle 4 für verschiedene Strömungsgeschwindigkeiten zusammengestellt. Die für η bei drei verschiedenen Strömungsgeschwindigkeiten erhaltenen Werte sind 2,2, 1,9 bzw. 2,0.

Tabelle 4.

q in ccm per sec	I	i	i'	$R-1$	A	η
0,1	50	2	3	0,02	0,73	2,2
0,12	85	6	8	0,03	0,58	1,9
0,14	126	13	19	0,05	0,54	2,0

$\pi = 18^0$.

Betrachten wir die möglichen Fehlerquellen, die bei der Ermittlung von η auftreten, so kommen hauptsächlich die Feststellung der Diffusionskoeffizienten der Aktiniumemanation in Wasser zu 0,1 cm² Tag⁻¹ und die Vernachlässigung der Korrektion in Betracht. Was die erstere Fehlerquelle anbelangt, so geht die Diffusionskonstante nur unter der Quadratwurzel in unsere Gleichung ein, und so beeinflußt eine etwaige Abweichung vom obigen Werte unser Ergebnis nicht wesentlich; so würde im Falle $D = 0{,}09$, α statt 0,24 0,23 sein und η statt 2,17 den Wert 2,05 haben.

Bei der Wahl der Versuchsanordnung und bei der Ausführung der Versuche wurde besonderes Gewicht auf die Vermeidung der Konvektion gelegt, aber auch falls eine solche auftrat, konnte sie unsere Werte nicht wesentlich beeinflussen. Das Auftreten eines linearen Gliedes (λc) in der erweiterten Fickschen Differentialgleichung verleiht dem Diffusionsprozeß eine ganz andere Gestalt, im Gegensatze zu der Diffusion sich nicht oder langsam umwandelnder Stoffe in Flüssigkeiten, die einen langsamen Vorgang darstellt, ist der Diffusionsvorgang der Aktiniumemanation ein sehr schneller im Verhältnis zu dem der etwaigen Konvektion.

Die relative Löslichkeit der Aktiniumemanation in Flüssigkeiten.

Setzen wir die Löslichkeit der Aktiniumemanation in Wasser = 1, so liefert die relative Löslichkeit der Emanation (siehe Gl. (11)) die Gleichung:

$$\eta_r = \frac{I - i_n}{I - i},$$

wo i_n den Ionisierungsstrom nach erfolgtem Durchgange durch die betreffende Flüssigkeit bedeutet.

Die Werte von I, i, i_n, welche den Mittelwert von fünf bis zehn Bestimmungen darstellen, enthält Tabelle 5, die Werte von η_r die Tabelle 6. Im untersuchten Intervalle zeigte sich die Löslichkeit unabhängig von der Strömungsgeschwindigkeit.

Tabelle 5.

q in cm³ per sec	i'	i	i_1 ges. KCl-Lösung	i_2 konz. H_2SO_4	i_3 Äthylalkohol	i_4 Amylalkohol	i_5 Benzaldehyd	i_6 Benzol	i_7 Toluol	i_8 Petroleum	i_9 Schwefelkohlenstoff
0,10	9	1,5	2	2	1	—	—	—	—	—	—
0,12	23	2,5	5	3	1,5	—	—	—	—	—	—
0,14	37	12	17	14	11	2	2	—	—	—	—
0,16	50	23	27	26	19	5	5	4	3,5	3	—
0,18	70	38	42	42	29	15	13	13	7	5	0,5
0,20	102	52	60	58	43	28	30	22	16	9	2,5

$T = 18^0$.

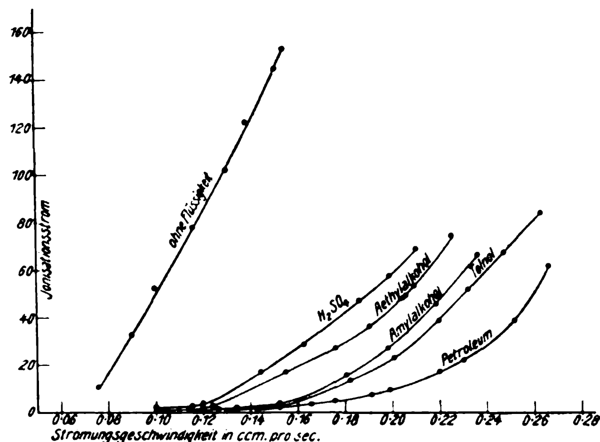


Fig. 4.

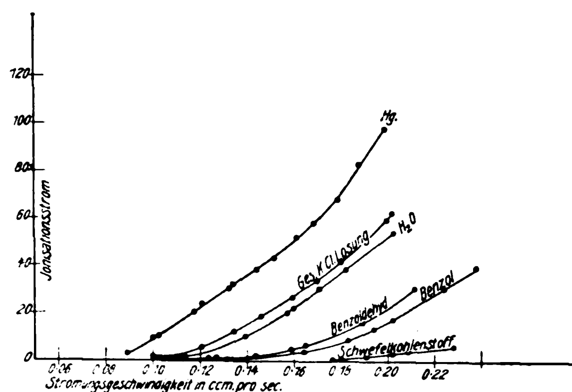


Fig. 5.

Tabelle 6.

q	η_1	η_2	η_3	η_4	η_5	η_6	η_7	η_8	η_9
0,10	1,0	1,0	1,1	—	—	—	—	—	—
0,12	0,9	1,0	1,1	—	—	—	—	—	—
0,14	0,7 } 0,9	0,9 } 0,95	1,1 } 1,1	1,5	—	—	—	—	—
0,16	0,9	0,9	1,1	1,7 } 1,6	1,7	1,7	1,7	1,8	—
0,18	0,9	0,9	1,3	1,8	1,8 } 1,7	1,9 } 1,8	2,0 } 1,8	2,0 } 1,9	2,1 } 2,1
0,20	0,8	0,9	1,2	1,5	1,6	1,7	1,7	1,9	2,0

Über die absolute Aktiniumemanationskonzentration unserer Phasen.

Zu der Berechnung der absoluten Aktiniumemanationskonzentration in der Luftphase führt folgende Überlegung: Die Anzahl der α-Teilchen, welche das benützte Aktiniumpräparat per sec aussendet, ist $= \frac{2{,}3 \cdot 10^4 \cdot 2 \cdot 10^4}{100 \cdot 1{,}6} = 3 \cdot 10^6$, da die Stärke des Präparates nach Boltwood[1]) zirka 20000 Uraneinheiten beträgt, die Anzahl der von 1 g Uran per sec ausgesandten α-Teilchen nach Geiger und Rutherford[2]) $2{,}3 \cdot 10^4$ ist, und das Verhältnis der Durchschnittsreichweite der α-Strahlen des Aktiniums und der des Urans ungefähr 1,6 beträgt. Da nur $^1/_5$ der vom Aktiniumpräparat abgegebenen α-Teilchen vom Zerfall der Emanation herrühren und die Konstante der Aktiniumemanation $\lambda = 0{,}18\,\text{sec}^{-1}$ ist, ergibt sich für die Zahl der pro sec gebildeten Emanationsatome $\frac{3 \cdot 10^6}{3 \cdot 0{,}18} = 5 \cdot 10^6$. Es ist letztere die maximale Zahl der Emanationsatome, welche unser Präparat dem über ihm streichenden Luftstrom abzugeben vermag. Falls der letztere mit 0,2 cm³ per sec Geschwindigkeit streicht, so werden 10^{18} Luftmoleküle[1]) maximal $5 \cdot 10^6$ Emanationsatome mitschleppen.

Die maximale Emanationskonzentration unserer Luftphase beträgt demnach $5 \cdot 10^{-12}$, die tatsächliche jedoch, da ein großer Teil der Emanation innerhalb des Präparates abstirbt, in den meisten Fällen kaum mehr als 10^{-15}.

1) Proc. Roy. Soc. **85** A, 77, 1911.
2) Phil. Mag. **228**, 697, 1910.

1) Nach Rutherford und Geiger (diese Zeitschr. **10**, 44, 1909) enthält 1 ccm Luft $2{,}7 \cdot 10^{19}$ Moleküle.

Über die Absorption der Aktiniumemanation durch Kohle.

Daß Kokosnußkohle ein hohes Absorptionsvermögen für alle Emanationen besitzt, wurde bereits von Rutherford[1]) festgestellt, derselbe ermittelte später[2]) die Absorption der Radiumemanation durch Kokosnußkohle und Boyle[3]) die von Thoriumemanation durch dasselbe Absorbens.

Experimentelles.

Zur Ermittlung der Absorption in Kohle diente die für Flüssigkeiten angewandte Strömungsmethode, die Versuchsanordnung war die bereits beschriebene, nur die Absorptionsflasche (c) wurde durch ein 6 cm langes Röhrchen (i) von 5 mm Durchmesser ersetzt (siehe Fig. 1). Das an beiden Enden mit Glaswolle verschlossene Röhrchen enthielt die Kokosnußkohle. Versuche wurden bei 180^0, 18^0, -6^0, -79^0 und -184^0 ausgeführt, die Temperaturmessung geschah mit einem Pentanthermometer. Die komprimierte Luft, die, über das Aktiniumpräparat strömend, die Emanation mitführte, wurde hier, mit Rücksicht auf den bei 180^0 ausgeführten Versuch, durch komprimierten Wasserstoff ersetzt.

Die Berechnung des Verteilungskoeffizienten.

Der gemessene Ionisierungsstrom als Funktion der Strömungsgeschwindigkeit des emanationshaltigen Wasserstoffs und der Temperatur ist aus der Fig. 6 ersichtlich und zeigt, daß

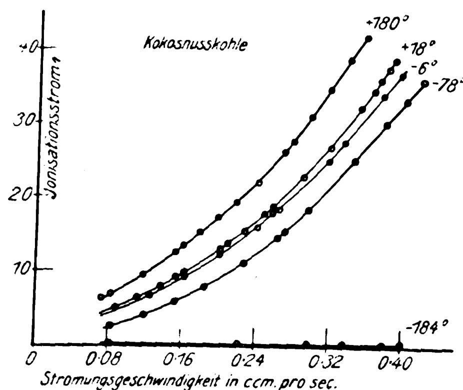


Fig. 6.

bereits bei Zimmertemperatur eine bedeutende Absorption der Emanation durch die Kohle stattfindet.

1) Nature, Okt. 1906.
2) Manchester Proc. **53**, 38, 1908.
3) Phil. Mag. **17**, 389, 1909.

Da nach den Versuchen von Boyle[1]) die Absorption der Thoriumemanation durch Kohle bei 180^0 eine sehr geringe ist und sich dasselbe für Aktiniumemanation erwarten läßt, so können wir die für 180^0 erhaltene Ionisierungsstromkurve als eine in „nicht absorbierendem" Medium erhaltene betrachten, und die Verteilung der Emanation zwischen der festen Kohlenphase und der Wasserstoffphase berechnen.

Die Absorptionsfähigkeit der Kohle ist viel größer als die der Flüssigkeiten, und so können wir hier den Verlust, den die Emanation in der Gasphase durch Zerfall erleidet, vernachlässigen im Vergleiche zu dem in der Kohlenphase erlittenen Verluste, und erhalten für den gesuchten Verteilungskoeffizienten den Wert

$$\mu = \frac{v(I-i)}{w\lambda i}.$$

$\frac{v}{w}$ = das Verhältnis der „wirksamen" Volumina,
I der bei 180^0 gemessene Ionisierungsstrom,
i der bei der betreffenden Temperatur gemessene,
λ die radioaktive Konstante.

Die Werte von I, i, $\frac{1}{4}\frac{I-i}{\lambda i}$ und μ_{18^0} sind aus der Tabelle 7 ersichtlich, der Koeffizient 1,4 trägt der bei 180^0 noch vorhandenen schwachen Absorption Rechnung und ist der obigen Untersuchung von Boyle entnommen.

Das Verhältnis der Volumina der zwei Phasen beträgt $^1/_4$, doch ist nicht das ganze Volumen der Kohle als Absorbens wirksam, sondern nur der Anteil, in welchen die Emanation hineinzudiffundieren vermag. Letzterer läßt sich aus der Diffusionskonstante der Emanation und aus ihrer Periode, wie wir es für den Fall der Diffusion in Flüssigkeiten ausführlich auseinandergesetzt haben, berechnen; doch müssen wir uns hier, da wir die Diffusionskonstante der Emanation in Kohle nicht kennen, mit einer Schätzung der oberen Grenze des wirksamen Kohlenvolumens und damit mit der einer Grenze von μ begnügen, dadurch, daß wir die Diffusionskonstante in Kohle von derselben

Tabelle 7.

q in cm^3 sec^{-1}	I	i_{18}	$\frac{1{,}4\,(I-i)}{\lambda i}$	μ_{18}
0,08	6,70	5,0	2,6	21
0,12	9.95	7,5	2,6	21
0,16	13,5	10,2	2,3	19
0,24	22,0	17,0	2,2	18
0,28	27,5	21.5	2,3	18
0,32	35,0	27,0	2,2	18
0,36	42,5	34,3	2,6	21

1) Bulletin of the Macdonald Building **1**, 1910.

Größenordnung wie für Flüssigkeiten annehmen. Es ergibt sich dann $\frac{v}{w} = \frac{1}{8}$ und $\eta = 20$.

Vergleich der Absorption von Aktiniumemanation mit der von Radium- und Thoriumemanation.

Den Verteilungskoeffizienten der Radiumemanation zwischen Kohle und Luft können wir aus den Absorptionsversuchen von Rutherford[1]) berechnen. Letzterer ließ von 0,8 g Kokosnußkohle bei -150^0 etwa 0,05 mm^3 Emanation absorbieren und fand, daß bei langsamer Erwärmung der Kohle bei 10^0 ungefähr die Hälfte der absorbierten Emanation dem 50 cm^3 fassenden Rezipienten abgegeben wurde. Wenn wir mit Homfray[2]) für die Dichte der Kokosnußkohle 1,6 annehmen, so berechnet sich für den Verteilungskoeffizienten zwischen der Kohlen- und der Gasphase

$$\frac{1 \cdot 50 \cdot 1{,}6}{1 \cdot 0{,}8} = 100.$$

Den Verteilungskoeffizienten der Thoriumemanation ermittelte Boyle[3]) nach der Strömungsmethode und durch eine ähnliche Überlegung, wie die auf der S. 1216 besprochene. Dabei machte er die Annahme, daß das ganze Volumen der Kohle wirksam ist. Obzwar, wie aus der Fig. 3 ersichtlich, wegen der größeren Periode der Thoriumemanation das wirksame Volumen verhältnismäßig größer ist als im Falle der Aktiniumemanation, wird auch hier nur ein Bruchteil des Kohlenvolumens wirksam, und so stellt die Zahl 50 nur eine untere Grenze des Verteilungskoeffizienten der Thoriumemanation dar.

In der Tabelle 8 haben wir die Verteilungskoeffizienten der drei Emanationen und die einiger nichtaktiver Gase zusammengestellt. Wir sehen aus diesen Zahlen, daß die letzteren — obzwar sie sich auf 0^0 beziehen, wo der Verteilungskoeffizient größer ist als bei Zimmertemperatur — wesentlich kleiner als die ersteren sind. Dieser Unterschied findet seine Erklärung in dem kleinen Partialdruck, der im Falle radioaktiver Gase herrscht und der beim Versuche Rutherfords 10^{-7}, bei dem des Verfassers weniger als 10^{-14} betrug.

Das Henrysche Gesetz gilt für die Absorption der Gase durch Kohle nicht, sie muß durch das Adsorptionsgesetz[4])

$$a = p^{\frac{1}{n}}$$

ersetzt werden, wo a und $\frac{1}{n}$ Konstanten sind, und das im Falle $\frac{1}{n} = 1$ das Henrysche Gesetz liefert. Nun fand Titoff[1]) bei allen von ihm untersuchten Gasen — mit Ausnahme von Wasserstoff — für $\frac{1}{n}$ einen kleineren Wert als 1; es bedeutet das so viel, daß mit abnehmendem Drucke der Verteilungskoeffizient zwischen der Kohlen- und Gasphase für die meisten Gase zunimmt. Extrapolieren wir die für die Emanation bei sehr geringem Partialdrucke gefundenen Verteilungskoeffizienten auf Atmosphärendruck, so genügt es schon, für $\frac{1}{n}$ einen von 1 nur wenig abweichenden Wert — etwa 0,9 — anzunehmen, um zu Verteilungskoeffizienten derselben Größenordnung zu gelangen, wie etwa die von Dewar[2]) für gewöhnliche Gase ermittelten und in der Tabelle 8 enthaltenen Werte.

Tabelle 8.

Gas	Temperatur	Verteilungskoeffizient zwischen Kohle und Gas	Beobachter
Kohlensäure	0^0	21	Dewar
Sauerstoff	0^0	18	Dewar
Stickstoff	0^0	15	Dewar
Argon	0^0	12	Dewar
Wasserstoff	0^0	4	Dewar
Helium	0^0	2	Dewar
Aktiniumemanation	18^0	> 20	Verfasser
Thoriumemanation	18^0	> 50	Boyle
Radiumemanation	10^0	100	Rutherford

Zusammenfassung.

Es wurde eine Strömungsmethode ausgearbeitet, welche gestattet, die Verteilung eines kurzlebenden Gases zwischen einer Gas- und Flüssigkeitsphase zu ermitteln.

Mit Hilfe dieser Methode wurde die Löslichkeit der Aktiniumemanation in: gesättigter wässeriger Kaliumchloridlösung, Wasser, Schwefelsäure, Äthylalkohol, Amylalkohol, Azeton, Benzaldehyd, Benzol, Toluol, Petroleum und Schwefelkohlenstoff ermittelt.

Die Lösungsfähigkeit der Flüssigkeiten für Aktiniumemanation nimmt in der oben gegebenen Reihenfolge zu. Letztere deckt sich völlig mit der für Radium- und Thoriumemanation gefundenen, woraus auf die nahe chemi-

1) l. c.
2) Zeitschr. f. phys. Chem. 77, 129, 1910.
3) l. c.
4) Freundlich, Kapillarchemie, S. 92.

1) Zeitschr. f. phys. Chem. 74, 657, 1910.
2) Dewar, Proc. Roy. Soc. 74, 122, 1904.

sche Verwandtschaft der drei Emanationen geschlossen wurde.

Der Verteilungskoeffizient der Aktiniumemanation zwischen Wasser und Luft bei Zimmertemperatur beträgt 2, ist demnach größer als der für Thoriumemanation gefundene, der 1, und der für Radiumemanation gefundene, der 0,3 beträgt.

Ähnlich wie für Radium- und Thoriumemanation ist der Verteilungskoeffizient der Aktiniumemanation zwischen Kokosnußkohle und Luft bereits bei Zimmertemperatur ein sehr hoher, seine untere Grenze wurde zu 20 ermittelt.

Herrn Professor Rutherford möchte ich auch an dieser Stelle herzlich für das fördernde Interesse danken, welches er der vorliegenden Untersuchung entgegengebracht hat.

(Eingegangen 14. November 1911.)

Thermischer Indikator zur Resonanzabstimmung nach der Nullmethode.

(Vorläufige Mitteilung.)

Von L. Isakow.

§ 1. Bei radiotelegraphischen Messungen, welche irgendwie mit einer Abstimmung auf Resonanz verknüpft sind (wie besonders bei der Bestimmung von Wellenlängen und Dämpfungsdekrementen) verwendet man gewöhnlich als Resonanzindikator einen Apparat, welcher den Stromeffekt im sekundären (resonierenden System), d. h. die Größe $I_2 = \int i_2^2 dt$, mißt. Dabei wird die Lage der Resonanz aus der Lage des Maximums und das Dämpfungsdekrement aus der Schärfe des Maximums bestimmt. Diese Methode zur Bestimmung der beiden Größen enthält ersichtlich Züge, welche für eine genaue Bestimmung jener Größen sehr ungünstig sind, besonders im Hinblick auf die praktisch unvermeidlichen Schwankungen der Energie im primären (gebenden) System.

Bekanntlich haben aber Mandelstam und Papalexi[1]) eine neue Methode vorgeschlagen, welche sich auf die Eigenschaften der Funktion

$$I_{12} = \int i_1 i_2 dt$$

stützt (i_1 und i_2 die Momentanwerte des Stromes im gebenden und resonierenden Kreis): Bei Änderung der Periode des resonierenden Kreises in der Nähe der Resonanz geht I_{12} von einem Maximum durch Null (Resonanz) zu einem Minimum. Die Größe der Dämpfung bestimmt sich aus der Lage des Maximums und Minimums[1]). Hier liegen also die Verhältnisse für die Bestimmung der Lage der Resonanz und der Dämpfung viel günstiger als bei der ersten Methode.

Mandelstam und Papalexi bauten ein Instrument, dessen Ausschläge proportional zu I_{12} sind[2]). Bei den großen Vorzügen dieses Resonanzindikators — er ist vor allem der einzige Indikator, dessen Angaben unabhängig sind von den Schwankungen der Erregerenergie — ist es bedauerlich, daß er eine sorgfältigere Aufstellung und Behandlung verlangt, als sie bei den technischen Anwendungen außerhalb des Laboratoriums gewährleistet werden kann.

Kurz vor dem Erscheinen der Abhandlung von Mandelstam und Papalexi wurde ein rein technisches Instrument für denselben Zweck beschrieben[3]), ausgearbeitet im Laboratorium der Firma „Gesellschaft fur drahtlose Telegraphie"; übrigens nahm der Konstrukteur, wie das später im Drucke konstatiert wurde, die Idee der Anwendung der Funktion I_{12} bei Mandelstam und Papalexi. Dieses Instrument besteht aus einem Differential-Luftthermometer und seine Funktion beruht auf der Identität

$$(i_1 + i_2)^2 - i_1^2 - i_2^2 = 2 i_1 i_2.$$

Leider liegen keine Daten vor, aus denen man sich ein Urteil über die praktische Verwendbarkeit dieses Instruments bilden könnte. Man muß vermuten, daß seine Eigenschaften denen des gewöhnlichen Rießschen Luftthermometers ähnlich sind, welche man anfänglich bei radiotelegraphischen Messungen benützte, dann aber, hauptsächlich wegen ihrer geringen Empfindlichkeit, fallen ließ.

§ 2. Bei der Suche nach einem bequemen und zugleich genauen Verfahren zur Bestimmung der Resonanz gelangte ich dazu, das folgende Schema zur Messung der Funktion I_{12} auszuprobieren. Ich erlaube mir es zu beschreiben, weil es sich als sehr empfindlich und bequem erwies.

Das Schema beruht auf der Identität

$$(i_1 + i_2)^2 - (i_1 - i_2)^2 = 4 i_1 i_2.$$

Als Indikatoren für die beiden quadratischen Stromeffekte werden Thermoelemente im Vakuum benützt. Das allgemeine Schema ist aus Fig. 1

1) Mandelstam u. Papalexi, Ann. d. Phys. 33, 490, 1910.

1) Der Gang der Funktion I_{12} in der Umgebung der Stelle der Resonanz hat denselben Charakter, wie der Gang des Brechungsindex im Gebiet der anomalen Dispersion. Genauer: von den beiden Größen, welche in der Theorie der Dispersion mit dem Brechungsindex n und dem Absorptionskoeffizienten k zusammenhängen, steht die Größe $n^2 - k^2 - 1$ in Beziehung zu $I_{12} : I_1$ und die Größe $2nk$ zu $I_2 : I_1$.

2) l. c.

3) L. Kann, diese Zeitschr. 11, 503—507, 1910.

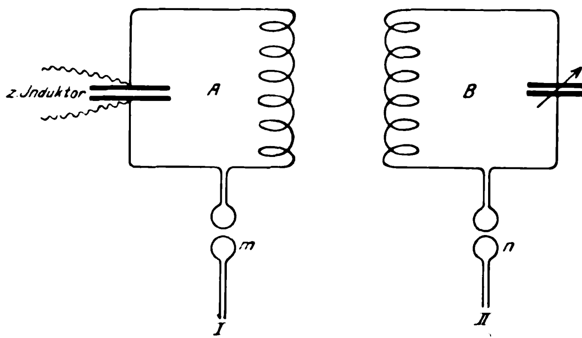


Fig. 1.

ersichtlich, das des Thermoindikators selbst aus Fig. 2. — Mit dem primären und dem sekundären System (A bzw. B) sind (sehr lose) induktiv gekoppelt die untereinander gleichen Spulen m und n[1]). Sie bestehen aus wenigen Drahtwindungen und sind bei I und II an den Thermoindikator angeschaltet. Der Thermoindikator enthält eine Art Wheatstonescher Brücke: zwei Seiten werden gebildet von den durch Ströme zu erwärmenden Drähten ab und $a'b'$ zweier gleicher Thermoelemente. Die beiden anderen Seiten bestehen aus den induktions-

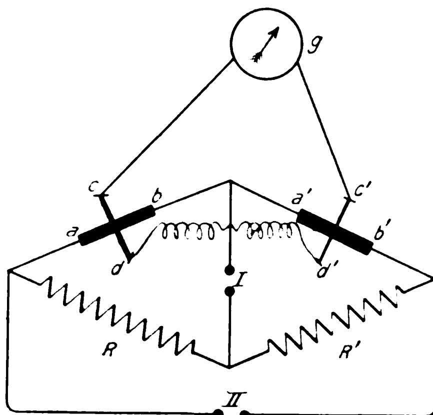


Fig. 2.

freien Widerständen R und R'. In die Diagonalen I und II sind die oben erwähnten Spulen m und n eingeschaltet. Die Brücke ist in jeder Beziehung symmetrisch bezüglich der Diagonale I. Es ist also

$$r_{ab} = r_{a'b'} \qquad R = R',$$

überdies wurde (zugunsten der Empfindlichkeit)

$$R = r_{ab}$$

gemacht.

Die Thermoelemente cd und $c'd'$ sind einander entgegen an das Galvanometer G geschaltet, wobei die Punkte d, d' durch eine Spule von

1) Die Beschränkung auf diese Art der Koppelung ist eine vorläufige.

hoher Selbstinduktion (und kleinem Widerstand) miteinander verbunden sind, damit kein merklicher Bruchteil der Ströme hoher Frequenz, welche durch ab, $a'b'$ gehen, über dd' sich abzweige.

Der Indikator arbeitet folgendermaßen: Da wegen der Symmetrie der Anordnung die Relation

$$r_{ab} : r_{a'b'} = R : R'$$

erfüllt ist, so übt der Strom im Zweig I keine Wirkung auf den Zweig II aus und umgekehrt. Jede der beiden Spulen m und n ist durch einen rein Ohmschen Widerstand kurzgeschlossen. Die durch I und II fließenden Ströme j_1, j_2 besitzen — wie eine genaue Überlegung zeigt — bei genügender Kleinheit der Selbstinduktion von m und n die gleiche Phasendifferenz, wie die Ströme in den Schwingungskreisen A und B; überhaupt ist dann

$$\int j_1 j_2 dt = c \int i_1 i_2 dt.$$

Durch ab und $a'b'$ fließen die Ströme

$$\frac{j_1 + j_2}{2} \text{ und } \frac{j_1 - j_2}{2}.$$

Die Angaben des Galvanometers werden also proportional sein zu

$$\int \left(\frac{j_1 + j_2}{2}\right)^2 dt - \int \left(\frac{j_1 - j_2}{2}\right)^2 dt = \int j_1 j_2 dt.$$

§ 3. Die vollständigere Darlegung der Theorie des Instruments werde ich an anderer Stelle geben[1]). Hier nur noch einige Bemerkungen betreffs der praktischen Eigenschaften des Instruments.

Die kleinen Differenzen, welche die käuflichen Thermoelemente bezüglich ihrer Empfindlichkeit und ihres Widerstands zeigen, kann man kompensieren durch Schuntierung des empfindlicheren Elements bzw. durch Zusatzwiderstände. Dabei kann man folgendermaßen verfahren: Man schickt einen Strom sehr hoher Frequenz nur durch eine der beiden Diagonalen, während man die andere Diagonale ungeschlossen läßt. Daraus, daß sowohl bei Anregung der Diagonale I als auch bei Anregung der Diagonale II das Galvanometer stromlos bleibt, erkennt man, daß sowohl die Widerstände als die Empfindlichkeiten der beiden Thermoelemente ausgeglichen sind. Die Anwendung nahe gleicher Thermoelemente macht den Indikator unempfindlich gegen zufällige äußere Temperaturschwankungen.

Ist die Energie im Primärkreise von der Größenordnung wie bei Anregung durch einen Funkeninduktor, so kann man als Galvanometer

1) Ich hoffe mittlerweile ein etwas modifiziertes Schema, bei welchem die Thermoelemente durch Vakuumbolometer ersetzt sind, auf seine Brauchbarkeit prüfen zu können.

ein Zeigergalvanometer benützen und in diesem Falle ist der Resonanzindikator vollkommen portativ. Im Laboratorium, bei der Benützung eines Spiegelgalvanometers, läßt sich die Energie im Primärkreis natürlich weitaus kleiner wählen.

Die vorläufigen Messungen ergaben Kurven, die dem zu erwartenden Verlauf von I_{12} vollkommen entsprechen. Die Empfindlichkeit auf Resonanzeinstellung war so groß, daß bei Benützung der gewöhnlichen technischen Kondensatoren variabler Kapazität ihre Regulierbarkeit schon nicht mehr stetig genug ist, um die Nullstellung des Galvanometers zu erreichen. Der Nullwert von I_{12} wird durch Interpolation aus zwei Kondensatorstellungen gewonnen, die dem Galvanometer eben schon Anschläge entgegengesetzten Vorzeichens erteilen.

Die Ausarbeitung der Methode wird gegenwärtig fortgesetzt.

Petersburg, Elektrotechn. Abteil. d. Hauptkammer f. Maße u. Gewichte.

(Aus dem Russischen übersetzt von P. Ehrenfest.)

(Eingegangen 30. Oktober 1911.)

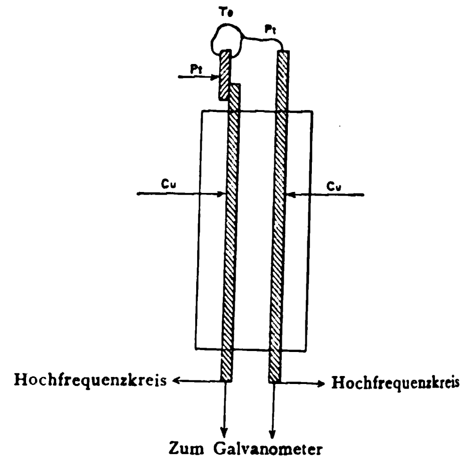
Thermoelemente für Versuche mit Hochfrequenzströmen. (Thermoelements for Experiments with High Frequency Currents.)

Von L. W. Austin.

Das im folgenden beschriebene Verfahren zur Herstellung empfindlicher Thermoelemente dürfte für solche Forscher von Interesse sein, die mit Hochfrequenzströmen Versuche anstellen. Abgesehen von dem Umstande, daß sie nicht mit Gleichstrom geeicht werden können, haben diese Thermoelemente gegenüber dem Typus mit gekreuzten Drähten keinen Nachteil und sind beträchtlich empfindlicher als die gewöhnlich erhältlichen.

Das Herstellungsverfahren ist folgendes:

Zwei Kupferdrähte werden nebeneinander mit ungefähr 3 mm Abstand verlegt und so in Isoliermaterial eingebettet, daß ihre Enden herausragen (siehe die Figur). An das Ende des einen Drahtes wird ein etwa 5 mm langes Stück 0,02 mm dicken Platin- oder Konstantandrahtes angelötet. An das Ende des anderen wird ein kurzes Stück Platindraht Nr. 20[1]) angelötet, an dessen Ende zuvor ein Tellurkügelchen befestigt worden ist, während das Platin weißglühend war[2]). Das Ende des feinen Drahtes war dann gegen das Tellur angelegt worden



und die beiden auf elektrischem Wege mit Hilfe eines kleinen Induktors, mit dessen Sekundärspule ein hoher Widerstand in Reihe geschaltet war, zusammengeschweißt worden. Der Kontakt wird weniger zerbrechlich sein, wenn die Schweißung in einer sauerstofffreien Atmosphäre vorgenommen wird. Der Widerstand eines auf diese Weise hergestellten Thermoelementes kann irgendwo zwischen 5 und 50 Ohm liegen, je nach den Verhältnissen der Schweißung und nach dem Widerstande des dünnen Drahtes, und zwar ist der niedrigere Widerstand etwas schwieriger zu erhalten. Das Thermoelement wird alsdann in ein Probiergläschen eingeschlossen, und falls es vermutlich rauher Behandlung ausgesetzt werden wird, kann man das Ganze mit einer Zwischenlage von Watte oder Filz in ein zweites Probiergläschen einschließen. Auf diese Weise hergestellte Thermoelemente sind bei sorgsamer Behandlung äußerst beständig und in ihren elektrischen Eigenschaften für lange Zeit vollkommen konstant. Ein Thermoelement von 11 Ohm Widerstand ist nunmehr seit nahezu zwei Jahren im Laboratorium beständig im Gebrauch und hat während dieser ganzen Zeit keine merkliche Änderung gezeigt. Diese Thermoelemente lassen sich ihrer Bauart wegen nicht mit Gleichstrom eichen, sie lassen sich aber, wenigstens im Gebiet stärkerer Hochfrequenzströme, mit einem empfindlichen Hitzdrahtinstrument vergleichen, das bereits geeicht und mit Einrichtung für Spiegel- und Skalaablesung versehen ist[1]). Der Vergleich läßt

1) Nr. 20 Halifax Wire Gauge = Nr. 10 Millimeterdrahtlehre = 1 mm Durchmesser. (D. Übers.)

2) Wenn man weißglühenden Platindraht in Tellur einführt, so bildet er einen praktisch widerstandsfreien Kontakt.

1) Das benutzte Hitzdrahtinstrument war ein Voltmeter der General Electric Company mit einem Draht von 15 Ohm Widerstand, das einen Ausschlag über die ganze Skala bei 240 Milliampere gab. Mittels eines an dem Zeiger befestigten Spiegels, oder — was weniger vorzuziehen ist — bei Beobachtung des Zeigers selbst durch ein Mikroskop, ist ein Strom von 1 Milliampere leicht abzulesen. Die Konstanz ist so gut, wie man sie nur wünschen kann. (Siehe Electrical World **49**, 308, 1907.)

sich natürlich auch mit Draht-Thermoelementen gewöhnlicher Bauart oder mit einem Duddellschen Thermogalvanometer anstellen. Die nachstehende Tabelle zeigt die Proportionalität zwischen den Galvanometerausschlägen eines bereits geeichten Konstantan-Platin-Thermoelementes und denen des Tellur-Platin-Elementes.

Galvanometerausschläge		Verhältnis
Platin-Konstantan	Tellur-Platin	
2,2	62	28
4,0	108	27
6,2	176	28.5
9,1	255	28
18,5	510	27,5
20,3	560	27,5
24,6	700	28,5
29,1	810	28

Das Thermoelement mit 32 Ohm Widerstand ergab mit dem empfindlichsten Galvanometer einen Ausschlag von ungefähr 1 mm für 120 Mikroampere. Für Thermoelemente mit niedrigem Widerstand, von 1 Ohm oder dergleichen, kann man das Tellur in der Figur durch ein Stückchen 0,02 mm starken Konstantandrahtes ersetzen und so ein Konstantan-Platin-Element herstellen, indem man die Drähte an der Verbindungsstelle leicht verlötet. Ein solches Thermoelement wird mit einem empfindlichen Galvanometer eine Empfindlichkeit von ungefähr 1×10^{-3} Ampere für 1 mm Ausschlag haben.

U. S. Naval Wireless Telegraphic Laboratory, Washington, August 1911.

(Nach dem Manuskript aus dem Englischen übersetzt von Max Iklé.)

(Eingegangen 15. September 1911.)

Ein Modell zum Relativitätsprinzip.

Von H. Rohmann.

Zu seinem Vortrage „Physikalisches über Raum und Zeit"[1]) hat Herr Prof. Cohn ein Modell angegeben, dessen Konstruktion ich auf seine Anregung hier näher beschreibe.

Das Modell soll Längen und Zeitmessungen veranschaulichen in zwei zueinander bewegten Systemen, für die das Einsteinsche Relativitätsprinzip gilt. Dementsprechend ist am Modell eine gewisse Signalgeschwindigkeit c vorhanden, welche dieselbe Rolle spielt, wie die Lichtgeschwindigkeit in der dem Prinzip gehorchenden Welt. Ferner hat man zwei Bezugssysteme (d. h. Längenmaßstäbe mit an geeigneten Punkten angebrachten Uhren), von denen das eine (S) gegen den Beschauer ruht (im folgenden kurz festes oder Sonnensystem genannt) und das andere (E) dagegen mit einer gewissen Geschwindigkeit v bewegt ist (bewegtes oder irdisches System).

Der Beobachter kann einem solchen Modell gegenüber zwei verschiedene Standpunkte einnehmen: entweder er denkt sich in einem der beiden Systeme, wobei er als größte Signalgeschwindigkeit die „Lichtgeschwindigkeit" c des Modells zur Verfügung haben soll (derselbe Standpunkt, den wir der Welt gegenüber einnehmen, wenn das Relativitätsprinzip gilt), oder aber, er kann das Modell wirklich betrachten, also Zeiten und Längen messen mit Hilfe einer gegen die „Lichtgeschwindigkeit" c unendlich großen Signalgeschwindigkeit. Auf letztern Standpunkt werden wir uns natürlich für die Konstruktion des Modells stellen.

Für einen Beobachter der ersten Art sollen die bekannten Transformationsgleichungen gelten:

$$\left.\begin{aligned} &\text{a)}\quad t' = \beta\left(t - \frac{v}{c^2}x\right) \\ &\text{b)}\quad x' = \beta(x - vt) \end{aligned}\right\} \qquad (1)$$

$$\left.\begin{aligned} &\text{a)}\quad t = \beta\left(t' + \frac{v}{c^2}x'\right) \\ &\text{b)}\quad x = \beta(x' + vt'). \end{aligned}\right\} \qquad (2)$$

$$y = y',\ z = z',\ \beta = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}.$$

Dabei sind t, x, y, z Zeit und Koordinaten im System S, t', x', y', z' im System E; die x- und x'-Richtung fallen mit derjenigen der Relativbewegung zusammen.

Das Modell ist nun so eingerichtet, daß die Gleichungen gelten, ein Beobachter erster Art findet also beide Bezugssysteme gleichwertig. Der Beobachter zweiter Art wird dagegen einem bestimmten System eine Ausnahmestellung zuerkennen; er findet nämlich eines, relativ zu dem die Lichtausbreitung wirklich[1]) gleichförmig ist, für das also zwei in entgegengesetzter Richtung sich fortpflanzende „Lichtsignale" wirklich dieselbe Relativgeschwindigkeit haben. Ruht er selbst gegen dieses System, so werden dessen Uhren und Maßstäbe mit den seinen übereinstimmen, Zeit und Längen darin sind richtig. (Im Modell ist S dieses ausgezeichnete System.)

Im bewegten System scheinen ihm diese Größen dagegen verändert, d. h. gemessen durch die bewegten Uhren und Maßstäbe, andere Werte als die richtigen zu haben.

Nach obigem können wir nun statt der

---

1) E. Cohn, Himmel und Erde **23**, 117, 1910, auch Leipzig, B. G. Teubner, 1911.

1) Wirklich und richtig soll immer im Sinne des Beobachters zweiter Art verstanden sein.

richtigen Länge die im System S gemessene setzen und erhalten so die zur Konstruktion nötigen Beziehungen wie folgt:

a) für die richtige Länge $x_2 - x_1$ einer Strecke, die im bewegten System als $x_2' - x_1'$ gilt: aus 1 b)

$$(x_2 - x_1) = \frac{1}{\beta}(x_2' - x_1'); \qquad (3)$$

b) für das richtige Zeitintervall $t_2 - t_1$, das einem im bewegten System zu $t_2' - t_1'$ gemessenen entspricht: aus 2a)

$$t_2 - t_1 = \beta(t_2' - t_1'); \qquad (4)$$

c) drittens ergibt sich aus 1 a), daß zur Zeit $t = 0$ eine Uhr des bewegten Systems, die sich gerade an der Stelle $x = 0$ befindet (für die also auch $x' = 0$), die bewegte Zeit $t'_{x=0} = 0$ anzeigt, und daß eine andere an der Stelle $x = x$ die Zeit $t'_{x=x} = -\beta \frac{v}{c^2} x$ zeigt. Zwei Uhren im bewegten System, die voneinander um die richtige Strecke x entfernt sind, zeigen also „in Wirklichkeit" eine um

$$t_x' = -\beta \frac{v}{c^2} x \text{ verschiedene Zeit.} \qquad (5)$$

Nach diesen Vorbemerkungen kommen wir nun zur Ausführung des Modells (s. dazu die Gesamtansicht und die beiden Zeichnungen).

Die „Lichtgeschwindigkeit" c wird gegeben durch die Geschwindigkeit, mit der sich eine auf ein Band ohne Ende aufgesetzte Marke bewegt. Das Lichtsignal geht vorwärts oder zurück, je nachdem es auf den einen oder andern Teil der Schnur aufgesetzt ist. In derselben Weise wird der als bewegtes System dienende Wagen C vorwärtsgetrieben. Die Schnüre laufen um Schnurscheiben, welche auf zwei gemeinsamen Achsen an den Enden eines etwa 2,60 m langen Brettes sitzen (A_1 für die „Lichtgeschwindigkeit c, A_3 für die Systemgeschwindigkeit v). Die Führungsrollen A_1' und A_3' leiten die Schnüre in geeignete Lage und erlauben gleichzeitig ein Nachspannen.

Das Verhältnis der Radien A_3 und A_1 bestimmt das Verhältnis $\frac{v}{c}$ (die Größe dieser Radien, sowie der übrigen Dimensionen des Modells sind unten in einer Tabelle zusammengestellt).

$\frac{v}{c}$ wurde rund gleich $\frac{3}{4}$, genauer $= 0,746$ gemacht, entsprechend $\beta = \frac{3}{2}$; die Werte empfehlen sich, da sie für die Demonstration eine bequeme Rechnung und zugleich eine gut sichtbare Verkürzung ergeben.

Auf der Triebachse am rechten Ende sind außer A_1 und A_3 noch A_2 und A_4 befestigt. A_2 dient zum Antrieb des Ganzen durch einen Motor oder eine Handkurbel. A_4 überträgt vermittelst der ihr gleichen Rollen A_4', A_4'' und A_5 die Bewegung auf A_6 und diese dreht durch eine gekreuzte Schnur die Scheibe B_1, die auf der Zeigerachse der festen Uhr S_1 sitzt. Da auf diese Weise die Uhr sich nur dreht, wenn auch Wagen und Lichtsignal sich bewegen (und die bewegten Uhren ähnlich gekoppelt sind), so kommt es nicht darauf an, das Modell in gleichförmiger Weise zu bewegen. Man kann in irgendeinem Moment die Bewegung unterbrechen, um die Ablesungen zu machen.

Die zweite Uhr S_2 des festen Systems ist durch die einander gleichen Schnurscheiben B_2' B_2'' synchron mit der ersten verbunden. Die beiden Uhren sind auf einem Träger B am Grundbrett befestigt; die Achsen liegen in einer Entfernung von 60 cm voneinander. Die Zifferblätter, auf denen die Zeiger spielen, sind in 12 Teile eingeteilt, die wir Stunden nennen, um die Angaben bequem aussprechen zu können. Dabei ist die Drehungsgeschwindigkeit so gewählt, daß bei keinem Versuche Zeiten über 12 Stunden vorkommen. Eine feste Uhr dreht sich um $7^2/_3$ Stunden, wenn das Lichtsignal um 60 cm vorrückt.

Der Wagen C (das bewegte System) besteht aus einem Gestell, das mit 4 Rädern C_0' C_0'' auf Schienen läuft. Auf der linken Radachse sitzt eine kleine Schnurrolle C_1, deren Bewegung auf die Scheibe C_2 und damit auf die Zeigerachse der bewegten Uhr E_1 übertragen wird. Die zweite Uhr ist wieder mit der ersten durch C_3' und C_3'' gekoppelt. Die richtige Entfernung der beiden Uhrenachsen ist gleich 40 cm, was nach (3) für $\beta = \frac{3}{2}$ „60 cm" gemessen im bewegten System, entspricht. Das Übersetzungsverhältnis für die Uhrengeschwindigkeit ist nach (4) so gewählt, daß die Uhren im Verhältnis β langsamer laufen als eine feste Uhr. E_2 kann gegen E_1 um die nach (5) berechnete Zeit einfach verdreht werden.

Die Zeichnungen geben eine in den Verhältnissen richtige Darstellung des Modells, in der Tabelle sind außerdem noch die wichtigsten Maße aufgeführt. Da die Übertragung durch Schnüre geschieht, läßt sich bei der Berechnung der Schnurscheiben eine gewisse Unsicherheit nicht vermeiden und die genauere Justierung muß daher durch Abdrehen entsprechender Scheiben und Probieren gemacht werden[1]).

---

1) Herr Mechaniker Rolf vom hiesigen Institut hat uns durch die sorgfältige Ausführung des Modells sehr unterstützt; er liefert derartige Modelle zu angemessenem Preise.

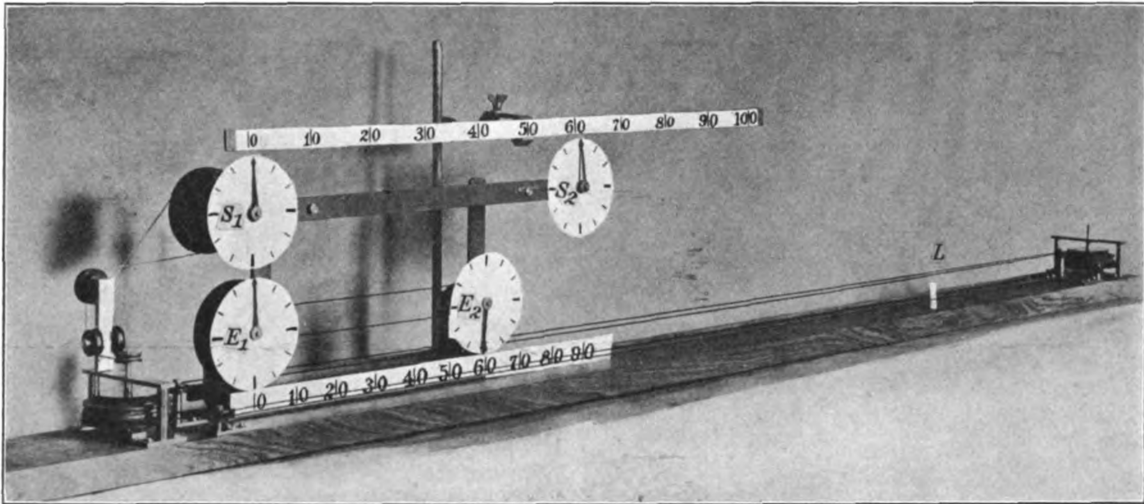


Fig. 1.

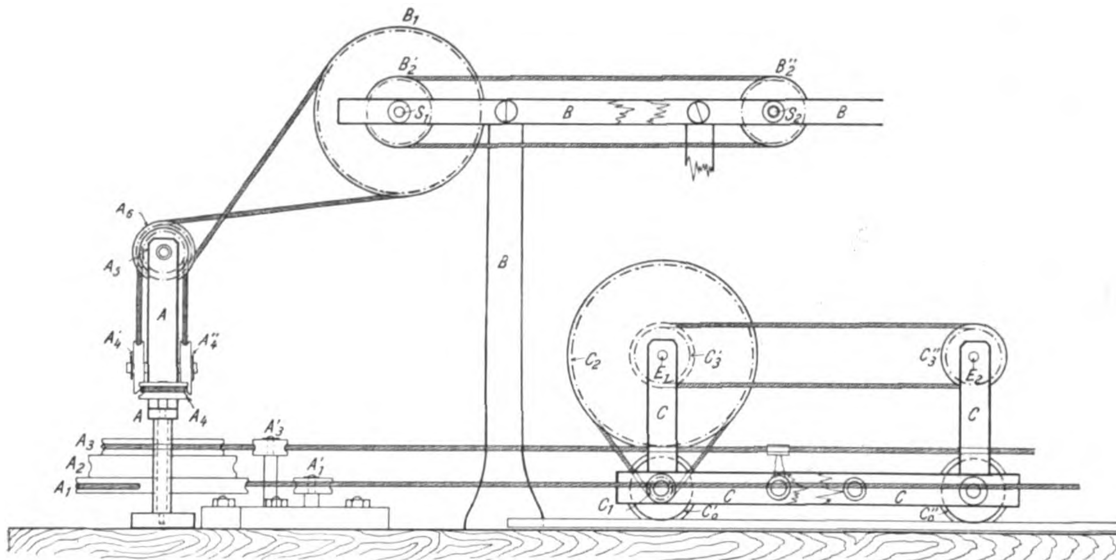


Fig. 2.

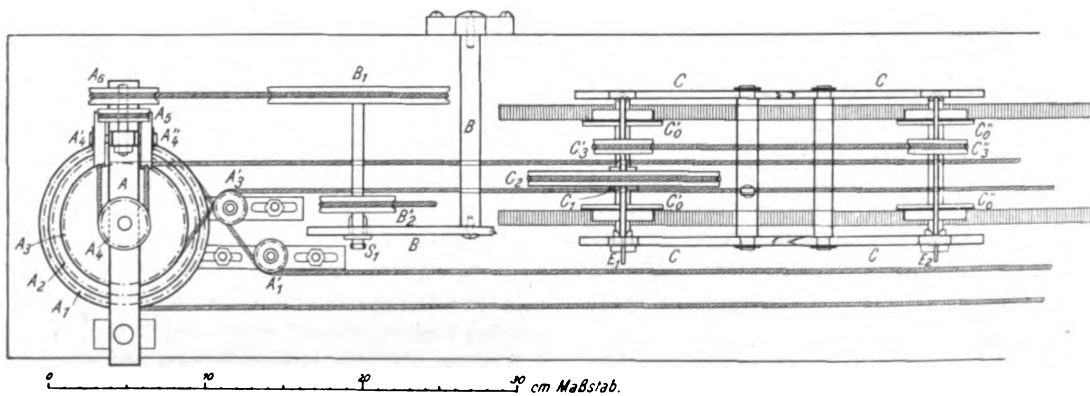


Fig. 3.

In der Tabelle sind die Durchmesser der Schnurscheiben so angegeben, wie sie sich an einem ziemlich genaue Werte ergebenden Modell herausstellten, bei dem gedrehte Seidenschnüre von etwa 2 mm Durchmesser verwandt wurden.

Tabelle.

$\beta = {}^3/_2 \qquad \frac{v}{c} = {}^3/_4$ genauer 0,746

$c = \frac{60\text{ cm}}{7^5/_6{}^h}. \qquad v = \frac{60\text{ cm}}{10^1/_2{}^h}.$

Eine bewegte Uhr dreht sich um 7^h, wenn eine feste Uhr sich um $10^1/_2{}^h$ bewegt.

Phasenverschiebung von E_2 gegen $E_1 : t_x' = -5^5/_6{}^h$.

Länge des festen Systems
= Abstand von $S_1 S_2$ = 60 cm,
„ „ bewegten Systems
= Abstand von $E_1 E_2$ = 40 cm.

Durchmesser der Schnurscheiben.

A_1	104 mm	B_1	104 mm
A_2	90 mm	$B_2 B_2'$	34 mm
A_3	75 mm	$C_0' C_0''$	40 mm
$A_4 A_4' A_4'' A_5$	28 mm	C_1	12 mm
A_6	36,5 mm	C_2	114 mm
$A_1' A_3'$	24 mm	$C_3 C_3'$	34 mm

Länge der Schienen 2 m.

Für die Demonstration verweise ich auf E. Cohn, l. c.

Straßburg/Els., Physik. Inst. 30. Juli 1911.

(Eingegangen 4. August 1911.)

Bemerkung zu meiner Arbeit über kristalline Flüssigkeiten[1]).

Von H. v. Wartenberg.

Zu meinem Bedauern habe ich übersehen, daß die Frage nach dem Verhalten kristalliner Flüssigkeiten im Magnetfeld bereits $1^1/_2$ Monat vor mir von Herrn Mauguin[2]), was die Versuche betrifft, mit demselben Resultat behandelt ist, wie der Autor mir selbst freundlichst mitteilte. Da Herr Mauguin im Gegensatz zu mir durch sorgfältige Reinigung der Glaströge kapillare Richtkräfte vermied, gelang ihm auch bei Beobachtung $\perp$ zu den Kraftlinien ein Verhalten der Flüssigkeit zu konstatieren, das genau dem eines einachsigen Kristalls entsprach, den man $\perp$ zur optischen Achse untersucht.

1) Diese Zeitschr. **12**, 837, 1911.
2) C. R. **152**, 1680, 12. Juni 1911.

(Eingegangen 21. November 1911.)

Das Physikalische Institut der Universität La Plata[1]).

Von Margrete Bose.

Als mein geliebter Mann, Prof. Dr. Emil Bose, starb, hatte er eben die große Aufgabe gelöst, ein erstklassiges, vollauf modernes physikalisches Institut hier einzurichten.

Im Laufe von kaum zwei Jahren war es ihm durch unermüdliche, hingebungsvolle Arbeit gelungen, das Institut fertigzustellen und den physikalischen Unterricht in allen Richtungen zu ordnen, Pläne für neue Institute, die sich an das physikalische angliedern sollten, wurden ausgearbeitet, fröhliche Vorbereitungen zu wissenschaftlicher Tätigkeit getroffen, da fiel der Schatten des Todes über ihn, und er ruht nun aus von seiner Mühe auf dem Friedhofe von La Plata.

Als die Gefährtin meines Mannes nicht nur im häuslichen, sondern auch im wissenschaftlichen Leben, werde ich in folgendem versuchen, seine hiesige Wirksamkeit zu schildern und das eben vollendete Institut zu beschreiben.

Im März 1909 wurde Prof. Dr. Emil Bose durch den Präsidenten der National-Universität La Plata, Dr. Joaquin V. Gonzalez, berufen, um dort ein physikalisches Institut einzurichten und dessen Unterricht zu organisieren. Am 27. Mai gleichen Jahres langte er in Buenos Aires an, und übernahm am folgenden Tage in La Plata das Physikalische Institut, d. h. eine physikalische Demonstrationssammlung, die zum größeren Teile in einem Privathause untergebracht war, und einen Neubau, der eigentlich anderen Zwecken bestimmt gewesen war.

Ehe mein Mann nach La Plata kam, war das Physikalische Institut dort nach dreijährigem Bestehen aufgelöst worden. Dessen Personal war folgendes gewesen: Der Direktor, ein Professor der Physik, ein „Profesor adjunto", zwei erste und zehn jüngere Assistenten, je ein Sekretär für das Kabinett und für die Werkstätten, zwei Mechaniker, sieben Tischler, drei Diener; seine Wirksamkeit umfaßte: eine physikalische Vorlesung ohne jegliche Demonstrationen, ferner physikalische Übungen, deren Art und Anzahl in jeder Beziehung zu wünschen ließ. Die Studenten waren außerdem verpflichtet, in den Tischler- und Mechanikerwerkstätten des Physikalischen Institutes pro Studienjahr 300 Stunden zu arbeiten; gleichzeitig wurden dort Lehrjungen aus der Stadt angenommen und ausgebildet.

Nachdem mein Mann einen „Profesor adjunto" (entsprechend dem Professor a. o. deutscher Universitäten), einen ersten und zwei zweite Assistenten (die beiden letzten Studenten), einen

1) Instituts-Neubauten Nr. IX (Nr. VIII: diese Zeitschrift **12**, 818, 1911).

Mechaniker, einen Tischler und zwei Diener angenommen hatte, sah er sich erst die Sammlung an und fand eine sehr große Demonstrationssammlung vor, die von einer deutschen Firma „en bloc“ geliefert worden war. Wissenschaftliche Meßinstrumente irgendwelcher Art waren fast nicht vorhanden.

Neben eifrigster Arbeit an den Plänen für die Inneneinrichtung des Neubaues wurde schon in den ersten Wochen ein physikalisches Praktikum ins Leben gerufen, so gut es sich eben machen ließ. Jeder verfügbare Raum in der Sammlung, die Glasveranda des Hauses, das ehemalige Dienerzimmer im ersten Stock auf der anderen Seite des Hofes und dieser selbst wurden hierzu benutzt. Nach meiner Ankunft, anfangs Juli, begannen die Übungen (zweimal wöchentlich drei Stunden), die bis Mitte November, 14 Tage länger als das Studienjahr (März bis Oktober) fortgesetzt wurden, um etwas von der versäumten Zeit einzubringen.

Die Pläne für das neue Institut waren inzwischen mit Hilfe des „Profesor adjunto“, Ingeniero A. Pereyra Miguez, so schnell gefördert worden, daß schon Mitte Juli detaillierte Vorschläge für die Installationen von Gas, Wasser und elektrischer Beleuchtung, für die Maschinen für hoch- und niedergespannten Gleich- und Wechselstrom, für einen fünfstufigen Hochdruckkompressor samt einer Luftverflüssigungsanlage, und schließlich für die Einrichtung des großen Hörsaales im Institut dem Präsidenten der Universität vorgelegt werden konnten, und am 27. Juli wurden die Vorschläge dem Ministerium (Ministerio de Justicia é Instruccion Pública) unterbreitet.

Mitte Oktober wurden nach gleichfalls detaillierten Vorschlägen meinem Manne etwa 50000 Mark bewilligt zur Ergänzung des physikalischen Kabinetts, zum Ankauf einer Handbibliothek für das Institut und zum Ausbau der Mechanikerwerkstatt.

Anfang Dezember wurden die Jahresexamina abgehalten.

Die heißen Monate Dezember und Januar waren fast verstrichen, ehe die Arbeiten für die elektrische Installation vom Ministerium vergeben worden waren. Da diese Installation nur einen dritten Teil der Institutseinrichtung ausmachte, ermächtigte die Universität am 14. Februar meinen Mann, alle weiteren Arbeiten nach seinem Gutdünken auszuführen.

Rege Tätigkeit begann jetzt in dem Neubau. Gas- und Wasserleitungen wurden verlegt, die Holzkonstruktion des Amphitheaters, der Demonstrationstisch und die übrigen Einrichtungen im großen Hörsaal eingebaut.

Mitte März siedelten wir mit dem physikalischen Praktikum in die neuen Räume über. In den Monaten April und Mai wurden die Werkstätten und das Kabinett überführt.

Obwohl mein Mann, wegen der Verzögerung bei dem Vergeben der Installationsarbeiten, das Institut nicht zur Jahrhundertfeier Argentiniens[1]) fertigstellen konnte, wie er beabsichtigt hatte, begann er doch schon im Juni seine dreistündige Vorlesung in Experimentalphysik. Im Juli 1910 waren die Arbeiten im Institut so weit fortgeschritten, daß dieses den Teilnehmern des „Congreso Científico Internacional Americano“, der vom 10. bis 25. des Monats in Buenos Aires tagte, gezeigt werden konnte.

Außer Experimentalphysik las mein Mann einstündig physikalische Chemie. Vorlesungen über mathematische Physik wurden von Dr. Paul Frank, Catedrático de matemáticas en el Instituto Nacional del Profesorado Secundario, und über Elektrotechnik von Herrn J. Frickart, Ingeniero electricista principal de la Armada Nacional, abgehalten. Ich leitete die physikalischen Übungen[2]). Der erste Assistent, Herr Elizabe, erwies sich als ausgezeichneter Vorlesungsassistent, die beiden zweiten Assistenten, J. Collo und R. Loyarte, leisteten sehr gute Dienste beim physikalischen Praktikum. Was unsere Schüler betrifft, wozu ja auch die beiden letztgenannten Herren gehörten, so machten wir im zweiten wie im ersten Jahre nur die besten Erfahrungen. Im allgemeinen kann man sagen, daß die Studierenden in Argentinien eine überaus große geistige Reaktionsgeschwindigkeit besitzen. Es ist ein Vergnügen zu unterrichten.

Da der elektrische Installateur seine Verpflichtungen absolut nicht erfüllte, mußte mein Mann mit Hilfe des Personals des Instituts die elektrische Installation selbst fertigstellen lassen. Von September 1910 bis März 1911 hat er alle Installationen elektrischer Art, die Aufstellung des Kompressors und der Luftverflüssigungsanlage persönlich geleitet, nur für die Akkumulatorenbatterien war ein Monteur zur Verfügung.

Während der heißen Sommermonate Dezember, Januar und Februar gönnte sich mein Mann keine Stunde Ruhe, da er wünschte, das Institut zum Beginn des neuen Unterrichtsjahres fertigzustellen. Vielleicht hatte er deshalb weniger Widerstandskraft gegen die Krankheit, die ihn befiel.

Vier Wochen nachdem das Institut mit einer glänzenden Vorführung seiner Einrichtungen eröffnet worden war (Ende März), kam Dr. J. Laub

1) 25. Mai 1910.

2) Gleichzeitig mit meinem Mann berufen war ich erst „Profesora adjunta“; meinem Kontrakt vom 19. Okt. 1909 zufolge wurde meine Stellung als die eines ordentlichen Professors festgelegt.

Fig. 1.

hier an, um einen Lehrstuhl für Geophysik zu übernehmen, Ende April kam Dr. K. Simons, früher a. o. Professor in Jena, der künftige Leiter eines zu errichtenden Instituts für angewandte Elektrizität. Mitte März hatten die physikalischen Übungen angefangen, in Anbetracht der höheren Schülerzahl von Ing. Pereyra Miguez und mir geleitet; die Vorlesungen über Experimentalphysik begannen; vier Doktoranden arbeiteten fleißig in den schönen Räumen.

Da nahm der Tod den Leiter! Nahm ihn mir, seiner Wissenschaft, seinem selbstgeschaffenen Institut und zerstörte tausend Gedanken und Hoffnungen für immer.

Deutschland hat einen guten Sohn verloren, denn Emil Boses Erfolg hier war schon ein Sieg deutscher Wissenschaft und deutschen Geistes.

Die Sympathie, mit der er in Argentinien aufgenommen wurde, blieb ihm bis zu seiner letzten Stunde bewahrt und darüber hinaus. Von seiten der Universität und seiner Kollegen hat er nur Entgegenkommen gefunden. Enttäuschungen, die so manche im Auslande zu beklagen haben, sind ihm nicht widerfahren.

An seinem Grabe wurde im Namen des Präsidenten der Universität gesagt: „Wir empfinden sein unerwartetes Hinscheiden als einen großen Verlust für die Wissenschaft und für die argentinische Zivilisation".

Das Gebäude.

Das Physikalische Institut der Nationaluniversität La Plata befindet sich in einem einstöckigen Bau mit hohem Kellergeschoß, Fig. 1, der inmitten großer Gartenanlagen parallel zu dem mächtigen Gebäude des „Colegio Nacional", einer mit der Universität verbundenen höheren Schule liegt. Seine Räume waren ursprünglich für den physikalischen und chemischen Unterricht dieser Schule bestimmt.

Wie die Aufgabe gelöst ist, ein physikalisches Institut in gegebene Räume einzufügen, sehen wir am besten bei einem Gange durch das Gebäude[1]).

Wir gehen die Freitreppe hinauf und treten links am Ende des Säulenganges in die „Secretaria", in der Herr De la Fuente als Sekretär und Geschäftsführer des Instituts weilt. Ihm untersteht auch die Institutsbibliothek und deren Katalog, und außerdem kennt er die Sammlung hinlänglich, um die Apparate nach dem Inventar in den Schränken auffinden zu können.

Durch die Tür zur Rechten treten wir in das Direktorialzimmer. Hier steht in zwei großen und zwei kleineren Schränken der größte Teil

1) Auf dem beigefügten Plan des Kellergeschosses sieht man auch die Raumverteilung im ersten Stock. Der große Hörsaal liegt also über den Räumen XVIII, XIX, XXI, XXII, XXIV, XXV und X.

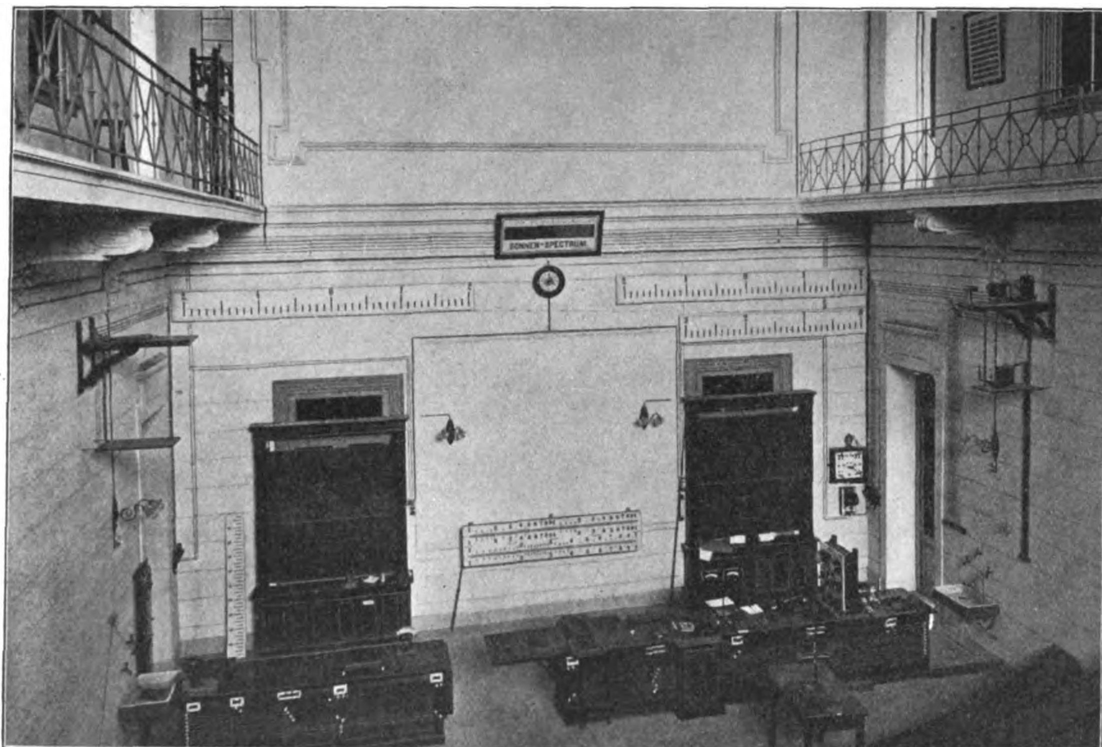


Fig. 2.

der wissenschaftlichen Apparate, mit denen mein Mann die Sammlung vervollständigt hat.

Die wissenschaftliche Bibliothek meines Mannes (etwa 600 Bände und 6000 Separata), die ich zu seiner Erinnerung dem Institut gestiftet habe, soll auch hier untergebracht werden.

An das Direktionszimmer schließt sich in der Längsachse des Gebäudes das Laboratorium für die Spezialarbeiten meines Mannes an. Hier waren die Apparate für eine Arbeit über kalorimetrische Messungen aufgebaut, hier steht das Heizmikroskop, mittels dessen bereits schöne Photographien anisotroper Flüssigkeiten gemacht worden waren. Das alles ist jetzt verwaist.

An der Längswand hängt die elektrische Uhr, mit der die Uhren im großen Hörsaal, in der Bibliothek und beiderseitig im Kellergeschoß angetrieben werden. Ferner findet sich ein Gebläsetisch, ein selbstregistrierendes Barometer, eine Sartoriuswage bis 3 Kilo, eine Analysenwage u. a. m. Wie in allen Arbeitsräumen des Instituts sind Marmortische in die Wände fest eingelassen, auch sind Gas, Wasser und Stromabnehmer allerart reichlich vorhanden. (Meines Mannes Programm war: In jedem Raum jede Stromquelle.)

In dem nächsten Raum steht mitten auf dem Boden eine große Elektrisiermaschine ältester Form und eine ihr an Alter und Größe gleichkommende Quecksilberluftpumpe. An den Wänden entlang stehen hohe Schränke mit Glastüren, die für eine historische Sammlung bestimmt waren. Vorläufig enthalten sie eine schöne Serie Dewarscher Gefäße für flüssige Luft und Instrumente für luftelektrische Messungen. In zwei Schaukästen zwischen den Fenstern sehen wir allerhand Merkwürdigkeiten, wie eine alte Goldmünzenwage, einen Kegelspiegel u. a. m.

Hierauf gelangen wir zu einem kleinen Treppenraum. Die Tür rechter Hand ist der Eingang für das Institutspersonal und die Studierenden; die Treppe zur Linken führt nach oben zur Galerie des Hörsaales, nach unten zu den Räumen für das Praktikum und zu den Werkstätten.

Der Hörsaal.

Geradeaus kommen wir in den großen Hörsaal (Fig. 2). Durch die ganze Breite des Saales zieht sich der große Demonstrationstisch. In der Mitte der Wand hinter diesem ist eine weiße Fläche, die als Projektionsschirm benutzt wird, darunter ein logarithmischer Rechenschieber (2,50 m $\times$ 0,60 m), der im Institut angefertigt wurde, und zu beiden Seiten Wandtafeln vor den Türen zur Säulenhalle. In der Ecke zur Linken des Vortragenden befinden sich die Schaltvorrichtungen für die Vorlesungsgalvanometer, für Beleuchtung und Verdunkelung des Saales. Höher an der Wand hängt in der

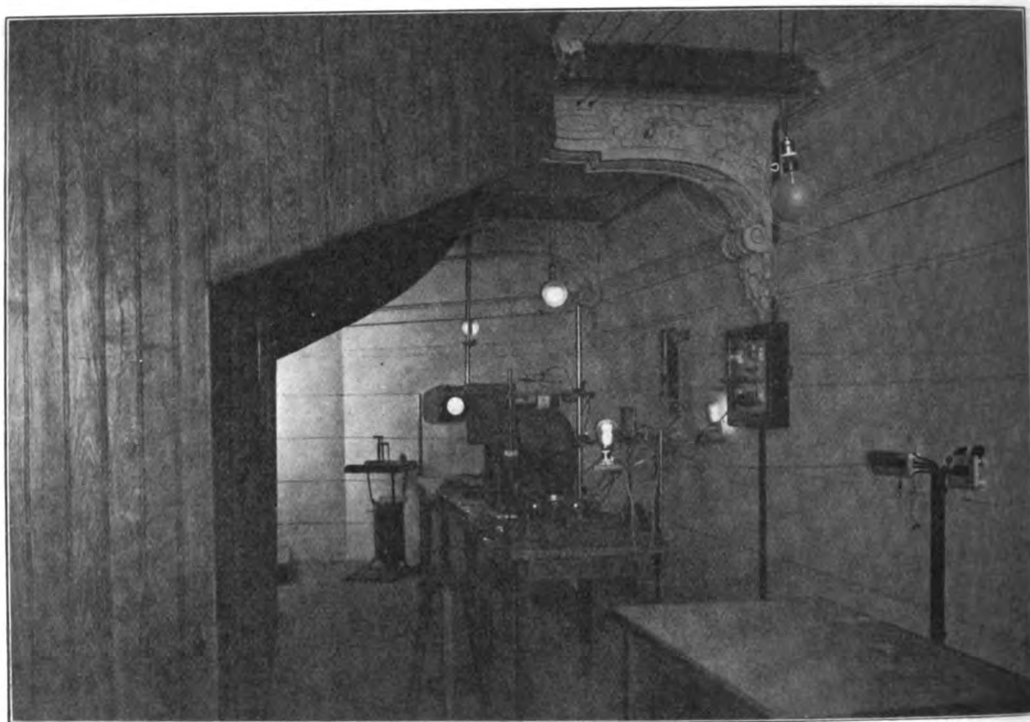


Fig. 3.

Mitte des Saales eine hübsche Uhr, darüber ein großes Sonnenspektrum.

Bänke und Tische aus poliertem Zedernholz sind in Form eines Kreisabschnittes mit großem Durchmesser amphitheatralisch vom Boden bis zur Galerie hinauf angeordnet.

Die ersten drei Bänkereihen sind in der Mitte durch eine Öffnung unterbrochen. Hier steht ein Projektionsapparat und ein einfaches Epidiaskop, im Institute selbst mit zwei Bogenlampen und einer Linse konstruiert. Durch eine Tür gelangt man in den Raum unter den Bänken, der als Vorratsraum und zur Hinstellung größerer Apparate, beweglicher Schalttafel usw., dient. Hier ist auch in der Hinterwand des Saales eine runde verschließbare Öffnung für einen Heliostaten, durch den Sonnenlicht nach der Mitte des Demonstrationstisches geworfen werden kann; damit die Tür, die in diesen Raum hineinführt, geschlossen bleiben kann, ist auch in dieser eine verschließbare Öffnung angebracht. In ihm befindet sich auch ein Wandschrank zur Aufnahme aller Zubehörteile zum Projektionsapparat.

Der Hörsaal ist 12 m hoch. In ein wenig mehr als halber Höhe läuft eine leichte Galerie um die zwei Längswände und die eine Querwand. Mitten auf diese letztere führt eine Treppe, von der obersten Bänkereihe in zwei Hälften geteilt, zum Amphitheater, über sie kommen die Zuhörer in den Hörsaal von dem früher erwähnten Treppenraum aus. Als Garderobe dienen nur ein Paar Reihen Kleiderhaken auf dem Treppenabsatz vor dem Hörsaale, dies genügt in diesem Lande, wo man im Winter seinen Überzieher im Zimmer anbehält, weil nicht geheizt ist, im Sommer keinen trägt.

Hinter dem obersten Teil des Amphitheaters ist ein Durchgangszimmer für subjektive Beobachtungen eingerichtet. Hier findet sich in der Seitenwand links eine Heliostatenöffnung. Die Studierenden können in diesen Raum von der einen Seite des Amphitheaters hinter der obersten Bank hineinkommen; auf der entgegengesetzten Seite hinausgehen; die elektrische Beleuchtung kann an beiden Türen sowohl wie mitten in dem Raum eingeschaltet und ausgeschaltet werden (Fig. 3 u. 4).

Der Hörsaal hat auf jeder Längswand, außerhalb der Glastür, die von der Treppe zur Galerie hineinführt, der Galerie entlang sechs große Fenster, in der Endwand ist, gleichfalls über der Galerie, ein sehr großes dreigeteiltes Fenster von mattem Glase. Das große Fenster hat eine automatische Verdunkelungsvorrichtung, deren Elektromotor unten vom Hörsaal aus- und eingeschaltet werden kann. Alle übrigen Fenster sowohl wie die beiden Glastüren sind mit schwarzem Tuch geblendet. In einem Lande mit einer solchen Lichtfülle wie Argentinien eine

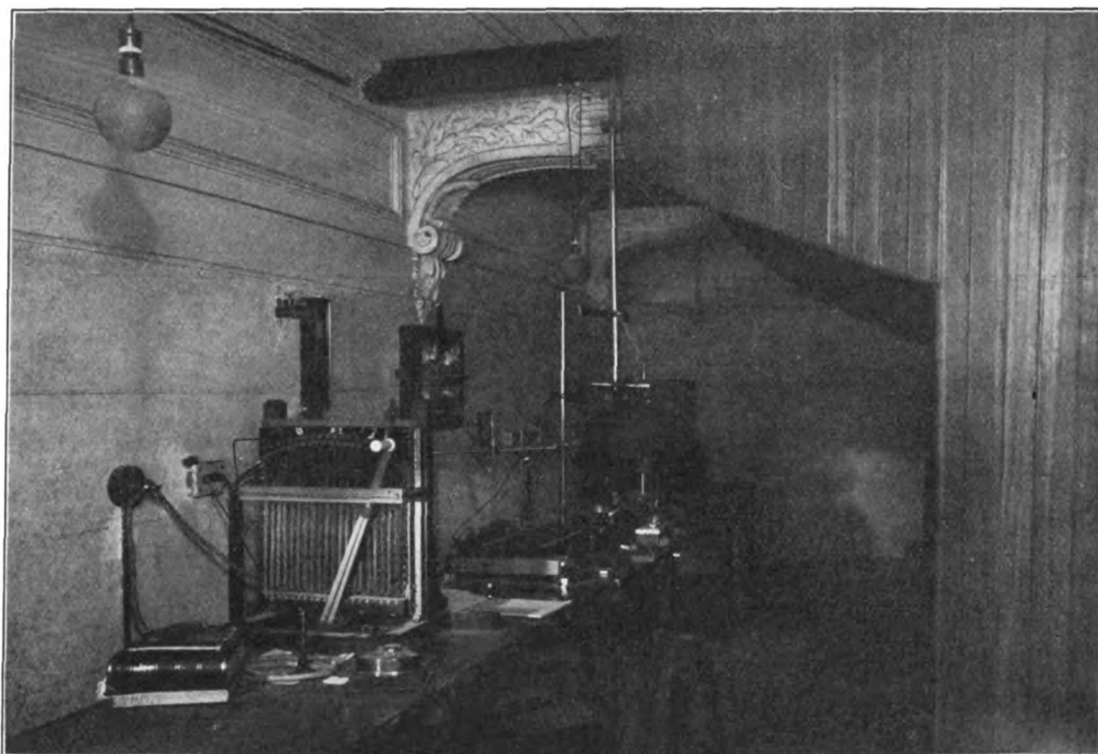


Fig. 4.

gute Verdunkelungseinrichtung zu schaffen, war keine leichte Aufgabe.

Die künstliche Beleuchtung des Hörsaales besteht in einer Reihe Bogenlampen unter der Decke und einer Reihe Metallfadenlampen auf der Galerie, außerdem sind ein paar Lampen auf jeder Seite der weißen Wandfläche über dem Rechenschieber.

An dem Demonstrationstisch, der eigentlich aus zwei solchen besteht, fertig aus Deutschland bezogen, finden sich Leitungen und Stromabnehmer für Hoch- und Niederspannung, zwei breite Kupferleiter für Starkstrom, Druckluftleitung und Sprechrohr zum Maschinensaal.

Unter der Galerie auf beiden Seiten des Saales sind Vorlesungsgalvanometer angebracht, deren Skalen sich über den Wandtafeln an der Endwand befinden.

Wasserleitung mit drei Hähnen und großem Ausguß findet sich an den Wänden, in Verlängerung des Demonstrationstisches auf der einen Seite, wo auch eine Wasserstrahlluftpumpe ihren Platz hat, an der anderen Seite ist ein Durchgang zwischen Tisch und Ausguß, wie auch eine mit zwei herunterklappbaren Platten verschließbare Öffnung sich mitten in dem Tische befindet.

Die Sammlung.

Geht man vom Hörsaal weiter, so kommt man über einen kleinen Raum mit Treppen nach der Galerie und dem Kellergeschoß, wie auf der anderen Seite, in die drei großen Sammlungsräume hinein. Diese sind ganz mit den Glasschränken der Sammlung angefüllt, nur in dem ersten Zimmer ist das erste Drittel als Vorbereitungszimmer für die Vorlesungen gedacht. Hierhin sind Hoch- und Niederspannungsleitungen gelegt. Gas und Wasser sind in allen drei Zimmern vorhanden.

Die Sammlung ist sehr groß und reichhaltig. Nach dem Katalog umfaßt sie 2671 Nummern. Sie hat etwa 70000 Pesos (= 126000 M.) gekostet. Wäre sie seinerzeit eingekauft worden nach demselben Prinzip, nach welchem mein Mann sie vervollständigte, nämlich daß jedes Instrument oder jeder Apparat von einer Spezialfabrik bezogen wird, hätte man mehr für dasselbe Geld gehabt, doch läßt sie jetzt, nachdem nachträglich wissenschaftliche Instrumente von Zeiß, Edelmann, Hartmann & Braun, Ruhstrat, Siemens & Halske, Fueß usw., angeschafft worden sind, kaum zu wünschen übrig.

Überall in den Sammlungsräumen stehen noch außerhalb der Schränke Apparate und Instrumente auf dem Boden, überflüssiger Platz ist trotz der großen Räume nicht vorhanden.

In den Sammlungsräumen sind die Türen, die zur Säulenhalle hinausführen, gesperrt.

Die Bibliothek.

Von dem letzten Sammlungsraum führt eine Tür zu der mit der „Secretaria" symmetrisch liegenden Bibliothek. Die Bibliothek und der letzte Sammlungsraum waren ursprünglich ein Zimmer, die Bibliothek wurde dann durch eine Gipswand abgeteilt.

In dem Bibliothekszimmer finden sich den zwei Längswänden entlang, durch die Tür zur Sammlung auf der einen, ein Fenster auf der anderen Seite unterbrochen, Bücherständer. Das Fenster in der kurzen Wand ist von einer schwarzen Tafel verdeckt, darüber hängt eine Uhr. In der anderen Endwand führt eine Tür zur Säulenhalle hinaus. Neben der Tür ist eine Waschvorrichtung. Zwei große Arbeitstische sind zu einem Tisch in der ganzen Länge des Zimmers vereinigt. Als Stühle dienen Holzhocker, wie sie sich überall in den Arbeitsräumen des Instituts finden, sie sind im Institut angefertigt.

Das Bibliothekszimmer wird zugleich als kleiner Hörsaal benutzt.

Die Bibliothek umfaßt die für ein physikalisches Institut wichtigsten Zeitschriften:
Wiedemanns Annalen und Annalen der Physik,
Physikalische Zeitschrift,
Zeitschrift f. Instrumentenkunde,
Zeitschrift f. physikalischen und chemischen Unterricht,
Jahrbuch der Radioaktivität und Elektronik,
Jahrbuch der drahtlosen Telegraphie und Telephonie,
Journal de Physique (3. Serie, von 1892),
Nuovo Cimento (5. Serie, von 1895),
Physical Review (von 1894),
Elektrotechnische Zeitschrift (von Anfang ab)[1]),
außerdem Handbücher und wissenschaftliche Werke, soviel sich für die bewilligte Summe kaufen ließ. Es werden etwa 400 Bände sein. Suppliert wie die Bibliothek jetzt ist durch unsere Büchersammlung, worin sich die vollständigen Serien von Zeitschrift f. Physikalische Chemie, Zeitschrift f. Elektrochemie und Verhandlungen d. D. physikalischen Gesellschaft finden; so glaube ich sagen zu dürfen, daß wenige physikalische Institute über eine derartige Handbibliothek verfügen, in Südamerika ist sie sicher die einzigste ihrer Art.

Kellergeschoß.

Begeben wir uns nun in das Kellergeschoß. Dieses war ursprünglich nur als Vorratsraum gedacht, weshalb es niedrig (2,30 m) ist; die Fenster sind klein, die Treppen, die hinunterführen, eng. Auch war der ganze unter der oberen Säulenhalle laufende Korridor ganz ohne Ventilation. Der Boden ist im Kellergeschoß von Zement, während in den übrigen Räumen im ganzen Institut die Böden aus Steinfliesen bestehen. Die Decken und Wände sind weiß wie überall in dem Gebäude.

Trotz allem ist es gelungen, auch diese Etage sehr brauchbar zu machen. Die Einteilung ist, wie auf dem Plane sichtbar; folgende.

Die Praktikumsräume.

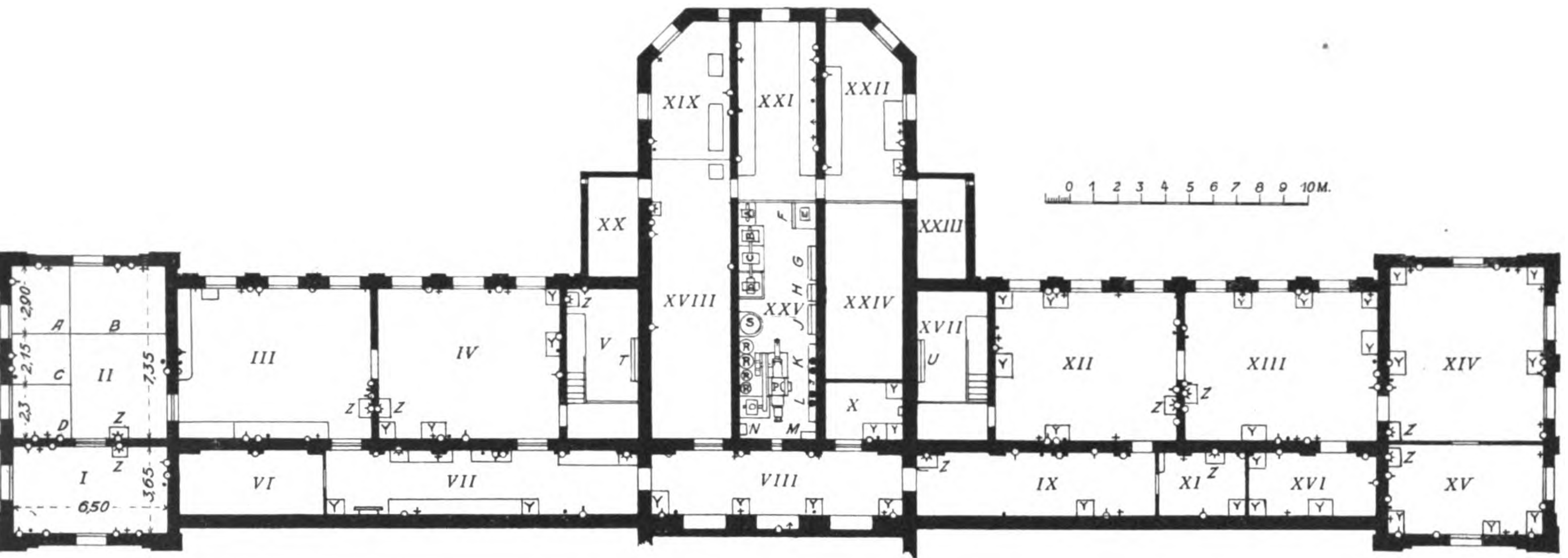
Fangen wir in der Ecke an, wo oben die „Secretaria" liegt, so haben wir hier in I und II Praktikumsräume für Optik. Alle Fenster sind hier mit schwarzem Tuch geblendet. In I sind Decken und Wände schwarz angestrichen, in II dunkelgrau, außerdem ist II durch dunkle Vorhänge in kleinere Räume geteilt. Die beiden nächsten Räume sind für Übungen in Mechanik bezw. Elektrizität bestimmt (Plan: III u. IV). In IV hängt an der Wand gegen den Treppenraum eine Uhr, so daß sie von der Tür zwischen I und II aus sichtbar ist.

Jeder von den Praktikumsräumen ist mit Wasser, Gas und Stromabnahmestellen für Niederspannung wie für 220 Volt versehen. In jedem Zimmer ist eine schwarze Wandtafel angebracht. In III laufen an den zwei Wänden entlang feste Tische, in IV sind mehrere Marmortische für Galvanometer in die Wände eingelassen. Die Räume sind alle reichlich mit größeren und kleineren Arbeitstischen teils freistehend, teils an den Wänden mit Schränken darunter versehen. In III und IV sind außerdem in jedem zwei Schreibtische. Von den Praktikumsapparaten hat jeder seinen bestimmten Platz und ist womöglich fest aufgestellt.

Auf jedem Tisch liegen vierstellige Logarithmentafeln auf Pappe aufgezogen. An den Wänden hängen als Vorbilder für die Übungen Formulare für die Notierung der auszuführenden Arbeit. Auf dem Formular sind auch die Formeln für die Ausrechnung der Beobachtungen gegeben. Der vollständige Mangel an irgendeinem einschlägigen Lehrbuch in spanischer Sprache hat diese Formulare nötig gemacht. Eine kurze Beschreibung jedes einzelnen Apparates und wie man damit arbeiten soll, habe ich angefangen auszuarbeiten, bin aber bis jetzt nur mit den optischen Übungen fertig geworden.

Das Praktikum ist reichhaltig und umfaßt die wichtigsten Übungen auf jedem Gebiete. 67 Übungen sind eingerichtet, viele weitere in Vorbereitung. Der Zahl nach verteilen sie sich folgendermaßen: Optik 12, Mechanik 21, Elektrizität und Magnetismus 22, Kalorimetrie 10,

1) Diese letzte hat mein Mann dem Institut geschenkt zugleich mit der hübschen Sammlung wissenschaftlicher Meßinstrumente, die wir selbst besaßen, anläßlich der Überführung des Instituts ins neue Gebäude.



Erklärung der Bezeichnungen im Maschinenraum Plan: XXV.

A Universaldynamo,
B Wechselstromdynamo,
C Antriebsmotor,
D Hochspannungsgleichstrommaschine,
E Transformator,
F Hochspannungsschalttafel,
G Maschinenschalttafel,
H Quecksilberumschalter,
I Ladeschalttafel,
J Stahlflaschen,
K Hampsonverflüssiger,
L Hochdruckreiniger,
M Registrierapparat für den Ladestrom,
N Öhlanlasser und Schalter des Elektromotors,
O Antriebsmotor,
P Hochdruckkompressor,
R, *R*, *R*, *R* Niederdruckreiniger,
S Kühlgefäß.

Erklärung der Zeichen auf dem Plane.

● 220 Volt
+, ♀, o } Stromabnahmestellen
ȣ Wasserleitung mit drei Hähnen
Z Ausguß
Y Marmortisch

Plan.

Akustik 2. Physikalisch-chemische Übungen waren auch ins Auge gefaßt.

Wie aus dem Plane ersichtlich, führt die Treppe von oben zu einem Raum vor dem Praktikumsraume IV, hier ist unter der Treppe eine kleine Teeküche eingerichtet[1]). An der Wand ist die eine große Hauptverteilungsschalttafel mit 72 Leitungen für Niederspannung für diese Hälfte des Instituts angebracht (Plan: T); die Schalttafel ist in einen Eisenrahmen eingesetzt, der mit zwei Haken drehbar aufgehängt ist; durch ein Eisengitter ist sie gegen den Zutritt Unbefugter geschützt.

Der kleine Raum, der übrig bleibt, ist mit Kleiderhaken in zwei Reihen versehen und wird als Garderobe der Praktikumsräume benutzt. Unter der Decke laufen die zahlreichen Leitungsdrähte, die zur Schalttafel führen. Unmittelbar an dem Fuß der Treppe führt eine Tür zu Raum IV hinein.

Von IV gelangt man in den Korridor; dieser läuft unter der Säulenhalle in ihrer ganzen Länge und bekommt sein Licht durch Fenster von rauhem Glas in der Decke. Ursprünglich ein einziger Raum, ist er jetzt mehrfach unterteilt. Wie auf dem Plane ersichtlich, ist rechts das photographische Zimmer (Plan: VI) durch eine Zwischenwand mit Tür vom Korridor getrennt. Die drei nächsten Abteilungen des Korridors (Plan: VII, VIII, IX) werden auch als Praktikumsräume benutzt. Dem photographischen Zimmer am nächsten finden sich im wesentlichen Apparate für kalorimetrische Übungen, doch sieht man hier auch eine Birkelandsche elektrische Kanone, im Institute gebaut, und andere Apparate. In den beiden anderen Räumen sieht man auf beiden Seiten außer Apparaten für kalorimetrische Übungen solche, die in den der Mechanik und Elektrizität vorbehaltenen Räumen keinen Platz fanden oder hier besser stehen. Zahlreiche Tische und Marmorkonsolen, Gas- und Wasserhähne, Ausgüsse, Stromabnehmer für Niederspannung und 220 Volt erleichtern hier wie überall jeden Aufbau. Auch schwarze Wandtafeln finden sich in jedem der Räume, in IX auch ein Glasblasetisch.

Zimmer für konstante Temperatur.

Von VIII führen links und rechts für die Endwand des Maschinensaals Türen zur Werkstatt bezw. zu einem Zimmer für konstante Temperatur hinein (Plan: X). Dieses Zimmer enthält eine astronomische Uhr. Es wird mit Kalk trocken gehalten und hat außer der Tür keine Öffnungen.

1) In allen hiesigen Kontoren, Instituten usw. werden in den Arbeitsstunden den Angestellten Tee oder Kaffee serviert und auch jedem Besucher angeboten.

Photographisches Zimmer.

Wenden wir uns zurück zum photographischen Zimmer (Plan: VI). Um zugleich als Dunkelzimmer dienen zu können, sind alle Fenster mit Holzblenden und schwarzen Vorhängen versehen. Wände und Decke sowohl wie Schränke und der um den größten Teil des Raumes laufende Wandtisch sind schwarz angestrichen. Der Tisch ist mehrmals durch schmale Zwischenräume unterbrochen, damit nicht Flüssigkeiten von einem Teil derselben Sachen, die auf einem anderen Teil liegen, verderben können. Auch zwei große Ausgüsse mit den zugehörigen Wasserleitungen unterbrechen an zwei Stellen den Wandtisch. Alles ist so angeordnet, daß man zum Beispiel an der einen Seite anfangend sich nach und nach während der Arbeit an Tisch und Ausgüssen entlang bewegt, bis man am andern Ende des Zimmers endet. Auf Wandgestellen findet man in derselben Weise angeordnet die Hilfsmittel und Chemikalien, die man an dem gegebenen Punkte für die Arbeit nötig hat.

Klemmen für Niederspannung und 220 Volt finden sich ebenfalls im Zimmer.

Die elektrische Beleuchtung läßt sich einschalten mit Lampen von gewöhnlichem oder rotem Glase.

Das photographische Zimmer sowohl wie der ganze übrige Korridor ist, ob abgeteilt oder nicht, durch überdachte Öffnungen in der Decke gut ventiliert.

Räume für wissenschaftliche Arbeiten.

Am Ende des Korridors führt eine Tür in ein kleines abgeteiltes Zimmer (Plan: XI), links eine andere Tür zu den vier großen mit den Praktikumsräumen am anderen Ende des Gebäudes symmetrischen Zimmern (Plan: XII, XIII, XIV, XV), alle für wissenschaftliche Arbeiten bestimmt und zum Teil schon bezogen (Plan: XIV, Fig. 5). Von XIII kommt man in das letzte Stück des Korridors, das auch als wissenschaftliches Arbeitszimmer benutzt wird (Plan: XVI). Von XII führt eine Tür ins Freie, doch wird sie, wie die in dem symmetrischen Praktikumsraum befindliche, immer abgeschlossen gehalten.

Symmetrisch mit der anderen liegt auch auf dieser Seite des Gebäudes eine Treppe. Im Treppenraum hängt die Verteilungsschalttafel für diese Seite des Instituts (Plan: XVII U).

Werkstätten.

Begeben wir uns nun zurück in den Korridor und betreten die Werkstätten (Plan: XVIII, XIX, XX). Der erste Teil des Werkstattraumes (XVIII) ist Tischlerwerkstatt, in welcher zwei

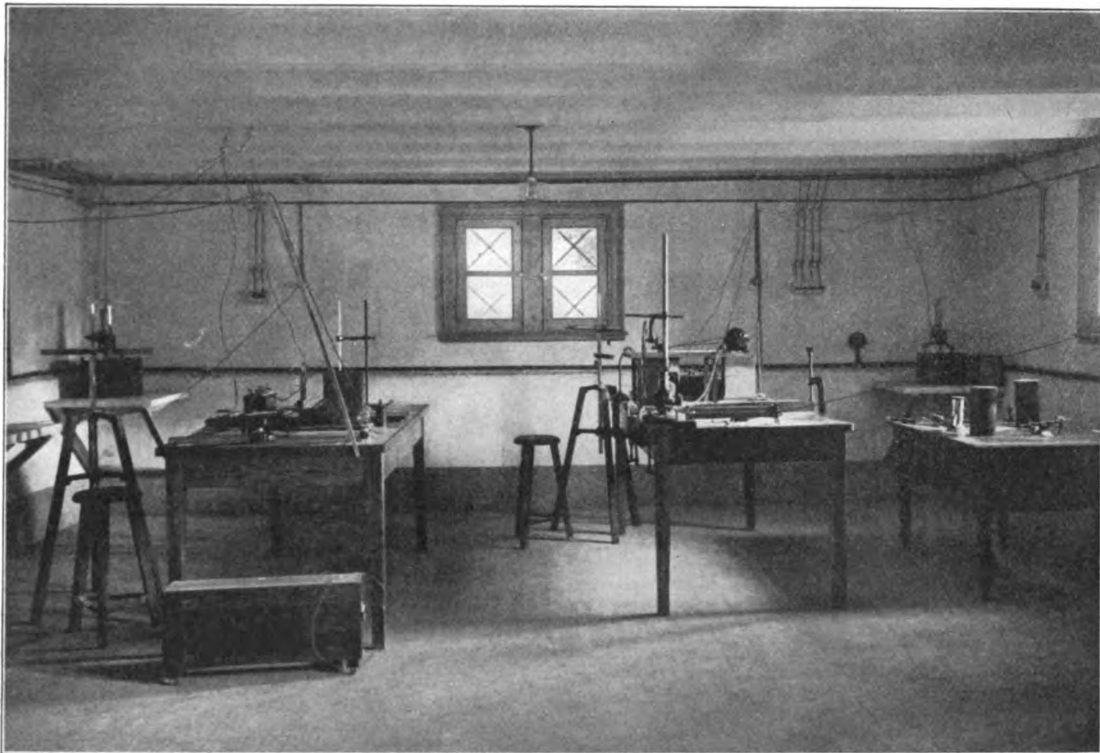


Fig. 5.

Hobelbänke stehen, und in der nun seit einem Jahr zwei, bisweilen drei Tischler gearbeitet haben. Der zweite Teil ist dem Mechaniker vorbehalten, weil hier gute Beleuchtung durch mehrere Fenster vorhanden ist. Außer einer kleinen Drehbank und anderen, für einen Mechaniker notwendigen Arbeitsmaschinen, findet sich hier eine neue große, elektrisch betriebene Präzisionsdrehbank.

Links vor der Werkstatt liegt ein mit festen Gestellen versehener Raum (Plan: XX), der als Depot für den Mechaniker dient. Als Holzdepot dienen teils die Tischlerwerkstatt selbst, teils ein paar Schuppen außerhalb des Gebäudes.

In der Tischlerwerkstatt muß immer bei künstlicher Beleuchtung gearbeitet werden, wie auch das Depot kein Fenster hat. Der Depotraum war ursprünglich zugemauert, er liegt unter dem W.-C. und enthält die Rohrleitungen; da es aber sehr notwendig war, einen Vorratsraum zu schaffen, ließ mein Mann eine Türöffnung in die Mauer schlagen.

Hofraum.

Von der Werkstatt gehen wir rechts in einen Raum hinein, der vor dem Maschinenraum liegt (Plan: XXI). In der Mitte der schmalen Wand führt eine Tür zu einem durch ein Drahtgitter von den Gartenanlagen abgeschlossenen Platz auf der Hinterseite des Gebäudes. Hier ist in einem Holzschuppen mit Wellblechdach die Schmiede eingerichtet, in zwei anderen der Holzvorrat untergebracht. In dem Hofe steht auch ein meteorologisches Häuschen mit selbstregistrierenden Instrumenten.

Elektrotechnische Übungen.

Der Raum vor dem Maschinenraum (Plan: XXI) ist für elektrotechnische Übungen eingerichtet. Beide Wände entlang sind Tische von sehr hartem Holz auf Eisenträgern in die Wand eingelassen. In passender Höhe über den Tischen befinden sich zwei Holzleisten, zwischen welchen die verschiedenen Meßinstrumente, auf Holzplatten montiert, nach Bedarf eingesetzt werden können. Über den Tisch auf der linken Seite läuft eine Welle zum Betrieb von sieben kleinen Übungsdynamomaschinen für das elektrotechnische Praktikum, auf dem anderen Tische ist Raum für den Aufbau ähnlicher Sachen.

Chemisches Zimmer.

Wir gehen an dem Maschinenraum vorbei und gelangen in das chemische Zimmer (Plan: XXII). Hier ist in eines der Fenster ein Abzug mit konstantem Wasserbad eingebaut. Links befindet sich ein langer Tisch mit Schieferplatten, wo eine Reihe verschiedener Öfen aufgebaut sind, rechts ein Schranktisch mit Gipsplatte. Das

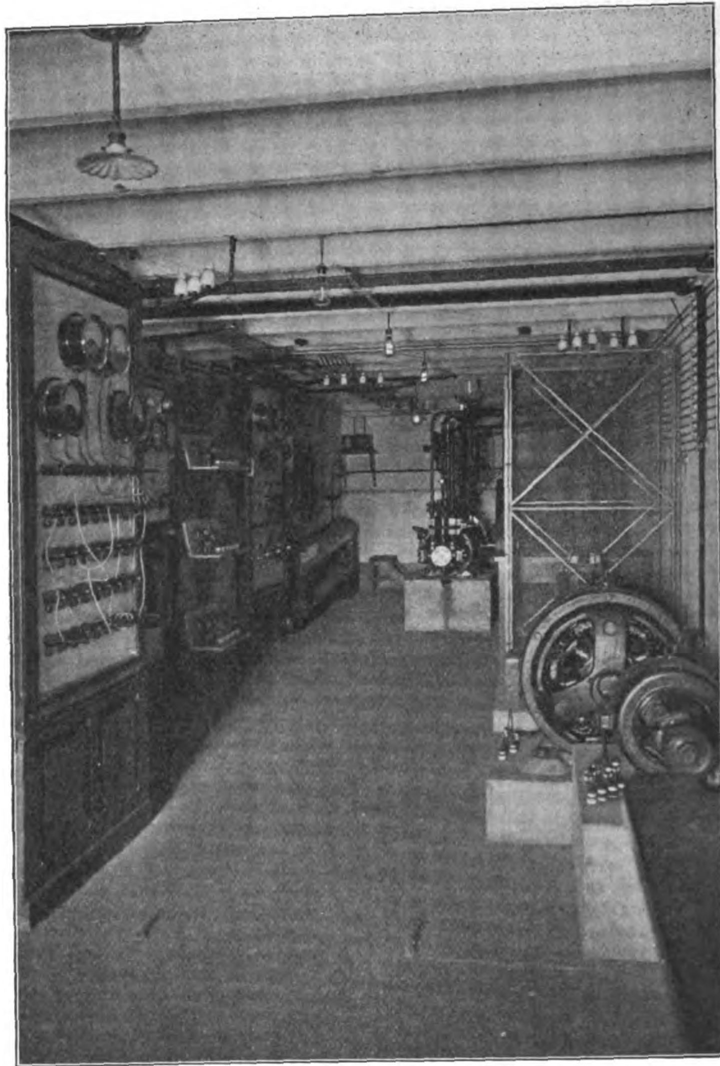


Fig. 6.

chemische Zimmer liegt symmetrisch zur Mechanikerwerkstätte und hat auch wie diese seitlich ein Depot (Plan: XXIII), in welchem, wenn auch nicht für Beleuchtung, so doch für Ventilation durch zwei mit Drahtgitter verschlossene Öffnungen oben an der Decke gesorgt ist. Dieses war notwendig, weil hinter dem chemischen Zimmer, durch eine Glaswand mit Tür getrennt, der Akkumulatorenraum sich befindet (Plan: XXIV).

Akkumulatorenbatterie.

Die Akkumulatorenbatterie besteht aus 100 Elementen, Type 16 der Akkumulatorenfabrik, Aktiengesellschaft, Berlin, und hat eine garantierte Kapazität von 162 Amperestunden bei dreistündiger Entladung mit 54 Amp.

Die Batterie ist in drei Gruppen von 30 Elementen und eine Gruppe von 10 Elementen geschaltet. Jede Gruppe von 30 Elementen ist wieder unterteilt in sechs Gruppen von je 5 Elementen, die Gruppe von 10 Elementen in zwei Gruppen von je 5 Elementen mit Stromableitungen vom ersten und zweiten Element. Es können daher Spannungen von 2, 4, 6 und 10 Volt von den letztgenannten Gruppen, sowie Spannungen von 10, 20, 30 und 60 Volt von jeder der drei ersten Gruppen abgenommen werden, während bei einer Spannung von 10 Volt die höchst zulässige Entladestromstärke 1080 Amp. beträgt. Die Leitungen führen von den Batterien in den Maschinenraum hinein.

Maschinenraum.

Damit sind wir in dem Maschinenraum angelangt (Plan: XXV, Fig. 6), einem Raum, den mein Mann mit großer Vorliebe und mit großer

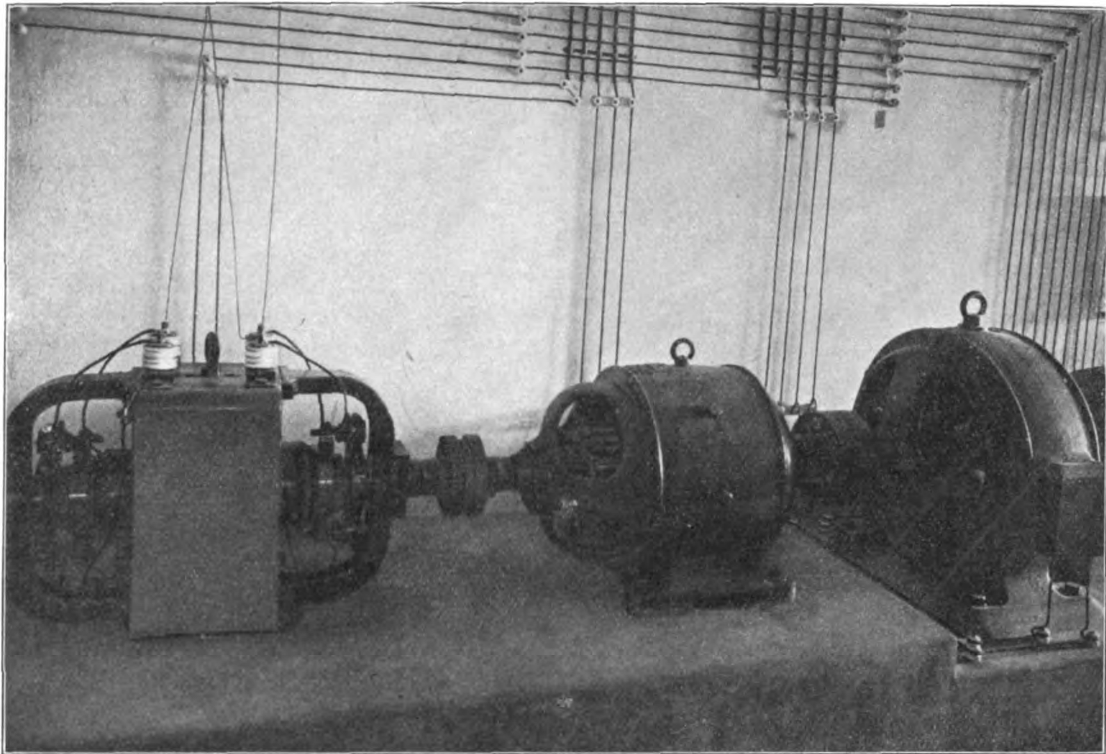


Fig. 7.

Aufopferung an Zeit und Kräften eingerichtet hat. Die Aufgabe war keineswegs leicht. In einem Raum, 10,50 m lang, 3,50 m breit, sollten ein fünfstufiger Luftkompressor mit Kühlgefäß, 4 großen Niederdruckluftreinigern und einem 34pferdigen Antriebsmotor, 2 große Vorratsflaschen für Druckluft, jede etwa 4 m lang, 2 Hampsonverflüssiger mit zugehörigen Hochdruckreinigern, Ladungsschalttafel mit Rheostat für die Akkumulatorenbatterie, 3 dazugehörige Quecksilberumschalter, 4 elektrische Maschinen mit einer Niederspannungs- und einer Hochspannungsschalttafel mit dem dazugehörigen Transformator untergebracht werden.

Außerdem war der Raum nur 2,30 m hoch. Jede Anwendung von mechanischen Hebevorrichtungen, mit Ausnahme der allereinfachsten, war deshalb ausgeschlossen. Um z. B. den Kompressor, ein Stück von etwa 4 m Länge und einem Gewicht von etwa 2000 Kilo, auf sein 50 cm über die Erde erhöhtes Fundament zu bringen, war es notwendig, ihn erst in passende Höhe durch Unterbauen von Kisten und Holzstücken zu heben, ihn nach und nach über das Fundament auf einem ähnlichen Unterbau hin zu rollen, um ihn dann Zentimeter um Zentimeter hinunterzulassen, bis die Bolzen des Fundaments in den Öffnungen des Gußstückes hineinpaßten. Wegen dieser schwierigen Bewegungsart war es von äußerster Wichtigkeit, daß die Bolzen in dem Fundament sehr genau eingemauert waren, so daß der Transport des schweren Stückes nicht zwei oder gar mehrmals vorgenommen werden mußte.

Mit unendlicher Geduld und Sorgfalt hat mein Mann die Arbeit überwacht und geleitet; er hat die Befriedigung gehabt, daß alles schon beim ersten Mal geklappt hat, kein einziges Detail in der ganzen Installation des Maschinenraums war nötig zu ändern oder zweimal zu machen.

Der Maschinenraum ist durch eine wegnehmbare Glaswand mit Tür in der Mitte von dem elektrotechnischen Praktikumsraum getrennt. Wenn man hineinkommt, hat man erst rechts eine 4pferdige Universaldynamo, dazu bestimmt, Gleichstrom von 220 Volt in 2- oder 3-Phasenstrom umzuwandeln; danach (Fig. 7) auf gemeinschaftlichem Fundament ein Aggregat, bestehend aus einer 8pferdigen Wechselstrommaschine von 50 Perioden 40—300 Volt, einer Gleichstromhochspannungsmaschine, 4 Pferdestärken, bis 3000 Volt, 1 Ampere, zusammen angetrieben durch einen Gleichstrommotor von 10 Pferdestärken. Die Hochspannungsmaschine ist gewöhnlich von einem Drahtgitter umgeben. Weiter kommt in der Mitte des Raumes der Kompressor, rechts steht das große Gefäß mit den Kühlschlangen, zwischen Schwungrad und Wand ist noch Platz für die vier großen Nieder-

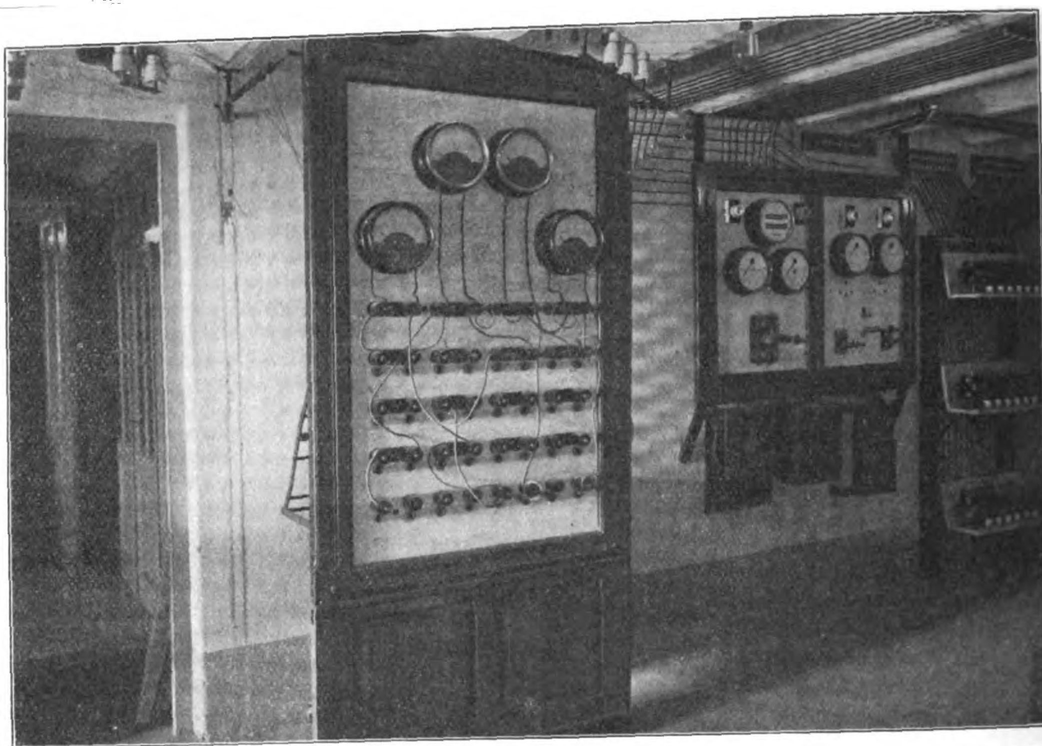


Fig. 8.

druckluftreiniger, dann kommt der 34pferdige Elektromotor, nur einen schmalen Gang freilassend, durch den man von der anderen Seite der Hinterwand entlang zum Schalter und Ölanlasser des Motors kommen kann.

Fangen wir wieder von der Tür an, dann hat man links, befestigt auf einem freistehenden Eisengestell, die Hochspannungsschalttafel (Fig. 8); zwischen dieser und der Wand steht auf dem Boden der Hochspannungstransformator für 6000 Volt, 1 Amp. Eine Gittertür von Holz schließt, von Schalttafel zur Wand gehend, den Raum ab, wo der Transformator steht.

Weiter an der Wand folgt die Maschinenschalttafel (Fig. 8), mit Anlaß- und Erregerwiderständen darunter, demnächst auf einem Eisengestell übereinander die drei Pachytropen (Fig. 9). Ungefähr in der Mitte findet sich die Ladungsschalttafel (Fig. 9), auch auf freistehendem Gestell, darunter steht der Laderheostat[1]). Das letzte Stück der Wand wird von den beiden großen Stahlflaschen, von je 200 Liter Inhalt für Druckluft bis 200 Atmosphären, die übereinander angebracht sind, in Anspruch genommen. Über diesen sind wieder an der Wand die beiden Hampsonluftverflüssiger mit ihren Hochdruckreinigern angeordnet. Die Verflüssiger liefern zusammen bis 6 Liter flüssige Luft pro Stunde.

1) Der Rheostat war ursprünglich, wie auf Fig. 9 oben ersichtlich, an der Wand befestigt.

Die Luftverflüssigungsanlage und das Aggregat von elektrischen Maschinen ist nach dem Muster der Installationen in der Technischen Hochschule zu Danzig ausgeführt. Die Anordnung der Leitungen zu den Stromabnehmern für Niederspannung und die Verteilungsschalttafel nebst Pachytropen hat als Muster die Installationen im Göttinger Physikalischen Institut. Die Schalttafeln sind alle von der Elektrizitätsfirma Gebr. Ruhstrat in Göttingen bezogen, mit Ausnahme der Maschinenschalttafel, die im Institut ausgeführt ist.

Jetzt, wo alles fertig steht, sieht man nicht, wieviel Arbeit und wie viele Überlegungen es gekostet hat, ehe alles nach und nach auf seinem Platze war. Und alles ist mit Handwerkern und Arbeitern, wie man sie hier eben fand, ausgeführt worden. Der Institutsmechaniker ist ursprünglich Schmied und hat später in den Maschinenwerkstätten der hiesigen Eisenbahn gearbeitet. Der in dem letzten halben Jahr engagierte Elektriker hatte bisher nur bei Beleuchtungsanlagen in Privathäusern gearbeitet. Mit Hilfe dieser beiden und den zwei Tischlern sind alle Installationen in dem Maschinenraum sowie die elektrische Installation im ganzen Institute ausgeführt worden. Nur die Verlegung der Leitung für Niederspannung und Beleuchtung ist von dem früher genannten Unternehmer ausgeführt worden. Da er seinen Verpflich-

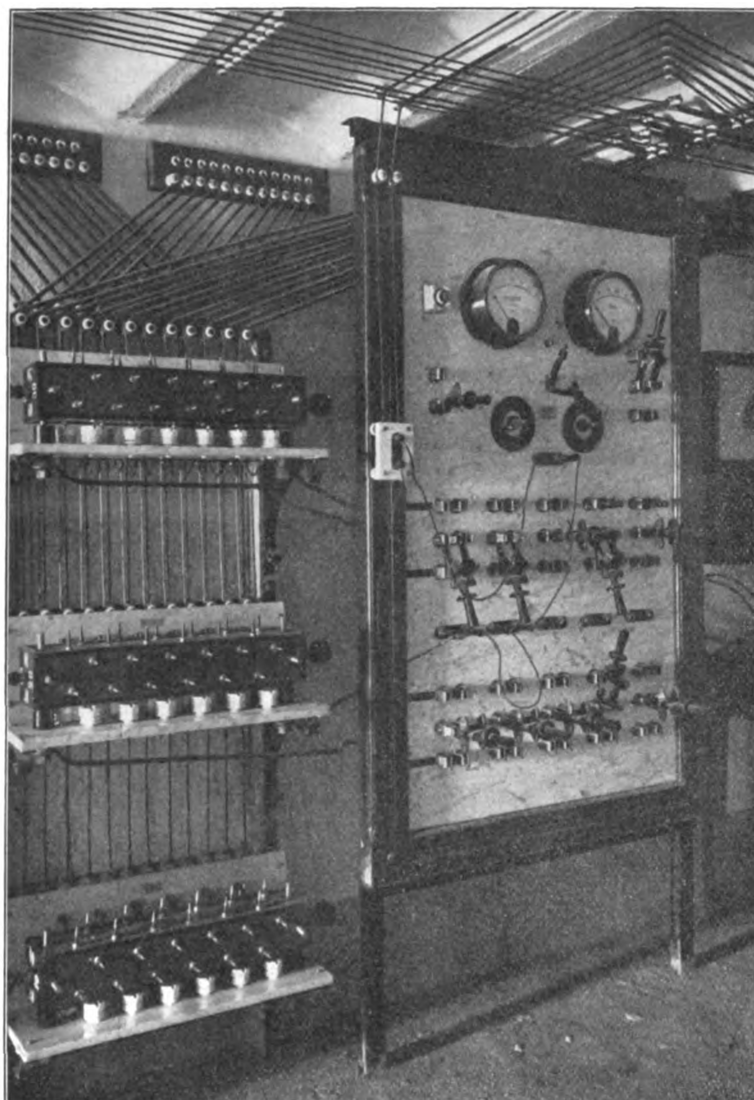


Fig. 9.

tungen nicht nachkam, hat das Institut selbst die Arbeit übernommen, und auch in diesem Leitungsnetz sind die Stromabnahmestellen wie die beiden großen Verteilungsschalttafeln von dem Personal des Instituts installiert worden.

Da obengenannter Unternehmer auch nur unter genauester Aufsicht zuverlässig arbeitete, kann man ruhig sagen, daß nicht ein Meter Leitungsdraht, nicht ein Isolationsknopf im Gebäude ist, dessen Platz mein Mann nicht angegeben hat.

Die Frage, ob es nicht möglich gewesen wäre, die Installationsarbeiten so zu vergeben, daß der Leiter des Instituts sich nicht mit jedem Detail selbst zu befassen brauchte, muß verneint werden. Argentinien ist nicht Europa. In einem leeren, für diesen Zweck nicht bestimmten Gebäude, binnen Jahresfrist ein erstklassiges, modernes physikalisches Institut einzurichten, wäre selbst in Europa eine bewundernswerte Leistung, doppelt ist sie es hier.

Die Leser dieser Zeitschrift werden es menschlich gerechtfertigt und begreiflich finden, daß ich so warme Worte der Bewunderung für die Arbeit meines dahingegangenen Mannes habe, bin ich doch, ehe ich seine Frau wurde, seine Schülerin, bin ich doch, während ich seine Frau war, seine Mitarbeiterin gewesen.

Meinem Lehrer, meinem Freund, meinem heißgeliebten Manne bringe ich meine letzte Huldigung in dieser Beschreibung seiner hier im fernen Lande vollbrachten Arbeit.

Physikalisches Institut der National-Universität La Plata, im Juni 1911.

(Eingegangen 15 August 1911.)

Emil Boses Wirken.

Die Einrichtung des physikalischen Instituts an der Universität La Plata ist Emil Boses letztes Lebenswerk; kurz nach der Einweihung desselben ist er nach einer Krankheit von wenigen Wochen am 25. Mai dieses Jahres dem Typhus erlegen. Im Anschluß an die Beschreibung dieses Instituts von der Hand seiner Gattin mag daher hier sein wissenschaftliches Wirken und seine unermüdliche, schlichte Persönlichkeit geschildert werden, nachdem bereits früher[1]) H. Th. Simon seine Verdienste um diese Zeitschrift gewürdigt hat.

Wie das Jahr vorher Abegg und früher noch Bodländer, mit denen er in den ersten Jahren des neugegründeten Instituts für physikalische Chemie in Göttingen unter Nernsts Leitung tätig war, ist er aus vollem Schaffen in rüstigstem Mannesalter dahingegangen. Sein wissenschaftlicher Charakter, ein großer Teil seines Ideenkreises und seine frische Arbeitsfreude ist in diesem Institut begründet und herangewachsen, gefördert von dem anfeuernden Beispiel des Institutsdirektors und dem Verkehr in einem Kreise begeisterter Jünger der neuen Wissenschaft, die, jetzt in alle Welt zerstreut, von der Erinnerung an jene Jahre freundschaftlich zusammengehalten werden.

Geboren am 20. Oktober 1874 zu Bremen, entwickelte er schon frühzeitig naturwissenschaftliche Interessen und ein ernstes Streben nach selbstgesteckten Zielen. Zu Ostern 1895 begann er an der Universität Göttingen chemische und physikalische Studien, um nach einem in Lausanne verbrachten Semester sich unter Nernsts Leitung speziell der physikalischen Chemie zuzuwenden. Juli 1898 promovierte er mit einer Arbeit „Studien über Zersetzungsspannungen". Nach einem Semester Privatassistententätigkeit bei Nernst ging er nach Breslau als Assistent zu O. E. Meyer und habilitierte sich dort ein Jahr später. Schon 1901 aber zog ihn sein Lehrer Nernst als Assistent und Privatdozent in sein Institut nach Göttingen zurück; zwei Jahre später vertauschte er diese Assistentenstelle mit einer solchen am physikalischen Institut unter Professor Voigt. Im Herbst 1906 wurde er unter Ernennung zum Professor als Dozent für physikalische Chemie und Elektrochemie an die Technische Hochschule in Danzig berufen, wo ihm das neueingerichtete Laboratorium für physikalische Chemie unterstellt wurde.

Eine emsige wissenschaftliche Tätigkeit füllte diese und vor allem die folgenden zwei Danziger Jahre aus, deren Resultat in einer großen Zahl von Abhandlungen teils experimentellen, teils theoretischen Inhalts vor uns liegt. Sie einzeln zu besprechen, würde uns zu weit führen. Nur ein kurzer Überblick über die Gedankengänge, die Bose verfolgt hat, kann hier gestattet sein, ein Überblick, der wesentlich erleichtert wird dadurch, daß sich die Arbeiten im wesentlichen drei Gebieten zuordnen lassen, der Elektrochemie, der Thermochemie bezw. Thermodynamik und der kinetischen Theorie der Materie.

Seine Dissertation hatte ihn eingeführt in das Studium elektrochemischer Prozesse, speziell der elektromotorischen Kräfte. Sie wurde für ihn der Ausgangspunkt einer Reihe weiterer elektrochemischer Arbeiten, vor allem seiner Präzisionsmessungen über die E.M.K. von Gasketten. Mit ungewöhnlichem Geschick und Eifer stellte er fest, daß der bisher für die E.M.K. der Knallgaskette angenommene Wert von 1,08 Volt nicht unerheblich zu niedrig ist, daß sich vielmehr nach langwährender Einstellung 1,1542 Volt als Maximalwert ergibt. Dieser Wert hat dadurch besonderes Interesse gewonnen, daß er immer noch wesentlich niedriger liegt als der theoretisch aus dem Dissoziationsgleichgewichte des Wasserdampfes errechnete. Die Diskrepanz scheint nach neuern Versuchen auf Oxydbildung an der Platinelektrode zurückzuführen zu sein, die danach das eigentliche Sauerstoffpotential gar nicht annimmt. Bei der Untersuchung des Elektrodenmaterials auf diese Erscheinungen machte er die schöne Entdeckung, daß eine mit Sauerstoff beladene Goldelektrode, auf der sich nach einiger Zeit eine Schicht anscheinend kolloiden Goldes bildet, lichtempfindlich ist, und zwar für rotes und blaues Licht im entgegengesetzten Sinne, indem ersteres die E.M.K. erhöht, letzteres es erniedrigt. In einer weiteren elektrochemischen Arbeit konstruierte er eine neue Art von Gasgravitationselementen, eine andere erweiterte die Nernstsche Theorie der Diffusion von Elektrolyten unter Berücksichtigung der Dissoziation. An diese schließt sich die später mit Abegg ausgeführte und durch Versuche bestätigte Berechnung des Einflusses gleichioniger Zusätze auf die Diffusionsgeschwindigkeit von Elektrolyten. Der Einfluß der rasch aufblühenden Elektronentheorie zeigt sich in der Fragestellung, ob auch elektrolytische Leiter im Vakuum Elektronen aussenden, oder statt dessen vielleicht ponderable Ionen; Versuche mit konzentrierter Schwefelsäure entschieden später zugunsten der ersteren Annahme. Zunächst führte ihn diese Frage etwas abseits zu einer eingehenden experimentellen Untersuchung der Elektrizitätsleitung in Nernstschen Glühkörpern. Die ursprüngliche Frage konnte mit diesen Ver-

1) Diese Zeitschr. **12**, 465, 1911.

suchen freilich nicht entschieden werden, da es sich zeigte, daß neben der überwiegenden elektrolytischen auch eine metallische Leitfähigkeit in den Glühkörpern vorhanden ist. Die letztere bedingt natürlich eine Abweichung vom Faradayschen Gesetz. Damit ist Bose auf die Gültigkeitsgrenzen dieses Gesetzes aufmerksam geworden und er fragt sich, ob auch die elektrochemische Wirkung der Kathodenstrahlen diesem Gesetz unterliegt. Er hat viel Mühe auf die experimentelle Untersuchung dieser Frage verwandt, ohne zu einem vollen Erfolg zu kommen; es gelang ihm nicht, den thermischen Effekt infolge der kinetischen Energie der Kathodenstrahlen von dem elektrochemischen völlig zu trennen. Später konnte Knüpfer die Frage zugunsten der Gültigkeit des Faradayschen Gesetzes entscheiden. Erwähnt sei noch der interessante, wenn auch mißlungene Versuch, durch elektrostatische Induktion, also Veränderung der Konzentration negativer Elektronen, die Leitfähigkeit einer sehr dünnen Metallschicht zu ändern. In die erste Zeit der elektrochemischen Arbeiten fällt noch eine ferner stehende, zusammen mit Nernst ausgeführte Experimentaluntersuchung „Zur Theorie des Auerlichts". Zu den elektrochemischen Arbeiten selbst gehören jedoch noch einige in Danzig ausgeführte, die in interessanten Fällen den Nachweis verschiedener elektrochemischer Wertigkeit von Metallen erbringen, so den Nachweis halbwertiger Silberionen, wie der Existenz des Auri-Auro- und des Platini-Platino-Gleichgewichts.

Schon in Göttingen im Voigtschen Institute hatte Bose begonnen, sich mit thermochemischen Fragen zu beschäftigen. Seine ersten theoretisch-rechnerischen Arbeiten enthalten die Kritik eines thermochemischen Satzes von Julius Thomsen und den Nachweis, daß die Interpolationsformel Thomsens für die Mischungswärmen von Säuren im Gebiet der verdünnten Lösungen die Thomsenschen Beobachtungen selbst nur unexakt wiedergeben. Diesen rechnerischen Arbeiten folgen systematische und exakte kalorimetrische Messungen, sie betreffen die spezifischen und die Mischungswärmen von Gemischen verschiedener Alkohole mit Wasser in der Abhängigkeit von dem Mischungsverhältnis und der Temperatur. Die Resultate werden an dem bekannten Zusammenhang zwischen dem Temperaturkoeffizienten der Wärmetönung und den spezifischen Wärmen geprüft und bestätigt. Eine Reihe theoretischer und rechnerischer Arbeiten schließt sich an: Die thermodynamische Behandlung inhomogener Gemische, die Aufstellung einer Dampfdruckformel als Potenzreihe dritten Grades der reziproken absoluten Temperatur, die Angabe einer graphischen Methode, um aus der Gesamtdampfspannung eines Gemisches unter Benutzung der Duhem-Margulesschen Gleichung die Partialdampfspannungen durch allmähliche Annäherung zu bestimmen; der Versuch, eine theoretisch begründete Formel für die Mischungswärme in ihrer Abhängigkeit von Mischungsverhältnis und Temperatur zu gewinnen. Etwas abseits steht eine Arbeit, in der Bose die Dichteanomalien des Wasserdampfes auf die teilweise Bildung von Doppelmolekülen zurückführt; die Berechnung der Versuche von Kornatz ergab für die Temperaturabhängigkeit der Dissoziationskonstante eine gute Bestätigung und gestattete die Berechnung der Dissoziationswärme. Der glückliche Gedanke, diese Anomalie so zu erklären, fand neuerdings eine volle Bestätigung in den auf Nernsts Veranlassung angestellten Berechnungen von Levy.

Die freieste und selbständigste Gedankenentwickelung finden wir bei Bose in den Arbeiten, die der dritten der genannten Gruppen, der kinetischen Theorie der Materie, angehören und die in die Danziger Zeit fallen. Ein paar Vorläufer gehen freilich schon weiter zurück, in deren einem wird die Temperaturunabhängigkeit der radioaktiven Strahlung der Radiumemanation mit der Temperaturunabhängigkeit der spezifischen Wärme einatomiger Gase in Beziehung gesetzt, in dem anderen der Mittelwert der Schwingungsamplituden der Moleküle fester Körper berechnet und mit deren Ausdehnungskoeffizienten parallel gehend gefunden. Die eigentliche Arbeit Boses auf molekulartheoretischem Gebiet beginnt aber erst mit seinem Eingreifen in den Kampf über die Natur der sogenannten kristallinischen Flüssigkeit, der trüben anisotropen Schmelzen gewisser Substanzen. Bose scheint zunächst der Emulsionstheorie Tammanns zuzuneigen, wenigstens führt er in seinen ersten hierher gehörigen Arbeiten den Nachweis, daß die beobachtete Unstetigkeit in der Dichte und Zähigkeit beim Übergang von der trüben zu der klaren Schmelze keineswegs beweisend sei gegen die Emulsionstheorie, da Emulsionen ebenfalls solche Unstetigkeit zeigen können und zeigen. Aber sehr bald ziehen die ausgedehnten chemischen Untersuchungen Vorländers über die kristallinischen Flüssigkeiten Bose mit Entschiedenheit zu den Gegnern der Emulsionstheorie herüber, die er mit diesen Versuchen als unvereinbar ansehen muß. Die klare Erkenntnis des Unzureichenden der bisherigen Theorien läßt ihn selbst nach einer neuen Erklärung suchen. Die Basis dafür liefert ihm die Beobachtung Vorländers, daß die Moleküle derjenigen Substanzen, welche trübe anisotrope Schmelzen zu geben vermögen, fast

durchweg einen sehr langgestreckten Bau haben. Diese Tatsache bringt ihn auf den glücklichen Gedanken, daß die ungeordnete Molekularbewegung derartiger Moleküle bei großer Annäherung eine Behinderung erfahren könne, so daß bezüglich der Achsenrichtungen molekular geordnete, aber molar ungeordnete Zustände eintreten. „Eine endliche Masse trüber anisotroper Flüssigkeiten würde nach dieser Anschauung aus Molekülschwärmen bestehen derart, daß in jedem solchen Schwarm die Moleküle zwar völlig frei beweglich, aber bezüglich ihrer Richtungen mit einer Vorzugsrichtung behaftet wären." Die Trübung würde hiernach durch das Durcheinander der Schwärme bedingt; auch die quasi sprungweisen Änderungen der Dichte und der Zähigkeit und manche andere zugehörige Erscheinungen vermag diese Vorstellung gut zu erklären. Daß diese Schwarmtheorie der anisotropen Flüssigkeiten zurzeit die einzige ist, die in rationeller Weise molekulartheoretisch die Existenz anisotroper Flüssigkeiten zu deuten sucht, hat besonders gegen die molekulartheoretisch durchaus unzulässige Deutung der anisotropen Flüssigkeiten als einer Art Kristallpulver auf das klarste Nernst betont, der die Theorie nur wenig modifizierte. Bose selbst hat seiner Theorie eine experimentelle Basis gegeben, indem er nachwies, daß der Sprung in der Zähigkeit beim Übergang aus dem anisotropen zum isotropen Zustande mehr und mehr verschwindet, wenn der mit steigendem Druck eintretende Übergang aus dem Poiseuilleschen in den turbulenten Strömungszustand die ausfließende Flüssigkeit stärker und stärker durcheinander wirbelt und dadurch die Schwärme zerreißt. Sprechen ferner schon die Versuche von O. Lehmann und Bose über die Aufklärung anisotroper Flüssigkeiten im Magnetfeld stark gegen die Emulsionstheorie, so dürften mit den neuen Versuchen von Mauguin und v. Wartenberg, die zeigten, daß die trüben Flüssigkeiten im Magnetfeld, im konvergenten polarisierten Licht beobachtet, sich wie ein richtiger einachsiger Kristall verhalten, die Würfel endgültig gegen die Emulsions- und zugunsten der Boseschen Schwarmtheorie gefallen sein.

Im weiteren Verfolg eines bei der Theorie der anisotropen Flüssigkeiten entwickelten Gedankens hat Bose in einer mit seiner Gattin zusammen verfaßten Arbeit den Einfluß der Massenverteilung im Molekül auf die molekularen Anziehungskräfte untersucht und mit der van der Waalschen Konstanten a in Beziehung gesetzt. Auch zwei theoretische Arbeiten (eine gemeinsam mit Fr. A. Willers) über das sogenannte Asymmetrieprodukt gehören in gewissem Sinne hierher.

Boses letzte Arbeit aus dem Danziger Laboratorium bildet eine mit D. Rauert zusammen unternommene Experimentaluntersuchung aus dem Gebiete der Hydrodynamik, angeregt durch die Strömungsversuche mit den anisotropen Flüssigkeiten. Sie enthält die Bestimmung der Materialkonstanten des turbulenten, bisher nur an Wasser untersuchten Strömungszustandes an neun verschiedenen Flüssigkeiten.

Die Arbeit ist schon aus Lissabon datiert. Zu Ostern 1909 folgte Bose nämlich einem Rufe als ordentlicher Professor für Experimentalphysik und Direktor des Physikalischen Instituts an die National-Universität La Plata in Argentinien. Es mag ihm nicht ganz leicht geworden sein, sein Vaterland auf unbestimmte Zeit zu verlassen, aber es lockte doch zu vieles: ein größerer, unbebauter Wirkungskreis, ein neues, von ihm selbst einzurichtendes Institut und die damit gegebene Möglichkeit einer freien Entfaltung aller seiner Kräfte. Auch hatte ihn stets sein reger, nach neuen Eindrücken durstiger Sinn auf Reisen mit Vorliebe in fremde Länder geführt. Seine Hoffnungen wurden nicht enttäuscht. Die zwei Jahre, die er dort noch unter angestrengtester Arbeit verleben durfte, sind wohl die glücklichsten seines Lebens gewesen. Mit welchem Feuereifer er unter schwierigen Verhältnissen in diesen zwei Jahren ein mit allen modernen Hilfsmitteln ausgerüstetes Institut schuf, ist in dem vorstehenden Aufsatz von der Hand seiner Gattin liebevoll geschildert. Trotz dieser anstrengenden Organisationstätigkeit hat Bose bereits zu Anfang dieses Jahres einige Arbeiten aus seinem neuen Wirkungskreise veröffentlicht. Die erste erweiterte die früheren Beobachtungen der Aufklärung anisotroper Flüssigkeiten im Magnetfeld, die zweite ist eine gemeinsam mit seiner Gattin ausgeführte Durchrechnung der früheren Turbulenzversuche von Bose und Rauert, die sich vor allem auch auf das Übergangskriterium von O. Reynolds für die Grenze zwischen geordneten und turbulenten Strömungszuständen bezieht. Als dritte gehört auch noch hierher eine auf Boses Anregung in seinem Institut ausgeführte ausgedehnte Experimentaluntersuchung über die Turbulenzreibung in verschiedenen organischen Flüssigkeiten in der Abhängigkeit von der Temperatur von Prof. W. Sorkau; diese letzte Arbeit ist erst nach seinem Tode erschienen.

Bose hatte lebhafte Freude am Experimentieren und besaß eine große manuelle Geschicklichkeit; sie kam ihm sehr zu statten, als er später in La Plata beim Fehlen eines Glasbläsers alle Glasapparate sich selbst herstellen mußte. Einen deutlichen Beweis hierfür liefern auch eine Reihe von Arbeiten, in denen er sich

mit der Konstruktion und Durchbildung von Apparaten beschäftigt, dahin gehört die schon ins Jahr 1899 fallende Arbeit über die Konstruktionsprinzipien von Präzisionsthermostaten, ferner die Angabe einer praktischen Form von Normalelementen und Normalelektroden, eine Mitteilung über physikalisch-chemische Demonstrationsversuche ohne Materialverbrauch, die Konstruktion eines Silbermikrovoltameters und eines Gasvoltameters unter vermindertem Druck. Seine Erfahrungen in dem Kurse über physikalische Handfertigkeit, den er im Göttinger Physikalischen Institut mit viel Freude leitete, hat er in einem Aufsatz in den von E. Riecke herausgegebenen „Beiträgen zur Frage des Unterrichts in Physik und Astronomie an den höheren Schulen" Leipzig und Berlin, B. G. Teubner, 1904) niedergelegt.

Von literarischen Arbeiten ist noch zu erwähnen die mit Margarete Egebrecht ausgeführte Übersetzung der Elementaren Anorganischen Chemie von James Walker (Vieweg & Sohn, Braunschweig) und die Neubearbeitung der fünften Auflage von R. Lüpkes bekannten „Grundzügen der Elektrochemie auf experimenteller Basis" (Springer, Berlin).

In frischem Zuge reihen sich seine Arbeiten aneinander, die folgende meistens durch die vorhergehende angeregt. So war seine ganze Arbeitsmethode mehr induktiv als deduktiv. Aber gerade diese Richtung seines Geistes kam seiner Lehrtätigkeit zugute. Schon in Danzig hatte er unter schwierigen Verhältnissen es verstanden, eine Reihe von Schülern zur Mitarbeit heranzuziehen, in La Plata aber hatten sich die Herzen der Schüler eines fremden Volkes seinem für alle Ideale der Wissenschaft tatkräftig begeisterten Wesen in kürzester Zeit erschlossen. Wie der Bringer einer neuen Geisteswelt erschien er ihnen, nach der sie schon längst sich gesehnt hatten; wohl das stärkste Zeichen dafür, daß die Naturwissenschaften auch in den südamerikanischen Staaten bald Wurzel fassen und frische, kräftige Blüten treiben werden.

Boses organisatorische Bestrebungen äußerten sich schon frühzeitig in einem kleinen Aufsatz in der Chemikerzeitung vom Jahre 1900 über „Die Chemisch-Technische Reichsanstalt als wichtiges Erfordernis für die Weiterentwicklung von Wissenschaft und Technik"; ihre, wenn auch modifizierte, Verwirklichung in den neuen chemischen Forschungsinstituten hat er nicht mehr erlebt. Diese Anlagen konnten erst in La Plata zur vollen Entfaltung gelangen, wo ihm wesentlich die Organisation der naturwissenschaftlichen Disziplinen der sich entwickelnden Universität und die Heranziehung deutscher Gelehrter zu danken ist.

Diese Tätigkeit wurde ihm außerordentlich erleichtert durch sein freundlich-wohlwollendes und bescheidenes Wesen, das ihm, wohin er auch kam, schnell Freunde warb. Freilich stand sein Sinn nicht nach einer ausgebreiteten Geselligkeit, fast allzu zurückgezogen beschränkte er seinen Umgang nur auf wenige. Aber seinen Freunden blieb er treu, auch über Raum und Zeit hinweg. Erholung suchte und fand er auf weiten Reisen in der Stille der Natur, vor allem in der Heimat seiner zweiten Gattin, die ihm — sie ist selbst Kopenhagener Magister der Chemie — nach dem frühen Tode seiner ersten Gattin eine verständnisvolle Gefährtin und Helferin wurde.

So hat er, in angestrengter Arbeit seinen Weg sich bahnend, das Glück gefunden, das vor allem seine letzten Jahre in La Plata verschönte. Wohl dachte er auch an die Heimat zurück und schrieb mir noch wenige Monate vor seinem Tode, daß er schwerlich für immer dort bleiben werde. Wenn er auch den Erfolg seiner Lehrtätigkeit und die vollste Anerkennung für ihn sah, fehlte ihm doch die Resonanz einer weiteren Umgebung, die seiner wissenschaftlichen Arbeit volles Verständnis entgegenbringen konnte; die mußte er sich erst langsam selbst heranbilden.

Die Verehrung der Universität La Plata aber, die so vieles an ihm verloren hat, ist ihm auch über den Tod hinaus gefolgt: Argentinien ehrte ihn, indem es seine Beisetzung auf Staatskosten veranstaltete, die Universität schloß an jenem Tage ihre Tore, und seine Schüler, aus deren Grabrede eine fast schwärmerische Liebe und Verehrung klingt, schenkten seine Büste für das Physikalische Institut.

Gestorben in fremdem Lande, lebt er dort und in der Heimat fort in seinen Werken und im Herzen seiner Freunde.

F. Krüger.

VORTRÄGE UND REDEN.

Neuere Fortschritte in der Photogrammmetrie[1]).

Von v. Sanden.

Die Photogrammetrie ist ein Gebiet der angewandten Mathematik, das in neuerer Zeit eine umfangreiche Anwendung in der Praxis des Vermessungswesens gefunden hat. Es ist auch anzunehmen, daß sich dies weiterhin noch steigern wird. Daher soll im nachstehenden neben einer Übersicht über die bereits gebräuchlichen Methoden vor allem auch gezeigt werden, daß die mathematischen Hilfsmittel, die für weitere Fortschritte der Theorie in Frage kommen können, bereit liegen.

Die Photogrammetrie stellt sich die Aufgabe, aus mehreren photographischen Aufnahmen eines „Objekts" die wirklichen Abmessungen desselben zu ermitteln. Das Objekt kann hierbei verschiedenartigster Natur sein: ein Teil der Erdoberfläche, ein Landstrich, bei dem es sich um Anfertigung einer Landkarte handelt, ein Gebäude, dessen Plan im Grund- und Aufriß es zu bestimmen gilt, ein Maschinenteil, ein Kristall, ja auch mikroskopische Objekte können der photogrammetrischen Vermessung zugänglich gemacht werden.

Die bisher gebräuchlichen Methoden lassen sich in zwei Gruppen teilen: In der ersten Gruppe sind die in Frage kommenden mathematischen Hilfsmittel ziemlich trivial. Es bleibt im wesentlichen bei den Elementen der analytischen Geometrie. Von diesen Methoden wird in der Praxis bereits ein umfassender Gebrauch gemacht. Bei der zweiten Gruppe wird man etwas weiter in das Gebiet der projektiven Geometrie hineingeführt. Doch haben diese Methoden einen allgemeinen Eingang in die Praxis noch nicht zu verzeichnen. Doch ist dies, namentlich bei weiterer Benutzung der Ballonphotographie zu kartographischen Zwecken, zu erwarten.

Wir gehen zunächst auf die Methoden der ersten Gruppe ein. Es soll sich etwa darum handeln, von einem Landstrich, einem Gebirgszug oder dergl. eine Höhenschichtenkarte anzufertigen.

Zu diesem Zwecke macht man von zwei Stellen des Geländes aus photographische Aufnahmen des in Frage kommenden Gebietes, und zwar nicht mit einer gewöhnlichen Kamera, sondern mit einem sog. Phototheodoliten. Dies ist im wesentlichen eine Kamera, die an zwei Teilkreisen die Neigung der optischen Achse gegen die Horizontale und ihr Azimut abzulesen gestattet. Jeder Punkt des Objekts wird durch einen abbildenden Lichtstrahl in seinem Bildpunkt auf der Platte abgebildet. Legt man auf der Platte irgendein geeignetes Koordinatensystem fest, so kann man aus den „Plattenkoordinaten" des Bildpunktes die Lage des abbildenden Lichtstrahls relativ zur Kamera festlegen. Da nun die beiden[1]) Phototheodoliten während der Aufnahmen vermittelst der Teilkreise gegeneinander oder auch gegen die Erdoberfläche orientiert sind (d. h. ihre Lage im Raum ist durch geeignete Zahlwerte festgelegt), so können wir aus den Plattenkoordinaten der Bildpunkte eines Objektpunktes auf den beiden Platten die beiden abbildenden Lichtstrahlen ihrer Lage im Raume nach ermitteln und somit auch die räumlichen Koordinaten ihres Schnittpunktes: d. i. des gesuchten Objektpunktes. Die Ermittelung derselben kann rechnerisch oder graphisch geschehen.

Im Prinzip ist das ganze Verfahren, wenigstens nach seiner mathematischen Seite, nicht verschieden von dem „Vorwärtseinschneiden" mittels Theodoliten. Hierbei denke man sich an Stelle der photographischen Apparate Theodoliten aufgestellt, mit diesen werden dann die einzelnen Objektpunkte angezielt und die Lage des Zielstrahls im Raum an zwei Teilkreisen abgelesen, worauf die Ermittelung des Objektpunktes wie vorher erfolgt. Der Vorteil der photographischen Methode ist einmal ein äußerlicher: Die Arbeit des Geodäten im Freien wird ganz wesentlich abgekürzt. Statt jeden einzelnen Objektpunkt anzuzielen und darauf die Teilkreise abzulesen, werden jetzt die Teilkreise nur einmal abgelesen, und die eigentliche Vermessung wird im Zimmer vorgenommen, wodurch neben größerer Bequemlichkeit im allgemeinen auch größere Genauigkeit erreicht wird. Der Hauptvorteil der photographischen Methode ist aber folgender: Angenommen, die Entfernung der beiden Standorte, „die Basis", sei erheblich groß, und es handle sich etwa um die Aufnahme eines unzugänglichen Gebirgsstocks. Dann wird es für die beiden Beobachter am ersten und zweiten Aufnahmestandort schwierig sein, sich dar-

1) Habilitationsvortrag Göttingen 1911 (gekürzt).

1) Es ist für die Auffassung bequemer, von zwei gleichzeitig gemachten Aufnahmen und zwei Apparaten zu sprechen. Es ist natürlich in den meisten Fällen möglich, die Aufnahmen nacheinander mit einem Apparat zu machen und den Standort durch ein Signal zu kennzeichnen.

über zu verständigen, daß beide auch wirklich denselben Objektpunkt anzielen, zumal da das Aussehen des Objektes von den beiden Standorten aus ein wesentlich verschiedenes sein kann. Eventuell werden Handskizzen angefertigt werden müssen, um die Identifizierung überhaupt zu ermöglichen. Diese Schwierigkeit ist bei der Photogrammetrie fast ganz beseitigt, da man die beiden Aufnahmen ja gleichzeitig bei der Vermessung vor sich liegen hat und ohne Mühe zusammengehörige Bildpunkte herausfinden kann.

Um diese Schwierigkeit ganz zu vermeiden, sind, besonders von Pulfrich, dem wissenschaftlichen Mitarbeiter der Firma Zeiß in Jena, die „stereophotogrammetrischen" Methoden ausgebildet. Deren Prinzip ist kurz folgendes: Während der Aufnahme werden die beiden photographischen Apparate, die hierfür besonders konstruiert sind, so orientiert, daß die beiden Platten in ein und dieselbe vertikale Ebene zu liegen kommen. Betrachtet man nachher beide Platten gleichzeitig mit beiden Augen im Stereoskop, so sieht man nicht mehr zwei Bilder, sondern hat einen räumlichen Eindruck der Landschaft. Wir haben den Eindruck, den ein Riese haben würde, dessen Augenabstand gleich der Basis ist. Das Stereoskop ist nun für die Vermessung der Platten besonders hergerichtet und wird als „Stereokomparator" bezeichnet. Man betrachtet die Platten gleichzeitig durch zwei Mikroskope, in deren Strahlengang je eine kleine Marke angebracht ist. Beim Durchschauen hat man nun den Eindruck, als ob diese Marke im Gelände schwebt, und zwar scheint sie über dem Punkte zu schweben, auf dessen Bildpunkt die beiden Mikroskope gerade gerichtet sind. Statt der Mikroskope sind nun die beiden Platten beweglich angeordnet. Durch Bewegen der Platten gewinnen wir den Eindruck, als ob die Marke im Raume umherschwebt. Durch Bewegen dreier Handräder können wir die Marke an jeden Punkt des Geländes bringen. An drei Skalen können dann nach leichter Umrechnung die Raumkoordinaten des Punktes festgestellt werden. Man tastet also mit der Marke alle interessierenden Punkte des Geländes ab und ermittelt so deren Raumkoordinaten.

Von einem österreichischen Offizier, Leutnant von Orel, ist in den letzten Jahren eine weitere Vervollkommnung angegeben: Durch eine Koppelung werden die drei Handräder in der Weise gekoppelt, daß nur noch zwei willkürlich beweglich bleiben. Die Bewegung der Marke im Raum wird dadurch auf eine ganz bestimmte horizontale Ebene beschränkt. Indem man die Marke nun stets auf der Oberfläche des Objektes gleiten läßt, beschreibt sie daselbst die Schnittkurve der horizontalen Ebene mit dem Objekt: Eine Höhenlinie. Ein Schreibstift zeichnet nun gleichzeitig diese Höhenlinie auf dem Kartenblatt auf. Nach kurzer Einstellung kann man eine andere Höhenlinie zeichnen usw. Allerdings sind die Kosten des Apparats noch recht hoch, und es erscheint auch fraglich, ob bei glatter Oberfläche des Objekts die Genauigkeit, mit der man die Marke am Objekt entlang führt, ausreichend sein wird.

Während bei all diesen Verfahren die technische Durchbildung zu hoher Vollkommenheit gediehen ist, ist der mathematische Hilfsapparat ein ganz elementarer. Umgekehrt ist es bei den Methoden der zweiten Gruppe. Das wesentlich Neue hierbei ist dies: Wir lassen die Voraussetzung fallen, daß die Apparate bei der Aufnahme irgendwie zueinander oder zum Gelände orientiert sein sollen. Dieser Fall wird die Regel sein bei Aufnahmen vom Luftfahrzeug aus. Ohne weitere Daten hat man es hier nur mit den beiden Platten zu tun. Wir können die daraus entstehende Aufgabe so formulieren: Denken wir uns alle abbildenden Lichtstrahlen, die ja durch die Bildpunkte auf der Platte und den optischen Linsenmittelpunkt gehen, starr mit dem Apparat verbunden, so liefert uns eine Aufnahme ein räumliches Strahlenbündel dieser geraden Lichtstrahlen. Haben wir es nun mit zwei Aufnahmen zu tun, so erhalten wir zwei solche Strahlenbündel, deren Strahlen sich in der Weise entsprechen, daß die den gleichen Objektpunkt abbildenden Strahlen in den beiden Bündeln zusammen gehören. Unsere Aufgabe ist nun die, die Bündel im Raume so gegeneinander zu orientieren, daß sich entsprechende Strahlen im Raume schneiden. Bis auf den Maßstab können wir dann, wie vorher die Koordinaten des Schnitt-, d. h. Objektpunktes ermitteln.

Es kann nun vorkommen, daß man vom Objekt die Lage von einigen Punkten, etwa dreien, bereits kennt, und kann dann so vorgehen: Die abbildenden Lichtstrahlen dieser drei Punkte bilden eine Pyramide, die starr mit dem Apparat verbunden zu denken ist. Wir haben sie so zu orientieren, daß die drei Kanten durch die entsprechenden Objektpunkte gehen. Damit ist dann die Lage der Kamera gegenüber dem Objekt gefunden. Führt man dies für zwei Aufnahmen durch, so können wir die früher geschilderten Verfahren zur Ausmessung benutzen. Diese Art der Orientierung, die man als „Rückwärtseinschneiden im Raum" be-

zeichnen könnte, ist bequem mit beliebiger Genauigkeit durchführbar.

Der allgemeinste Fall ist nun offenbar der, wo wir außer den Platten gar keine weiteren Angaben haben. Wir könnten nun so vorgehen, daß wir uns etwa mit der ersten Kamera ein geeignetes Koordinatensystem starr verbunden denken; dann können wir die Lage der zweiten Kamera in diesem System (bis auf den Maßstab) durch fünf Parameter festlegen. Denken wir uns für einen Augenblick diese Parameterwerte bekannt, so können wir analytisch die Bedingung dafür ausdrücken, daß sich entsprechende abbildende Lichtstrahlen im Raum schneiden. Es geschieht dies durch Nullsetzen einer Determinante. Für jeden Lichtstrahl erhalten wir so eine Gleichung, die neben den vier entsprechenden Plattenkoordinaten jene fünf Parameter enthält. Da wir nun, prinzipiell wenigstens, beliebig viele Bildpunkte zur Verfügung haben, können wir so eine unbeschränkte Anzahl von Gleichungen für jene fünf Parameter erhalten. Diese Gleichungen sind nun durchaus nicht linear, dagegen lassen sich die Parameter so wählen, daß die Gleichungen Summen von Produkten dieser Parameter sind.

Für all solche Produkte führen wir neue Unbekannte ein, deren Anzahl die der Parameter also erheblich übersteigt. In diesen neuen Unbekannten sind unsere Gleichungen jedoch linear, und da wir eine unbeschränkte Anzahl solcher Gleichungen zur Verfügung haben, ist das Problem reduziert auf die Auflösung eines Systems linearer Gleichungen. Im allgemeinsten Falle nun ist die erforderliche Anzahl dieser Gleichungen recht groß, so daß die Auflösung große Schwierigkeit bieten würde. Abgesehen davon, daß es in praxi durchaus nicht immer möglich sein wird, beliebig viele identifizierbare Punkte auf den beiden Platten zu finden. Das geschilderte Verfahren behält aber seine Berechtigung, wenn die Lage der photographischen Apparate bei der Aufnahme zueinander von vornherein genähert bekannt ist. Dann verhilft uns unser Ansatz dazu, nach dem Newtonschen Verfahren etwa, diese Näherungen beliebig zu verfeinern. Ohne neue Unbekannte einzuführen, entwickelt man dann die ursprünglichen, durch Nullsetzen der Determinante erhaltenen Gleichungen nach den fünf Parametern, begnügt sich mit den Gliedern der ersten Ordnung und erhält so unter Einführung der Näherungswerte in die Differentialquotienten fünf lineare Gleichungen in bekannter Weise für die fünf Korrekturen der Parameter. Dieser Fall kann beispielsweise eintreten, wenn man Ballonaufnahmen mit vertikal gestellter optischer Achse des Apparates macht, was sich mit einfachen Konstruktionen nur bis zu einem gewissen Grade der Annäherung ermöglichen lassen wird. Die vertikale Stellung der optischen Achsen liefert dann die ersten Näherungswerte, und die Abweichungen lassen sich dann rechnerisch, wie eben gezeigt, ermitteln.

Der allgemeine Fall nun, bei dem Näherungswerte irgendwelcher Art nicht bekannt sind, läßt sich jedoch auch erledigen unter Benutzung einiger Sätze der projektiven Geometrie. Und zwar vermittels der sog. „Kernpunkte". Deren Definition ist die folgende: Wir denken uns die beiden Apparate zweier Aufnahmen in ihrer Lage während der Aufnahmen im Raum festgehalten. Die optischen Linsenmittelpunkte beider denken wir uns durch eine Gerade, die wir „Kerngerade" nennen wollen, verbunden. Diese Kerngerade wird die Ebene einer jeden Platte in einem Punkte durchstoßen. Diese Durchstoßpunkte wollen wir Kernpunkte nennen. Sie haben gewisse ausgezeichnete geometrische Eigenschaften, vermittels derer es möglich ist, den Kernpunkt einer jeden Platte zu bestimmen.

Jeder Objektpunkt wird doch abgebildet durch zwei Lichtstrahlen, die durch die Linsenmittelpunkte gehen und in diesen auch die Kerngerade treffen. Eine Ebene, welche die beiden Lichtstrahlen enthält, geht nun durch den Objektpunkt, die beiden Bildpunkte auf den Platten und die Kerngerade. Die Gesamtheit der Objektpunkte liefert uns so ein Ebenenbüschel, dessen Achse die Kerngerade ist. Die beiden Plattenebenen werden nun von diesem Ebenenbüschel in projektiven Strahlbüscheln geschnitten, deren Strahlen durch die Kernpunkte gehen. Damit haben wir eine ausgezeichnete Eigenschaft der Kernpunkte gefunden: Die Verbindungslinien der Kernpunkte mit entsprechenden Bildpunkten auf den beiden Platten bilden projektive Strahlenbüschel. Die projektive Geometrie liefert nun Hilfsmittel, aus dieser Eigenschaft heraus die Kernpunkte zu bestimmen. Die dabei auftretenden Gleichungen sind zwar auch höheren Grades, lassen sich aber durch Einführung neuer Variabler für die Produkte der ursprünglichen Unbekannten auf lineare, und zwar sind es diesmal ihrer nur acht, zurückführen, so daß die Bestimmung der Kernpunkte keine Schwierigkeiten bereitet.

Es gibt nun noch einige Ausnahmefälle, wo die Bestimmung der Kernpunkte vermittels der eben geschilderten Eigenschaft unmöglich wird: Wenn alle Punkte des Objekts z. B. in einer Ebene liegen. Doch liefert die projektive Geometrie auch in diesem Falle die Hilfsmittel, um die Kernpunkte zu bestimmen. (In dem er-

wähnten Ausnahmefall handelt es sich darum, zwei projektive Strahlenbündel in perspektive Lage zu bringen.)

Sind die Kernpunkte zweier Aufnahmen aber erst einmal bestimmt, so bietet die weitere Orientierung der Aufnahmen keine besonderen Schwierigkeiten mehr. Man kennt dann in dem Strahlenbündel jeder Aufnahme die Kerngerade, diese sind zur Deckung zu bringen, und man hat die Apparate dann nur noch um diese Kerngerade durch einen geeigneten Winkel zu drehen, um die orientierte Lage herzustellen, eine Operation, die sich graphisch oder analytisch unschwer durchführen läßt.

Es ist also in jedem Falle möglich, die gegenseitige Orientierung zweier Aufnahmen wieder herzustellen. Wenn die hierbei verwandten Methoden einen Eingang in die Praxis auch noch nicht gefunden haben, so ist doch zu erwarten, daß man sich ihrer bedienen wird, wenn es sich darum handelt, Ballonaufnahmen photogrammetrisch zu vermessen, wenn das Vermessungsluftschiff einmal seine Fahrten begonnen haben wird.

Göttingen, phys. Institut der Universität.

(Eingegangen 15. Oktober 1911.)

PHYSIKALISCHE TECHNIK.

Ein neues Zeiger-Quadrantenelektrometer für niedere Spannungen.

Von Paul Wüstney.

Zur Messung niederer Spannungen ist in jüngster Zeit von der Firma Hartmann & Braun, A.-G., Frankfurt a. M., ein Zeiger-Quadrantelektrometer auf den Markt gebracht worden, welches ganz besonders für physikalische und chemische Laboratorien geeignet sein dürfte. Das Instrument verdient insofern eine besondere Beachtung, als hier eine in Spitzen gelagerte Doppelnadel Verwendung findet und eine Empfindlichkeit erreicht wird, wie sie größer für derartige Instrumente wohl kaum zu erwarten steht. — Das in Fig. 1 und 2 dargestellte Instrument weist bei einer Spannung von 50 Volt einen Zeigerausschlag von 70^0 auf und bietet durch die Lösung konstruktiver Schwierigkeiten Interessantes, so daß es angebracht erscheint, auf den Aufbau des Instrumentes näher einzugehen.

Galt es zunächst, eine äußerst feine Lagerung der Doppelnadel durchzuführen, so waren es besonders die Fragen der Stromzuführung zur Nadel, welche auf keinen Fall hemmend auf die Bewegungsfreiheit derselben einwirken durfte, sowie der Erreichung einer sicheren Nullpunkteinstellung eines so äußerst leichten Systems, welche große Schwierigkeiten bereiteten. — Wie Fig. 3 zeigt, ist auf einer Grundplatte g ein Ring r mittels Schrauben s und Druckfedern f aufgebaut. In diesem Ringe r ist ein zweiter Ring r_1 drehbar gelagert, auf welchem die Quadrantenflächen q in einem Abstande von 4 mm zueinander, in Bernstein isoliert, befestigt sind. Die Lagerung der

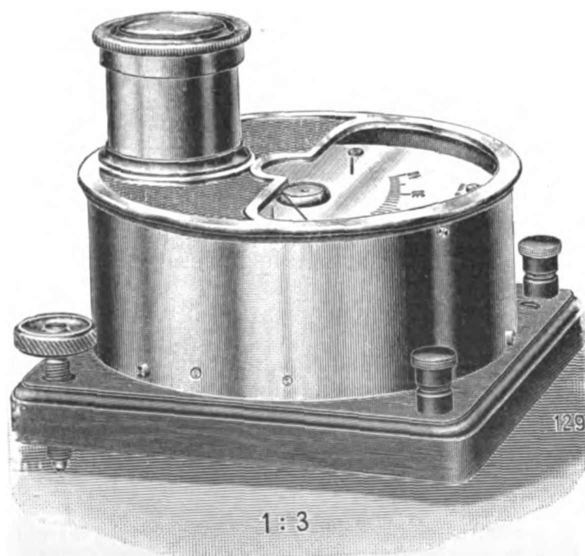


Fig. 1.

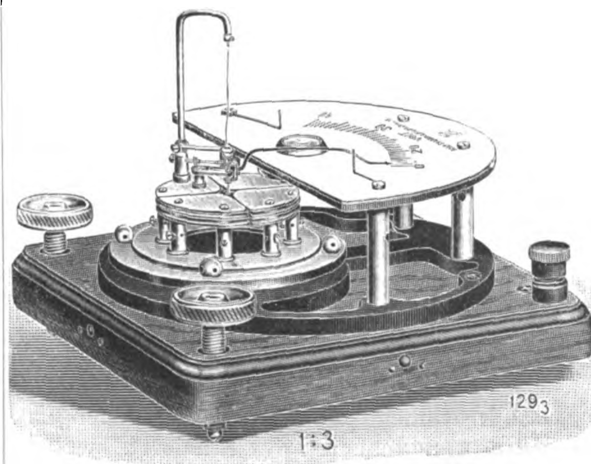
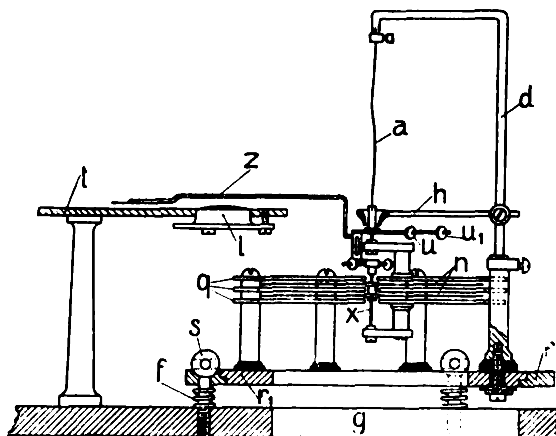


Fig. 2.



582

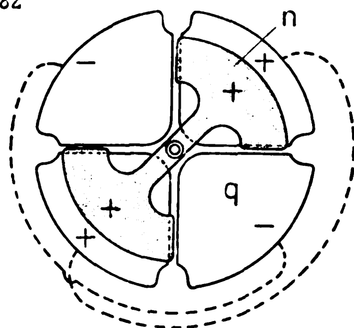


Fig. 3

Doppelnadel n ist in der Weise durchgeführt, daß eine zweifach gekröpfte Achse x, welche auch gleichzeitig den Zeiger z trägt, verwendet wird, um den senkrechten Auflagedruck des ca. 0,9 g schweren Systems auf beide Auflagespitzen gleichmäßig zu verteilen, D.R.G.M.

Um der Nadel n eine ihre Bewegungsfreiheit nicht beeinträchtigende Stromzuführung zu geben, ist das obere Ende der Achse x ausgebohrt, in welche Vertiefung ein von dem Bügel d getragenes, ca. 40 mm langes Bändchen a, das aus flach gewalztem Cu-Draht von 0,015 mm Durchmesser besteht, hineingehängt und nachträglich in der Nullpunktstellung des Zeigers mit der Achse verlötet wird. D.R.G.M. Auf diese Weise kann auch eine etwa noch vorhandene Torsion des Bändchens auf die Einstellung der Nadel keinen Einfluß mehr ausüben. Der Bügel d trägt ferner einen Halter h, welcher ein Herausheben des Systems aus den Lagern verhindert. Eine durchaus sichere Nullpunkteinstellung der Nadel wird dadurch erreicht, daß man derselben ein geringes Untergewicht erteilt, was auf folgende Weise geschieht:

Die Grundplatte g und mit ihr der Ring r wird mittels der Libelle l, die in die Skala t eingelassen ist, genau in die Wage gebracht. Sodann wird das ausbalancierte System mit einem auf die rückwärtige Zeigerverlängerung aufgeschraubten Gewichtchen u_1 beschwert und die Lage des Ringes r zur Grundplatte g durch Verstellen der Druckschrauben s geändert. Hierdurch kommt das Gewichtchen u_1 zur Wirkung und bedingt die sichere Nullpunkteinstellung. Fig. 4 zeigt den Verlauf der Skala, wie er durch die in Fig. 3 gezeigten Formen der Nadel bedingt wird. Auch kann durch Verdrehen des Ringes r_1 in dem Ring r die Stellung der Quadranten zur Nadel geändert und damit der Skalenverlauf beliebig beeinflußt werden.

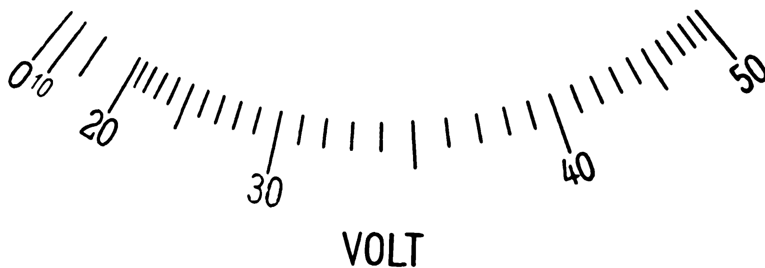


Fig. 4.

(Eingegangen 17. November 1911.)

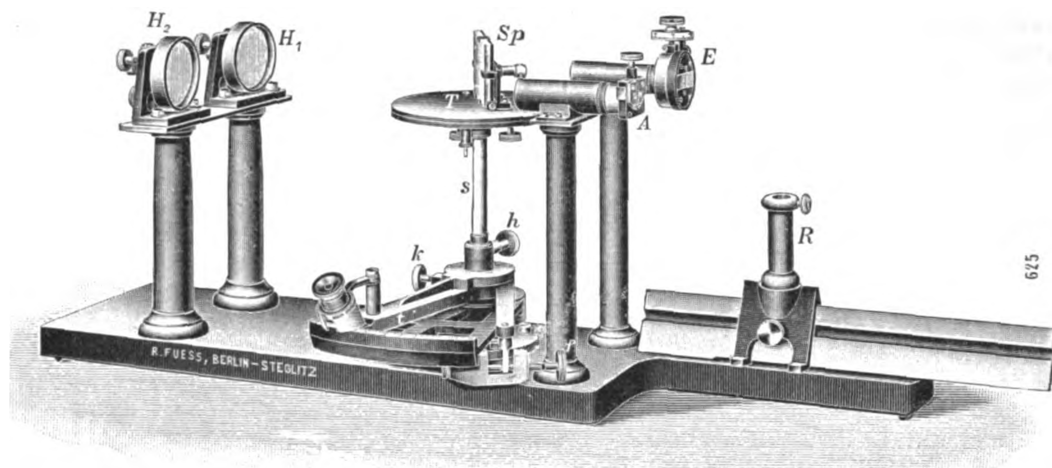
Ultrarot-Spektrometer [1]).

(Mitteilung aus der R. Fueßschen Werkstätte in Steglitz bei Berlin.)

Von C. Leiß in Steglitz.

Das Instrument dient zu Untersuchungen im Ultrarot und auch im Ultraviolett, wobei an Stelle von Linsen ausschließlich nur Spiegel, die den Vorteil haben, stets achromatisch zu sein, zur Anwendung gelangen. Als dispergierender Körper kann entweder ein Prisma

1) Die Konstruktion des nachfolgend beschriebenen Spektrometers erfolgte auf Veranlassung des Herrn Prof. Dr. Koenigsberger, Direktor des mathematisch-physikalischen Instituts der Universität in Freiburg i. B.



oder auch ein ebenes Reflexionsgitter Verwendung finden.

Der Strahlengang im Prisma ist der in sich zurückkehrende Strahl nach Abbe. Hierdurch erspart man, besonders bei dem kostspieligen Flußspat, die Hälfte des Prismenmaterials, das bei den sonst zumeist gebräuchlichen Anordnungen erforderlich wäre. Ein 30°-Prisma ersetzt also im vorliegenden Falle ein solches von 60°.

Soll nach dem Vorgange von Paschen an Stelle des Prismas ein ebenes Reflexionsgitter verwendet werden, so genügt für die Untersuchung im Ultrarot ein weniger fein geteiltes Gitter vollständig. Ein solches Gitter ermöglicht exakte Messungen der Spektrallinien im Ultrarot.

Beschreibung des Apparates. Sämtliche Teile des Apparates sind auf einer kräftigen eisernen Grundplatte montiert. Je zwei, an ihrem oberen Ende durch eine Brücke miteinander verbundene Säulen tragen die beiden Spalte E und A und die beiden Hohlspiegel H_1 und H_2.

E ist ein bilateraler Eintrittsspalt, dessen Mikrometertrommel die jeweilige Größe der Spaltöffnung nach $^1/_{100}$ mm abzulesen gestattet. A ist der gleichfalls bilateral sich öffnende Austrittsspalt, jedoch ohne Trommelteilung an der Schraube des Spaltes. Die beiden Hohlspiegel mit Oberflächenversilberung H_1 und H_2 sind in Fassungen eingesetzt, welche sich nach Art eines Prismatisches mit Hilfe von je zwei Schrauben und einer Gegenfeder innerhalb der erforderlichen Grenzen justieren lassen. Die Hohlspiegel haben eine Brennweite von 40 cm bei einem Durchmesser von 54 mm.

Die Brennweiten und Öffnungen sind so gewählt, daß die Fehler, die alle sphärischen Spiegel haben, nicht stören, andererseits aber die Apertur genügende Helligkeit garantiert. Größere Dimensionen sind mit Rücksicht auf Flußspatprisma und Gitter unnütz.

Der silberne, durch eine Glasplatte geschützte Limbus des mit der Grundplatte fest verbundenen Kreisbogenstückes ist in $^1/_{12}$ Grad (5′) geteilt und der mit Ableselupe versehene Nonius erlaubt die Ablesung von 5″. Die Einteilung des Limbus erstreckt sich über ein Gebiet von 40°. In dem Kernstück des den Nonius tragenden Armes t läßt sich der Stab s für den Prismatisch T hoch und tief stellen und durch die Schraube h festklemmen. Zur Arretierung des drehbaren Armes t mit seinem Nonius dient die Schraube k und zur feinen Einstellung die Schraube f.

Auf dem, mit den üblichen Justierschrauben versehenen Prismatisch T ist der mit Oberflächenversilberung versehene Planspiegel Sp befestigt. Der Halter dieses Planspiegels Sp ist fest mit der oberen Platte des Prismatisches verbunden. Das Prisma oder das Reflexionsgitter wird gegen den Planspiegel Sp durch entsprechende Halter ohne zu starken Druck angelegt.

Vor dem Eintrittsspalt E kann auf einem, auf einer Schiene verschiebbaren Reiter oder Schlittenschieber R in bequemer Weise eine Linse oder ein Hohlspiegel befestigt werden, welcher ein Bild der Lichtquelle auf dem Eintrittsspalt E entwirft.

Als Vorteile dieses Apparates seien genannt:

1. Das Radiometer oder die Thermosäule usw. bleiben fest stehen.
2. Das Prisma steht nahezu im Minimum der Ablenkung; dadurch erhält man stets eine scharfe Abbildung.
3. Die sehr genaue Kreisteilung (5′) des Kreisbogenstückes erlaubt recht genaue

Wellenlängen-Messungen, die auch im Ultrarot auf einige Ångström-Einheiten genau sind.

4. Die Montierung der Spiegel auf den miteinander verbundenen kräftigen Trägerpaaren macht Erschütterungen unschädlich.
5. Der zweite Spalt *A* ermöglicht ein exaktes Ausblenden einer Linie, ohne daß die Thermosäule linear sein muß.

Bei Untersuchungen im Ultrarot empfiehlt es sich, vor dem Eintrittsspalt *E* ein dünnes Molybdänglanz- oder Antimonglanz-Blättchen oder ähnliches anzubringen. Dadurch wird das sichtbare und ultraviolette Spektrum ganz vernichtet.

Mit breitem Spalt läßt sich dieses neue Spektrometer auch für die Reststrahlenmethode nach Rubens verwenden. Die selektiv reflektierenden Platten müßten dann unter Verwendung justierbarer Halter vor die Hohlspiegel und den Tischspiegel *Sp* gebracht werden.

Justierung und Eichung des Apparates. Die Justierung der 3 Spiegel geschieht mit weißem Licht, wobei der Austrittsspalt *A* gegen ein, dem Spektrometer beigegebenes Gaußsches Okular umgetauscht wird. Dann dreht man den Tischspiegel und justiert, bis das direkt gesehene und das gespiegelte Fadenkreuz zusammenfallen. Darauf läßt man das Licht durch den Spalt einfallen und justiert den zweiten Spiegel in der üblichen Weise. Dann wird das Prisma angepreßt oder man klebt auf sämtliche Spiegel aus dünnem Zwirn je ein Fadenkreuz, das etwa in der Mitte liegt und justiert die Schrauben so lange, bis alle Schnittpunkte, die man mit dem Auge gleichzeitig genügend scharf sehen kann, übereinander fallen. Dann werden die Kreuze abgenommen, das Prisma angepreßt und in der bei jedem Spektrometer üblichen Weise Spaltmitte auf Fadenkreuz eingestellt.

Die Eichung und Feststellung des Winkels zwischen den Hohlspiegeln H_1 und H_2 und dem drehbaren ebenen Spiegel *Sp* erfolgt mit *Na*- und mit *Li*-Licht oder mit zwei *Hg*-Linien. Dann sind alle Daten des Instruments bekannt, denn der Prismenwinkel selbst wird auf einem gewöhnlichen Spektrometer oder Goniometer gemessen. Die Brechungs-Exponenten des Flußspats und Steinsalzes im Ultrarot sind von Langley, von Rubens und von Paschen gemessen.

(Eingegangen 18. November 1911.)

Isolierte Doppelklemmen. (Insulated Double Connectors.)

Von W. G. Cady.

Bei Demonstrationen und Experimentaluntersuchungen, wo man elektrische Verbindungen häufig auswechseln muß, bilden die üblichen Doppelklemmen aus blankem Metall häufig eine Quelle des Ärgers und der Gefahr. Seit einer Reihe von Jahren habe ich die in den Fig. 1 und 2 dargestellten Klemmen benutzt, die von dem Universitätsmechaniker hergestellt werden. Der Nachteil, daß die Drähte nicht so fest gehalten werden wie in den Schraubklemmen, wird für die meisten Zwecke, wo Stromkreise nur vorübergehend geschaltet werden, wie bei Vorlesungsdemonstrationen, bei weitem durch die Leichtigkeit und Schnelligkeit aufgewogen, mit der man Drähte, kleine wie große, verbinden kann. Überdies ist die

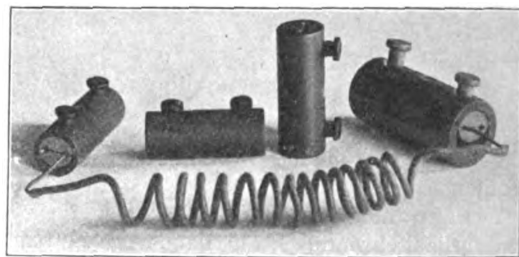
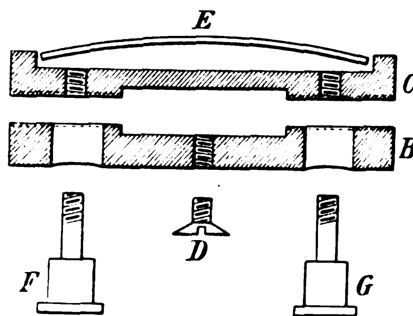


Fig. 1.



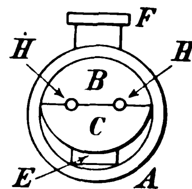


Fig. 2.

Gefahr eines Kurzschlusses durch zufällige Berührung zweier Klemmen gänzlich beseitigt.

Im oberen Teile der Fig. 2 sieht man die verschiedenen Teile der Klemme, mit Ausnahme der Einschlußröhre. Der untere Teil der Figur zeigt eine Endansicht der Klemme nach dem Zusammensetzen. *A* ist die Einschlußröhre aus Hartgummi oder vulkanisiertem Fiber. Die meisten meiner Klemmen haben eine Röhre von 35 mm Länge bei 12 mm äußerem und 9,5 mm innerem Durchmesser, aber auch ein größeres Format hat sich als bequem herausgestellt. In die Röhre *A* hinein passen die beiden Messingstücke *B*, *C*; sie sind aus einem Ende massiven Stabes von demselben Durchmesser wie das Innere von *A* geschnitten. *B* wird durch die Schraube *D* fest gegen die obere Seite von *A* gehalten. Der Kopf dieser Schraube kann, wenn es erwünscht ist, mit Isolierkitt überzogen werden, obschon dies im allgemeinen unnötig ist. *C* wird durch die starke flache Stahlfeder *E* (eine Uhrfeder), die den Raum zwischen *C* und der Innenfläche von *A* einnimmt (siehe den unteren Teil der Figur) gegen *B* gedrückt. Die Kopfschrauben *F*, *G* mit isoliertem Kopf gehen lose durch *A* und *B* hindurch und sind fest in *C* eingeschraubt. Sie dienen dazu, *C* von *B* fortzudrücken, wenn an einem der beiden Enden ein Draht eingeführt werden soll. Die Löcher *H*, *H* sind so gebohrt, daß sie in den anliegenden Flächen von *B* und *C* Nuten bilden, und haben Durchmesser von ungefähr 0,8 mm und 1,5 mm; sie dienen zum Halten stärkerer Drähte. Dünnere Drähte werden einfach zwischen die angrenzenden Flächen von *B* und *C* geklemmt, die etwas gerauht sind, um die Reibung zu erhöhen. Bei Verwendung einer starken Feder *E* hat sich ein ganz beträchtlicher Zug als erforderlich ergeben, wenn es gilt, die Drähte zu verschieben.

Trotz des zu ihrer Herstellung erforderlichen größeren Arbeitsaufwandes haben sich diese Klemmen als fast unentbehrlich auf dem Vorlesungstische erwiesen, besonders da, wo man es mit hohen Spannungen zu tun hat. Nicht ihr geringster Vorzug liegt darin, daß sie selbst bei den feinsten Drähten einen sicheren Kontakt gewährleisten.

Middletown, Conn., 15. Juli 1911.

(Nach dem Manuskript aus dem Englischen übersetzt von Max Iklé.)

(Eingegangen 27. Juli 1911.)

BESPRECHUNGEN.

G. Kümmell, Physikalisch-chemische Praktikumsaufgaben. 8. VII u. 71 S. mit 24 Figuren. Leipzig, B. G. Teubner. 1910. M. 1.60, geb. M. 2.—

Das Büchlein behandelt die üblichen Praktikumsaufgaben für physikalische Chemie, die in dem Ostwaldschen und Nernstschen Institut ausgearbeitet worden sind, in sehr klarer und sachgemäßer Weise. Die Aufgaben entstammen den Gebieten der chemischen Statik (Molekelzählmethoden, Gleichgewichte in Lösungen), der Kinetik, Thermo-, Photo- und Elektrochemie. Die Aufgaben über Löslichkeitserniedrigung, Estergleichgewicht und die aus der Photochemie sind in den gebräuchlichen verwandten Büchern von Kohlrausch, Ostwald-Luther und Roth nicht zu finden. Die Zeichnungen einiger Apparate und Schaltungsschemen erhöhen den Wert des Büchleins, das jedem physikalisch-chemischen Praktikum gute Dienste leisten wird. K. Jellinek.

L. Grebe, Spektroskopie. (Aus Natur und Geisteswelt. 284. Bändchen.) kl. 8. 110 S. Mit 62 Figuren im Text und 2 Doppeltafeln. Leipzig, B. G. Teubner. 1910. Geb. M. 1.25

Die flottgeschriebene, durchweg interessant und leichtfaßlich gehaltene Darstellung des spektroskopischen Gebietes kann einem mit gewissem physikalischen Verständnis ausgerüsteten Leserkreise warm empfohlen werden. Geschichtliches, Apparate und Methoden, Ergebnisse und Anwendungen der Spektroskopie sind die den vier Abschnitten zugrundeliegenden Gegenstände, und es ist dem Verfasser gut gelungen, trotz des notwendigen Verzichts auf eingehendere mathematische Ableitungen, ein den modernen Anschauungen entsprechendes Bild entwerfend auch dem Laien einen anschaulichen Begriff zu geben von dem Anteil, den das Gebiet hat an der Erforschung des inneren Baues der Materie im Sinne der Elektronentheorie, sowie an der Erweiterung unserer astrophysikalischen Kenntnisse. Außer den Textfiguren dienen der Erläuterung zwei instruktive Tafeln mit verschiedenen Spektren sowie zweckmäßige Tabellen. H. Hörig.

Ernst Grimsehl, Didaktik und Methodik der Physik. (Handbuch der Erziehungs- und Unterrichtslehre für höhere Schulen, herausgegeben von Dr. A. Baumeister. 4. Band, 1. Abteilung, 2. Hälfte.) gr. 8. VI u. 115 S. München, C. H. Becksche Verlagsbuchhandlung. 1911. Geheftet M. 3.—, in Leinwand geb. M. 4.—

Die Schrift zerfällt in drei große Abschnitte. Der erste (A), „Allgemeines" (S. 1—27), enthält Betrachtungen über das Wesen der naturwissenschaftlichen Forschungsmethode, über den Wert positiver Kennt-

nisse, die Notwendigkeit der Beschränkung des Lehrstoffes, die Verwendung der Infinitesimalrechnung und der graphischen Methode im Unterricht. Ein zweiter Abschnitt (B) behandelt die „Bedingungen für den Erfolg im Unterricht“ (S. 28—85): Die Ausbildung des Lehrers und seine Fortbildung, der Lehrvorgang, der Lehrapparat, das Experiment, die physikalischen Schülerübungen. Der dritte Abschnitt schließlich enthält „didaktische Bemerkungen zu einzelnen Unterrichtsgebieten“. Besonders wertvoll erscheint dem Ref. der zweite Abschnitt, wo der Verf. aus dem reichen Schatze seiner langjährigen Erfahrung eine Unmenge Fingerzeige und Winke gibt, die für viele Physiker, insbesondere für alle jüngeren Physiklehrer, von größtem Nutzen sind.

R. Lucas.

Robert Geigel, Licht und Farbe. (Aus „Bücher der Naturwissenschaft“. 5. Band.) 16. 199 S. Mit einem Porträt, 4 bunten Tafeln und 75 Zeichnungen im Text. Leipzig, Reclam jun. 1910. M. —60, geb. M. 1.—

In populärer Form und unter fast vollständiger Vermeidung von Mathematik wird dem Leser so ziemlich alles vorgeführt, was über Licht und Farbe bekannt ist. Die einzelnen Abschnitte sind: Ausbreitung des Lichtes, praktische Optik, Farbe, vom Wesen des Lichtes, Wirkung des Lichtes, Optik der Atmosphäre. Die Darstellung wird durch eine große Zahl von Figuren unterstützt, sie ist klar, wenn auch nicht frei von Ungenauigkeiten.

R. Lucas.

Ch. R. Mann u. G. R. Twiss, Physics. Revised edition. 4245. Chicago, New York, Scott, Foresman and Company. 1910. $ 1.25

Das mit guten Abbildungen ausgestattete Lehrbuch ist für Mittelschulen bestimmt. Es besteht aus zwei Teilen: der erste (S. 17—299) ist ganz elementar gehalten und vollkommen frei von irgendwelchen Formeln oder mathematischen Entwicklungen; er enthält das, was nach Ansicht der Verfasser ein jeder junger Amerikaner von der Physik wissen sollte. Der zweite Teil stellt eine Erweiterung und Vertiefung der ersten dar und ist speziell für diejenigen Schüler und Schülerinnen bestimmt, die sich akademischen Berufen zuwenden wollen. Das Buch beschäftigt sich in erster Linie mit Gegenständen aus dem täglichen Leben und ihrer praktischen Verwendung, speziell mit Dingen, die jedem Jungen bekannt und deren Kenntnis für ihn von besonderem Interesse sind. Beispielsweise beginnt das Kapitel über Elektrizität mit der Herstellung einer elektrischen Klingel und der dazu nötigen Gegenstände, das Kapitel über Akustik mit der Beschreibung der äußeren und inneren Einrichtung eines Klaviers usw. Gewiß wird mancher mit einer derartigen Anordnung des Lehrstoffes nicht einverstanden sein, er wird aber bei der Lektüre der Schrift wohl den Eindruck gewinnen, daß man es hier mit einem eigenartigen und interessanten Lehrbuch zu tun hat.

R. Lucas.

Personalien.

(Die Herausgeber bitten die Herren Fachgenossen, der Redaktion von eintretenden Änderungen möglichst bald Mitteilung zu machen.)

Habilitiert: An der Universität Krakau Dr. Sleszynski aus Odessa für Mathematik, an der Technischen Hochschule Hannover Dr. P. Humann für elektrische Leitungen, Dr. Johann Novák für organische Chemie an der Böhmischen Technischen Hochschule in Brünn, an der Bergakademie Clausthal Dr. Werner Mecklenburg für Chemie (auf Grund einer Untersuchung über die Isomerie der Zinnsäuren), an der Technischen Hochschule Karlsruhe Dr. Koenig für analytische Chemie und Chemie der Metalle.

Ernannt: Der Privatdozent an der Deutschen Universität Prag Dr. Otto Hönigschmid zum a. o. Professor für anorganische und analytische Chemie an der Deutschen Technischen Hochschule Prag, H. C. Peffer zum Professor für Technische Chemie an der Purdue University in Lafayette, der Lehrer am Armour Institute in Chicago Dr. W. N. Benson (aus Göteborg) zum Professor für Chemie an der Central High School in Duluth (Minnesota), der ord. Professor für höhere Mathematik und Mechanik an der Technischen Hochschule Hannover Dr. Karl Wieghardt zum ord. Professor der reinen Mechanik und graphischen Statik an der Technischen Hochschule in Wien, der a. o. Professor an der Böhmischen Universität Prag Dr. Bohumil Kužma zum ord. Professor der anorganischen Chemie an der Böhmischen Technischen Hochschule Brünn.

In den Ruhestand: Der ord. Professor der anorganischen Chemie an der Technischen Hochschule Dresden Geheimer Rat Dr. Walther Hempel, der ord. Professor der allgemeinen und analytischen Chemie an der Deutschen Technischen Hochschule Brünn Dr. Joseph Habermann.

Gestorben: Der ord. Professor der Elektrotechnik an der Technischen Hochschule Karlsruhe Geheimer Hofrat Dr.-Ing. Engelbert Arnold, der Physiker Dr. William Sutherland in Melbourne, der frühere Generaldirektor der Badischen Anilin- und Sodafabrik in Ludwigshafen Geheimrat Dr.-Ing. Heinrich von Brunck, der frühere Professor für Chemie an der Annapolis Naval Academy Dr. Davenport Fisher, der Herausgeber des Syracuse Chemist Dr. William Henry Mc Lauchhan.

Angebote.

Für die Redaktion verantwortlich Professor Dr. Friedrich Krüger in Danzig-Langfuhr. — Verlag von S. Hirzel in Leipzig.
Druck von August Pries in Leipzig.

10fache positive Vergrößerung des Originalnegativs

Fig. 3.

P. P. Koch und W. Friedrich, Über den Nachweis anomaler Dispersion in leuchtendem Quecksilberdampf.

Verlag von S. Hirzel in Leipzig.

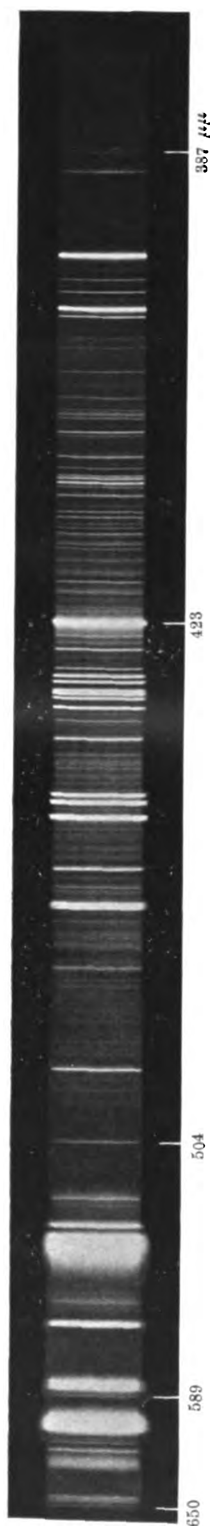


Fig. 5a.

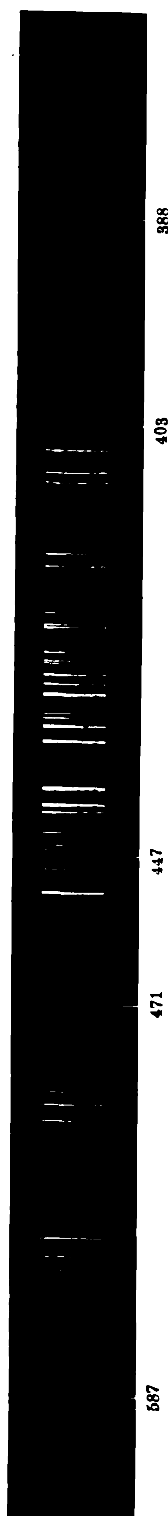


Fig. 5b.

Fig. 6. *Na*-Linien.

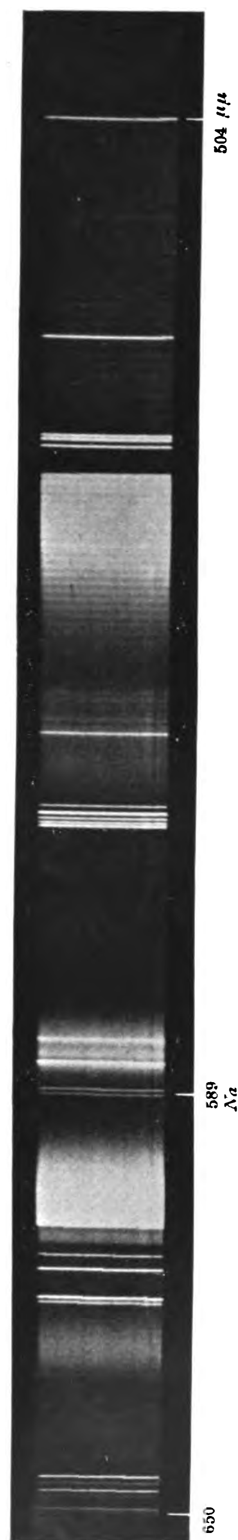


Fig. 7.

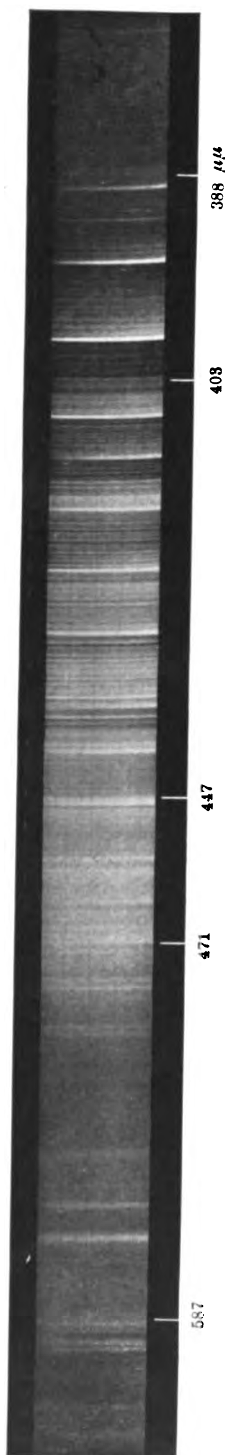


Fig. 3: Stadium I.

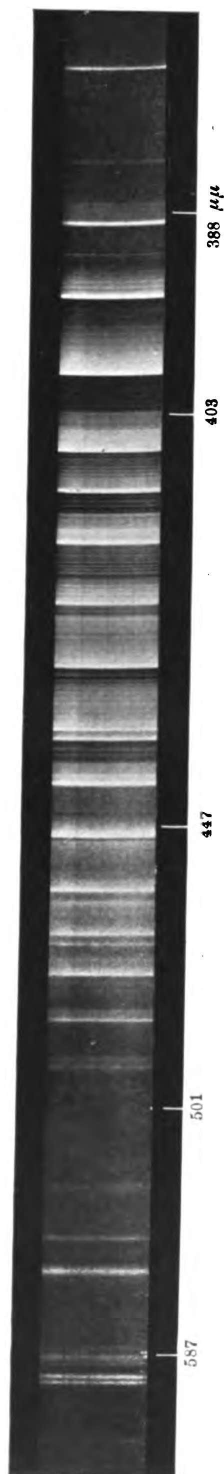


Fig. 4: Stadium II.

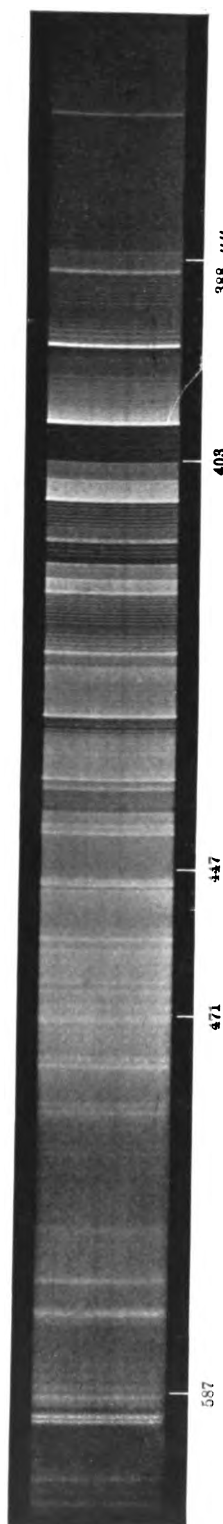


Fig. 5: Stadium III.

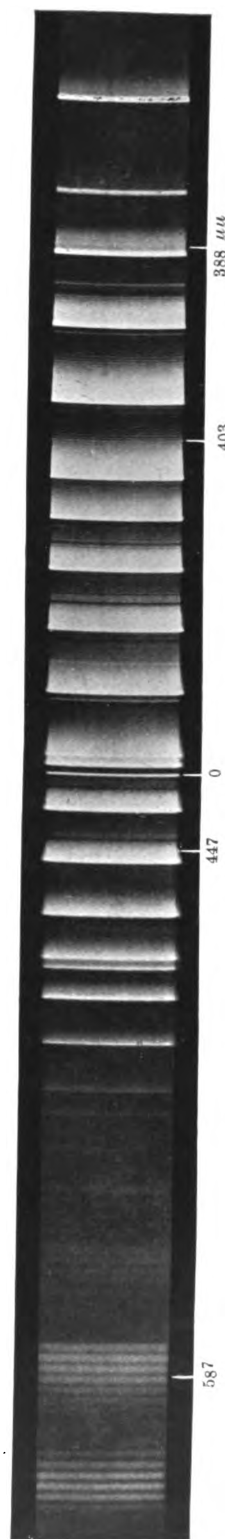


Fig. 6: Stadium IV.

J. Zenneck und B. Strasser, Über die Zersetzung von NO_2 im Glimmstrom.

Verlag von S. Hirzel in Leipzig.

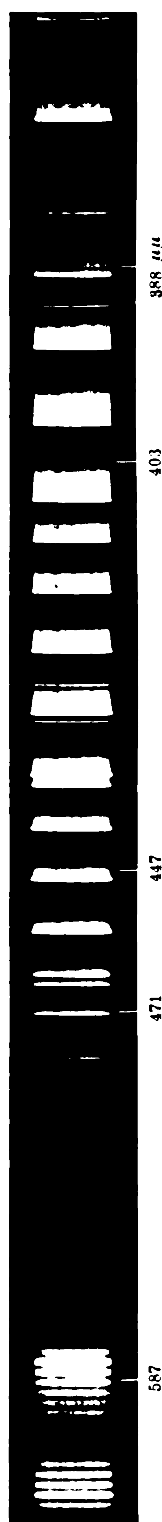


Fig. 7: N_2.

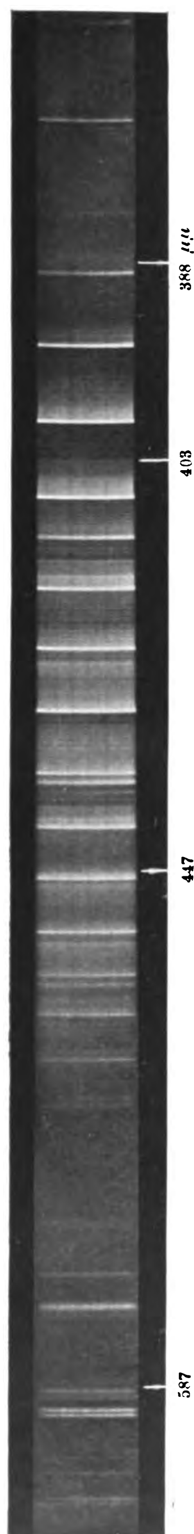


Fig. 8: NO.

Fig. 10: N_2O_4.

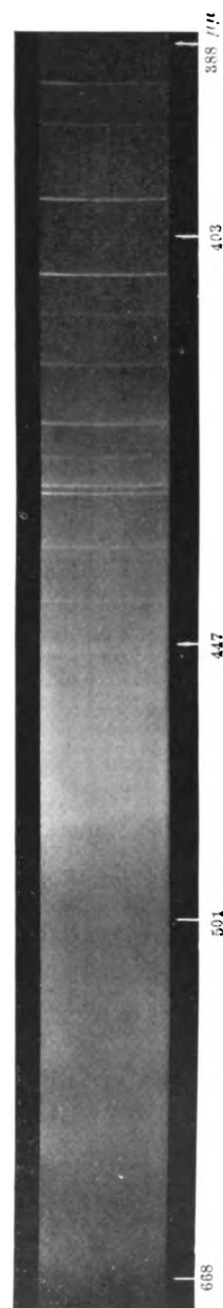


Fig. 12: Nachleuchten.

J. Zenneck und B. Strasser, Über die Zersetzung von NO_2 im Glimmstrom.

Verlag von S. Hirzel in Leipzig.

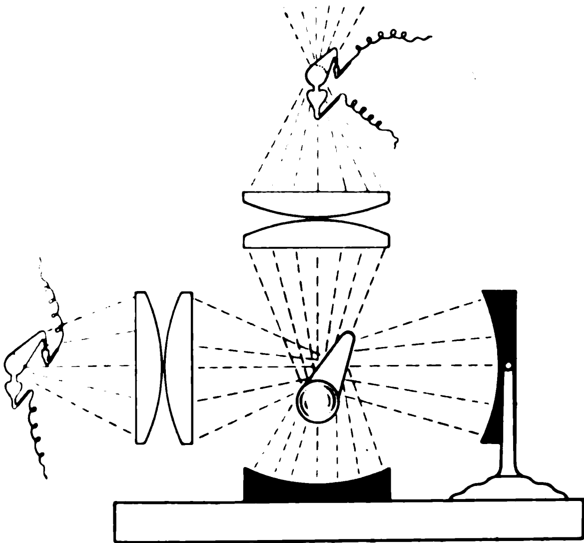


Fig. 1.

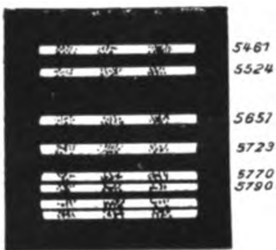


Fig. 9.

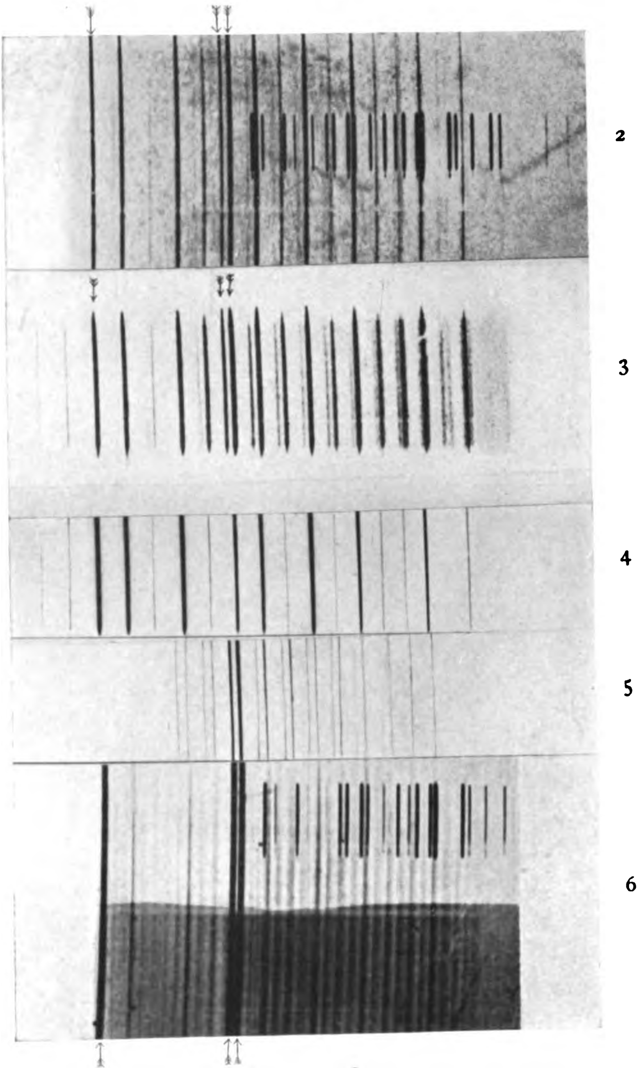


Fig. 2—6.

Fig. 7.

Fig. 8.

R. W. Wood, Die Resonanzspektren des Joddampfes und ihre Vernichtung durch Gase der Heliumgruppe.

Verlag von S. Hirzel in Leipzig.

P

Pro
Dr.
Dr

Physikalische Zeitschrift

Herausgegeben von

E. RIECKE
o. ö. Professor
an der Universität Göttingen.

und

H. TH. SIMON
o. ö. Professor
an der Universität Göttingen.

Redaktion: Professor Dr. **FRIEDRICH KRÜGER** in Danzig-Langfuhr, Hauptstraße 141.

Verlag von S. Hirzel in Leipzig, Königstrasse 2.

Die Physikalische Zeitschrift erscheint monatlich zweimal im Umfange von durchschnittlich 5 Bogen zum Preise von 25 Mark jährlich. (Jahresabonnement bei direkter Zustellung unter Kreuzband im Inland einschließlich Österreich-Ungarn 28 Mark, im Ausland 31 Mark.) Bestellungen nehmen jede Buchhandlung, die Post sowie die Verlagsbuchhandlung entgegen. Anzeigen werden für die einmal gespaltene Petitzeile mit 60 Pfennigen, Beilagen nach Vereinbarung berechnet; bei Wiederholungen tritt Ermäßigung ein. Abdruck von Originalartikeln ist nur mit Genehmigung der Redaktion und der Verlagsbuchhandlung gestattet.

Alle die Redaktion betreffenden Zuschriften sind an Herrn Professor Dr. Friedrich Krüger in Danzig-Langfuhr, Hauptstraße 141, alle Büchersendungen und Anzeigenaufträge an den Verleger zu richten.

No. 26. | 15. Dezember 1911. No. 362. | 12. Jahrgang.

Physikalische Zeitschrift

Unter ständiger Mitarbeit für den referierenden Teil

von

Professor Dr. **M. Abraham**, Professor Dr. **L. Ambronn**, Professor Dr. **H. Boruttau**, Professor Dr. **A. Coehn**, Professor Dr. **Th. Des Coudres**, Professor Dr. **A. Johnsen**, Professor Dr. **W. Kaufmann**, Professor Dr. **H. Lorenz**, Professor Dr. **E. Meyer**, Professor Dr. **L. Rhumbler**, Professor Dr. **K. Schaum**, Professor Dr. **G. C. Schmidt**, Professor Dr. **K. Schwarzschild**, Professor Dr. **E. Wiechert**, Professor Dr. **E. Zermelo.**

Herausgegeben von

Dr. **E. RIECKE** und Dr. **H. TH. SIMON**

o. ö. Professor an der Universität Göttingen. o. ö. Professor an der Universität Göttingen.

Redaktion: Professor Dr. **F. KRÜGER** in Danzig-Langfuhr.

ZWÖLFTER JAHRGANG.

1911.

ERSTER HALBBAND.

Mit fünf Tafeln.

Leipzig,
Verlag von S. Hirzel.
1911.

Physikalische Zeitschrift

Unter ständiger Mitarbeit für den referierenden Teil

von

Professor Dr. **M. Abraham,** Professor Dr. **L. Ambronn,** Professor Dr. **H. Boruttau,** Professor Dr. **A. Coehn,** Professor Dr. **Th. Des Coudres,** Professor Dr. **A. Johnsen,** Professor Dr. **W. Kaufmann,** Professor Dr. **H. Lorenz,** Professor Dr. **E. Meyer,** Professor Dr. **L. Rhumbler,** Professor Dr. **K. Schaum,** Professor Dr. **G. C. Schmidt,** Professor Dr. **K. Schwarzschild,** Professor Dr. **E. Wiechert,** Professor Dr. **E. Zermelo.**

Herausgegeben von

Dr. **E. RIECKE** und Dr. **H. TH. SIMON**

o. ö. Professor an der Universität Göttingen. — o. ö. Professor an der Universität Göttingen.

Redaktion: Professor Dr. **F. KRÜGER** in Danzig-Langfuhr.

ZWÖLFTER JAHRGANG.

1911.

ZWEITER HALBBAND.

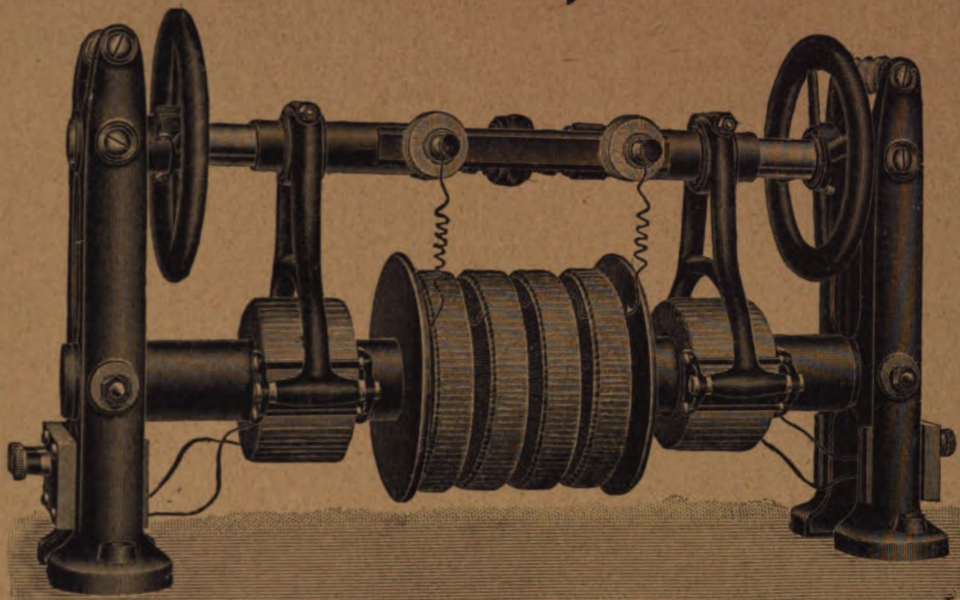
Mit vierzehn Tafeln.

Leipzig,

Verlag von S. Hirzel.

1911.

HANS BOAS, Berlin O. 27.



Alle Maschinen und Apparate zur Erzeugung schnell. Schwingungen.

Glimmlicht-Oszillographen und Oszilloskope, Thermodetektoren, Thermoelemente, Glimmlichtröhren, Metallspiegel.

Resonanztransformator für veränderliche Kopplung mit inkonstantem Kopplungsfaktor; höchster Nutzeffekt, kein Leerlaufstrom, für jede Kapazität, Periodenzahl und Leistung.

D. R. P.

G. Lorenz, Chemnitz Sa.

Spezialwerkstatt

für physikalische Apparate und Zimmereinrichtungen f. höhere Lehranstalten.

Paul Bunge Hamburg,

Ottostraße No. 13

Mechanisches Institut

gegründet 1866.

Ältestes Konstruktionsbureau für kurzarmige Wagen

empfiehlt seine

Originalkonstruktionen in physikalischen u. analytischen Wagen in vorzüglicher Ausführung und in allen Preislagen. Nur erste Preise auf sämtlichen beschickten Ausstellungen.

Bruxelles 1897: Diplome d'honneur u. Extra-Ehrenpreis von Fr. 500. — Weltausstellung Paris 1900: Grand Prix. — Weltausstellung St. Louis 1904: Grand Price.

Preislisten in drei Sprachen kostenfrei.

R. Fuess

Mechanisch-optische Werkstätten

Steglitz bei Berlin
Dünther-Strasse 8

Verlag von S. Hirzel in Leipzig.

Soeben erschien:

Über das Durchsichtigmachen von menschlichen u. tierischen Präparaten

Nebst Anhang:

Über Knochenfärbung

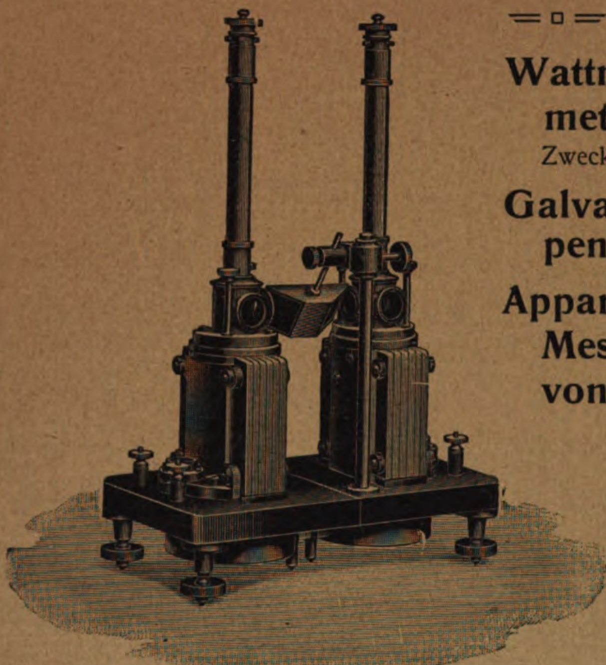
von

Dr. med. et LL. D. Werner Spalteholz
a. o. Professor a. d. Universität Leipzig

— Preis 1 Mark —

SIEMENS & HALSKE

WERNERWERK, BERLIN-NONNENDAMM.



Doppelspiegelgalvanometer zur Darstellung von Flächenkurven.

Wattmeter, Voltmeter, Amperemeter für wissenschaftliche und technische Zwecke.

Galvanometer, Rheostaten, Kompensations-Apparate.

Apparate für thermo-elektrische Messungen für Temperaturen von –200 bis +4000° Celsius.

Stationäre und transportable Photometer.

Einrichtungen physikalischer und elektrotechnischer Laboratorien jeder Größe.

E. Merck

Chemische Fabrik, Darmstadt, empfiehlt:

Chemikalien

für alle physikalischen Zwecke,

insbesondere:

Garantiert reine Reagentien.

Volumetrische Lösungen zur Maßanalyse.

Chemikalien und Lösungen

zur Trennung von Mineralgemischen.

Mineralien. ▫ ▫ ▫ Sammlungen.

Reagenz- und Filtrierpapiere.

Härtungs- und Einbettungsflüssigkeiten

für die mikroskopische Technik.

Indikatoren und Farbstoffe für analytische u. mikroskopische Zwecke.

Farbstoffkombinationen und Lösungen.

Konservierungs- und Fixierungs-Flüssigkeiten

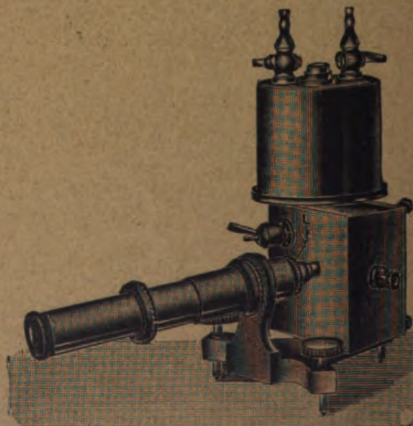
für die mikroskopische Technik.

Zu beziehen durch alle Großdrogerien.

Spindler & Hoyer

Werkstätten für Präzisionsmechanik

Göttingen-S.



Elektrometer zur Messung des Radiumgehalts von Quellen etc.

Radium-Normallösungen nach Prof. H. W. Schmidt.

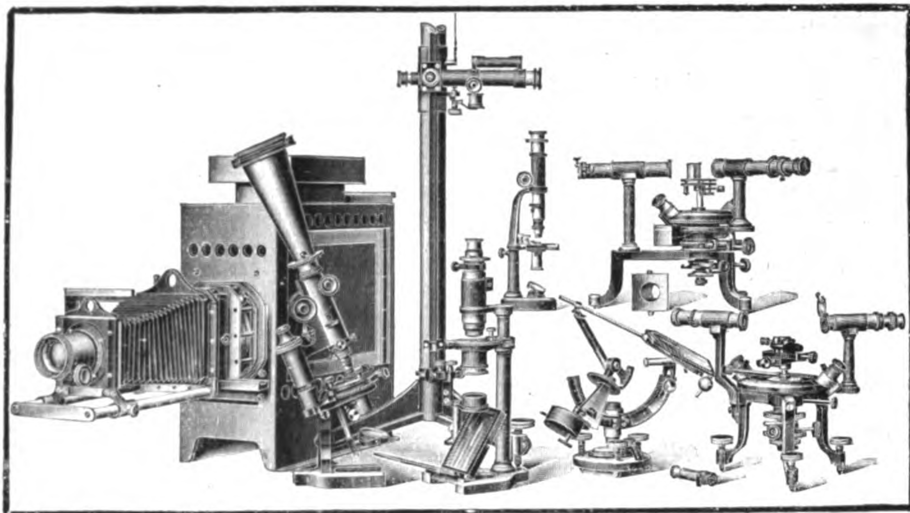
■ *Liste XXXIII neu erschienen.* ■

Prospekt No. 160.

Weltausstellung Paris 1900 u. St. Louis 1904
„Grosser Preis" und „Goldene Medaille".

R. FUESS
mechanisch-optische Werkstätten
Abteilung I
Steglitz bei Berlin.

Fernspr.: Steglitz, 65 u 729. Telegr.-Adr.: Fuess Steglitz



No.		Mk.
1	**Dreifuss-Untersätze** zum Gebrauch bei physikal. Experimenten etc. (Fig. 1). Jede der nachgenannten Kollektionen besteht aus 5 Dreifüssen und einer oberen runden Platte. Die Höhe jedes einzelnen Untersatzes beträgt 2,5 cm.	
	a) Grosse Kollektion, Durchmesser der oberen runden Platte 30 cm	**20,—**
	b) Kleine Kollektion, Durchmesser der oberen runden Platte 17 cm	**15,—**

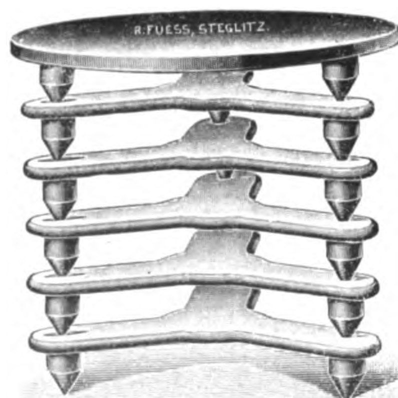


Fig 1. Dreifuss-Untersätze, bestehend aus 5 Dreifüssen und einer runden Platte.

No		Mk.
2	**Grosses geradsichtiges Spektroskop** (Fig. 2 und 3) nach Prof. Dr. Königsberger.	

s. Leiss, Deutsche Mechaniker-Zeitung 1910. 193.

Die Konstruktion dieses Spektroskopes bezweckte ein möglichst lichtstarkes und dabei tunlichst billiges geradsichtiges Instrument zu schaffen. Zur Erreichung dieses Zieles wurde deshalb ein von Königsberger angegebenes, modifiziertes Wernicke'sches Flüssigkeitsprisma von 30 × 30 mm Oeffnung gewählt.

Dispersion dieses Prismas ca. 4°.

Brennweite der Objektive O_1 und O_2 = 140 mm bei 26 mm Durchmesser.

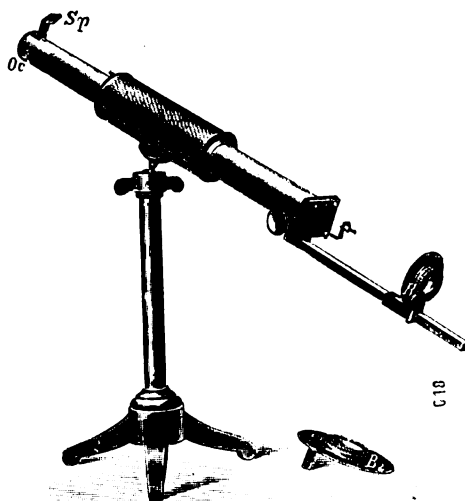


Fig. 2 Grosses geradsichtiges Spektroskop

Als Beobachtungs-Okular dient ein Huyghens'sches Okular *Oc*. Zwischen den beiden Linsen des Huyghens'schen Okulares (Fig. 3) und zwar in der Bildebene des Fernrohres befindet sich ein auf Glas geteiltes Mikrometer, das zu bequemen Einstellungen eines bestimmten Teilstriches auf eine bestimmte Spektral-Linie durch die Schraube *S* mit Gegenfeder verstellt werden kann. Ein kleiner Spiegel *Sp* dient zur Beleuchtung des Mikrometers.

Für die Spalt-Beleuchtung werden dem Instrument 2 achromatische Beleuchtungs-Linsen B_1 und B_2 beigegeben, welche auf einem vor dem Spalt befindlichen Stab orientiert verschoben werden können.

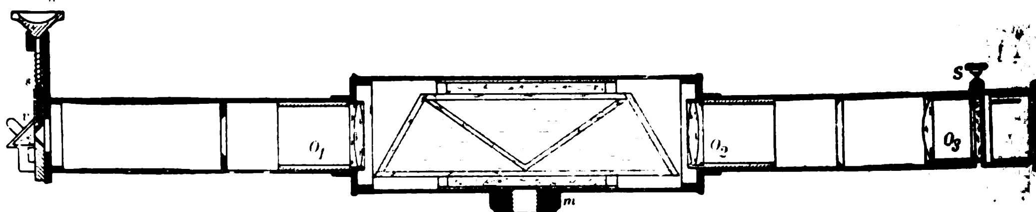


Fig. 3 Schnitt durch das „Grosse geradsichtige Spektroskop"

Preise:

a) Grosses Handspektroskop ohne Stativ und ohne Beleuchtungs-Linsen . . . . 90.—

b) 2 achromatische Beleuchtungs-Linsen in Fassung, orientiert verschiebbar. à Mk. 15,— . . . . 30.—

c) Stativ mit Kugel-Gelenk . . . . 20.—

Druckerei für Kunst und Gewerbe Berg & Schoch Berlin SO. 16

Für den Anzeigenteil verantwortlich S. Hirzel in Leipzig. — Verlag von S. Hirzel in Leipzig.
Druck von August Pries in Leipzig.